$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

الرياضيات للصف الثانى عشر المتقدم

حل نموذج

المراجعة الشاملة لأهم مواضيع الفصلين الثاني والثالث

2017/2018

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)).g'(x)$$

اسم الطالب :- ....

المدرســـــة :-

ملاحظة :- تتكون المراجعة الشاملة من 13 صفحة

مدرس المادة :- صكبان صالح محمد

السؤال الأول :- لكل فقرة أربع إجابات ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة :-

1) يكون رمز المجموع للعبارة $\sqrt{2-1}+\sqrt{3-1}+\sqrt{4-1}+.............\sqrt{15-1}$ هو

1) $\sum_{i=1}^{14}\sqrt{i}$ 2) $\sum_{i=1}^{15}\sqrt{i-2}$

3) $\sum_{i=1}^{15}\sqrt{2-i}$ 4) $\sum_{i=1}^{14}\sqrt{2i}$

2) يعبر عن المساحة الواقعة بين المنحنى $y=x^2-2x$ ومحور x بالفترة $[0,3]$ بالشكل :-

1) $\int_0^3 f(x)dx$ 2) $\int_0^2 f(x)dx+\int_2^3 f(x)dx$

3) $-\int_0^2 f(x)dx+\int_2^3 f(x)dx$ 4) $\int_0^2 f(x)dx-\int_2^3 f(x)dx$

3) التكامل المحدود لنهاية مجموع ريمان $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}4(c_i^{\,2}+4c_i-2)\Delta x$ على الفترة $[1,2]$ هو :-

1) $\int_1^2(4x^2+16x-2)dx$ 2) $\int_1^2(4x^2+16x-8)dx$

3) $\int_2^1(4x^2+16x+8)dx$ 4) $\int_1^2(4x^2+16x+8)dx$

4) إذا كانت $A(x)=2(x+1)^2$ تمثل مساحة مقطع عرضي حيث $1\le x\le 4$ فإن حجم المجسم يكون :-

1) $V=\int_1^4 2(x+1)^2dx=78$ 2) $V=2\pi\int_1^4 2(x+1)^2dx=156\pi$

3) $V=\pi\int_1^4 2(x+1)^2dx=78\pi$ 4) $V=\int_1^4 4(x+1)^4dx=\frac{2372}{5}$

5) إذا كان $\int_9^7 f(x)dx=-4$, $\int_{-1}^9\frac{1}{2}f(x)dx=5$, $\int_5^7 f(x)dx=2$ فإن $\int_{-1}^5 f(x)dx=$

1) -4 2) 3
3) 4 4) 10

6) $\int\frac{7}{|x|\sqrt{x^2-1}}dx=$

1) $-7\cos^{-1}x+c$ 2) $7\sec^{-1}x+c$

3) $7\sin^{-1}x+c$ 4) $7\csc^{-1}x+c$

7) قيمة التكامل غير المحدود $\int \frac{x}{1+x^2}dx =$

1) $\tan^{-1}x + c$
2) $\frac{1}{2}\ln(1+x^2)+c$
3) $2\ln(1+x^2)+c$
4) $\ln(1+x^2)+c$

8) إذا كانت $F(x) = x^3 + \int_x^2 (3t^2 - t)dt$ فإن $F'(2) =$

1) -10
2) 10
3) 2
4) -2

9) $\int (\frac{3}{2x} - e^{-3x} + \cos x)dx =$

1) $\frac{3}{2}\ln|x| + \frac{1}{3}e^{-3x} + \sin x + c$
2) $\frac{2}{3}\ln|x| + \frac{1}{3}e^{-3x} - \sin x + c$
3) $\frac{3}{2}\ln|x| + 3e^{-3x} + \sin x + c$
4) $\frac{3}{2}\ln|x| - \frac{1}{3}e^{-3x} + \sin x + c$

10) إذا كانت $f(x) = \cot x$ فإن $\int f''(x)dx =$

1) $\tan x + c$
2) $\sec^2 x + c$
3) $-\csc^2 x + c$
4) $-\csc x \cdot \cot x + c$

11) $\ln x =$

1) $\int_x^1 \frac{1}{t}dt$
2) $\int_0^x \frac{1}{t}dt$
3) $\int_1^{e^x} \frac{1}{t}dt$
4) $\int_1^x \frac{1}{t}dt$

12) إذا كان $\int_k^2 f(x)dx = 12$ وكانت القيمة المتوسط للدالة $f(x)$ تساوي 4 فإن قيمة $k =$

1) 0
2) -1
3) 1
4) 2

13) إذا كانت القيمة المتوسطة للدالة $f(x)$ على الفترة $[-3,4]$ تساوي 5 فإن $\int_{-3}^{4} f(x)dx =$

1) -5 2) -35
3) 35 4) -12

14) مركز الكتلة لجسم ما ؟ بكثافة $p(x)=\frac{x}{6}+2$ حيث $0 \le x \le 6$ هي :-

1) 3.2 2) 15
3) 43.55 4) 3

15) طول القوس الخاص بجزء من المنحنى $y=x^2$ على الفترة $[0,1]$ هو :-

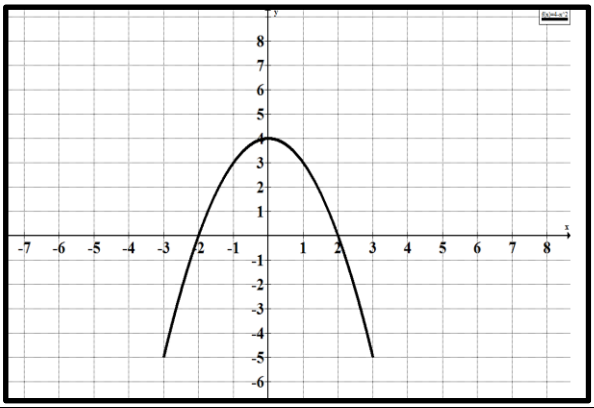
1) ≈ 2.4789 2) ≈ 0.4789
3) ≈ 1.4789 4) ≈ 3.4789

16) مساحة السطح المتولد من دوران $y=\sqrt{x}$ حول المحور x بالفترة $[1,2]$ يساوي

1) ≈ 8.5483 2) ≈ 0.4789
3) ≈ 8.11 4) ≈ 8.28315

17) الشكل المجاور يمثل بيان المشتقة الأولى f' حيث الدالة f معرفة على الفترة $[-3,3]$. فإن نقط الأنعطاف للدالة f هي :-

1) $(2,0)$ 2) $(0,f(0))$
3) $(0,4)$ 4) $(-2,0)$



18) مشتقة الدالة $f(x)=x^5\cos x$

1) $-5x^4\sin x$ 2) $5x^4\cos x+x^5\sin x$
3) $5x^4\cos x-x^5\sin x$ 4) $-5x^4\cos x+x^5\sin x$

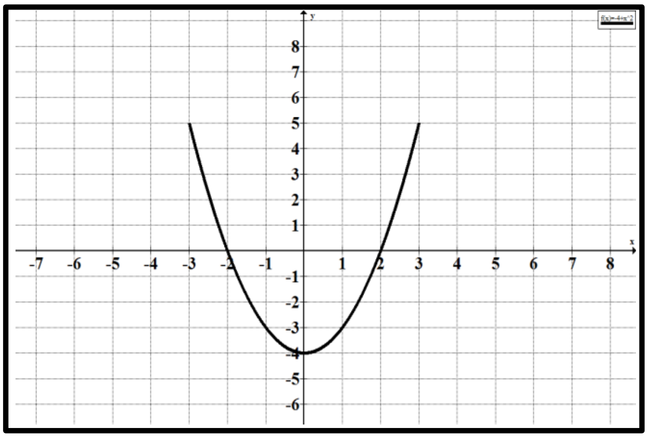
19) إذا كان $\int_2^4 f(x)dx = 12$ فإن قيمة $\int_4^{16} \frac{-5f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}dx =$

$u = \sqrt{x} \rightarrow dx = 2udu$

1) 48
2) 8
3) 120
4) −120

---

20) الشكل المجاور يمثل بيان المشتقة الأولى f' حيث الدالة f معرفة على الفترة $[-3,3]$. فإن نقط القيمة الصغرى للدالة f هي :-



1) $(2, f(2))$
2) $(0, f(0))$
3) $(0, -4)$
4) $(-2, f(-2))$

السؤال الثاني :- 1): باستخدام التكامل بالتعويض أوجد :-

1) $\int \tan^5 x \cdot \sec^4 x dx$

$let \quad u = \tan x \quad \rightarrow \quad dx = \frac{du}{\sec^2 x}$

$\boxed{\tan^2 x + 1 = \sec^2 x}$

$\int u^5 . \sec^{\cancel{4}} . \frac{du}{\cancel{\sec^2}}$

$\int u^5 . \sec^2 x . du \rightarrow \int u^5 . (\tan^2 x + 1) . du \rightarrow \int u^5 . (u^2 + 1) . du \rightarrow ....$

2) : استخدم التكامل بالكسور الجزئية لإيجاد

3) $\int \frac{2x - 1}{x^2 - 3x - 10} dx$

$\frac{2x - 1}{x^2 - 3x - 10} = \frac{2x - 1}{(x - 5)(x + 2)}$

$\frac{2x - 1}{(x - 5)(x + 2)} \rightarrow \frac{A}{x - 5} + \frac{B}{x + 2}$

$A(x + 2) + B(x - 5) = 2x - 1$

1) $x = 5 \rightarrow 7A = 9 \rightarrow \boxed{A = \frac{9}{7}}$

2) $x = -2 \rightarrow -7B = -5 \rightarrow \boxed{B = \frac{5}{7}}$

$\int \frac{2x - 1}{x^2 - 3x - 10} dx = ...$

3): أحدثت قوة من 10 نيوتن تمدد على حبل مطاط 2 سم . أوجد الشغل المبذول في تمدد هذا الحبل 6 سم .

$$F(x)=k.x \rightarrow 10=k\times 0.02 \rightarrow k=500$$

$$W=\int_a^b F(x)dx \rightarrow W=\int_0^{0.06} k\times x\ dx \rightarrow W=\int_0^{0.06} 500x\ dx=....$$

4): حدد أولاً نصف قطر وارتفاع الصدفة التالية ثم أحسب الحجم الناتج من دوران المنطقة المحدودة بواسطة

$y=0$, $y=x^2$ حول محور $x=2$ حيث $-1\le x\le 1$

$$r=2-x$$

$$h=x^2$$

$$v=\int_{-1}^{1} 2\pi\times x^2(2-x)dx=.........$$

5):- هل التكامل المعتل $\int_0^{\infty}\frac{e^x}{e^{2x}+1}dx$ متقارب أو متباعد بين ذلك ؟

$$u=e^x \rightarrow dx=\frac{du}{e^x} \Rightarrow u=1, u=\infty$$

$$\int_1^{\infty}\frac{u}{u^2+1}\times\frac{du}{u} \Rightarrow \lim_{R\to\infty}\int_1^{R}\frac{1}{u^2+1}du$$

$$\Rightarrow \lim_{R\to\infty}\left[\tan^{-1}(u)\right]_1^R=...........$$

6) :- هل التكامل $\int_0^1\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}dx$ معتل ؟وما هو سبب إعتلاله؟ وهل هو متقارب أو متباعد بين ذلك ؟

$$\lim_{R\to 1^-}\int_0^R\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}dx$$

$$\lim_{R\to 1^-}2\left[\sin^{-1}x\right]_0^R \rightarrow \lim_{R\to 1^-}2\left[\sin^{-1}(R)-\sin^{-1}(0)\right]=........$$

س3):- ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة

1) إذا كانت $F(x)=\sin x-\frac{1}{3}\sin^3 x$ فإن المشتقة العكسية لها هي :-

1) $f(x)=\sin^3 x$　　2) $f(x)=\cos^3 x$

3) $f(x)=-\sin^3 x$　　4) $f(x)=-\cos^3 x$

---

2) لتكن $f(x)=\sqrt[3]{x^2}$ فإن العدد الحرج للدالة هو :-

1) $x=\frac{2}{3}$　　2) $x=0$

3) $x=\frac{-1}{3}$　　4) لا يوجد عدد حرج

---

3) $\int \tan^2(3x)dx=$

1) $\frac{1}{3}\tan(3x)+x+c$　　2) $\frac{1}{3}\tan(3x)-x+c$

3) $\frac{1}{3}\sec^2(3x)+x+c$　　4) $\frac{1}{3}\sec^2(3x)-x+c$

---

4) $\int 2x\cos x^2 dx=$　　الدالة الأصلية لها هي

1) $\cos x^2+c$　　2) $x\cos x^2+c$

3) $x\sin x^2+c$　　4) $\sin x^2+c$

---

5) $\int (2\sqrt{x}\cos x+\frac{1}{\sqrt{x}}\sin x)dx=$　　الدالة الأصلية لها هي

1) $2\sqrt{x}\cos x+c$　　2) $\sqrt{x}\cos x+c$

3) $\sqrt{x}\sin x+c$　　4) $2\sqrt{x}\sin x+c$

6) قاعدة المجسم هي المنطقة R المحددة بواسطة $y=2-x^2$, $y=x^2$ إذا أخذت مقاطع عرضية على شكل مربعات . فإن حجم المنطقة R هو :-

1) $\frac{64}{15}$ 2) $\frac{224}{15}$
3) $\frac{64}{15}\pi$ 4) $\frac{224}{15}\pi$

7) $\int \cot^4 x \csc^2 x dx =$ $u=\cot x \rightarrow dx=\frac{du}{-\csc^2 x}$

1) $\cot^5 x + c$ 2) $-\frac{1}{5}\cot^5 x + c$
3) $\frac{1}{5}\cot^5 x + c$ 4) $-\frac{1}{5}\csc^5 x + c$

8) لتكن $f(x)=-x^2+2x$ فإن الدالة f تكون متزايدة على الفترة :-

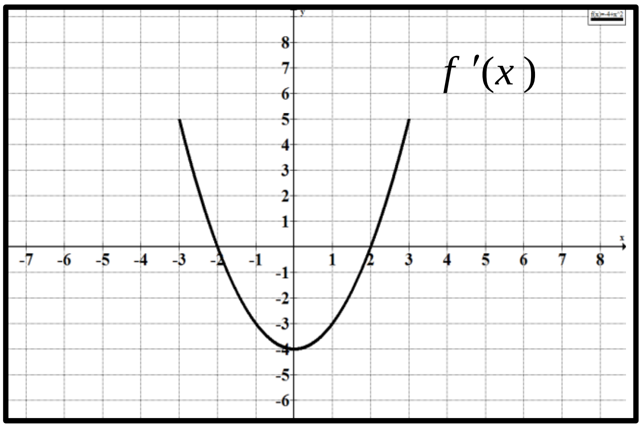
1) $(-\infty,\infty)$ 2) $(-\infty,-1)$
3) $(1,\infty)$ 4) $(-\infty,1)$

9) قيمة c التي تجعل الدالة $f(x)=\frac{c}{x^2}$ هي pdf على الفترة $[1,2]$ هي :-

1) $\frac{3}{7}$ 2) 1
3) -2 4) 2

10) الشكل المجاور يمثل بيان المشتقة الأولى $f'(x)$ حيث أن الدالة $f(x)$ معرفة على الفترة $[-3,3]$
فإن الدالة $f(x)$ تكون مقعرة الى أعلى على الفترة :-

1) $(-3,0)$ 2) $(-3,3)$
3) $(0,3)$ 4) $(-4,3)$



السؤال الرابع :- أوجد التكاملات التالية :- (إستخدم الطريقة المناسبة لك)

11) $$\int \frac{1}{\sin x.\cos x}dx$$

$$\int \frac{\sin^2 x+\cos^2 x}{\sin x.\cos x}dx \quad \rightarrow \int \frac{\sin^2 x}{\sin x.\cos x}dx+\int \frac{\cos^2 x}{\sin x.\cos x}dx=\ldots\ldots$$

12) $$\int \frac{x}{\sqrt{4+x^2}}dx$$

$a^2=4 \quad \rightarrow a=2$

$b^2=1 \quad \rightarrow b=1$

$x=2\tan\theta$

$dx=2\sec^2\theta d\theta$

$$\int \frac{2\tan\theta}{\sqrt{4+4\tan^2\theta}}2\sec^2\theta d\theta$$

$$\int 2\tan x\sec x dx=\ldots\ldots$$

13) $$\int x^2\cos x\,dx$$

x^2	$\cos x$
$2x$	$\sin x$
x	$-\cos x$
0	$-\sin x$

$\oplus$, $-$, $\oplus$

$$\int x^2\cos x\,dx=\ldots\ldots\ldots$$

14) إذا علمت أن العمر الأفتراضي لمصباح يتم توزيعه أسياً باستخدام <u>دالة كثافة الأحتمال</u> pdf $f(x)=6e^{-6x}$ حيث يتم قياس x بالأعوام . ما إحتمال ان يدوم عمر المصباح لمدة أقل من 4 أشهر .

$$p(0\le X\le \frac{1}{3})=\int_0^{\frac{1}{3}}6e^{-6x}dx$$

$$=-\left[e^{-6x}\right]_0^{\frac{1}{3}}=\ldots\ldots\ldots$$

السؤال الخامس :-إختر الإجابة الصحيحة لكل مما يلي :-

15):- الحدين الأدنى والأعلى للتكامل $\int_0^1 \sqrt{1+x^3}\,dx$ يقع بين

1) $\left[0,\sqrt{2}\right]$ 2) $\left[1,\sqrt{2}\right]$

3) $[0,1]$ 4) $[-1,1]$

---

16):- لتكن $f(x)=6+\ln(\sin x)$ فإن المشتقة الثانية $f''(x)=$

1) $6+\cot x$ 2) $-\csc^2 x$

3) $\sec^2 x$ 4) $\csc^2 x$

---

17):- $\int \frac{4}{\sqrt{1-x^2}}dx =$

1) $\sin^{-1}x+c$ 2) $4\tan^{-1}x+c$

3) $\frac{1}{4}\sin^{-1}x+c$ 4) $4\sin^{-1}x+c$

---

18) :- معادلة المماس للمنحنى $f(x)=4\sqrt{x}-2x$ عند $x=4$ هي:-

1) $y=4-x$ 2) $y=x+4$

3) $y=x-4$ 4) $y=-4-x$

---

19):- يمكن كتابة التعبير $\int_0^2 f(x)dx+\int_2^1 f(x)dx =$ على صورة تكامل منفرد

1) $\int_0^2 f(x)dx$ 2) $\int_1^2 f(x)dx$

3) $\int_0^1 f(x)dx$ 4) $-\int_0^1 f(x)dx$

---

20):- قيمة $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{\sin(\sin x)}{\sin x}$ بإستخدام قاعدة لوبيتال هو :-

1) 0 2) 1
3) -1 4) ∞

---

21):- $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{\ln x}{\csc x}$

1) 0 2) 1
3) -1 4) ∞

---

22):- $\int \frac{1+x}{1+x^2} dx =$

1) $\tan^{-1} x + \frac{1}{2}\ln(1+x) + c$ 2) $\tan^{-1} x + 2\ln(1+x) + c$
3) $\tan^{-1} x + \frac{1}{2}\ln(1+x^2) + c$ 4) $\tan^{-1} x + 2\ln(1+x^2) + c$

---

23):- قيمة التكامل $\int_{-2}^{0} \sqrt{4-x^2}\,dx$ عن طريق حساب المساحة تساوي

$\int_{-2}^{0} \sqrt{4-x^2}\,dx = \frac{1}{4}\pi(2)^2 = \pi$

1) 2π 2) 4π
3) π 4) $\frac{\pi}{2}$

---

24):- إذا كانت $f(x) \ge 0$ فإن أصغر قيمة للتكامل $\int_{-0.5}^{0.5} (2f(x) - 4)dx$ هي :-

1) 0 2) -4
3) 1 4) $\frac{1}{2}$

---

25):- إذا كان $\int_{5}^{0} 4g(x)dx = 8$ فإن $\int_{0}^{5} g(x)dx =$

1) 4 2) 2
3) -2 4) $\frac{1}{2}$

26):- استخدم مجموع ريمان لإيجاد قيمة المساحة بدقة حيث $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$

وأن $[0,1]$, $f(x)=x^2+1$

تذكر $\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$\Delta x = \frac{1-0}{n} = \frac{1}{n}$

$x_i = a + \Delta x i \quad \to x_i = \frac{1}{n} \times i = \frac{i}{n}$

$f(x_i) = f(\frac{i}{n}) = (\frac{i}{n})^2 + 1$

$= \frac{i^2}{n^2} + 1$

$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}(\frac{i^2}{n^2}+1)\times\frac{1}{n}$

$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}(\frac{i^2}{n^3}+\frac{1}{n}) \quad \to \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{i^2}{n^3} + \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n}$

$\to \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^3}\times\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{1}{n}\times n$

....

27):- قرب قيمة التكامل $\int_0^1 3x^2dx$ باستخدام قاعدة سيمبسون عندما $n=4$

$\int_0^1 3x^2dx = \frac{b-a}{3n}(f(x_0)+4f(x_1)+2f(x_2)+4f(x_2)+...f(x_n))$

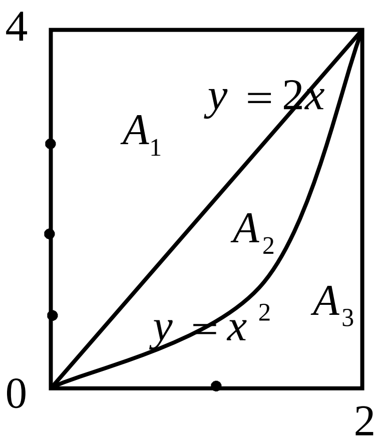
$\int_0^1 3x^2dx = \frac{1-0}{3\times 4}(f(0)+4f(\frac{1}{4})+2f(\frac{1}{2})+4f(\frac{3}{4})+f(1))$

28):- ظلل المساحة المعطاة بكل تكامل :-

سوف نكتب أين المساحة والتظليل على الطالب

$a) \quad \underbrace{\int_0^2 (2x-x^2)dx}_{=A_2}$, $\quad b) \underbrace{\int_0^2 (4-x^2)dx}_{=A_1+A_2}$

$c) \quad \underbrace{\int_0^4 (2-\sqrt{y})dy}_{=A_3}$, $\quad d) \underbrace{\int_0^4 (\sqrt{y}-\frac{y}{2})dy}_{=A_2}$



مع تمنياتي لكم بالنجاح

29):- أوجد المشتقة $f'(x)$ لكل مما يلي :-

a) $f(x)=\int_{2-x}^{xe^x} e^{2t}dt$

b) $f(x)=\int_{2}^{\sin x}(t^2+4)dt$

$f(x)=\int_a^{xe^x} e^{2t}dt-\int_a^{2-x} e^{2t}dt$

$f'(x)=(\sin^2 x+4)\times\cos x$

$f'(x)=e^{2(xe^x)}.(e^x+xe^x)-e^{2(2-x)}.(-1)$

$f'(x)=e^{2(xe^x)}.(e^x+xe^x)+e^{2(2-x)}$

30):- تتمدد كرة بانتظام محتفظة بشكلها الكروي . فإذا كان معدل الزيادة في مساحتها السطحية في لحظة ما هو $6\pi\ cm^2/\sec$ عندما كان طول قطرها $6\ cm$. أوجد معدل الزيادة في طول نصف قطرها في تلك اللحظة ، ثم استنتج معدل الزيادة في حجمها عندئذ ؟

$A(x)=4\pi r^2$ $\qquad v=\frac{4}{3}\pi r^3$

$\frac{dA}{dt}=8\pi r\frac{dr}{dt}$ $\qquad \frac{dv}{dt}=4\pi.r^2.\frac{dr}{dt}$

$6\pi=8\pi(\frac{6}{2})\frac{dr}{dt}$ $\qquad \frac{dv}{dt}=4\pi.(3)^2.\frac{1}{4}=9\pi\ cm^3/\sec$

$\frac{dr}{dt}=\frac{1}{4}cm$

31):- مستطيل قاعدته على محور x ورأساه العلويان على القطع المكافئ $y=9-x^2$. ما أكبر مساحة لهذا المستطيل ؟ وما أبعاده ؟

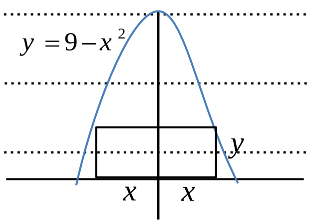
$A=2x.y$ $\qquad A=2x.y$

$A=2(\sqrt{3})\times 6=......$

$A=2x.(9-x^2)\quad\Rightarrow A=18x-2x^3$

$\Rightarrow A'=18-6x^2\quad\Rightarrow 18-6x^2=0$

$\Rightarrow x^2=3\quad\Rightarrow x=\pm\sqrt{3}\quad\Rightarrow y=6$



32):- يتسرب النفط من ناقلة النفط بمعدل 120 غالوناً في الدقيقة ، ينتشر النفط في دائرة بسمك $\frac{1}{4}''$ (بوصة). حدد معدل تزايد نصف قطر التسرب عند وصول نصف القطر الى $200\ ft$. علماً أن

$1ft^3=7.5\ gallon$

$v=\pi r^2.h$ $\qquad v=\pi r^2.\frac{1}{4}\div 12=\frac{1}{48}\pi r^2$

$\frac{dv}{dt}=2\pi h\,r\frac{dr}{dt}$

$\frac{120}{7.5}=\frac{\pi}{48}\times 2\times 200\times\frac{dr}{dt}$

لاتنسى أن تحول البوصة (inch) الى قدم وذلك بالقسمة على 12

$\frac{dr}{dt}=........ft/\sec$

مع تمنياتى بالتوفيق والنجاح مع نهاية العام الدراسي