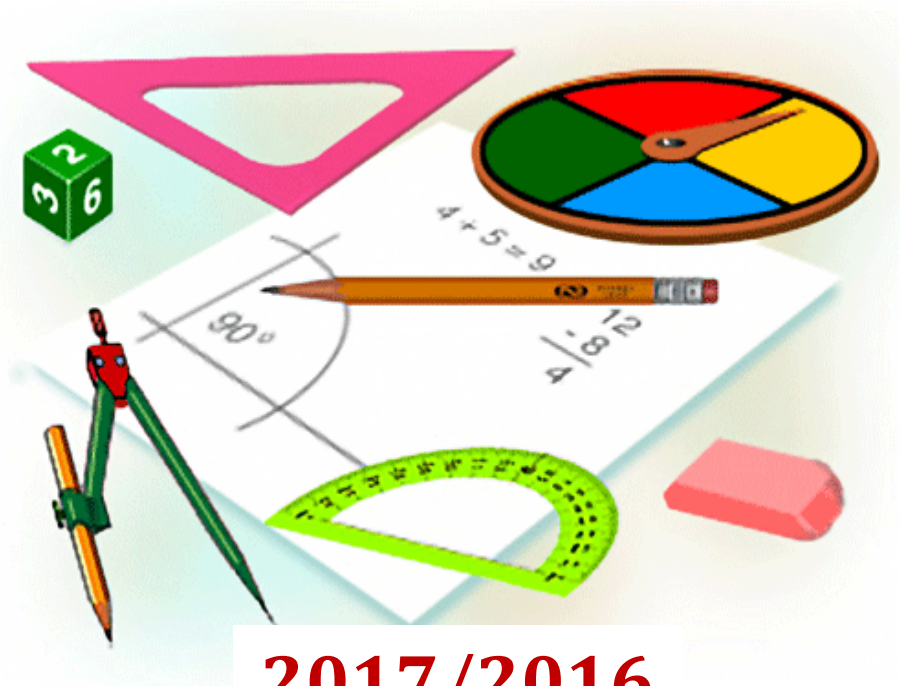


مدرسة توام النموذجية الخاصة بالعين

الرياضيات



2017/2016

تطبيقات التكامل المحدود

الفصل الدراسي الثالث

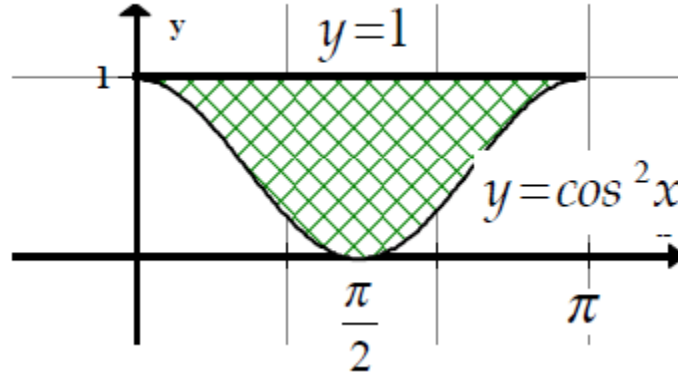
الصف الثاني عشر متقدم

إعداد أ. هلال حسين أحمد

اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله. 1

المساحة بين المنحنيات

أوجد مساحة المنطقة المظللة في كل مما يأتي :



.....

.....

.....

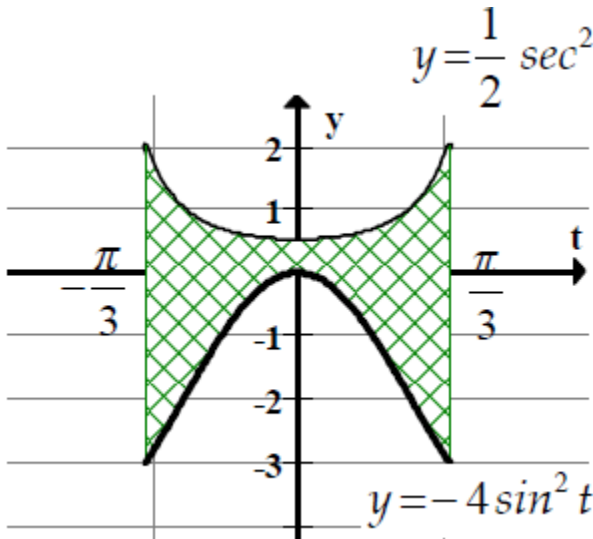
.....

.....

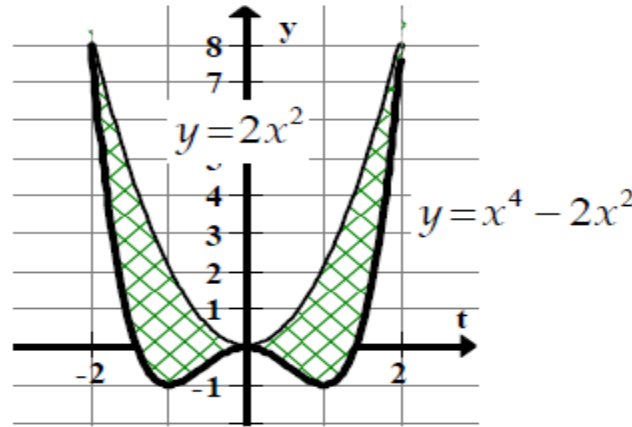
.....

.....

.....

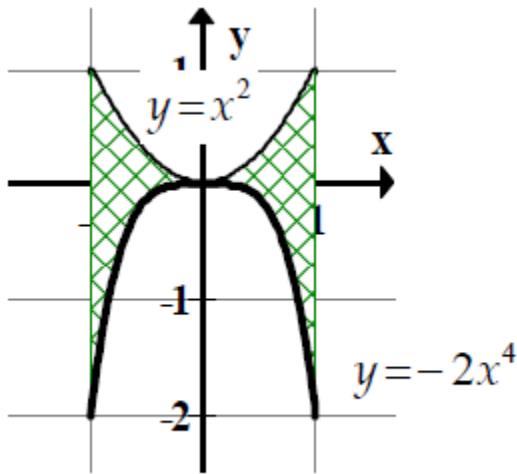


2 اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله.

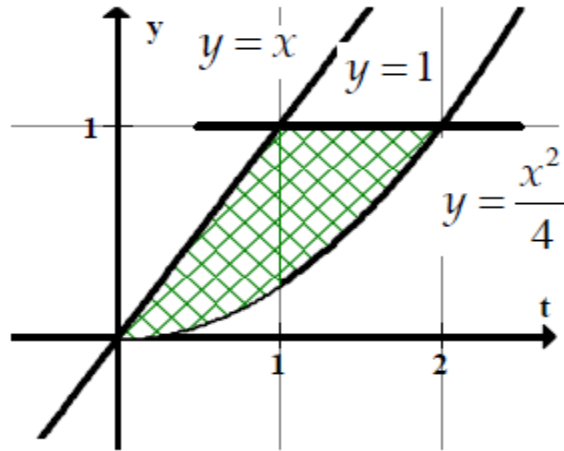


أ. هلال حسين

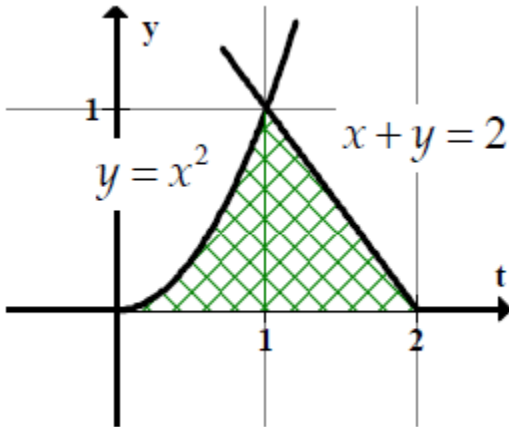
Mr. Hilal Hussein



3 اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله.



.....
.....
.....
.....
.....
.....

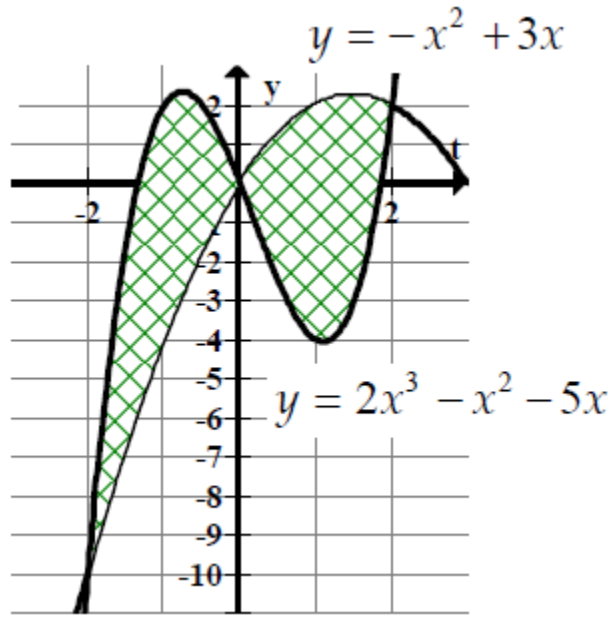


.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Mr. Hilal Hussein

أ. هلال حسين

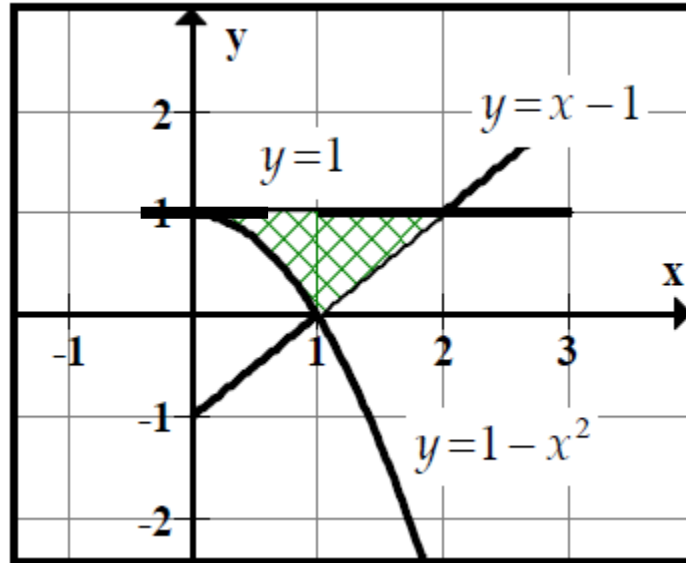
4 اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله.



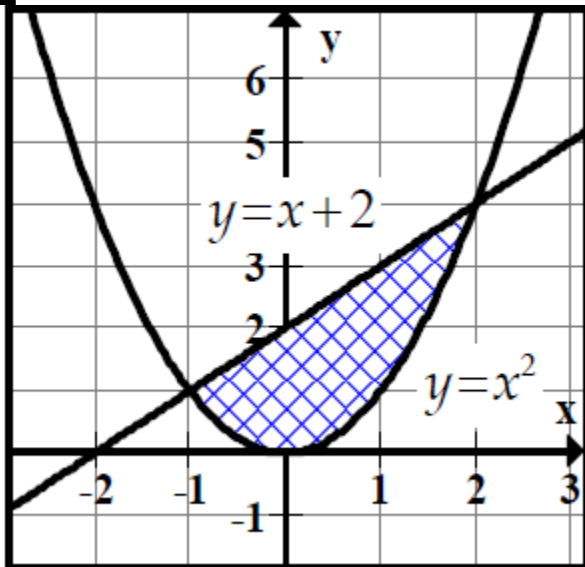
Mr. Hilal Hussein

أ. هلال حسين

6 اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله.



.....
.....
.....
.....
.....

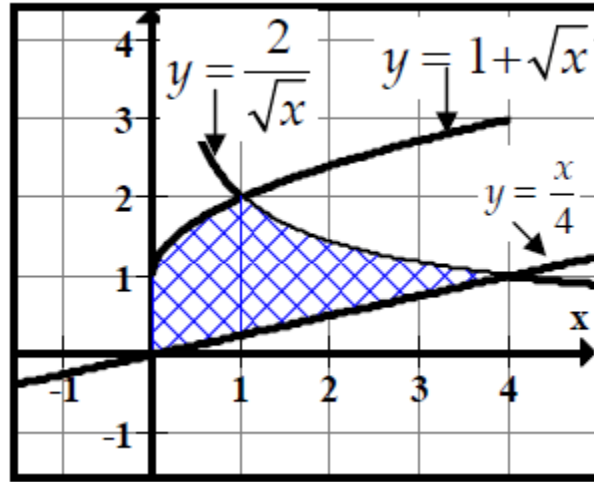


.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

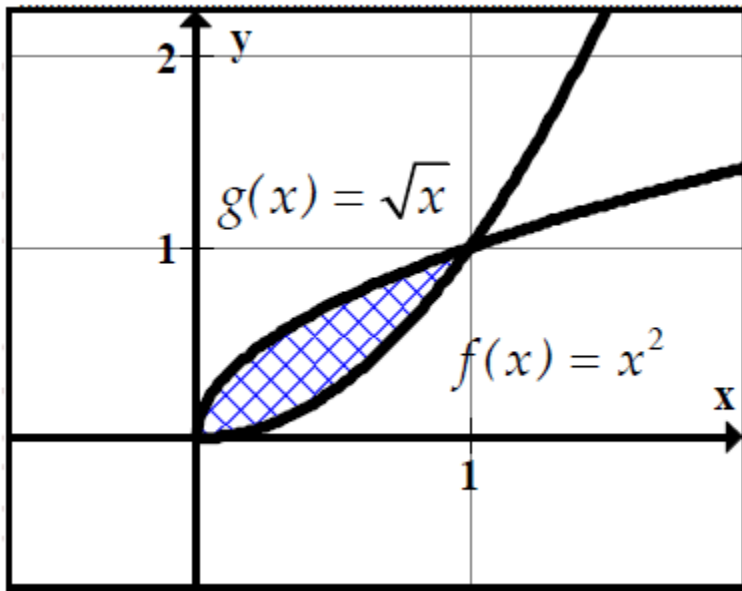
Mr. Hilal Hussein

أ. هلال حسين

7 اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله.



.....
.....
.....
.....
.....
.....

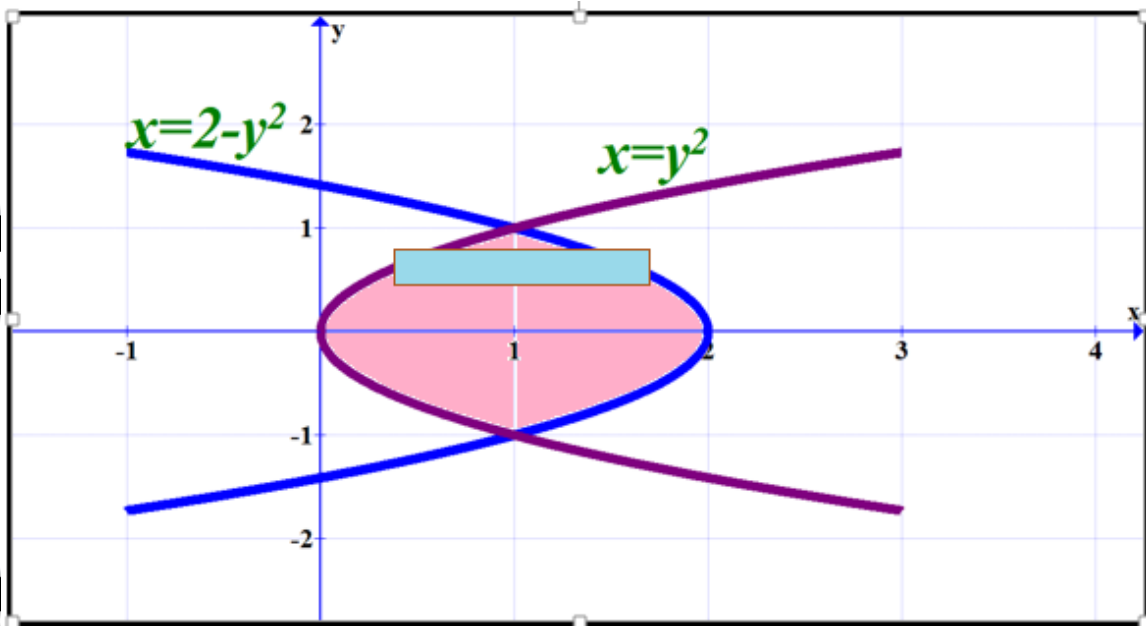


.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

أ. هلال حسين

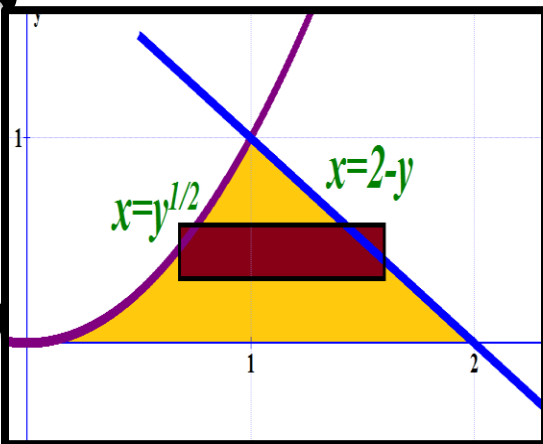
Mr. Hilal Hussein

8 اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله.



أ. هلال حسين

Mr. Hilal Hussein



9 اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله.

طول القوس :-

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

$$L = \int_c^d \sqrt{1 + (f'(y))^2} dy$$

(1) إذا كانت $f(x) = 2x^{\frac{2}{3}} - 10$ أوجد طول القوس

بين النقطة $A(8, 2)$, النقطة $B(27, 7)$

الجواب وحدة طول $(L = \sqrt{13^3} - \sqrt{8^3})$

Mr. Hilal Hussein

أ. هلال حسين

اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله. ١٥

(2) إذا كانت $f(x) = \frac{1}{3}(x^2 + 2)^{\frac{3}{2}}$ أوجد طول القوس

حيث $0 \leq x \leq 3$

الجواب (وحدة طول $L = 12$)

Mr. Hilal Hussein

أ. هلال حسين

اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله. 1

$$(3) \text{ إذا كانت } x = \frac{1}{6}(y)^3 + \frac{1}{2y} \text{ أوجد طول القوس}$$

$$\text{حيث } 2 \leq y \leq 3$$

$$\text{الجواب (وحدة طول } L = \frac{13}{4} \text{)}$$

Mr. Hilal Hussein

أ. هلال حسين

اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله. 12

(4) إذا كانت $f(x) = \frac{3}{4}x^4 - \frac{3}{8}x^2 + 5$ أوجد طول القوس

حيث $1 \leq x \leq 8$

الجواب (وحدة طول $L = \frac{99}{8}$)

Mr. Hilal Hussein

هلال حسين

اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله. 13

(5) إذا كانت $y = \int_{-2}^x \sqrt{3t^2 - 1} dt$ أوجد طول القوس

حيث $-2 \leq x \leq -1$

Mr. Hilal Hussein

أ. هلال حسين

اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله. 14

(6) إذا كان المنحني يمر بالنقطة (1, 1) وكان طول القوس هو

$$L = \int_1^4 \sqrt{1 + \frac{1}{4x}} dt \quad \text{أوجد المنحني؟}$$

الجواب ($y = \sqrt{x}$, $y = -\sqrt{x} + 2$)

Mr. Hilal Hussein

هلال حسين

اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله. 15

المساحة السطحية للأجسام الدورانية:-

$$S = \int_a^b 2\pi f(x) \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

$$S = \int_c^d 2\pi f(y) \sqrt{1 + (f'(y))^2} dy$$

(1) أوجد مساحة المنطقة الناتجة من دوران منحنى الدالة

$f(x) = \sqrt{x+1} : 1 \leq x \leq 5$... حول المحور x

الجواب (وحدة مساحة $S = \frac{49\pi}{3}$)

Mr. Hilal Hussein

أ. هلال حسين

اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله. 16

(2) أوجد مساحة المنطقة الناتجة من دوران منحنى الدالة

$$x = \sqrt{y} - \frac{1}{3}y^{\frac{3}{2}} : 1 \leq y \leq 4$$

حول المحور y

الجواب (وحدة مساحة $s = \frac{16\pi}{9}$)

Mr. Hilal Hussein

هلال حسين

اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله. 17

الحجوم الدورانية:-

$$v = \int_a^b \pi(f(x))^2 dx = \int_a^b A(x) dx$$

$$v = \int_c^d \pi(f(y))^2 dy = \int_a^b A(y) dy$$

(1) أوجد حجم الناتج من دوران $y = x^3$, $x = 2$, $y = 0$

دورة كاملة حول محور x

الجواب (وحدة حجم $\frac{128\pi}{7}$)

Mr. Hilal Hussein

أ. هلال حسين

اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله. 18

(2) أوجد حجم الناتج من دوران المنطقة في الربع الأول

$$y = 2 \sin x, y = 2$$

دورة كاملة حول $y = 2$

الجواب (وحدة حجم) $(v = \pi(3\pi - 8))$

Mr. Hilal Hussein

أ. هلال حسين

اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله. ١٩

(3) أوجد حجم الناتج من دوران المنطقة

$$x = \frac{2}{y+1}, x = 0, y = 0, y = 3$$

دورة كاملة حول محور y

الجواب (وحدة حجم $v = 3\pi$)

Mr. Hilal Hussein

هلال حسين

اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله.

(4) أوجد حجم الناتج من دوران المنطقة دورة كاملة لمنحني الدالة

$$y = 2x, y = 0, x = 1$$

حول $x = 1$

الجواب (وحدة حجم) $v = \left(\frac{2\pi}{3}\right)$

Mr. Hilal Hussein

هلال حسين

اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله. 11

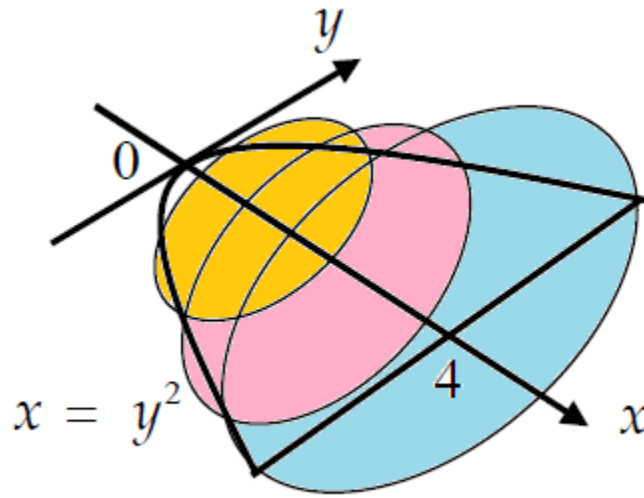
أوجد صيغة المساحة $A(x)$ لمقاطع عرضية في مجسم . متعامدة على محور x :

(1) يقع المجسم بين مستويين متعامدين على المحور x عند $x = 4$, $x = 0$

والمقاطع العرضية متعامدة على محور x

بين هذين المستويين . وتتحصر بين $y = \sqrt{x}$, $y = -\sqrt{x}$

المقاطع العرضية هي أقراص دائرية أقطارها في المستوي xy

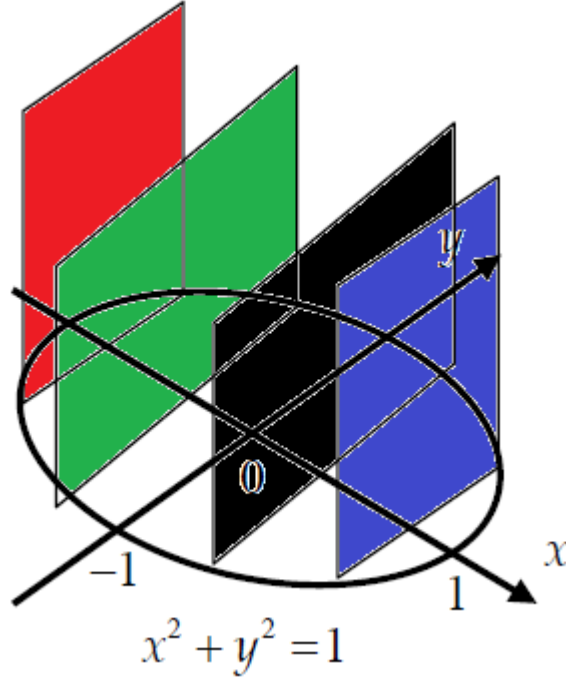


Mr. Hilal Hussein

هلال حسين

اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله. 12

(2) المقاطع العرضية هي مربعات قواعدا في المستوي xy

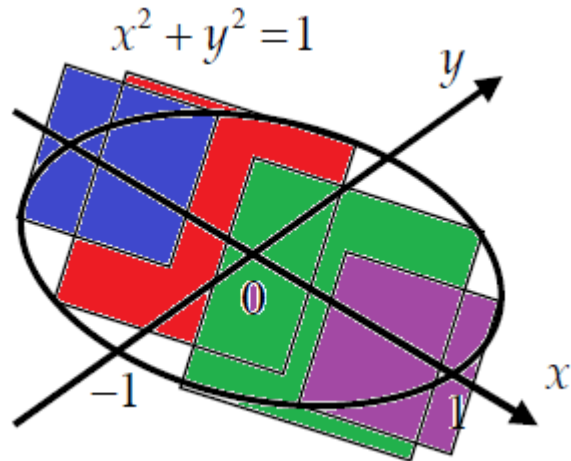


Mr. Hilal Hussein

أ. هلال حسين

اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله. 13

(3) المقاطع العرضية هي مربعات أقطارها في المستوي xy

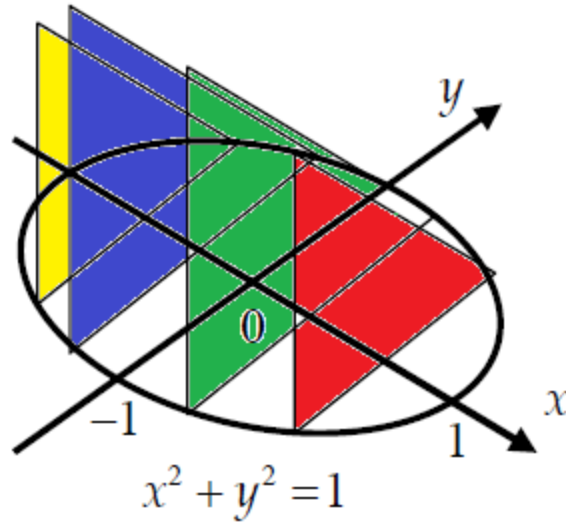


Mr. Hilal Hussein

أ. هلال حسين

اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله. 14

(4) المقاطع العرضية هي ماثبات متساوية الأضلاع قواعدها في المستوي xy



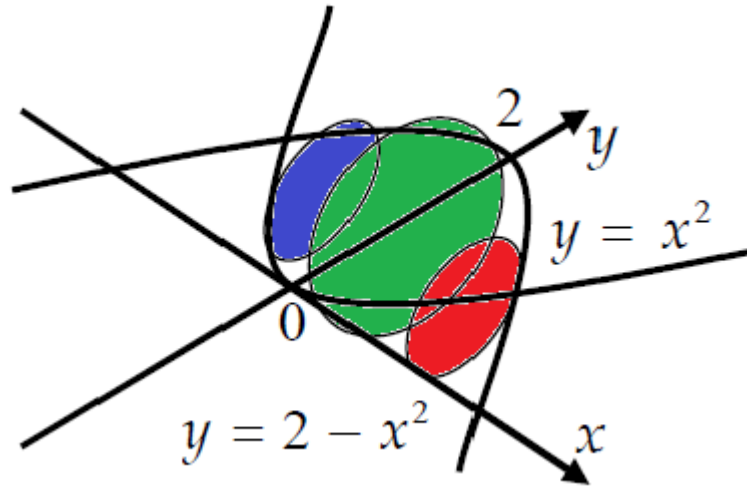
Mr. Hilal Hussein

أ. هلال حسين

اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله. 15

أوجد حجم الجسم بالطريقة التحليلية

يقع الجسم بين مستويين عموديين على محور السيني عند $x = -1$, $x = 1$ المقاطع العرضية العمودية على
المحور السيني هي أقراص دائرية أقطارها واقعة بين القطع المكافئ $y = x^2$ والقطع المكافئ $y = 2 - x^2$



Mr. Hilal Hussein

أ. هلال حسين

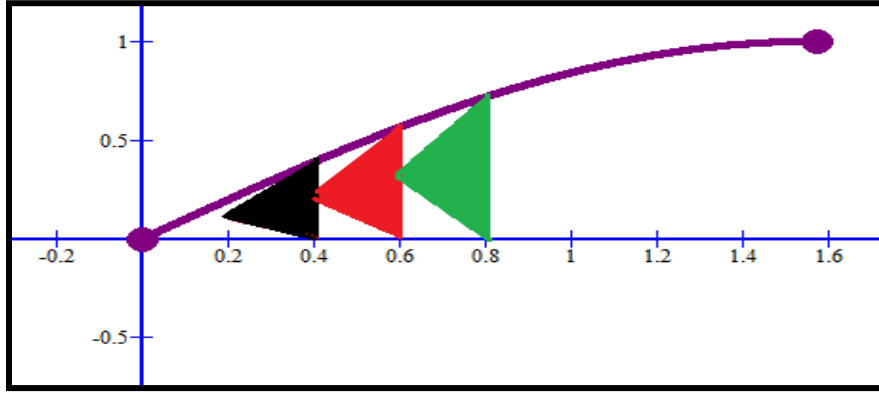
اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله. 16

أوجد المجسم الذي يقع بين مستويين عمودي علي

الخطور السيني عند $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$ والمقاطع العرضية

العمودية علي المحور السيني في الفترة $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ هي مثلثات متطابقة الأضلاع

قواعدها في المستوي xy ومحصورة محور بين السينات والمنحني $f(x) = \sin x$



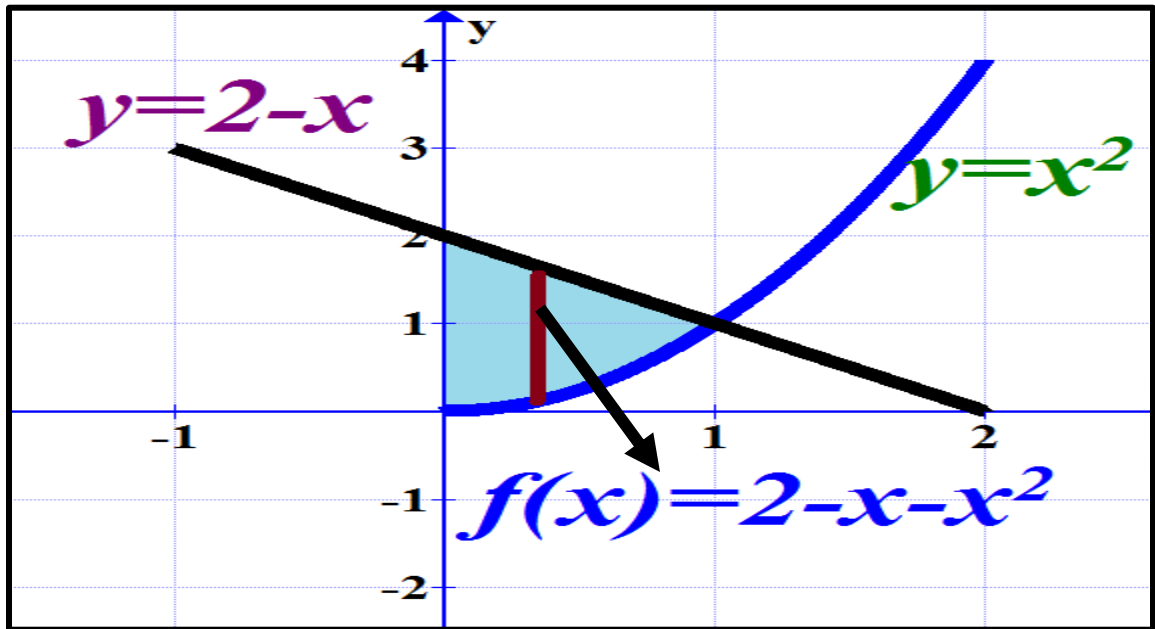
Mr. Hilal Hussein

هلال حسين

اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله.

الأحجام بالأصداف الأسطوانية :-

أستخدم طريقة الأصداف الأسطوانية لإيجاد حجم الجسم الذي تكون
بدوران المنطقة المحدودة بالتمثيلين البيانيين $y = x^2$, $y = 2 - x$
حول محور y



(وحدة حجم $\frac{5\pi}{6}$)

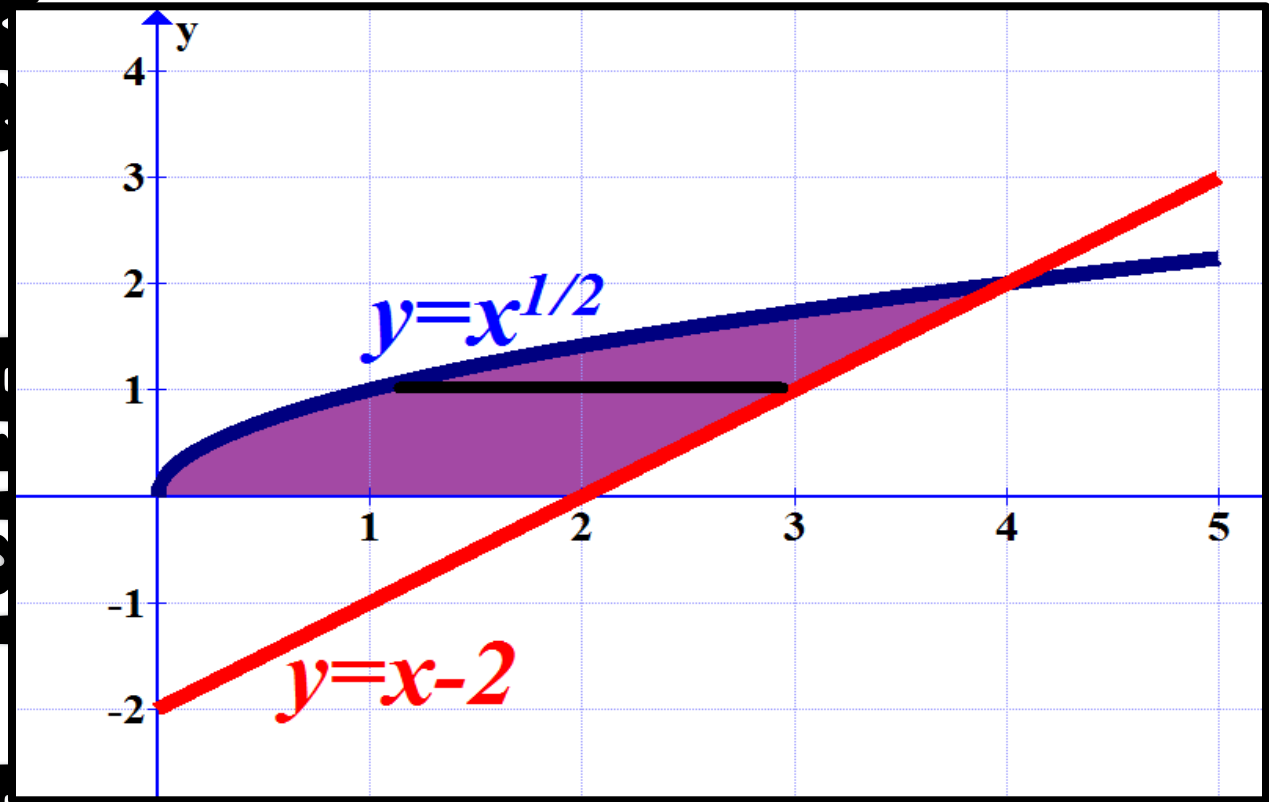
Mr. Hilal Hussein

حلال حسين

اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله. 8

أستخدم طريقة الأصداف الأسطوانية لإيجاد حجم الجسم الذي تكون
بدوران المنطقة المحدودة بالتمثيلين البيانيين $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$, $y = 0$

حول محور x

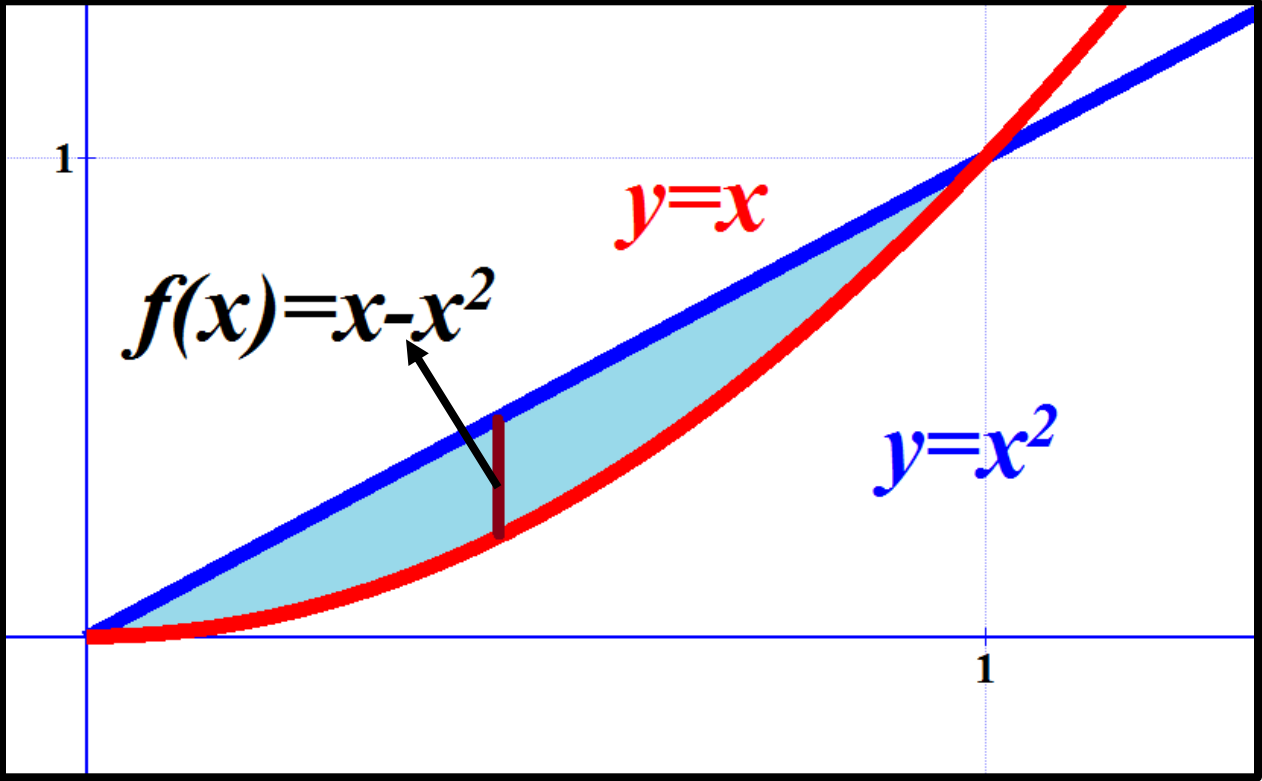


(وحدة حجم $\frac{16\pi}{3}$)

اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله.

أستخدم طريقة الأصداف الأسطوانية لإيجاد حجم الجسم الذي تكون
بدوران المنطقة المحدودة بالتمثيلين البيانيين $y = x^2, y = x - 2$

حول محور y



Mr. Hlail Hussein

حلل حسين

اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله.

أ. هلال حسين

مع أطيب التمنيات بالتوفيق والنجاح
أ. هلال حسين أحمد
مدرسة توام النموذجية الخاصة

مع الإعتذار الشديد للسهو

Mr. Hilal Hussein

اللهم لك الحمد كله وإليك يرجع الأمر كله , فاغفر لنا ذنوبنا كله وأصلح لنا شأننا كله. 1