الدرس 0-2 الأعداد الحقيقية

الهدف:

- تصنيف الأعداد الحقيقية واستخدامها.

مفردات جديدة

العدد الموجب (positive number)
العدد السالب (negative number)
العدد الطبيعي (natural number)
العدد الكلي (whole number)
العدد الصحيح (integer)
العدد النسبي (rational number)
الجذر التربيعي (square root)
الجذر التربيعي الأساسي (principal square root)
المربع الكامل (perfect square)
العدد غير النسبي (irrational number)
العدد الحقيقي (real number)
التمثيل البياني (graph)
الإحداثي (coordinate)

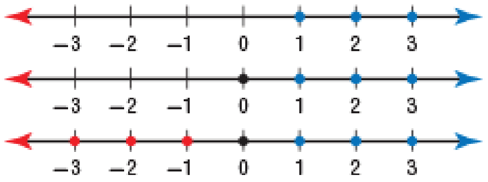
يمكن استخدام خط أعداد لإظهار مجموعات من الأعداد الطبيعية والأعداد الكلية والأعداد الصحيحة والأعداد النسبية. القيم الأكبر من 0 أو **الأعداد الموجبة** مدرجة إلى يمين الصفر والقيم الأقل من 0 أو **الأعداد السالبة** مدرجة إلى يسار الصفر.

الأعداد الطبيعية: 1, 2, 3, …

الأعداد الكلية: 0, 1, 2, 3, …

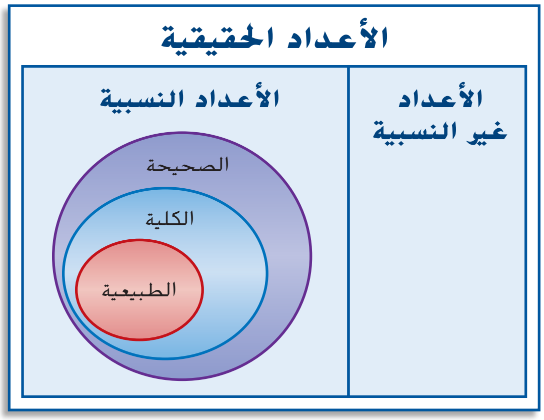
الأعداد الصحيحة: … , −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, …

الأعداد النسبية: أعداد يمكن التعبير عنها على شكل $\frac{a}{b}$، حيث a وb عددان صحيحان و$b \neq 0$



الجذر التربيعي هو أحد العاملين المتساويين لعدد. على سبيل المثال، الجذر التربيعي للعدد 64. ويُكتب بشكل $\sqrt{64}$ ، هو 8 لأن 8 x 8 أو 8^2 تبلغ 64. الجذر التربيعي غير السالب لعدد هو **الجذر التربيعي الأساسي**. الجذر التربيعي الآخر للعدد 64 هو −8 بما أن (−8) x (−8) أو $(-8)^2$ تساوي 64 أيضًا. ويُعرف العدد 64 الذي له جذر تربيعي عبارة عن عدد نسبي، باسم **المربع الكامل**. الجذور التربيعية لمربع كامل تُسمى أعدادًا نسبية.

العدد مثل $\sqrt{3}$ هو الجذر التربيعي لعدد ليس مربعًا كاملاً. لا يمكن التعبير عنه بكسر عشري منتهٍ أو دوري؛ $\sqrt{3} \approx 1.73205....$ الأعداد التي لا يمكن التعبير عنها بكسور عشرية منتهية أو دورية أو بصيغة $\frac{a}{b}$، حيث a وb عددان صحيحان و$b \neq 0$. تُسمى **الأعداد غير النسبية**. تشكل الأعداد غير النسبية والأعداد النسبية معًا مجموعة **الأعداد الحقيقية**.



مثال 1 تصنيف الأعداد الحقيقية

قم بتسمية مجموعة أو مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد حقيقي.

a. $\frac{5}{22}$

لأن 5 و22 عددان صحيحان و$5 \div 22 = 0.2272727... = 0.2\overline{27}$، وهو كسر عشري دوري، فهذا العدد نسبي.

b. $\sqrt{81}$

لأن $9 = \sqrt{81}$، هذا العدد طبيعي وكلي وصحيح ونسبي.

c. $\sqrt{56}$

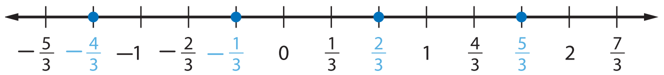
لأن $\sqrt{56} = 7.48331477...$، فهو ليس كسرًا عشريًا دوريًا أو ليس منتهيًا. وهذا العدد غير نسبي.

يعني تصميم **تمثيل بياني** لمجموعة من الأعداد أن يتم رسم النقاط التي تسميها تلك الأعداد أو تمثيلها على خط أعداد. العدد الذي يقابل نقطة على خط أعداد يُسمى **إحداثي** تلك النقطة. الأعداد النسبية والأعداد غير النسبية تستكمل خط الأعداد.

مثال 2 تمثيل الأعداد الحقيقية بيانيًا وترتيبها

مثل بيانيًا كل مجموعة من الأعداد على خط الأعداد. ثم رتّب الأعداد من الأصغر إلى الأكبر.

a. $\left\{\frac{5}{3}, -\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right\}$

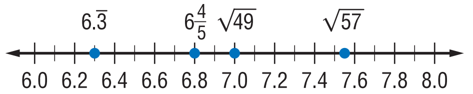


الترتيب من الأصغر إلى الأكبر $-\frac{4}{3}, -\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}$

b. $\left\{6\frac{4}{5}, \sqrt{49}, 6.\overline{3}, \sqrt{57}\right\}$

عبّر عن كل عدد في صورة كسر عشري. ثم رتِّب الكسور العشرية.

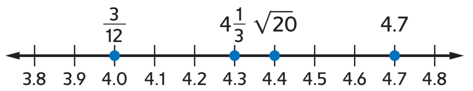
$6\frac{4}{5} = 6.8$ $\quad \sqrt{49} = 7$ $\quad 6.\overline{3} = 6.33333333...$ $\quad \sqrt{57} = 7.5468344...$



الترتيب من الأصغر إلى الأكبر $6.\overline{3}, 6\frac{4}{5}, \sqrt{49}, \sqrt{57}$

c. $\left\{\sqrt{20}, 4.7, \frac{12}{3}, 4\frac{1}{3}\right\}$

$\sqrt{20} = 4.47213595...$ $\quad 4.7 = 4.7$ $\quad \frac{12}{3} = 4.0$ $\quad 4\frac{1}{3} = 4.33333333...$



الترتيب من الأصغر إلى الأكبر $\frac{12}{3}, 4\frac{1}{3}, \sqrt{20}, 4.7$

يمكن كتابة أي كسر عشري دوري على شكل كسر.

مثال 3 كتابة كسور عشرية دورية على شكل كسور

اكتب $0.\overline{7}$ على هيئة كسر في أبسط صورة.

الخطوة 1

افترض أن N تمثل الكسر الدوري.	$N = 0.777...$
رقم واحد فقط هو الذي يتكرر، فاضرب كل طرف في 10.	$10N = 10(0.777...)$
حوّل إلى أبسط صورة.	$10N = 7.777...$

الخطوة 2 اطرح N من $10N$ لإزالة الجزء المتكرر في العدد.

$10N = 7.777...$

$-(N = 0.777...)$

اطرح.	$9N = 7$
اقسم كل طرف على 9.	$\frac{9N}{9} = \frac{7}{9}$
حوّل إلى أبسط صورة.	$N = \frac{7}{9}$

يمكن استخدام المربعات الكاملة لتبسيط جذور تربيعات الأعداد النسبية.

نصيحة دراسية

المربعات الكاملة احتفظ بقائمة للمربعات الكاملة في دفترك. راجعها عندما تحتاج إلى تبسيط جذر تربيعي.

مفهوم أساسي المربع الكامل

الشرح الأعداد النسبية ذات الجذور التربيعية التي هي عبارة عن أعداد نسبية.

أمثلة 25 مربع كامل بما أن $\sqrt{25} = 5$

144 مربع كامل بما أن $\sqrt{144} = 12$

مثال 4 تبسيط الجذور

حوّل كل جذر تربيعي لأبسط صورة.

a. $\sqrt{\frac{4}{121}}$

$\sqrt{\frac{4}{121}} = \sqrt{\left(\frac{2}{11}\right)^2}$ $\quad 2^2 = 4,\ 11^2 = 121$

$= \frac{2}{11}$ $\quad$ حوّل لأبسط صورة.

b. $-\sqrt{\frac{49}{256}}$

$-\sqrt{\frac{49}{256}} = -\sqrt{\left(\frac{7}{16}\right)^2}$ $\quad 7^2 = 49,\ 16^2 = 256$

$= -\frac{7}{16}$

يمكنك تقدير الجذور التي ليست مربعات كاملة.

مثال 5 تقدير الجذور

أوجد أقرب تقدير لكل جذر تربيعي إلى أقرب عدد كلي.

a. $\sqrt{15}$

أوجد المربعين الكاملين الأقرب للعدد 15. اذكر بعض المربعات الكاملة.

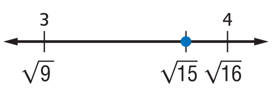
1, 4, 9, 16, 25, 36, ...

يقع العدد 15 بين 9 و16

$9 < 15 < 16$ $\quad$ اكتب متباينة.

$\sqrt{9} < \sqrt{15} < \sqrt{16}$ $\quad$ خذ الجذر التربيعي لكل عدد.

$3 < \sqrt{15} < 4$ $\quad$ حوّل لأبسط صورة.



بما أن 15 أقرب إلى 16 من 9. فالتقدير الأفضل للعدد الكلي في $\sqrt{15}$ هو 4.

b. $\sqrt{130}$

أوجد المربعين الكاملين الأقرب للعدد 130. اذكر بعض المربعات الكاملة.

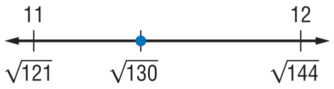
81, 100, 121, 144

يقع العدد 130 بين 121 و144.

$121 < 130 < 144$ اكتب متباينة.

$\sqrt{121} < \sqrt{130} < \sqrt{144}$ خذ الجذر التربيعي لكل عدد.

$11 < \sqrt{130} < 12$ حوّل لأبسط صورة.



بما أن 130 أقرب إلى 121 منها إلى 144. إذًا، أفضل تقدير للعدد الصحيح الناتج عن $\sqrt{130}$ هو 11.

تحقق $\sqrt{130} \approx 11.4018$ استخدم حاسبة.

بالتقريب إلى أقرب عدد كامل، $\sqrt{130}$ هو 11. إذًا، التقدير صحيح.

نصيحة دراسية

رسم تمثيل بياني يساعدك التمثيل البياني لعدد على خط أعداد في تحليل تقديرك للتأكد من دقته.

تدريبات

قم بتسمية مجموعة أو مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد حقيقي.

1. $-\sqrt{64}$
2. $\frac{8}{3}$
3. $\sqrt{28}$
4. $\frac{56}{7}$
5. $-\sqrt{22}$
6. $\frac{36}{6}$
7. $-\frac{5}{12}$
8. $\frac{18}{3}$
9. $\sqrt{10.24}$
10. $\frac{-54}{19}$
11. $\sqrt{\frac{82}{20}}$
12. $-\frac{72}{8}$

مثل بيانيًا كل مجموعة من الأعداد على خط الأعداد. ثم رتّب الأعداد من الأصغر إلى الأكبر.

13. $\left\{\frac{7}{5}, -\frac{3}{5}, \frac{3}{4}, -\frac{6}{5}\right\}$
14. $\left\{\frac{1}{2}, -\frac{7}{9}, \frac{1}{9}, -\frac{4}{9}\right\}$
15. $\left\{2\frac{1}{4}, \sqrt{7}, 2.\overline{3}, \sqrt{8}\right\}$
16. $\left\{\frac{4}{5}, \sqrt{2}, 0.\overline{1}, \sqrt{3}\right\}$
17. $\left\{-3.5, -\frac{15}{5}, -\sqrt{10}, -3\frac{3}{4}\right\}$
18. $\left\{\sqrt{64}, 8.8, \frac{26}{3}, 8\frac{2}{7}\right\}$

اكتب كل كسر عشري دوري في صورة كسر في أبسط صورة.

19. $0.\overline{5}$
20. $0.\overline{4}$
21. $0.\overline{13}$
22. $0.\overline{21}$

حوّل كل جذر تربيعي لأبسط صورة.

23. $-\sqrt{25}$
24. $\sqrt{361}$
25. $\pm\sqrt{36}$
26. $\sqrt{0.64}$
27. $\pm\sqrt{1.44}$
28. $-\sqrt{6.25}$
29. $\sqrt{\frac{16}{49}}$
30. $\sqrt{\frac{169}{196}}$
31. $\sqrt{\frac{25}{324}}$

أوجد أقرب تقدير لكل جذر إلى أقرب عدد صحيح.

32. $\sqrt{112}$
33. $\sqrt{252}$
34. $\sqrt{415}$
35. $\sqrt{670}$