

McGraw-Hill Education

الرياضيات

المنهج العام

نسخة الإمارات العربية المتحدة



Mc
Graw
Hill

Project: McGraw-Hill Education United Arab Emirates Edition Grade 08 Integrated Math T3

- FM. Front Matter, from Glencoe Math Course 3 Vol 2 © 2015
MPH. Mathematical Practices Handbook, from Glencoe Math Course 3 Vol 2 © 2015
U5. Statistics and Probability, from Glencoe Math Course 3 Vol 2 Unit 05 © 2015
9. Scatter Plots and Data Analysis, from Glencoe Math Course 3 Vol 2 Chapter 09 © 2015
10. Tools of Geometry, from Integrated Math I Chapter 10 © 2012
11. Quadrilaterals, from Integrated Math II Chapter 8 © 2012
12. Set Theory, from Math in Our World Chapter 2 © 2019
EM. End Matter/Glossary, from Glencoe Math Course 3 Vol 2 © 2015

صورة الغلاف: VikaSuh/Shutterstock.com

mheducation.com/prek-12



جميع الحقوق محفوظة © للعام 2020 لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

جميع الحقوق محفوظة. لا يجوز إعادة إنتاج أي جزء من هذا المنشور أو توزيعه في أي صورة أو بأي وسيلة كانت أو تخزينه في قاعدة بيانات أو نظام استرداد من دون موافقة خطية مسبقة من McGraw-Hill Education. بما في ذلك، على سبيل المثال لا الحصر، التخزين على الشبكة أو الإرسال عبرها أو البث لأغراض التعليم عن بُعد.

الحقوق الحصرية للتصنيع والتصدير عائدة لمؤسسة McGraw-Hill Education. لا يمكن إعادة تصدير هذا الكتاب من البلد الذي باعته له McGraw-Hill Education. هذه النسخة الإقليمية غير متاحة خارج أوروبا والشرق الأوسط وإفريقيا.

النسخة الإلكترونية

طُبِعَ في دولة الإمارات العربية المتحدة.

رقم النشر الدولي: 978-1-52-689913-2 (نسخة الطالب)
MHID: 1-52-689913-2 (نسخة الطالب)
رقم النشر الدولي: 978-1-52-689915-6 (نسخة المعلم)
MHID: 1-52-689915-9 (نسخة المعلم)

رقم النشر الدولي: 978-1-52-689903-3 (نسخة الطالب)
MHID: 1-52-689903-5 (نسخة الطالب)
رقم النشر الدولي: 978-1-52-689905-7 (نسخة المعلم)
MHID: 1-52-689905-1 (نسخة المعلم)

1 2 3 4 5 6 7 8 9 XXX 22 21 20 19 18 17



صاحب السّمو الشّيخ خليفة بن زايد آل نهيان
رئيس دولة الإمارات العربيّة المتّحدة، حفظه الله

**”يجب التزوّد بالعلوم الحديثة والمعارف الواسعة، والإقبال عليها
بروح عالية ورغبة صادقة؛ حتى تتعمّن دولة الإمارات خلال
الألفيّة الثالثة من تحقيق نقلة حضاريّة واسعة.“**

من أقوال صاحب السّمو الشّيخ خليفة بن زايد آل نهيان

Term 3 AY 19/20
Online Learning

ملخص المحتوى

الوحدات مرتبة حسب المجال

تم ترتيب هذا الكتاب في وحدات بناءً على مجموعات تُسمى مجالات. تم تضمين معايير **م.م** الممارسات الرياضية طوال الدورة الدراسية.

الممارسات الرياضية **م.م**

كتيب الممارسات الرياضية



نظام الأعداد

الوحدة 1 الأعداد الحقيقية



التعبير والمعادلات

الوحدة 2 المعادلات ذات المتغير الواحد

الوحدة 3 المعادلات ذات المتغيرين



الدوال

الوحدة 4 الدوال



الهندسة

الوحدة 5 المثلثات ونظرية فيثاغورس

الوحدة 6 التحويلات

الوحدة 7 التطابق والتشابه

الوحدة 8 الحجم ومساحة السطح



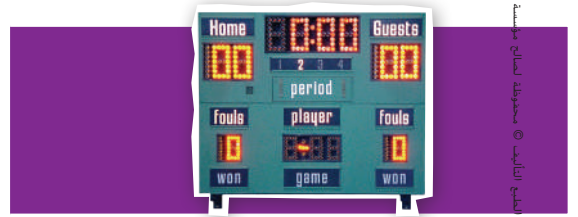
الإحصاء والاحتمالات

الوحدة 9 مخططات الانتشار وتحليل البيانات

الوحدة 10 أدوات الهندسة

الوحدة 11 الأشكال الرباعية

الوحدة 12 نظرية المجموعات

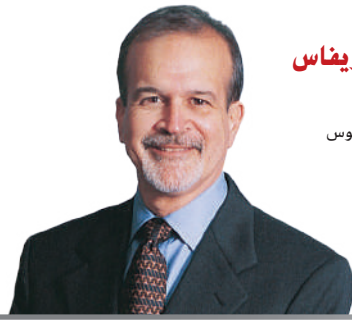


Chapter Sourced From: FIM Front Matter, from Glencoe Math Course 3 Vol. 2 © 2015 McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والنشر

تعرف على المؤلفين

المؤلفون الأساسيون

يضمن مؤلفونا الأساسيون أن برامج McGraw-Hill للرياضيات منظمة بشكل رأسي تمامًا، مع وضع الغاية نصب الأعين. ألا وهي النجاح في الجبر 1 والمراحل اللاحقة. ونظرًا لعملية "التخطيط العكسي" لمحتوى برامج المدارس الثانوية، فإن جميع برامجنا الرياضية موضحة بشكل جيد في نطاقها وتسلسلها.



الدكتور جيلبرت جيه كوفاس

أستاذ تعليم الرياضيات

جامعة ولاية تكساس - سان ماركوس
سان ماركوس، تكساس

مجالات الخبرة: استخدام

التكنولوجيا في تدريس
الهندسة



الدكتور جون إيه كارتر

مدير

مدرسة وسيتليك الثانوية
أوستن، تكساس

مجالات الخبرة: استخدام

التكنولوجيا والأدوات البدوية
لتصوّر المفاهيم؛ تحصيل الرياضيات
لمتعلمي اللغة الإنجليزية

في ذكرى

الدكتورة كارول مانوي

كانت الدكتورة مانوي مساندة متحمسة لتدريس الرياضيات وكانت تعمل أستاذة في جامعة نورث كارولينا، شابل هيل، وعضوًا في مجلس إدارة المجلس الوطني لتعليم الرياضيات (NCTM)، ورئيسة مؤسسة بنجامين بانكر (BBA)، وحاصلة على جائزة الإنجازات الحياتية في الرياضيات من مؤسسة بنجامين بانكر لعام 2013. وقد انضمت إلى McGraw-Hill في عام 1996. وكانت لمساهمتها دور في تعزيز تركيز برامجنا على حل المسائل الواقعية والمساواة بشكل كبير. وسنفتقد إلهامها وشغفها بالتعليم.



الدكتور روجر داي، معلم معتمد

من المجلس الوطني

قسم الرياضيات

جامعة ولاية إلينوي
نورمال، إلينوي

مجالات الخبرة: فهم وتطبيق

الاحتمالية والإحصاء،
والتدريس لتعليم الرياضيات



مؤلفو البرنامج



ماري إستر رينوزا
متخصصة في تدريس
الرياضيات الابتدائية
قطاع مدارس نورث سايد المستقل
سان أنطونيو، تكساس



الدكتورة. جلاديس كيرساينت
أستاذة تدريس الرياضيات، K-12
جامعة جنوب فلوريدا
تامبا، فلوريدا



كاثلين فيلهاير
استشارية الرياضيات،
سانت لويس، ميزوري



روبن سيلبي
موجهة واستشارية رياضيات،
جايترسبيرج، ميريلاند

مؤلف مشارك



دي. زاك
مؤلفة، واستشارية، ومبتكرة
أكاديمية دينا زاك؛ ومغامرات
دينا مايت، LP
سان أنطونيو، تكساس

الاستشاريون والمراجعون

كان لهؤلاء الخبراء أبلغ الأثر في تقديم إسهامات واقتراحات قيمة لتحسين مدى فاعلية تعليم الرياضيات.

الاستشاريون

تقنيات التعليم

تشيريل كوني

المعلمة

أفضل معلمة بفلوريدا لعام 2011
تأهلت إلى التصنيفات النهائية على
أفضل معلمة في البلاد عام 2011
فيرو بيتش، فلوريدا

الدكتور أستوسي "توسي" هيرومي

أستاذ مشارك

جامعة وسط فلوريدا
أورلاندو، فلوريدا

جيمس جارفيث

مدير قسم العلوم والتكنولوجيا
مدرسة توماس جيفرسون الثانوية
أليكساندريا، فيرجينيا

كاثي شروك

متخصصة في التقنيات التعليمية
إيستهام، ماساتشوستس

مشاركة الأسرة

بول جيجانتي الابن

مدير مجلس كاليفورنيا للرياضيات،
التواصل مع الآباء
مجلس كاليفورنيا للرياضيات
ألباني، كاليفورنيا

الاستجابة للتدخل (Rti)

مارجريت أيه سيرل

رئيسة شركة Searle Enterprises, Inc
بيريسبرج، أوهايو

متعلمو اللغة الإنجليزية (ELL)

كاثرين هاينز

أستاذ مشارك

جامعة هاملين، كلية التربية
سينت بول، مينيسوتا

الواجب المنزلي

ريتشارد دابلو هيريج

مستشار تعليمي

الدولية للخدمات الاستشارية
ريجينيا، ساكاشيان

تعليم العلوم والتكنولوجيا والهندسة

والرياضيات

سيلست بين

مديرة

مركز خدمة التعليم الهندسي

كليفتون، واشنطن

إيرلين براتون

منسقة دمج المناهج الدراسية
روجرز، مينيسوتا

الدكتور سيندي هوفنر موس

مديرة تعليم العلوم والتكنولوجيا والهندسة
والرياضيات
مدارس تشارلوت ماكلينبورج
ماونت هول، كارولينا الشمالية

الفهم عبر التصميم

Understanding by Design (Ubd)

جاي ماك تاي

مؤلف ومستشار تعليمي
كولومبيا، ميريلاند
تعد Understanding by Design® علامة تجارية
مسجلة لاتحاد الإشراف وتطوير المناهج الدراسية
("ASCD").

حل المسائل

الدكتور ستين كروليك

حاصل على جائزة الإنجازات الحياتية في
الرياضيات من المجلس الوطني لمعلمي
الرياضيات لعام 2011
أستاذ شرفي في تدريس الرياضيات
جامعة تمبل
فيلادلفيا، بنسلفانيا

موهوبة ونابعة

الدكتور شيلي كيه كول

مستشار الرياضيات

وزارة التعليم في ولاية كونيتيكت
هارتفورد، كونيتيكت

القرن الحادي والعشرون وتطوير

المهارات والمفردات

سوذي بيرز

رئيسة استشارية لدى شركة
Tools for Learning, Inc (أدوات تعليمية)
مؤلفة وممثلة اتحاد الإشراف على
المناهج الدراسية وتطويرها ASCD
جول، أيوا

تطوير المهارات

الدكتور تيموثي شاناهان

أستاذ التعليم في المناطق الحضرية
جامعة إلينوي بشيكاغو
شيكاغو، إلينوي

الدكتور دونالد آر بير

أستاذ

جامعة نيفادا، رينو
رينو، نيفادا

الدكتور دوجلاس فيشر

أستاذ مشارك في كلية التربية
قسم تعليم المدرسين
جامعة سان دييجو الحكومية
سان دييجو، كاليفورنيا

التقويم

شيريل روز توبي

مؤلفة واستشارية في التقويم
راندولف، ME

التعليم المتميز

جينيفر تايلور كوكس

مستشار تعليمي

Taylor-Cox Instruction

مؤسسة (تايلور-كوكس للتعليم)
سيفيرنا بارك، ميريلاند

المراجعون

**شوانا جي آنيكوي، اختصاصية تعليم،
معتدة من المجلس الوطني NBCT**

مدربة رياضيات النظراء
قطاع كليفلاند لمدارس المنطقة المتروبوليتية
كليفلاند، أوهايو

كيبيرلي بيس

معلمة رياضيات
مدرسة هولاند الابتدائية
سبرنجفيلد، ميسوري

كارين إم بروجي

مؤيدة للتدخل لتحسين بيئة تعلم الرياضيات
مدرسة تريسي الابتدائية
إيستون، بنسلفانيا

جيل كارلسون

مديرة مدرسة ابتدائية
مدرسة كراونهيل الابتدائية
بريميرتون، واشنطن

ليندا جي دانجويلو

مديرة المناهج التعليمية والتعليم
مدارس واناك
واناك، نيو جيرسي

باتريشيا إيرنيست

المدربة الإرشادية للرياضيات
قطاع مدارس بارك هيل
مدينة كنتساس، ميسوري

دانا فيرجسون

منسقة رياضيات K-12
مدارس كولومبيا العامة
كولومبيا، ميسوري

تنجانيكا فوستر

رئيسة قسم الرياضيات
مدرسة كولنزفيل الإعدادية
كولنزفيل، إلينوي

الدكتور روبرت جايلز

أستاذ تعليم الرياضيات
كلية هانتر/جامعة مدينة نيويورك
نيويورك، نيويورك

هيلين لوسيل هاييج، (RSM)

مشرف مساعد على مدارس
أبرشية سينسيناتي
سينسيناتي، أوهايو

دونا إم هاستي

مديرة المناهج التعليمية والتعليم
قطاع مدارس نورث هاليدون
نورث هاليدون، نيو جيرسي

كارين هينكيس

معلمة رياضيات
مدرسة بلوفيلد الإعدادية
بلوفيلد، فيرجينيا الغربية

لورا هانوفيس

معلمة مصادر الرياضيات
مدرسة هامبستيد الابتدائية
مدرسة لينتون سبرينجز الابتدائية
مقاطعة كارول، ميريلاند

ساندرا جينور

أستاذ مساعد تعليم الرياضيات/العلوم
كلية هانتر
نيويورك، نيويورك

جيل كارل

معلمة أولى
مدرسة ساوث الابتدائية
قطاع مدارس ماونت هبثي سيتي
سينسيناتي، أوهايو

تريسي إيه كيبال

منسقة قسم الرياضيات
مدرسة جلينورد الإعدادية
تشاتام، إلينوي

جينيفر ليدبيت

معلمة
مدرسة كراونهيل الابتدائية
بريميرتون، واشنطن

روبرت إيه ليفيان الابن

معلمة
مدرسة مود إس شيروود
الابتدائية
إسليب، نيويورك

ستيغاني لوفج

معلمة رياضيات/رئيسة
مجلس تطوير المقررات
مدرسة بليزنت فيو الإعدادية
سبرنجفيلد، ميسوري

سارا ماهوسكي

اختصاصية في الرياضيات
مدرسة تشيستون الابتدائية
إيستون، بنسلفانيا

مايكل آر مكجوان

مشرف المرحلة الابتدائية
مجلس تعليم مقاطعة أليجاني
كمبرلاند، ميريلاند

مارسي إي مايرز

معلمة مصادر الرياضيات
مدرسة روبرت موتون الابتدائية
ويستمنستر، ميريلاند

جيني آر بارسونز

معلمة رياضيات/مختصة في الرياضيات
مدرسة بالمر الابتدائية
إيستون، بنسلفانيا

كاري سايكس

رئيسة قسم الرياضيات، K-2
مدرسة شيروود الابتدائية
سبرنجفيلد، ميسوري

ليزا ستاركي

معلمة مصادر الرياضيات
مدرسة تانيتاون الابتدائية
تانيتاون، ميريلاند

رييكا جيه ويلكينز

مدربة رياضيات واختصاصية في المقررات
مدارس ساغيناو العامة
ساغيناو، ميتشيجان

هيشر يانجبلاد

معلمة
مدرسة شيروود الابتدائية
سبرنجفيلد، ميسوري

جان يوتز

اختصاصي في الرياضيات ومؤيد للتدخل
لتحسين بيئة تعلم الرياضيات
قطاع مدارس إيستون إيريا
إيستون، بنسلفانيا



الوحدة 1 الأعداد الحقيقية

- 4 ما الأدوات التي تحتاج إليها؟
5 ما الذي تعرفه حتى الآن؟
6 هل أنت مستعد؟

7 **الدرس 1** الأعداد النسبية

15 **الدرس 2** القوى والأسس

23 **الدرس 3** ضرب أحاديات الحد وقسمتها

31 **الدرس 4** القوى الأسية لأحاديات الحد

39 **استقصاء حل المسائل:**

الخطة ذات الخطوات الأربع

42 اختبار منتصف الوحدة

43 **الدرس 5** الأسس السالبة

51 **الدرس 6** الترميز العلمي

59 **الدرس 7** الحساب باستخدام الترميز العلمي

67 **مختبر الاستكشاف 1:** تقنية الحاسبة البيانية

الترميز العلمي باستخدام التقنية الحديثة

71 **الدرس 8** الجذور

79 **مختبر الاستكشاف 2:** جذور المربعات غير الكاملة

81 **الدرس 9** تقدير الجذور

89 **الدرس 10** مقارنة الأعداد الحقيقية

97 **مهن القرن الحادي والعشرين** في مجال الهندسة

99 مراجعة على الوحدة

101 مهمة تقييم الأداء

102 التفكير

103

مشروع 1

موسيقى تعزف في أذني

السؤال الأساسي

ما وجه الاستفادة من كتابة الأعداد بطرق مختلفة؟





الوحدة 2 المعادلات ذات المتغير الواحد

- 108 ما الأدوات التي تحتاج إليها؟
109 ما الذي تعرفه حتى الآن؟
110 هل أنت مستعد؟

111 **الدرس 1** حل المعادلات باستخدام المعاملات النسبية.

119 **مختبر الاستكشاف 1:** حل المعادلات المكونة من خطوتين
121 **الدرس 2** حل المعادلات المكونة من خطوتين

129 **الدرس 3** كتابة المعادلات المكونة من خطوتين

137 **استقصاء حل المسائل:**
الحل بترتيب عكسي

140 اختبار منتصف الوحدة

141 **مختبر الاستكشاف 2:** المعادلات التي تحتوي على متغيرات في كل طرف
145 **الدرس 4** حل المعادلات التي تحتوي على متغيرات في كل طرف

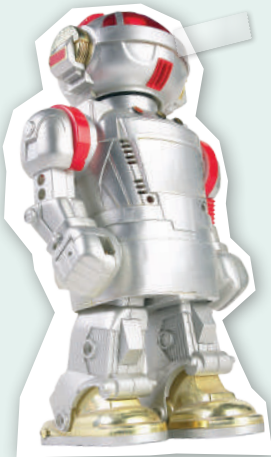
153 **الدرس 5** حل المعادلات المكونة من عدة خطوات

161 **مهن القرن الحادي والعشرين** في مجال التصميم

163 مراجعة على الوحدة
165 مهمة تقييم الأداء
166 التفكير

السؤال الأساسي

ما المقصود بالتكافؤ؟



الوحدة 3 المعادلات ذات المتغيرين

- 168 ما الأدوات التي تحتاج إليها؟
169 ما الذي تعرفه حتى الآن؟
170 هل أنت مستعد؟

- 171 **الدرس 1** معدل التغير الثابت
179 **مختبر الاستكشاف 1**: تقنية التمثيل البياني:
معدل التغير

- 181 **الدرس 2** الميل

- 189 **الدرس 3** المعادلات بصيغة $y = mx$

- 199 **الدرس 4** صيغة الميل والمقطع
207 **مختبر الاستكشاف 2**: مثلثات الميل

- 209 **الدرس 5** تمثيل خط مستقيم بيانياً باستخدام التناظرات

- 217 **استقصاء حل المسائل**: التخمين والتحقق والمراجعة

- 220 اختبار منتصف الوحدة

- 221 **الدرس 6** كتابة المعادلات الخطية

- 229 **مختبر الاستكشاف 3**: تقنية الحاسبة البيانية: تمثيل السلوك
الخطي

- 231 **مختبر الاستكشاف 4**: تقنية الحاسبة البيانية:
أنظمة المعادلات

- 233 **الدرس 7** حل أنظمة المعادلات باستخدام التمثيل البياني

- 243 **الدرس 8** حل أنظمة المعادلات جبرياً

- 251 **مختبر الاستكشاف 5**: تحليل أنظمة المعادلات

- 253 **مهن القرن الحادي والعشرين** في مجال الموسيقى

- 255 مراجعة على الوحدة

- 257 مهمة تقييم الأداء

- 258 التفكير

السؤال الأساسي

ما وجه الاستفادة من التمثيل البياني؟

259

مشروع 2

مقدمة لتصميم المواقع الإلكترونية 101





الوحدة 5

المثلثات ونظرية فيثاغورس

- 366 ما الأدوات التي تحتاج إليها؟
 367 ما الذي تعرفه حتى الآن؟
 368 هل أنت مستعد؟

- 369 **مختبر الاستكشاف 1:** المستقيبات المتوازية
 371 **الدرس 1** المستقيبات

- 379 **الدرس 2** البرهان الهندسي

- 387 **مختبر الاستكشاف 2:** المثلثات
 389 **الدرس 3** زوايا المثلثات

- 397 **الدرس 4** المضلعات والزوايا

- 405 **استقصاء حل المسائل:**
 البحث عن نمط

- 408 اختبار منتصف الوحدة

- 409 **مختبر الاستكشاف 3:** علاقات المثلث القائم
 411 **الدرس 5** نظرية فيثاغورس
 419 **مختبر الاستكشاف 4:** براهين نظرية فيثاغورس

- 423 **الدرس 6** استخدام نظرية فيثاغورس

- 431 **الدرس 7** المسافة على المستوى الإحداثي

- 439 **مهن القرن الحادي والعشرين** في مجال السفر والسياحة

- 441 مراجعة على الوحدة
 443 مهمة تقييم الأداء
 444 التفكير

السؤال الأساسي

كيف يمكن تطبيق المفاهيم الجبرية على الهندسة؟



الوحدة 6 التحويلات

- 446 ما الأدوات التي تحتاج إليها؟
447 ما الذي تعرفه حتى الآن؟
448 هل أنت مستعد؟

449 **مختبر الاستكشاف 1:** التحويلات
453 **الدرس 1** الإزاحة

461 **الدرس 2** الانعكاس

469 **استقصاء حل المسائل:**
مثلاً بنفسك

472 اختبار منتصف الوحدة

473 **مختبر الاستكشاف 2:** التماثل الدوراني
475 **الدرس 3** الدوران

483 **مختبر الاستكشاف 3:** التمدد
487 **الدرس 4** عمليات تغيير الأبعاد/ التمدد

495 **مهن القرن الحادي والعشرين**
في مجال الرسوم الحاسوبية المتحركة

497 مراجعة على الوحدة
499 مهمة تقييم الأداء
500 التفكير

السؤال الأساسي

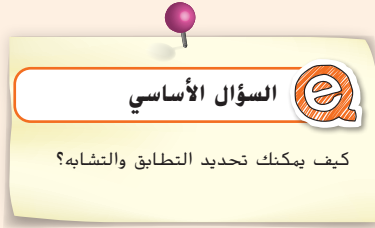
كيف يمكننا عرض أو وصف التغيير في موضع أو شكل على أفضل وجه؟

الوحدة 7

التطابق والتشابه



- 502 ما الأدوات التي تحتاج إليها؟
 503 ما الذي تعرفه حتى الآن؟
 504 هل أنت مستعد؟



- 505 **مختبر الاستكشاف 1:** تركيب التحويلات
 509 **الدرس 1:** التطابق والتحويلات

- 517 **مختبر الاستكشاف 2:** استكشاف المثلثات المتطابقة
 521 **الدرس 2:** التطابق

- 529 **استقصاء حل المسائل:**
 تصميم رسم تخطيطي

532 اختبار منتصف الوحدة

- 533 **مختبر الاستكشاف 3:** المثلثات المتشابهة
 535 **الدرس 3:** التشابه والتحويلات

543 **الدرس 4:** خصائص المضلعات المتشابهة

551 **الدرس 5:** المثلثات المتشابهة والقياس غير المباشر

559 **الدرس 6:** المثلثات المائلة والمتشابهة

567 **الدرس 7:** مساحة الأشكال المتشابهة ومحيطها

- 575 **مهن القرن الحادي والعشرين**
 تصميم السيارات

- 577 مراجعة على الوحدة
 579 مهمة تقييم الأداء
 580 التفكير



الوحدة 8 الحجم ومساحة السطح

- 582 ما الأدوات التي تحتاج إليها؟
583 ما الذي تعرفه حتى الآن؟
584 هل أنت مستعد؟

585 **مختبر الاستكشاف 1:** الأشكال ثلاثية الأبعاد
587 **الدرس 1** حجم الاسطوانة

595 **الدرس 2** حجم المخروط

603 **الدرس 3** حجم الكرة

611 **استقصاء حل المسائل:**
حل المسائل الأيسر

614 اختبار منتصف الوحدة

615 **مختبر الاستكشاف 2:** مساحة سطح الاسطوانة
617 **الدرس 4** مساحة سطح الاسطوانة

625 **مختبر الاستكشاف 3:** شبكة المخروط
629 **الدرس 5** مساحة سطح المخروط

637 **مختبر الاستكشاف 4:** تغيرات الأبعاد
639 **الدرس 6** تغيرات الأبعاد

647 **مهن القرن الحادي والعشرين**
الهندسة المعمارية

- 649 مراجعة على الوحدة
653 مهمة تقييم الأداء
654 التفكير

مشروع 4

صمّم هذه اللعبة!

السؤال الأساسي

ما وجه أهمية الصيغ في الرياضيات والعلوم؟



الوحدة 9

مخططات الانتشار وتحليل البيانات

- 656 ما الأدوات التي تحتاج إليها؟
657 ما الذي تعرفه حتى الآن؟
658 هل أنت مستعد؟

- 659 **مختبر الاستكشاف 1:** مخططات الانتشار
الدرس 1 مخططات الانتشار

- 671 **مختبر الاستكشاف 2:** المستقيبات الأفضل تمثيلاً
الدرس 2 المستقيبات الأفضل تمثيلاً
681 **مختبر الاستكشاف 3:** تقنية التمثيل البياني:
الارتباط الخطي وغير الخطي

- 685 **الدرس 3:** الجداول ذات المدخلين

- 693 **استقصاء حل المسائل:** استخدام التمثيل البياني

- 696 اختبار منتصف الوحدة

- 697 **الدرس 4:** الإحصاء الوصفي

- 705 **الدرس 5:** قياسات التباين

- 713 **الدرس 6:** تحليل توزيعات البيانات

- 721 **مهن القرن الحادي والعشرين** في التسويق

- 723 مراجعة على الوحدة
725 مهمة تقييم الأداء
726 التفكير

السؤال الأساسي

كيف يتم استخدام الأنماط عند المقارنة بين كميتين؟

WM1
FL1

النهارج
المطويات



727

مشروع 5

الألعاب الأولمبية

أدوات الهندسة

10

الوحدة

| | |
|-----|---|
| 731 | الاستعداد للوحدة 10 |
| 733 | 10-1 النقاط والمستقيمات والمستويات |
| 741 | التوسّع: مختبر الهندسة 1 وصف ما تراه |
| 742 | 10-2 القياس الخطي |
| 750 | التوسّع في الدرس الدقة والظبط |
| 753 | 10-3 المسافة ونقاط المنتصف |
| 764 | ■ اختبار منتصف الوحدة |
| 766 | 10-4 إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة |
| | التقويم |
| 774 | ■ دليل الدراسة والمراجعة |
| 777 | ■ تدريب على الاختبار |
| 778 | ■ التحضير للاختبارات المعيارية |
| 780 | ■ تدريب على الاختبارات المعيارية |

الأشكال الرباعية

11

الوحدة

- 783 الاستعداد للوحدة 11
- 785 11-1 زوايا المضلعات
- 794  التوسّع: مختبر ورقة البيانات 1 زوايا المضلعات
- 795 11-2 متوازي الأضلاع
- 804  الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيل البياني 2 متوازي الأضلاع
- 805 11-3 اختبارات متوازي الأضلاع
- 814  اختبار منتصف الوحدة
- 815 11-4 المستطيل
- 822 11-5 المعين والمربع
- 831 11-6 شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية
- التقويم
- 841  دليل الدراسة والمراجعة
- 845  تدريب على الاختبار
- 846  التحضير للاختبارات المعيارية
- 848  تدريب على الاختبارات المعيارية

نظرية المجموعات

12

الوحدة

| | | |
|-----|------|--|
| 852 | 12-1 | مقدمة في نظرية المجموعات |
| 860 | ■ | مجموعة التمارين |
| 865 | 12-2 | المجموعات الجزئية والعمليات على المجموعات |
| 873 | ■ | مجموعة التمارين |
| 876 | 12-3 | استخدام مخططات فن Venn لدراسة العمليات على المجموعات |
| 885 | ■ | مجموعة التمارين |
| 887 | 12-4 | استخدام المجموعات لحل المسائل |
| 894 | ■ | مجموعة التمارين |
| | | التقويم |
| 897 | ■ | تمارين المراجعة |
| 900 | ■ | اختبار على الوحدة |
| 901 | ■ | المشاريع |
| WM1 | | النماذج |
| FL1 | | المطويات |
| R1 | | الجدول المرجعية |

هذا الكتاب، الدورة التدريبية 3، تركز على ثلاث مساحات مهمة (1) تطبيق المعادلات على متغير واحد ومتغيرين؛ (2) استيعاب مفهوم الدالة واستخدام الدوال لوصف العلاقات الكمية؛ (3) تطبيق مبرهنة فيثاغورس ومفاهيم التشابه والتطابق.

المحتوى

نظام الأعداد

- معرفة أن هناك أعدادًا غير نسبية وتقريبها باستخدام الأعداد النسبية.

التعابير والمعادلات

- العمل مع الأسس الجذرية والصحيحة.
- إدراك الروابط بين علاقات التناسب والخطوط والمعادلات الخطية.
- تحليل وحل المعادلات الخطية وأزواج المعادلات الخطية الآتية.

الدوال

- تعريف الدوال وتقييمها ومقارنتها.
- استخدام الدوال لنمذجة العلاقات بين الكميات.

الهندسة

- فهم التطابق والتشابه باستخدام النماذج الفيزيائية والشفافيات والبرامج الهندسية.
- فهم مبرهنة فيثاغورس وتطبيقها.
- حل مسائل من الحياة اليومية ومسائل الرياضيات التي تتطلب حجم الأسطوانات والمخروطات والكرات.

الإحصاء والاحتمالات

- استقصاء أنماط الرابط في البيانات ذات المتغيرين.

الممارسات الرياضية

- 1 فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها
- 2 التفكير بطريقة تجريدية وبطريقة كمية
- 3 بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين
- 4 استخدام نماذج الرياضيات
- 5 استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية
- 6 مراعاة الدقة
- 7 محاولة إيجاد البنية واستخدامها
- 8 البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك

السؤال الأساسي



ما الممارسات التي تساعدني في تطوير وتوضيح فهم الرياضيات؟

الممارسات الرياضية



ستساعدك معايير الممارسات الرياضية في النجاح في حل المسائل واستخدام الرياضيات في حياتك اليومية بفاعلية.

كتيب الممارسات الرياضية

Term 3 AY 19/20
Online Learning

Chapter Sourced From: MP1, Mathematical Practices Handbook, from Glencoe Math Course 3 Vol 2 © 2015
US Statistics and Probability, from Glencoe Math Course 3 Vol 2 Unit 05 © 2015

مطور المحتوى والتأليف © محفوظة الحقوق
McGraw-Hill Education



٣٠٠ طوال هذا الكتيب، ستتعرف على كل من هذه الممارسات الرياضية وطريقة دمجها في وحدات ودروس هذا الكتاب.

⑤ التركيز على الممارسة الرياضية

استخدام أدوات الرياضيات

⑥ التركيز على الممارسة الرياضية

مراعاة الدقة

⑦ التركيز على الممارسة الرياضية

الاستفادة من البنية

⑧ التركيز على الممارسة الرياضية

استخدام نماذج الرياضيات

① التركيز على الممارسة الرياضية

المثابرة في حل المسائل

② التركيز على الممارسة الرياضية

التفكير بطريقة تجريدية وبطريقة كمية

③ التركيز على الممارسة الرياضية

بناء فرضية

④ التركيز على الممارسة الرياضية

استخدام نماذج الرياضيات

ضع علامة أسفل الوجه الذي يعبر عن مدى معرفتك بكل ممارسة رياضية. ثم اشرح ما تعنيه لك بأسلوبك.

😊 أعرفها!

😐 سمعت عنها.

😞 ليست لدي فكرة عن ذلك.

| الممارسات الرياضية | | | | |
|--------------------|---|---|---|-------------------|
| ما أعنيه لي | 😊 | 😐 | 😞 | الممارسة الرياضية |
| | | | | ① |
| | | | | ② |
| | | | | ③ |
| | | | | ④ |
| | | | | ⑤ |
| | | | | ⑥ |
| | | | | ⑦ |
| | | | | ⑧ |

المثابرة في حل المسائل

الممارسة الرياضية 1



فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

كيف أفهم طبيعة المسألة؟

إن تصميم خطة خطوة بخطوة واستخدامها في حل المسألة يشبه استخدام الإرشادات لتركيب قطعة من الأثاث. إذا اتبعت الإرشادات على النحو الصحيح، فستحظى بفرصة جيدة في الحصول على قطعة متماسكة من الأثاث. وكذلك حينما تفهم معنى المسألة، يمكنك اتخاذ القرار بشأن الإستراتيجية التي ستعمل أفضل في حلها. قد تحاول استخدام العديد من الإستراتيجيات ثم تسأل نفسك، "هل هذا الأمر يبدو مفهومًا؟"

لقد استخدمت سابقًا الخطة المكونة من أربع خطوات لحل المسألة خلال الدورات التدريبية السابقة. أكمل خريطة المفاهيم التي تعرض الخطوات الأربع المتبعة لحل المسألة المطروحة.

من بين 480 طالبًا في مدرسة الاتحاد للتعليم الأساسي، سافر ثلثهم خارج البلاد. سافر 15% من بين هؤلاء إلى أستراليا كم عدد الطلاب الذين لم يذهبوا إلى أستراليا؟

الخطوة 1. الفهم

ما الحقائق؟

الخطوة 2. التخطيط

ما الإستراتيجية التي ستستخدمها لحل المسألة السابقة؟

الخطوة 3. الحل

حل المسألة. بين خطواتك أدناه.

الخطوة 4. التحقق

كيف تعرف أن إجابتك منطقية؟

حل كل مسألة باستخدام نموذج حل المسائل المكون من أربع خطوات.

1. يعيش حوالي خمسين بالمئة من سكان ولاية ألاسكا في منطقة يبلغ نصف قطرها 50 ميلاً من مدينة أنكوريج. إذا كان إجمالي مساحة ألاسكا 586,412 ميلاً مربعاً. فما النسبة المئوية للمنطقة التي تقع ضمن 50 ميلاً من أنكوريج بالنسبة إلى إجمالي مساحة الأرض؟

الفهم ما المطلوب منك لإجاده؟ هل توجد أي معلومات لن تستخدمها؟

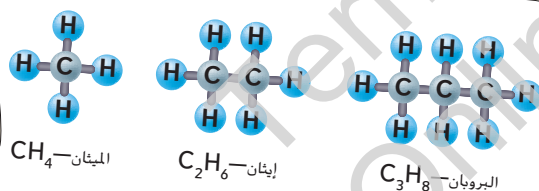
التخطيط هل وضعت خطة لكيفية حل هذه المسألة؟

الحل حل المسألة. بين خطواتك أدناه. ما الحل؟

التحقق هل إجابتك منطقية؟

تحقق

حل المسألة باستخدام إستراتيجية مختلفة للتحقق من عملك.



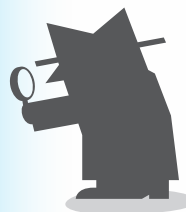
2. تم توضيح الجزيئات الثلاثة الأولى لعائلة معينة من الهيدروكربونات. كم عدد ذرات الهيدوجين (H) الموجودة في جزيء يحتوي على 6 ذرات كربون (C)؟

عنها في كتابك!



م.ر المشاورة في حل المسائل

أنظر إلى الوحدة 1. أعط مثلاً عن موضع استخدام الممارسة الرياضية 1. ثم اشرح وجه التوضيح في مثالك لهذه الممارسة الرياضية.



التفكير بطريقة تجريدية وبطريقة كميّة

الممارسة الرياضية 2

التفكير بطريقة تجريدية وبطريقة كميّة.

ماذا يعني التفكير بطريقة تجريدية وبطريقة كميّة؟

في الرياضيات، نقوم بحل مسائل من الحياة اليومية التي تمثل فيها الأعداد والمتغيرات في معادلة واحدة متساوية. وذلك يتطلب التفكير بطريقة كميّة.

فلنفترض أنك مُنحت بطاقة هدية بقيمة 25 AED لاستخدامها في أحد متاجر الموسيقى الإلكترونيّة. وكانت تكلفة شراء وتنزيل كل أغنية 1.95 AED. كم عدد الأغنيات التي يمكنك شراؤها؟

1. ما القيم الموجودة في المسألة التي نعرفها حتى الآن؟

2. ما الذي نحاول معرفته؟

3. ما الرمز الذي يمكننا استخدامه لتمثيل القيمة غير المعروفة؟

والآن وبعد أن تم تقسيم المسألة إلى قيم معروفة وغير معروفة، يمكننا استخدام الرموز لحل المسألة. وهذا هو التفكير بطريقة تجريدية.

4. اكتب معادلة لحل المسألة. اشرح ما تمثله كل كمية أو رمز.

5. استخدم معادلتك لحل المسألة وحدد حلك بعلامة. اشرح معنى الحل.

حان دورك!

اكتب معادلة وقم بحلها لكل من التالي.

6. أنت تعمل في فريق صيانة لأحد السائقين في سباق ناسكار. يزن البنزين 5.92 أرطال في كل جالون. يستخدم سائقك 0.25 جالون في الشوط الواحد. وللانطلاق إلى 42 شوطًا، وضعت 60 رطلاً من الوقود في خزان السيارة. هل سينهي سائقك السباق بنفس المعدل دون الحاجة إلى بتزين إضافي؟
a. ما القيم التي تعرفها حتى الآن؟ ما الذي نحاول معرفته؟

b. اكتب معادلة لإيجاد عدد الجالونات في 60 رطلاً من الوقود.

c. استخدم المعادلة لحل المسألة وشرح الحل.

| إجمالي التكلفة C (AED) | عدد الطلاب، S |
|---------------------------|---------------|
| | |
| | |
| | |
| | |

7. تم تحديد موعد رحلة أحد الفصول الدراسية إلى مدينة الملاهي. تبلغ أسعار دخول المجموعة AED 31 لكل طالب. وتكلفة موقف السيارات هي AED 18 لكل حافلة.

a. أكمل الجدول لتوضيح إجمالي التكلفة لـ 10 طلاب و 20 طالبًا و 30 طالبًا و 40 طالبًا وحافلتين.

b. اكتب معادلة لعرض التكلفة الإجمالية C إذا قامت حافلتان بتحمل S من الطلاب إلى الحديقة.

c. يوجد إجماليًا 78 طالبًا في الحافلة. فما إجمالي التكلفة؟ حدد حلك بعلامة وشرح المعنى.

عنها في كتابك!

التكبير بطريقة تجريدية

انظر إلى الوحدة 2. أعط مثالاً عن موضع استخدام الممارسة الرياضية 2. ثم اشرح وجه التوضيح في مثالك لهذه الممارسة.



بناء فرضية

الممارسة الرياضية 3

بناء فرضية عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

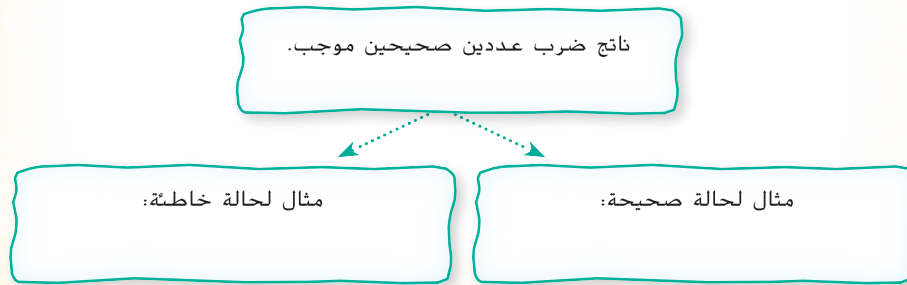
كيف أقوم ببناء فرضية عملية في حصة الرياضيات؟

لنفترض أن صديقك أخبرك أن تلفازه ذا الشاشة المسطحة ومستطيل الشكل له أقطار متطابقة لأنه ببساطة على شكل مستطيل. كيف تستطيع أن تطلب من صديقك تبرير حجته؟ يمكنك استخدام الاستدلال الاستقرائي أو الاستدلال الاستنتاجي. الاستدلال الاستقرائي يستخدم الأمثلة لاستخلاص النتائج، بينما يستخدم الاستدلال الاستنتاجي التعريفات أو القواعد أو الحقائق.

1. كيف تستطيع استخدام الاستدلال الاستقرائي لإثبات صحة العبارة التالية؟
جميع المستطيلات لها أقطار متطابقة.

2. كيف تستطيع استخدام الاستدلال الاستنتاجي لتثبت أن العبارة التالية خاطئة؟
كل زاوية في مثلث متساوي الأضلاع قياسها 90° .

3. أكمل خريطة المفاهيم لبيان أن العبارة المذكورة أدناه صحيحة في بعض الأحيان.



حان دورك!

بالنسبة لكل من العبارات التالية، حدد ما إذا كانت العبارة صحيحة دائماً أو في بعض الأحيان أو غير صحيحة على الإطلاق. علل إجابتك باستخدام الأمثلة أو الأمثلة المضادة.

4. مجموع العددين النسبيين هو عدد نسبي.

5. مجموع العددين الفرديين هو عدد فردي.

6. حجم الهرم أقل من حجم المنشور باستخدام نفس قياس القاعدة.

Term 3 AY 19/20
Online Learning

ابحث عنها في كتابك!

م-ر بناء فرضية

انظر إلى الوحدة 1. أعط مثالاً عن موضع استخدام الممارسة الرياضية 3، ثم اشرح وجه التوضيح في مثالك لهذه الممارسة الرياضية.



MP8 كتيب الممارسات الرياضية

استخدام نماذج الرياضيات

الممارسة الرياضية 4

استخدام نماذج الرياضيات.

كيف تتناسب الرياضيات مع مستقبك؟

بغض النظر عن المسار الوظيفي الذي تختاره، فمن المؤكد أنك تستخدم الرياضيات في وظيفتك أو مهنتك. تعمل خرائط المفاهيم على ترتيب الأفكار حتى تستطيع اتخاذ القرارات المستنيرة. يساعدك استخدام وفهم النماذج مثل التمثيلات البيانية والجداول في تبسيط أي موقف معقد والتعرف على الكميات المهمة في أي موقف من الحياة اليومية.

لنفترض أنك طبيب أو ممرض. توجه الوصفة الطبية المريض إلى تناول 2.5 CC (سنتيمتر مكعب) من الدواء لكل 50 رطلاً من وزن الجسم.

1. ما المهارة (المهارات) التي ستستخدمها لتحديد كمية الدواء الذي يجب أن تعطيه لشخص وزنه 125 رطلاً؟

2. ما كمية الدواء الذي يحتاجه مريض وزنه 125 رطلاً؟

3. ما المسار الوظيفي الذي تهتم به؟ ابحث عن هذه المهنة وأكمل خريطة المفاهيم الموجودة أسفل.

التعليم المطلوب

المهنة:

كيف يتم استخدام الرياضيات في هذه المهنة؟

حان دورك!

استخدم الأدوات المعطاة لحل كل مسألة.

| إجمالي المبلغ المدخر، S (AED) | أسبوع، W |
|---------------------------------|------------|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

4. أنت تدخر الأموال لشراء نظام ألعاب جديد. تلقيت 50 AED من أجدادك على شكل هدية عند نجاحك في الصف. وتتوي أن تدخر 25 AED بعد أسبوع من جرّ العشب.

a. الجداول أكمل الجدول لبيان إجمالي المبلغ المدخر بعد أسبوع واثنين و 3 و 4 و 5 أسابيع.

b. الرموز اكتب معادلة لبيان إجمالي المبلغ المدخر

S بعد W أسابيع.

c. الجبر استخدم المعادلة لتحديد إجمالي المبلغ المدخر بعد

17 أسبوعًا.

استخدم الجدول للتبرينين 5 و 6.

| حفلات راشد المثالية | | | |
|---------------------|--------------------------------------|------------------------|------------------------|
| تكلفة الإضافات | | تكلفة الطعام (لكل شخص) | |
| AED 250 | القاعة | AED 9.20 | المقبلات |
| AED 15 لكل منضدة | المفروشات | AED 18.30 | البوفيه |
| AED 60 لكل منضدة | بدل إيجار المناضد والمقاعد (8 مقاعد) | AED 25.75 | عشاء يقدم أثناء الجلوس |

5. استأجرت السيدة فاطمة مسق حفلات لتنسيق حفلة عشاء للسيدة نهى. حيث إنها ستستضيف 125 زائرًا وتريد أن تقدم لهم المقبلات وبوفيه عشاء. ما تكلفة الحفلة. قبل خصم الضرائب؟

6. تم إضافة 5% ضريبة مبيعات على فاتورة الحفلة. كما تريد السيدة فاطمة إضافة 18% بقشيشًا للنادلين.

سيتم حسابها قبل إضافة الضريبة. فماذا سيكون إجمالي تكلفة الحفلة؟

عنها في كتابك!

استخدام النماذج الرياضية

أنظر إلى الوحدة 1. أعط مثالاً عن موضع استخدام الممارسة الرياضية 4. ثم اشرح وجه التوضيح في مثالك لهذه الممارسة الرياضية.



استخدام الأدوات الرياضية

الممارسة الرياضية 5

استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.

كيف استخدم الأدوات والإستراتيجيات في حصة الرياضيات؟

يساعد استخدام الأدوات والإستراتيجيات الرياضية في بعض الأحيان في تسهيل حل المسائل إذا كنت تعرف أي أداة تستخدمها في موقف معين. الأدوات الرياضية هي أجسام مادية تستخدمها عند حل المسائل. فالورقة والقلم الرصاص والتكنولوجيا والآلات الحاسبة هي أمثلة على هذه الأدوات.

1. أدرج ثلاث أدوات أخرى تستطيع استخدامها في حل المسائل الرياضية.

إستراتيجيات الرياضيات تشبه المهارات أكثر أو هي القدرة على تطبيق معرفتك عن الرياضيات. بعض إستراتيجيات الرياضيات تكون الرياضيات الذهنية أو الحدس العددي أو التقدير أو تمثيل مخطط بياني أو حل المسائل البسيطة.

2. أدرج ثلاث إستراتيجيات أخرى تستطيع استخدامها في حل المسائل الرياضية.

3. أكمل خريطة المفاهيم.

| المسألة | الأداة | الإستراتيجية |
|---|--------|--------------|
| تريد أن تترك 20% اكرامية للنادل. | | |
| تريد أن تحدد طول مدة القيادة بالسيارة من أوستن إلى دالاس. | | |
| تتوقف في منتصف حل أي معادلة. | | |

جان دورك!

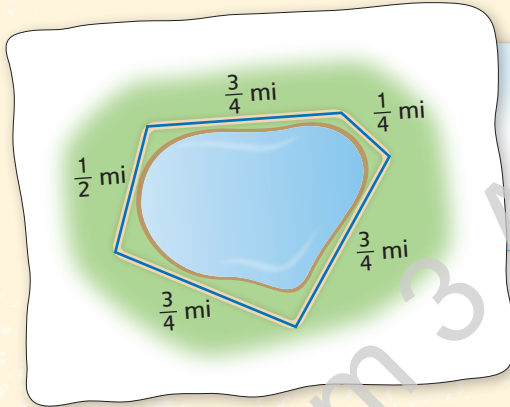
أدرج الأدوات والإستراتيجيات التي ستستخدمها لحل كل مسألة.
ثم قدم حلاً للمسألة.

| رئيس الفصل | |
|------------|-------|
| 10 | مروة |
| 8 | كرم |
| 20 | أسماء |
| 12 | سارة |

4. تم إجراء استطلاع للرأي قبل الانتخابات في فصل السيدة نهي.
وتم عرض نتائج رئيس الفصل في الجدول.

a. استناداً إلى استطلاع الرأي، إذا كان عدد الطلاب الموجودين في الصف الثامن 850 طالباً،
فكم عدد الأصوات التي ستحصل عليها أسماء.

b. يحتاج المرشح إلى الحصول على 51% من أصوات الناخبين للفوز بالانتخابات.
إذا أدلى جميع الطلاب بأصواتهم، فكم عدد الأصوات الإضافية التي تحتاجها أسماء للفوز؟



5. يمر المشاة المحيط ببحيرة على شكل خماسي مثل هذا الشكل الموضح.
إذا أردت شيماً أن تسير $4\frac{1}{2}$ من الكيلومترات، فكم عدد المرات التي
تحتاج إلى مشيها حول البحيرة؟

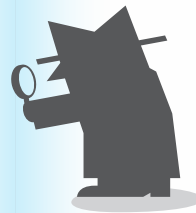
6. اكتب مسألة كلامية تتطلب استخدام المنقلة والآلة الحاسبة وإحدى الإستراتيجيات، مثل الرياضيات الذهنية أو التقدير.
ابحث عن حل لمسألتك وشرح كيف استخدمت الأدوات لحلها.

عنها في كتابك!



استخدام الأدوات الرياضية

انظر إلى الوحدة 1. أعط مثالاً عن موضع استخدام
الممارسة الرياضية 5. ثم اشرح وجه التوضيح في مثالك
لهذه الممارسة الرياضية.



مراعاة الدقة

الممارسة الرياضية 6

مراعاة الدقة.

ماذا يعني أن تكون دقيقًا؟

التواصل أمر مهم في حياتنا اليومية، سواء أكان في المدرسة أم في الرياضة أم في المنزل أم في التسامر مع الأصدقاء. إذا لم تستطع التعبير عن أفكارك بوضوح، فلن يعي أحد ما تعنيه! وكذلك الرياضيات تتطلب التواصل الواضح والدقيق باستخدام التسميات والرموز المناسبة والتعريفات الواضحة.

لنفترض أنك وأخاك تريدان طلاء جدارين في غرفة نومكما بلون جديد، وطول حجرة نومكما 4 مترًا وعرضها 5.4 مترًا وارتفاع سقفها 3 أمتار.

1. ما المهارة (المهارات) التي ستستخدمها لتعلم كمية الطلاء الذي تحتاجه؟

2. ما المعلومات التي تحتاج لمعرفةها لإجراء حساباتك؟

أنتما تقومان بطلاء جدارين متعامدين مع بعضهما البعض. لا يوجد بهما أبواب أو نوافذ. يغطي جالون الدهان حوالي 100 مترًا مربعًا.

3. ما مساحة حيز الحائط الذي ستطليانه؟ اذكر إجابتك.

4. ما مدى الدقة التي تتطلبها المساحة لتحديد كمية الطلاء الذي ستحتاجه؟ قم بتقريب المساحة وشرح السبب الذي جعلك تقوم بتقريب قيمة الموضع الذي تختاره.

5. كم عدد الجالونات التي تحتاجها؟ قم بتقريب المساحة إلى قيمة مناسبة للمكان واذكر إجابتك. اشرح التقريب الذي قمت به.

6. ارجع إلى الصفحة 7 في كتابك. ابحث عن المصطلح العدد النسبي وأكمل خريطة المفهوم لهذا المصطلح.

| | |
|---------------|--|
| التعريف | |
| الأنواع | |
| أمثلة | |
| لا توجد أمثلة | |

العدد النسبي

7. تأتي نماذج القطارات في مقاييس مختلفة، فنسبة مقياس HO لقطار ما تساوي 1:87، بينما تساوي نسبة مقياس Z للقطار 1:220. لنفترض أن طول نموذج المقياس Z لمحرك بخاري هو 62 ملليمترًا. فما طول نموذج المقياس HO لنفس المحرك؟ إلى أي قيمة مكانية يجب عليك تقريب المساحة؟ اشرح امتنتاجك.

ابحث عنها في كتابك!

م.ر. مراعاة الدقة

أنظر إلى الوحدة 1. أعط مثالاً عن موضع استخدام الممارسة الرياضية 6، ثم اشرح وجه التوضيح في مثالك لهذه الممارسة الرياضية.



استخدام البنية

الممارسة الرياضية 7

إيجاد البنية واستخدامها.

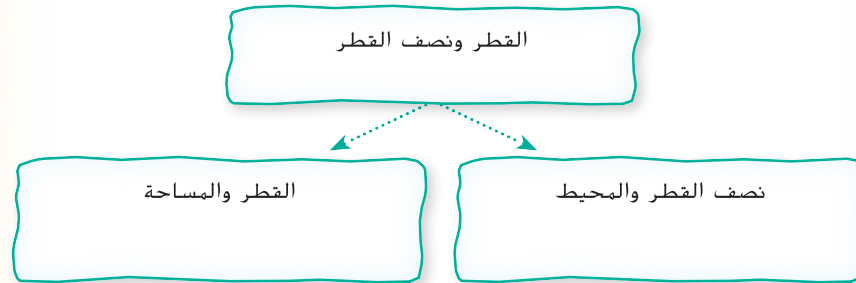
ماذا يعني استخدام البنية في الرياضيات؟

عندما تستخدم البنية في الرياضيات، فقد تطبق بعض الخصائص لحل المعادلات أو قد تدرس الأنماط الموجودة في الجداول والتمثيلات البيانية لوصف العلاقات.

1. يوضح الجدول أقطار مجموعة متنوعة من الأقراص الطائرة. استخدم العلاقة بين نصف قطر دائرة ما وقطرها لإكمال الجدول. قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة.

| القطر (cm) | نصف القطر (cm) | المحيط (cm) | المساحة (cm ²) |
|------------|----------------|-------------|----------------------------|
| 20 | | | |
| 22 | | | |
| 25 | | | |

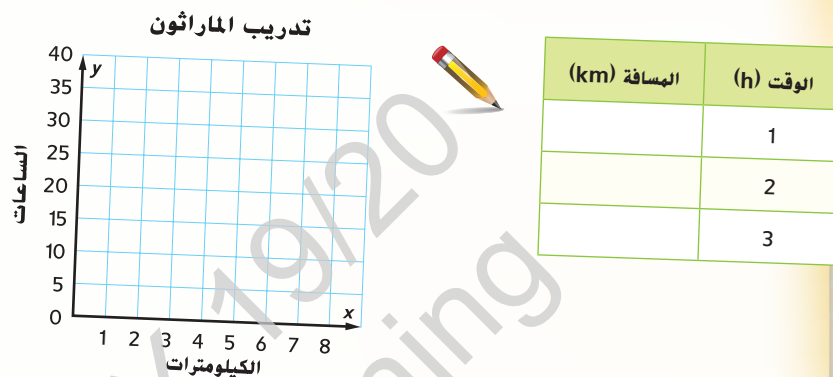
2. صف العلاقة بين قطر الدائرة ونصف قطرها. _____
3. صف العلاقة بين محيط الدائرة وقطرها. _____
4. أكمل خريطة المفهوم عن طريق كتابة صيغة في كل مربع توضح العلاقة بين كل مصطلح.



لنفترض أنك تتدرب للماراثون. طول الماراثون 26.2 ميلاً. يمكنك أن تجري 3 أميال خلال 16 دقيقة.

5. بناءً على هذا المعدل، كم عدد الأميال التي يمكن أن تجريها في ساعة واحدة؟

6. أكمل الجدول وارسم النقاط لتكوين تمثيل بياني خطي.



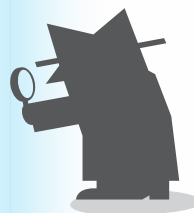
7. اكتب معادلة توضح العلاقة بين المسافة والوقت.

8. قَدِّر طول المدة التي ستستغرقها لإكمال الماراثون.

ابحث عنها في كتابك!

استخدام البنية

انظر إلى الوحدة 1. أعط مثالاً عن موضع استخدام الممارسة الرياضية 7. ثم اشرح وجه التوضيح في مثالك لهذه الممارسة الرياضية.



استخدام الاستنتاجات المتكررة

الممارسة الرياضية 8

البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك.

ماذا يعني البحث عن الاستنتاجات المتكررة؟

يمكن حل المسائل غالبًا عن طريق إيجاد أنماط أو عمليات متكررة. حتى أنه في بعض الأحيان يمكنك إنشاء اختصارات لحل مسألة ما بمجرد استيعابك للنمط. على سبيل المثال، عملية الضرب هي اختصار لتكرار نفس الإضافة عدة مرات.

لنفترض أنك تمتلك حديقة طولها 6 أمتار وعرضها 4 أمتار وتريد زيادة حجمها. قبل أن تجري أي تغييرات، طَيِّق شيئاً من الرياضيات.

1. ما محيط الحديقة؟ _____
ما مساحتها؟ _____
2. إذا قمت بمضاعفة أبعاد الحديقة، فما محيطها الجديد _____
ما مساحتها الجديدة؟ _____
3. ما العدد الذي تستطيع ضرب المحيط الأساسي فيه لإيجاد المحيط الجديد؟ _____
ما العدد الذي تستطيع ضرب المساحة الأساسية فيه لإيجاد المساحة الجديدة؟ _____
يا إلهي، الحجم الزائد للحديقة كبير جدًا! باستخدام الأبعاد الأساسية للحديقة، قد قمت بزيادة الطول إلى 9 أمتار وزيادة العرض إلى 6 أمتار.
4. فما المحيط الجديد؟ _____
ما مساحتها الجديدة؟ _____
5. ما العدد الذي تستطيع ضرب المحيط الأساسي فيه لإيجاد المحيط الجديد؟ _____
ما العدد الذي تستطيع ضرب المساحة الأساسية فيه لإيجاد المساحة الجديدة؟ _____
6. قم بتحويل التغييرات الأخرى في أبعاد الحديقة لإيجاد محيط الحديقة الجديد ومساحتها.

| عصير البرتقال | عصير التفاح | إجمالي الأكواب |
|---------------|-------------|----------------|
| 3 | 4 | 7 |
| 6 | 8 | 14 |
| 9 | 12 | 21 |
| | | |
| | | |

7. يخلط أحمد عصير البرتقال وعصير التفاح بنسبة 3 إلى 4 ليصنع مشروب فواكه. يريد أن يصنع 35 كوبًا من المشروب. لتحديد عدد الأكواب التي يحتاجها من كل مشروب، بدأ في إنشاء جدول. أكمل الجدول لإيجاد عدد الأكواب من كل عصير سيحتاجها. ثم اشرح اختصارًا تستطيع استخدامه لحل المسألة.

8. سيدفع والدا أمينة لها للقيام بالأعمال المنزلية لمدة 6 أيام في الأسبوع ويعرضان عليها خطتي دفع

| الخيار A | | | | | | |
|----------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|
| اليوم 1 | اليوم 2 | اليوم 3 | اليوم 4 | اليوم 5 | اليوم 6 | الإجمالي |
| 3 درهماً | 6 درهم | 9 درهم | | | | |

| الخيار B | | | | | | |
|-----------|-----------|-----------|---------|---------|---------|----------|
| اليوم 1 | اليوم 2 | اليوم 3 | اليوم 4 | اليوم 5 | اليوم 6 | الإجمالي |
| 0.75 درهم | 1.50 درهم | 3.00 درهم | | | | |

أكمل الجدول لتحديد أفضل خيار تختاره أمينة. اشرح النمط لكل خيار.

البحث عنما في كتابك!

استخدام الاستنتاجات المتكررة

انظر إلى الوحدة 1. أعط مثالاً عن موضع استخدام الممارسة الرياضية 8. ثم اشرح وجه التوضيح في مثالك لهذه الممارسة الرياضية.



استخدام الممارسات الرياضية

| التكلفة | إجمالي مساحة السطح |
|---------|------------------------------|
| AED 5 | ما يصل إلى 35 cm^2 |
| AED 8 | $36-54 \text{ cm}^2$ |
| AED 12 | فوق 55 cm^2 |

الحل.

أنت تعين الهدايا لتبرعات أحد النوادي وتغليفها. تم توضيح قيمة تغليف الهدية في شكل منشور مستطيل القاعدة في الجدول.

a. قامت مريم بتغليف ثلاثة صناديق مختلفة بمقاييس موضحة في الجدول. أكمل الجدول مع تكلفة كل صندوق وتكلفة كل سنتيمتر مربع. أي صندوق تكون تكلفته أقل لكل سنتيمتر مربع؟

| الصندوق | الارتفاع بالسنتيمتر | العرض بالسنتيمتر | الطول بالسنتيمتر | تكلفة التغليف | التكلفة لكل سنتيمتر مربعة |
|---------|---------------------|------------------|------------------|---------------|---------------------------|
| A | 2 | 4 | 3 | | |
| B | 2 | 5 | 6 | | |
| C | 2 | 3 | 2 | | |

b. أي من هذه الصناديق تكون تكلفتها أقل لكل بوصة مكعبة؟ اشرح.

حدد أي الممارسات الرياضية استخدمتها لتحديد الحل. ظلل الدوائر التي تنطبق.

٤٠٣ ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟

ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

- | | |
|--------------------------------|---------------------------|
| ⑤ استخدام أدوات الرياضيات | ① الاجتهاد في حل المسائل |
| ⑥ مراعاة الدقة | ② التفكير بطريقة تجريدية |
| ⑦ الاستعانة من البنية | ③ بناء فرضية |
| ⑧ استخدام الاستنتاجات المتكررة | ④ استخدام نماذج الرياضيات |

الإجابة عن السؤال الأساسي

استخدم ما تعلمته عن الممارسات الرياضية لإكمال خريطة المفاهيم. أدرج ثلاث ممارسات رياضية لمساعدتك في توضيح فهم الرياضيات على نحو أفضل. ثم أعط مثالاً لكل ممارسات رياضية.



أجب عن السؤال الأساسي. ما الممارسات الرياضية التي تساعدني في تطوير وتوضيح فهم الرياضيات؟

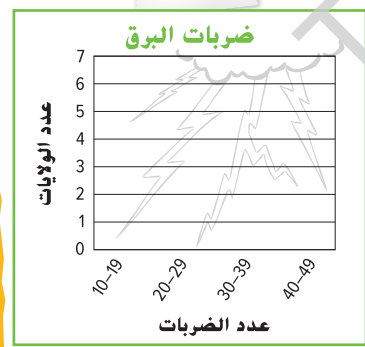
السؤال الأساسي

كيف تُستخدم الأنماط عند مقارنة كميتين؟

المهارسات الرياضية
1, 2, 3, 4, 5, 7

الرياضيات في الحياة اليومية

الطقس خلال أحد الأعوام. ضرب البرق كوكب الأرض أكثر من 100 مرة كل ثانية. كان عدد ضربات البرق في بعض الولايات الأمريكية في فترة زمنية حديثة هو 10 و 10 و 11 و 12 و 14 و 18 و 20 و 20 و 21 و 39 و 47. أكمل المدرج الإحصائي باستخدام البيانات.



الوحدة 9

مخططات الانتشار وتحليل البيانات

المطويات
منظم الدراسة

1

قُص المطوية الموجودة في الصفحة FL11 من هذا الكتاب.

2

ضع مطوبتك في الصفحة 728.

3

استخدم المطوية طوال هذه الوحدة لتساعدك في التعرف على مخططات الانتشار والجداول ذات المدخلين.

ما الأدوات التي تحتاج إليها؟

المفردات



| | |
|---|---|
| التكرار النسبي (relative frequency) | البيانات ذات المتغيرين (bivariate data) |
| مخطط الانتشار (scatter plot) | التوزيع (distribution) |
| الانحراف المعياري (standard deviation) | ملخص الأعداد الخمسة (five-number summary) |
| متماثل (symmetric) | المستقيم الأفضل تمثيلاً (line of best fit) |
| الجدول ذو المدخلين (two-way table) | متوسط الانحراف المطلق (mean absolute deviation) |
| البيانات أحادية المتغير (univariate data) | البيانات النوعية (qualitative data) |
| | البيانات الكمية (quantitative data) |

مهارات دراسية: قراءة في الرياضيات

الجملة الرئيسية الجملة الرئيسية هي جملة تعبر عن الفكرة الأساسية في فقرة ما. وفي المسألة الكلامية، عادةً ما توجد "الجملة الرئيسية" قرب النهاية. وهي الجملة أو السؤال الذي يخبرك بما عليك إيجاده. تم وضع خط تحت "الجملة الرئيسية" ليسهل عليك تمييزها في المثال التالي.

كان فصل السيدة خولة للرياضيات يُجري بحثًا عن الأحصنة البرية التي تعيش في الأراضي العامة. ووجدوا أن قرابة 30,000 حصان بري في نيفادا، و 4,000 في وايومنغ، و 2,000 في كاليفورنيا. فهل عدد الأحصنة البرية التي تعيش في الأراضي العامة في نيفادا ووايومنغ و كاليفورنيا أكبر من 35,000؟

عندما تبدأ حل مسألة كلامية، اتبع هذه الخطوات.

الخطوة 1 اقرأ المسألة سريعًا، بحثًا عن "الجملة الرئيسية".

الخطوة 2 ارجع واقرأ المسألة بعناية أكثر، باحثًا عن البيانات الداعمة التي تحتاجها لحل المسألة.

في كل تمرين، ضع خطًا تحت "الجملة الرئيسية". ولا تخل المسألة.

1. جمعت مثال البيانات لمشروع معرض العلوم الخاص بها عن العلاقة بين طول ذراع الشخص وطول قامته. وأرادت تحديد ما إذا كانت هناك علاقة بينهما.
2. يبين الجدول ذو المدخلين الأماكن التي تطوع فيها ذكور وإناث في الشهر الماضي. فهل هناك نسبة أعلى من الذكور أم من الإناث تطوع في ملجأ لحماية الحيوانات؟

ما الذي تعرفه حتى الآن؟

ضع علامة أسفل الوجه الذي يعبر عن مقدار معرفتك بكل مفهوم. ثم اقرأ الوحدة سريعاً للبحث عن تعريف أو مثال على ذلك.

ليس لدي فكرة عن ذلك. 😞 سمعت عنه. 😊 أعرفه!

| الأعداد الصحيحة | | | | المفهوم |
|-----------------|---|---|---|-----------------------------|
| التعريف أو مثال | 😊 | 😞 | 😞 | |
| | | | | بيانات ذات متغيرين |
| | | | | ملخص الأعداد الخمسة |
| | | | | المستقيمات الأفضل تمثيلاً |
| | | | | الارتباطات الموجبة والسالبة |
| | | | | مخططات الانتشار |
| | | | | الجدول ذات المدخلين |

متى ستستخدم ذلك؟

فيما يلي مثال على كيفية استخدام معدلات الوحدة في الحياة اليومية.

نشاط ما تكلفة تذكرة السينما في دار العرض المحلي في منطقتك؟ هل ارتفع السعر مؤخراً؟ هل مشاهدة فيلم ثلاثي الأبعاد تكلف أكثر؟ إذا كان الأمر كذلك، فما مقدار زيادتها؟





حاول الإجابة عن أسئلة التمرين السريع التالي.

هل أنت مستعد؟

مراجعة سريعة

مثال 1

أعمار الأشخاص المشاركين في إحدى المسرحيات موضحة على المدرج التكراري. صف المدرج التكراري. ثم جـد عدد الفنانين المسرحيين تحت سن 30.

هناك $4 + 5 + 1 + 1 + 1$ فنانًا. أغلب الفنانين بين سن 20 و 39 سنة.



هناك $4 + 5$ أو 9 فنانين تحت سن 30.

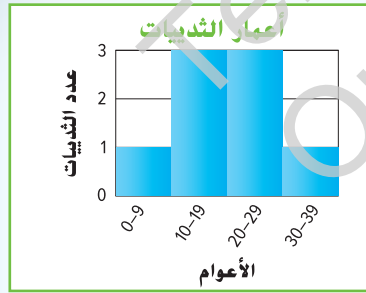
مثال 2

في مباراة رجبي، أكمل فريق الصقور تمارين بأطوال 15 و 3 و 8 و 4 و 5 أمتار. فماذا كان متوسط عدد الأمتار في كل تمريرة مكتملة؟ جـد مجموع الأعداد. ثم اقسـم على عدد الأعداد في المجموعة.

$$\frac{15 + 3 + 8 + 4 + 5}{5} = \frac{35}{5} = 7$$

حقق فريق الصقور متوسط 7 أمتار في كل تمريرة مكتملة.

تمرين سريع



1. التمثيلات البيانية صف المدرج الإحصائي. ثم جـد عدد التدييات التي تمتد أعمارها لأكثر من 20 عامًا.

تحليل البيانات جـد الوسط (المتوسط) لكل مجموعة بيانات. قـرب النتيجة لأقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

2. 14, 17, 20, 16, 13 _____

3. 52, 36, 17, 41, 18, 29, 28, 32 _____

4. في 12 مباراة في الموسم الأخير، سجّل فريق البيسبول بالمدرسة 5 و 11 و 2 و 0 و 4 و 8 و 9 و 6 و 7 و 4 و 1 و 2 في عدد النقاط. ما متوسط عدد النقاط المحققة في كل مباراة؟ قـرب إلى أقرب جزء من عشرة.

ما المسائل التي أجبت عنها بشكل صحيح في التمرين السريع؟ ظلل أرقام هذه التمارين فيما يلي.

4 3 2 1

كيف أبلت؟

مختبر الاستكشاف 1

مخططات الانتشار

المهارسات
الرياضية
1, 3, 5

كيف يمكنني استخدام تمثيل بياني لاستكشاف علاقة أو توجهات بين مجموعتين من البيانات؟



جمعت منال البيانات لمشروع معرض العلوم الخاص بها عن العلاقة بين طول ذراع الشخص وطول قامته. وأرادت تحديد ما إذا كانت هناك علاقة بينهما أم لا.

نشاط عملي

يصعب أحياناً تحديد ما إذا كانت هناك علاقة بين مجموعتي بيانات من مجرد النظر إليهما. يمكنك كتابة البيانات في صورة مجموعة من الأزواج المرتبة وتمثيلها بيانياً على مستوى إحداثي.

اجعل زميلاً في الفصل يقيس طول قامتك وطول ذراعك باستخدام عصا مترية بالتقريب لأقرب سنتيمتر. ثم اكتب طول قامتك x وطول ذراعك y في صورة زوج مرتب. (،)

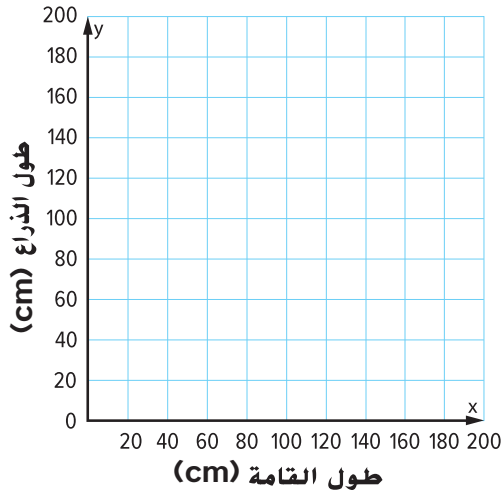
الخطوة 1

اجمع بياناتك على بيانات زملائك في الفصل. اكتب الأزواج المرتبة (طول الذراع، طول القامة) في الجدول.

الخطوة 2

بيانات زملاء الفصل (طول الذراع ، طول القامة)

| طول القامة (cm) | طول الذراع (cm) |
|-----------------|-----------------|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |



مثل الأزواج المرتبة بيانياً (طول الذراع، طول القامة) على المستوى الإحداثي.

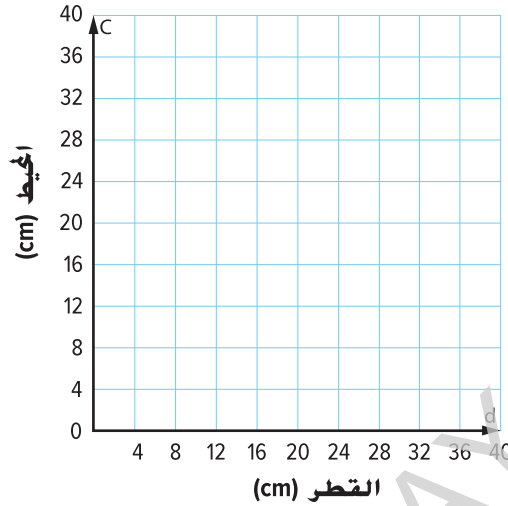
الخطوة 3

هل يوجد توجه ملحوظ في البيانات؟ إذا كان الأمر كذلك، فصف التوجه على أنه إيجابي أو سلبي.

باستخدام تمثيلك البياني، قَدِّر طولي ذراعي شخصين طول قامتهما 150 سنتيمتراً و 185 سنتيمتراً.

تعاون مع زميلك

1. لتحديد وجود علاقة بين محيط الدائرة وقطرها، جسد 6 أجسام دائرية مختلفة في الغرفة.
 - a. قس قطر كل جسم ومحيطه بالسنتيمترات وسجلهما.
 - b. اكتب قياسات كل دائرة في صورة زوج مرتب (d, C) . مثل الأزواج المرتبة بيانياً على المستوى الإحداثي.



| | القطر، d | المحيط، C | (d, C) |
|---|------------|-------------|----------|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | | |
| 5 | | | |
| 6 | | | |

التحليل والتفكير

2. **م.ر.** الاستدلال الاستقرائي هل ثمة توجه ملحوظ في البيانات؟ إذا كان الأمر كذلك، فصف التوجه على أنه إيجابي أو سلبي. اشرح.

3. **م.ر.** استخدام أدوات الرياضيات استخدم تمثيلك البياني لتقدير محيط الدائرة C ذات القطر d الذي قياسه 10 سنتيمترات.

الابتكار

4. اكتب مثلاً عن علاقة ذات ارتباط سالب.

5. **الاستكشاف** كيف يمكنني استخدام تمثيل بياني لاستكشاف علاقة أو توجهات بين مجموعتين من البيانات؟

مخططات الانتشار

السؤال الأساسي



كيف تُستخدم الأنماط عند مقارنة كميتين؟

المفردات



بيانات ذات متغيرين (bivariate data)
مخطط الانتشار (scatter plot)

الممارسات الرياضية

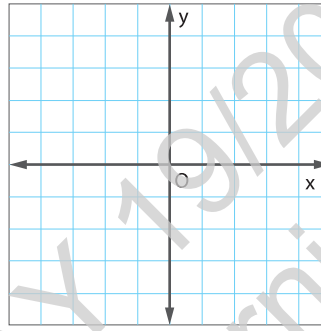
1, 3, 4



المفردات الأساسية

تذكر أن التمثيل البياني لمعادلة خطية هو مستقيم على المستوى الإحداثي. ويصف ميل هذا المستقيم اتجاهه وانحداره.

على الشبكة الإحداثية الموضحة، مثل بيانًا مستقيمين وسّمهما. ويجب أن يكون لأحدهما ميل موجب وللآخر ميل سالب.

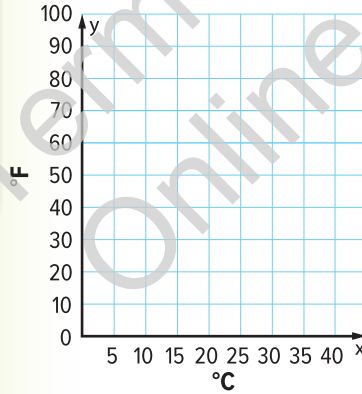


الربط بالحياة اليومية



الطقس يوضح الجدول درجات الحرارة بالدرجات السيليزية وما يوافقها من درجات فهرنهايت من محطة طقس محلية. مثل بيانًا الأزواج المرتبة $(^{\circ}\text{C}, ^{\circ}\text{F})$. هل ميل المستقيم المار عبر النقاط موجب أم سالب؟

| | | | | | | | |
|--------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| $^{\circ}\text{C}$ | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |
| $^{\circ}\text{F}$ | 32 | 41 | 50 | 59 | 68 | 77 | 86 |



ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟ ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

- | | |
|---------------------------|-----------------------------|
| ① المثابرة في حل المسائل | ⑤ استخدام أدوات الرياضيات |
| ② التفكير بطريقة تجريدية | ⑥ مراعاة الدقة |
| ③ بناء فرضية | ⑦ الاستفادة من البنية |
| ④ استخدام نماذج الرياضيات | ⑧ استخدام الاستنتاج المتكرر |

إنشاء مخطط انتشار

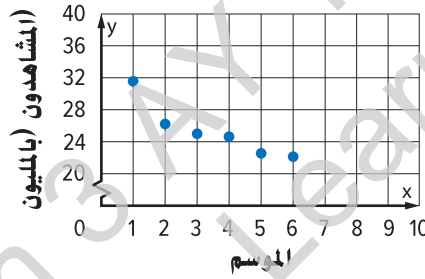
البيانات التي بها متغيرين، أو أزواج الملاحظات الرقمية، تُسمى **بيانات ذات متغيرين**.
ويبين **مخطط الانتشار** العلاقة بين البيانات ذات المتغيرين الممثلة بيانياً كأزواج مرتبة
على مستوى إحداثي. على سبيل المثال، مجموعة البيانات ذات المتغيرين التي تضم من
السنة وعدد الزوار يمكن عرضها في مخطط انتشار.

مثال

1. أنشئ مخطط انتشار لعدد المشاهدين
الذين شاهدوا المواسم الجديدة من
مسلسل تلفزيوني معين.

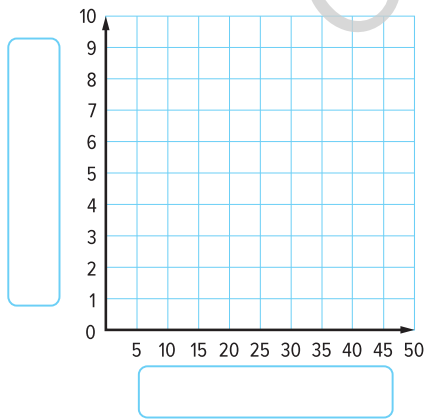
اجعل المحور الأفقي، أو المحور X ، يمثل عدد
المواسم. واجعل المحور الرأسي، أو المحور Y ،
يمثل عدد المشاهدين. ثم مثل بيانياً الأزواج المرتبة
(المشاهدون، الموسم).

| الموسم | المشاهدون (بالمليون) |
|--------|-------------------------|
| 1 | 31.7 |
| 2 | 26.3 |
| 3 | 25.0 |
| 4 | 24.7 |
| 5 | 22.6 |
| 6 | 22.1 |



تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

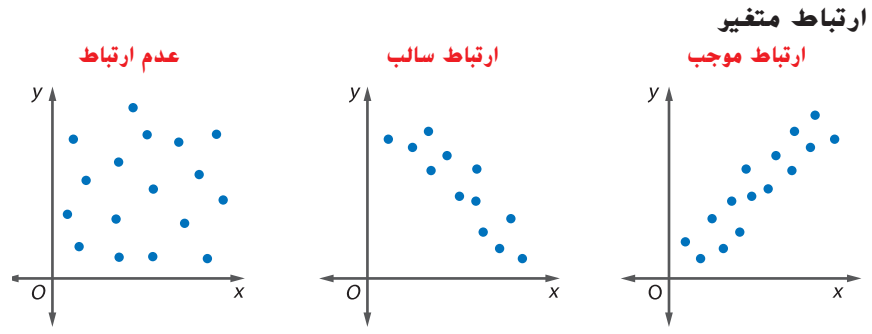
a. أنشئ مخطط انتشار لكتلة قاطور أمريكي (تمساح) في أوقات مختلفة بعد
القس.



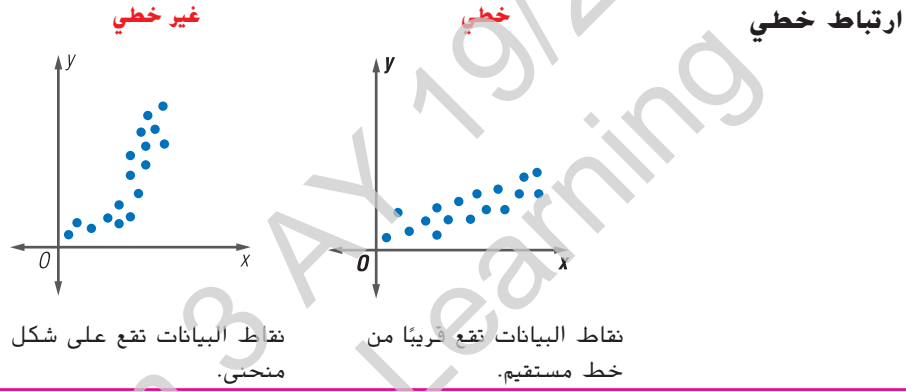
| الأسابيع | الكتلة (بالكيلوجرامات) |
|----------|---------------------------|
| 0 | 3 |
| 9 | 4.3 |
| 18 | 5 |
| 27 | 6.8 |
| 34 | 7.5 |
| 43 | 8.6 |
| 49 | 9.9 |

المفهوم الأساسي

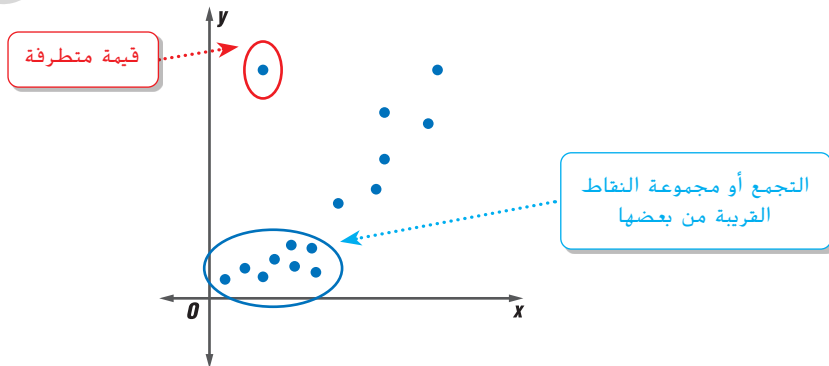
أنواع الارتباطات



لا نمط واضح.

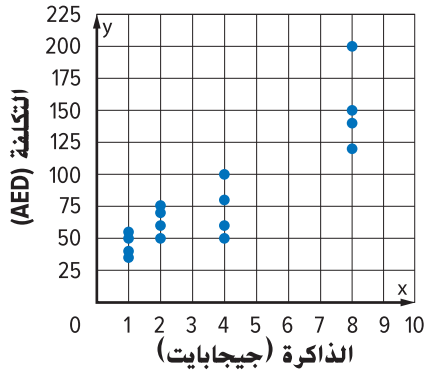
عندما يتزايد X ، يتناقص y .عندما يتزايد X ، يتزايد y .

يمكنك تحليل شكل توزيع مخطط انتشار لاستكشاف أنماط الارتباط. إذا أوضح التوزيع ارتباطاً موجباً أو سالباً، إذاً يمكن تصنيف التوزيع على أنه خطي أو غير خطي. ويوضح مخطط الانتشار أدناه ارتباطاً موجباً غير خطي. ويمكن أيضاً تحديد التجمعات أو القيم المتطرفة.





مثال



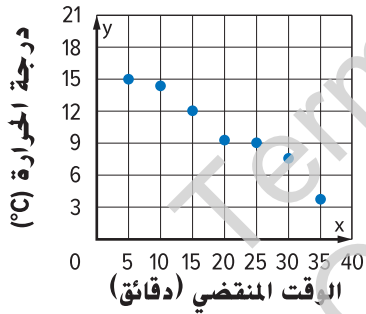
2. فسّر مخطط الانتشار الخاص ببيانات سعة الذاكرة في مُشغّل MP3 والتكلفة القائمة على شكل التوزيع.

فكّر في الارتباطات والأنماط المختلفة.

ارتباط متغير عندما تتراد سعة الذاكرة، تتراد التكلفة. ولهذا، يبين مخطط الانتشار ارتباطًا موجبًا.

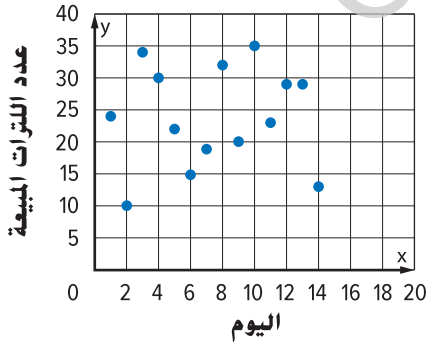
ارتباط خطي يبدو أن البيانات تستقر قريبًا من المستقيم، إذًا فالارتباط خطي. أنماط أخرى يبدو أن ثمة تجمّع بيانات. حيث تكلف سعة الذاكرة من 1 إلى 2 جيجابايت ما بين AED 30 و AED 75. ولا يبدو أن ثمة قيمة متطرفة.

تأكد من فهمك! أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد من أنك فهمت.



b. فسّر مخطط انتشار بيانات الوقت المنقضي ودرجة حرارة المياه بناءً على شكل التوزيع.

b. _____



c. فسّر مخطط انتشار بيانات أسبوعين في مايو وكمية المثلجات المبعة في أحد المتاجر بناءً على شكل التوزيع.

c. _____

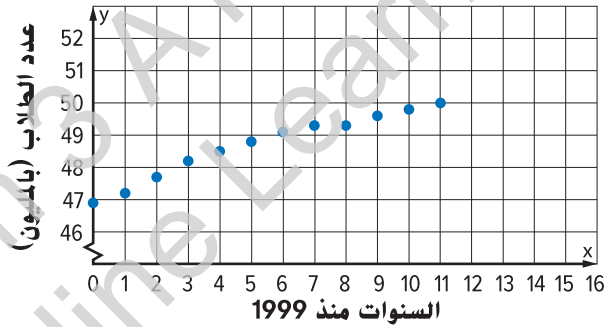
مثال

3. بين الجدول تعداد الأطفال تحت سن 18 عامًا في بلدٍ معين في الفترة من 1999 إلى 2010.

| | | | | | | |
|-----------------------|------|------|------|------|------|------|
| السنوات منذ 1999 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| عدد الطلاب (بالمليون) | 46.9 | 47.2 | 47.7 | 48.2 | 48.5 | 48.8 |
| السنوات منذ 1999 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| عدد الطلاب (بالمليون) | 49.1 | 49.3 | 49.3 | 49.6 | 49.8 | 50.0 |

أنشئ مخطط انتشار للبيانات وفسّره. إذا تواجد رابط، فعليك تخمين عدد الطلاب تحت سن 18 في العام 2015.

أنشئ مخطط انتشار للبيانات. واجعل المحور الأفقي يمثل الأعوام منذ 1999 والمحور الرأسي يمثل عدد الأطفال تحت سن 18 عامًا.



فكّر في الارتباطات والأنماط المختلفة.

ارتباط متغير عندما تتزايد الأعوام، يتزايد عدد الطلاب. ولهذا بين مخطط الانتشار ارتباطًا موجبًا.

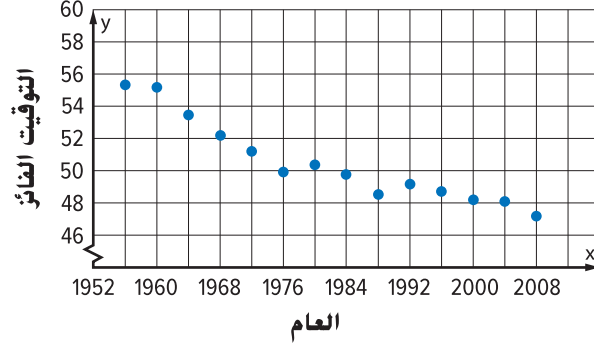
ارتباط خطي يبدو أن البيانات تستقر قريبًا من المستقيم، إذًا فالارتباط خطي. أنماط أخرى لا توجد أي تجمعات أو قيم متطرفة.

لتخمين عدد الأطفال تحت سن 18 عامًا في العام 2015، اتبع النمط 15. ثم جسد قيمة y المتوافقة.

إذًا، سيكون هناك حوالي 51 مليون طفل تحت سن 18 عامًا في 2015.

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

d. فسّر مخطط الانتشار الموضح للتوقيات الفائزة في سباقات السباحة الحرة لمسافة 100 متر في أولمبياد الرجال. إذا كان هناك ارتباط، فعليك تخمين توقيت الفوز في أولمبياد 2016.



اكتب الحل هنا.

d. _____

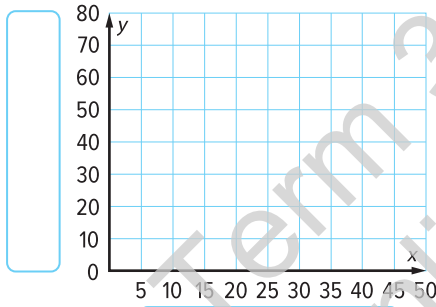


تمرين موجه

| الزمن (بالساعة) | 8 | 19 | 16 | 40 | 34 | 8 | 40 | 19 | 34 |
|-----------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| الوحدات المنتجة | 20 | 41 | 28 | 60 | 49 | 28 | 63 | 40 | 58 |

1. يوضح الجدول عدد الوحدات المنتجة خلال عدد معين من الساعات في معمل تصنيع. (الأمثلة 1-3)

- a. أنشئ مخطط انتشار للبيانات.
b. فسّر مخطط انتشار البيانات.



c. خمن عدد الوحدات المنتجة خلال 50 ساعة.

2. الاستفادة من السؤال الأساسي ما الاستقرارات التي يمكن استخلاصها من مجموعات تقاطع البيانات ذات الارتباط الموجب والارتباط السالب؟

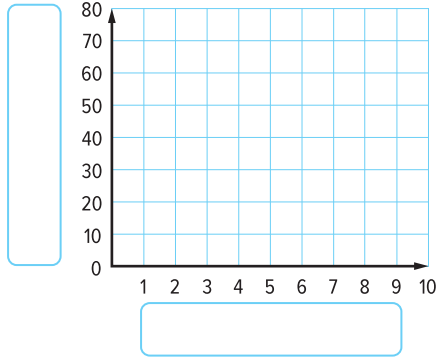
قيّم نفسك!

ما مدى فهمك لإنشاء مخططات الانتشار وتفسيرها؟ ضع علامة في المربع المناسب.



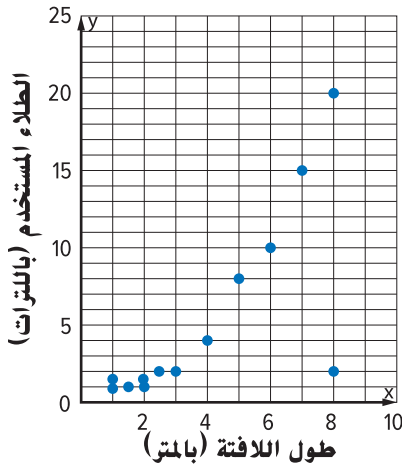
مطوياتي حان وقت تحديث مطوبتك!

تمارين ذاتية



1 أنشئ مخطط انتشار لعدد الكتب المُتبرّع بها بمرور الوقت. (المثال 1)

| العام | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|-----------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| عدد الكتب | 27 | 38 | 24 | 47 | 58 | 65 | 63 | 68 |



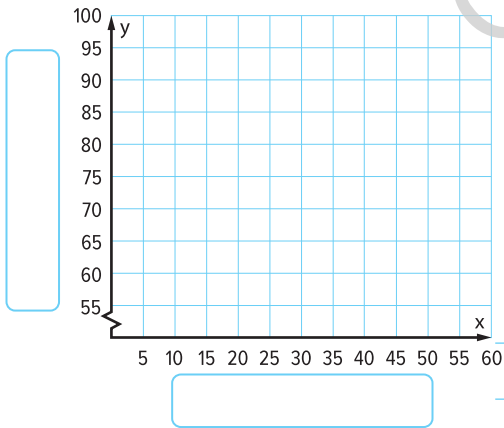
2. فسّر مخطط انتشار بيانات كمية الطلاب المستخدمة لطلاب لافتات

بأطوال مختلفة بناءً على شكل التوزيع. (المثال 2)

3. يبين الجدول المدة الزمنية التي ذاكر فيها الطلاب من أجل الاختبار ونتائجهم في

الاختبار. (المثال 3)

| الوقت (min) | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 |
|----------------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| نتيجة الاختبار | 65 | 68 | 67 | 78 | 79 | 85 | 89 | 92 |



a. أنشئ مخطط انتشار للبيانات.

b. فسّر مخطط انتشار البيانات بناءً على شكل التوزيع.

c. إذا كانت هناك علاقة، فخمّن نتائج اختبار طالب

ذاكر لمدة 60 دقيقة.

4. استخدام نماذج الرياضيات انظر الإطار الرسومي المصور أدناه للتمرينين a-b.



- a. على ورقة منفصلة من ورق الرسم البياني، أنشئ مخطط انتشار للبيانات. وينبغي أن تكون قيم المحور الأفقي هي الأعوام منذ 1995.
- b. هل تمثل البيانات ارتباطاً موجباً أم سالباً أو عدم ارتباط؟ اشرح.

مسائل مهارات التفكير العليا

5. **التخمين** افترض أن مخطط انتشار يبين أنه عندما تتناقص قيم x ، تتناقص قيم y . هل يبين مخطط الانتشار ارتباطاً موجباً، أم سالباً، أم ليس هناك ارتباط؟
6. **المثابرة في حل المسائل** هل من الصحيح دائماً، أم أحياناً، أم ليس صحيحاً على الإطلاق أن مخطط الانتشار الذي يبين ارتباطاً موجباً يقترح أن العلاقة تناسبية؟ برر إجابتك.

7. **الاستدلال الاستقرائي** أكمل الجدول الذي يبين أطوال أضلاع مربع بالنسبة إلى محيطه ومساحته. هل سيمثل مخطط انتشار لطول الضلع والمحيط أو لطول الضلع والمساحة علاقة خطية؟ اشرح.

| طول الضلع (بالوحدات) | المحيط (بالوحدات) | المساحة (بالوحدات المربعة) |
|----------------------|-------------------|----------------------------|
| 1 | | |
| 2 | | |
| 3 | | |
| 4 | | |
| 5 | | |
| 6 | | |

تمرين إضافي

النسخ والحل بالنسبة إلى التمارين 16-8، اكتب الحل والإجابات على ورقة منفصلة.

8. أنشئ مخطط انتشار للبيانات المجمعة بواسطة وكالة سفر وتفسيره. وإذا كانت هناك علاقة، فخمّن عدد الزوار في الشهر 12.

| الشهر | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| عدد الزوار | 208 | 245 | 423 | 432 | 412 | 626 | 647 | 620 | 402 | 356 |

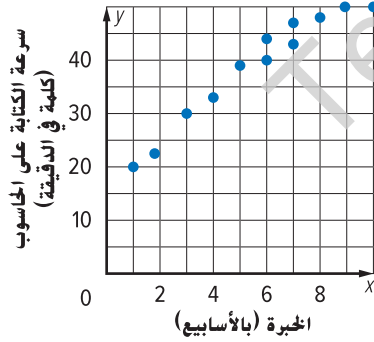
9. يوضح الجدول عدد رسائل البريد الإلكتروني غير المهمة التي تلقتها ريهام على مدار الأيام العشرة الماضية.

| اليوم | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-----------------------------|----|----|----|----|----|---|----|----|----|----|
| عدد رسائل البريد الإلكتروني | 10 | 12 | 15 | 10 | 11 | 8 | 20 | 10 | 10 | 9 |

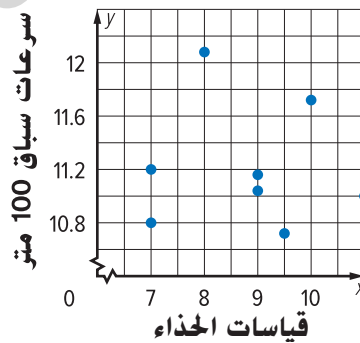
- a. أنشئ مخطط انتشار للبيانات.
 b. فسّر مخطط انتشار البيانات بناءً على شكل التوزيع.
 c. إذا كانت هناك علاقة، فخمّن عدد رسائل البريد الإلكتروني غير المهمة في اليوم الخامس عشر.

اشرح ما إذا كان مخطط انتشار بيانات كل مما يلي يبين ارتباطاً موجباً، أم سالباً، أم ليس هناك ارتباط.

10.

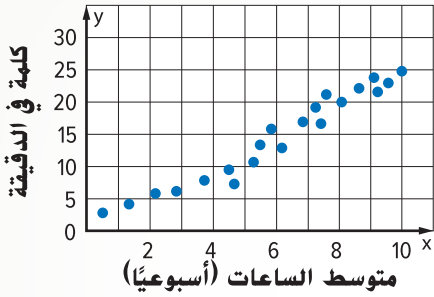


11.



12. **م-ر** **التهليلات المتعدد** يأخذ شخص بعمر 13 عامًا 14 نفسًا كل دقيقة في المتوسط.
 a. **الجدول** افترض أن x يمثل الدقائق وأن y يمثل عدد مرات تنفس المراهق. أنشئ جدولاً باستخدام قيم x البالغة 1 و 2 و 3 و 4 و 8 و 10.
 b. **التهليلات البيانية** اصنع مخطط انتشار للبيانات. صف الارتباط بين الدقائق وعدد مرات تنفس أحد الأشخاص.
 c. **الشرح** تنبأ بعدد المرات التي قد يتنفسها شخص خلال 25 دقيقة. اشرح استنتاجك.

انطلق! تمرين على الاختبار



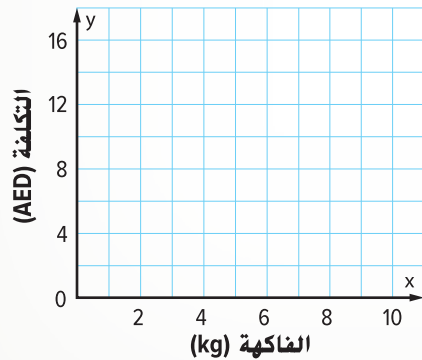
13. يبين مخطط الانتشار العلاقة بين متوسط عدد الساعات المنقضية في الكتابة كل أسبوع وعدد الكلمات المكتوبة في الدقيقة. حوط الكلمة المناسبة في العبارة أدناه لاستخلاص استنتاج دقيق بشأن العلاقة المبينة في مخطط الانتشار.

مثلما متوسط عدد الساعات المنقضية في الكتابة كل أسبوع (يتزايد، يتناقص). فإن عدد الكلمات المكتوبة في الدقيقة (يتزايد، يتناقص).

14. يوضح الجدول تكلفة الفاكهة المباعة في كشك لبيع المنتجات. أنشئ مخطط انتشار للبيانات.

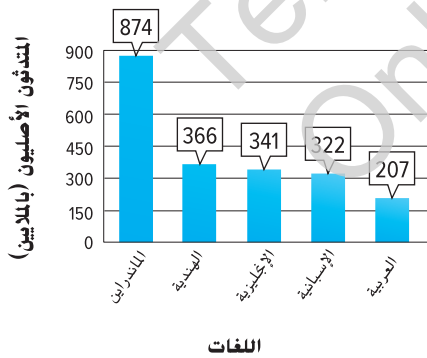
| الفاكهة (kg) | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
|---------------|------|-------|-------|-------|-------|
| التكلفة (AED) | 5.00 | 10.00 | 12.00 | 15.00 | 16.00 |

اكتب عبارة يدعمها مخطط الانتشار.



مراجعة شاملة

اللغات التي يتحدثها سكانها الأصليون



15. يوضح التمثيل البياني أعلى خمس لغات يتحدثها أكثر من 100 مليون شخص من ناطقها الأصليين في أنحاء العالم. ما الاستنتاجات التي يمكنك التوصل إليها بشأن عدد الناطقين الأصليين للغة الماندرين الصينية وعدد الناطقين الأصليين للغة الإنجليزية؟

16. ضمن حملة مدرسية لجمع الأطعمة، جمع مركز الصفوف الرئيسي 212 عدد 8 و 17 و 4، و 10 و 8، و 12 و 20 و 10 و 11 و 12 و 13 و 25 نوعًا من الأطعمة. وجمع مركز الصفوف الرئيسي 215 عدد 16 و 24 و 10 و 15 و 12 و 14 و 12 و 30 و 15 و 10 و 15 و 20 و 14 نوعًا من الأطعمة.

a. أنشئ مخطط صندوق مزدوجًا للبيانات.

b. قارن بين تفرعات مركزي الصفوف الرئيسيين.

مختبر الاستكشاف 2

المستقيمات الأفضل تمثيلاً

المهارات
الرياضية
1, 3

كيف يمكنني استخدام تمثيل البيانات للتنبؤ بنتيجة؟

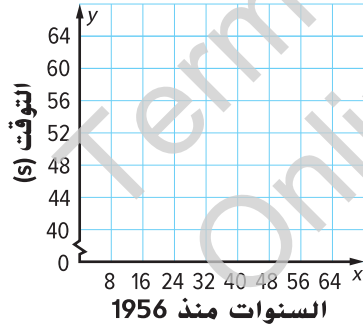


وجدت هدى ومنى البيانات التالية التي توضح التوقيتات الفائزة في الألعاب الأولمبية للسيدات في سباق السباحة الحرة لمئة متر. وترغبان في التنبؤ بالتوقيت الفائزة في الألعاب الأولمبية لعام 2024.

| التوقيتات الفائزة في سباق السباحة الحرة لمسافة 100 متر | | | | | | | |
|--|-------|-------|-------|------|-------|-------|-------|
| سنوات منذ 1956 | 0 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 |
| التوقيت (s) الفائز | 62.0 | 61.2 | 59.5 | 60.0 | 58.59 | 55.65 | 54.79 |
| سنوات منذ 1956 | 28 | 32 | 36 | 40 | 44 | 48 | 52 |
| التوقيت (s) الفائز | 55.92 | 54.93 | 54.65 | 54.5 | 53.83 | 53.84 | 53.12 |



نشاط عملي



أنشئ مخطط انتشار عن طريق التمثيل البياني للنقاط (التوقيت ، السنوات منذ 1956).

الخطوة 1

استخدم قطعة من مكرونة الإسباجيتي غير المطهية لعمل خط يمر عبر أغلب نقاط البيانات.

الخطوة 2

ما مدى قرب نقاط البيانات الأخرى من المستقيم الذي رسمته؟

انظر إلى النقطة حيث تكون لقطعة الإسباجيتي قيمة x تساوي 68. تمثل قيمة y المتوافقة التوقيت الفائزة المتوقع في عام 2024.


الخطوة 3

ما التوقيت الفائزة المتوقع في 2024؟

ارجع إلى المستقيم المرسوم في مخطط الانتشار. هل هذه الطريقة صحيحة دائماً في الوصول لتوقع؟

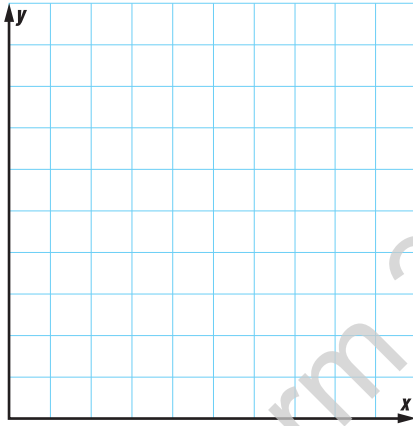
تعاون مع زميلك

1. ابحث واجمع مجموعة من البيانات من جريدة أو من الإنترنت لها ارتباط موجب أو سالب.
- a. قيّد بياناتك في الجدول أدناه. تم توفير مساحة لعشر مجموعات من قيم البيانات. استخدم ورقة منفصلة إذا احتجت لمساحة أكبر. تأكد من تسمية صفوف الجدول.



| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

- b. أنشئ مخطط انتشار للبيانات عن طريق التمثيل البياني لبياناتك في صورة أزواج مرتبة.
- c. ارسم مستقيماً يمر عبر أغلب نقاط البيانات.




التحليل والتفكير

2. **م.ر.** الاستدلال الاستقرائي هل من الممكن الوصول إلى توقع بناءً على بياناتك؟ اشرح.

الابتكار

3. **م.ر.** استخدام نماذج الرياضيات أنشئ مجموعة من البيانات لا يمكن الوصول لتوقع من خلالها.



| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

4. **الاستكشاف** كيف يمكنني استخدام تمثيل البيانات للتنبؤ بنتيجة؟

المستقيمات الأفضل تمثيلاً

السؤال الأساسي

كيف تُستخدم الأنماط عند مقارنة كميتين؟

المفردات

المستقيم الأفضل تمثيلاً
(line of best fit)

الممارسات الرياضية
1, 3, 4, 5

الربط بالحياة اليومية

البسكويت يوضح الجدول متوسط التكلفة السنوية لكيولوجرام واحد من البسكويت برفائق الشوكولاتة.

| سنوات منذ 2000 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| متوسط التكلفة (AED) | 2.59 | 2.81 | 2.65 | 2.67 | 2.88 | 2.70 | 2.85 | 2.88 | 3.17 | 3.24 |

1. ما العام الذي يتوافق مع 0 أعوام منذ 2000؟
9 أعوام منذ 2000؟
2. إذا كانت البيانات معروضة في مخطط انتشار، فهل يُبين مخطط الانتشار ارتباطاً موجباً أم سالباً أم عدم ارتباط؟ اشرح.
3. هل التوقع الأكثر منطقية لتكلفة البسكويت في عام 2015 سيكون AED 3.25 أم AED 4.00؟ اشرح.



ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟ ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

- 1 المثابرة في حل المسائل
- 2 التفكير بطريقة تجريدية
- 3 بناء فرضية
- 4 استخدام نماذج الرياضيات
- 5 استخدام أدوات الرياضيات
- 6 مراعاة الدقة
- 7 الاستفادة من البنية
- 8 استخدام الاستنتاج المتكرر

المستقيم الأفضل تمثيلاً

عند جمع البيانات، لا تُشكّل النقاط الممثلة بيانياً خطأً مستقيماً عادةً، ولكن قد تقترب من علاقة خطية. **المستقيم الأفضل تمثيلاً** هو مستقيم قريب جداً من أغلب نقاط البيانات.

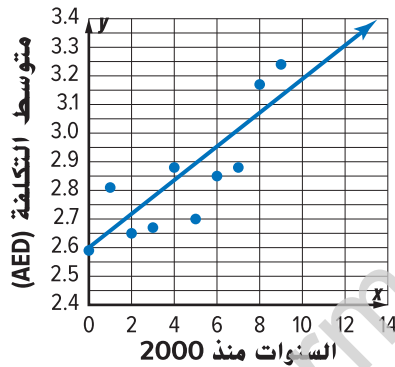
أمثلة



ارجع إلى المعلومات الواردة في الجدول عن تكلفة البسكويت.

1. أنشئ مخطط انتشار باستخدام البيانات. ثم ارسم مستقيماً بحيث يكون أفضل تمثيل ممكن للبيانات وقيمه.

| سنوات منذ 2000 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| متوسط التكلفة (AED) | 2.59 | 2.81 | 2.65 | 2.67 | 2.88 | 2.70 | 2.85 | 2.88 | 3.17 | 3.24 |



مثل بيانياً كل نقاط البيانات.
ارسم مستقيماً يناسب البيانات.
حوالي نصف النقاط فوق المستقيم
ونصفها أسفله. احكم على مدى قرب
نقاط البيانات من المستقيم. أغلب
النقاط قريبة من المستقيم.

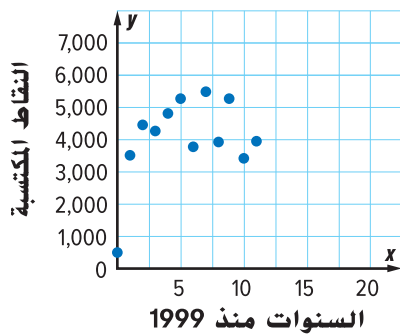
فكر
انتبه!

كيف تحدد مدى جودة تمثيل
المستقيم الأفضل تمثيلاً
للبيانات؟ اشرح الكيفية.

2. استخدم المستقيم الأفضل تمثيلاً لتخمين تكلفة البسكويت في 2013.

وسّع المستقيم بحيث تتمكن من تقدير قيمة y المتوافقة مع قيمة x للفترة 2013 – 2000 أو قيمة y لـ 13 هي حوالي AED 3.35. بوسعنا التنبؤ بأنه في 2013، سيكلف كيلوجرام من البسكويت برفائق الشوكولاتة AED 3.35.

تأكد من فهمك! أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.



ارجع إلى مخطط الانتشار الخاص
بالنقاط المحرزة سنوياً لقائد سيارة
في سباق معين.

a. ارسم المستقيم الذي يبدو أنه أفضل
تمثيل للبيانات وقيمه.

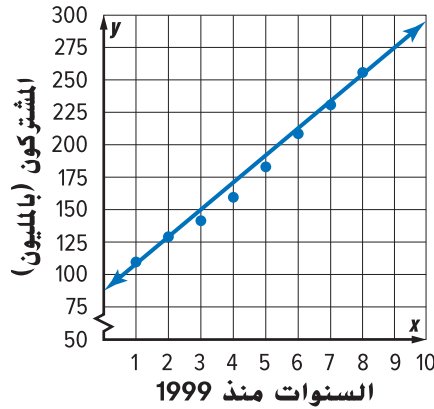
b. استخدم المستقيم الأفضل تمثيلاً
لتخمين النقاط التي سيحزها السائق
في 2015.

اكتب
الجل
هنا.

a. _____

b. _____

أمثلة



يوضح مخطط الانتشار عدد المشتركين في خدمة الهواتف الخلوية في بلدٍ كبير.

3. اكتب معادلة بصيغة الميل والجزء المقطوع للمستقيم الأفضل تمثيلاً للرسم، وفَسِّر الميل والتقاطع مع المحور y .

اختر أي نقطتين على المستقيم. قد تكونان نقطتي بيانات أو قد لا تكونان كذلك. المستقيم يمر عبر النقطتين $(3, 150)$ و $(9, 275)$. استخدم هاتين النقطتين لإيجاد ميل المستقيم أو معدل تغيره.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

تعريف الميل

$$m = \frac{275 - 150}{9 - 3}$$

$$(x_1, y_1) = (3, 150)$$

$$(x_2, y_2) = (9, 275)$$

$$m = \frac{125}{6} \text{ أو حوالي } 20.83$$

بسط.

الميل يساوي حوالي 20.83. وهذا يعني أن عدد المشتركين في خدمة الهاتف الخلوي تزايد بمقدار 20.83 مليون شخص في السنة تقريباً.

التقاطع مع المحور y بقيمة 87.5 لأن المستقيم الممثل يمر عبر المحور y عند نقطة $(0, 87.5)$ تقريباً. وهذا معناه أنه كان هناك حوالي 87.5 مليون مشترك في خدمة الهاتف الخلوي في عام 1999.

$$y = mx + b \quad \text{صيغة الميل والجزء المقطوع}$$

$$y = 20.83x + 87.5 \quad \text{عوض عن } m \text{ بالعدد } 20.83 \text{ وعن } b \text{ بالعدد } 87.5$$

$$y = 20.83x + 87.5 \quad \text{معادلة المستقيم الأفضل تمثيلاً هي}$$

4. استخدم المعادلة لتخمين عدد المشتركين في خدمة الهاتف الخلوي في عام 2015.

العام 2015 بعد العام 1999 بمقدار 16 عامًا.

$$y = 20.83x + 87.5 \quad \text{معادلة المستقيم الأفضل تمثيلاً}$$

$$y = 20.83(16) + 87.5 \quad \text{عوض عن } x \text{ بالعدد } 16$$

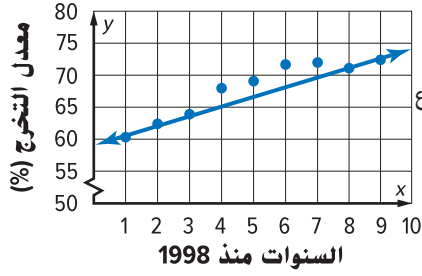
$$y = 333.28 + 87.5 \quad \text{بسط.}$$

إذًا، في العام 2015، سيكون هناك حوالي 420.83 مليون مشترك في خدمة الهواتف الخلوية.

التقدير

يُعد رسم مستقيم أفضل تمثيلاً باستخدام الطريقة الواردة في هذا الدرس تقديرياً. ولهذا، فمن الممكن رسم مستقيبات مختلفة لتقريب البيانات نفسها.

تأكد من فهمك! أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.



يوضح مخطط الانتشار معدل تخرج طلاب مدرسة ثانوية.

- c. اكتب معادلة بصيغة الميل والجزء المقطوع للمستقيم الأفضل تمثيلاً للمرسوم، وفسّر الميل والتقاطع مع المحور y .
- d. استخدم المعادلة لتخمين معدل التخرج في عام 2020.

اكتب الحل هنا.

c. _____

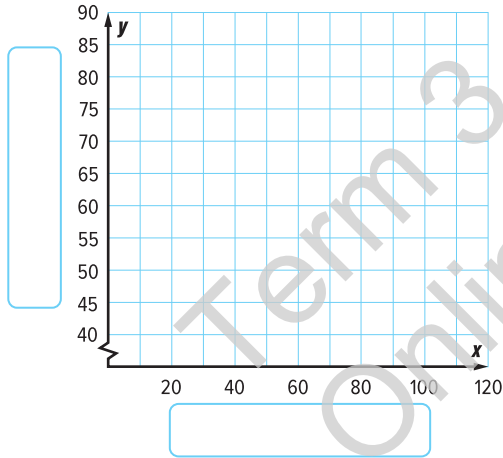
d. _____



تمرين موجّه

| الأعوام منذ 1900 | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
|---------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| متوسط العمر المتوقع | 47.3 | 50.0 | 54.1 | 59.7 | 62.9 | 68.2 | 69.7 | 70.8 | 73.7 | 75.4 | 77.1 |

1. يوضح الجدول متوسط العمر المتوقع، بالأعوام، للأشخاص المولودين في أعوام بعينه. (الأمثلة 1-4)



- a. أنشئ مخطط انتشار للبيانات. ثم ارسم المستقيم الأفضل تمثيلاً للبيانات وقيّمه.

- b. اكتب معادلة في صيغة الميل والجزء المقطوع للمستقيم الممثل، وفسّر الميل والتقاطع مع المحور y .

- c. استخدم المعادلة لتخمين متوسط العمر المتوقع لشخص وُلد في عام 2020.

2. الاستفادة من السؤال الأساسي لماذا تُقدّر المستقيم الأفضل تمثيلاً لمخطط الانتشار؟

قيّم نفسك!

هل أنت مستعد للمتابعة؟ ظلل القسم الذي ينطبق.



مطوياتي | حان وقت تحديث مطوبتك!

تمارين ذاتية

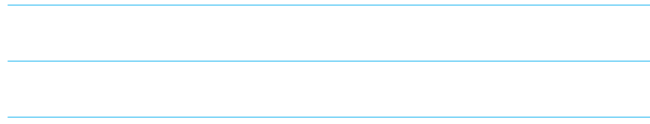
طول القامة (بالسنتيمترات) ومقاس الحذاء

| مقاس الحذاء | طول القامة | مقاس الحذاء | طول القامة |
|-----------------|------------|-----------------|------------|
| 8 | 166 | 6 $\frac{1}{2}$ | 165 |
| 8 | 165 | 9 | 168 |
| 7 $\frac{1}{2}$ | 165 | 7 $\frac{1}{2}$ | 163 |
| 7 | 162 | 7 | 164 |
| 7 | 162 | 5 $\frac{1}{2}$ | 162 |
| 9 | 168 | 5 | 160 |
| 9 | 165 | 9 | 167 |
| 9 | 165 | 6 | 159 |

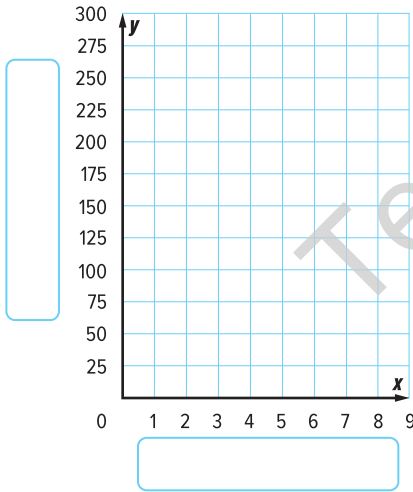
1 نتائج استطلاع أُجري عن مقاسات أحذية السيدات

وأطوال قاماتهن موضحة فيما يلي. (المثالان 1 و2)

a. أنشئ مخطط انتشار للبيانات. ثم ارسم المستقيم الأفضل تمثيلاً للبيانات وقتيه.



b. استخدم المستقيم الأفضل تمثيلاً لتخمين طول قامة امرأة ترتدي حذاءً مقاسه 5.



2. يوضح الجدول عدد السرعات الحرارية المحروقة أثناء السير في دورات حول مضمار. (الأمثلة 1-4)

| الدورات البنجزة | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---------------------------|----|----|----|-----|-----|-----|-----|
| السرعات الحرارية المحروقة | 30 | 70 | 80 | 112 | 150 | 170 | 225 |

a. أنشئ مخطط انتشار للبيانات. ثم ارسم المستقيم الأفضل تمثيلاً للبيانات.

b. اكتب معادلة للمستقيم الأفضل تمثيلاً. استخدم المعادلة لتخمين عدد السرعات الحرارية المحروقة إذا سار شخص ما 15 دورة.

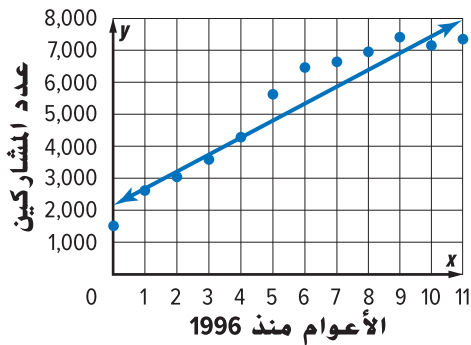
3. يوضح مخطط الانتشار عدد الفتيات اللاتي تشاركن في رياضة

كرة السلة. (المثالان 3 و4)

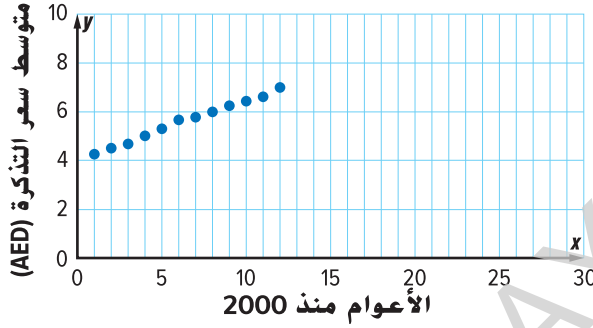
a. اكتب معادلة بصيغة الميل والجزء المقطوع للمستقيم الأفضل تمثيلاً المرسوم. وفسّر الميل والتقاطع مع المحور y.

b. استخدم المعادلة لتخمين عدد الفتيات اللاتي ستشاركن في رياضة

كرة السلة في العام 2020.



4. استخدام نماذج الرياضيات انظر الإطار الرسومي المصور أدناه للتمرينين a و b.



- a. يوضح مخطط الانتشار متوسط أسعار التذاكر منذ 2000. ارسم المستقيم الأفضل تمثيلاً للبيانات في مخطط الانتشار الخاص بك.
- b. اكتب معادلة بصيغة الميل والجزء المقطوع للمستقيم الأفضل تمثيلاً. خمن تكلفة تذكرة مشاهدة فيلم في عام 2025.

مسائل مهارات التفكير العليا

5. استخدام أدوات الرياضيات استخدم جريدة أو الإنترنت للعثور على مخطط انتشار يتألف على الأقل من سبع نقاط بيانات. الصق مخطط الانتشار بشرط لاصق في كتابك. ارسم المستقيم الأفضل تمثيلاً واكتب معادلة للمستقيم.
6. المثابرة في حل المسائل صف مخطط انتشار لا يمثل المستقيم الموائم البيانات أو ارسم هذا المخطط. أشرح استنتاجك لزميلك في الفصل.

7. تبرير الاستنتاجات حدد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة دائماً أم أحياناً أم ليست صحيحة على الإطلاق بالنسبة إلى البيانات ذات الارتباط الموجب. برر إجابتك.

a. ميل المستقيم الأفضل تمثيلاً موجب.

b. التقاطع مع المحور y موجب.

تمرين إضافي

انسخ وجد الحل بالنسبة إلى التمارين 8-14، اكتب الحل والإجابات في ورقة منفصلة.

8. يبين الجدول سعة التخزين والتكلفة لذاكرات تخزين البيانات في متجر إلكترونيات محلي.

| سعة التخزين (ميغابايت) | 2 | 2 | 2 | 2 | 4 | 4 | 4 | 4 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 16 | 16 | 16 | 16 |
|------------------------|-----|----|---|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| التكلفة (AED) | 6.5 | 12 | 7 | 10 | 9 | 10 | 20 | 23 | 15 | 17 | 20 | 25 | 40 | 23 | 40 | 50 | 80 |

- a. أنشئ مخطط انتشار للبيانات. ارسم المستقيم الأفضل تمثيلاً للبيانات وقيّمه.
b. اكتب معادلة بصيغة الميل والجزء المقطوع للمستقيم الأفضل تمثيلاً، وفسّر الميل والتقاطع مع المحور y .
c. استخدم المعادلة لتخمين تكلفة ذاكرة بيانات سعة تخزينها 32 ميغابايت.

9. استخدام نماذج الرياضيات يوضح الجدول الدهون والسعرات الحرارية الموجودة في شطائر الأطعمة السريعة.

| الدهون (بالجرامات) | 21 | 10 | 14 | 21 | 30 | 34 | 32 | 37 | 27 | 26 | 18 | 7 |
|--------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| السعرات الحرارية | 490 | 280 | 330 | 430 | 530 | 590 | 540 | 590 | 550 | 470 | 450 | 340 |

- a. أنشئ مخطط انتشار للبيانات. ارسم المستقيم الأفضل تمثيلاً للبيانات وقيّمه.
b. اكتب معادلة بصيغة الميل والجزء المقطوع للمستقيم الأفضل تمثيلاً، وفسّر الميل والتقاطع مع المحور y .
c. استخدم المعادلة لتخمين عدد جرامات الدهون في شطيرة بها 350 سعراً حرارياً.

10. يوضح الجدول التكلفة لكل كيلوجرام من التفاح على مدى عدة سنوات.

| السنوات منذ 1999 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|--------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| التكلفة للكيلوجرام (AED) | 0.92 | 0.87 | 0.95 | 0.98 | 1.04 | 1.07 | 1.12 | 1.12 | 1.32 | 1.18 | 1.22 |

- a. أنشئ مخطط انتشار للبيانات. ارسم المستقيم الأفضل تمثيلاً للبيانات وقيّمه.
b. اكتب معادلة بصيغة الميل والجزء المقطوع للمستقيم الأفضل تمثيلاً، وفسّر الميل والتقاطع مع المحور y .
c. استخدم المعادلة لتخمين تكلفة التفاح في العام 2025.

انطلق! تهرين على الاختبار

11. سجّلت سهولة بيانات عن عدد السرعات الحرارية التي أحرقتها على امتداد فترات زمنية مختلفة أثناء ركضها على جهاز الجري الكهربائي. ومثّلت البيانات في مخطط انتشار ورسمت المستقيم الأفضل تمثيلاً. ومعادلة المستقيم هي $C = 14.5m$. حيث يمثل C عدد السرعات الحرارية المحروقة ويمثل m عدد الدقائق المتقضية في الركض. حدد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة أم خطأ.

صحيحة خطأ

a. الميل موجب لأنه عندما تركض سهولة لفترة دقائق أكثر، فهي تحرق سرعات حرارية أكثر.

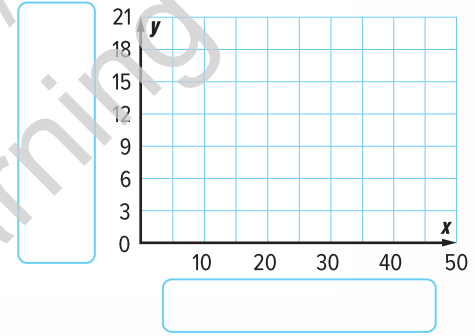
صحيحة خطأ

b. وفقاً للمستقيم الأفضل تمثيلاً، ستحرق سهولة حوالي 290 سعراً حراريًا إذا ركضت لمدة 20 دقيقة.

درجات حرارة تبريد الريح عند درجة 17°C

| سرعة الريح (km/h) | درجة الحرارة ($^\circ\text{F}$) | سرعة الريح (km/h) | درجة الحرارة ($^\circ\text{F}$) |
|-------------------|-----------------------------------|-------------------|-----------------------------------|
| 5 | 15 | 25 | 6 |
| 10 | 11 | 30 | 5 |
| 15 | 9 | 35 | 4 |
| 20 | 7 | 40 | 3 |

12. يوضح الجدول درجات حرارة تبريد الريح لسرعات الريح المختلفة عندما تكون درجة الحرارة الخارجية هي 17°C . أنشئ مخطط انتشار للبيانات ثم ارسم المستقيم الأفضل تمثيلاً.



هل للمستقيم الأفضل تمثيلاً ميل موجب أم سالب؟ اشرح ما الذي يمثله هذا.

مراجعة شاملة

حدد ما إذا كان مخطط انتشار كلٍّ مما يلي يبين ارتباطاً موجباً أم سالباً أم لا يوجد ارتباط.

13. عُمر الطالب وعدد إخوته

14. عدد الضربات خارج حدود الملعب والمدة الزمنية المتقضية في التمرن على ضرب الكرة بمضرب البيسبول

مختبر الاستكشاف 3

تقنية التمثيل البياني: الارتباط الخطي وغير الخطي

المهارات
الرياضية
1, 3, 5

كيف يمكنك استخدام التكنولوجيا لوصف الارتباطات في مخططات الانتشار؟



يوضح الجدول عدد الساعات الأسبوعية المنقضية في مشاهدة التلفزيون وعدد الساعات الأسبوعية المنقضية في ممارسة التمارين الرياضية.

| | | | | | | | | |
|---------------------------------------|-----|-----|-----|----|-----|----|-----|-----|
| مشاهدة التلفزيون أسبوعياً (h) | 17 | 20 | 11 | 10 | 15 | 38 | 5 | 25 |
| ممارسة التمارين الرياضية أسبوعياً (h) | 5 | 4.5 | 7.5 | 8 | 6.5 | 1 | 7.5 | 3 |
| مشاهدة التلفزيون أسبوعياً (h) | 25 | 32 | 5 | 17 | 40 | 28 | 20 | 30 |
| ممارسة التمارين الرياضية أسبوعياً (h) | 2.5 | 3.5 | 6 | 7 | 0.5 | 5 | 4 | 1.5 |

نشاط عملي 1

يمكنك استخدام حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط انتشار للبيانات وإيجاد المستقيم الأفضل تمثيلاً وتمثيله بيانياً.

الخطوة 1
امحُ البيانات الموجودة بالضغط على **CLEAR** **▲** **ENTER** **STAT**. ثم أدخل البيانات. أدخل عدد الساعات الأسبوعية المنقضية في مشاهدة التلفزيون في L_1 واضغط على **ENTER**. ثم أدخل عدد الساعات الأسبوعية المنقضية في ممارسة التمارين الرياضية في L_2 .



الخطوة 2
شغل المخطط الإحصائي بالضغط على **ENTER** **STAT** **2nd** **PLCt**. حدّد مخطط الانتشار وأكد على L_1 ليكون $Xlist$. وعلى L_2 ليكون $Ylist$. وعلى المربع بصفته العلامة.

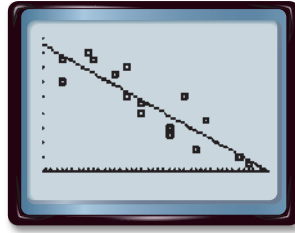


الخطوة 3
مثّل البيانات بيانياً بالضغط على **ZOOM** 9. استخدم خاصية Trace (تتبع) وزري السهمين الأيسر والأيمن للتحرك من نقطة إلى أخرى.

هل تقترح البيانات وجود ارتباط خطي؟

الخطوة 4
ادخل إلى قائمة **CALC** بالضغط على **STAT** **►**. حدّد 4 لإيجاد المستقيم الأفضل تمثيلاً بصيغة $y = ax + b$. اضغط على **2nd** **L1** **2nd** **L2** **ENTER** لإيجاد المستقيم الأفضل تمثيلاً للبيانات الواردة في القائمتين L_1 و L_2 . ما الذي تُظهره الشاشة لكل من a و b ؟

$$y = \underline{\hspace{2cm}} \quad a = \underline{\hspace{2cm}} \quad b = \underline{\hspace{2cm}}$$



الخطوة 5
 مثل بيانات المستقيم الأفضل تمثيلاً في Y_1 بالضغط على Y
 ثم بالضغط على $VARs$ 5 للوصول إلى قائمة Statistics
 (الإحصاء) استخدم مفتاحي \blacktriangleright و $ENTER$ لتحديد EQ. ثم اضغط
 على 1 لتحديد RegEQ. معادلة المستقيم الأفضل تمثيلاً. وفي
 النهاية، اضغط على $GRAPH$.

استخدم خاصية TRACE (تتبع) للتنبؤ بمتوسط عدد ساعات ممارسة التمارين
 الرياضية التي سيحصل عليها شخص يشاهد التلفزيون لمدة 35 ساعة.

نشاط عملي 2

الارتباط غير الخطي هو الارتباط الذي لا يتبع فيه النمط توجهاً خطياً.

يبين الجدول أطوال أضلاع مربعات متعددة والمساحات المتوافقة معها. أنشئ
 مخطط انتشار للبيانات لتحديد نوع العلاقة. إن وجدت، بين طول ضلع مربع
 ومساحته.

| المساحة (cm ²) | طول الضلع (cm) |
|----------------------------|----------------|
| 0.25 | 0.5 |
| 1 | 1 |
| 2.25 | 1.5 |
| 4 | 2 |
| 6.25 | 2.5 |
| 9 | 3 |
| 12.25 | 3.5 |

الخطوة 1
 امحُ المعادلة من Y_1 بالضغط على Y $CLEAR$
 امحُ البيانات الموجودة من L_1 ومن L_2 بالضغط
 على $STAT$ $ENTER$ \blacktriangle $CLEAR$ $ENTER$
 $ENTER$ $CLEAR$ \blacktriangle \blacktriangleright

الخطوة 2
 نالياً، أدخل البيانات. وأدخل أطوال الأضلاع في L_1
 واضغط على $ENTER$. ثم أدخل المساحات في L_2 .

| L1 | L2 | L3 | 2 |
|-----|--------------|----|---|
| 0.5 | 0.25 | | |
| 1 | 1 | | |
| 1.5 | 2.25 | | |
| 2 | 4 | | |
| 2.5 | 6.25 | | |
| 3 | 9 | | |
| 3.5 | 12.25 | | |
| | L2(1) = 0.25 | | |

الخطوة 3
 شغل المخطط الإحصائي بالضغط على $2nd$ $STAT PLOT$ $ENTER$ $ENTER$
 حدد مخطط الانتشار وأكد على L_1 ليكون Xlist، وعلى L_2 ليكون
 Ylist، وعلى المربع بصفته العلامة.

الخطوة 4
 مثل البيانات بيانياً بالضغط على $ZOOM$ 9. استخدم خاصية
 Trace (تتبع) وزري السهمين الأيسر والأيمن للتحرك من نقطة إلى أخرى.

هل يُظهر مخطط الانتشار ارتباطاً خطياً أم غير خطي؟ اشرح.

استكشاف



تعاون مع زميلك

| الشهر | الفاتورة (AED) |
|--------|----------------|
| يناير | 146 |
| فبراير | 138 |
| مارس | 116 |
| أبريل | 84 |
| مايو | 72 |
| يونيو | 73 |
| يوليو | 94 |
| أغسطس | 114 |
| سبتمبر | 92 |
| أكتوبر | 91 |
| نوفمبر | 126 |
| ديسمبر | 139 |

تعيش سلمى في الإمارات. سجّلت سلمى مقدار تكلفة فاتورة الكهرباء الخاصة بها كل شهر لمدة عامٍ واحد. وعرضتها في الجدول الموضح على اليسار. استخدم حاسبة التمثيل البياني الخاصة بك والخطوات التالية لإنشاء مخطط انتشار للبيانات.

الخطوة 1 امخّ البيانات الموجودة من L_1 ومن L_2 .

الخطوة 2 أدخل البيانات. أدخل أعداد الشهور في L_1

ومبالغ فواتير الكهرباء في L_2 .

الخطوة 3 شغّل المخطط الإحصائي حدد مخطط الانتشار وأكد على L_1 ليكون $Xlist$. وعلى L_2 ليكون $Ylist$.

الخطوة 1 ممثّل البيانات بيانيًا.

1. فيمّ يختلف مخطط الانتشار عن مخطط الانتشار الوارد في النشاط 2؟

2. هل يُظهر مخطط الانتشار ارتباطًا خطيًا أم غير خطي؟ اشرح.

3. ما الذي يعنيه معدل التغير السالب في سياق المسألة؟

4. **استخدام أدوات الرياضيات** اجمع مجموعة من البيانات يمكن تمثيلها في مخطط انتشار. استخدم حاسبة تمثيل بياني لتحديد ما إذا كانت البيانات لها ارتباط خطي أم غير خطي. إذا كان الارتباط خطيًا، فاستخدم حاسبة التمثيل البياني لإيجاد المستقيم الأفضل تمثيلًا للتوصل إلى تنبؤ. وضّح بياناتك ونتائجك في المساحة المتوفرة.





تعاون مع زميلك

يقس معامل الارتباط قوة الارتباط بين مجموعتين من البيانات، أو مدى قرب تجمع البيانات حول المستقيم الأفضل تمثيلاً.

يمكنك استخدام حاسبة التمثيل البياني لإيجاد معامل الارتباط للبيانات الواردة في النشاط 1. قبل أن تعيد إدخال البيانات، ستحتاج للتأكد من تشغيلك لخاصية Diagnostics (التشخيص). اضغط على [2nd] [Catalog]. مرر لأسفل حتى تري خيار DiagnosticOn. ثم اضغط على [ENTER].

أكمل الخطوات 1-4 في النشاط 1. وهذه المرة، عندما تكمل الخطوة 4، فمن المفترض أن ترى قيمًا لكل من r^2 و r . قيمة r هي معامل الارتباط.

5. في النشاط 1، ما قيمة r ؟

6. **التخمين** يوضح الجدول كيف تعكس قيمة r قوة الارتباط. على سبيل المثال، سيشير الارتباط السالب القوي إلى أن البيانات متجمعة تجمّعًا ضيقًا حول المستقيم الموازي ذي الميل السالب.

| إذا كان... | $-1 \leq r \leq -0.5$ | $-0.5 < r < 0$ | $r = 0$ | $0 < r < 0.5$ | $0.5 \leq r \leq 1$ |
|---------------------|-----------------------|----------------|----------------|---------------|---------------------|
| ... فإن الارتباط... | سالب قوي | سالب ضعيف | لا يوجد ارتباط | موجب ضعيف | موجب قوي |

كيف تُصنّف الارتباط في النشاط 1؟



اكتب معامل ارتباط لكل ارتباط. اشرح سبب اختيارك لكل قيمة.

8. سالب ضعيف

7. موجب قوي

9. **الاستكشاف** كيف يمكنك استخدام التكنولوجيا لوصف الارتباطات في مخططات الانتشار؟

الجداول ذات المدخلين

السؤال الأساسي

كيف تُستخدم الأنماط عند مقارنة كميتين؟

المفردات

تكرار نسبي relative frequency
الجدول ذو المدخلين
two-way table

المهارسات الرياضية

1, 3, 4, 5

الربط بالحياة اليومية

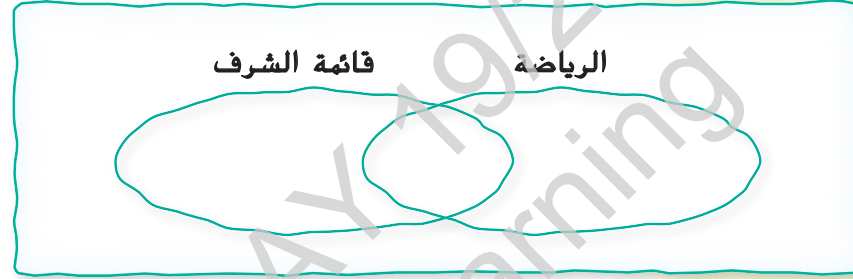


استطلاع الرياضيين من الطلاب

| | |
|----------------------------------|-----|
| على قائمة الشرف فقط | 115 |
| يمارسون الرياضة فقط | 45 |
| يمارسون الرياضة وعلى قائمة الشرف | 250 |

الطلاب الرياضيون يوضح الجدول من استطلاع أُجري على 440 طالبًا. سُئل الطلاب عما إذا كانوا على قائمة الشرف أم لا وإذا ما كانوا قد مارسوا إحدى الألعاب الرياضية أم لا.

1. أكمل مخطط فن لتمثيل البيانات.



2. **التكرار النسبي** هو نسبة قيمة الإجمالي الجزئي إلى قيمة الإجمالي. ما التكرار النسبي لطلاب على قائمة الشرف ويمارس إحدى الألعاب الرياضية بالنسبة إلى كل الطلاب الموجودين على قائمة الشرف؟

3. هل هناك دليل على أن الطلاب الذين يمارسون الرياضة هم كذلك على قائمة الشرف؟ اشرح.

ما **المهارسات الرياضية** التي استخدمتها؟ ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

- | | |
|---------------------------|-----------------------------|
| ① المثابرة في حل المسائل | ⑤ استخدام أدوات الرياضيات |
| ② التفكير بطريقة تجريدية | ⑥ مراعاة الدقة |
| ③ بناء فرضية | ⑦ الاستفادة من البنية |
| ④ استخدام نماذج الرياضيات | ⑧ استخدام الاستنتاج المتكرر |



إنشاء جدول ذي مدخلين

يوضح **الجدول ذو المدخلين** البيانات من مجموعة عينات واحدة بينما ترتبط بفئتين مختلفتين. البيانات نفسها من مخطط فن الوارد في الصفحة السابقة موضحة أدناه في صورة جدول ذي مدخلين، حيث إن إحدى الفئتين مُمثلة بالصفوف والفئة الأخرى مُمثلة بالأعمدة. والفئتان الواردتان في الجدول الموضح هما "يمارسون إحدى الألعاب الرياضية" و"على قائمة الشرف".

| | يمارسون إحدى الألعاب الرياضية | لا يمارسون أي رياضة | الإجمالي |
|---------------------|-------------------------------|---------------------|----------|
| على قائمة الشرف | 250 | 115 | 365 |
| ليس على قائمة الشرف | 45 | 30 | 75 |
| الإجمالي | $250 + 45 = 295$ | $115 + 30 = 145$ | 440 |

مثال

1. أجرى رشيد استطلاعاً للطلاب في مدرسته. ووجد أن 78 طالباً يمتلكون هاتفاً خلويًا و 57 من أولئك الطلاب يمتلك مشغل MP3. وهناك 13 طالباً لا يمتلكون هاتفاً خلويًا ولكنهم يمتلكون مشغل MP3. وتسعة طلاب لا يمتلكون أيًا من هذين الجهازين أمشي جدولاً ذا مدخلين يلخص البيانات.

الخطوة 1 أنشئ جدولاً باستخدام فئتين: الهواتف الخلوية ومُشغلات MP3. املأ الجدول بالقيم المعطاة.

| | يمتلكون مشغل MP3 | لا يمتلكون مشغل MP3 | الإجمالي |
|--------------------------|------------------|---------------------|----------|
| يمتلكون هاتفاً خلويًا | 57 | | 78 |
| لا يمتلكون هاتفاً خلويًا | 13 | 9 | |
| الإجمالي | | | |

الخطوة 2 استخدم الاستنتاج لإكمال الجدول. تذكر أن الإجماليات هي لكل صف وعمود. ينبغي أن يكون العمود المُسمى "الإجمالي" بالمجموع نفسه في الصف المُسمى "الإجمالي".

| | يمتلكون مشغل MP3 | لا يمتلكون مشغل MP3 | الإجمالي |
|--------------------------|------------------|---------------------|----------|
| يمتلكون هاتفاً خلويًا | 57 | 21 | 78 |
| لا يمتلكون هاتفاً خلويًا | 13 | 9 | 22 |
| الإجمالي | 70 | 30 | 100 |

تأكد من فهمك! أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد من أنك فهمت.

a. يوجد 150 طالب في معسكر صيفي و 71 منهم اشتركوا في نشاط السباحة. وكان هناك إجمالي 62 طالب اشتركوا في نشاط التجديف في قارب الكانو و 28 منهم اشتركوا كذلك في نشاط السباحة. أنشئ جدولاً ذا مدخلين يُلخّص البيانات.

| | اشتركوا في التجديف | لم يشتركوا في التجديف | الإجمالي |
|-----------------------|--------------------|-----------------------|----------|
| اشتركوا في السباحة | | | |
| لم يشتركوا في السباحة | | | |
| الإجمالي | | | |



تفسير التكرارات النسبية

في الجدول ذي المدخلين، يمكن توضيح التكرارات النسبية للصفوف أو الأعمدة، بدلاً من القيم الفعلية، وعن طريق تحليل التكرارات النسبية في جدول ذي مدخلين، يمكنك تحديد الارتباطات المحتملة بين المتغيرين.

مثال

2. جد التكرارات النسبية للطلاب المشاركين في الاستطلاع من المثال 1 باتباع بيانات الصف وفسرها.

| | يملكون مشغل MP3 | لا يملكون مشغل MP3 | الإجمالي |
|-------------------------|-----------------|--------------------|----------|
| يملكون هاتفاً خلويًا | 57 | 21 | 78 |
| لا يملكون هاتفاً خلويًا | 13 | 9 | 22 |
| الإجمالي | 70 | 30 | 100 |

لإيجاد التكرارات النسبية باتباع بيانات الصف، اكتب نسب كل قيمة إلى الإجمالي الوارد في هذا الصف. قَرّب النتيجة لأقرب جزء من المئة.

| | يملكون مشغل MP3 | لا يملكون مشغل MP3 | الإجمالي |
|-------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------|
| يملكون هاتفاً خلويًا | $57; \frac{57}{78} \approx 0.73$ | $21; \frac{21}{78} \approx 0.27$ | 78; 1.00 |
| لا يملكون هاتفاً خلويًا | $13; \frac{13}{22} \approx 0.59$ | $9; \frac{9}{22} \approx 0.41$ | 22; 1.00 |

الإجماليات اللازمة وحدها هي التي تظهر في الجدول.

بناءً على قيمة التكرار النسبي 0.73 في إحدى الخلايا، يمكنك بديهياً استنتاج أن أغلب الطلاب الذين يملكون هاتفاً خلويًا يملكون أيضاً مشغل MP3. كما تشير البيانات إلى أن أكثر من نصف الطلاب الذين لا يملكون هاتفاً خلويًا سيملكون مشغل MP3.

تأمل

أي تكرار نسبي ستستخدم لتحديد ما إذا كان هناك ارتباط بين المتغيرين في جدول ذي مدخلين؟ اشرح فيما يلي.

تأكد من فهمك! أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد من أنك فهمت.

b. جسد التكرارات النسبية للطلاب المشاركين في الاستطلاع باتباع بيانات العمود وفسرها. قَرّب النتيجة لأقرب جزء من المئة إذا لزم الأمر.

| | يملكون مشغل MP3 | لا يملكون مشغل MP3 |
|-------------------------|-----------------|--------------------|
| يملكون هاتفًا خلويًا | 57 ؛ | 21 ؛ |
| لا يملكون هاتفًا خلويًا | 13 ؛ | 9 ؛ |
| الإجمالي | 70 ؛ | 30 ؛ |

اكتب
الحل
هنا.

b. _____



تمرين موجّه

| | لا يوافقون على القواعد | يوافقون على القواعد | الإجمالي |
|----------|---------------------------|------------------------|----------|
| المعلمون | | | |
| الطلاب | | | |
| الإجمالي | | | |

1. أجرت نجاة استطلاعًا للأشخاص في الكافيتريا الخاصة بها ووجدت أن 38 معلمًا يوافقون على القواعد الجديدة للكافيتريا في حين أن 70 منهم لا يوافقون. وكان هناك 92 طالبًا أُجري عليهم الاستطلاع و 41 منهم يوافقون على القواعد الجديدة للكافيتريا. أنشئ جدولًا ذا مدخلين بلخص البيانات. (المثال 1)

| | التلفزيون | الإنترنت | الإجمالي |
|-------------|-----------|----------|----------|
| الصف السابع | 13 ؛ | 49؛ | |
| الصف الثامن | 20؛ | 68؛ | |
| الإجمالي | | | |

2. يوضح الجدول ذو المدخلين كيفية حصول بعض الطلاب على الأخبار. جسد التكرارات النسبية للطلاب المشاركين في الاستطلاع باتباع بيانات الصف وفسرها. (المثال 2)

3. الاستفادة من السؤال الأساسي كيف يُستخدم الجدول ذو المدخلين عند تحديد الارتباطات المحتملة بين فئتين مختلفتين من مجموعة العينات نفسها؟

قيّم نفسك!

ما مدى فهمك للجدول ذات المدخلين؟ حوّل الصورة التي تنطبق.



واضح



واضح إلى حد ما



غير واضح

المطويات | حان وقت تحديث مطوبتك!

تمارين ذاتية

| | دجاج | لحم بقرى | الإجمالي |
|----------|------|----------|----------|
| أرز | | | |
| مكرونات | | | |
| الإجمالي | | | |



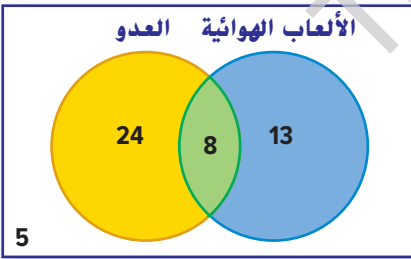
1 سئل مئة عميل في مطعم عمّا إذا ما كانوا يحبون الدجاج أم اللحم البقري وعمّا إذا كانوا يحبون الأرز أم المكرونات. ومن أصل 30 عميلاً أحب الأرز، و أحب منهم 20 عميلاً الدجاج. وكان هناك 60 عميلاً أحبوا الدجاج. أنشئ جدولاً ذا مدخلين يلخص البيانات. (المثال 1)

| | يُتلقون مصروفًا | لا يتلقون مصروفًا | الإجمالي |
|---------------------------|-----------------|-------------------|----------|
| يُؤدون الأعمال اليومية | 13; | 3; | |
| لا يُؤدون الأعمال اليومية | 5; | 4; | |
| الإجمالي | | | |

2. يوضح الجدول ذو المدخلين عدد الطلاب الذين يُؤدون الأعمال اليومية في المنزل والطلاب الذين لا يُؤدونها وإذا ما كانوا يتلقون مصروفًا أم لا. جسد التكرارات النسبية للطلاب المشاركين في الاستطلاع باتباع بيانات العمود وفسرها. (المثال 2)

| | يُرسلون الرسائل النصية | يُرسلون الرسائل الصوتية | الإجمالي |
|------------------|------------------------|-------------------------|----------|
| طلاب الصف السابع | 59; | 25; | |
| طلاب الصف الثامن | 59; | 41; | |
| الإجمالي | | | |

3 يوضح الجدول ذو المدخلين عدد الطلاب الذين يستخدمون الرسائل الهاتفية استخدامًا يوميًا. جسد التكرارات النسبية للطلاب المشاركين في الاستطلاع باستخدام بيانات الصنوف وفسرها هذه التكرارات. (المثال 2)

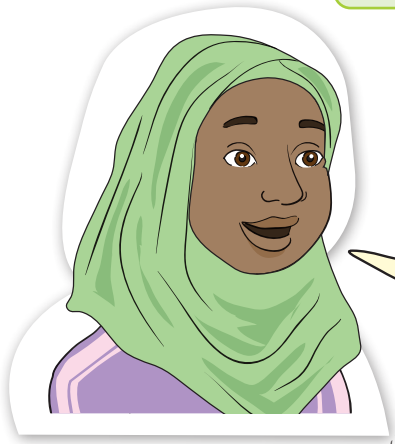


4. استخدام أدوات الرياضيات يوضح مخطط فين عدد الطلاب الذين يمارسون الرياضة بطرق مختلفة. أنشئ جدولاً ذا مدخلين يعرض هذه البيانات. جسد التكرارات النسبية باتباع بيانات العمود وفسرها.

اكتب الحل هنا.

| | | | |
|--|--|--|--|
| | | | |
| | | | |
| | | | |

مسائل مهارات التفكير العليا



5. **م.ر** البحث عن الخطأ تُفسّر نجلاء بيانات بشأن زميلاتها بالصف الذين لديهم وظيفة بعد المدرسة وهم على قائمة الشرف. من أصل 100 طالب ليس لديهم وظيفة، 67 طالبًا ليسوا على قائمة الشرف. ابحث عن خطئها وصححه.

في صفي الدراسي، أكثر من نصف الطلاب المذكورين في قائمة الشرف ليست لديهم وظائف بعد المدرسة.

6. **م.ر** استخدام أدوات الرياضيات أجر استطلاعًا على زملائك في الصف لمعرفة إذا كان لديهم موعد محدد لدخول منازلهم وإذا ما كانوا مكلفين بأداء أعمال يومية في منازلهم. على ورقة منفصلة، أنشئ جدولًا ذا مدخلين يعرض النتائج. ثم فسّر النتائج.

7. **م.ر** المثابرة في حل المسائل يوضح الجدول ذو المدخلين أدناه عدد الطلاب موضحة أيضًا لونا والشعر والعين لكل منهم.

| | | لون الشعر | | | | الإجمالي |
|-----------|----------|-----------|-----|------|------|----------|
| | | أسود | بني | أحمر | أشقر | |
| لون العين | بني | 7 | 12 | 3 | 1 | 23 |
| | أزرق | 2 | 8 | 2 | 9 | 21 |
| | بندي | 2 | 5 | 1 | 1 | 9 |
| | أخضر | 1 | 3 | 1 | 2 | 7 |
| | الإجمالي | 12 | 28 | 7 | 13 | 60 |

أيهما أكبر: النسبة المئوية للطلاب بنبي الشعر وورق العينين أم النسبة المئوية للطلاب حمر الشعر وبنبي العينين؟

8. **م.ر** استخدام نماذج الرياضيات يوضح الجدول ذو المدخلين على اليسار عدد الساعات التي ذاكر فيها الطلاب وإذا ما كانوا قد ذاكروا على نحو مستقل أم ضمن مجموعة للمذاكرة معًا. اكتب سؤالين يمكن إجابتها باستخدام التكرارات النسبية للبيانات في الجدول. ثم اطلب من زميل لك في الفصل حل هذين السؤالين.

| | طلاب ذاكروا أقل من ساعتين | طلاب ذاكروا أكثر من ساعتين |
|---------------------------------|---------------------------|----------------------------|
| طلاب ذاكروا على نحو مستقل | 12 | 4 |
| طلاب ذاكروا ضمن مجموعة للمذاكرة | 8 | 11 |

تمرين إضافي

انسخ وجد الحل بالنسبة إلى التمارين 9-17 ، اكتب الحل والإجابات على ورقة منفصلة.

9 عندما دخل كل شخص إلى المسرح، عدّ حمدان عدد الأشخاص - ضمن إجمالي 105 شخصًا - كم منهم كان معه عبوة فشار وكم منهم كان معه مشروب. واكتشف أن من أصل 84 شخصًا كان معهم فشار، 10 منهم فحسب لم يكن معهم مشروب. ودخل ستة أشخاص بدون فشار أو مشروب. أنشئ جدولاً ذا مدخلين يلخص النتائج.

| | حضور صف الرياضيات | عدم حضور صف الرياضيات |
|------------------------------|-------------------|-----------------------|
| حضور صف اللغة الإنجليزية | 4 | 2 |
| عدم حضور صف اللغة الإنجليزية | 1 | 3 |

10. يوضّح الجدول ذو المدخلين عدد زميلات هالة في فريق كرة القدم اللائي يحضرن معها في صف الرياضيات وفي صف اللغة الإنجليزية.

a. كم عدد زميلات هالة في الفريق؟

b. ما التكرار النسبي لزميلات هالة في الفريق اللائي يحضرن في كلا صفي هالة الدراسين بالنسبة إلى زميلاتهما في الفريق؟

c. من بين زميلات هالة في الفريق اللائي يحضرن في صف الرياضيات معها، أي نسبة مئوية أكبر: النسبة المئوية لزميلاتهما في الفريق اللائي يحضرن صف اللغة الإنجليزية معها أم النسبة المئوية لزميلاتهما في الفريق اللائي لا يحضرن معها في صف اللغة الإنجليزية؟

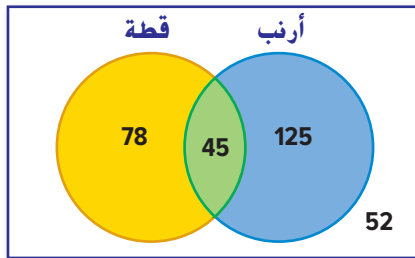
| | الصف الدراسي A | الصف الدراسي B |
|-------------------|----------------|----------------|
| دار رعاية المسنين | 26 | 21 |
| المستشفى | 13 | 17 |
| المكتبة | 9 | 14 |

11. يُبين الجدول ذو المدخلين الأماكن التي تطوع فيها كلٌّ من الصف الدراسي A والصف الدراسي B في الشهر الماضي. هل تطوعت نسبة مئوية أكبر من الصف الدراسي A أم من الصف الدراسي B في دار رعاية المسنين؟ برر إجابتك.

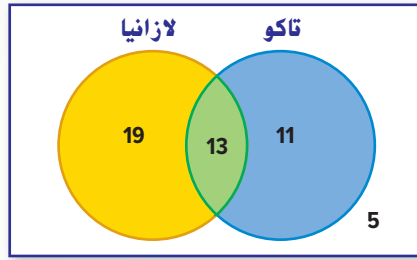
| عدد المرات في الشهر | الصف الدراسي A | الصف الدراسي B |
|---------------------|----------------|----------------|
| 0-5 | 35 | 25 |
| 6-10 | 23 | 16 |
| 11-15 | 22 | 13 |
| 16-20 | 18 | 8 |

12. استخدام أدوات الرياضيات أجرت هيام استطلاعاً للطلّبات في الصفين الدراسيين حول عدد المرات التي يجلبن فيها إفطارهن إلى المدرسة في الشهر. يوضح الجدول النتائج التي توصلت إليها. أنشئ جدولاً ذا مدخلين يوضح التكرارات النسبية باستخدام بيانات الأعمدة. ما التكرار النسبي لعدد طالبات الصف الدراسي B الذين يُحضرون إفطارهن إلى المدرسة أكثر من 6 مرات في الشهر بالنسبة إلى عدد الطالبات الذين شاركوا في الاستطلاع؟ قَرّب النتيجة إلى أقرب جزء من المئة إذا لزم الأمر.

13. أجرى ملجأ لرعاية الحيوانات استطلاعاً عن أنواع الحيوانات الأليفة التي تحصل على الرعاية. أنشئ جدولاً ذا مدخلين يلخص البيانات. ثم جسد التكرارات النسبية باستخدام بيانات الأعمدة وفسرها.



انطلق! تمرين على الاختبار



14. طُلب من أعضاء نادٍ التصويت على أي عشاء يريدون في المناسبة. أكمل الجدول ذا المدخلين بناءً على المعلومات الموضحة في مخطط فن.

| | اللازانيا | لن يأكلوا اللازانيا | الإجمالي |
|------------------|-----------|---------------------|----------|
| تاكو | | | |
| لن يأكلوا التاكو | | | |
| الإجمالي | | | |

ما التكرار النسبي للطلاب الذين اختاروا التاكو واللازانيا بالنسبة إلى إجمالي عدد الطلاب؟ قَرّب النتيجة إلى أقرب جزء من المئة.

| | الطلاب الذين حضروا مسرحية المدرسة | الطلاب الذين لم يحضروا مسرحية المدرسة | الإجمالي |
|---|-----------------------------------|---------------------------------------|----------|
| الطلاب الذين حضروا مباراة كرة السلة | 55 | 63 | 118 |
| الطلاب الذين لم يحضروا مباراة كرة السلة | 88 | 15 | 103 |
| الإجمالي | 143 | 78 | 221 |

15. أُجرت أمانة استطلاعًا على طلاب الصف الثامن لتكتشف ما هي أنشطة المدرسة التي حضروها في عطلة نهاية الأسبوع الماضية. النتائج موضحة في الجدول ذي المدخلين. أيّ مما يلي هي استنتاجات صحيحة بشأن البيانات؟ حدد كل ما ينطبق.

من بين الطلاب الذين حضروا مباراة كرة السلة، حضر أقل من نصفهم مسرحية المدرسة أيضًا.

أكثر من نصف الطلاب الذين أُجري عليهم الاستطلاع حضروا مسرحية المدرسة ولم يحضروا مباراة كرة السلة.

كانت الحالة الأكثر ترجيحًا هي أن الطلاب الذين حضروا مسرحية المدرسة لم يحضروا مباراة كرة السلة.

مراجعة شاملة

أعمار العاملين في المكتب

| الساق | الأوراق |
|-------|-------------|
| 2 | 3 5 8 8 |
| 3 | 1 2 3 3 6 9 |
| 4 | 2 5 7 |
| 5 | 1 3 |

عالمًا $213 = 23$

16. أعمار الأشخاص العاملين في أحد المكاتب موضحة في مخطط الساق والأوراق. جـد وسط البيانات ووسيطها ومتوالها.

17. في دورة رياضة الجولف، يُسمح للاعبين الجولف بحذف أعلى نتيجة لهم قبل حساب متوسط نتائجهم. نتائج سامي هي 103 و 98 و 125 و 96 و 100 و 95 و 98. أي قياسات المركز ستكون أكثر تأثرًا بحذف النتيجة الأعلى؟ اشرح.

استخدام التمثيل البياني

المسألة رقم 1 بالسرعة المطلوبة

صنّفت وفاء مواقع إلكترونية من 1 إلى 10 بحيث يكون التصنيف 1 هو الموقع الأكثر شهرة. ثم أنشأت تمثيلاً بيانياً يبين عدد مرات التنزيل من هذه المواقع.

هل الموقع الأكثر شهرة به أسرع وقت للتنزيل؟

1 النظم ما المعطيات؟

يبين التمثيل البياني مدى شهرة بعض المواقع الإلكترونية ومرات التنزيل لكل موقع.

2 التخطيط ما الإستراتيجية التي ستستخدمها لحل هذه المسألة؟

ادرس البيانات الموجودة في التمثيل البياني.

3 الحل كيف يمكنك تطبيق الإستراتيجية؟

استخدم التمثيل البياني للإجابة عن الأسئلة التالية.

يبين التمثيل البياني، في العموم، أن المواقع الإلكترونية

الأكثر شهرة هي _____ من المواقع الإلكترونية الأقل

شهرة.

ما تصنيف الموقع الإلكتروني الأسرع؟

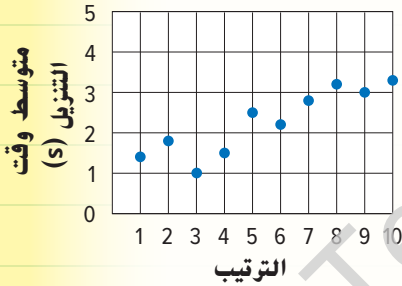
ما تصنيف الموقع الإلكتروني الأبطأ؟

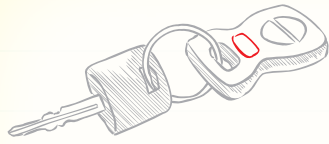
4 التحقق هل الإجابة منطقية؟

انظر إلى التمثيل البياني. هناك موقعان لهما تصنيفان أعلى من الموقع الأسرع.

تحليل الإستراتيجية

٢٠٤ تحديد البنية اشرح ما الذي يمثله الزوج المرتب (1, 1.4) فيما يتعلق بالسؤال المطروح.





إذا كنت ترغب في استئجار سيارة لمدة أسبوع واحد والقيادة لمسافة 60 كيلومتراً فأى شركة تُكَلِّف مبلغاً أقل؟

1 الفهم

اقرأ المسألة. ما المطلوب منك إيجادها؟

أحتاج إلى إيجاد

ضع خطاً تحت الكلمات والقيم الأساسية. ما المعطيات التي تعرفها؟

يبين التمثيل البياني _____ و _____ للشركتين A و B.

2 التخطيط

اختر إستراتيجية لحل المسألة.

سأستخدم إستراتيجية _____

3 الحل

استخدم الإستراتيجية التي تراها مناسبة لحل المسألة.

يوضح التمثيل البياني أنه لمسافة صفر كيلومتر، الشركة A تكلف AED

والشركة B تكلف AED؛ ولكن لمسافة 60 كيلومتراً، تكلف الشركة A

حوالي AED وتكلف الشركة B حوالي AED.

إذاً، فالشركة أقل غلاءً في التآجير لمدة أسبوع واحد ولمسافة 60 كيلومتراً.

4 التحقق

استخدم المعلومات الموجودة في المسألة للتحقق من إجابتك.

استخدم المحور الأفقي وجد كيلومتراً. اتبع المستقيم الرأسي وصولاً إلى

التمثيلات البيانية لاستئجار السيارة.

الخط المستقيم _____ يمثل شركة تآجير السيارات الأقل غلاءً.

شارك مجموعة صغيرة لحل المسائل التالية.
اكتب الحل على ورقة منفصلة.



شاطر تعاوني

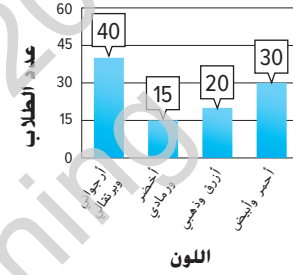
| العام | عدد المتابعين |
|-------|---------------|
| 1 | 42,000 |
| 2 | 50,000 |
| 3 | 76,000 |
| 4 | 94,000 |
| 5 | 115,000 |

المسألة رقم 3 المدونات

عدد متابعي مدونة مشهورة موضح في الجدول.
ما التقدير المنطقي لعدد المتابعين في العام 10 إذا استمر هذا النمط؟

المسألة رقم 4 ألوان المدرسة

يوضح التمثيل البياني نتائج استطلاع عن اللون المفضل.
النسبة المئوية للطلاب الذين اختاروا اللونين الأرجواني والبرتقالي - مُقَرَّبَة إلى أقرب نسبة مئوية - أكثر بكم في المئة من الطلاب الذين اختاروا اللونين الأخضر الرمادي؟



المسألة رقم 5 الأندية

يوضح الجدول عضوية نادي الرياضيات من العام 2010 إلى 2015.
ما التنبؤ المنطقي للعضوية عام 2020 إذا استمر هذا النمط؟

| العام | عدد الأعضاء |
|-------|-------------|
| 2010 | 20 |
| 2011 | 21 |
| 2012 | 30 |
| 2013 | 34 |
| 2014 | 38 |
| 2015 | 45 |

المسألة رقم 6 المبيعات

يباع قميص بمعدل منتظم مقابل سعر 125 AED. ويُقَلَّل السعر بنسبة 10% كل أسبوع على امتداد الأسابيع الأربعة التالية.
ما وسط سعر القميص في أثناء فترة خمسة أسابيع؟



اختبار منتصف الوحدة



مراجعة المفردات

1. **م.1** مراعاة الدقة عرّف البيانات ذات المتغيرين. اضرب مثلاً عن مجموعة بيانات تتألف من البيانات ذات المتغيرين. (الدرس 1)

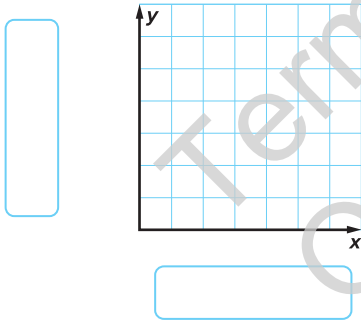
2. املأ الفراغ بالمصطلح الصحيح. (الدرس 3)
في جدول ذي مدخلين هو نسبة قيمة الإجمالي الجزئي إلى قيمة الإجمالي.

مراجعة المهارات وحل المسائل

يوضح الجدول أدناه متوسط تكلفة امتلاك سيارة معينة على امتداد فترة من خمسة أعوام. (الدرسان 1 و 2)

| العام | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---------------|--------|-------|-------|-------|-------|
| التكلفة (AED) | 10,600 | 7,900 | 8,000 | 8,100 | 7,000 |

3. أنشئ مخطط انتشار للبيانات وفسّره.



4. ارسم المستقيم الأفضل تمثيلاً.

5. اكتب معادلة بصيغة الميل والجزء المقطوع للمستقيم الأفضل تمثيلاً وفسّر الميل والتقاطع مع المحور y.

6. **م.2** **المثابرة في حل المسائل** يوضح الجدول ذو المدخلين الفترة الزمنية التي ذاكر فيها الطلاب من أجل الاختبار والنتائج التي حققوها. ما التكرار النسبي بالنسبة لبيانات العمود للطلاب الذين ذاكروا أكثر من 30 دقيقة وحققوا نتيجة 75% أو أكثر؟ (الدرس 3)

| | أقل من 30 دقيقة | أكثر من 30 دقيقة |
|-------------------|-----------------|------------------|
| نتيجة 75% أو أكثر | 20 | 45 |
| نتيجة أدنى من 75% | 33 | 27 |

الإحصاء الوصفي

السؤال الأساسي

كيف تُستخدم الأنماط عند مقارنة كميتين؟

المفردات

البيانات أحادية المتغير
univariate data
البيانات الكمية
quantitative data
ملخص الأعداد الخمسة
five-number summary

المهارسات الرياضية

1, 2, 3, 4, 7



المفردات الأساسية

تذكر أن قياسات التمرکز تُمثل منتصف البيانات. وقياسات التمرکز الأكثر شيوعًا هي الوسط والوسيط والمنوال.

أكمل خريطة المفاهيم. فكّر في كل كلمة واردة في مقياس تقييم المعرفة وضع علامة ✓ في العمود المناسب بجوار الكلمة.

| مقياس تقييم المعرفة | | | |
|---------------------|------------------|--------------------|---------|
| أعرفها جيدًا | رأيتها أو سمعتها | ليست لدي فكرة عنها | الكلمة |
| | | | الوسط |
| | | | الوسيط |
| | | | المنوال |

الربط بالحياة اليومية

تمثل البيانات في الجدول نتائج استطلاع عن المسافة المقطوعة بالسيارة في عطلة الربيع. ما الذي يمثل البيانات تمثيلًا أفضل، الوسط أم الوسيط؟ اشرح.

المسافة المقطوعة بالسيارة في عطلة الربيع (km)

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 749 | 312 | 302 | 296 | 293 |
| 277 | 257 | 256 | 219 | 209 |

ما المهارسات الرياضية التي استخدمتها؟ ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

- | | |
|---------------------------|-----------------------------|
| ① المثابرة في حل المسائل | ⑤ استخدام أدوات الرياضيات |
| ② التفكير بطريقة تجريدية | ⑥ مراعاة الدقة |
| ③ بناء فرضية | ⑦ الاستفادة من البنية |
| ④ استخدام نماذج الرياضيات | ⑧ استخدام الاستنتاج المتكرر |

مقاييس التمرکز والتشتت

البيانات ذات المتغير الواحد، مثل نتائج الاختبار، تُسمى **البيانات أحادية المتغير**. ويمكن وصف هذه البيانات باستخدام مقاييس التمرکز.

مثال

1. أعمار الأشخاص الجالسين في صفٍ واحدٍ في إحدى دور السينما بالأعوام هي 16 و 15 و 24 و 33 و 30 و 56 و 19 و 19. جسد وسط مجموعة البيانات ووسيطها ومنوالها ومداهما.

$$\frac{16 + 15 + 24 + 33 + 30 + 56 + 19 + 19}{8} = \frac{212}{8} = 26.5 \text{ أو } \frac{212}{8}$$

الوسيط 15, 16, 19, 19, 24, 30, 33, 56 رتبهم بدايةً من الأصغر إلى الأكبر.

$$\frac{19 + 24}{2} = 21.5 \text{ عامًا من العمر}$$

المنوال 19، حيث إنه العدد الأكثر تكرارًا.

$$56 - 15 = 41 \text{ المدى}$$

تأكد من فهمك أوجد حلًا للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

a. جسد وسط مجموعة البيانات، ووسيطها ومنوالها ومداهما.

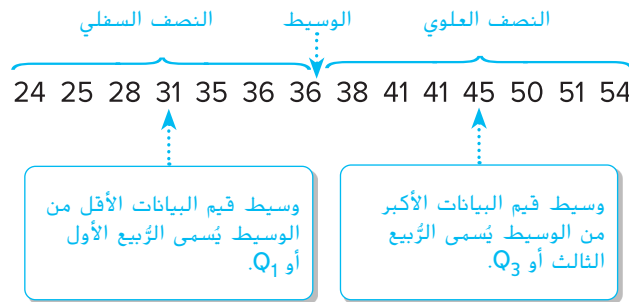
كمية الأمطار الشهرية (مم)

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| 66 | 72 | 70 | 74 | 64 |
| 65 | 60 | 62 | 66 | 67 |
| 68 | 17 | 70 | 72 | 73 |

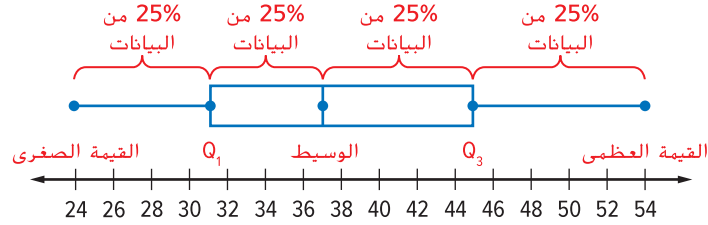
a. _____

ملخص الأعداد الخمسة

البيانات الكمية هي بيانات يمكن قياسها. ويمكن تقسيم مجموعة بيانات كمية إلى أربعة أجزاء متساوية، تُسمى الرُّبَيعات.



ملخص الأعداد الخمسة. والذي يتضمن القيمة الصغرى، والرُّبُيع الأول (Q_1)، والوسيط، والرُّبُيع الثالث (Q_3)، والقيمة العظمى لمجموعة بيانات. يُقدم طريقة رقمية لتحديد خصائص مجموعة بيانات. ويمكن وصف ملخص الأعداد الخمسة بصريًا باستخدام مخطط الصندوق ذي العارضين، كما هو موضح أدناه.



القيم المتطرفة

إذا ظهرت علامة النجمة (*) على مخطط الصندوق ذي العارضين، فهي تمثل قيمة متطرفة. القيم المتطرفة عبارة عن بيانات تقدر بأكثر من المدى الزبني بمقدار 1.5 ضعف من الربيع الأول أو الثالث.

مثال



2. بيانات كمية الأمطار الشهرية لمدة 15 شهرًا في المملكة المتحدة موضحة في الجدول.

| كمية الأمطار الشهرية (mm) | | | | |
|---------------------------|----|----|----|----|
| 68 | 73 | 70 | 71 | 74 |
| 72 | 75 | 69 | 76 | 75 |
| 72 | 75 | 76 | 75 | 76 |

a. جِد ملخص الأعداد الخمسة للبيانات.

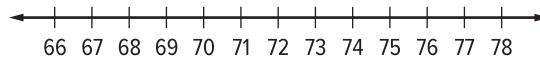
اكتب البيانات من الأصغر إلى الأكبر.



b. ارسم مخطط الصندوق ذي العارضين للبيانات.

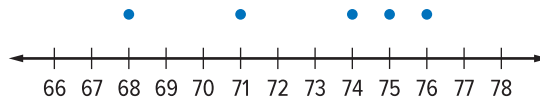
الخطوة 1

ارسم خط أعداد يتضمن الأعداد الأصغر والأكبر في البيانات.



الخطوة 2

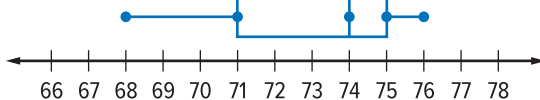
حدد القيمتين الصغرى والعظمى والربيعين الأول والثالث فوق خط الأعداد.



الخطوة 3

ارسم مخطط الصندوق ذي العارضين وضع عنوانًا للتمثيل البياني.

هطول الأمطار شهريًا (mm)



تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

b. النقاط التي أحرزها فريق كرة سلة موضحة في الجدول. جـد ملخص الأعداد الخمسة للبيانات.

| اللعبة | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| عدد النقاط | 34 | 20 | 83 | 36 | 37 | 44 | 40 | 35 | 36 |

c. ارسم مخطط الصندوق ذي العارضين للبيانات.
النقاط المحرزة



تمرين موجّه

1. النقاط التي أحرزها كلٌّ من لاعبي فريق كرة السلة السبعة هي 12 و 4 و 18 و 16 و 21 و 8 و 12.

جـد وسط مجموعة البيانات ووسيطها ومتوالها ومداه. (المثال 1)



2. بيانات السرعات الحرارية المحروقة خلال دقيقة من ممارسة التمارين الواردة في الجدول. (المثال 2)

| تمرين | العدو | قفز الحبل | كرة السلة | كرة القدم | قيادة الدراجة | تزلج المنحدرات | المشي |
|---------------------------|-------|-----------|-----------|-----------|---------------|----------------|-------|
| السرعات الحرارية المحروقة | 8 | 7 | 7 | 6 | 5 | 5 | 4 |

a. جـد ملخص الأعداد الخمسة للبيانات.

b. ارسم مخطط الصندوق ذي العارضين لتمثيل البيانات.

السرعات الحرارية المحروقة



3. الاستفادة من السؤال الأساسي

ما الذي يوضحه طول "العوارض" في مخطط الصندوق ذي العارضين عن البيانات؟

قيّم نفسك!

ما مدى فهمك لإيجاد ملخص الأعداد الخمسة؟ لوّن المربع الذي ينطبق.



تمارين ذاتية

| أسرع الأفعوانيات | |
|-------------------|---------------|
| الافعوانية | السرعة (km/h) |
| دوبوندا | 107 |
| كينجدا كا | 128 |
| ملينيوم فورس | 93 |
| فانتومز ريفنج | 82 |
| ستيل دراجون 2000 | 95 |
| سوبرمان: ذا إسكيب | 100 |
| توب ثريل دراجستر | 120 |
| تاور أوف تيورور | 100 |

جد وسط كل مجموعة بيانات ووسيطها ومنوالها ومداهها.
لأقرب جزء من العشرة إذا لزم الأمر. (المثال 1)

سرعات أفعوانيات موضحة في الجدول على اليسار



اكتب
الحل
هنا.

2. عدد الكلمات الواردة في مقالات مجلة: 115، 118، 115، 105، 97، 100

جد ملخص الأعداد الخمسة لكل مجموعة بيانات. ثم ارسم مخطط صندوق
ذي العارضين للبيانات. (المثال 2)

4. أعلى عشرة بلدان في متوسط إنفاق المراهقين اليومي

| | |
|------------------|-----------|
| النرويج | AED 49.70 |
| السويد | AED 41.70 |
| البرازيل | AED 41.30 |
| الأرجنتين | AED 40.50 |
| هونج كونج | AED 38.00 |
| الولايات المتحدة | AED 37.60 |
| الدنمارك | AED 37.40 |
| سنغافورة | AED 34.10 |
| اليونان | AED 32.90 |
| فرنسا | AED 31.30 |

3. عدد أيام فترات الرعاية للطيور الأليفة

| | |
|-----------------------|----|
| بيغاء الملك الأسترالي | 20 |
| الكوكاتو اللامع | 30 |
| الكوكاتو الزهري | 26 |
| بيغاء أميرة ويلز | 21 |
| الكوكاتو أحمر الذيل | 30 |
| البيغاء أحمر الجناحين | 21 |
| بيغاء ريجنت | 21 |
| بيغاء بارباند | 20 |
| الكوكاتو أبيض الذيل | 29 |
| الكوكاتو أصفر الذيل | 29 |

إنفاق المراهقين

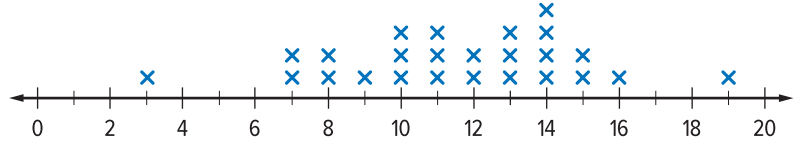


فترة الرعاية



5. **التمثيلات المتعددة** أجرى أحد المطاعم استطلاعًا يطلب فيه من زبائنه تقييم قائمة الطعام الجديدة باستخدام مقياس من 1 إلى 20. نتائج الاستطلاع موضحة في التمثيل البياني بالنقاط المجمعة.

نتائج استطلاع المطاعم



- a. **الأعداد** جد وسط مجموعة البيانات ووسيطها ومتوالها ومداهها. وقرب لأقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

- b. **الأعداد** جد ملخص الأعداد الخمسة للبيانات.

- c. **التمثيلات البيانية** ارسم مخطط صندوق ذي الغرضين لتمثيل مجموعة البيانات.

استطلاع القوائم



مسائل مهارات التفكير العليا

6. **التفكير بطريقة تجريدية** أنشئ مجموعة بيانات تحتوي على القيم من 8 إلى 12 بحيث يكون الوسط أكبر من الوسيط.

7. **المثابرة في حل المسائل** أنشئ مجموعتي بيانات مختلفتين لهما الوسط نفسه والربيعات نفسها ولكن مداها مختلف.

8. **المثابرة في حل المسائل** أعمار الطلاب في فصل في مركز مجتمعي موضحة فيما يلي.

25, 28, 36, 21, 28, 15, 24, 30

إذا كان عمر المعلم مضافاً إلى مجموعة البيانات، يصبح وسط الأعمار 27. ما عمر المعلم؟

تمرين إضافي

انسخ وجد الحل بالنسبة إلى التمارين 9-16، اكتب الحل والإجابات على ورقة منفصلة.

جد وسط كل مجموعة بيانات، ووسيطها ومنوالها ومداهها.

9 طول بكرات الشريط بالسنتيمترات: 60, 48, 36, 144, 72

10. تكلفة البيتزا متوسطة الحجم بالدرهم: 6, 6, 8, 10, 4, 6, 8, 9

| نقاط البولنج | | | |
|--------------|-----|-----|-----|
| 138 | 151 | 128 | 164 |
| 162 | 130 | 162 | 158 |

11. نتائج خالد في البولنج موضحة في الجدول.

a. جد وسط البيانات ووسيطها ومنوالها ومداهها. وقرب لأقرب جزء من عشرة.

b. جد ملخص الأعداد الخمسة للبيانات.

c. ارسم مخطط صندوق ذي العارضين لتمثيل البيانات.

| أسعار ألعاب الفيديو (AED) | | | | | |
|---------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| 180 | 130 | 200 | 250 | 180 | 100 |
| 750 | 300 | 300 | 90 | 280 | 250 |
| 350 | 100 | 180 | 200 | 130 | 501 |

12. أسعار ألعاب الفيديو موضحة في الجدول.

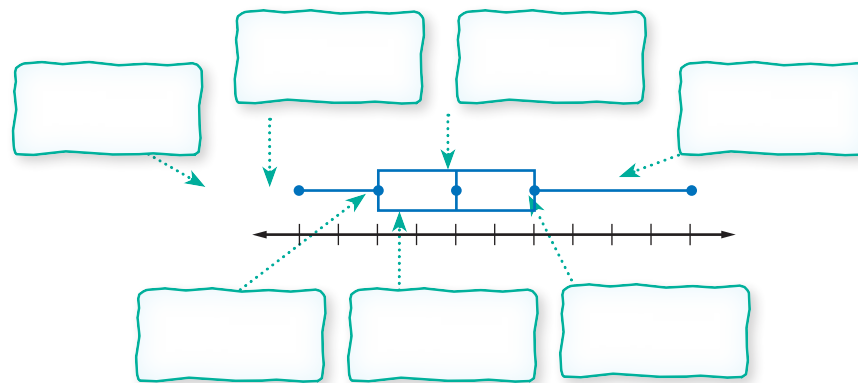
a. جد وسط البيانات ووسيطها ومنوالها ومداهها. وقرب لأقرب جزء من عشرة.

b. جد ملخص الأعداد الخمسة للبيانات.

c. ارسم مخطط صندوق ذي العارضين لتمثيل البيانات.

d. ما الاستنتاجات التي يمكن استخلاصها من مخطط صندوق ذي العارضين؟

13. م. تحديد البنية سم أجزاء مخطط صندوق ذي العارضين.



انطلق! تهرين على الاختبار

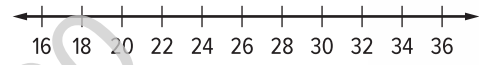
| الأعمار | | | | |
|---------|----|----|----|----|
| 30 | 25 | 31 | 22 | 18 |
| 25 | 35 | 24 | 26 | 91 |

14. يوضح الجدول أعمار الأشخاص الواقفين في طابور لشراء تذاكر لمشاهدة فيلم. جـد كلاً من القيم التالية لمجموعة البيانات.

القيمة الصغرى: الربع الأول: الوسيط:

الربع الثالث: القيمة العظمى:

ارسم مخطط صندوق ذي العارضين لتمثيل مجموعة البيانات.



42 38 44 35 50 38

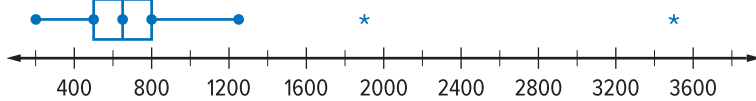
15. سرعات عدة سيارات في شارع مزدحم موضحة بالكيلومترات في الساعة. حدد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة أم خاطئة.

- a. مدى السرعات هو 12 كيلومترًا في الساعة. صحيحة خاطئة
- b. الوسط هو قياس المركز الذي يجعل السرعات تبدو كأنها الأسرع. صحيحة خاطئة
- c. الوسيط هو قياس المركز الذي يجعل السرعات تبدو كأنها الأبطأ. صحيحة خاطئة

مراجعة شاملة

16. يوضح مخطط الصندوق مساحات أكبر حدائق الحيوان في الولايات المتحدة.

المساحات (بالفدان) لأكثر 10 حدائق الحيوان في الولايات المتحدة



- a. كم عدد القيم المتطرفة في البيانات؟
- b. صف توزيع البيانات. ما الذي يمكنك قوله عن مساحات كبرى حدائق الحيوانات في الولايات المتحدة؟

الدرس 5

قياسات التباين

السؤال الأساسي

كيف تُستخدم الأنماط عند مقارنة كميتين؟

المفردات

متوسط الانحراف المطلق
mean absolute deviation
الانحراف المعياري
standard deviation

المهارسات الرياضية

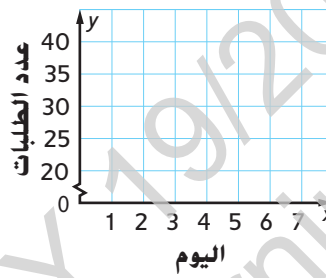
1, 3, 4, 7

الربط بالحياة اليومية

مطعم يطلب أحد المطاعم من طاقم العمل تسجيل عدد الأشخاص الذين يطلبون الوجبة المميزة كل يوم. يوضح الجدول عدد الوجبات المميزة المطلوبة كل يوم.

| اليوم | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---------------------|----|----|----|----|----|----|
| عدد الوجبات المميزة | 26 | 25 | 30 | 32 | 27 | 28 |

1. مثل البيانات على الرسم البياني المُقدّم.



2. جد وسط مجموعة البيانات.

3. أكمل الجدول من خلال إيجاد القيمة المطلقة للفارق بين الوسط وكل قيمة بيانات في المجموعة.

| عدد الوجبات المميزة | 26 | 25 | 30 | 32 | 27 | 28 |
|---------------------|----|----|----|----|----|----|
| الفارق من الوسط | | | | | | |

4. جد متوسط قيم الفارق من الوسط في الجدول.



ما المهارسات الرياضية التي استخدمتها؟ ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

- | | |
|---------------------------|-----------------------------|
| ① المثابرة في حل المسائل | ⑤ استخدام أدوات الرياضيات |
| ② التفكير بطريقة تجريدية | ⑥ مراعاة الدقة |
| ③ بناء فرضية | ⑦ الاستفادة من البنية |
| ④ استخدام نماذج الرياضيات | ⑧ استخدام الاستنتاج المتكرر |

متوسط الانحراف المطلق

لقد استخدمت قياسات المركز لوصف وسط مجموعة بيانات، واستخدمت المدى لوصف انتشار مجموعة بيانات أو تغيرها. هناك طريقة أخرى لوصف تغير مجموعة بيانات وهي استخدام متوسط الانحراف المطلق الخاص بها. **متوسط الانحراف المطلق** لمجموعة بيانات هو متوسط المسافة بين كل قيمة بيانات والوسط.

مثال



1. يوضح الجدول ارتفاعات ثماني أزهار دوار الشمس. جسد متوسط الانحراف المطلق لمجموعة البيانات. صف ما الذي يدثله متوسط الانحراف المطلق.

| ارتفاع الأزهار (cm) | | | |
|---------------------|----|----|----|
| 52 | 48 | 60 | 55 |
| 59 | 54 | 58 | 62 |

الخطوة 1 جسد المتوسط.

$$\frac{52 + 48 + 60 + 55 + 59 + 54 + 58 + 62}{8} = 56$$

الخطوة 2 جسد القيمة المطلقة للفروق بين كل قيمة في مجموعة البيانات والوسط.

$$\begin{aligned} |52 - 56| &= 4 & |59 - 56| &= 3 \\ |48 - 56| &= 8 & |54 - 56| &= 2 \\ |60 - 56| &= 4 & |58 - 56| &= 2 \\ |55 - 56| &= 1 & |62 - 56| &= 6 \end{aligned}$$

الخطوة 3 جسد متوسط القيم المطلقة للفروق بين كل قيمة في مجموعة البيانات والوسط.

$$\frac{4 + 8 + 4 + 1 + 3 + 2 + 2 + 6}{8} = 3.75$$

متوسط الانحراف المطلق هو 3.75. وهذا يعني أن متوسط المسافة لأرتفاع كل زهرة اعتبارًا من ارتفاع الزهرة الوسط هو 3.75 سنتيمترات.

اكتب
الحل
هنا

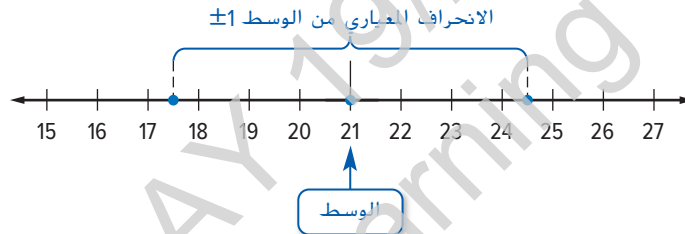
تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

a. _____

a. عدد النقاط التي أحرزتها خديجة في خمس مباريات كرة سلة هي 8 و 14 و 10 و 7 و 13. جـد متوسط الانحراف المطلق لمجموعة البيانات. صف ما الذي يمثله متوسط الانحراف المطلق.

الانحراف المعياري

الانحراف المعياري لمجموعة بيانات هو قيمة محسوبة توضّح كيفية انحراف البيانات من وسط البيانات. في مجموعة بيانات معطاة، تقع أغلب القيم ضمن انحراف معياري واحد للوسط. إذاً، إذا كان وسط مجموعة بيانات هو 21 والانحراف المعياري هو 3.5، فأغلب القيم تقع بين $21 - 3.5$ أو 17.5 و $21 + 3.5$ أو 24.5.



مثال



2. الانحراف المعياري لنتائج الصف الدراسي A في اختبار قصير هو 1.2 تقريباً. صف نتائج الاختبار القصير التي تقع ضمن انحراف معياري واحد للوسط.

| نتائج الاختبار القصير، الصف الدراسي A | | | |
|--|----|---|----|
| 9 | 8 | 6 | 7 |
| 8 | 9 | 9 | 10 |
| 7 | 10 | 8 | 8 |

الخطوة 1 جـد الوسط.

$$\text{الوسط} = \frac{9 + 8 + \dots + 8}{12} = 8.25$$

الخطوة 2 جـد مدى القيم التي تقع ضمن انحراف معياري واحد للوسط.

$$8.25 - 1.2 = 7.05 \quad \text{اطرح الانحراف المعياري من الوسط.}$$

$$8.25 + 1.2 = 9.45 \quad \text{اجمع الانحراف المعياري على الوسط.}$$

نتائج الاختبار القصير بين 7.05 و 9.45 نقاط هي ضمن انحراف معياري واحد للوسط.

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

| فئات الاختبار القصير، الصف الدراسي B | | | |
|---|---|----|----|
| 8 | 5 | 3 | 7 |
| 7 | 9 | 7 | 9 |
| 7 | 8 | 10 | 10 |

b. الانحراف المعياري لنتائج الصف الدراسي B في اختبار قصير هو 1.9 تقريباً. صف نتائج الاختبار القصير التي تقع ضمن انحراف معياري واحد للوسط.

اكتب
الحل
هنا.

b. _____



تمرين موجه

| كمية الكافيين في الشاي (بالمليجرامات) | | | | |
|--|----|----|----|----|
| 9 | 46 | 18 | 35 | 30 |
| 12 | 56 | 24 | 38 | 32 |

1. يوضح الجدول عدد مليجرامات الكافيين في الحصة الواحدة في أنواع معينة من الشاي. صف ما الذي يمثله متوسط الانحراف المطلق. (المثال 1)

اكتب
الحل
هنا.

| كمية الكافيين في القهوة (بالمليجرامات) | | |
|---|-----|-----|
| 145 | 170 | 150 |
| 90 | 100 | 100 |
| 165 | 135 | 106 |

2. يوضح الجدول عدد مليجرامات الكافيين في الحصة الواحدة في أنواع معينة من القهوة. جـد متوسط الانحراف المطلق للبيانات. صف ما الذي يمثله متوسط الانحراف المطلق. (المثال 1)

3. ارجع إلى الجدول في التمرين 1. الانحراف المعياري لكميات الكافيين هي حوالي 14 مليجراماً. صف قيم البيانات التي تقع ضمن الانحراف المعياري للوسط. (المثال 2)

قيّم نفسك!

ما مدى فهمك لقياسات التغير؟
لنّ المربع الذي ينطبق.



4. الاستفادة من السؤال الأساسي كيف يصف متوسط الانحراف المطلق تغير مجموعة بيانات؟

تمارين ذاتية

جدد متوسط الانحراف المطلق لكل مجموعة بيانات. قَرِّب النتيجة لأقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. صف ما الذي يمثله متوسط الانحراف المطلق. (المثال 1)

| متوسط أعداد أيام العطلة السنوية للبلدان المختارة |
|--|
| 34 26 37 35 42 25 25 |

| متوسط سرعات الحيوانات المختارة (km/h) |
|---------------------------------------|
| 70 40 45 |
| 42 40 36 |

اكتب الحل هنا.

ارجع إلى الجدول في التمرين 1. الانحراف المعياري لمتوسط سرعات بعض الحيوانات هو حوالي 11.3 كيلومتر في الساعة. صف قيم البيانات التي تقع ضمن الانحراف المعياري للوسط. (المثال 2)

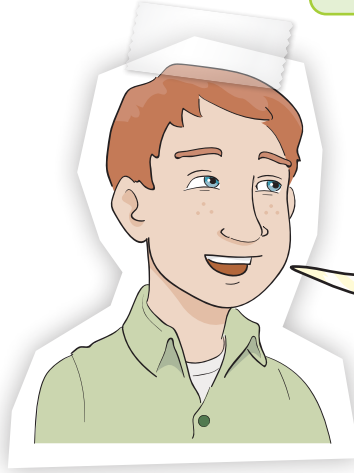
| نتائج الكرة الطائرة الشاطئية | |
|------------------------------|---------------|
| الفرق الخارجية | الفرق المحلية |
| 47 | 52 |
| 42 | 61 |
| 42 | 42 |
| 42 | 44 |
| 17 | 60 |
| 54 | 50 |
| 52 | 55 |
| 42 | 42 |
| 29 | 49 |
| 37 | 46 |

4. **تقرير الاستنتاجات** يوضح الجدول إجمالي النقاط المُحرَّزة في مباريات الكرة الطائرة الشاطئية.

a. جدد متوسط الانحراف المطلق لكل مجموعة بيانات. قَرِّب النتيجة لأقرب جزء من عشرة. ثم اكتب بضع جمل للمقارنة بين تغيراتهم.

b. الانحراف المعياري لنتائج الفريق المضيف هو 6.6 نقاط. والانحراف المعياري لنتائج الفريق الضيف هو 10.3 نقاط. صف كيف تدعم هذه المعلومات إجابتك عن الجزء a.

مسائل مهارات التفكير العليا



يقع أقل من نصف قيم
بياناتي ضمن انحراف
معياري واحد للوسط.

5. **البحث عن الخطأ** يصف حسن قيم البيانات التي تقع ضمن انحراف معياري واحد لوسط مجموعة بيانات. اعثر على خطئه وصححه.

6. **تحديد البنية** أنشئ قائمة بيانات مداها 40 باستخدام خمسة أعداد على الأقل. صف متوسط الانحراف المعياري.

أطوال الشرائط (cm)

| | | | |
|----|----|----|----|
| 42 | 24 | 48 | 36 |
| 28 | 36 | 36 | 30 |

7. **المثابرة في حل المسائل** الانحراف المعياري لأطوال الشرائط هو حوالي 7.2 سنتيمتر. صف الأطوال التي تقع ضمن انحرافين معياريين للوسط. اشرح استنتاجك.

8. **تبرير الاستنتاجات** حدد ما إذا كانت العبارات التالية صحيحة دائماً أم أحياناً أم ليست صحيحة مطلقاً. برر إجابتك.

مجموعة بيانات بمتوسط انحراف معياري بقيمة 9 هي أكثر انتشاراً من مجموعة بيانات بمتوسط انحراف معياري بقيمة 3.

9. **الاستدلال الاستقرائي** قارن وقابل بين الانحراف المعياري ومتوسط الانحراف المطلق.

تمرين إضافي

النسخ والحل بالنسبة إلى التمارين 16-10، اكتب الحل والإجابات على ورقة منفصلة.

10. يوضح الجدول عدد ساعات نوم حيواناتٍ مختارة، مُقَرَّبَةً لأقرب ساعة.

| النوم اليومي | | | | | | |
|-----------------|--------------|----------------|------|---------------------------------------|-----------------|------|
| الحيوان | الخفاش البني | المدرع العملاق | قطعة | الدولفين ذو الأنف الشبيه بعنق الزجاجة | الفقمة الرمادية | حصان |
| مقدار النوم (h) | 20 | 18 | 12 | 10 | 6 | 3 |

a. جـد متوسط الانحراف المطلق لمجموعة البيانات. صف ما الذي يمثله متوسط الانحراف المطلق.

b. الانحراف المعياري للبيانات هو حوالي 6 ساعات. صف البيانات التي تقع ضمن انحراف معياري واحد للوسط.

يوضح الجدول سرعات ثماني أفعوانيات في الولايات المتحدة.

| سرعات الأفعوانيات | | | | | | | | |
|-------------------|---------|-----------|--------------|---------------|------------------|------------------|------------------|----------------|
| الأفعوانية | دويوندا | كينجدا كا | ملينيوم فورس | فانتومز ريفنج | ستيل دراغون 2000 | سوبرمان ذا إسكيب | توب ثريل دراغستر | تاور أوف تيرور |
| السرعة (km/h) | 107 | 128 | 93 | 82 | 95 | 100 | 120 | 100 |

a. جـد متوسط الانحراف المطلق لمجموعة البيانات. قَرِّب النتيجة لأقرب جزء من المئة إذا لزم الأمر. صف ما الذي يمثله متوسط الانحراف المطلق.

b. الانحراف المعياري للبيانات هو حوالي 13.9 كيلومتر في الساعة. صف البيانات التي تقع ضمن انحراف معياري واحد للوسط. قَرِّب النتيجة لأقرب جزء من المئة إذا لزم الأمر.

12. يوضح الجدول العطاءات التي تم تقديمها لبعض القصص المصورة في مزاد.

| عطاءات القصص المصورة (AED) | | | | |
|----------------------------|------|------|------|------|
| 3.25 | 4.50 | 5.00 | 5.75 | 2.25 |
| 8.50 | 6.00 | 3.50 | 4.50 | 5.00 |

a. جـد متوسط الانحراف المطلق لمجموعة البيانات. قَرِّب النتيجة لأقرب جزء من المئة إذا لزم الأمر. صف ما الذي يمثله متوسط الانحراف المطلق.

b. الانحراف المعياري للبيانات هو حوالي 1.64 AED. صف البيانات التي تقع ضمن انحراف معياري واحد للوسط. قَرِّب النتيجة لأقرب جزء من المئة إذا لزم الأمر.

انطلق! تمرين على الاختبار

13. يوضح الجدول أطوال أربع لوحات مختلفة. الانحراف المعياري للأطوال هو حوالي 2.9 متر. حدد أي العبارات صحيحة. حدد كل ما ينطبق.

| الطول (m) | | | |
|-----------|----|----|----|
| 12 | 15 | 15 | 20 |

متوسط الانحراف المطلق أقل من الانحراف المعياري.

المدى أكبر من متوسط الانحراف المطلق.

الانحراف المعياري أكبر من المدى.

14. عدد العبوات المعدنية التي تبّرع بها الطلاب في أثناء حملة لجمع الأطعمة المعلبة موضح في الجدول.

| عدد العُلب المعدنية المُتَبَرَّع بها | | | | |
|--------------------------------------|----|----|----|----|
| 8 | 10 | 14 | 22 | 16 |

ما متوسط الانحراف المطلق للبيانات؟

مراجعة شاملة

15. يوضح الجدول أطوال الأنهار في قارتين.

a. أي قارة لها مدى أكبر من أطوال الأنهار؟

b. جـد قياسات المركز لكل قارة.

c. حدد قياس المركز أو المدى الملائم لوصف أطوال الأنهار لكل قارة. برر إجابتك.

d. جـد قياسات التغير لكل قارة.

| طول (بالكيلومترات) الأنهار | | | |
|----------------------------|-------|---------|-------|
| أمريكا الجنوبية | | إفريقيا | |
| 1,300 | 4,000 | 700 | 4,160 |
| 1,100 | 2,485 | 660 | 2,900 |
| 1,000 | 2,100 | 500 | 2,590 |
| 1,000 | 2,013 | 1,100 | 1,700 |
| 1,000 | 1,988 | 1,020 | 1,300 |
| 956 | 1,750 | 1,000 | 1,100 |
| 910 | 1,677 | | 1,000 |
| 808 | 1,600 | | |
| 400 | 1,584 | | |
| 150 | 1,400 | | |

16. جـد قياسات المركز لمجموعة البيانات. قَرّب النتيجة لأقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

أطول المباني في مدينة

| الاوراق | الساق |
|---------|-----------------------|
| 2 | 7 9 9 |
| 3 | 0 1 1 1 3 3 4 4 6 6 7 |
| 4 | 0 2 2 5 9 |
| 5 | 0 0 0 0 2 5 6 8 |
| 6 | 0 |
| 7 | 2 |

$$217 = 27$$

712 الوحدة 9 مخططات الانتشار وتحليل البيانات

تحليل توزيعات البيانات

السؤال الأساسي

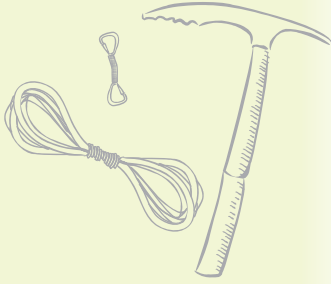
كيف تستخدم الأنماط عند مقارنة كميّتين؟

المفردات

توزيع distribution
متماثل symmetric

المهارسات الرياضية

1, 3, 4



المفردات الأساسية

تذكّر أن العروض والذروة والفجوات والتجمعات والقيم المتطرفة الإحصائية يمكن تحديدها بسهولة.

أكمل خريطة المفاهيم عن طريق توصيل المصطلح بالوصف الصحيح.

...القيمة أو فترة القيمة الأكثر تكرارًا.

الفجوة هي...

...حين يتجمع الكثير من قيم البيانات معًا.

الذروة هي...

...قيمة بيانات أكثر بكرة ونصف من المدى الربعي من الربع الأول أو الثالث.

القيمة المتطرفة هي...

حين لا توجد قيم بيانات

التجمع هو...

الربط بالحياة اليومية



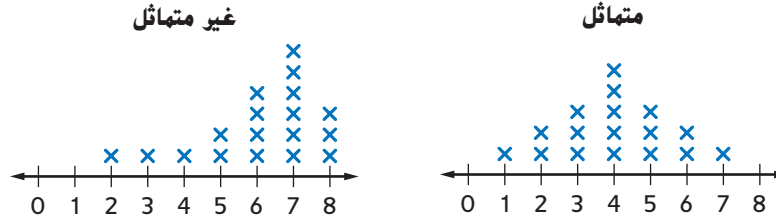
اعثر على صورة لسلسلة جبال. صف التجمعات والفجوات والذروة بالنسبة إلى الصورة.

ما المهارسات الرياضية التي استخدمتها؟ ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

- | | |
|---------------------------|-----------------------------|
| ① المثابرة في حل المسائل | ⑤ استخدام أدوات الرياضيات |
| ② التفكير بطريقة تجريدية | ⑥ مراعاة الدقة |
| ③ بناء فرضية | ⑦ الاستفادة من البنية |
| ④ استخدام نماذج الرياضيات | ⑧ استخدام الاستنتاج المتكرر |

وصف التوزيع باستخدام الشكل

يبين **توزيع** مجموعة البيانات ترتيب قيم البيانات. ويمكن وصفها باستخدام مركزها وانتشارها (التغير) وشكلها العام. تحديد تماثل التوزيع هو إحدى طرق وصف الشكل. وإذا كان الجانب الأيسر من التوزيع يشبه الجزء الأيمن منه، فإن التوزيع **متماثل**.

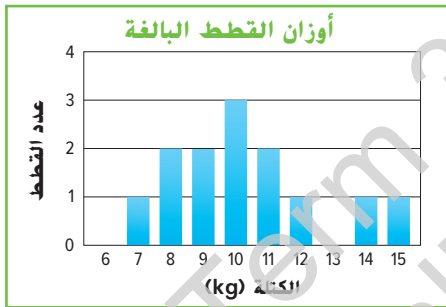


الجانب الأيمن أطول
من الجانب الأيسر.

الجانب الأيسر يشبه
الجانب الأيمن.

طريقة أخرى لوصف شكل التوزيع هي تحديد الذروة والتجمعات والفجوات والقيم المتطرفة. إذا كانت هناك قيمة متطرفة، فالتوزيع ليس متماثلاً.

مثال

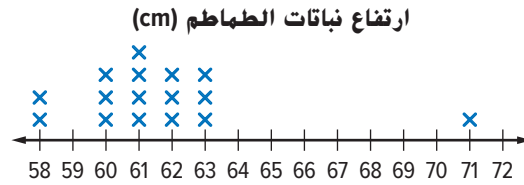


1. يوضح التمثيل البياني أوزان القطن البالغة حدد أي تماثل أو تجمعات أو فجوات أو ذروة أو قيم متطرفة في التوزيع.

التوزيع غير متماثل. هناك تجمع من 7 إلى 12 بذروة عند 10. وهناك فجوة بين 12 و 14، ولا توجد قيم متطرفة.

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

a. حدد أي تماثل، أو تجمعات، أو فجوات أو ذروة أو قيم متطرفة في التوزيع أدناه.

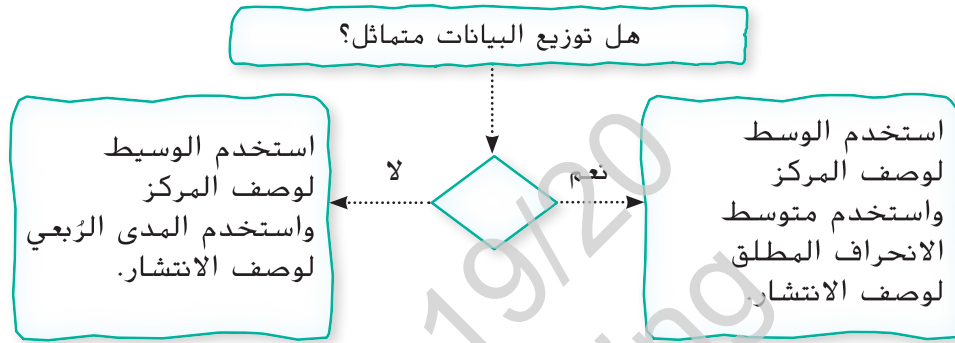


a. _____

صِف مركز التوزيع وانتشاره

يُعلمك شكل التوزيع أي قياسات هي الأكثر ملاءمة لوصف مركز التوزيع وانتشاره. ويتأثر الوسط ومتوسط الانحراف المطلق بالقيم المتطرفة، في حين أن الوسيط والمدى الربيعي لا يتأثران بها.

استخدم خريطة المفاهيم التالية لتحديد قياسات المركز والانتشار الأكثر ملاءمة لوصف توزيع البيانات.

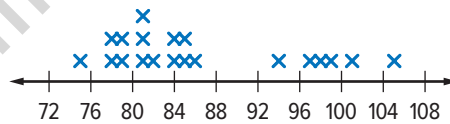


مثال



2. رَسَم فصل الأستاذ عمر مخططاً عن كمية الأمطار الشهرية في عدة مدن. والنتائج مبينة في التمثيل البياني بالنقاط المبعثرة.

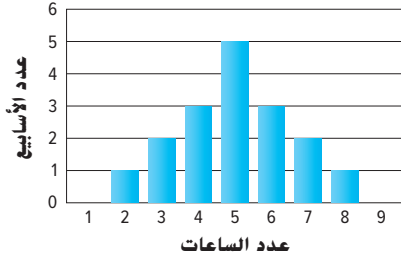
مطول الأمطار (mm)



صِف مركز التوزيع وانتشاره. برر إجابتك حسب شكل التوزيع.

التوزيع ليس متماثلاً. إذًا، الوسيط والمدى الربيعي هما القياسان الملائمان للاستخدام. تتمركز البيانات حول الوسيط بقيمة 84 mm. الربيع الأول هو 80 والربيع الثالث هو 95.5. إذًا، فالمدى الربيعي هو 80 – 95.5 أو 15.5 mm. انتشار البيانات حول المركز هو 15.5 mm.

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.



b. يبين التمثيل البياني الساعات الأسبوعية التي يتمرّن فيها طلاب للتدريب على الأنشطة الرياضية. صف مركز التوزيع وانتشاره. برر إجابتك بناءً على شكل التوزيع. قَرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

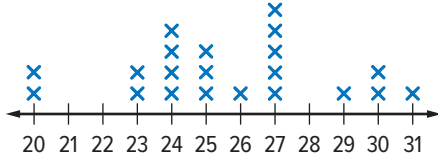
اكتب
الجل
هنا.

b. _____



تمرين موجّه

قطع النانشوز المببعة في كشك الوجبات الخفيفة كل ليلة



1. عدد قطع النانشوز المببعة في كشك الوجبات الخفيفة في مباراة كرة قدم موضح في التمثيل البياني بالنقاط المجمعة على اليسار.

a. صف شكل التوزيع. حدد أي تجمعات أو فجوات أو ذروة أو قيم متطرفة. (المثال 1)

b. صف مركز التوزيع وانتشاره. برر إجابتك بناءً على شكل التوزيع. (المثال 2)

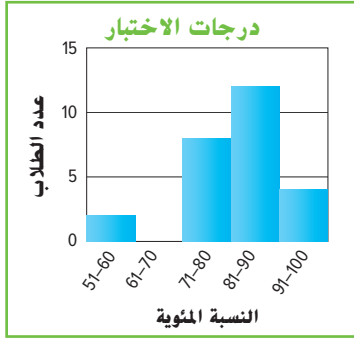
2. الاستفادة من السؤال الأساسي لماذا يُستخدم الوسيط لوصف مركز التوزيع غير المتماثل عوضاً عن الوسط؟

قيّم نفسك!

ما مدى فهمك لوصف توزيعات البيانات؟ ضع علامة في المربع المناسب.



تمارين ذاتية

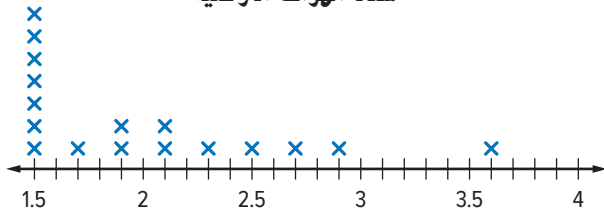


1 نتائج فصل الأستاذة حصة للرياضيات موضحة في المدرج التكراري. صف شكل التوزيع الموضح. حدد أي تجمعات

أو فجوات أو ذروة أو قيم متطرفة. (المثال 1)

اكتب
الحل
هنا.

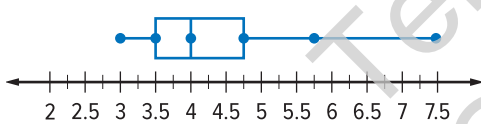
2. شدة عدة هزات أرضية موضحة في التمثيل البياني بالنقاط المجمعة على اليسار. شدة الهزات الأرضية



a. صف شكل التوزيع الموضح. حدد أي تجمعات أو فجوات أو ذروة أو قيم متطرفة. (المثال 1)

b. صف مركز التوزيع وانتشاره. برر إجابتك بناءً على شكل التوزيع. (المثال 2)

أسعار المشروبات الغازية (AED)



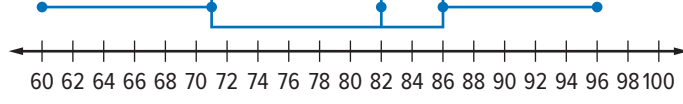
3 يوضح مخطط الصندوق ذي العارضين أسعار المشروبات الغازية في مطاعم مختلفة.

a. صف شكل التوزيع باستخدام التماثل والقيم المتطرفة. (المثال 1)

b. صف مركز التوزيع وانتشاره. برر إجابتك بناءً على شكل التوزيع. (المثال 2)

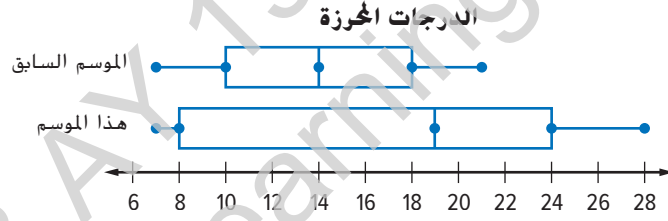
4. **التخمين** التوزيع غير المتماثل يُسمى **ملتويًا**. ويمكن للتوزيع أن يكون ملتويًا لليسار أو اليمين. وسيكون ملتويًا لليسار إذا كانت البيانات أكثر انتشارًا على الجانب الأيسر منها على الجانب الأيمن. هل التوزيع الموضح ملتوٍ لليسار أم ملتوٍ لليمين؟ اشرح استنتاجك لزميلٍ في الفصل.

درجات اختبار الرياضيات



مسائل مهارات التفكير العليا

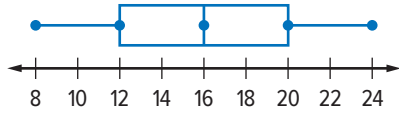
5. **المثابرة في حل المسائل** يوضح مخطط صندوق ذي العارضين المزدوج النتائج التي أحرزها فريق كرة قدم.



- a. اختر القياسات الملائمة لوصف مركز كل مخطط صندوق وانتشاره. اشرح.

- b. هل من الممكن إيجاد كل قيمة؟ اشرح.

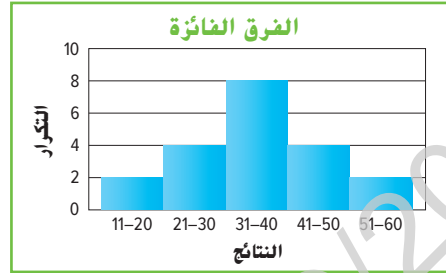
6. **المثابرة في حل المسائل** اشرح سبب عدم إمكانك وصف الموقع المحدد للمركز وانتشار مخطط صندوق ذي العارضين الموضح باستخدام القياسات الأكثر ملاءمة.



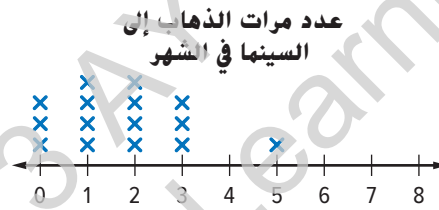
تمرين إضافي

انسخ وجد الحل بالنسبة إلى التمارين 7-17، اكتب الحل والإجابات على ورقة منفصلة.

7 نتائج فوز عشرين فريق رجبي موضحة في المدرج التكراري أدناه. صف شكل التوزيع. حدد أي تجمعات أو فجوات أو ذروة أو قيم متطرفة.



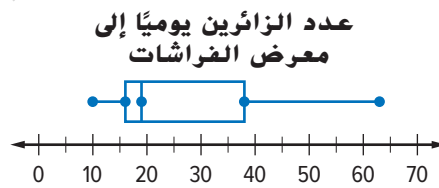
8. أجرى سلطان استطلاعًا عن عدد مرات ذهاب زملائه إلى السينما هذا الشهر. والنتائج موضحة في المخطط أدناه.



a. صف شكل التوزيع. حدد أي تجمعات أو فجوات أو ذروة أو قيم متطرفة.

b. صف مركز التوزيع وانتشاره. برر إجابتك بناءً على شكل التوزيع.

9. يوضح مخطط الصندوق زوار معرض للفراشات كل يوم لمدة شهر.

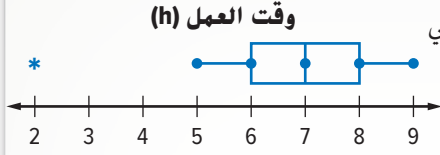


a. صف شكل التوزيع باستخدام التماثل والقيم المتطرفة.

b. صف مركز التوزيع وانتشاره. برر إجابتك بناءً على شكل التوزيع.

10. 10 تبرير الاستنتاجات افحص عروض البيانات في التمارين 7-9. حدد ما إذا كان أي من التوزيعات ملتويًا لليسر أو ملتويًا لليمين. اشرح.

انطلق! تمرين على الاختبار



11. يوضح مخطط الصندوق ذي العارضين عدد الساعات التي يقضيها الطلاب في العمل على مشروع علمي. حدد ما إذا كانت كل عبارة هي استنتاج صحيح بناءً على مخطط الصندوق أم لا. اختر نعم أو لا.
- a. التوزيع متماثل. نعم لا
- b. الوسيط هو القياس الأفضل. نعم لا
- c. هناك قيمة متطرفة عند 2. نعم لا

عدد الطلاب في مواقف الحافلات

| | | | | | | |
|---|---|---|----|---|---|---|
| 9 | 5 | 7 | 10 | 2 | 6 | 4 |
| 9 | 5 | 6 | 4 | 5 | 9 | 7 |

12. توضح قائمة البيانات عدد الطلاب في مواقف الحافلات على مسار السيد جمال. أنشئ التمثيل البياني بالنقاط المجمعة للبيانات.

عدد الطلاب في مواقف الحافلات



حوط المصطلح المناسب لجدول كل جملة صحيحة.

- a. التوزيع (متماثل، غير متماثل).
- b. هناك (فجوة، تجمع) بين 4 و 7.
- c. (الوسط، الوسيط) هو المقياس الأفضل لوصف التمرکز.

مراجعة شاملة

حدد عرضاً مناسباً لكل موقف. اختر من القائمة الموضحة.

| | |
|--------------------------|----------------------------------|
| تمثيل بياني بالأعمدة | تمثيل بياني خطي |
| مخطط الصندوق ذي العارضين | تمثيل بياني بالنقاط المجمعة |
| تمثيل بياني دائري | تمثيل بياني مزدوج بالأعمدة |
| مخطط انتشار | تمثيل بياني خطي مزدوج |
| مدرج تكراري | مخطط الصندوق ذي العارضين المزدوج |

13. عدد المشتركين في خدمة الهاتف الخليوي على مدار الأعوام الخمسة الماضية

14. مجموع نقاط أفضل 10 سائقين في سباق "ناسكار"

15. الجزء المخصص لكل فئة من ميزانية أسرة

16. وسيط نتائج الاختبار لفصل واحد

17. نسبة الأميال المقطوعة إلى البنزين بالنسبة للسيارات في 2013

21 مهنة القرن الحادي والعشرين في التسويق

مُسوّق الرياضات

هل أنت مبدع وتنافسي؟ هل ستستمتع بالعمل في وظيفة في مجال الأعمال الرياضية؟ إذا كان الأمر كذلك، فعليك التفكير في حياة مهنية في التسويق الرياضي. يستخدم المسوقون الرياضيون إحصاءات لوضع خطط للترويج للأحداث الرياضية، مثل الألعاب الرياضية على مستوى كل إمارة. كما يعملون لصالح الفرق الرياضية المحترفة و فرق الجامعات، والرياضيين الأولمبيين، وهيئات تنظيم الفعاليات الرياضية. ويتمثل عملهم في ابتكار عروض والترويج لها والتخطيط للفعاليات التي تُروج لشهرة أحد الرياضيين أو الفرق، مما يزيد المبيعات بالتالي.



هل هذه هي المهنة التي تلائمك؟

هل أنت مهتم بحياة مهنية كمسوق رياضي؟ ادرس بعض الدورات التالية في المدرسة الثانوية.

- ◆ حساب التفاضل والتكامل
- ◆ للأعمال التجارية
- ◆ مبادئ التسويق
- ◆ أساسيات الترفيه
- ◆ الطرق الإحصائية

اقلب الصفحة لكي تعرف مدى ارتباط الرياضيات بالعمل في مجال التسويق.



٣٠ الترويج للألعاب الرياضية

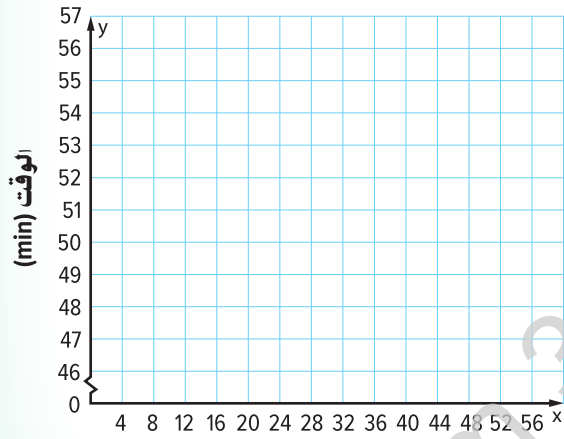
استخدم المعلومات الواردة في الجدول لحل كل مسألة.

3. ما الذي يمثله الميل والتقاطع مع المحور y

للمستقيم الممثل؟

1. مَثِّل بيانيًا كل نقطة على المستوى الإحداثي. ثم ارسم المستقيم الأفضل تمثيلًا. ما النقطتان اللتين استخدمتهما لرسم المستقيم؟

2. اكتب معادلة بصيغة الميل والجزء المقطوع للمستقيم الممثل.



| توقيتات الفوز في دورة الألعاب الأولمبية في سباق السباحة الحرة رجال لمسافة 100 متر | | | |
|---|-------------|------------------|-------------|
| السنوات منذ 1960 | الوقت (min) | السنوات منذ 1960 | الوقت (min) |
| 4 | 53.4 | 8 | 52.2 |
| 12 | 51.22 | 16 | 49.99 |
| 20 | 50.40 | 24 | 49.8 |
| 28 | 48.63 | 32 | 49.02 |
| 36 | 48.74 | 40 | 48.30 |
| 44 | 48.17 | 48 | 47.21 |

٣١ مشروع المهنة

حان وقت تحديث ملفك المهني! ابحث عن مدونات التسويق للألعاب الرياضية على الإنترنت واستخدمها للإجابة على هذه الأسئلة: أي رياضة (ألعاب رياضية) كتب عنها المُدونون؟ ما الذي عرفته عن التسويق الرياضي؟ هل كانت هناك موضوعات أو توجهات شائعة بين مُدون التسويق الرياضي؟

اذكر نقاط القوة لديك والتي قد تساعدك على النجاح في هذه المهنة.



مراجعة على الوحدة



مراجعة المفردات

أكمل كل عبارة باستخدام قائمة المفردات في بداية الوحدة. ثم حوِّط الكلمة التي تكمل العبارة في مربع البحث عن الكلمات.

1. البيانات التي بها متغير واحد تُسمى _____.
2. _____ هو نسبة قيمة الإجمالي الجزئي إلى قيمة الإجمالي.
3. البيانات التي بها متغيران تُسمى _____.
4. البيانات التي يمكن قياسها هي _____.
5. يستخدم _____ الأعداد لتحديد خصائص مجموعة بيانات.
6. يوضح _____ العلاقة بين البيانات الممثلة بيانيًا في صورة أزواج مرتبة على المستوى الإحداثي.
7. في مخطط انتشار، _____ تمثيلاً قريب من أغلب نقاط البيانات على المستوى الإحداثي.
8. ترتيب قيم البيانات يُسمى _____.
9. حينما يبدو الجزء الأيسر من توزيع مشابهًا للجزء الأيمن، فإن التوزيع يكون _____.
10. البيانات التي يمكن ملاحظتها أو وصفها هي _____.
11. يوضح _____ البيانات التي تتعلق بفئتين مختلفتين.
12. يُعدّ _____ قيمة رقمية تبين كيفية انحراف البيانات عن الوسط.
13. المسافة المتوسطة بين كل قيمة بيانات والوسط تُسمى _____.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ب | ي | ا | ن | ا | ت | أ | ح | ا | د | ي | ة | ا | ل | م | ت | غ | ي | ر | ب | ي | ت | ب | ذ | ذ |
| ج | س | ب | ج | ج | خ | ع | س | ع | خ | ا | د | ي | ة | ذ | خ | ل | خ | غ | ح | ك | ي | أ | ر | ر |
| ب | ي | ا | ن | ا | ت | أ | ح | ا | د | ي | ة | ا | ل | م | ت | غ | ي | ر | ب | ي | ت | ب | ذ | ص |
| ح | ا | د | ي | ة | ذ | خ | م | ت | و | س | ط | ا | ل | ا | ن | ج | ا | خ | ن | س | ا | ن | م | م |
| ي | ة | خ | خ | و | س | ط | ا | ل | ا | أ | ح | ا | د | ي | ة | ب | ت | ص | ا | خ | ر | ا | س | خ |
| خ | ت | ا | ي | ر | ب | ح | ا | د | ي | ة | ذ | ر | ب | ت | ص | ا | م | خ | ت | ة | ن | ت | ط | ط |
| م | ت | و | س | ط | ا | ل | ا | ن | ح | ر | ا | ف | ا | ل | م | ط | ل | ق | ذ | ر | س | ذ | ق | ط |
| ص | ذ | ا | ل | ا | ن | ج | ذ | ت | غ | ي | ر | ط | أ | ح | ا | د | ي | ة | ص | ا | ب | ا | ي | ا |
| م | ل | خ | ص | ا | ل | أ | ع | د | ا | د | ا | ل | خ | م | س | ة | ذ | ت | د | ي | ت | م | ل | ل |
| س | ن | خ | د | ج | خ | ذ | ع | خ | س | ذ | ت | غ | ي | ذ | ت | ن | ذ | م | ص | ي | م | ا | ا | ا |
| ع | ي | س | خ | م | ت | م | ا | ث | ل | ل | ب | س | ذ | س | ت | ع | ا | ا | ت | ل | ت | ل | ن | ن |
| ذ | خ | ذ | ا | ع | ل | خ | ج | ا | ت | و | ز | ي | ع | ي | س | ذ | ت | غ | ي | ذ | غ | أ | ت | ت |
| س | ي | خ | خ | ل | ا | ن | ح | ر | ا | ف | م | ع | ي | ا | ر | ي | ذ | م | ي | ف | ا | ي | ف | ش |
| ح | س | د | ي | ة | غ | ب | ي | ا | ن | ا | ت | ك | م | ي | ة | س | ا | ا | د | ا | ة | ر | ض | ا |
| ب | ي | ا | ن | ا | ت | ن | و | ع | ي | ة | ت | ا | ل | ا | ن | ج | ا | خ | ي | ة | م | ي | ل | ر |
| س | ط | ا | ل | ا | ن | ج | ا | خ | ن | س | ج | ا | ط | ت | غ | ي | ر | ب | ن | ط | ت | ن | د | ا |

استخدم المطويات

استخدم المطوية في مراجعة الوحدة.

الصق هنا

المستقيم الأفضل تمثيلاً مفيد في:

الجدول ذو المدخلين مفيد في:

مخطط الانتشار مفيد في:

هل فهمت؟

رقم الخطوات ونفذها بترتيبها الصحيح لكتابة معادلة للمستقيم الأفضل تمثيلاً لمخطط الانتشار.

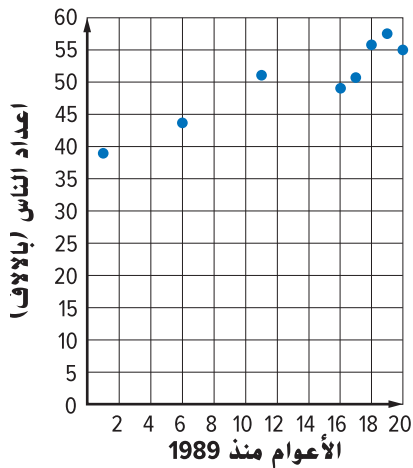
اكتب معادلة بصيغة $y = mx + b$.

جد التقاطع مع المحور y .

ارسم المستقيم.

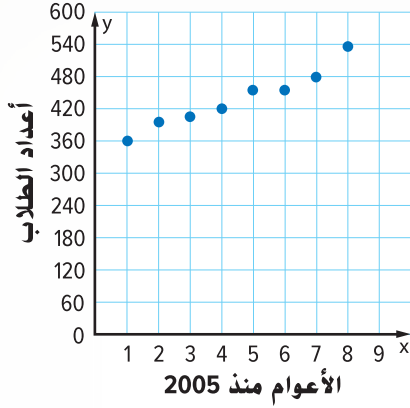
اختر نقطتين.

جد الميل.



انطلق! مهمة تقييم الأداء

التوسع الكبير



تضع مدرسة خطياً للانتقال إلى مبنى جديد لاستيعاب عدد الطلاب المتزايد في مدرسة للحلقة الثانية. وبيانات الالتحاق بالمدرسة على مدار السنوات العديدة الأخيرة موضحة على مخطط الانتشار.

اكتب إجاباتك في ورقة أخرى. وضح كل خطواتك لتحصل على الدرجة كاملة.

الجزء A

ارسم المستقيم الأفضل تمثيلاً على التمثيل البياني. فسّر مخطط الانتشار بناءً على شكل التوزيع. اشرح ما الذي يعنيه هذا بالنسبة إلى بيانات الالتحاق بالمدرسة.

الجزء B

اكتب معادلة للمستقيم الأفضل تمثيلاً. ما الذي يمثله الميل والتقاطع مع المحور y ؟

الجزء C

ينبغي أن تنتقل المدرسة إلى المبنى الجديد حال تجاوز معدل الالتحاق 620 طالباً. وإذا استمر معدل الالتحاق في التزايد بمعدله الحالي، ففي أي عام ينبغي أن يكون المبنى الجديد جاهزاً؟

الجزء D

يوضح الجدول ذو المدخلين عدد الطلاب الذين يلعبون ألعاباً رياضية مائية أو الألعاب الرياضية الخاصة بالملاعب في درسة للحلقة الثانية ومدرسة للتعليم الثانوي. جسد التكرارات النسبية للطلاب باستخدام بيانات الأعمدة وقربها إلى أقرب نسبة مئوية. ستشتري مائتان وخمسون خزنة جديدة. وستوضع الخزانات الجديدة في غرف الخزانات الموجودة على التوزيع الحالي للطلاب الذين يمارسون الألعاب الرياضية. حدد كيفية توزيع الخزانات. اشرح.

| | الألعاب الرياضية المائية | الألعاب الرياضية في الملاعب | الإجمالي |
|-----------------------|--------------------------|-----------------------------|----------|
| مدرسة للحلقة الثانية | 40 | 35 | 75 |
| مدرسة للتعليم الثانوي | 30 | 45 | 75 |
| الإجمالي | 70 | 80 | 150 |


الإجابة عن السؤال الأساسي

استخدم ما تعلمته عن تحليل البيانات لإكمال خريطة المفاهيم. صف نمطي الطريقتين المستخدمتين في كل مفهوم عند تحليل البيانات.

مخططات الانتشار

ملخص الأعداد الخمسة

الجداول ذات المدخلين

الإجابة عن السؤال الأساسي. كيف تُستخدم الأنماط عند المقارنة بين كميتين؟ 

مشروع 5

الألعاب الأولمبية تتألف الألعاب الأولمبية من عدة أنواع من الألعاب الرياضية. والكثير من هذه الألعاب الرياضية يتضمن عملية متفردة لإحراز النقاط تحدد الفائز. في هذا المشروع سوف:



• **تتعاون** مع زملائك في الفصل في أثناء جمعك لإحصائيات الألعاب الأولمبية.

• **تشارك** نتائج بحثك بطريقة إبداعية.

• **تفكر** في سبب أهمية تعلّم الرياضيات.

بنهاية هذا المشروع، ستفهم مدى اشتراك مخططات الانتشار وتحليل البيانات في تمثيل إحصائيات الألعاب الأولمبية.

نشاط تعاوني



U المواقع الإلكترونية اعمل مع مجموعتك للبحث في كل نشاط وإتمامه. سوف تستخدم نتائجك في قسم المشاركة في الصفحة التالية.

1. اختر بلدًا شارك في مسابقة كرة السلة في دورة الألعاب الأولمبية الصيفية. واستخدم الإنترنت لإجراء بحث عن فريق هذا البلد. جسد متوسط النقاط في المباراة على مدار الألعاب الأولمبية الصيفية العشر الأخيرة. دوّن المعلومات في الجدول.
2. اصنع مخطط انتشار للبيانات من التمرين 1. حدد ما إذا كان من الممكن استخدام البيانات للتنبؤ بمتوسط عدد النقاط في الألعاب الأولمبية الصيفية القادمة. إذا كان الأمر كذلك، فقم بالتخمين.
3. أجر بحثًا عن عدد الأرقام القياسية الأولمبية التي حققها بلدًا ما في رياضة أولمبية من اختيارك. استخدم تمثيلًا بيانيًا من اختيارك وفسر هذا التمثيل البياني.
4. أجر بحثًا عن النتائج الفائزة في مسابقة الرماية على مدار الألعاب الأولمبية الصيفية العشر الأخيرة. ارسم مدرجًا إحصائيًا لعرض البيانات. فسر التمثيل البياني.
5. في أثناء الجولة التصنيفية في مسابقة الرماية، سيرمي كل لاعب 72 سهمًا في المجمل. أنشئ بطاقة نتائج للاعب واحد في الجولة الأولى. لخص البيانات في مخطط صندوق وفسر التمثيل البياني.



مع التربية البدنية



- الوعي الشامل** ابحث عن معلومات عن كيفية اللعب في إحدى الألعاب الرياضية المشهورة في بلد آخر والمشاركة فيها. بعض الأسئلة التي ينبغي التفكير فيها هي:
- ما القواعد الأساسية؟
 - ما مهام الهجوم والدفاع؟

اتفق مع مجموعتك على طريقة لمشاركة ما تعرفت عليه بشأن إحراز النقاط في الألعاب الأولمبية. وستجد أدناه بعض الاقتراحات، لكن يُمكنك أيضًا التفكير في طرق إبداعية أخرى لتمثيل المعلومات الخاصة بك. تذكر أن توضح كيف استخدمت الرياضيات في مشروعك!

- قُم بدور مراسل تلفزيوني في الألعاب الأولمبية وصف النقاط والميداليات التي تم إحرازها في بعض المشاركات. ضمّن التمثيلات البيانية التي قد تظهر على الشاشة.
- اختر رياضة أولمبية لا تعرف الكثير عنها. اشرح نظام إحراز النقاط في الرياضة الخاصة بك. ثم أنشئ جداول وتمثيلات بيانية لتمثيل البيانات الحقيقية من رياضتك في النسخة الأحدث من الألعاب الأولمبية.

اطّلع على الملاحظات في الجانب الأيسر لربط هذا المشروع بموضوعات أخرى.



6. الإجابة عن السؤال الأساسي لماذا يُعدّ تعلّم الرياضيات مهمًا؟

a. كيف استخدمت ما تعلمته بشأن مخططات الانتشار في هذه الوحدة لتمثيل عن الأفكار الرياضية في هذا المشروع؟

b. كيف استخدمت ما تعلمته بشأن تحليل البيانات في إيصال الأفكار الرياضية بفعالية في هذا المشروع؟

Term 3 AY 19/20
Online Learning



أدوات الهندسة

10



Chapter Sourced From, 10. Tools of Geometry, from Integrated Math II Chapter 10 © 2012

McGraw-Hill Education محفوظة الحقوق © محفوظة الحقوق المؤلف والتأليف

السابق

مثلت النقاط بيانياً على المستوى الإحداثي ووجدت قيمة التعابير الرياضية.

الحالي

بعد دراستك لهذه الوحدة ستكون قادراً على:

- إيجاد المسافات بين النقاط وإيجاد نقاط المنتصف لقطع مستقيمة.
- تحديد العلاقات بين الزوايا.
- إيجاد المحيط والمساحة ومساحة السطح والحجم.

لماذا؟

الخرائط بكل استخدام الأشكال والمفاهيم الهندسية لتمثيل ووصف مواقف من الحياة اليومية. فعلى الخريطة، يمكن تمثيل مواقع المدن من خلال النقاط، وتمثيل الطرق السريعة أو الشوارع من خلال المستقيمت وتمثيل الحدائق الوطنية من خلال المضلعات التي لها محيط ومساحة. وتعد الخريطة نفسها تمثيلاً لأحد المستويات.

الاستعداد للوحدة

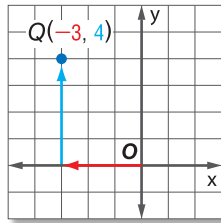
1

خيار الكتاب المدرسي أجب عن التدريب السريع أدناه. غُد إلى الجزء "مراجعة سريعة" للحصول على المساعدة.

مراجعة سريعة

مثال 1

مثّل بيانيًا النقطة $Q(-3, 4)$ في المستوى الإحداثي ثم سمّها.

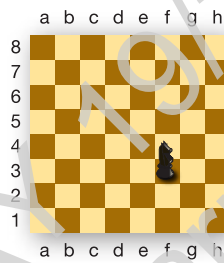


ابدأ من نقطة الأصل. وحيث إن الإحداثي x سالب، تحرّك 3 وحدات إلى اليسار. ثم تحرّك 4 وحدات لأعلى حيث إن الإحداثي y موجب. ارسم نقطة وسمّها Q .

تدريب سريع

مثّل بيانيًا كل نقطة مما يلي في المستوى الإحداثي ثم سمّها.

1. $W(5, 2)$
2. $X(0, 6)$
3. $Y(-3, -1)$
4. $Z(4, -2)$



5. **الألعاب** تستخدم سهلة الرسم التخطيطي لتسجيل تحركات قطع الشطرنج الخاصة بها وتحرك قطعة الحصان بمقدار خانتين لأعلى وخانة واحدة لليسار من f3. فما موقع الحصان بعد أن تكمل سهلة دورها؟

مثال 2

جد ناتج $3\frac{1}{6} + 2\frac{3}{4}$.

$$\begin{aligned} 3\frac{1}{6} + 2\frac{3}{4} &= \frac{19}{6} + \frac{11}{4} \\ &= \frac{19}{6} \left(\frac{2}{2}\right) + \frac{11}{4} \left(\frac{3}{3}\right) \\ &= \frac{38}{12} + \frac{33}{12} \\ &= \frac{71}{12} \text{ or } 5\frac{11}{12} \end{aligned}$$

اكتب في صورة كسور معتلة.

المضاعف المشترك الأصغر هو 12.

اضرب

بسّط

جد المجموع أو الفرق لكل مما يلي.

6. $\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$
7. $2\frac{1}{18} + 4\frac{3}{4}$
8. $\frac{13}{18} - \frac{5}{9}$
9. $14\frac{3}{5} - 9\frac{7}{15}$

10. **الطعام** أكل مازن $\frac{1}{3}$ من فطيرة بيتزا على العشاء وأخذ منها $\frac{1}{6}$ ليتناوله في غداء اليوم التالي. فما مقدار فطيرة البيتزا التي تركها؟

مثال 3

جد قيمة التعبير $[-2 - (-7)]^2 + (1 - 8)^2$.

اتبع ترتيب العمليات.

$$\begin{aligned} [-2 - (-7)]^2 + (1 - 8)^2 & \\ &= 5^2 + (-7)^2 \quad \text{اطرح.} \\ &= 25 + 49 \quad \quad \quad 5^2 = 25, (-7)^2 = 49 \\ &= 74 \quad \quad \quad \text{اجمع.} \end{aligned}$$

جد قيمة كل تعبير مما يلي.

11. $(-4 - 5)^2$
12. $(6 - 10)^2$
13. $(8 - 5)^2 + [9 - (-3)]^2$

حلّ كل معادلة مما يلي.

14. $6x + 5 + 2x - 11 = 90$
15. $8x - 7 = 53 - 2x$

البدء في هذه الوحدة

سوف تتعلم عدة مفاهيم ومهارات ومفردات جديدة أثناء دراستك للوحدة 10. ولكي تستعد، حدّد المفردات المهمة ونظّم مواردك.

المفردات الجديدة

على استقامة واحدة collinear
 في مستوى واحد coplanar
 تطابق congruent
 نقطة المنتصف midpoint
 مُنصّف قطعة segment bisector
 زاوية angle
 رأس vertex
 منصف زاوية angle bisector
 مضلع polygon
 محيط perimeter

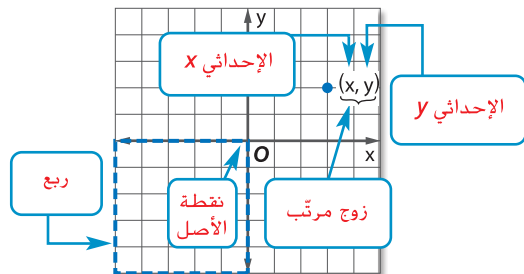
مراجعة المفردات

زوج مرتب (ordered pair) عددين أو إحداثيين يستخدمان لتحديد موقع أي نقطة على المستوى الإحداثي، ويكتب بالصورة (x, y)

نقطة الأصل (origin) النقطة التي يتقاطع عندها المحوران الإحداثيان عند تقاطع الصفر لكل منهما

الأربع (quadrants) المناطق الأربعة التي يُقسّم إليها المستوى الإحداثي بواسطة المحور الأفقي x والمحور الرأسي y

الإحداثي x (x-coordinate) هو العدد الأول في زوج مرتب الإحداثي y (y-coordinate) هو العدد الثاني في زوج مرتب

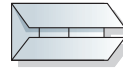


مطويات منظّم الدراسة

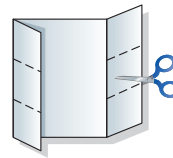
أدوات الهندسة اصنع هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك عن الوحدة 10 حول النقاط والمستقيمت والمستويات؛ والزوايا والعلاقات بين الزوايا؛ والصيغ والملاحظات عن المسافة ونقطة المنتصف والمحيط والمساحة والحجم. ابدأ بورقة مقاس $11'' \times 17''$.



1 اطو الجوانب القصيرة لتلتقي في المنتصف.



2 اطو الكتيب أثنائاً بشكل طولي.



3 افتح وقص الكتيب أثنائاً بشكل طولي.



4 ضع اسمًا للتبويبات كما هو موضح.

النقاط والمستقيمات والمستويات

10-1

الدروس



لماذا؟

الحالي

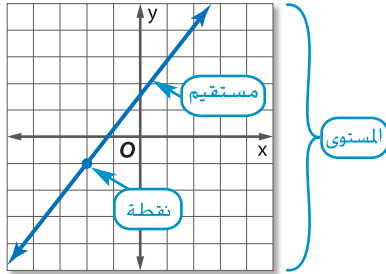
السابق

● على خريطة مترو أنفاق، تُمَثَّل مواقع محطات التوقف عن طريق النقاط. ويُمَثَّل الطريق الذي يسلكه القطار عن طريق سلسلة من المسارات المتصلة التي تشبه المستقيمات. والسطح المستوي للخريطة التي تقع عليها هذه النقاط والمستقيمات يمثل المستوى.

1 تحديد النقاط والمستقيمات والمستويات وتمثيلها.
2 تحديد المستقيمات والمستويات المتقاطعة.

● استخدمت مفاهيم وخواص هندسية أساسية لحل المسائل.

1 التبادلية والمستقيمات والمستويات بخلاف ما تمثله من أشياء في الحياة اليومية، ليس للأشكال والنقاط والمستقيمات والمستويات أي أحجام فعلية. وفي الهندسة، تُعتبر النقطة والمستقيم والمستوى مفاهيم **غير معرَّفة أو أولية** لأنه لا يتم شرحها إلا باستخدام الأمثلة والأوصاف.



لا شك أنك تعرف بالفعل كلاً من مفهوم النقطة والمستقيم والمستوى من الجبر. وقد مُثِّلت بيانياً على مستوى إحداثي وأوجدت الأزواج المرتبة التي تمثل النقاط على المستقيمات. وفي الهندسة، تحمل هذه المفاهيم معانٍ مشابهة.

يعني التعبير "واحد بالضبط" في عبارة، مثل "يوجد مستقيم واحد بالضبط بين أي نقطتين" أنه يوجد مستقيم واحد فقط.

المفردات الجديدة

- مفهوم غير مُعرَّف
- undefined concept
- نقطة point
- مستقيم line
- مستوى plane
- على استقامة واحدة collinear
- في مستوى واحد coplanar
- تقاطع intersection
- تعريف definition
- مصطلح مُعرَّف defined term
- فراغ space

المهارات الرياضية

استخدام نماذج الرياضيات.
مراعاة الدقة.

المفهوم الأساسي مفاهيم غير معرَّفة / أولية

النقطة هي موقع محدد وليس لها شكل أو حجم أو أبعاد.

A

التسمية من خلال حرف كبير

مثال النقطة A

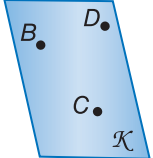
المستقيم يتكون من مجموعة من النقاط وليس له سُمك أو عرض. يوجد خط مستقيم واحد فقط بين أي نقطتين.



التسمية من خلال الحروف التي تمثل نقطتين على المستقيم أو بحرف واحد صغير

مثال المستقيم m أو المستقيم PQ أو \overleftrightarrow{PQ} . المستقيم QP أو \overleftrightarrow{QP}

المستوى هو سطح مستوي يتكون من نقاط ممتد بلا نهاية في جميع الاتجاهات. يوجد مستوى واحد فقط بين أي ثلاث نقاط ليست على نفس المستقيم.



التسمية من خلال حرف كبير أو بالحروف التي تسمي ثلاث نقاط ليست جميعها على نفس المستقيم

مثال المستوى K، المستوى BCD، المستوى CDB، المستوى DCB، المستوى DBC، المستوى CBD، المستوى BDC

النقاط **الواقعة على استقامة واحدة** هي النقاط التي تقع على نفس المستقيم. أما النقاط غير الواقعة على استقامة واحد فلا تقع على نفس المستقيم. والنقاط **الواقعة في مستوى واحد** هي نقاط تقع في نفس المستوى، أما النقاط غير الواقعة في مستوى واحد فلا تقع في نفس المستوى.

مثال 1 تسمية المستقيمت والمستويات

استخدم الشكل لتسمية كل مما يلي.

a. مستقيم يحتوي على النقطة W

يمكن تسمية المستقيم بالمستقيم n . أو يمكن استخدام أي نقطتين من النقاط الأربعة الواقعة على المستقيم لتسمية المستقيم.

$$\begin{array}{cccccc} \overrightarrow{VW} & \overrightarrow{WV} & \overrightarrow{VX} & \overrightarrow{XV} & \overrightarrow{VY} & \overrightarrow{YV} \\ \overrightarrow{WX} & \overrightarrow{XW} & \overrightarrow{WY} & \overrightarrow{YW} & \overrightarrow{XY} & \overrightarrow{YX} \end{array}$$

b. مستوى يحتوي على النقطة X

مستوى واحد يمكن تسميته هو المستوى P . يمكنك أيضًا استخدام حروف أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة لتسمية هذا المستوى.

| | | |
|---------------|---------------|---------------|
| المستوى VZX | المستوى VZW | المستوى XZY |
| المستوى WZY | المستوى WZX | المستوى VZY |

يمكن إعادة ترتيب حروف كل من هذه الأسماء لوضع أسماء أخرى مقبولة لهذا المستوى. على سبيل المثال، المستوى XZY يمكن أن يُكتب أيضًا هكذا XYZ و ZXY و ZYX و YXZ و YZX . إجمالاً، يوجد 36 اسمًا مختلفًا لثلاثي الأحرف لهذا المستوى.

تمرين موجّه

1A. مستوى يحتوي على النقطتين Z و T

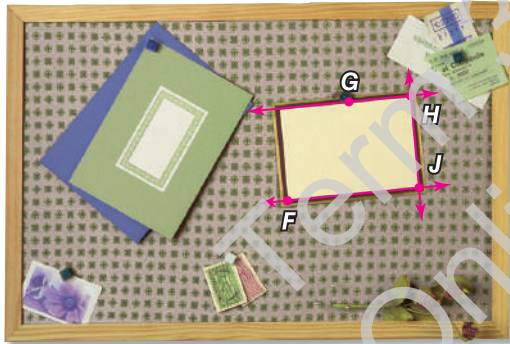
1B. مستقيم يحتوي على النقطة T

نصيحة دراسية

مستويات إضافية رغم عدم رسمه في المثال 1b، يوجد مستوى آخر يحتوي على النقطة X . وبما أن النقاط W و T و X ليست على استقامة واحدة، فالنقطة X تقع أيضًا في المستوى WTX .

مثال 2 من الحياة اليومية تمثيل النشاط والمستقيمت والمستويات

لوحة النقاش اذكر أسماء المفاهيم الهندسية التي تمثلها الأشياء الموجودة في الصورة.



ديوس الدفع يُمثّل النقطة G .

الإطار الأحمر الداكن على البطاقة يُمثّل المستقيم GH .

حافة البطاقة تمثل المستقيم HJ .

البطاقة نفسها تُمثّل المستوى FGJ .

تمرين موجّه

اذكر اسم المفهوم الهندسي الذي يمثله كل شيء من هذه الأشياء.

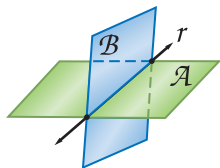
2B. ركن صندوق

2A. أشرطة على معطف

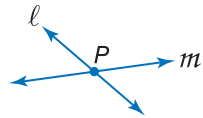
مهنة من الحياة اليومية

الرسام يستخدم الرسامون منظورهم لتصميم الرسومات من أجل إنشاء كل شيء بدءًا من ألعاب الأطفال وصولاً إلى الأبنية المدرسية. ويحتاج الرسامون إلى مهارات في الرياضيات واستخدام الحاسوب. وينلقون تعليمهم في المدارس المهنية والكليات المجتمعية وبعض الكليات التي تستمر مدة دراستها أربعة أعوام. ارجع إلى التمرينين 50 و 51.

2 **تقاطعات المستقيمت والمستويات** يُمثّل **تقاطع** شكلين هندسيين أو أكثر مجموعة النقاط المشتركة بينهم. ويتقاطع المستقيمان في نقطة واحدة. ويمكن للمستقيمت أن تتقاطع مع بعضهما. ويمكن للمستويات أن تتقاطع مع بعضها.



المستقيم r يمثّل تقاطع المستويين A و B .

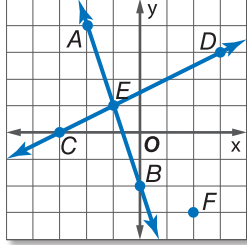


P تُمثّل تقاطع المستقيمين l و m .

مثال 3 رسم الأشكال الهندسية

ارسم وسمّ شكلاً لكل علاقة مما يلي.

- a. الجبر يتقاطع المستقيمان AB و CD عند النقطة E بالإحداثيات $A(-2, 4)$ و $B(0, -2)$ و $C(-3, 0)$ و $D(3, 3)$ على مستوى إحداثي. النقطة F تقع في مستوى واحد مع هذه النقاط، ولكن ليست على استقامة واحدة مع \overrightarrow{AB} أو \overrightarrow{CD} .

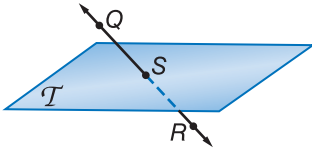


مُثل بيانياً كل نقطة وارسم \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{CD}

سمّ نقطة التقاطع بالحرف E .

يقع عدد لا نهائي من النقاط في مستوى واحد مع A و B و C و D و E ولكنها ليست على استقامة واحدة مع \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{CD} . في التمثيل البياني، إحدى هذه النقاط هي النقطة $F(2, -3)$.

- b. المستقيم RQ يتقاطع مع المستوى T عند النقطة S .



ارسم سطحاً لتمثيل المستوى T ثم سمّه.

ارسم نقطة تُمثّل النقطة S في أي مكان على المستوى وارسم نقطة ليست على المستوى T تُمثّل النقطة Q .

ارسم مستقيماً فيما بين النقطتين Q و S . ضع سُطرًا على المستقيم للإشارة إلى الجزء الذي أخفاه المستوى. ثم ارسم نقطة أخرى على المستقيم وسمّها R .

تمرين موجّه

3A. النقاط $J(-4, 2)$ و $K(3, 2)$ و L تقع على استقامة واحدة.

3B. المستقيم P يقع في المستوى N ويحتوي على النقطة L .

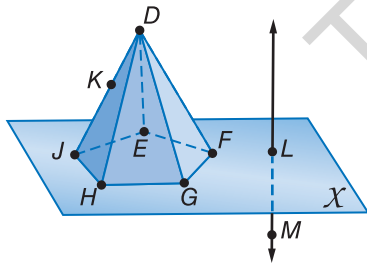
نصيحة دراسية

رسومات ثلاثية الأبعاد

نظرًا لعدم إمكانية عرض مستوى كامل في شكلٍ ما، تُستخدم أشكال محددة مع درجات مختلفة من الألوان لتمثيل المستويات.

يتم شرح **التعريفات** أو **المفاهيم المُعرّفة** باستخدام مفاهيم غير مُعرّفة و/أو مفاهيم مُعرّفة أخرى. يُعرّف **الفضاء** بأنه مجموعة ثلاثية الأبعاد لا نهائية من جميع النقاط، ويمكن أن يحتوي الفضاء على مستقيبات ومستويات.

مثال 4 تفسير الرسومات



- a. كم عدد المستويات التي تظهر في هذا الشكل؟

سنة: المستوى X والمستوى HDJ والمستوى JDE والمستوى FDE والمستوى GDF والمستوى GDH

- b. اذكر ثلاث نقاط على استقامة واحدة.

النقاط J و K و D على استقامة واحدة.

- c. عيّن نقطة تقاطع المستوى GDH مع المستوى X .

المستوى GDH يتقاطع مع المستوى X في \overrightarrow{HG} .

- d. في أيّ نقطة يتقاطع المستقيمان \overrightarrow{EF} و \overrightarrow{LM} ؟ اشرح.

لا يبدو أن هذين المستقيمين متقاطعان. \overrightarrow{EF} تقع في المستوى X ، ولكن النقطة L فقط من \overrightarrow{LM} المستقيم تقع في المستوى X .

تمرين موجّه

أشرح استنتاجك.

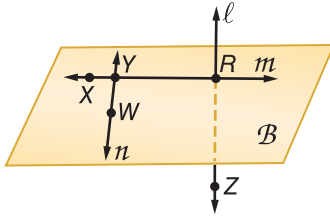
4A. هل النقاط E و D و F و G تقع في مستوى واحد؟

4B. عند أي نقطة أو في أي مستقيم تتقاطع المستويات HDJ و EDJ و FDE ؟

نصيحة دراسية

الدقة النقطة ليس لها بُعد. والمستقيم يوجد في بُعد واحد. ومع ذلك، تكون الدائرة ثنائية الأبعاد، والشكل الهرمي ثلاثي الأبعاد.

التحقق من فهمك



مثال 1

استخدم الشكل لتسمية كل مما يلي.

1. مستقيم يحتوي على النقطة X
2. مستقيم يحتوي على النقطة Z
3. مستوى يحتوي على النقطتين R و W

مثال 2

اذكر اسم المفهوم الهندسي الذي يمثله كل شيء من هذه الأشياء.

4. شعاع من الليزر
5. أرضية

مثال 3

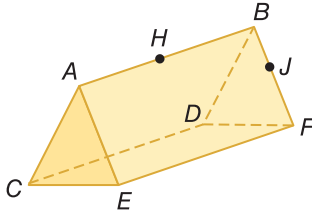
ارسم وسمّ شكلاً لكل علاقة مما يلي.

6. مستقيم في مستوى إحداثي يحتوي على $A(0, -5)$ و $B(3, 1)$ ونقطة C ليست على استقامة واحدة مع \overrightarrow{AB} .

7. المستوى Z يحتوي على المستقيمتين X و Y و W . المستقيمان X و Y يتقاطعان عند النقطة V والمستقيمان X و W يتقاطعان عند النقطة P .

مثال 4

ارجع إلى الشكل.



8. كم عدد المستويات الموضحة في الشكل؟

9. اذكر ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة.

10. هل النقاط A و H و J و D تقع في مستوى واحد؟ اشرح.

11. هل النقاط B و D و F تقع في مستوى واحد؟ اشرح.

12. علم الفلك الدب الأصفر أو الرنوة الصفري هي

كوكبة تتكون من سبعة نجوم في السماء الشمالية، وتشتمل على النجم القطبي (بولاريس).

- a. ما الأشكال الهندسية التي تمثلها النجوم؟

- b. هل كل من النجم 1 والنجم 2 والنجم 3 على استقامة واحدة على خريطة الكوكبة؟ اشرح.

- c. هل النجم القطبي والنجم 2 والنجم 6 تقع في مستوى واحد على الخريطة؟



التمرين وحل المسائل

مثال 1

ارجع إلى الشكل.

13. اذكر المستقيمتين التي تقع في المستوى Q فقط.

14. كم عدد المستويات المُستَارة في الشكل؟

15. اذكر المستوى الذي يحتوي على المستقيمين m و t .

16. عَيّن نقطة تقاطع المستقيمين t و m .

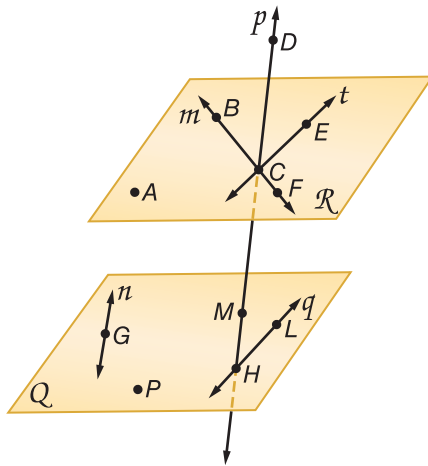
17. عَيّن نقطة لا تقع في مستوى واحد مع النقاط A و B و C .

18. هل النقاط P و G و M و F تقع في مستوى واحد؟ اشرح.

19. عَيّن النقاط غير المتضمنة في المستقيم الموضّح.

20. اذكر اسماً آخر للمستقيم t ؟

21. هل المستقيم n يتقاطع مع المستقيم q ؟ اشرح.

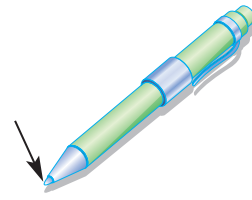


مثال 2

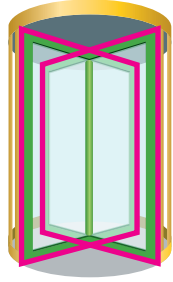
اذكر المفهوم أو (المفاهيم) الهندسية الذي يُمثِّله كل شيء من الأشياء التالية.



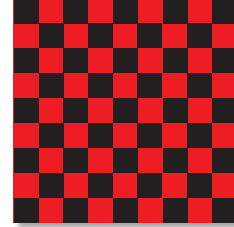
.23



.22



.25



.24

.28. عمود الهاتف

.27. عقدة في حبل

.26. بطانية

.31. ملف مفتوح جزئيًا

.30. جداران متصلان

.29. حافة مكتب

ارسم شئلا وسِّمه لذل علاقة.

مثال 3

.32. المستقيم m يتقاطع مع المستوى R في نقطة واحدة.

.33. مستويان لا يتقاطعان.

.34. النقطتان X و Y تقعان على \overrightarrow{CD} .

.35. تتقاطع المستقيمتان الثلاثة عند النقطة J ولكنها لا تقع جميعًا في المستوى نفسه.

.36. النقاط $A(2, 3)$ و $B(2, -3)$ و C و D تقع على استقامة واحدة، ولكن النقاط A و B و C و D ليست كذلك.

.37. المستقيمان \overrightarrow{LM} و \overrightarrow{NP} يقعان في مستوى واحد ولكنهما لا يتقاطعان.

.38. المستقيمان \overrightarrow{FG} و \overrightarrow{JK} يتقاطعان في النقطة $P(4, 3)$ حيث النقطة F عند $(-2, 5)$ والنقطة J عند $(7, 9)$.

.39. المستقيمان s و t يتقاطعان، والمستقيم v لا يتقاطع مع أي منهما.

التنثيل عند تعبئة أشياء قابلة للكسر مثل الزجاج، كثيرًا ما يستخدم عُمال النقل صناديق بداخلها حواجز مثل الصندوق الموضح.

مثال 4

.40. كم عدد المستويات الممثلة في الصورة؟

.41. ما أجزاء الصندوق التي تمثل المستقيمتان؟

.42. ما أجزاء الصندوق التي تمثل النقاط؟

راجع الشكل الموجود على اليسار.

.43. اذكر نقطتين على استقامة واحدة.

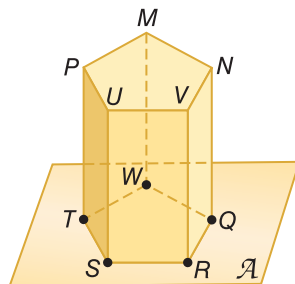
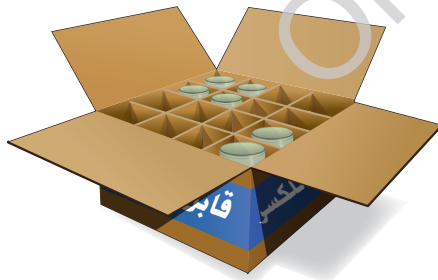
.44. كم عدد المستويات التي تظهر في الشكل؟

.45. هل المستوى A والمستوى PNM يتقاطعان؟ اشرح.

.46. في أي مستقيم يتقاطع المستويان A و VRQ ؟

.47. هل النقاط T و S و R و Q و V تقع في مستوى واحد؟ اشرح.

.48. هل النقاط T و S و R و Q و W تقع في مستوى واحد؟ اشرح.



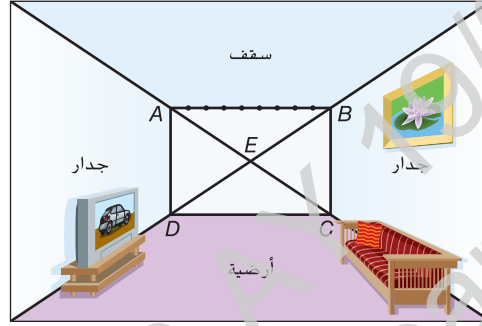


49 **المستويات المحدودة** المستوى المحدود هو مستوى له حدود، أو لا يمتد إلى ما لا نهاية. وتُعد لافتات الشارع الموضحة مستوياتٍ محدودة.

a. إذا كان العمود يُمثّل مستقيماً، فاذكر اسم المفهوم الهندسي الذي يصف التقاطع بين اللافتات والعمود.

b. ما المفهوم الهندسي (أو المفاهيم) الذي يصف التقاطع بين المستويين المحدودين؟ اشرح إجابتك باستخدام رسمٍ تخطيطي إذا لزم الأمر.

50. **منظور النقطة الواحدة** تُستخدم رسومات منظور النقطة الواحدة المستقيمت لنقل العمق. ويمكن تمديد المستقيمت التي تمثل المستقيمت الأفقية في الشيء الحقيقي لتلتقي في نقطة واحدة تُسمى نقطة التلاشي. افترض أنك تريد رسم سقفٍ مُبلط في الغرفة أدناه بتسع بلاطات متقاطعة.



a. ما النقطة التي تمثل نقطة التلاشي في الرسم؟

b. استشفّ الشكل. ثمّ ارسم مستقيمت من نقطة التلاشي تمر عبر كل نقطة من النقاط الثماني بين A و B. قم بمدّ هذه المستقيمت إلى الحافة العلوية من الرسم.

c. كيف يمكنك تغيير الرسم لجعل جدار الغرفة الخلفي يبدو بعيداً؟

51. **منظور النقطتين** تُستخدم رسومات منظور النقطتين لتغطي تلالٍ لنقل العمق.

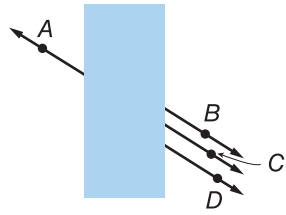
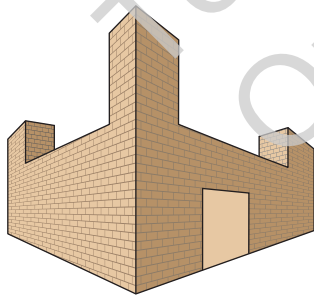
a. استشفّ رسمة القلعة الموضحة. ثمّ ارسم خمسة من المستقيمت الرأسية المُستخدمة لإنشاء الرسم.

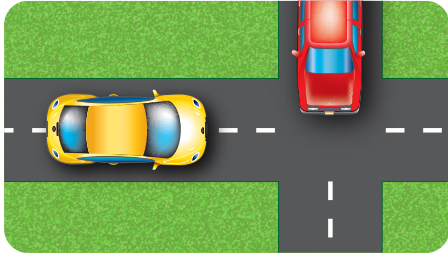
b. قم برسم ومد المستقيمت الأفقية لتحديد نقاط التلاشي ثمّ سمّها.

c. ما الذي تلاحظه عن المستقيمت الرأسية عندما تقترب من نقطة التلاشي؟

d. ارسم منظوراً من نقطتين لمنزلٍ أو غرفةٍ في منزل.

52. **الفرضيات** سمّ نقطتين على نفس المستقيم في الشكل. كيف يمكنك دعم إثباتك؟

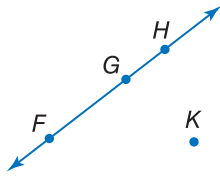




53. **النقل** عندما تدخل سيارتان في تقاطع في الوقت نفسه على مسارين متضادين، يجب على إحدى السيارتين ضبط سرعتها أو اتجاهها لتجنب الاصطدام. من ناحية ثانية، يمكن لطائرتين المرور عبر المسارات وفي الوقت نفسه تسير في اتجاهات مختلفة بدون اصطدام. اشرح كيف يمكن هذا.

54. **التمثيلات المتعددة** هناك طريقة أخرى لوصف مجموعة من النقاط تُسمى **المحل الهندسي**. **المحل الهندسي** هو مجموعة من النقاط تُحقق شرطاً معيناً. في هذه المسألة، سوف تستكشف المحل الهندسي للنقاط التي تُحقق المعادلة.

- a. **جدولياً** مثّل المحل الهندسي للنقاط التي تحقق $2 + x = y$ باستخدام جدول لا يقل عن خمس قيم.
- b. **بيانياً** مثّل نفس هذا المحل الهندسي للنقاط باستخدام تمثيل بياني.
- c. **لفظياً** وضح الشكل الهندسي الذي تشير إليه النقاط.



55. **الاحتمالات** يتم اختيار ثلاث نقاط من النقاط المُسَمَّاة عشوائياً.

- a. ما احتمال وقوع النقاط المُختارة على استقامة واحدة؟
- b. ما احتمال وقوع النقاط المُختارة في مستوى واحد؟

56. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف المحل الهندسي للنقاط التي تُحقق المتباينة.

- a. **جدولياً** مثّل المحل الهندسي للنقاط التي تُحقق المتباينة $y < -3x - 1$ باستخدام جدول لا يقل عن عشر قيم.
- b. **بيانياً** مثّل نفس هذا المحل الهندسي للنقاط باستخدام تمثيل بياني.
- c. **لفظياً** صف الشكل الهندسي الذي تشير إليه النقاط.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

57. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم رسماً تخطيطياً لثلاثة مستويات تتقاطع في مستقيم.

58. **تحليل الخطأ** تحاول ياسمين ووفاء تحديد أكبر عددٍ من المستقيبات يمكن رسمها باستخدام أي نقطتين من أربع نقاط عشوائية. هل كلاهما على صواب؟ اشرح.

وفاء
يُمكنك رسم 3 مستقيبات · أو 2 ·
أو 1 أو 6 بين النقاط.

ياسمين
بما أن هناك أربع نقاط، إذا
يُمكن رسم 4 مستقيبات · أو 3
أو 2 أو 1 بين النقاط.

59. **الفرضيات** ما أكبر عددٍ من المستويات يُمكن تحديده باستخدام أي ثلاثٍ من النقاط A و B و C و D إذا لم توجد ثلاث نقاط على استقامة واحدة؟

60. **التبرير** هل يمكن لأي نقطتين على سطح منشور ألا تقعا على استقامة واحدة أو مستوى واحد؟ علل إجابتك.

61. **الكتابة في الرياضيات** راجع التمرين 49. أعطِ مثلاً من الحياة اليومية لمستوى محدود. هل يمكن الحصول على شيء من الحياة اليومية يُمثّل مستوى غير محدود؟ اشرح استنتاجك.

تدريب على الاختبارات المعيارية

63. الجبر ما قيمة x إذا كانت $3x + 2 = 8$ ؟

F -2 G 0 H 2 J 6

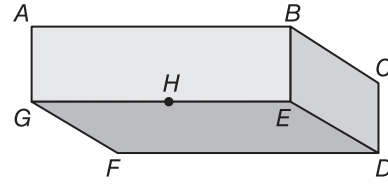
64. إجابة شبكية يحتوي صندوق ثلج على 3 أنواع من المشروبات: 10 من عصير التفاح، و 15 من عصير العنب، و 15 زجاجة من المياه. فما احتمال ألا يحتوي مشروب مُختار عشوائيًا من صندوق الثلج على عصير فواكه؟

65. SAT/ACT زادت عمليات الالتحاق بمدرسة معينة بنسبة

6% خلال هذا العام عن عمليات الالتحاق في العام الماضي. فإذا كان يلتحق بالمدرسة حاليًا 1378 طالبًا، فكم عدد الطلاب الذين التحقوا بالمدرسة في العام الماضي؟

A 1295 C 1350 E 1500
B 1300 D 1460

62. أي عبارة من العبارات التالية حول الشكل أدناه ليست صحيحة؟



A النقطة H تقع في المستويين DEG و EGA .

B المستويات BAG و DFG و DEB تتقاطع في النقطة E .

C النقاط F و E و B على استقامة واحدة.

D النقاط A و H و D تقع على استقامة واحدة.

مراجعة شاملة

استخدم طريقة الحذف لحل كل نظام من أنظمة المعادلات

66. $2x + y = 5$
 $3x - 2y = 4$

67. $4x - 3y = 12$
 $x + 2y = 14$

68. $2x - 3y = 2$
 $5x + 4y = 28$

69. الصحة ينقضي حوالي 20% من الوقت الذي تستغرقه في النوم في حركة العين السريعة (REM). والتي ترتبط بالأحلام. فإذا نام شخصٌ بالغٌ من 7 إلى 8 ساعات، فما مقدار الوقت الذي ينقضي في نوم حركة العين السريعة؟

حوّل لأبسط صورة. افترض أن جميع المقامات لا تساوي صفرًا.

70. $\frac{a^6}{a^3}$

71. $\frac{4^7}{4^5}$

72. $\frac{c^3d^4}{cd^7}$

73. $\left(\frac{4h^{-2}g}{2g^5}\right)^0$

74. $\frac{5q^{-2}t^6}{10q^2t^{-4}}$

75. $b^3(m^{-3})(b^{-6})$

حوّل كل جُملة من الجُملة المفتوحة.

76. $y - 2 > 7$

77. $z + 5 < 3$

78. $2b + 7 \leq -6$

79. $3 - 2y \geq 8$

80. $9 - 4m < -1$

81. $5c - 2 \leq 13$

مراجعة المهارات

استبدل كل • مما يلي بالرمز < أو > أو = لتكوين عبارة صحيحة.

82. $\frac{1}{4}$ cm • $\frac{1}{2}$ cm

83. $\frac{3}{4}$ cm • $\frac{5}{8}$ cm

84. $\frac{3}{8}$ cm • $\frac{6}{16}$ cm

85. 18 mm • 2 cm

86. 32 mm • 3.2 cm

87. 0.8 m • 8 cm



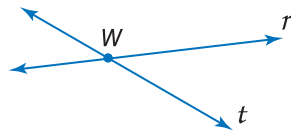
مختبر الهندسة وصف ما تراه

10-1

التوضيح

عندما تتعلم المفاهيم الهندسية، من المهم استخدام رسومات دقيقة لتمثيل المعلومات. ومن المفيد معرفة الكلمات والعبارات التي يمكن استخدامها لوصف الأشكال. من المهم كذلك معرفة كيفية قراءة وصف هندسي والقدرة على رسم الشكل الذي يصفه.

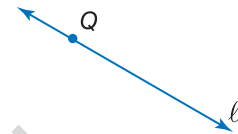
تساعدك الأشكال والأوصاف أدناه على تصور النقاط والمستقيمت والمستويات والكتابة عنها.



المستقيمان r و t يتقاطعان عند النقطة W .

النقطة W هي نقطة تقاطع r و t .

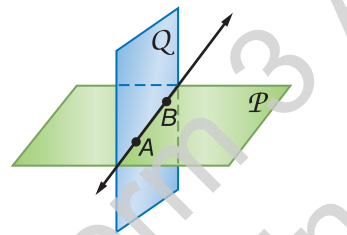
النقطة W تقع على المستقيم r . والنقطة W تقع على المستقيم t .



النقطة Q على المستقيم l .

المستقيم l يحتوي على النقطة Q .

المستقيم l يمر عبر النقطة Q .



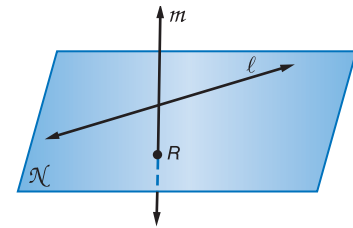
\overleftrightarrow{AB} تقع في P و Q .

النقطتان A و B تقعان في كل من P و Q .

المستويان P و Q كلاهما يحتويان \overleftrightarrow{AB} .

المستويان P و Q يتقاطعان في \overleftrightarrow{AB} .

\overleftrightarrow{AB} هو تقاطع P و Q .



المستقيم l والنقطة R يقعان في المستوى N .

النقطة R تقع في المستوى N .

المستوى N يحتوي على النقطة R والمستقيم l .

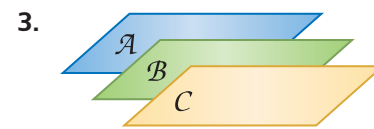
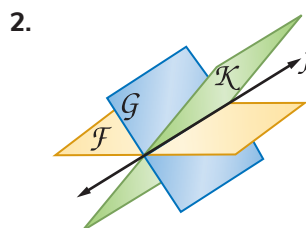
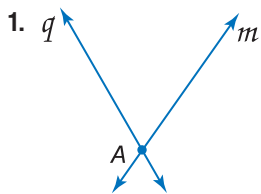
المستقيم m يقطع المستوى N عند النقطة R .

النقطة R هي نقطة تقاطع المستقيم m مع المستوى N .

المستقيمان l و m لا يتقاطعان.

تبايرين

اكتب وصفاً لكل شكل مما يلي.



4. ارسم شكلاً وسّمه للعبارة: المستويان N و P يحتويان على المستقيم a .

القياس الخطي

10-2

الدرس

.. لماذا؟

.. الحالي

.. السابق

- عندما وجد المصريون القدماء أن هناك حاجة لنظام قياس، فإنهم استخدموا الجسم البشري كدليل. فكانت وحدة قياس الذراع تمثل طول الذراع من المرفق إلى أطراف الأصابع. وفي النهاية وُجد المصريون طول الذراع بعشرة أذرع ملكية، أي ما يعادل قصبة واحدة.

- 1 قياس القطع المستقيمة.
- 2 الحساب باستخدام القياسات.

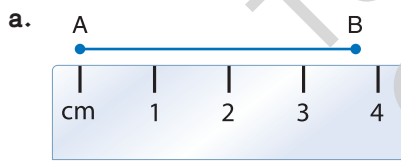
- تعرفت على النقاط والمستقيمات والمستويات ومثلتها.



- 1 **قياس القطعة المستقيمة** بخلاف المستقيم، يمكن قياس **القطعة المستقيمة** أو **القطعة** لأن لها نقطتين طرفيتين. فالقطعة المستقيمة ذات نقطتين طرفيتين A و B يمكن تسميتها \overline{AB} أو \overline{BA} . ويكتب قياس \overline{AB} هكذا AB . ودائمًا ما يتضمن طول قياس القطعة وحدة قياس، مثل المتر أو السنتيمتر. إن جميع القياسات هي قيم تقريبية تعتمد على أصغر وحدة قياس متوفرة في أداة القياس.

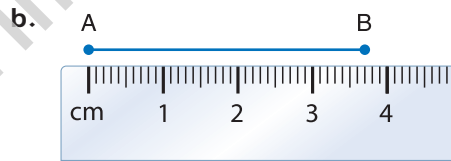
مثال 1 الطول في الوحدات المتناهية

جد طول \overline{AB} باستخدام كل مسطرة.



المسطرة مدرجة بالسنتيمترات. والنقطة B أقرب إلى علامة 4 cm من 3 cm.

وبالتالي، يبلغ طول \overline{AB} حوالي 4 cm.



العلامات الطويلة هي السنتيمترات، والعلامات الأقصر هي المليمترات. توجد 10 مليمترات في كل سنتيمتر.

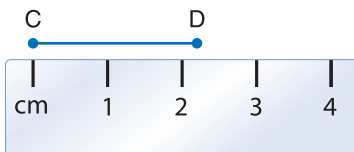
بالتالي، يبلغ طول \overline{AB} حوالي 3.7 cm.

تمرين موجه

1A. قس طول ورقة نقدية فئة 5 دراهم بالسنتيمترات.

1B. قس طول قلم رصاص بالمليمترات.

1C. جد طول \overline{CD} .



المفردات الجديدة

قطعة مستقيمة

line segment

بينية النقاط

betweenness of points

بين

قطع مستقيمة متطابقة

congruent segments

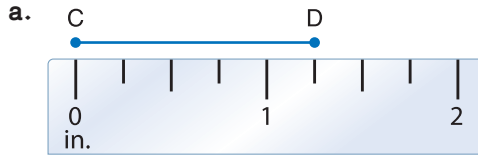
إنشاء

المهارسات الرياضية

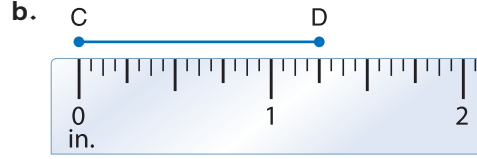
مراعاة الدقة.

مثال 2 الطول في الوحدات القياسية

جد طول \overline{CD} باستخدام كل مسطرة.



تنقسم كل بوصة إلى أرباع.
النقطة D أقرب إلى العلامة $1\frac{1}{4}$ in.
يبلغ طول \overline{CD} حوالي $1\frac{1}{4}$ in.

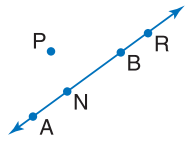


تنقسم كل بوصة إلى أجزاء من ستة عشر.
النقطة D أقرب إلى العلامة $1\frac{4}{16}$ in.
يبلغ طول \overline{CD} حوالي $1\frac{4}{16}$ in أو $1\frac{1}{4}$ in.

تمرين موجّه

2A. قس طول ورقة نقدية فئة 5 دراهم بالبوصة.

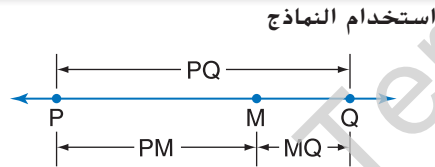
2B. قس طول قلم رصاص بالبوصة.



إيجاد القياسات تذكّر أنه بالنسبة لأي عددين حقيقيين a و b ، يوجد عدد حقيقي n يقع بين a و b مثل أن $a < n < b$ وتنطبق هذه العلاقة أيضًا على النقاط الواقعة على المستقيم وتسمى **بنية النقاط**. في هذا الشكل، النقطة N تقع بين النقطتين A و B ، ولكن النقطتين P و R ليستا كذلك.

إن القياسات هي أعداد حقيقية، ومن ثم يمكن استخدام جميع العمليات الحسابية معها. وأنت تعلم أن الشيء الكامل عادةً ما يساوي مجموع أجزائه. وهذا ينطبق أيضًا على النقط المستقيمة في الهندسة.

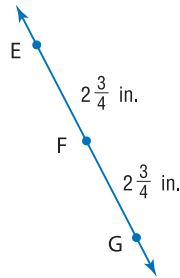
المفهوم الأساسي بنية النقاط



الشرح
تقع النقطة M بين النقطتين P و Q إذا وفقط إذا كانت $PM + MQ = PQ$ و M و Q على استقامة واحدة.

مثال 3 إيجاد القياسات عن طريق الجمع

جد EG . افترض أن الشكل ليس مرسومًا حسب المقياس.



$$EF + FG = EG$$

$$2\frac{3}{4} + 2\frac{3}{4} = EG$$

$$5\frac{1}{2} \text{ in} = EG$$

بنية النقاط

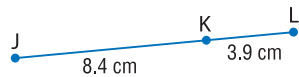
تعويض

جمع

تمرين موجّه

3. جد JL . افترض أن الشكل

ليس مرسومًا حسب مقياس.



نصيحة دراسية

مقارنة القياسات

نظرًا لأن القياسات هي أعداد حقيقية، فبإمكانك مقارنتها.

فإذا كانت النقط X و Y و Z تقع على استقامة واحدة

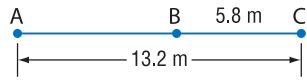
بهذا الترتيب، إذا فواحدة من

العبارات التالية صحيحة:

$XY > YZ$ أو $XY = YZ$

أو $XY < YZ$.

مثال 4 إيجاد القياسات عن طريق الطرح



جد AB . افترض أن الشكل ليس مرسومًا حسب المقياس.
النقطة B تقع بين A و C .

$$AB + BC = AC$$

$$AB + 5.8 = 13.2$$

$$AB + 5.8 - 5.8 = 13.2 - 5.8$$

$$AB = 7.4 \text{ m}$$

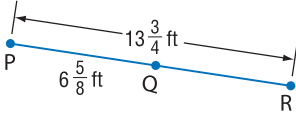
بينية النقاط

تعويض

اطرح 5.8 من كل طرف.

بسّط.

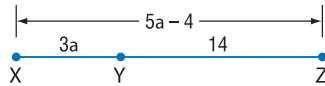
تمرين موجّه



4. جد QR . افترض أن الشكل ليس مرسومًا حسب مقياس.

مثال 5 كتاب وحل المعادلات لإيجاد القياسات

الجبر جد قيمة a و XY إذا كانت Y تقع بين X و Z . $XY = 3a$ و $XZ = 5a - 4$ و $YZ = 14$.



ارسم شكلاً لتمثيل هذه المعلومات.

$$XZ = XY + YZ$$

$$5a - 4 = 3a + 14$$

$$5a - 4 - 3a = 3a + 14 - 3a$$

$$2a - 4 = 14$$

$$2a - 4 + 4 = 14 + 4$$

$$2a = 18$$

$$\frac{2a}{2} = \frac{18}{2}$$

$$a = 9$$

بينية النقاط

تعويض

اطرح $3a$ من كل طرف

بسّط.

اجمع 4 على كل طرف.

بسّط

اقسم كل طرف على 2.

بسّط.

الآن جد XY .

$$XY = 3a$$

$$= 3(9) \text{ أو } 27$$

المعطيات

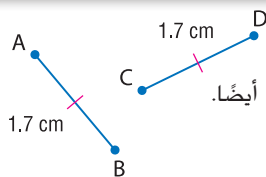
$$a = 9$$

تمرين موجّه

5. جد x و BC إذا كانت B تقع بين A و C . $AC = 4x - 12$ و $AB = x$ و $BC = 2x + 3$.

تُسمّى القطع المستقيمة التي لها نفس القياس **قطع مستقيمة متطابقة**.

المفهوم الأساسي القطع المستقيمة المتطابقة



القطع المستقيمة المتطابقة لها نفس القياس.

الشرح

\cong تُقرأ متطابق مع. وتُشير الشُرط الحمراء على الشكل إلى التطابق أيضًا.

الرموز

$$\overline{AB} \cong \overline{CD}$$

مثال

انتبه!

التساوي مقابل التطابق

الأطوال تتساوى والقطع

المستقيمة تتطابق. ويصح

القول إن $AB = CD$

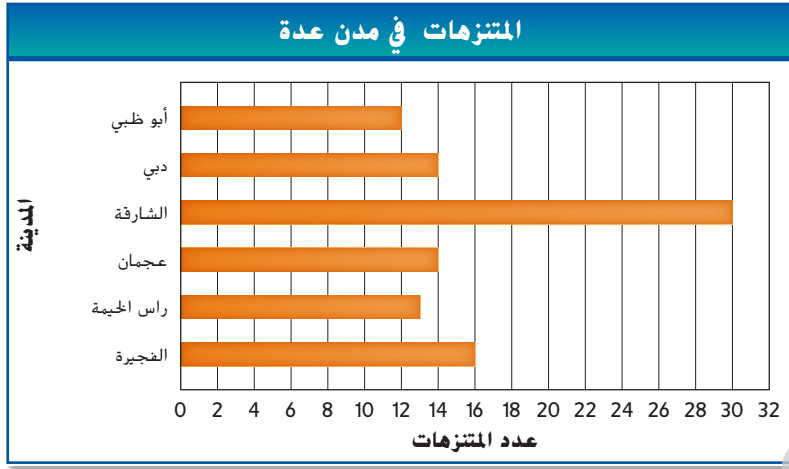
و $\overline{AB} \cong \overline{CD}$. ولكن، لا يصح

القول إن $\overline{AB} = \overline{CD}$ أو إن

$AB \cong CD$

مثال 6 من الحياة اليومية القطع المستقيمة المتطابقة

متنزهات في التمثيل البياني التالي، افترض أن قطعة مستقيمة كانت مرسومة على طول الجزء العلوي من كل عمود. فأَي المدن سيكون بها قطع مستقيمة متطابقة؟ اشرح.



ستكون القطع المستقيمة الموجودة على الأعمدة الخاصة بمدينة دبي وعجمان متطابقة لأن كليهما تمثلان العدد نفسه من المتنزهات.

تمرين موجّه

6A. افترض أن مدينة أبو ظبي أضافت متنزه آخر. فهل ستكون القطعة المستقيمة المرسومة بطول العمود الممثل لمدينة أبو ظبي متطابقة مع أي قطعة أخرى؟



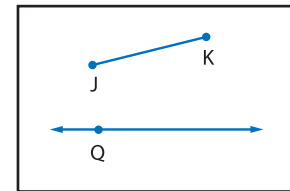
6B. عيّن القطع المستقيمة المتطابقة في اللافتة الموضحة.

تُرسم الأشكال الهندسية باستخدام أدوات قياس مثل المسطرة والمفقلة. وتعد **الإنشآت** طرقاً لرسم هذه الأشكال بدون مساعدة أدوات القياس. فبوجه عام، لا يُستخدم سوى قلم رصاص ومسطرة تقويم وفرجار في الإنشآت. وتُرسم الرسومات التخطيطية بدون استخدام أي من هذه الأدوات.

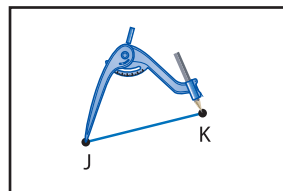
ويمكنك إنشاء قطعة مستقيمة متطابقة مع قطعة مستقيمة معينة.

الإنشآت نسخ قطعة مستقيمة

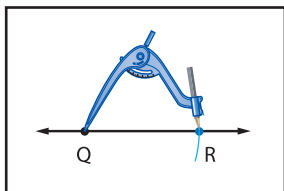
الخطوة 1 ارسم القطعة \overline{JK} . في موضع آخر على الورقة، ارسم مستقيماً ونقطة على هذا المستقيم. سمّ النقطة Q .



الخطوة 2 ضع الفرجار عند النقطة J واضبط وضعية الفرجار بحيث يكون القلم الرصاص عند النقطة K .

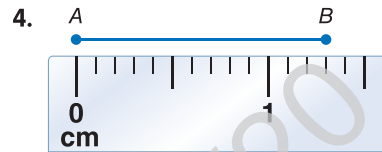
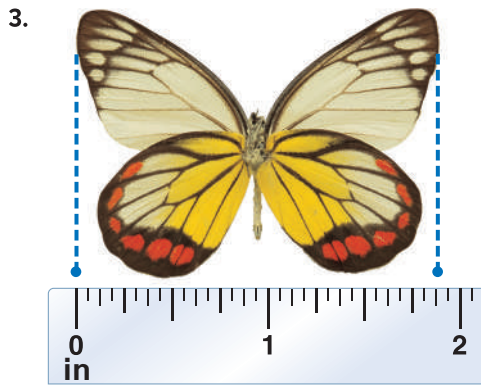
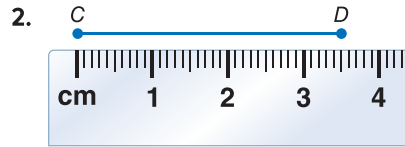
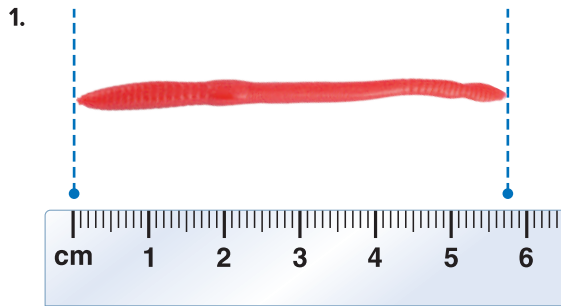


الخطوة 3 باستخدام تلك الوضعية، ضع سن الفرجار عند Q وارسم قوساً يقطع المستقيم. ثمّ سمّ نقطة التقاطع R . $\overline{JK} \cong \overline{QR}$.



جد طول كل قطعة مستقيمة أو كائن.

مثال 1

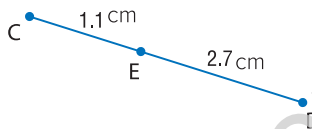


مثال 2

جد قياس كل قطعة مستقيمة. افترض أن كل شكل ليس مرسومًا حسب المقياس.

الأمثلة 3-4

5. \overline{CD}



6. \overline{RS}



الجبر جد قيمة x و BC إذا كانت B تقع بين C و D .

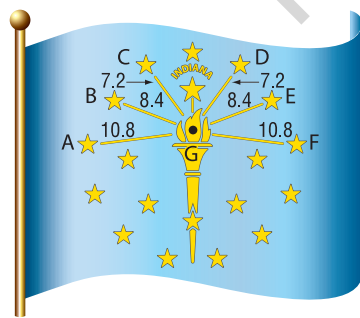
مثال 5

7. $CB = 2x$, $BD = 4x$ و $CD = 12$

8. $CB = 4x - 9$, $BD = 3x + 5$ و $CD = 17$

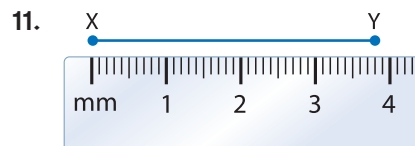
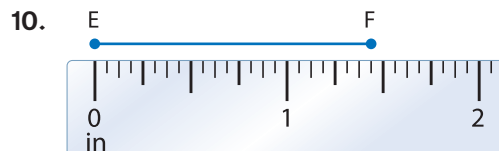
9. **البنية** اعتُمد علم ولاية إنديانا في عام 1917. وقياسات القطع المستقيمة بين النجوم والشعلة موضحة على الرسم التخطيطي بالسنتيمترات. اذكر جميع القطع المستقيمة المتطابقة في الشكل.

مثال 6

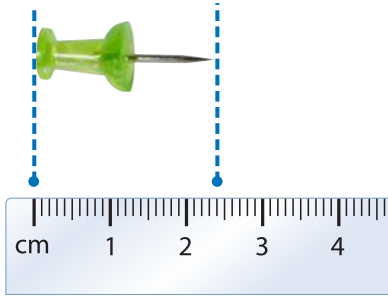


جد طول كل قطعة مستقيمة.

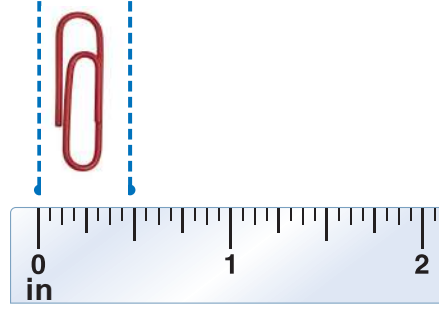
الأمثلة 1-2



12.

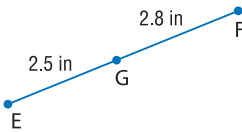
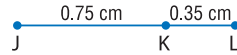
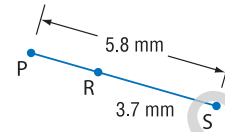
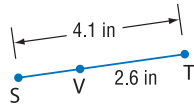
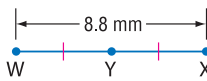
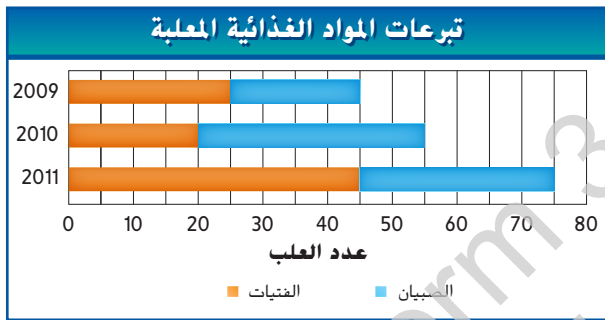
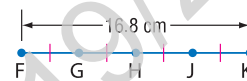


13.



الأمثلة 3-4

جد قياس كل قطعة مستقيمة. افترض أن كل شكل ليس مرسومًا حسب المقياس.

14. \overline{EF} 15. \overline{JL} 16. \overline{PR} 17. \overline{SV} 18. \overline{WY} 19. \overline{FG} 

20. **التبرير المنطقي** يوضح التمثيل البياني بالاعتماد المزدوج عددًا من المواد الغذائية المعلبة التي تبرع بها الفتيات والفتيان في الصف الدراسي خلال ثلاثة أعوام. استخدم مفهوم بينية التقاطع لإيجاد عدد العلب التي تبرع بها الفتيان في كل عام. اشرح طريقتك.

الجبر جد قيمة المتغير وYZ إذا كانت Y تقع بين X وZ.

مثال 5

21. $XY = 11, YZ = 4c, XZ = 83$

22. $XY = 6b, YZ = 8b, XZ = 175$

23. $XY = 7a, YZ = 5a, XZ = 6a + 24$

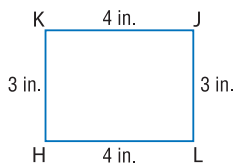
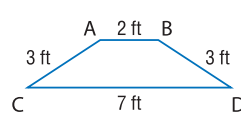
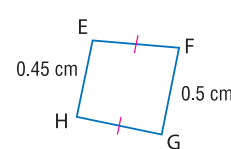
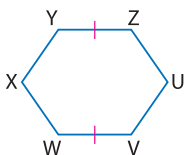
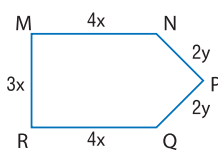
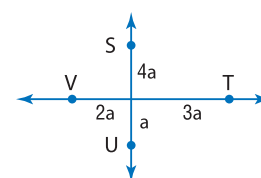
24. $XY = 11d, YZ = 9d - 2, XZ = 5d + 28$

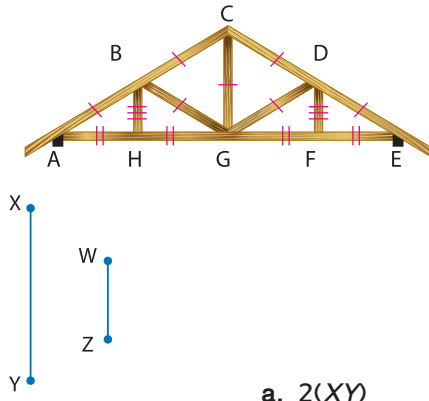
25. $XY = 4n + 3, YZ = 2n - 7, XZ = 22$

26. $XY = 3a - 4, YZ = 6a + 2, XZ = 5a + 22$

حدد ما إذا كان كل زوج من القطع المستقيمة متطابقًا.

مثال 6

27. $\overline{KJ}, \overline{HL}$ 28. $\overline{AC}, \overline{BD}$ 29. $\overline{EH}, \overline{FG}$ 30. $\overline{VW}, \overline{UZ}$ 31. $\overline{MN}, \overline{RQ}$ 32. $\overline{SU}, \overline{VT}$ 



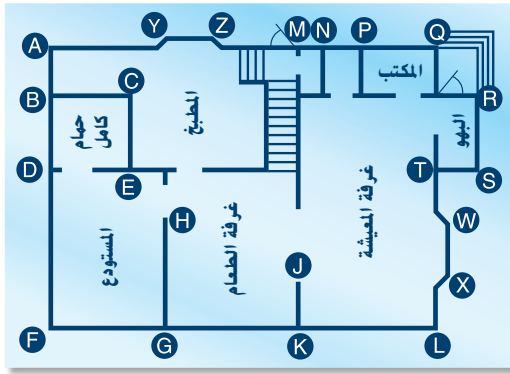
33. **الجمالونات** إن الجمالون هو هيكل يُستخدم لدعم جمل على امتداد ما، مثل جسر أو سطح منزل. اذكر جميع القطع المستقيمة المتطابقة في الشكل.

34. **الإشياء** لكل تعبير:

- أنشئ قطعة مستقيمة باستخدام القياس المُعطى.
- اشرح العملية التي استخدمتها لإنشاء القطعة المستقيمة.
- تحقق من أن قياس القطعة المستقيمة التي أنشأتها هو القياس المُعطى.

a. $2(XY)$

b. $6(WZ) - XY$



35. **المخططات** استخدم مسطرة لتحديد ما لا يقل عن خمسة أزواج من القطع المستقيمة المتطابقة بنقاط طرفية مسماة في المخطط الموجود على اليسار.

36. **التشيلات المتعددة** تضمن بينية النقاط أن القطعة المستقيمة يمكن تقسيمها إلى عدد لا نهائي من القطع المستقيمة.

- a. **هندسياً** استخدم مسطرة لرسم قطعة مستقيمة بطول 3 cm. سمّ النقطتين الطرفيتين A و D . ارسم نقطتين إضافيتين على طول القطعة المستقيمة وسمّهما B و C . ارسم قطعة مستقيمة ثانية بطول 6 cm. سمّ النقطتين الطرفيتين K و P . أضف أربع نقاط إضافية بطول المستقيم وسمّهما L و M و N و O .
- b. **جدولياً** استخدم مسطرة لقياس طول القطعة المستقيمة بين كل نقطة من النقاط التي رسمتها. نظم أطوال القطع المستقيمة في \overline{AD} و \overline{KP} في جدول. وأدرج عموداً في الجدول لتسجيل مجموع هذه القياسات.
- c. **جبرياً** أعط معادلة يمكن استخدامها لإيجاد أطوال \overline{AD} و \overline{KP} . ثم قارن الأطوال التي حددتها معادلتك بالأطوال الفعلية.

مسائل مهارات التفكير العليا

37. **الكتابة في الرياضيات** إذا كانت النقطة B تقع بين النقطتين A و C ، فاشرح كيف يمكنك إيجاد AC إذا كنت تعرف AB و BC . و اشرح كيف يمكنك إيجاد BC إذا كنت تعلم AB و AC .

38. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم القطعة المستقيمة \overline{AB} التي يبلغ طولها بين 2 cm و 3 cm. ثم ارسم رسمًا تخطيطيًا للقطعة المستقيمة CD التي تتطابق مع \overline{AB} . وارسم القطعة المستقيمة EF التي تتطابق مع \overline{AB} . وأنشئ القطعة المستقيمة GH التي تتطابق مع \overline{AB} . قارن بين الطرق التي استخدمتها.

39. **التحدي** النقطة K تقع بين النقطتين J و L . فإذا كانت $JK = x^2 - 4x$ و $KL = 3x - 2$ و $JL = 28$ ، فاكتب معادلة وحلها لإيجاد أطوال JK و KL .

40. **التبرير** حدد ما إذا كانت العبارة صحيحة أو غير صحيحة إطلافاً أو صحيحة دائماً؛ إذا كانت النقطة M تقع بين النقطتين C و D ، فإن CD أكبر من كلٍ من CM أو MD . اشرح.

41. **الكتابة في الرياضيات** ما أهمية وجود معيار قياس؟

تدريب على الاختبارات المعيارية

44. SAT/ACT إذا كان $f(x) = 7x^2 - 4x$ ، فما قيمة $f(2)$ ؟

F -8

J 17

G 2

K 20

H 6

45. الجبر

حوّل لأبسط صورة $(3x^2 - 2)(2x + 4) - 2x^2 + 6x + 7$.

A $4x^2 + 14x - 1$

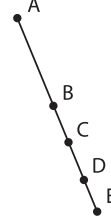
B $4x^2 - 14x + 15$

C $6x^3 + 12x^2 + 2x - 1$

D $6x^3 + 10x^2 + 2x - 1$

42. إجابة مختصرة قُطع شريط طوله 36 m إلى ثلاث قطع.

القطعة الأولى من الشريط نصف طول القطعة الثانية منه. وطول القطعة الثالثة يزيد عن ضعف طول القطعة الثانية من الشريط بـ 1 متر واحد. فما طول أطول قطعة من الشريط؟



43. في الشكل، النقاط A و B و C و D و E تقع على استقامة واحدة. فإذا كان $AE = 38$ و $BD = 15$ ، فما طول \overline{AD} ؟

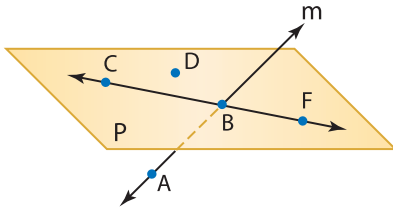
A 7.5

C 22.5

B 15

D 30.5

مراجعة شاملة



راجع الشكل. (الدرس 1-10)

46. ما الاسمان الآخريان لـ \overleftrightarrow{AB} ؟

47. أعط اسمًا آخر للمستوى P.

48. عيّن نقطة تقاطع المستوى P و \overleftrightarrow{AB} .

49. عيّن ثلاث نقاط على استقامة واحدة.

50. عيّن نقطتين لا تقعان في مستوى واحد.

51. الهندسة الزاويتان المتكاملتان هما زاويتان مجموع قياسهما 180° وبالنسبة للزاويتين المتكاملتين في الشكل، يزيد قياس الزاوية الأكبر عن قياس الزاوية الأصغر بمقدار 24° . اكتب وحل نظامًا من المعادلات لإيجاد هذه القياسات.

أكتب معادلة بصيغة النقطه والميل للمستقيم الذي يمر بالنقطه المعطاة والميل المعطى.

52. $(2, 5), m = 3$

53. $(-3, 6), m = -7$

54. $(-1, -2), m = -\frac{1}{2}$

مراجعة المهارات

جد قيمة كل تعبير إذا كان $a = -7$ و $b = 4$ و $c = -3$ و $d = 5$.

55. $b - c$

56. $|a - d|$

57. $|d - c|$

58. $\frac{b-a}{2}$

59. $(a - c)^2$

60. $\sqrt{(a-b)^2 + (c-d)^2}$



التوسّع في الدرس الدقة والضبط

10-2

التوسّع

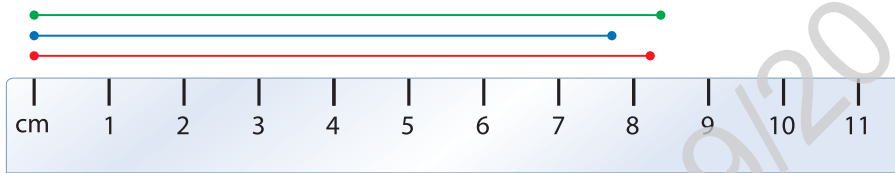
الهدف:

- 1 تحديد ضبط القياسات.
- 2 تحديد دقة القياسات.

وفقًا لما ذكر في الدرس 10-2، فجميع القياسات عبارة عن تقديرات تقريبية. ويُراعى عاملان أساسيان عند تحديد جودة هذا التقدير التقريبي.

- ما مدى ضبط القياس؟
- ما مدى دقة القياس؟

1 الضبط يشير **الضبط** إلى تجميع مجموعة من القياسات. ويعتمد فقط على أصغر وحدة قياس متاحة في أداة القياس. افترض أنك أخبرت أن قطعة مستقيمة قياسها 8 cm. وطول كل قطعة مستقيمة، فيما يلي يساوي 8 cm، وذلك بالتقريب إلى أقرب سنتيمتر.

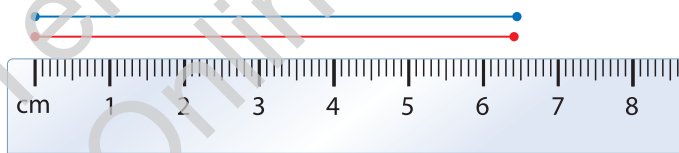


لاحظ أن الطول الدقيق لكل قطعة مستقيمة فيما سبق يتراوح ما بين 7.5 cm و 8.5 cm، أو في مدى 0.5 cm من 8 cm. **الخطأ المطلق** للقياس يساوي نصف وحدة القياس. وكلما صغرت وحدة القياس، زاد ضبط القياس.

مثال 1 إيجاد الخطأ المطلق

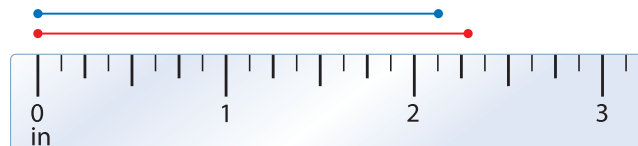
جد الخطأ المطلق لكل قياس. ثم اشرح معناه.
a. 6.4 cm

يتم تقريب القياس المُعطى إلى أقرب 0.1 cm. إذا فإن الخطأ المطلق لهذا القياس يساوي $\frac{1}{2}(0.1)$ أو 0.05 cm. وبالتالي، فإن القياس الدقيق قد يتراوح بين 6.35 cm و 6.45 cm. ويبلغ قياس القطعتين المستقيمتين التاليتين 6.4 ± 0.05 cm



b. $2\frac{1}{4}$ in

يتم تقريب القياس المُعطى إلى أقرب $\frac{1}{4}$ in. إذا فإن الخطأ المطلق لهذا القياس يساوي $\frac{1}{2}(\frac{1}{4})$ in أو $\frac{1}{8}$ in. وبالتالي، فإن القياس الدقيق قد يتراوح بين $2\frac{1}{8}$ in و $2\frac{3}{8}$ in. ويساوي قياس القطعتين المستقيمتين التاليتين $2\frac{1}{4} \pm \frac{1}{8}$ in



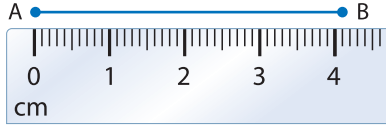
تمرين موجّه

1A. $1\frac{1}{2}$ cm

1B. 4 cm

نصيحة دراسية

الضبط يتحدد الخطأ المطلق للقياس في الوحدات التقليدية قبل اختزال الكسر. على سبيل المثال، إذا قست طول جسم ما ووجدته $1\frac{4}{16}$ cm، فإن الخطأ المطلق للقياس يكون مضبوطاً في مدى $\frac{1}{32}$ cm.



عادة ما يُعبّر عن الضبط في القياس بعدد **الأرقام المحددة المعنوية**. أي أن قياس \overline{AB} على أنه 4cm أقل دقة من تحديد قياس \overline{AB} على أنه 4.1 سنتيمترات.

لتحديد ما إذا كانت الأرقام تُعتبر معنوية أم لا، اتبع القواعد التالية.

- الأرقام غير الصفرية دائماً ما تكون معنوية.
- في الأعداد الكلية، تكون الأصفار معنوية إذا وقعت بين أرقام غير صفرية.
- في الأعداد العشرية الأكبر من أو تساوي 1، يُعتبر كل رقم معنوي.
- في الأعداد العشرية الأقل من 1، فإن أول رقم غير صفري وكل رقم يوجد على اليمين يُعتبر معنوي.

مثال 2 أرقام معنوية

حدد عدد الأرقام المعنوية في كل قياس.

a. 430.008 m

بما أن هذا عدد عشري أكبر من 1، فكل رقم معنوي. إذاً، يضم هذا القياس 6 أرقام معنوية.

b. 0.00750 cm

هذا عدد عشري أقل من 1. وأول رقم غير صفري هو 7، ويوجد رقمان على اليمين 5 و 0. إذاً، هذا القياس يضم 3 أرقام معنوية.

تمرين موجّه

2A. 779,000 km

2B. 50,008 m

2C. 230.004500 m

2 الدقة تشير **الدقة** إلى مدى قرب القيمة المقاسة إلى القيمة الفعلية أو المطلوبة. فكّر في نتائج التمرين المستهدف الموضحة فيما يلي.



غير دقيقة ولا مضبوطة



مضبوطة ولكن غير دقيقة



دقيقة ولكن غير مضبوطة



دقيقة ومضبوطة

الخطأ النسبي في القياس هو نسبة الخطأ المطلق إلى القياس المتوقع. ويُقال عن القياس ذي الخطأ النسبي الأقل إنه أكثر دقة.

مثال 3 إيجاد الخطأ النسبي

التصنيع مصنع يقيس كل جزء لإحدى المعدات حتى يبلغ طوله 23 cm. جسد الخطأ النسبي لهذا القياس.

$$\text{الخطأ النسبي} = \frac{\text{الخطأ المطلق}}{\text{القياس المتوقع}} = \frac{0.5 \text{ cm}}{23 \text{ cm}} \approx 0.022 \text{ أو } 2.2\%$$

تمرين موجّه

جسد الخطأ النسبي لكل قياس.

3A. 3.2 km

3B. 1 m

3C. 26 m

الربط بالحياة اليومية

إن الضبط في القياس في الحياة اليومية عادةً ما يكون في أحد الأسعار.

- الضبط في عملية من 3 أرقام معنوية قد تكلف 100 AED في الجودة التجارية.
- الضبط في عملية من 4 أرقام معنوية قد تكلف 500 AED في الجودة الصناعية.
- الضبط في عملية من 5 أرقام معنوية قد تكلف 2500 AED في الجودة العلمية.

المصدر: كلية Southwest Texas Junior College

التوسّع في الدرس الدقة والضبط تابع

التمرين وحل المسائل

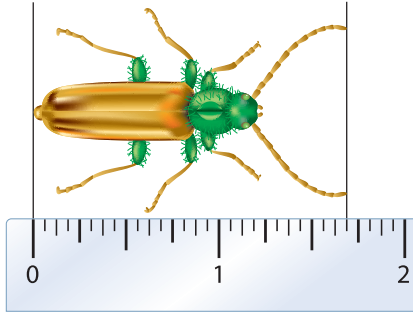
جد الخطأ المطلق لكل قياس. ثم اشرح معناه.

1. 12 yd

2. $50\frac{4}{16}$ cm

3. 3.28 m

4. 2.759 cm



5. **تحليل الخطأ** في صف الأحياء، يقيس كل من أيوب وسعيد خنفساء كما هو موضح. ويقول أيوب إن الخنفساء يتراوح قياسها بين $1\frac{5}{8}$ in و $1\frac{3}{4}$ in. ويقول سعيد إن قياسها يتراوح بين $1\frac{9}{16}$ in و $1\frac{5}{8}$ in. هل أي من عبارتيهما بخصوص قياس الخنفساء صحيح؟ اشرح استنتاجك.

6. **الأهرامات** يقترح بحث أن تصميم أبعاد الهرم الأكبر في الجيزة بمصر كان 440 في 440 ذراعًا ملكيًا. وبلغ دقة جوانب الهرم في حدود 0.05%. فما أكبر وأصغر أطوال محتملة للأحواض؟

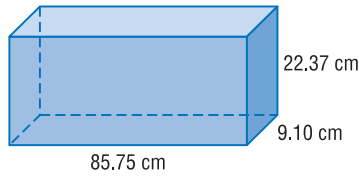
حدد عدد الأرقام المعنوية في كل قياس.

7. 4.05 cm

8. 53,000 km

9. 0.0005 mm

10. 750,001 m



11. **الحجم** عند ضرب القياسات أو قسمتها، فإن ناتج الضرب أو ناتج القسمة ينبغي ألا يحتوي إلا على عدد أرقام معنوية تماثل القياس المضروب أو المقسوم الذي يضم أقل عدد من الأرقام المعنوية. فكم عدد الأرقام المعنوية التي ينبغي تقريرها في حجم المنشور المستطيل القاعدة المبيّن؟ اذكر الحجم ارتباطًا بهذا العدد من الأرقام المعنوية.

جد الخطأ النسبي لكل قياس.

12. 48 cm

13. 2.0 km

14. 11.14 cm

15. 0.6 m

حدّد القياس الأكثر ضبطًا والقياس الأكثر دقة. اشرح استنتاجك.

16. 22.4 m; 5.82 m

17. 25 km; 8 km

18. 9.2 cm; 42 mm

19. $18\frac{1}{4}$ cm; 125 yd

لكل موقف مما يلي، حدد مستوى الدقة المطلوبة. اشرح.

20. تقدر طول شخص ما. فأى وحدة قياس ينبغي لك استخدامها:

1 m أم 1 cm أم $\frac{1}{16}$ cm ؟

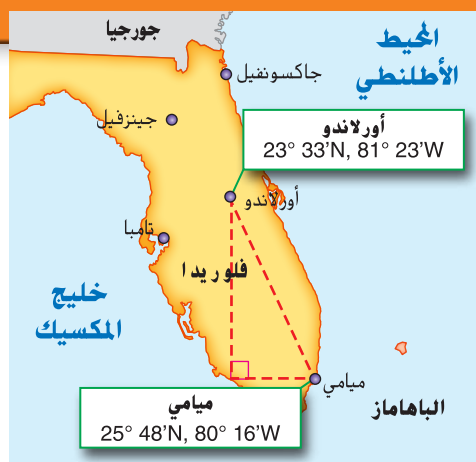
21. تقدر ارتفاع جبل ما. فأى وحدة قياس ينبغي لك استخدامها:

1 m أم 1 cm أم $\frac{1}{16}$ cm ؟

22. **المحيط** محيط الشكل الهندسي يساوي مجموع أطوال أضلاعه. تستخدم هيام مسطرة مقسمة إلى سنتيمترات وتقيس أضلاع مستطيل لتجدها $2\frac{1}{4}$ cm و $4\frac{3}{4}$ cm. ما أكبر وأقل قياس ممكن لمحيطات المستطيل؟ اشرح.

23. **الكتابة في الرياضيات** ما مقدار الضبط الكافي؟

المسافة ونقاط المنتصف



.. لماذا؟

.. الحالي

.. السابق

يُحدّد موقع مدينة ما على الخريطة بدرجات خطي العرض والطول. وفيما يتعلق بالمسافات القصيرة، فإنه يمكن استخدام نظرية فيثاغورث لتقريب المسافة بين موقعين.

1 إيجاد المسافة بين نقطتين.

2 إيجاد نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة.

• أنشأت تمثيلاً بيانياً للنقاط على المستوى الإحداثي.

المسافة بين نقطتين المسافة بين نقطتين هي طول القطعة المستقيمة التي تمثل هاتان النقطتان نقطتي الطرف لها. ويمكن استخدام إحداثي النقطتين لإيجاد هذا الطول. ولأن طول PQ هو نفس طول QP . فإن الترتيب الذي تعين به نقطتي الطرف ليس ضرورياً عند حساب المسافة.

المفهوم الأساسي صيغة المسافة (على خط الأعداد)



الشرح المسافة بين نقطتين هي القيمة المطلقة للفرق بين الإحداثيات الخاصة بهما.

الرموز إذا كانت P لها الإحداثي x_1 و Q لها الإحداثي x_2 . فإن $PQ = |x_2 - x_1|$ أو $QP = |x_1 - x_2|$.

المفردات الجديدة

المسافة distance

عدد غير نسبي

irrational number

نقطة المنتصف midpoint

مُنَصِّف قطعة مستقيمة

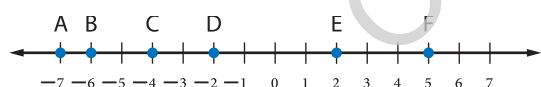
segment bisector

المهارسات الرياضية

التفكير بطريقة تجريدية وكمية.

محاولة إيجاد البنية واستخدامها.

مثال 1 إيجاد المسافة على خط الأعداد

استخدم خط الأعداد لإيجاد BE .إحداثيا النقطتين B و E يساويان -6 و 2 .

$$\begin{aligned} BE &= |x_2 - x_1| && \text{صيغة المسافة} \\ &= |2 - (-6)| && x_2 = 2 \text{ و } x_1 = -6 \\ &= 8 && \text{بسط.} \end{aligned}$$

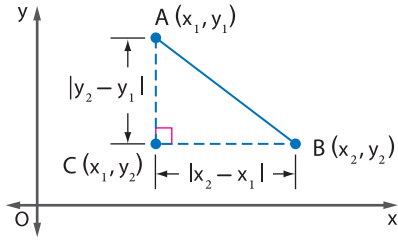
تمرين موجّه

استخدم خط الأعداد السابق لإيجاد كل قياس.

1A. AC

1B. CF

1C. FB



لإيجاد المسافة بين النقطتين A و B في المستوى الإحداثي، فإنه يمكنك إنشاء مثلث قائم الزاوية على أن يكون \overline{AB} هو وتر المثلث والنقطة C هي رأسه كما هو موضح. ثم استخدم نظرية فيثاغورث لإيجاد AB .

$$(CB)^2 + (AC)^2 = (AB)^2$$

$$(|x_2 - x_1|)^2 + (|y_2 - y_1|)^2 = (AB)^2$$

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = (AB)^2$$

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = AB$$

نظرية فيثاغورس

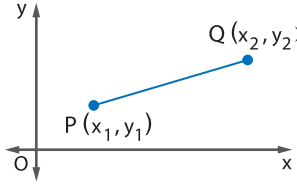
$$CB = |x_2 - x_1|, AC = |y_2 - y_1|$$

يكون مربع العدد دائمًا موجبًا.

خذ الجذر التربيعي الموجب لكل طرف.

هذا يعطينا صيغة مسافة للنقاط الموجودة في المستوى الإحداثي. ولأن هذه الصيغة تتضمن أخذ الجذر التربيعي لعدد حقيقي، فقد تكون المسافات غير نسبية. تذكر أن **العدد غير النسبي** هو عدد لا يمكن التعبير عنه في صورة عدد عشري منتهٍ أو دوري.

المفهوم الأساسي صيغة المسافة (في المستوى الإحداثي)



إذا كانت النقطة P لها الإحداثيان (x_1, y_1) والنقطة Q لها الإحداثيان (x_2, y_2) ، فإن

$$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

ترتيب الإحداثيين x و y في كل مجموعة أقواس ليس ضروريًا.

مثال 2 إيجاد المسافة على المستوى الإحداثي

جد المسافة بين $C(-4, -6)$ و $D(5, -1)$.

$$CD = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{[5 - (-4)]^2 + [-1 - (-6)]^2}$$

$$= \sqrt{9^2 + 5^2} \text{ أو } \sqrt{106}$$

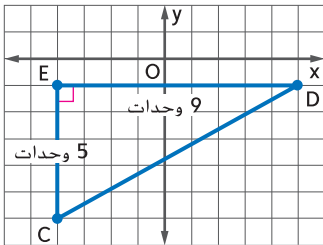
صيغة المسافة

$$(x_2, y_2) = (5, -1) \text{ و } (x_1, y_1) = (-4, -6)$$

اطرح.

المسافة بين C و D تساوي $\sqrt{106}$ وحدات. استخدم الحاسبة لإيجاد أن $\sqrt{106}$ وحدات تساوي تقريبًا 10.3 وحدات.

التحقق مثل بيانيًا الأزواج المترتبة وتحقق باستخدام نظرية فيثاغورث.



$$(CD)^2 \stackrel{?}{=} (EC)^2 + (ED)^2$$

$$(CD)^2 \stackrel{?}{=} 5^2 + 9^2$$

$$(CD)^2 \stackrel{?}{=} 106$$

$$CD = \sqrt{106} \checkmark$$

تمرين موجّه

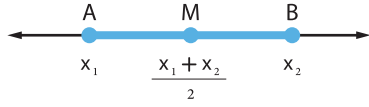
جد المسافة بين كل زوج من النقاط.

2A. $E(-5, 6)$ و $F(8, -4)$

2B. $J(4, 3)$ و $K(-3, -7)$

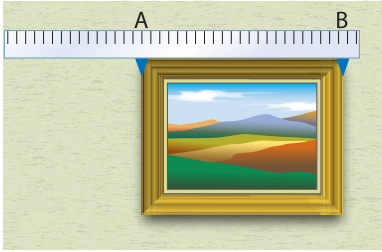
2 نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة إن **نقطة المنتصف** للقطعة المستقيمة هي النقطة التي تقع في المنتصف بين نقطتي الطرف للقطعة المستقيمة. وإذا كانت X هي نقطة منتصف AB . فإن $AX = XB$ و $\overline{AX} \cong \overline{XB}$. ويمكنك إيجاد نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة على خط الأعداد عن طريق إيجاد الوسط أو المتوسط الخاص بإحداثيات نقطتي طرفيها.

المفهوم الأساسي صيغة نقطة المنتصف (على خط الأعداد)



إذا كانت \overline{AB} لها نقطتا نهاية عند x_1 و x_2 على خط الأعداد، فإن نقطة المنتصف M للقطعة المستقيمة \overline{AB} يكون لها الإحداثي $\frac{x_1 + x_2}{2}$

مثال 3 من الحياة اليومية إيجاد نقطة المنتصف على خط الأعداد



الديكور تعلّق هناء صورة على بعد 15 cm من الجانب الأيسر لأحد الحوائط. فكم المسافة من حافة الحائط التي ينبغي أن تضع عندها علامة لموضع المسمار الذي سيعلق عليه الصورة إذا كانت الحافة اليمنى تبعد بمقدار 37.5 cm من الجانب الأيسر للحائط؟
تبلغ إحداثيات نقطتي الطرف لإطار الصورة من الأعلى 15 cm و 37.5 cm. لنفترض أن M هي نقطة منتصف \overline{AB} .

$$M = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \text{صيغة نقطة المنتصف}$$

$$= \frac{15 + 37.5}{2} \quad x_1 = 15, x_2 = 37.5$$

$$= \frac{52.5}{2} \quad \text{بسط.} \quad 26.25 \text{ أو } 26\frac{1}{4}$$

تقع نقطة المنتصف عند 26.25 cm أو $26\frac{1}{4}$ cm من يسار حافة الحائط.

تمرين موجّه

3. درجة الحرارة انخفضت درجة الحرارة على مقياس حرارة من قراءة تبلغ 25° إلى -8° . جد نقطة المنتصف لدرجتي الحرارة هاتين.

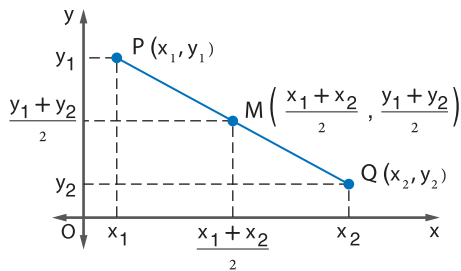
نصيحة دراسية

طريقة بديلة

في المثال 3، من الممكن أن يكون إحداثي نقطة المنتصف قد حدّد أيضًا أولاً عن طريق إيجاد طول القطعة المستقيمة AB . وهو يساوي $37.5 - 15$ أو 22.5 cm. ويكون نصف هذا القياس هو المسافة من إحدى نقطتي الطرف إلى نقطة المنتصف بين A و B : $\frac{22.5}{2}$ أو 11.25. أضف هذه المسافة إلى مسافة النقطة A من يسار الحائط. إذاً، نقطة المنتصف بين A و B تساوي $15 + 11.25$ أو 26.25 cm من يسار الحائط.

يمكنك إيجاد نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة على المستوى الإحداثي عن طريق إيجاد متوسط الإحداثيين x والإحداثيين y لنقطتي الطرف.

المفهوم الأساسي صيغة نقطة المنتصف (في المستوى الإحداثي)



إذا كانت \overline{PQ} لها نقطتا طرف عند $P(x_1, y_1)$ و $Q(x_2, y_2)$ في المستوى الإحداثي، فسيكون لنقطة المنتصف M للقطعة المستقيمة \overline{PQ} الإحداثيان

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

عند إيجاد نقطة منتصف لقطعة مستقيمة، فإن ترتيب إحداثيات نقطتي الطرف لا يكون ضروريًا.

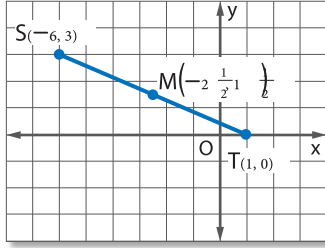
مثال 4 إيجاد نقطة المنتصف في المستوى الإحداثي

جد إحداثي M ، وهي نقطة منتصف القطعة المستقيمة \overline{ST} ، مع مراعاة $S(-6, 3)$ و $T(1, 0)$.

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) \quad \text{صيغة نقطة المنتصف}$$

$$= \left(\frac{-6 + 1}{2}, \frac{3 + 0}{2} \right) \quad (x_1, y_1) = S(-6, 3), (x_2, y_2) = T(1, 0)$$

$$= \left(\frac{-5}{2}, \frac{3}{2} \right) \text{ أو } M\left(-2\frac{1}{2}, 1\frac{1}{2}\right) \quad \text{بسط.}$$



التحقق مثل بيانياً S و T و M . المسافة من S إلى M يبدو أنها نفس المسافة من M إلى T . إذاً، إجابتنا صحيحة.

تمرين موجّه

حدّد إحداثي نقطة المنتصف في قطعة مستقيمة باستخدام الإحداثيات المعطاة.

4A. $A(5, 12), B(-4, 8)$

4B. $C(-8, -2), D(5, 1)$

يمكنك أيضاً إيجاد إحداثي نقطة الطرف لقطعة مستقيمة إذا كنت تعرف إحداثيات نقطة طرفها الأخرى ونقطة منتصفها.

مثال 5 إيجاد إحداثي نقطة المنتصف

جد إحداثي J إذا كانت $K(-1, 2)$ هي نقطة منتصف \overline{JL} و L لها الإحداثيان $(-5, 3)$.

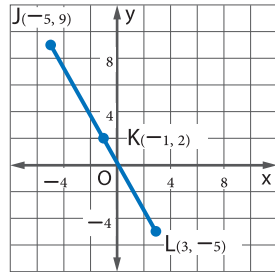
الخطوة 1 لنفترض أن J هي (x_1, y_1) و L هي (x_2, y_2) في صيغة نقطة المنتصف.

$$K\left(\frac{x_1 + 3}{2}, \frac{y_1 + (-5)}{2}\right) = K(-1, 2) \quad (x_2, y_2) = (3, -5)$$

الخطوة 2 اكتب معادلتين لإيجاد إحداثي J .

| | | | |
|--------------------------|--------------------|----------------------------|-------------------|
| $\frac{x_1 + 3}{2} = -1$ | صيغة نقطة المنتصف | $\frac{y_1 + (-5)}{2} = 2$ | صيغة نقطة المنتصف |
| $x_1 + 3 = -2$ | اضرب كل طرف في 2. | $y_1 - 5 = 4$ | اضرب كل طرف في 2. |
| $x_1 = -5$ | اجمع 3 إلى كل طرف. | $y_1 = 9$ | اطرح 5 من كل طرف. |

إحداثيا J هما $(-5, 9)$.



التحقق مثل بيانياً J و K و L . المسافة من J إلى K يبدو أنها نفس المسافة من K إلى L . إذاً، إجابتنا صحيحة.

تمرين موجّه

جد إحداثي النقطة الطرفية الناقصة إذا كانت P هي نقطة منتصف \overline{EG} .

5A. $E(-8, 6), P(-5, 10)$

5B. $P(-1, 3), G(5, 6)$

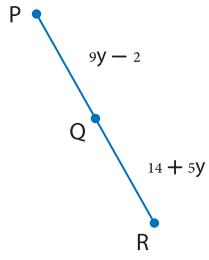
نصيحة دراسية

التحقق من مدى صحة الحل

احرص دوماً على التمثيل البياني للمعلومات المعطاة والإحداثيات المحسوبة للنقطة الثالثة للتحقق من مدى صحة إجابتك.

يمكن استخدام الجبر لإيجاد القياس أو القيمة المفقودة في الشكل الذي يتضمن نقطة منتصف قطعة مستقيمة.

مثال 6 استخدام الجبر لإيجاد القياسات



الجبر جسد قياس PQ إذا كانت Q هي نقطة منتصف PR .

تعرف أن Q هي نقطة منتصف PR .

والمطلوب إيجاد قياس PQ .

نظرًا لأن Q هي نقطة المنتصف، فأنت تعرف أن $PQ = QR$. استخدم هذه المعادلة لإيجاد قيمة y .

الفهم

التخطيط

الحل

تعريف نقطة المنتصف

$$PQ = 9y - 2, QR = 14 + 5y$$

اطرح $5y$ من كل طرف.

اجمع 2 إلى كل طرف.

اقسم كل طرف على 4.

الآن استبدل 4 مكان y في التعبير الخاص بـ PQ .

$$PQ = QR$$

$$9y - 2 = 14 + 5y$$

$$4y - 2 = 14$$

$$4y = 16$$

$$y = 4$$

القياس الأصلي

$$y = 4$$

بسط.

$$PQ = 9y - 2$$

$$= 9(4) - 2$$

$$= 36 - 2 \text{ أو } 34$$

قياس PQ يساوي 34.

التحقق بما أن $PQ = QR$ ، فإنه عند إيجاد قيمة التعبير الخاص بـ QR عند 4، فينبغي أن يساوي أيضًا 34.

القياس الأصلي

$$y = 4$$

بسط.

$$QR = 14 + 5y$$

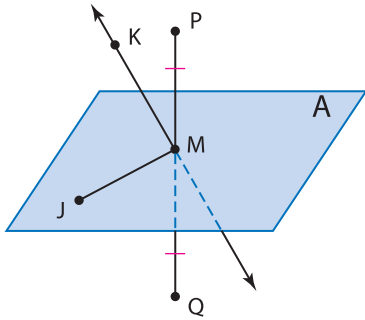
$$\stackrel{?}{=} 14 + 5(4)$$

$$= 34 \checkmark$$

تمرين موجّه

6A. جسد قياس \overline{YZ} إذا كانت Y هي نقطة منتصف \overline{XZ} و $XY = 2x - 3$ و $YZ = 27 - 4x$.

6B. جسد قيمة x إذا كانت C هي نقطة منتصف \overline{AB} و $AC = 4x + 5$ و $AB = 78$.



يطلق على أي قطعة مستقيمة أو مستقيم أو مستوي يتقاطع مع قطعة مستقيمة أخرى عند نقطة منتصفها اسم **مُنْصَف القطعة المستقيمة**.

في الشكل على اليسار، تعد M هي نقطة منتصف \overline{PQ} . المستوى A و \overline{MJ} و \overline{KM} والنقطة M جميعها منصفات \overline{PQ} إننا نقول إنها منصف \overline{PQ} .

الإشياء في الصفحة التالية يوضح طريقة إنشاء خط مستقيم يُنصف قطعة مستقيمة لإيجاد نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة محددة.

نصيحة دراسية

التبرير المنطقي

والمثابرة تعد الخطوة

المكونة من أربع خطوات لحل

المسائل أداة لفهم طبيعة أي

مسألة. وعند عمل الخطوة

وتنفيذها، اسأل نفسك دومًا:

“هل هذه الخطوة منطقية؟”

راقب تقدمك وقيمه وغير

المسار إذا لزم الأمر.

نصيحة دراسية

منصّات القطع المستقيمة قد

يوجد عدد لا نهائي للمنصّات

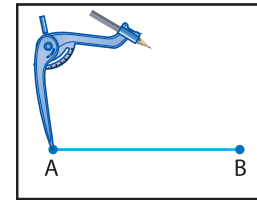
وكل منصف يجب أن يحتوي

على نقطة المنتصف للقطعة

المستقيمة.

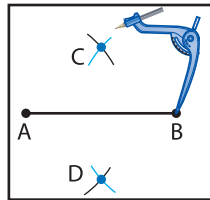
الخطوة 1

ارسم قطعة مستقيمة وسمها \overline{AB} . ضع الفرجار عند النقطة A . اضبط الفرجار بحيث يكون عرضه أكبر من $\frac{1}{2}AB$. ارسم قوسين فوق \overline{AB} وتحتها.



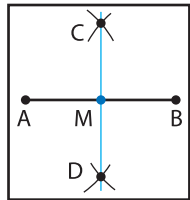
الخطوة 2

باستخدام وضعية الفرجار ذاتها. ضع الفرجار عند النقطة B وارسم قوسين فوق وتحت \overline{AB} بحيث يتقاطعان مع القوسين المرسومين مسبقًا. سمّ نقطتي تقاطع الأقواس بـ C و D .



الخطوة 3

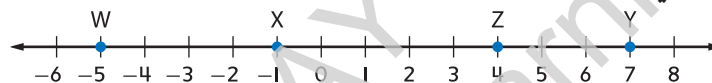
استخدم مسطرة تقويم لرسم القطعة المستقيمة \overline{CD} . سمّ النقطة التي تتقاطع عندها مع \overline{AB} باسم M . وتكون النقطة M هي نقطة منتصف \overline{AB} و \overline{CD} هو مُنصف \overline{AB} .



التحقق من فهمك

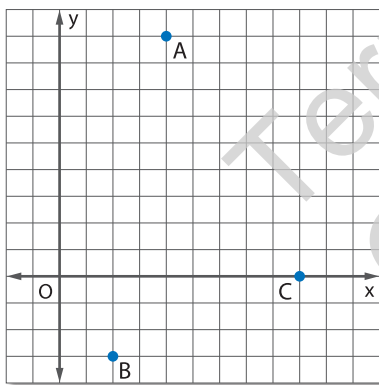
استخدم خط الأعداد في إيجاد كل قياس.

مثال 1



1. XY

2. WZ



صندوق المحتويات الزمنية دفنت صناديق للعبة البحث عن الكنز في ساحة المدرسة. وتوضح النقاط الموجودة في الرسم التخطيطي مكان ثلاثة صناديق منها. جـد المسافة بين كل زوج من هذه الصناديق.

3. $A(4, 9), B(2, -3)$

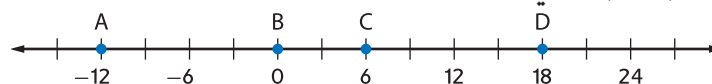
4. $A(4, 9), C(9, 0)$

5. $B(2, -3), C(9, 0)$

6. **التبرير** أي صندوقين من صناديق اللعبة هذه الأقرب إلى بعضهما البعض؟ وأيها الأبعد؟

مثال 3

استخدم خط الأعداد لإيجاد إحداثيي نقطة المنتصف لكل قطعة مستقيمة.



7. \overline{AC}

8. \overline{BD}

جـد إحداثيي نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة باستخدام النقطتين الطرفيتين المحددتين.

مثال 4

9. $J(5, -3), K(3, -8)$

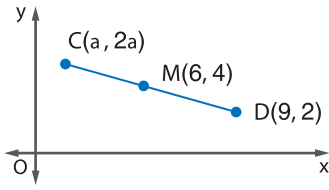
10. $M(7, 1), N(4, -1)$

11. جسد إحداثي G إذا كانت $F(1, 3.5)$ هي نقطة منتصف \overline{GJ} و J لها الإحداثيان $(-2, 6)$.

مثال 5

12. الجبر النقطة M هي نقطة منتصف \overline{CD} . فما قيمة a في الشكل؟

مثال 6



التمرين وحل المسائل

استخدم خط الأعداد في إيجاد كل قياس.

مثال 1



13. JL

14. JK

15. KP

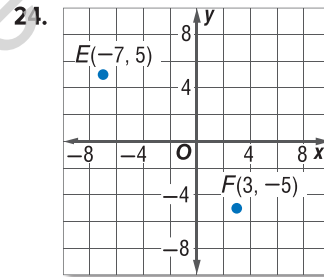
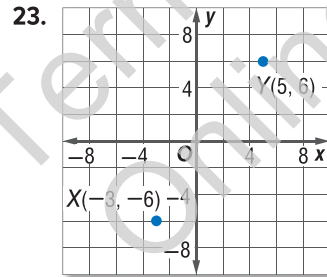
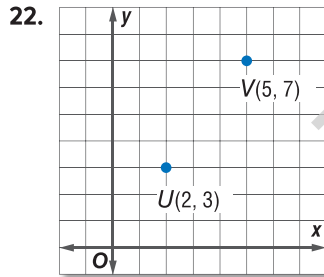
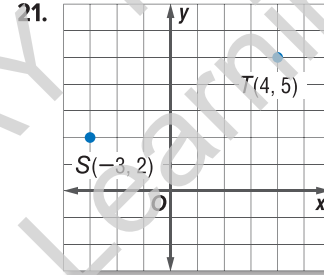
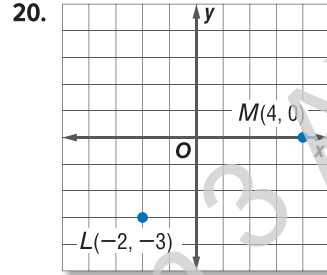
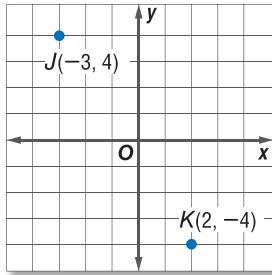
16. NP

17. JP

18. LN

جسد المسافة بين كل زوج من النقاط.

مثال 2



25. $X(1, 2), Y(5, 9)$

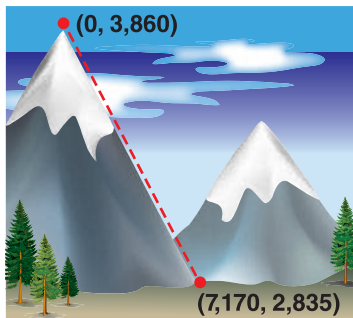
26. $P(3, 4), Q(7, 2)$

27. $M(-3, 8), N(-5, 1)$

28. $Y(-4, 9), Z(-5, 3)$

29. $A(2, 4), B(5, 7)$

30. $C(5, 1), D(3, 6)$



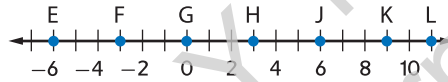
31. **التبرير** تخطط هدى لأن تصعد إلى أعلى قمة جبل خلال عطلة عائلتها. وتم توضيح إحداثيات قمة الجبل وإحداثيات قاعدة المسار. فإذا كان من الممكن تقريب المسار باستخدام خط مستقيم، فقدر طول المسار. (ملاحظة: $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$)

32. استخدام النهاذج يعيش يوسف وناصر في الأماكن الموضحة على الخريطة التالية.



- a. إذا كان كل مربع على الشبكة يمثل كتلة سكنية واحدة والركن السفلي الأيسر من الشبكة هو موضع نقطة الأصل، فما مسافة الخط المستقيم من منزل يوسف إلى منزل ناصر؟
- b. إذا انتقل يوسف بمقدار ثلاث كتل سكنية إلى الشمال وانتقل ناصر بمقدار 5 كتل إلى الغرب، فكم المسافة التي تفصل بينهما؟

استخدم خط الأعداد لإيجاد إحداثي نقطة المنتصف لكل قطعة مستقيمة.



مثال 3

33. \overline{HK}

34. \overline{JL}

35. \overline{EF}

36. \overline{FG}

37. \overline{FK}

38. \overline{EL}

جد إحداثي نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة باستخدام النقطتين الطرفيتين المحدتين.

مثال 4

39. $C(22, 4), B(15, 7)$

40. $W(12, 2), X(7, 9)$

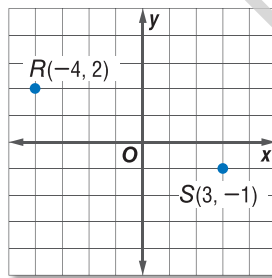
41. $D(-15, 4), E(2, -10)$

42. $V(-2, 5), Z(3, -17)$

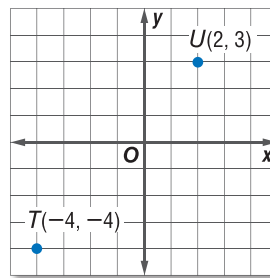
43. $X(-2.4, -14), Y(-6, -6.8)$

44. $J(-11.2, -3.4), K(-5.6, -7.8)$

45.



46.



جد إحداثي النقطة الطرفية الناقصة إذا كانت B نقطة منتصف \overline{AC} .

مثال 5

47. $C(-5, 4), B(-2, 5)$

48. $A(1, 7), B(-3, 1)$

49. $A(-4, 2), B(6, -1)$

50. $C(-6, -2), B(-3, -5)$

51. $A(4, -0.25), B(-4, 6.5)$

52. $C\left(\frac{5}{3}, -6\right), B\left(\frac{8}{3}, 4\right)$

الجبر افترض أن M هي نقطة منتصف \overline{FG} . استخدم المعطيات المعطاة لإيجاد القياس أو القيمة الناقصة.

مثال 6

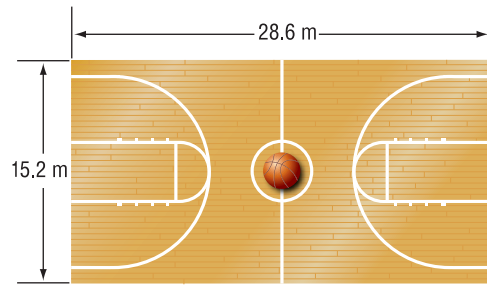
53. $FM = 3x - 4, MG = 5x - 26, FG = ?$

54. $FM = 5y + 13, MG = 5 - 3y, FG = ?$

55. $MG = 7x - 15, FG = 33, x = ?$

56. $FM = 8a + 1, FG = 42, a = ?$

57 **كرة السلة** أبعاد ملعب كرة سلة موضحة فيما يلي. افترض أن اللاعب يرمي الكرة من أحد الأركان إلى زميل له في منتصف الملعب.



- a. فإذا كان منتصف الملعب يوجد عند نقطة الأصل. فجد الزوج المرتب الذي يمثل موقع اللاعب في الركن السفلي الأيمن.
b. جد المسافة التي تقطعها الكرة.

الأدوات يمكن استخدام أوراق بيانات لإجراء العمليات الحسابية سريعاً. ويمكن استخدام ورقة البيانات التالية لحساب المسافة بين نقطتين. وتستخدم القيم في الصيغ عن طريق استخدام اسم معين للخلية. وتستخدم قيمة x_1 في إحدى الصيغ باستخدام اسم خليةها، A2.

| | A | B | C | D | E | F |
|---|----|-----|-----|-----|----------------------|----------------------|
| 1 | X1 | Y1 | X2 | Y2 | قيمة X لنقطة المنتصف | قيمة Y لنقطة المنتصف |
| 2 | 60 | 114 | 121 | 203 | | |
| 3 | | | | | | |
| 4 | | | | | | |

اكتب صيغة للخلية المشار إليها بحيث يمكن استخدامها لحساب القيمة المبينة باستخدام الإحداثيات (x_1, y_1) و (x_2, y_2) لتكون النقطة الطرفية لقطعة مستقيمة.

58. E2: قيمة x لنقطة منتصف القطعة المستقيمة

59. F2: قيمة y لنقطة منتصف القطعة المستقيمة

60. G2: طول القطعة المستقيمة

ضع اسماً للنقطة (النقاط) التي تتفق مع الحالة المعطاة.

61. النقطتان على المحور الأفقي x اللتان تساويان 10 وحدات من (1, 8)

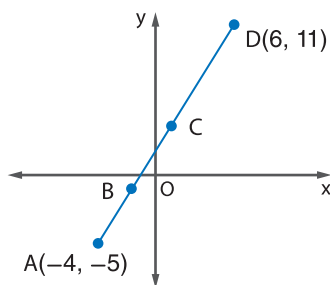
62. النقطتان على المحور الرأسي y اللتان تساويان 25 وحدة من (-24, 3)

63. الهندسة الإحداثية جد إحداثي النقطة B إذا كانت B هي نقطة منتصف \overline{AC} والنقطة C هي نقطة منتصف \overline{AD} .

الجبر حدد قيمة (قيم) n .

64. $J(n, n + 2), K(3n, n - 1), JK = 5$

65. $P(3n, n - 7), Q(4n, n + 5), PQ = 13$



66. **المثابرة** تقع مدينة ويلمنجتون بولاية نورث كارولينا عند $(9, 77, 34)$ ، وهو ما يمثل خط عرض شمالي وخط طول غربي. وتقع مدينة وينستون-سالم في الجزء الشمالي من الولاية عند $(2, 80, 36)$.



- a. جسد خط العرض وخط الطول لنقطة منتصف القطعة المستقيمة بين ويلمنجتون ووينستون-سالم.
- b. استخدم الأطلس أو الإنترنت لإيجاد مدينة قريبة من موضع نقطة المنتصف.
- c. إذا كانت وينستون - سالم هي نقطة منتصف القطعة المستقيمة ولها نقطة طرفيه عند ويلمنجتون، فجد خط العرض وخط الطول لنقطة الطرف الأخرى.
- d. استخدم الأطلس أو الإنترنت لإيجاد مدينة قريبة من موقع نقطة الطرف الأخرى.

67. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة ستستكشف العلاقة بين نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة ونقطة المنتصف التي تقع بين نقطة الطرف ونقطة المنتصف.

- a. هندسيًا استخدم مسطرة تقويم لرسم ثلاث قواع مستقيمة مختلفة. وسم نقاط طرفية A و B .
- b. هندسيًا على كل قطعة مستقيمة، جسد نقطة منتصف \overline{AB} وسمّها بالنقطة C . ثم جسد نقطة منتصف \overline{AC} وسمّها بالنقطة D .
- c. جدوليًا قس و سجّل قياس AB و AC و AD لكل قطعة مستقيمة. نظّم نتائجك في جدول.
- d. جبريًا إذا كانت $AB = x$ ، فاكتب تعبيرات لقياسات AC و AD .
- e. لفظيًا ضع تخمينًا حول العلاقة بين AB وكل قطعة مستقيمة إذا كان عليك الاستمرار لإيجاد نقطة منتصف قطعة مستقيمة ونقطة منتصف وجدتها سابقًا.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

68. **الكتابة في الرياضيات** اشرح العلاقة بين نظرية فيثاغورث وصيغة المسافة.
69. **التبوير** هل النقطة التي تقع في ثلث المسافة من (x_1, y_1) إلى (x_2, y_2) تمثل أحيانًا أم دائمًا أم لا تمثل مطلقًا النقطة $(\frac{x_1 + x_2}{3}, \frac{y_1 + y_2}{3})$ ؟ اشرح.
70. **التحدي** تقع النقطة P على القطعة المستقيمة بين النقطة $A(1, 4)$ والنقطة $D(7, 13)$. المسافة من A إلى P تساوي ضعف المسافة من P إلى D . فما إحداثيًا النقطة P ؟
71. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم قطعة مستقيمة وسمّها \overline{AB} . وباستخدام فرجار ومسطرة تقويم فقط، أنشئ القطعة المستقيمة \overline{CD} بحيث يكون $CD = \frac{1}{4}AB$. اشرح إنشائك ثم علّله.
72. **الكتابة في الرياضيات** اذكر طريقة لإيجاد نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة لها نقطة طرف واحدة عند $(0, 0)$. اضرب مثالًا باستخدام طريقتك، وشرح سبب نجاح طريقتك.

تدريب على الاختبارات المعيارية

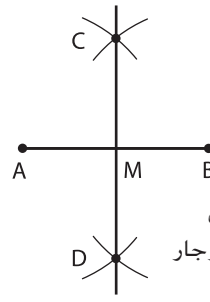
74. الجبر دفعت هداية AED 74.88 مقابل 3 أزواج من سراويل الجينز. وكانت جميع الأزواج الثلاثة من الجينز بسعر واحد. فكم درهماً تكلفه كل زوج من الجينز؟

- F AED 24.96 H AED 74.88
G AED 37.44 J AED 224.64

75. SAT/ACT إذا كان $1 = 5^{2x-3}$. فإن $x = C$

- A 0.4 E 2
B 0.6
C 1.5

76. إجابة شبكية لإحدى النقطتين الطرفيتين للقطعة المستقيمة \overline{AB} الإحداثيان $(-3, 5)$. فإذا كان إحداثياً نقطة منتصف \overline{AB} هما $(2, -6)$. فما الطول التقريبي للقطعة المستقيمة \overline{AB} ؟

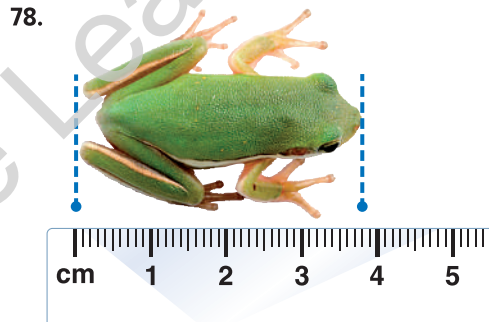
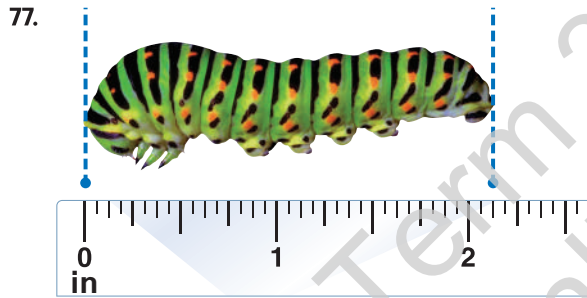


73. أي مما يلي يعطي أفضل وصف للخطوة الأولى في تنصيف \overline{AB} ؟

- A من النقطة A، ارسم أقواساً متساوية على \overline{CD} باستخدام عرض الفرجار ذاته.
B من النقطة A، ارسم قوسين متساويين فوق وتحت \overline{AB} باستخدام عرض الفرجار $\frac{1}{3}\overline{AB}$.
C من النقطة A، ارسم قوسين متساويين فوق وتحت \overline{AB} باستخدام عرض الفرجار أكبر من $\frac{1}{2}\overline{AB}$.
D من النقطة A، ارسم قوسين متساويين فوق وتحت \overline{AB} باستخدام عرض الفرجار اقل من $\frac{1}{2}\overline{AB}$.

مراجعة شاملة

جد طول كل كائن مما يلي. (الدرس 10-2)



ارسم شكلاً لكل علاقة وسّمه. (الدرس 10-1)

79. \vec{FG} تقع في المستوى M وتضم النقطة H .

80. يتقاطع المستقيمان r و s عند النقطة W .

مراجعة المهارات

حلّ كل من المعادلات التالية.

81. $8x - 15 = 5x$

82. $5y - 3 + y = 90$

83. $16a + 21 = 20a - 9$

84. $9k - 7 = 21 - 3k$

85. $11z - 13 = 3z + 17$

86. $15 + 6n = 4n + 23$

اختبار منتصف الوحدة

الدروس من 10-1 إلى 10-3

جد إحداثيي نقطة المنتصف لكل قطعة مستقيمة ذات نقطتي الطرف المحدتين. ثم جد المسافة بين كل زوج من النقاط. (الدرس 10-3)

9. $P(26, 12)$ و $Q(8, 42)$

10. $M(6, -41)$ و $N(-18, -27)$

11. **الخرائط** خريطة لإحدى المدن مرسومة على شبكة إحداثية. وتوجد مدرسة ثانوية عند النقطة $(3, 1)$ ويوجد مجلس المدينة عند النقطة $(-5, 7)$. (الدرس 10-3)

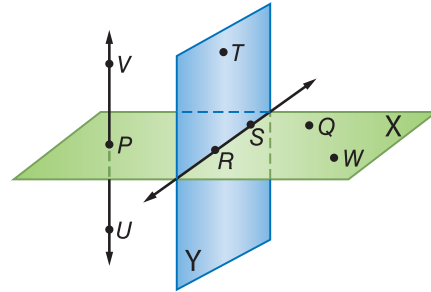
a. إذا كانت المدرسة الثانوية تقع في نقطة المنتصف بين مجلس المدينة ومكتبة المدينة، فعند أي من الأزواج المرتبة ينبغي أن تجد المكتبة؟

b. إذا كانت وحدة واحدة على الشبكة تساوي 50 متراً، فكم تبعد المدرسة الثانوية عن مجلس المدينة؟

12. **الاختيار من متعدد** يوجد رأس $\angle ABC$ عند نقطة الأصل. وتوجد النقطة A عند $(5, 0)$ والنقطة C عند $(0, 2)$. كيف يمكن تصنيف $\angle ABC$ ؟

- | | |
|---|---------------|
| A | حاد الزاوية |
| B | منفرج الزاوية |
| C | قائم الزاوية |
| D | مختلف الأضلاع |

استخدم الشكل لإكمال كل مما يلي. (الدرس 10-1)



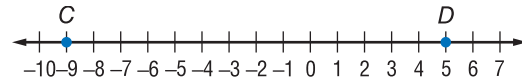
- حدد نقطة أخرى تقع على استقامة واحدة مع النقطتين U و V .
- ما الاسم الآخر للمستوى Y ؟
- عيّن مستقيماً يقع في مستوى واحد مع النقطتين P و Q و W .

جد قيمة x و AC إذا كانت B تقع بين النقطتين A و C . (الدرس 10-2)

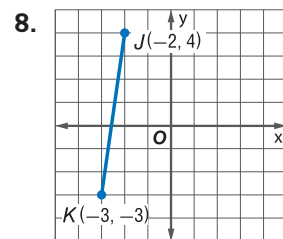
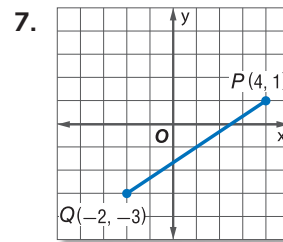
4. $AB = 12$, $BC = 8x - 2$, $AC = 10x$

5. $AB = 5x$, $BC = 9x - 2$, $AC = 11x + 7.6$

6. جد CD وإحداثيي نقطة منتصف \overline{CD} .



جد إحداثيي نقطة المنتصف لكل قطعة مستقيمة. ثم جد طول كل قطعة مستقيمة. (الدرس 10-3)



ملاحظات

Term 3 AY 19/20
Online Learning

إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة

السابق

الحالي

لماذا؟

● قمت بكتابة براهين جبرية وبراهين من عمودين.

1 كتابة براهين تتضمن جمع قطع مستقيمة.

2 كتابة براهين تتضمن تطابق قطع مستقيمة.

● تعمل نجلاء في متجر للأقمشة بعد المدرسة. وتقيس طول القماش بشد الطرف المستقيم للقماش مقابل مسطرة قياس. لقياس الأطوال مثل الطول 39 in والذي هو أطول من مسطرة القياس، تقوم بوضع علامة عند الطول 36 in. ومن نهاية هذه العلامة، تقوم بقياس طول إضافي يبلغ 3 in سيؤكد ذلك أن إجمالي طول القماش هو $36 + 3 \text{ in}$ أو 39 in.

المهارات الرياضية

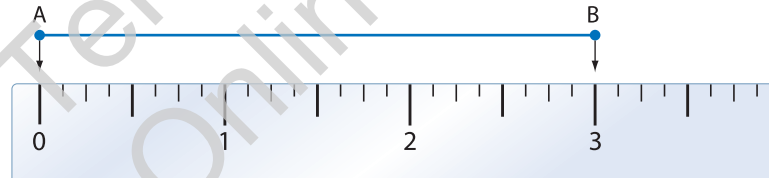
التفكير بطريقة تجريدية وكمية.
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 مسألة المسطرة في الدرس 10-2 قمت بقياس القطع المستقيمة بمسطرة من خلال مطابقة علامة الصفر عند إحدى النقطتين الطرفيتين، ثم إيجاد العدد الموجود على المسطرة المتطابق مع النقطة الطرفية الأخرى. وهذا يوضح مسألة المسطرة.

المسألة 10.1 مسألة المسطرة

الشرح يمكن وضع النقطتين الموجودتين على أي مستقيم أو قطعة مستقيمة داخل تطابق عنصر بعنصر باستخدام أعداد حقيقية.

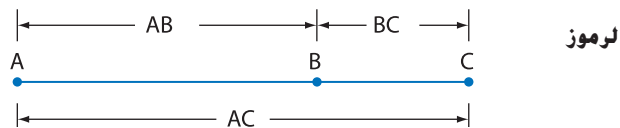
الرموز إذا وقع نقطتان محددتان A و B على مستقيم، وإذا كانت A مكافئة لصفر، فإذا B ستكافئ عددًا حقيقيًا موجبًا.



في الدرس 10-2 تعلّمت أيضًا ماذا يعني أن تكون النقطة بين نقطتين آخرين. ويمكن التعبير عن هذه العلاقة بمسألة جمع القطع المستقيمة.

المسألة 10.2 مسألة جمع قطع مستقيمة

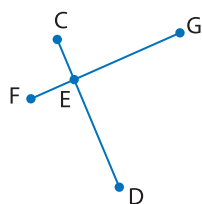
الشرح إذا كانت كل من A و B و C تقع على استقامة واحدة، فإن النقطة B ستقع بين A و C إذا وفقط إذا كان $AB + BC = AC$.



تستخدم مسألة جمع القطع المستقيمة باعتبارها تفسيرًا في العديد من البراهين أو الإثباتات الهندسية.

مثال 1

استخدام مسلّمة جمع القطع المستقيمة



أثبت أنه إذا كان $CD \cong FG$ و $\overline{ED} \cong \overline{EG}$ فإن $\overline{CD} \cong \overline{FG}$.

المعطى: $\overline{CE} \cong \overline{FE}$; $\overline{ED} \cong \overline{EG}$

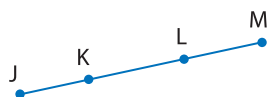
المطلوب: $\overline{CD} \cong \overline{FG}$

البرهان:

| العبارات | المبررات |
|--|-------------------------------|
| 1. $\overline{CE} \cong \overline{FE}$; $\overline{ED} \cong \overline{EG}$ | 1. المُعطى |
| 2. $CE = FE$; $ED = EG$ | 2. تعريف التطابق |
| 3. $CE + ED = CD$ | 3. مسلّمة جمع القطع المستقيمة |
| 4. $FE + EG = CD$ | 4. التعويض (الخطوتان 2 و 3) |
| 5. $FE + EG = FG$ | 5. مسلّمة جمع القطع المستقيمة |
| 6. $CD = FG$ | 6. التعويض (الخطوتان 4 و 5) |
| 7. $\overline{CD} \cong \overline{FG}$ | 7. تعريف التطابق |

قراءة في الرياضيات

خاصية التعويض إن
خاصية التعويض أو الاستبدال
في المعادلة غالبًا ما تُكتب
"تعويض" فقط.



تمرين بوجه

انسخ البرهان مع إكمالها.

1. المُعطى: $\overline{JL} \cong \overline{KM}$

المطلوب: $\overline{JK} \cong \overline{LM}$

البرهان:

| العبارات | المبررات |
|--|-------------------------------|
| a. $\overline{JL} \cong \overline{KM}$ | a. المُعطى |
| b. $JL = KM$ | b. |
| c. $JK + KL = ?$; $KL + LM = ?$ | c. مسلّمة جمع القطع المستقيمة |
| d. $JK + KL = KL + LM$ | d. |
| e. $JK + KL - KL = KL + LM - KL$ | e. خاصية الطرح في المعادلة |
| f. $?$ | f. التعويض |
| g. $\overline{JK} \cong \overline{LM}$ | g. تعريف التطابق |

2 **تطابق القطع المستقيمة** القطع المستقيمة ذات القياس نفسه تكون متطابقة. وتطابق القطع المستقيمة له أيضًا خواص انعكاس وتماثل وتعّد.

النظرية 10.1 خصائص تطابق القطع المستقيمة

| | |
|---|--------------------------------------|
| $\overline{AB} \cong \overline{AB}$ | خاصية انعكاس التطابق |
| $\overline{CD} \cong \overline{AB}$ فإن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ | خاصية التماثل في التطابق إذا كانت |
| $\overline{AB} \cong \overline{EF}$ و $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ فإن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ | خاصية التعدي في التطابق إذا كانت |

ربط المفردات

متماثل

الاستخدام اليومي متوازن
أو تناسبي

استخدام الرياضيات إذا
كان $a = b$. فإن $b = a$.

سوف تثبت خاصيتي التماثل والانعكاس في التمرينين 6 و 7 على التوالي.

البرهان خاصية التعدي في التطابق



المُعطى $\overline{AB} \cong \overline{CD}$; $\overline{CD} \cong \overline{EF}$

المطلوب $\overline{AB} \cong \overline{EF}$

فقرة برهان:

حيث إن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ و $AB = CD$ و $CD = EF$ وحسب تعريف القطع المستقيمة المتطابقة. وحسب خاصية التعدي في المعادلة، فإن $AB = EF$ وبالتالي $AB = EF$ حسب تعريف التطابق.

مثال 2 من الحياة اليومية برهان استخدام تطابق القطع

التطوع موصَّح في الشكل أدناه مسار سباق جري لصالح الأعمال الخيرية. وتعد نقطتا المراقبة X و Z نقطتا منتصف بين خط البداية ونقطة المراقبة Y ونقطة المراقبة Y وخط النهاية F، على التوالي. فإذا كانت نقطة المراقبة Y تقع على نفس المسافة من نقطتي المراقبة X و Z، فأثبت أن الطريق من نقطة المراقبة Z إلى خط النهاية متطابق مع الطريق من خط البداية إلى نقطة المراقبة X.



المُعطى: تعد النقطة X نقطة منتصف \overline{SY} وتعد النقطة Z نقطة منتصف \overline{YF} . $XY = YZ$

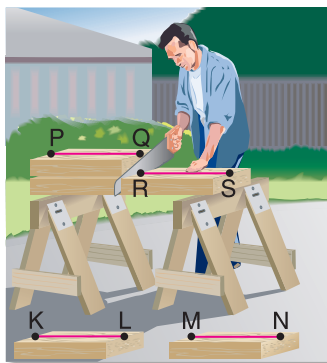
المطلوب $\overline{ZF} \cong \overline{SX}$

برهان من عمودين:

| العبارات | المبررات |
|---|-----------------------------|
| 1. تقع النقطة X في منتصف \overline{SY} . وتقع النقطة Z في منتصف \overline{YF} . | 1. المُعطى |
| 2. $\overline{SX} \cong \overline{XY}$; $\overline{YZ} \cong \overline{ZF}$ | 2. تعريف نقطة المنتصف |
| 3. $\overline{XY} \cong \overline{YZ}$ | 3. تعريف التطابق |
| 4. $\overline{SX} \cong \overline{YZ}$ | 4. خاصية التعدي في التطابق |
| 5. $\overline{SX} \cong \overline{ZF}$ | 5. خاصية التعدي في التطابق |
| 6. $\overline{ZF} \cong \overline{SX}$ | 6. خاصية التماثل في التطابق |

تمرين موجّه

2. أعمال النجارة يقطع نجار لوحًا مقاس $2'' \times 4''$ إلى الطول المطلوب. ثم، يستخدم هذا اللوح كمنبط لقطع لوح ثانٍ بتطابق مع الأول. وبالمثل، يستخدم اللوح الثاني ليقطع لوح ثالث ويستخدم اللوح الثالث ليقطع لوح رابع. أثبت أنه تم قطع آخر لوح بنفس قياس اللوح الأول.

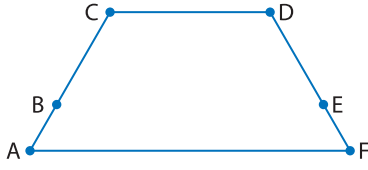


الربط بالحياة اليومية

وفقًا لاستطلاع رأي أجري حديثًا، وُجد أن 70% من المراهقين الذين يتطوعون بدأوا ذلك قبل إتمامهم 12 عامًا، وقال آخرون إنهم قد يتطوعون إذا سُنحت أمامهم مزيد من الفرص للقيام بذلك.

المصدر: مؤسسة Youth Service America

التحقق من فهمك



1. انسخ البرهان مع إكماله.

مثال 1

المُعطى: $\overline{AB} \cong \overline{FE}$, $\overline{BC} \cong \overline{ED}$

المطلوب: $\overline{AC} \cong \overline{FD}$

البرهان:

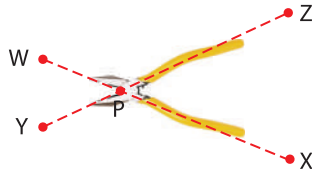
| المبررات | العبارات |
|----------|--|
| a. | a. $\overline{AB} \cong \overline{FE}$, $\overline{BC} \cong \overline{ED}$ |
| b. | b. |
| c. | c. $AB + FE = BC + ED$ |
| d. | d. |
| e. | e. $AC = FD$ |
| f. | f. $\overline{AC} \cong \overline{FD}$ |

2. البرهان أثبت ما يلي

مثال 2

المُعطى: $\overline{JK} \cong \overline{LM}$

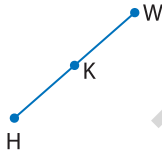
المطلوب: $\overline{JL} \cong \overline{KM}$



3. الكهاشة راجع الرسم التخطيطي الموضح.

\overline{WP} متطابق مع \overline{YP} و \overline{ZP} متطابق مع \overline{XP}
أثبت أن $WP + ZP = YP + XP$

التمرين وحل المسائل



4. انسخ البرهان مع إكماله.

مثال 1

المُعطى: النقطة K هي نقطة منتصف \overline{HW}

والنقطة A هي نقطة منتصف \overline{ME}

$\overline{HW} \cong \overline{ME}$

المطلوب: $\overline{HK} \cong \overline{MA}$

| المبررات | العبارات |
|-----------------------------|--|
| a. المُعطى | a. |
| b. | b. $HK = KW$, $MA = AE$ |
| c. | c. $HW = ME$ |
| d. | d. |
| e. | e. $HK + KW = MA + AE$ |
| f. | f. $HK + HK = MA + MA$ |
| g. حوّل لأبسط صورة. | g. |
| h. خاصية القسمة في المعادلة | h. |
| i. | i. $\overline{HK} \cong \overline{MA}$ |

أثبت كل نظرية.

5. نظرية خاصية التماثل في التطابق 10.1

6. نظرية خاصية الانعكاس في التطابق 10.1

7. السفر يربط الطريق السريع بين المدن (A, B, C, D)

• تقع مدينة C على بعد 256 km من مدينة A و 352 km من مدينة B

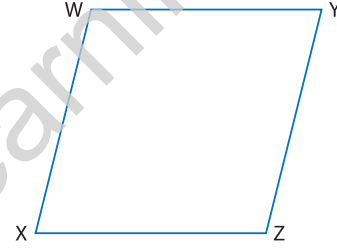
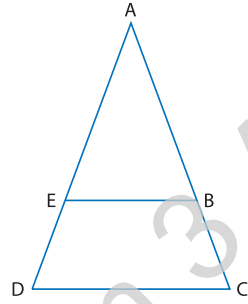
• تقع B على بعد 96 km من مدينة A و 292 km من D

a. ارسم رسمًا تخطيطيًا لتمثيل مواقع المدن بالنسبة لبعضها البعض والمسافات بين كل مدينة. افترض أن الطريق السريع مستقيم.

b. اكتب فقرة إثباتية لدعم استنتاجك.

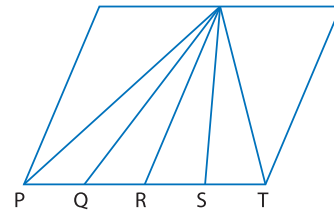
البرهان أثبت ما يلي.

8. إذا كان $\overline{XW} \cong \overline{YZ}$ و $\overline{YZ} \cong \overline{ZX}$ و $\overline{AC} \cong \overline{AD}$ و $\overline{ED} \cong \overline{BC}$ إذا كانت $\overline{AE} \cong \overline{AB}$ إذا كانت $\overline{AE} \cong \overline{AB}$ إذا كانت $\overline{AE} \cong \overline{AB}$



9. إذا كانت $\overline{AC} \cong \overline{AD}$ و $\overline{ED} \cong \overline{BC}$ إذا كانت $\overline{AE} \cong \overline{AB}$

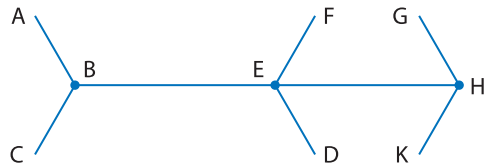
10. إذا كانت R هي نقطة منتصف \overline{QS} و $\overline{PR} \cong \overline{RT}$ إذا $\overline{PQ} \cong \overline{ST}$



11. إذا كانت Q هي نقطة منتصف \overline{PR} و S هي نقطة منتصف \overline{RT} و $\overline{QR} \cong \overline{RS}$ إذا $PT = 4QR$



12. إذا كانت R هي نقطة منتصف \overline{QS} و $\overline{PR} \cong \overline{RT}$ إذا $\overline{PQ} \cong \overline{ST}$



المُعطى: $AB + BE + ED = EF + EH + HK$ و $\overline{AB} \cong \overline{FE}$ و $\overline{ED} \cong \overline{HK}$

المطلوب: $\overline{BE} \cong \overline{EH}$

مثال 1

13. **الإشياء** أنشئ قطعة مستقيمة يكون طولها مثلي طول \overline{PQ} .
 اشرح كيف يمكن استخدام مسطرة لجمع القطع المستقيمة لتبرير إنشاءك.

14. **التثيلات المتعددة** A هي نقطة منتصف \overline{PQ} و B هي نقطة منتصف \overline{PA}
 و C هي نقطة منتصف \overline{PB}

a. هندسيًا ارسم رسمًا تخطيطيًا لتمثيل هذه الحالة.

b. جبريًا خنّ العلاقة الجبرية بين PQ و PC .

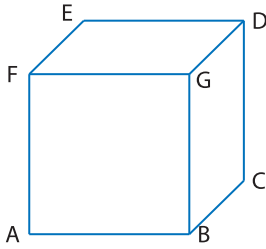
c. هندسيًا انسخ القطعة المستقيمة \overline{PQ} من رسمك التخطيطي. ثم أنشئ النقطتين B و C على \overline{PQ} اشرح كيف يمكنك استخدام إنشاءك لدعم تخمينك.

d. عمليًا استخدم مسطرة لرسم قطعة مستقيمة متطابقة مع \overline{PQ} من رسمك التخطيطي ولرسم النقطتين B و C على \overline{PQ} استخدم رسمك لدعم تخمينك.

e. منطقيًا أثبت فرضيتك.

مسائل مهارات التفكير العليا

15. **تحليل الخطأ** في الرسم التخطيطي $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ و $\overline{BC} \cong \overline{DG}$
 تحقق من الاستنتاجات التي أجرتها نجاة ونبيلة.
 هل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.



نبيلة
 حيث إن $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ و $\overline{BC} \cong \overline{DG}$
 فإن $\overline{AB} \cong \overline{DG}$ حسب خاصية
 التدي في التطابق.

نجاة
 حيث إن $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ و $\overline{BC} \cong \overline{DG}$
 فإن $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ حسب خاصية
 الانعكاس في التطابق.

16. **التحدي** $ABCD$ عبارة عن مستطيل. أثبت $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

17. **الكتابة في الرياضيات** هل توجد خاصية طرح في التطابق؟ اشرح.

18. **التبرير** صتّف صحة أو خطأ العبارة التالية. إذا كانت خطأ، فقدم مثالاً مضاداً.

إذا كانت A و B و C و D و E تقع على مستقيم واحد، مع كون B هي نقطة المنتصف بين A و C وكانت C هي نقطة المنتصف بين B و D وكانت D هي نقطة المنتصف بين E و C إذاً $AB = BC = DE$.

19. **مسألة غير مُحددة الإجابة** ارسم تمثيلاً لمسمة جمع القطع المستقيمة، حيث يكون طول القطعة المستقيمة $1\frac{1}{2}$ cm، ويحتوي على أربع نقاط على استقامة واحدة، ولا يحتوي على قطع مستقيمة متطابقة.

20. **الكتابة في الرياضيات** قارن وبيّن الفرق بين الفقرات الإثباتية والبراهين المكونة من عمودين.

تدريب على الاختبارات المعيارية

22. الجبر ما التعبير المكافئ لـ $\frac{12x^{-4}}{4x^{-8}}$ ؟

F $\frac{1}{3x^4}$

H $8x^2$

G $3x^4$

J $\frac{x^4}{3}$

23. إجابة مختصرة إذا كان قياس زاويتين متتامتين بالنسبة 4:1. فما قياس الزاوية الأصغر؟

24. SAT/ACT بإمكان ميسون كتابة 40 كلمة في الدقيقة. فكم دقيقة ستقضيها ميسون في كتابة 200 كلمة؟

A 0.5

D 10

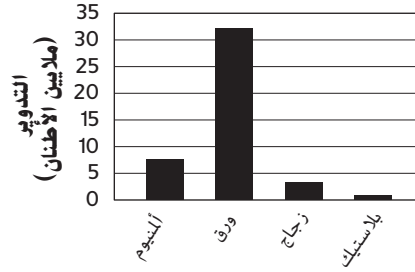
B 2

E 12

C 5

21. الجبر يوضح المُخطط البياني الموضح أدناه عملية إعادة تدوير سنوية حسب المواد في الولايات المتحدة الأمريكية. فكم تقريبًا عدد أطنان الألمنيوم الذي يتم إعادة تدويره كل عام؟

عملية التدوير السنوية



المادة

A 7.5

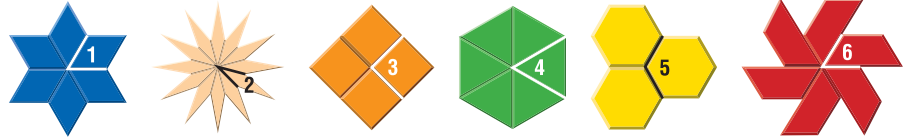
C 7,500,000

B 15,000

D 15,000,000,000

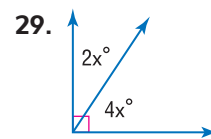
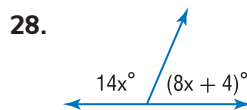
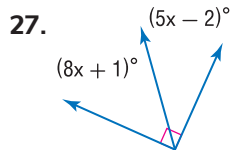
مراجعة شاملة

25. الهندسة إذا كان طول ضلع مكعب هو s ، ويمثل حجمه من خلال s^3 ، وتمثل مساحة سطحه من خلال $6s^2$.
- a. هل التعابير المستخدمة للحجم ومساحة السطح أحادية الحد؟ اشرح.
- b. إذا كان قياس ضلع المكعب يساوي 3 m، فجد الحجم ومساحة السطح.
- c. جد طول الضلع s الذي يجعل للحجم ومساحة السطح نفس القياس.
- d. يمكن الحصول على حجم أسطوانة عن طريق ضرب تربيع نصف القطر في الارتفاع في π ، أو $V = \pi r^2 h$. افترض أن لديك أسطوانتين. ويبلغ كل قياس في الثانية ضعف كل قياس في الأولى، إذا $V = \pi(2r)^2(2h)$. ما نسبة حجم الأسطوانة الأولى إلى الأسطوانة الثانية؟
26. قطع الأشكال الهندسية يمكن ترتيب قطع الأشكال الهندسية لتلائم نمطًا دائريًا دون ترك مسافات. تذكر أن القياس حول دائرة كاملة يبلغ 360° . حدد قياس درجة الزوايا المرقمة الموضحة أدناه.



مراجعة المهارات

الجبر جد قيمة x .



ملاحظات

Term 3 AY 19/20
Online Learning

دليل الدراسة والمراجعة

10

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

نقاط ومستقيمتين ومستويات (الدرس 1-10)

- يوجد فقط مستقيم واحد يمر من خلال أي نقطتين.
- يوجد فقط مستوى واحد من خلال أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة.

المسافة ونقاط المنتصف (الدرس 3-10)

- على مستقيم الأعداد، يكون قياس القطعة المستقيمة باستخدام إحداثي نقطة طرفية a و b هو $|a - b|$.
- في المستوى الإحداثي، تتحدد المسافة بين نقطتين (x_1, y_1) و (x_2, y_2) من خلال $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.
- على مستقيم الأعداد، يكون إحداثي نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة بها نقطتان طرفيتان a و b هو $\frac{a + b}{2}$.
- في المستوى الإحداثي، يكون إحداثي نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة لها نقطتان طرفيتان يتمثلان في (x_1, y_1) و (x_2, y_2) هما

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

الزوايا (الدرس 3-10 و 4-10)

- تتشكل الزاوية من خلال شعاعين ليسا على استقامة واحدة ولهما نقطة طرفية مشتركة تُسمى رأسها. ويمكن تصنيف الزوايا حسب قياساتها.
- الزاويتان المتجاورتان هما زاويتان متحدتا المستوى تقعان في نفس المستوى ولهما رأس مشتركة و ضلع مشترك ولكن بدون نقاط داخلية مشتركة.
- الزاويتان المتقابلتان بالرأس هما زاويتان غير متجاورتين يشكلهما مستقيمان متقاطعان.
- الزوج الخطي هو زوج من الزوايا المتجاورة بأضلاع غير مشتركة والتي تشكل أشعة متقابلة أو زاوية مستقيمة.
- الزاويتان المتتامتان هما زاويتان مجموع قياسيهما 90.
- الزاويتان المتكاملتان هما زاويتان مجموع قياسيهما 180.

البرهان (الدرس 4-10)

- الخطوة 1** اكتب قائمة بالمعلومات المُعطاة وصمّم رسمًا تخطيطيًا، إن أمكن.
- الخطوة 2** اذكر ما يلزم إثباته.
- الخطوة 3** اذكر فرضية استقرائية.
- الخطوة 4** برر كل عبارة مع ذكر السبب.
- الخطوة 5** اذكر ما قمت بإثباته.

المفردات الأساسية

| | |
|----------------------------|-------------------------------|
| line مستقيم | acute angle زاوية حادة |
| segment قطعة مستقيمة | angle زاوية |
| midpoint نقطة المنتصف | angle bisector مُنصّف الزاوية |
| n-gon المُضلع له n ضلع | area المساحة |
| obtuse angle زاوية منفرجة | between بين |
| opposite rays أشعة متقابلة | circumference محيط الدائرة |
| Perimeter محيط | collinear على استقامة واحدة |
| plane مستوى | concave مقعر |
| point نقطة | congruent تطابق |
| polygon مضلع | construction إنشاء |
| ray شعاع | convex مُحدّب |
| مُضلع منتظم | coplanar في مستوى واحد |
| regular polygon مضلع منتظم | degree درجة |
| right angle زاوية قائمة | distance المسافة |
| مُنصّف قطعة مستقيمة | مُضلع متساوي الزوايا |
| segment bisector | equiangular polygon |
| side ضلع | مُضلع متساوي الأضلاع |
| space فراغ | equilateral polygon |
| مفهوم غير مُعرّف | exterior خارجي |
| undefined term | interior داخلي |
| vertex رأس | intersection تقاطع |
| رأس المُضلع | |
| vertex of a polygon | |

مطويات منظم الدراسة

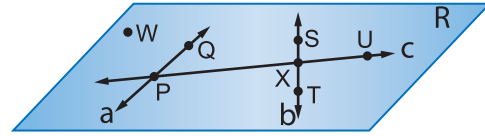
| | |
|------------------------------|---------|
| النقاط المستقيمتين المستويات | الزوايا |
| المسافة ونقطة المنتصف | الخطوط |
| المساحة | الحجم |

تأكد من أن المفاهيم الأساسية مدرجة في المطوية.

مراجعة درس بدرس

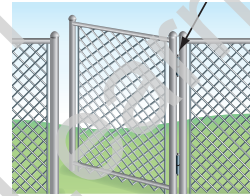
10-1 النقاط والمستقيمات والمستويات

استخدم الشكل لتكملة كل مما يلي.

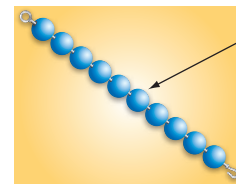


1. قم بتسمية نقطة تقاطع المستقيمين a و c .
 2. أعط اسمًا آخر للمستقيم b .
 3. أعط اسمًا للنقطة غير المشمولة في أي من المستقيمتين الثلاثة a أو b أو c .
 4. أعط اسمًا آخر للمستوى WPX .
- أعط اسمًا للمفهوم الهندسي الذي تم تمثيله بأفضل صورة بواسطة كل شكل.

5.

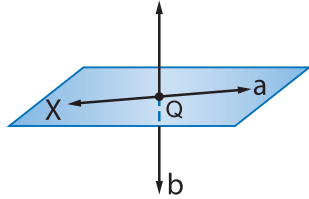


6.



مثال 1

ارسم وسم شكلاً للعلاقة التالية.



يشمل المستوى X المستقيم a ، ويتقاطع المستقيم b مع المستقيم a عند النقطة Q ، ولكن المستقيم b ليس في المستوى X .

ارسم سطحًا لتمثيل المستوى X وسمّه.

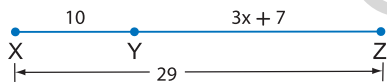
ارسم مستقيماً في المستوى X وسمّه المستقيم a .

ارسم مستقيماً يُسمى b ويتقاطع مع كل من المستوى والمستقيم a وسمّ نقطة التقاطع Q .

10-2 القياس الخطي

مثال 2

استخدم الشكل لإيجاد قيمة المتغير وطول \overline{YZ} .



$$XZ = XY + YZ$$

$$29 = 10 + 3x + 7$$

$$29 = 3x + 17$$

$$12 = 3x$$

$$4 = x$$

$$YZ = 3x + 7$$

$$= 3(4) + 7 \text{ أو } 19$$

إذًا، $x = 4$ و $YZ = 19$.

بينية النقاط

تعويض

بسّط.

اطرح 17 من كل طرف.

اقسم كل طرف على 3.

مُعطى

تعويض

جد قيمة المتغير و XP ، إذا كانت X تقع بين P و Q .

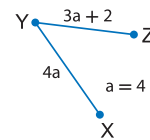
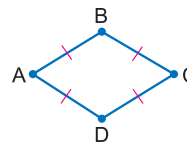
7. $XQ = 13, XP = 5x - 3, PQ = 40$

8. $XQ = 3k, XP = 7k - 2, PQ = 6k + 16$

حدد ما إذا كان كل زوج من القطع المستقيمة متطابقًا.

9. $\overline{AB}, \overline{CD}$

10. $\overline{XY}, \overline{YZ}$



11. **المسافة** تبلغ المسافة من مكان عمل فارس إلى منزله 3 مرات أكبر من المسافة من منزله إلى المدرسة. وإذا كان منزله يقع بين مكان العمل والمدرسة والمسافة من مكان عمله إلى المدرسة تساوي 6 km، فكم يبعد منزل فارس عن المدرسة؟

10-3 المسافة ونقاط المنتصف

جد المسافة بين كل زوج من النقاط.

12. $A(-3, 1), B(7, 13)$

13. $P(2, -1), Q(10, -7)$

جد إحداثيي نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة باستخدام النقطتين الطرفيتين المحددتين.

14. $L(-3, 16), M(17, 4)$

15. $C(32, -1), D(0, -12)$

جد إحداثيي النقطة الطرفية الناقصة إذا كانت M هي نقطة منتصف XY .

16. $X(-11, -6), M(15, 4)$

17. $M(-4, 3), Y(19, 0)$

18. **التجول سيرًا على الأقدام** تتجول كل من موزة ومها سيرًا على الأقدام في حديقة عامة، وقررتا اتخاذ مسارات مختلفة. وتوجد خريطة الحديقة بالأعلى على شبكة إحداثية. ويوجد موقع موزة عند النقطة $(7, 13)$ ومها عند $(3, 5)$.

a. جد المسافة بينهما.

b. جد إحداثيي النقطة الموجودة في المنتصف بين الموقعين.

مثال 3

جد المسافة بين $X(5, 7)$ و $Y(-7, 2)$.

افترض أن $(x_1, y_1) = (5, 7)$ و $(x_2, y_2) = (-7, 2)$.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(-7 - 5)^2 + (2 - 7)^2}$$

$$= \sqrt{(-12)^2 + (-5)^2}$$

$$= \sqrt{169} \text{ or } 13$$

المسافة من X إلى Y تبلغ 13 وحدة.

مثال 4

جد إحداثيي نقطة المنتصف بين $P(-4, 13)$ و $Q(6, 5)$.

افترض أن $(x_1, y_1) = (-4, 13)$ و $(x_2, y_2) = (6, 5)$.

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = M\left(\frac{-4 + 6}{2}, \frac{13 + 5}{2}\right)$$

$$= M(1, 9)$$

إحداثيي نقطة المنتصف هما $(1, 9)$.

10-4 إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة

اكتب برهانًا من عمودين.

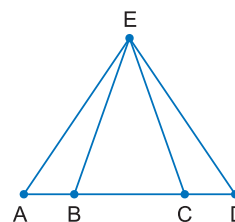
28. المُعطى: X هي نقطة منتصف \overline{WY} و \overline{VZ} .

الإثبات: $VW = ZY$



29. المُعطى: $AB = DC$

الإثبات: $AC = DB$



30. **جغرافيا** يُخطط عيسى للقيادة من مدينة A إلى مدينة B على طول الطريق السريع، وتوضح الخريطة التي يستخدمها أن المسافة من A إلى مدينة C تساوي 194 km ومن C إلى B تساوي 243 km. ما الذي يتيح له استنتاج أن المسافة التي سيقطعها بالسيارة تساوي 437 km من A إلى B؟ افترض أن الطريق السريع يشكل خطًا مستقيمًا.

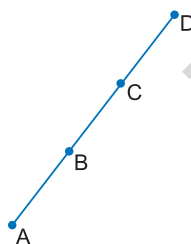
مثال 9

اكتب برهانًا من عمودين

المُعطى: B هي نقطة منتصف \overline{AC}

C هي نقطة منتصف \overline{BD}

الإثبات: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

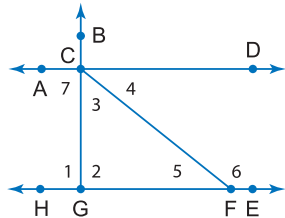


البرهان:

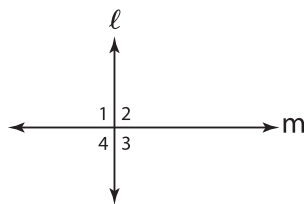
| العبارات | المبررات |
|--|-----------------------------|
| 1. B هي نقطة منتصف \overline{AC} . | 1. المُعطى |
| 2. $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ | 2. تعريف نقطة المنتصف |
| 3. C هي نقطة منتصف \overline{BD} . | 3. المُعطى |
| 4. $\overline{BC} \cong \overline{CD}$ | 4. تعريف نقطة المنتصف |
| 5. $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ | 5. خاصية التعدي في المعادلة |

10 تدريب على الاختبار

بالنسبة للتهارين 15-18، استخدم الشكل أدناه.



15. سم رأس الزاوية $\angle 3$.
16. سم أضلاع الزاوية $\angle 1$.
17. اكتب اسمًا آخر للزاوية $\angle 6$.
18. سم زوجًا من الزوايا يشترك بالتحديد في نقطة واحدة.
19. الاختيار من متعدد إذا كانت $m\angle 1 = m\angle 2$ ، فأَي من العبارات التالية صحيح؟



- A $\angle 2 \cong \angle 4$
- B $\angle 2$ هي زاوية قائمة.
- C $l \perp m$
- D جميع ما ذكر أعلاه.

جد محيط كل مُضلع.

20. المثلث XYZ برؤوس $X(3, 7)$ و $Y(-1, -5)$ و $Z(6, -4)$
21. المستطيل PQRS برؤوس $P(0, 0)$ و $Q(0, 7)$ و $R(12, 7)$ و $S(12, 0)$
22. **السلامة** تم سماع صفارات إنذار شديدة عن الطقس في المدينة المحلية في حدود نصف قطر يبلغ 1.3 km. وإذا أراد عمدة المدينة صفارة إنذار جديدة تُغطي ضعف إذا مساحة صفارة الإنذار القديمة، فما نصف القطر الذي يجب أن تكون في حدوده صفارة الإنذار الجديدة؟ قَرِّب لأقرب جزء من عشرة للكيلومتر.

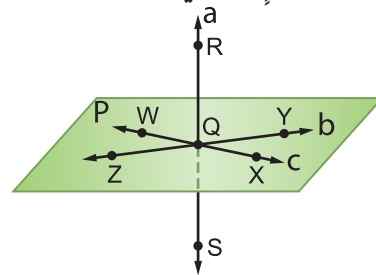
23. البرهان اكتب فقرة إثباتية.

المُعطى: $\overline{JK} \cong \overline{CB}$, $\overline{KL} \cong \overline{AB}$

الإثبات: $\overline{JL} \cong \overline{AC}$



استخدم الشكل لتسمية كلٍ مما يلي.



1. المستقيم الذي يضم النقطتين Q و Z
2. نقطتان في مستوى واحد مع النقاط W و X و Y
3. نقطة تقاطع المستقيمين a و b

جد قيمة المتغير إذا كانت P تقع بين J و K.

4. $JP = 2x$, $PK = 7x$, $JK = 27$
5. $JP = 3y + 1$, $PK = 12y - 4$, $JK = 75$
6. $JP = 8z - 17$, $PK = 5z + 37$, $JK = 17z - 4$

جد إحداثيي نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة باستخدام النقطتين الطرفيتين المحددتين.

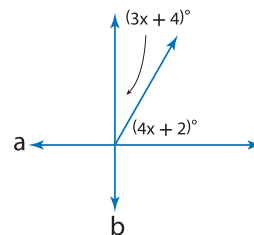
7. $(16, 5)$ و $(28, -13)$
8. $(-11, 34)$ و $(47, 0)$
9. $(-4, -14)$ و $(-22, 9)$

جد المسافة بين كل زوج من النقاط.

10. $(43, -15)$ و $(29, -3)$
11. $(21, 5)$ و $(28, -1)$
12. $(0, -5)$ و $(18, -10)$

13. الجبر يبلغ قياس الزاوية $\angle X$ أكثر بـ 18 من 3 أمثال قياس الزاوية المتممة لها. جد قياس الزاوية $\angle X$.

14. جد قيمة x التي ستجعل المستقيمين a و b متعامدين في الشكل أدناه.



التحضير للاختبارات المعيارية

حل مسائل الرياضيات

استراتيجيات حل مسائل الرياضيات

تتمثل أول خطوة لحل أي مسألة رياضية في قراءة المسألة. وعند قراءة مسألة رياضية للحصول على المعلومات التي تحتاج إليها لحلها، من المفيد استخدام إستراتيجيات خاصة في القراءة.

الخطوة 1

اقرأ المسألة لتحديد نوع المعلومات المقدمة

- التحليل: حدد ما تطلبه منك المسألة بالتحديد لتقوم بالحل.
- وضع خط سفلي: إذا توفرت لك إمكانيه الكتابة في كتاب اختبارك، فضع خطًا تحت أية معلومة مهمة.

الخطوة 2

اقرأ المسألة مرة أخرى لتحديد المعلومة المطلوبة لحل المسألة.

- التفكير: كيف تتوافق المعلومات مع بعضها البعض؟
- الكلمات الرئيسية: هل توجد أي كلمات رئيسة أو متغيرات أو مفاهيم رياضية في المسألة؟
- الرسوم التخطيطية: هل تحتاج إلى استخدام جدول أو قائمة أو رسم تخطيطي؟
- الصيغ: هل تحتاج إلى صيغة أو معادلة لحل المسألة؟

الخطوة 3

ضع خطة وحل المسألة. استخدم المعلومات التي حصلت عليها في الخطوات 1 و 2.

- السؤال: ما المسألة التي تقوم بحلها؟
- التقدير: قدر الإجابة.
- الإزالة: أزل جميع الإجابات غير المنطقية و/أو المتفاوتة بشكل كبير عن تقديرك.

الخطوة 4

تحقق من إجابتك.

- القراءة مرة أخرى: اقرأ المسألة مرة أخرى سريعًا لتتأكد من أنك قد فهمت بحل المسألة بالكامل.
- مدى صحة الحل: هل إجابتك صحيحة؟
- الوحدات: تأكد من أن إجابتك تشمل الوحدات الصحيحة للقياس.



مثال من الحياة اليومية

اقرأ المسألة. حدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها.

تستخدم منى شبكة إحداثية لعمل خريطة لفنائها الخلفي. وحددت موقعًا لمجموعة الأراجيح عند النقطة $S(2, 5)$ وشجرة البلوط الكبيرة عند النقطة $O(-3, -6)$. وإذا كانت كل وحدة على الشبكة تمثل 5 أمتار، فما المسافة بين مجموعة الأراجيح وشجرة البلوط؟
قرب إجابتك إلى أقرب متر كلي.

- A 12 m B 25 m C 60 m D 74 m

حدد ما تطلبه منك المسألة بالضبط لحلها. ضع خطأ تحت أية معلومة مهمة.

تستخدم منى شبكة إحداثية لعمل خريطة لفنائها الخلفي. وحددت موقعًا لمجموعة الأراجيح عند النقطة $S(2, 5)$ وشجرة البلوط الكبيرة عند النقطة $O(-3, -6)$. وإذا كانت كل وحدة على الشبكة تمثل 5 أمتار، فما المسافة بين مجموعة الأراجيح وشجرة البلوط؟
قرب إجابتك إلى أقرب متر كلي.

تسأل المسألة عن المسافة بين مجموعة الأراجيح وشجرة البلوط. وتمثل الكلمة الرئيسية في المسألة، إذا فأنت تعرف أنك ستحتاج إلى استخدام صيغة المسافة.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad \text{صيغة المسافة}$$

$$= \sqrt{(-3 - 2)^2 + (-6 - 5)^2} \quad (x_1, y_1) = (2, 5), (x_2, y_2) = (-3, -6)$$

$$= \sqrt{(-5)^2 + (-11)^2} \quad \text{اطرح.}$$

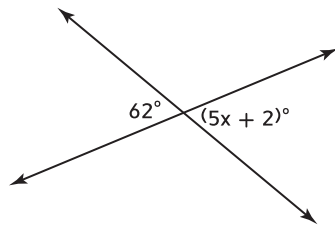
$$= \sqrt{25 + 121} \text{ or } \sqrt{146} \quad \text{بسط.}$$

المسافة بين مجموعة الأراجيح وشجرة البلوط هي $\sqrt{146}$ وحدة. استخدم حاسبة لإيجاد أن $\sqrt{146}$ وحدة تساوي تقريبًا 12.08 وحدة.

بما أن كل وحدة على الشبكة تمثل 5 m، فإن المسافة هي $(5) \times (12.08)$ أو 60.4 m. إذا، الإجابة الصحيحة هي C.

تحقق من إجابتك للتأكد من أنها صحيحة، وأنت قد استخدمت الوحدات الصحيحة.

تمارين



2. ما قيمة x في الشكل الموجود على اليسار؟
- F 10
G 12
H 14
J 15

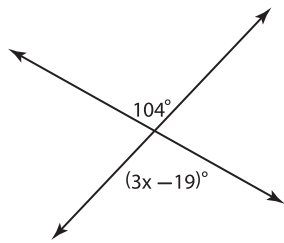
اقرأ كل مسألة. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي قدمها لك معلمك أو في ورقة أخرى.

1. لخماسي منتظم محيط يبلغ 24 cm، فما قياس كل ضلع؟

- A 3 cm C 4 cm
B 3.8 cm D 4.8 cm

12. حصل عمر على قسيمة هدايا بقيمة AED 50 بمناسبة تخرجه. ويرغب في شراء قرص DVD وملصق من متجر للوسائط. (لنفترض أن ضريبة المبيعات مُضمَّنة في الأسعار.) اكتب وجد حل متباينة خطية لتوضح كم سيتبقى لإنفاقه بعد إجراء هذه المشتريات.

| التنزيلات الهائلة لعطلة نهاية الأسبوع | |
|---------------------------------------|-----------|
| ★ جميع أقراص DVD مقابل | AED 14.95 |
| ★ جميع أقراص CD مقابل | AED 11.25 |
| ★ جميع الملصقات مقابل | AED 10.99 |



13. إجابة شبكية
ما قيمة x في الشكل؟

الإجابة الموسعة

اكتب إجابتك في ورقة. اكتب الحل هنا.

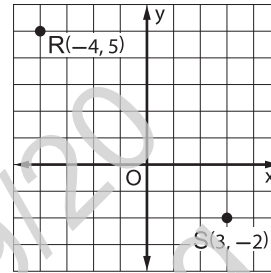


14. إن أبعاد غرفة ميسون موضحة في الشكل.
- جد محيط غرفتها.
 - جد مساحة غرفتها.
 - في حال مضاعفة الطول والعرض، ما التأثير الذي سيقع على المحيط؟
 - ما التأثير الذي سيقع على المساحة؟

الإجابة المختصرة/الإجابة الشبكية

اكتب الإجابات في ورقة الإجابة التي قدمها إليك المعلم أو في ورقة أخرى.

8. جد المسافة بين النقطتين R و S على الشبكة الإحداثية الواردة أدناه. قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة.

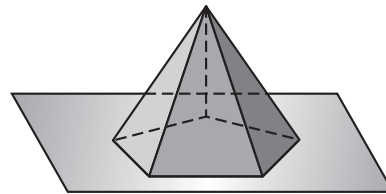


9. إجابة قصيرة جد قيمة x و AB في حال كانت B تقع بين A و C وكانت $AB = 2x$ و $AC = 6x - 5$ و $BC = 7$.

10. افترض أن مستقيمين يتقاطعان في أحد المستويات.

- ما الذي تعرفه عن زوجي الزوايا المتقابلة بالرأس التي تكونت؟
- ما الذي تعرفه عن زوجي الزوايا المجاورة التي تكونت؟

11. إجابة شبكية ما عدد المستويات الموضحة في الشكل الوارد أدناه؟



الأشكال الرباعية

Chapter Sourced From, 11. Quadrilaterals, from Integrated Math II Chapter 8 © 2012 McGraw-Hill Education محفوظة الحقوق © الطبع والتأليف محفوظة الحقوق مؤسسة

| السابق | الحالي | لماذا؟ |
|---|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> لقد صغّفت المضلّعات. وتعرّفت على خصائص المضلّعات وطبقتها. | <ul style="list-style-type: none"> بعد دراستك لهذة الوحدة ستكون قادرًا على: <ul style="list-style-type: none"> إيجاد واستخدام مجموع قياسات الزوايا الداخلية والخارجية لمضلع. التعرف على وتطبيق خصائص الأشكال الرباعية. المقارنة بين الأشكال الرباعية. | <ul style="list-style-type: none"> المرح والألعاب يمكن استخدام خصائص الأشكال الرباعية لإيجاد قياسات زوايا متعددة وأطوال الأضلاع مثل قياسات الزوايا في معدات الألعاب والملاعب ولوحات الألعاب. |

الاستعداد للوحدة

1 خيار الكتاب المدرسي أجب عن أسئلة التدريب السريع التالية. يُرجى الرجوع إلى المراجعة السريعة للحصول على المساعدة.

| تمرين سريع | مراجعة سريعة |
|---|---|
| <p>مثال 1</p> <p>جد قياس جميع الزوايا المرقمة.</p> <p>a. $m\angle 1$ $m\angle 1 = 65 + 47$ $m\angle 1 = 112$</p> <p>b. $m\angle 2$ $180 = m\angle 2 + 68 + 65$ $180 = m\angle 2 + 133$ $m\angle 2 = 47$</p> <p>نظرية الزاوية الخارجية اجمع.</p> <p>نظرية مجموع زوايا المثلث بسّط اطرح.</p> | <p>جد x إلى أقرب جزء من عشرة.</p> <p>1. 2. </p> <p>التزلج السريع تصنع متزلجة سريعة على الأقل مجموعتين من المثلثات والزوايا الخارجية أثناء تزلجها. جد قياس كل منها</p> <p>3. $m\angle 1$ 4. $m\angle 2$ 5. $m\angle 3$ 6. $m\angle 4$</p> |
| <p>مثال 2</p> <p>الجبر جد قياسات أضلاع المثلث متساوي الساقين $\triangle XYZ$.</p> <p>$XY = YZ$ $2x + 3 = 4x - 1$ $-2x = -4$ $x = 2$ $XY = 2x + 3$ $= 2(2) + 3 = 7$ $YZ = XY$ $= 7$ $XZ = 8x - 4$ $= 8(2) - 4 = 12$ $x = 2$</p> <p>بافتراض أن عوض اطرح. بسّط بافتراض أن بافتراض أن بافتراض أن</p> | <p>الجبر جد x وقياسات الأضلاع المجهولة في كل مثلث.</p> <p>7. 8. </p> <p>9. السفر تسافر الطائرة من A إلى B. وصولاً لـ C ثم رجوعاً إلى A كما هو موضح أدناه. جد مسافة كل ضلع في الرحلة بالميل إذا كان إجمالي الرحلة هو 3482 mi.</p> |

البدء في هذه الوحدة

سوف تتعلم عدة مفاهيم ومهارات ومفردات جديدة خلال دراستك الوحدة 11. للاستعداد، حدد المصطلحات المهمة ونظّم مواردك.

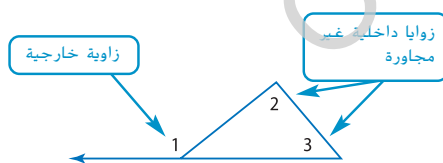
المفردات الجديدة

- (diagonal) قطر
- (parallelogram) متوازي أضلاع
- (rectangle) مستطيل
- (rhombus) معين
- (square) مربع
- (trapezoid) شبه منحرف
- (base) قاعدة
- (legs) ساقان
- (isosceles trapezoid) شبه منحرف متساوي الساقين
- (midsegment of a trapezoid) منتصف ساقين شبه المنحرف

مراجعة المفردات

الزاوية الخارجية هي زاوية تتكون من أحد أضلاع مثلث مع امتداد ضلع آخر له

الزاوية الداخلية غير المجاورة هي زاوية المثلث غير المجاورة للزاوية الخارجية المحددة



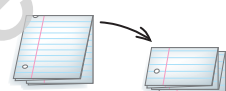
ميل الخط (غير الرأسى) المار بالنقطتين (x_1, y_1) و (x_2, y_2) ، m يعطى بالصيغة $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $x_2 \neq x_1$

مطويات منظّم الدراسة

الأشكال الرباعية اصنع هذه المطوية لتساعدك على ترتيب ملاحظات الوحدة 11 الخاصة بك عن الأشكال الرباعية. ابدأ بورقة واحدة من ورق الدفتر.



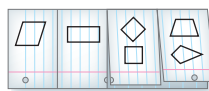
1 اطو بطول حتى الثقوب.



2 اطو بطول عرض الورقة مرتين ثم افرد الورقة.



3 قُص بطول علامات الطي على الجانب الأيسر من الورقة.



4 اكتب أسماء على الطيات كما هو موضح.

زوايا المضلعات

السابق ..

الحالي ..

لماذا؟ ..

● لقد ذكرت أسماء المضلعات وصنفتها.

1 ● إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية في مضلع واستخدامه.

2 ● إيجاد مجموع قياسات الزوايا الخارجية في مضلع واستخدامه.

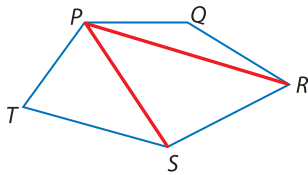
● لإنتاج أقراص العسل، تفرز نحلات العسل العاملات الشابة بقعًا من الشمع والتي تُشكّلها بعناية نحلات أخرى لتكوين خلايا سداسية. وتكون الخلايا بسبك أقل من 0.1 mm. ولكنها تدعم تقريبًا 25 ضعف وزنها. وتكون جدران الخلايا جميعًا على نفس الزاوية من بعضها البعض. وهذه الزاوية هي قياس الزاوية الداخلية لشكل سداسي منتظم.



المفردات الجديدة فُطري (diagonal)

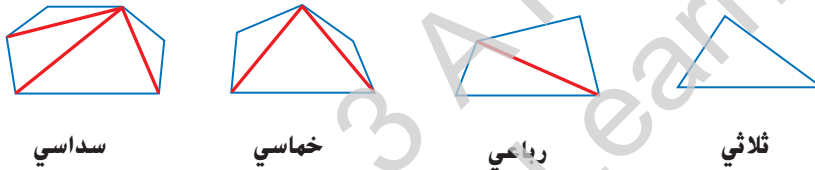
المهارسات الرياضية
استخدام نماذج الرياضيات.
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 مجموع الزوايا الداخلية لمضلع قطر



رؤوس المضلع PQRST غير المتتالية مع الرأس P هما الرأسان R و S. إذا، للمضلع PQRST قطران من الرأس P، وهما PR و PS. لاحظ أن القطرين من الرأس P تفصلان المضلع إلى ثلاثة مثلثات.

مجموع قياسات زوايا مضلع هو مجموع قياسات زوايا المثلثات المتكونة عن طريق رسم كل الأقطار الممكنة من رأس واحدة.

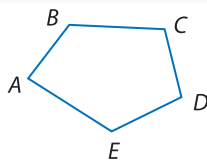


وبما أن مجموع قياسات زوايا المثلث هو 180° ، فبإمكاننا عمل جدول والبحث عن نمط لإيجاد مجموع قياسات الزاوية لأي مضلع محدب.

| المضلع | عدد الأضلاع | عدد المثلثات | مجموع قياسات الزوايا الداخلية |
|----------------------|-------------|--------------|-------------------------------|
| المثلث | 3 | 1 | 180 (1) أو 180 |
| الشكل الرباعي | 4 | 2 | 360 (2) أو 180 |
| شكل خماسي | 5 | 3 | 540 (3) أو 180 |
| شكل سداسي | 6 | 4 | 720 (4) أو 180 |
| n عدد أضلاع المضلع | n | $n - 2$ | $(n - 2) 180$ |

وهذا ينقلنا إلى النظرية التالية.

نظرية 11.1 مجموع زوايا المضلع الداخلية



مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدب عدد أضلاعه n هو $(n - 2) \times 180$.
مثال $m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D + m\angle E = (5 - 2) \times 180 = 540$

ستثبت أنت النظرية 11.1 للأشكال الثمانية في التمرين 42.

يمكنك استخدام نظرية مجموع زوايا المضلع الداخلية لإيجاد مجموع الزوايا الداخلية لمضلع ولإيجاد القياسات المجهولة في المضلعات.

مثال 1 إيجاد مجموع زوايا المضلع الداخلية

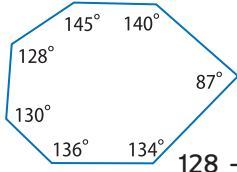
a. جسد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لشكل سباعي محدب.

للشكل السباعي سبعة أضلاع. استخدم نظرية مجموع زوايا المضلع الداخلية لإيجاد مجموع قياسات زواياه الداخلية.

$$n = 7 \quad (n - 2) \times 180 = (7 - 2) \times 180$$

$$\text{بسط.} \quad 900 = 5 \times 180$$

مجموع القياسات هو 900.

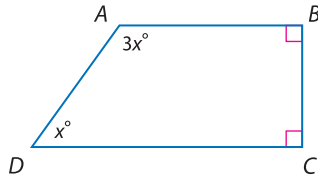


$$128 + 145 + 140 + 87 + 134 + 136 + 130 = 900 \quad \checkmark$$

تحقق ارسم مضلعًا محدبًا بسبعة أضلاع.

استخدم منقلة لقياس كل زاوية لأقرب درجة.

ثم جسد مجموع هذه القياسات.



b. لجبر جسد قياس كل زاوية داخلية في الأشكال الرباعية ABCD.

الخطوة 1 جسد x.

دخّلنا لأن هناك 4 زوايا. فإن مجموع قياسات الزوايا الداخلية هو $(4 - 2) \times 180$ أو 360.

$$360 = m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D \quad \text{مجموع قياسات الزوايا الداخلية}$$

$$360 = 3x + 90 + 90 + x \quad \text{عوض}$$

$$360 = 4x + 180 \quad \text{اجمع الحدود المتشابهة.}$$

$$180 = 4x \quad \text{اطرح 180 من كل طرف.}$$

$$45 = x \quad \text{اقسم كل طرف على 4.}$$

الخطوة 2 استخدم قيمة x لإيجاد قياس كل زاوية

$$m\angle A = 3x$$

$$m\angle B = 90^\circ$$

$$m\angle D = x$$

$$= 3(45) \text{ أو } 135$$

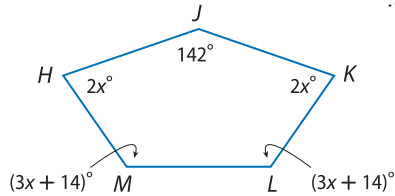
$$m\angle C = 90^\circ$$

$$= 45^\circ$$

تمرين موجّه

1A. جسد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لشكل ثماني محدب.

1B. جسد قياس كل زاوية داخلية للشكل الخماسي الموضح HJKLM



تذكّر أنه في المضلع المنتظم، كل الزوايا الداخلية متطابقة. يمكنك استخدام هذه الحقيقة ونظرية مجموع زوايا المضلع الداخلية لإيجاد قياس الزوايا الداخلية لأي مضلع منتظم.

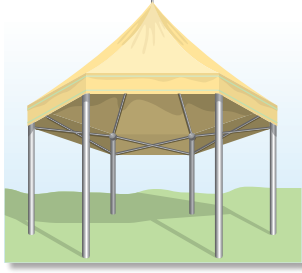
نصيحة دراسية

تسمية المضلعات

تذكّر أن المضلع بعدد n أضلاع هو المضلع n. ولكن للمضلعات عدة أسماء خاصة.

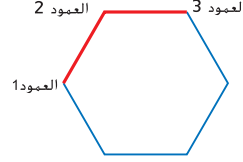
| عدد الأضلاع | الشكل الثماني |
|-------------|---------------------|
| 3 | المثلث |
| 4 | الأشكال الرباعية |
| 5 | الشكل الخماسي |
| 6 | الشكل السداسي |
| 7 | الشكل السباعي |
| 8 | الشكل الثماني |
| 9 | الشكل التساعي |
| 10 | الشكل عشاري الأضلاع |
| 11 | الشكل الأحادي عشري |
| 12 | الشكل الاثنا عشري |
| n | المضلع n |

مثال 2 من الحياة اليومية قياس الزوايا الداخلية لمضلع منتظم



الخيام أعمدة إحدى الخيام تُشكّل رؤوس شكل سداسي منتظم. وعند وضع الأعمدة على نحو صحيح، ما قياس الزاوية المتكونة في أحد أركان الخيمة؟

الاستيعاب تصميم رسم تخطيطي للموقف.



قياس الزاوية المتكونة في أحد أركان الخيمة هو زاوية داخلية لشكل سداسي منتظم.

التخطيط استخدام نظرية مجموع زوايا المضلع الداخلية لإيجاد مجموع قياسات الزوايا. بما أن زوايا المضلع المنتظم متطابقة، إذاً اقسام المجموع على عدد الزوايا لإيجاد قياس كل زاوية داخلية.

الحل الخطوة 1 جسد مجموع قياسات الزوايا الداخلية.

$$n = 6 \quad (n - 2) \times 180 = (6 - 2) \times 180$$

بسط.

$$4 \times 180 = 720$$

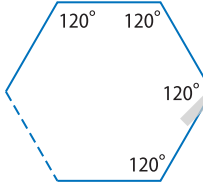
الخطوة 2 جسد قياس إحدى الزوايا الداخلية.

عوض

$$\frac{\text{مجموع قياسات الزوايا الداخلية}}{\text{عدد الزوايا المتطابقة}} = \frac{720}{6} = 120$$

اقسم.

قياس الزاوية في أحد أركان الخيمة هو 120° .



التحقق للتحقق من صحة هذا التماس، استخدم مسطرة ومثقلة لرسم شكل سداسي منتظم باستخدام القياس 120° كقياس كل زاوية داخلية في الشكل السداسي. ينبغي أن يتصل آخر ضلع مرسوم بمنطقة بداية أول قطعة مستقيمة مرسومة. ✓

تمرين موجّه

- 2A. التطلع النقدية المعدنية** جسد قياسات كل زاوية داخلية في الأحادي العشري المنتظم الذي يظهر على وجه سوزان بي أنتوني على عملة الدولار الواحد المعدنية.
- 2B. أحواض المياه الساخنة** تصنع إحدى الشركات أحواض المياه الساخنة في مجموعة متنوعة من الأشكال المختلفة. جسد قياس كل زاوية داخلية لنموذج الشكل التساعي المنتظم.

بتوفر قياس الزوايا الداخلية لمضلع منتظم، بإمكانك أيضًا استخدام نظرية مجموع زوايا المضلع الداخلية لإيجاد عدد أضلاع المضلع.

مراجعة المفردات

المضلع المنتظم

مضلع محدب تتطابق فيه كل الأضلاع وكل الزوايا

الربط بالحياة اليومية

سوزان بي أنتوني كانت قائدة حركة حق المرأة في الاقتراع في القرن التاسع عشر، والتي أدت في النهاية إلى إصدار التعديل التاسع عشر الذي يمنح النساء حق التصويت. وفي عام 1979، سُكّت عملة الدولار الواحد بصورة سوزان بي. أنتوني للمرة الأولى، مما جعلها أول امرأة توضع صورتها على عملة الولايات المتحدة.

المصدر: الموسوعة البريطانية

مثال 3 إيجاد عدد الأضلاع باستخدام قياس الزاوية الداخلية

قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم هو 135° . جـد عدد الأضلاع في المضلع.

افترض أن n تساوي عدد أضلاع المضلع. بما أن كل زوايا المضلع المنتظم متطابقة، فإن مجموع قياسات الزوايا الداخلية هو $135n$. بناءً على نظرية مجموع زوايا المضلع الداخلية، يمكن كذلك التعبير عن مجموع قياسات الزوايا الداخلية كما يلي $(n-2) \times 180$.

$$135n = (n-2) \times 180 \quad \text{اكتب معادلة.}$$

$$135n = 180n - 360 \quad \text{خاصية التوزيع}$$

$$-45n = -360 \quad \text{اطرح } 180n \text{ من كل طرف.}$$

$$n = 8 \quad \text{اقسم كل طرف على } -45.$$

المضلع به 8 أضلاع.

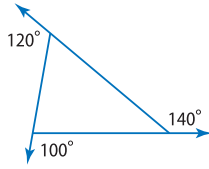
تمرين موجّه

3. قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم هو 144° . جـد عدد الأضلاع في المضلع.

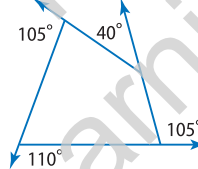
مراجعة المفردات

الزاوية الخارجية هي زاوية تتكون بواسطة أحد أضلاع مضلع مع امتداد ضلع آخر له

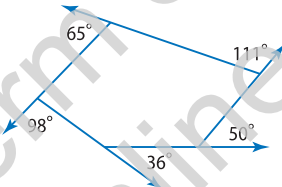
مجموع زوايا المضلع الخارجية هل هناك علاقة بين عدد أضلاع مضلع محدد ومجموع قياسات زواياه الخارجية؟ افحص المضلعات التالية التي قيس فيها زاوية خارجية في كل رأس.



$$120 + 100 + 140 = 360$$



$$105 + 110 + 105 + 40 = 360$$



$$65 + 98 + 36 + 50 + 111 = 360$$

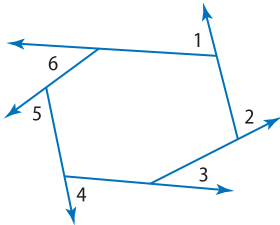
لاحظ أن مجموع قياسات الزوايا الخارجية في كل حالة هو 360 . وهذا يقترح النظرية التالية.

نظرية 11.2 مجموع زوايا المضلع الخارجية

مجموع قياسات زوايا المضلع المحدب الخارجية، بواقع وجود زاوية واحدة عند كل رأس، هو 360° .

مثال

$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5 + m\angle 6 = 360$$



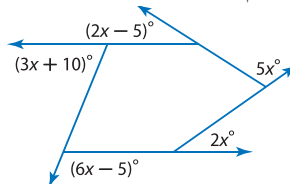
سوف تقوم بإثبات النظرية 11.2 في التمرين 43.

مثال 4 إيجاد قياسات الزوايا الخارجية للمضلع

a. الجبر جـد قيمة x في الرسم التخطيطي.

استخدم نظرية مجموع زوايا المضلع الخارجية لكتابة معادلة.

ثم جـد x .



$$(2x - 5) + 5x + 2x + (6x - 5) + (3x + 10) = 360$$

$$(2x + 5x + 2x + 6x + 3x) + [-5 + (-5) + 10] = 360$$

$$18x = 360$$

$$x = \frac{360}{18} = 20$$

b. جـد قياس كل زاوية خارجية للشكل التساعي المنتظم.

الشكل التساعي المنتظم به 9 أضلاع متطابقة و 9 زوايا داخلية متطابقة. والزوايا الخارجية هي أيضًا متطابقة. حيث إن الزوايا المكملة لزوايا متطابقة هي متطابقة. افترض أن n تساوي قياس كل زاوية خارجية واكتب معادلة وحلها.

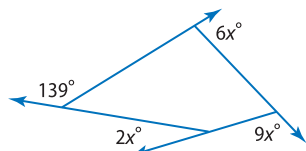
$$9n = 360$$

نظرية مجموع زوايا المضلع الخارجية

$$n = 40$$

اقسم كل طرف على 9.

قياس كل زاوية خارجية للشكل التساعي منتظم هو 40.



تمرين موجّه

4A. جـد قيمة x في الرسم التخطيطي المجاور.

4B. جـد قياس كل زاوية خارجية للشكل الاثني عشري المنتظم.

نصيحة دراسية

المثابرة لإيجاد قياس كل زاوية خارجية في مضلع منتظم، يمكنك إيجاد قياس كل زاوية داخلية وطرح القياس من 180. حيث إن الزاوية الخارجية والزاوية المناظرة لها متكاملتان.

التحقق من فهمك

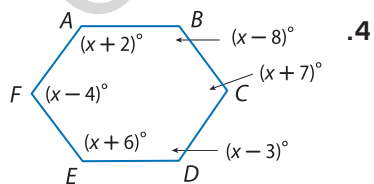
مثال 1

جـد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدب.

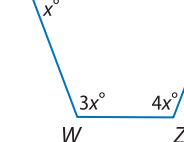
1. الشكل عشاري الأضلاع

2. الشكل الخماسي

جـد قياس كل زاوية داخلية.



3. الشكل



مثال 2

5. **المتنزهات** مدينة ملاهي العجلة العجيبة في جزيرة كوني بيروكلين، نيويورك، هي عبارة عن مضلع منتظم به 16 ضلعًا. ما قياس كل زاوية داخلية من زوايا المضلع؟

مثال 3

قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم معطى. جـد عدد الأضلاع في المضلع.

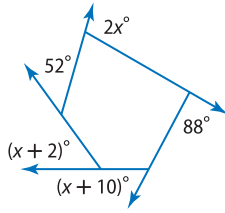
6. 150

7. 170

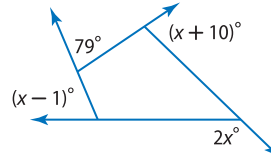


جد قيمة x في كل رسم تخطيطي.

8.



9.



جد قياس كل زاوية خارجية لكل مضلع منتظم.

11. الشكل الثماني

10. الشكل الرباعي

التمرين وحل المسائل

مثال 1

جد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدب.

15. الشكل الاثنا ثلاثيني

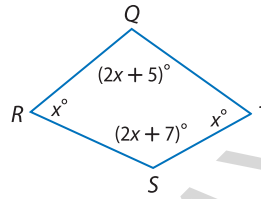
14. الشكل التسع عشري

13. الشكل العشريني

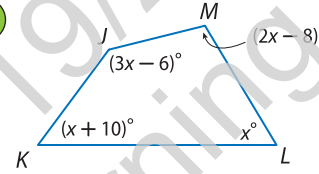
12. الشكل الاثنا عشري

جد قياس كل زاوية داخلية

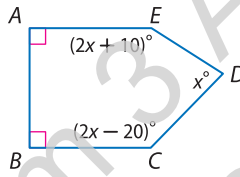
16.



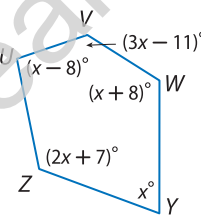
17.



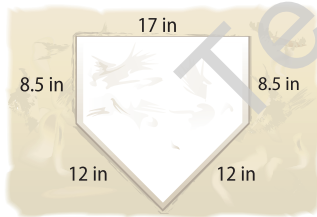
18.



19.



20. **كرة القاعدة** في لعبة كرة القاعدة، تكون صفيحة الملعب على شكل خماسي. وتكون أبعاد صفيحة الملعب كما هو موضح بالرسم. ما مجموع قياسات الزوايا الداخلية لصفيحة الملعب؟



جد قياس كل زاوية داخلية لكل مضلع منتظم.

مثال 2

24. الشكل التساعي

23. الشكل العشاري

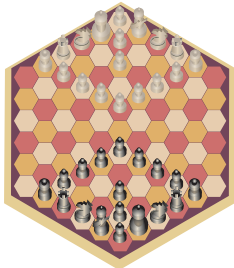
22. الشكل الخماسي

21. الشكل الاثنا عشري

25. **التمثيل بالنماذج** الشطرنج السداسي يُلعب على رقعة سداسية تتألف من 92 شكلاً سداسياً صغيراً بثلاثة ألوان. وقرَّب قطع الشطرنج بحيث يمكن للاعب أن يحرك أي قطعة في بداية اللعبة.

a. ما مجموع قياسات الزوايا الداخلية لرقعة الشطرنج المرسومة جانباً؟

b. هل كل زاوية داخلية لها نفس القياس؟



إذا كان الجواب بنعم، فاذكر القياس. اشرح استنتاجك.

قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم معطى. جسد عدد الأضلاع في المضلع.

مثال 3

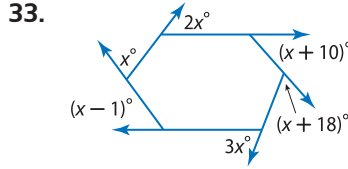
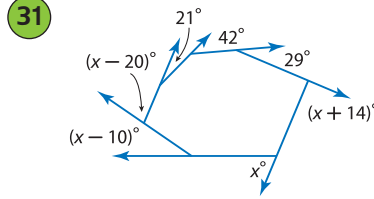
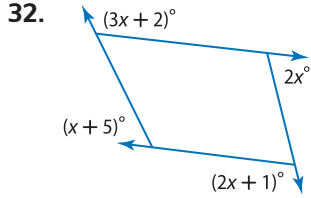
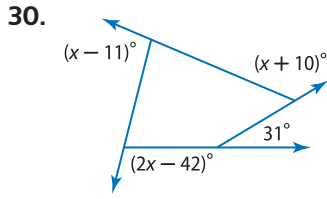
26. 60

27. 90

28. 120

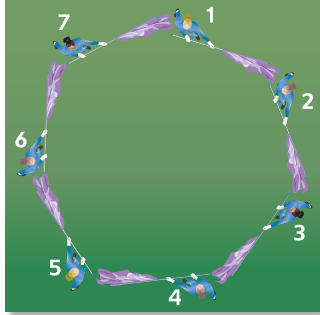
29. 156

جد قيمة x في كل رسم تخطيطي.



جد قياس كل زاوية خارجية لكل مضلع منتظم.

34. الشكل عشاري الأضلاع. 35. الشكل الخماسي 36. الشكل السداسي 37. الشكل الخمس عشري



39. 7

38. **حارس العلم** أثناء العرض الذي يتم إجراؤه بين شوطي مباراة كرة قدم، يخطط حارس العلم لتشكيل حديد يقف فيه سبعة أعضاء حول نقطة مركزية ويبدون إعلانهم إلى الشخص الذي يسارهم مباشرة كما هو موضح.

- a. ما قياس كل زاوية خارجية في هذا التشكيل؟
b. إذا كان محيط التشكيل هو 38.5 m، فما طول كل علم؟

جد قياسي زاوية خارجية وأخرى داخلية باستخدام عدد الأضلاع لكل مضلع منتظم. قَرِّب إلى أقرب جزء عشري إذا لزم الأمر.

40. 41. 14

42. **الإثبات** اكتب فقرة لإثبات نظرية مجموع زوايا المضلع الداخلية على الأشكال الثمانية.

43. **الإثبات** استخدم الجبر لإثبات نظرية مجموع زوايا المضلع الخارجية.

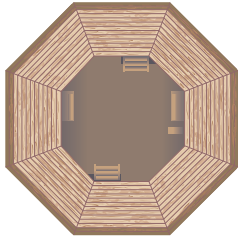
44. **التمثيل بالنماذج** بؤرة عدسة الكاميرا الموضحة هي شكل أربع عشري منتظم.

- a. ما قياس كل زاوية داخلية من زوايا المضلع؟
b. ما قياس كل زاوية خارجية من زوايا المضلع؟

الجبر جد قياس كل زاوية داخلية.

45. الشكل عشاري الأضلاع، حيث قياسات الزوايا الداخلية هي $x + 5$ و $x + 10$ و $x + 20$ و $x + 30$ و $x + 35$ و $x + 40$ و $x + 60$ و $x + 70$ و $x + 80$ و $x + 90$

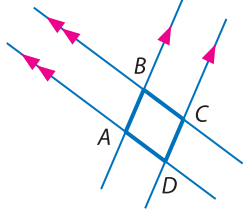
46. المضلع $ABCDE$ ، حيث قياسات الزوايا الداخلية هي $6x$ و $4x + 13$ و $x + 9$ و $2x - 8$ و $4x - 1$ فإن



47. **المسرح** يرغب نادي الدراما في بناء مسرح محاط بالمقاعد من كل ناحية، بحيث يمكن للجمهور الجلوس على كل جانب من جوانب المسرح لمشاهدة الإنتاج الجديد.

a. ستكون خشبة المسرح مثنياً منتظماً بمحيط إجمالي قيمته 60 m. بأي طول يجب قطع كل لوح لتشكيل جوانب خشبة المسرح؟

b. بأي زاوية ينبغي قطع كل لوح بحيث تتلاءم مع بعضها البعض كما هو موضح؟ اشرح استنتاجك.



48. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، ستستكشف العلاقات بين الزاوية والضلع في الأشكال الرباعية الخاصة.

a. هندسياً ارسم زوجين من الخطوط المتوازية تتقاطع مثل الخطوط الموضحة. اطلق اسماً على الشكل الرباعي المتكون باسم ABCD. كرر هذه الخطوات لتكوين شكلين رباعيين إضافيين وهما FGHI و QRST.

b. جدولياً انسخ الجدول التالي وأكمله.

| الشكل الرباعي | الأطوال والقياسات | | | |
|---------------|-------------------|-------------|-------------|-------------|
| | $m\angle A$ | $m\angle B$ | $m\angle C$ | $m\angle D$ |
| ABCD | AB | BC | CD | DA |
| FGHI | $m\angle F$ | $m\angle G$ | $m\angle H$ | $m\angle I$ |
| | FG | GH | HI | IF |
| QRST | $m\angle Q$ | $m\angle R$ | $m\angle S$ | $m\angle T$ |
| | QR | RS | ST | TQ |

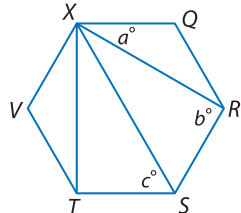
c. لفظياً خنّ العلاقة بين الزوايا المقابلة لبعضها في شكل رباعي مكون من زوجين من الخطوط المتوازية.

d. لفظياً خنّ العلاقة بين زاويتين متتاليتين في شكل رباعي مكون من زوجين من الخطوط المتوازية.

e. لفظياً خنّ العلاقة بين الأضلاع المقابلة لبعضها في شكل رباعي مكون من زوجين من الخطوط المتوازية.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

49. **تحليل الخطأ** يقول إبراهيم إن مجموع الزوايا الخارجية للشكل عشاري الأضلاع أكبر من مجموع الزوايا الخارجية للشكل السباعي لأن الشكل العشاري الأضلاع به عدد أكبر من الأضلاع. ويقول أحمد إن مجموع الزوايا الخارجية لكل مضلع هو بنفس القيمة. هل أحدهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.



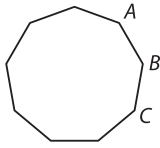
50. **تحدي** جد قيم a و b و c إذا كان $QRSTVX$ شكلاً سداسياً منتظماً. علل إجابتك.

51. **الفرضيات** إذا مُدّ ضلعان من أضلاع سداسي ليلتقيا عند نقطة خارج المضلع، فهل سيكون المثلث المتكون عنهما دائماً، أو أحياناً، أو على الإطلاق مثلثاً متساوي الأضلاع؟ علل إجابتك.

52. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم مضلعاً ووجد مجموع زواياه الداخلية. عدد الأضلاع في مضلع له ضعف مجموع الزوايا الداخلية هذا؟ علل إجابتك.

53. **الكتابة في الرياضيات** اشرح كيف ترتبط المثلثات بنظرية مجموع الزوايا الداخلية.

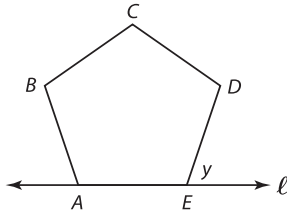
تدريب على الاختبار المعياري



54. إذا كان المضلع الموضح منتظمًا،
فما قيمة $m\angle ABC$ ؟

- A 140
- B 144
- C 162
- D 180

55. إجابة قصيرة الشكل $ABCDE$ خماسي منتظم يمر
الخط l بالضلع AE . ما قيمة $m\angle y$ ؟



56. الجبر $\frac{3^2 \times 4^5 \times 5^3}{5^3 \times 3^3 \times 4^6} =$

- F $\frac{1}{60}$
- G $\frac{1}{12}$
- H $\frac{3}{4}$
- J 12

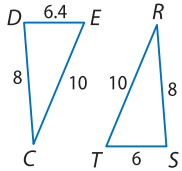
57. SAT/ACT مجموع قياسات زوايا المضلع الداخلية
يساوي مثلي مجموع قياسات زواياه الخارجية. ما نوع
المضلع؟

- A مربع
- B شكل خماسي
- C شكل سداسي
- D شكل ثماني
- E شكل تساعي

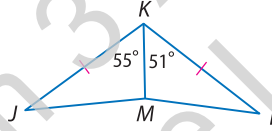
مراجعة شاملة

قارن بين القياسات المعطاة.

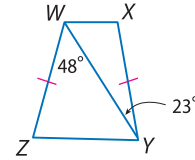
58. $m\angle DCE$ و $m\angle SRT$



59. JM و ML



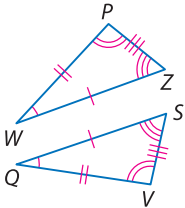
60. WX و ZY



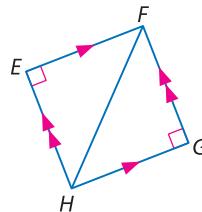
61. التاريخ اعتاد المصريون الأوتائل عمل المثلثات باستخدام حبل به عقد مربوطة على فواصل متساوية. وكان كل رأس من رؤوس المثلث
تتواجد عند إحدى العقد. كم عدد المثلثات المختلفة التي يمكن تكوينها باستخدام الحبل أدناه؟

وضح أن المثلثات متطابقة من خلال تحديد كل الأجزاء المتناظرة المتطابقة.
ثم اكتب عبارة مطابقة.

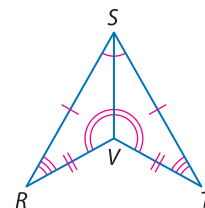
62.



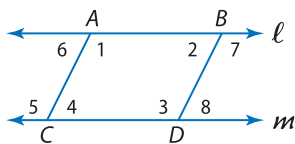
63.



64.



مراجعة المهارات



في الشكل، $l \parallel m$ و $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$. اذكر اسم كل أزواج الزوايا لكل نوع أشرح إليه.

65. الزوايا الداخلية المتبادلة

66. الزوايا الداخلية المتتالية



مختبر ورقة البيانات 1 زوايا المضلعات

من الممكن إيجاد القياسات الداخلية والخارجية بالإضافة إلى مجموع قياسات الزوايا الداخلية لأي مضلع عادي له عدد n من الأضلاع وذلك باستخدام ورقة البيانات.

النشاط

تصميم ورقة بيانات باستخدام الخطوات التالية.

- سمّ الأعمدة كما هو موضح في ورقة البيانات أدناه.
- أدخل الأرقام من 3 إلى 10 في العمود الأول.
- عدد المثلثات في المضلع هو أقل بـ 2 من عدد أضلاعه. اكتب صيغة للخلية B1 لطرح 2 من كل رقم في الخلية A1.
- أدخل صيغة من الخلية C1 بحيث تحسب ورقة البيانات مجموع قياسات الزوايا الداخلية. تذكر أن الصيغة هي $S = (n - 2)180$.
- استمر في إدخال الصيغ بحيث تُجرى الحسابات المشار إليها. ثم، انسخ كل صيغة عن طريق الصف 9. ستظهر ورقة البيانات النهائية كما يلي.

| | F | E | D | C | B | A | |
|---|-----------------------------|-------------------------------|---------------------------------|--|-----------------|----------------|--|
| 1 | قياس الزوايا الخارجية | قياس كل زاوية خارجية | قياس كل زاوية الداخلية | مجموع قياسات الزوايا الداخلية | عدد المثلثات | عدد الأضلاع | |
| 2 | 360 | 120 | 60 | 180 | 1 | 3 | |
| 3 | 360 | 90 | 90 | 360 | 2 | 4 | |
| 4 | 360 | 72 | 108 | 540 | 3 | 5 | |
| 5 | 360 | 60 | 120 | 720 | 4 | 6 | |
| 6 | 360 | 51.43 | 128.57 | 900 | 5 | 7 | |
| 7 | 360 | 45 | 135 | 1080 | 6 | 8 | |
| 8 | 360 | 40 | 140 | 1260 | 7 | 9 | |
| 9 | 360 | 36 | 144 | 1440 | 8 | 10 | |

تمارين

1. اكتب الصيغة لإيجاد قياس كل زاوية داخلية في المضلع.
2. اكتب الصيغة لإيجاد مجموع قياسات الزوايا الخارجية.
3. ما قياس كل زاوية داخلية إذا كان عدد الأضلاع هو 2؟
4. هل من الممكن أن تكون القيمتان 1 و 2 هما عدد الأضلاع؟ اشرح.

في التمارين من 5 إلى 8، استخدم ورقة البيانات.

5. كم عدد المثلثات في مضلع به 17 ضلعًا؟
6. جسد قياس زاوية خارجية لمضلع عادي به 16 ضلعًا.
7. جسد قياس زاوية داخلية لمضلع عادي به 115 ضلعًا.
8. إذا كان قياس الزاوية الخارجية هو 0، فجد قياس الزوايا الداخلية. هل هذا ممكن؟ اشرح.

متوازي الأضلاع

11-2

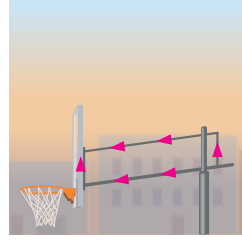
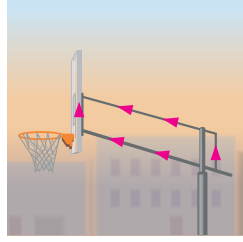
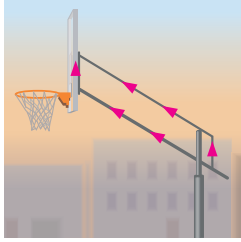
الدراسات

السابق

الحالي

لماذا؟

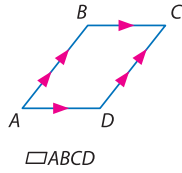
• ذراع هدف كرة السلة يمكن تعديله على ارتفاع 3.05 m أو 1.5 m. لاحظ أنه مع تعديل الارتفاع، كل زوج من الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع المتكون من الأذرع يكونان متوازيين.



• لقد صُنِّت المضلعات ذات الأضلاع الأربعة على أنها متوازي أضلاع.

1 التعرف على خصائص أضلاع وزوايا متوازي الأضلاع وتطبيقها.

2 التعرف على خصائص أقطار متوازي الأضلاع وتطبيقها.



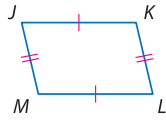
1 **أضلاع متوازي الأضلاع وزواياها متوازي الأضلاع:** شكل رباعي يتوازي فيه كل ضلعان متقابلان. لإطلاق اسم على متوازي أضلاع، استخدم الرمز \square . في $\square ABCD$ ، $AB \parallel DC$ و $BC \parallel AD$ حسب التعريف. الخصائص الأخرى لمتوازي الأضلاع مذكورة في النظريات أدناه.

المفردات الجديدة

متوازي الأضلاع (parallelogram)

المهارسات الرياضية
استخدام النماذج الرياضية.
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

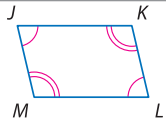
نظرية خصائص متوازي الأضلاع



11.3 إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن ضلعيه المتقابلين متطابقان.

الاختصار الضلعان المتقابلان في \square هما \cong .

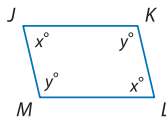
مثال إذا كان $JKLM$ متوازي أضلاع، فإن $\overline{JK} \cong \overline{ML}$ و $\overline{JM} \cong \overline{KL}$.



11.4 إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن زاويتيهِ المتقابلتين متطابقتان.

الاختصار الزاويتان المتقابلتان في \square هما \cong .

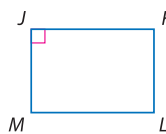
مثال إذا كان $JKLM$ متوازي الأضلاع، فإن $\angle J \cong \angle L$ و $\angle K \cong \angle M$.



11.5 إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن زاويتيهِ المتقابلتين متكاملتان.

الاختصار الزاويتان المتقابلتان في \square يكونان متكاملتين.

مثال إذا كان $JKLM$ متوازي أضلاع، فإن $x + y = 180$.



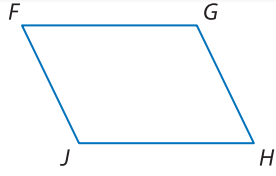
11.6 إذا كان متوازي الأضلاع يحتوي على زاوية قائمة واحدة، فإن يحتوي على أربع زوايا قائمة.

الاختصار إذا كان \square به زاوية قائمة واحدة، فإن به أربع زوايا قائمة. $\angle S$.

مثال في $\square JKLM$ ، إذا كانت $\angle J$ زاوية قائمة، فإن $\angle K$ و $\angle L$ و $\angle M$ هي أيضًا زوايا قائمة.

سُتَبِّتْ أُنْتِ النُّظْرِيَّاتِ 11.3 و 11.5 و 11.6 بِالنَّهَارِيْنَ 26 و 28 و 5 عَالَى النَّوَالِي.

إثبات النظرية 11.4



اكتب برهاناً من عمودين للنظرية 11.4.

المعطيات: $\square FGHI$

المطلوب: $\angle J \cong \angle G$, $\angle F \cong \angle H$

البرهان:

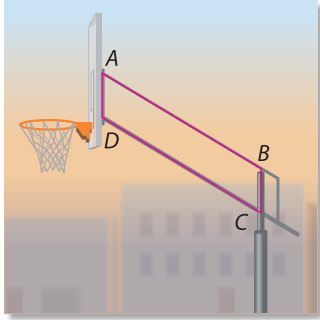
| المبررات | العبارات |
|---|---|
| 1. المعطيات | 1. $\square FGHI$ |
| 2. تعريف متوازي الأضلاع | 2. $\overline{FG} \parallel \overline{IH}$; $\overline{FI} \parallel \overline{GH}$ |
| 3. إذا قُطعت الخطوط المتوازية بواسطة خط قاطع، فإن الزوايا الداخلية المتتالية متكاملة. | 3. $\angle J$ و $\angle F$ متكاملتان. $\angle J$ و $\angle H$ متكاملتان. $\angle G$ و $\angle H$ متكاملتان. |
| 4. مكملات نفس الزوايا تكون متطابقة. | 4. $\angle J \cong \angle G$, $\angle F \cong \angle H$ |

نصيحة دراسية

تضمين شكل

النظريات تُمَثَّلُ بكلمات عامة. وفي الإثبات، عليك تضمين رسم بحيث يمكنك الرجوع إلى القطع المستقيمة والزوايا بالتحديد.

مثال 1 من الحياة اليومية استخدام خصائص متوازي الأضلاع



كرة السلة في $\square ABCD$. افترض أن $m\angle A = 55$ و $AB = 0.76$ m و $BC = 0.3$ m. جسد قياس كل منها.

a. DC

$$DC = AB \\ = 0.76 \text{ m}$$

الضلعان المتقابلان في \square هما \cong .
التعويض

b. $m\angle B$

$$m\angle B + m\angle A = 180$$

$$m\angle B + 55 = 180$$

$$m\angle B = 125$$

الزاويتان المتتاليتان في \square يكونان متكاملتين.

التعويض

اطرح 55 من كل طرف.

c. $m\angle C$

$$m\angle C = m\angle A \\ = 55$$

الزاويتان المتقابلتان في \square هما \cong .

التعويض

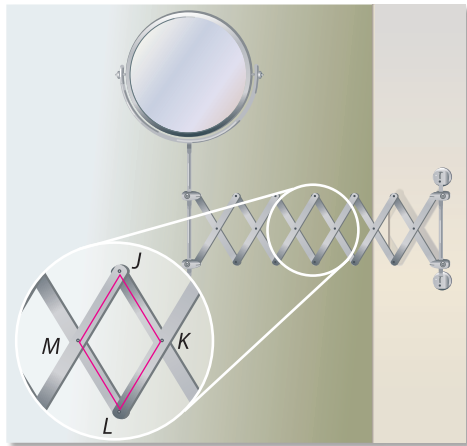
تمرين موجّه

1. الهرايا المرآة المثبتة على الحائط الموضحة تستخدم متوازي أضلاع تغير شكلها عند تمديد الذراع. في $\square JKLM$. افترض أن الزاوية $m\angle J = 47$. جسد جميع القياسات.

A. $m\angle L$

B. $m\angle M$

C. افترض أن الذراع قد مُدِدَ أكثر بحيث تكون الزاوية $m\angle J = 90$. ما قياس كل زاوية من الزوايا الأخرى؟ علل إجابتك.



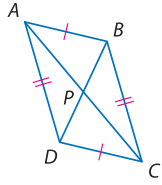
مهن في حياتنا

المدرّب يُنظّم المدربين عمل الرياضيين المبتدئين والمحترفين، ويعلمونهم أساسيات إحدى الرياضات. ويديرون فرقاً أثناء مواسم التدريب والمسابقات على حدٍ سواء. وقد تشتمل المهام الإضافية على اختيار المعدات والمواد واللوازم الرياضية وتوزيعها. وعادةً ما يكون المدربون الفنيون في المدارس الثانوية الحكومية حاصلين على درجة البكالوريوس.

2 أقطار متوازي الأضلاع

أقطار متوازي الأضلاع لها خصائص خاصة أيضًا.

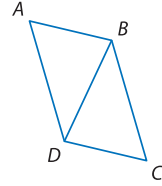
نظرية أقطار متوازي الأضلاع



11.7 إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن قطريه ينصفان بعضهما.

الاختصار قطرا \square ينصفان بعضهما.

مثال إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع، فإن $\overline{AP} \cong \overline{PC}$ و $\overline{DP} \cong \overline{PB}$.



11.8 إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن كل قطر يفصل متوازي الأضلاع إلى مثلثين متطابقين.

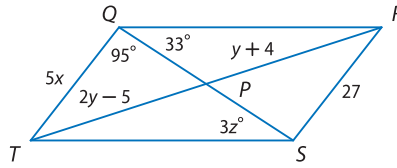
الاختصار يفصل القطر \square إلى $\triangle \cong 2$.

مثال إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع، فإن $\triangle ABD \cong \triangle CDB$.

سُتثبت أنت النظريتين 11.7 و 11.8 بالتمرينين 29 و 27 على التوالي.

مثال 2 استخدام خصائص متوازي الأضلاع والجبر

الجبر إذا كان $QRST$ متوازي أضلاع، فجد قيمة المتغير المشار إليه.



a. x

$$\overline{QT} \cong \overline{RS}$$

$$QT = RS$$

$$5x = 27$$

$$x = 5.4$$

الضلعان المتقابلان في \square هما \cong .

تعريف التطابق

عوض

اقسم كل طرف على 5.

b. y

$$\overline{TP} \cong \overline{PR}$$

$$TP = PR$$

$$2y - 5 = y + 4$$

$$y = 9$$

قطرا \square ينصفان بعضهما.

تعريف التطابق

عوض

اطرح y واجمع 5 لكل طرف.

c. z

$$\triangle TQS \cong \triangle RSQ$$

$$\angle QST \cong \angle SQR$$

$$m\angle QST = m\angle SQR$$

$$3z = 33$$

$$z = 11$$

القطر ينصل \square إلى $\triangle \cong 2$.

CPCTC

تعريف التطابق

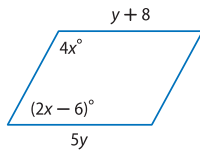
عوض

اقسم كل طرف على 3.

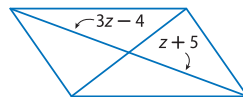
تمرين موجه

جد قيمة كل متغير في متوازي الأضلاع المعطى.

2A.



2B.



نصيحة دراسية

المثلثات المتطابقة

متوازي الأضلاع الذي به قطران يقسمان الشكل إلى زوجين من المثلثات المتطابقة.

يمكنك استخدام النظرية 11.7 لتحديد إحداثيات تقاطع القطرين في متوازي أضلاع على المستوى الإحداثي عن طريق معرفة إحداثيات الرؤوس.

مثال 3 متوازي الأضلاع والهندسة الإحداثية

الهندسة الإحداثية حدد إحداثيات تقاطع القطرين في $\square FGHI$ باستخدام الرؤوس $F(-2, 4)$ و $G(3, 5)$ و $H(2, -3)$ و $J(-3, -4)$.

بما أن قطري متوازي الأضلاع ينصفان بعضهما، فإن نقطة تقاطعهما هي نقطة منتصف \overline{FH} وكذلك \overline{GJ} .
جد نقطة منتصف \overline{FH} باستخدام النقطتين الطرفيتين $(-2, 4)$ و $(2, -3)$.
صيغة النقطة الطرفية
$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) = \left(\frac{-2 + 2}{2}, \frac{4 + (-3)}{2} \right)$$

$$= (0, 0.5)$$
 بسط.

إحداثيات تقاطع القطرين في $\square FGHI$ هي $(0, 0.5)$.

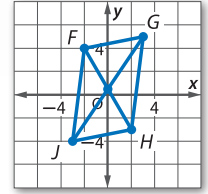
التحقق جسد نقطة منتصف \overline{GJ} باستخدام النقطتين الطرفيتين $(3, 5)$ و $(-3, -4)$.
$$\left(\frac{3 + (-3)}{2}, \frac{5 + (-4)}{2} \right) = (0, 0.5) \checkmark$$

تمرين موجّه

3. الهندسة الإحداثية حدد إحداثيات تقاطع القطرين في $RSTU$ باستخدام الرؤوس $R(-8, -2)$ و $S(-6, 7)$ و $T(6, 7)$ و $U(4, -2)$.

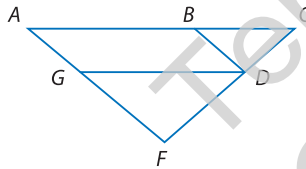
نصيحة دراسية

الانتظام مثل بيانًا متوازي الأضلاع في المثال 3 ونقطة تقاطع القطرين التي أوجدتها. ارسِم القطرين. يبدو أن نقطة التقاطع صحيحة.



يمكنك استخدام خصائص متوازي الأضلاع وأقطاره لكتابة الإثباتات.

مثال 4 الإثباتات باستخدام خصائص متوازي الأضلاع



اكتب فقرة إثبات.

المعطيات: $\square ABDG, \overline{AF} \cong \overline{CF}$

المطلوب: $\angle BDG \cong \angle C$

البرهان:

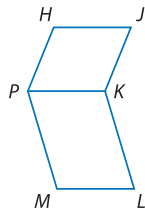
نعرف أن $ABDG$ متوازي أضلاع. وبما أن الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة، فإن $\angle BDG \cong \angle A$. كما نعرف أيضًا $\overline{AF} \cong \overline{CF}$. وبناءً على نظرية المثلث متساوي الساقين، فإن الزاوية $\angle A \cong \angle C$. إذًا، فباستخدام خاصية التعدي في التطابق $\angle BDG \cong \angle C$.

تمرين موجّه

4. اكتب برهانًا من عمودين.

المعطيات: $\square PKLM$ و $\square HJKP$

المطلوب: $\overline{HJ} \cong \overline{ML}$



التحقق من فهمك

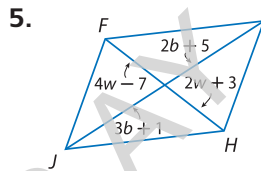
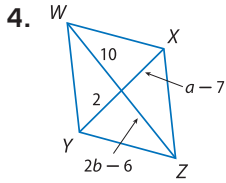
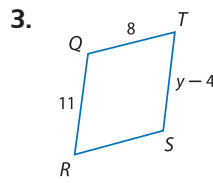
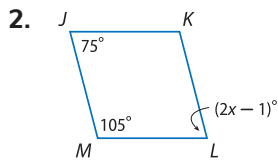


مثال 1

1. **الملاحية** لوضع مسار، يستخدم البحارة مسطرة الخطوط المتوازية. حيث يوضع أحد حواف المسطرة بطول الخط الذي يمثل اتجاه المسار الذي سيُتخذ. ثم تُحرَّك المسطرة الأخرى حتى تصل حافتها إلى رمز البوصلة المرسوم على الخريطة. وقراءة البوصلة تحدد أي اتجاه ينبغي أن يسلكوه. تُشكِّل المسطرتان والقضبان المتعامد في الأداة $\square MNPQ$.
- a. إذا كان $m\angle NMQ = 32$. فجد $m\angle MNP$.
- b. إذا كان $m\angle MQP = 125$. فجد $m\angle MNP$.
- c. إذا كان $MQ = 4$. فما قيمة NP ؟

مثال 2

الجبر جد قيمة كل متغير في كل متوازي أضلاع.



6. **الهندسة الإحداثية** حدد إحداثيات تقاطع قطري $\square ABCD$ باستخدام الرؤوس $A(-4, 6)$, $B(5, 6)$ و $C(4, -2)$ و $D(-5, -2)$.

مثال 3

الفرضيات اكتب نوع الإثبات المشار إليه.

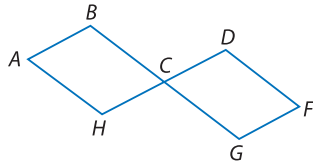
مثال 4

7. فقرة

8. عمودان

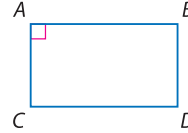
المعطيات: $ABCH$ و $DCGF$ هما متوازي أضلاع

المطلوب: $\angle A \cong \angle F$



المعطيات: $\square ABCD$. $\angle A$ هي زاوية قائمة.

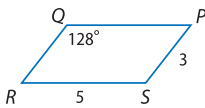
المطلوب: $\angle B$ ، و $\angle C$ ، و $\angle D$ هي قائمة الزوايا. (النظرية 11.6)



التحريين وحل المسائل

مثال 1

استخدم $\square PQRS$ لإيجاد كل القياسات.



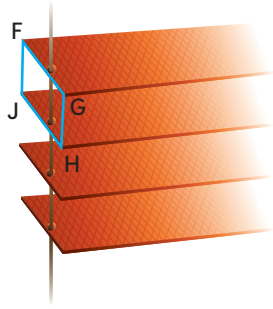
9. $m\angle R$

10. QR

11. QP

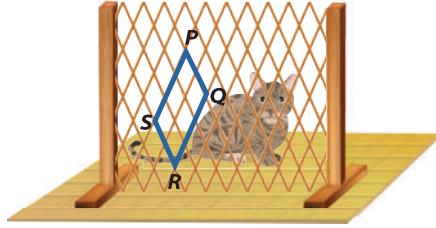
12. $m\angle S$

13 **الديكور المنزلي** صُممت الشرائح في الستائر الفينيسية لتظل متوازية من أجل توجيه مسار الضوء الداخل إلى النافذة. في $\square FGJH$ ، $FJ = 1.9$ cm و $FG = 2.5$ cm و $m\angle JHG = 62$ و



جـد قياس كل منها.

- JH
- GH
- $m\angle JFG$
- $m\angle FJH$

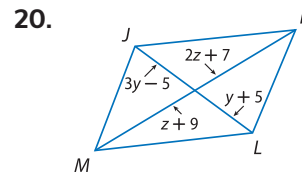
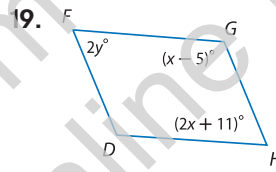
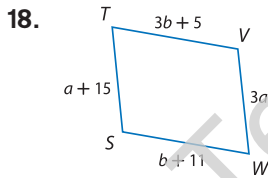
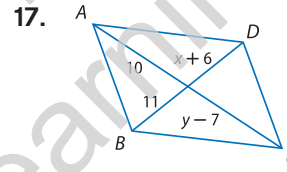
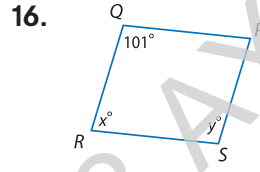
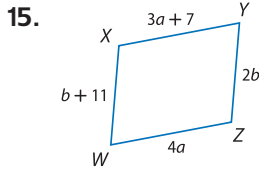


14 **تمثيل النماذج** إسماعيل عضو في ملجأ الحيوانات الأليفة في منطقته. يستخدم ملجؤه أسوار أكوردونية مثل الجزء الموضح على اليسار لحجب مناطق في عروض الحيوانات الأليفة.

- حدد زوجين من النقط المستقيمة المتطابقة.
- حدد زوجين من الزوايا المتكاملة.

الجبر جـد قيمة كل متغير في كل متوازي أضلاع.

مثال 2



الهندسة الإحداثية جـد إحداثيات تقاطع القطرين في $\square WXYZ$ باستخدام الرؤوس المعطاة.

مثال 3

21. $W(-1, 7)$, $X(8, 7)$, $Y(6, -2)$, $Z(-3, -2)$

22. $W(-4, 5)$, $X(5, 7)$, $Y(4, -2)$, $Z(-5, -4)$

البرهان اكتب برهاناً من عمودين.

مثال 4

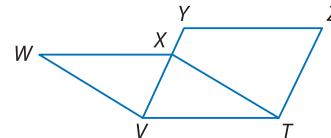
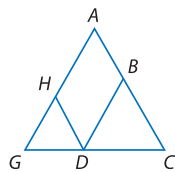
23. المعطيات: $\square BDHA$, $\overline{CA} \cong \overline{CG}$

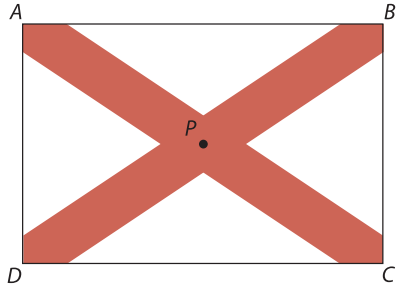
المطلوب: $\angle BDH \cong \angle G$

24. المعطيات: $\square WXTV$ و $ZYVT$ هما

متوازي الأضلاع.

المطلوب: $\overline{WX} \cong \overline{ZY}$





25. الأعلام انظر إلى علم ولاية ألاباما على اليسار.

المعطيات: $\triangle ACD \cong \triangle CAB$

المطلوب: $\overline{DP} \cong \overline{PB}$

الفرضيات اكتب نوع الإثبات المشار إليه.

26. عمودان

المعطيات: $\square GKLM$

المطلوب: $\angle G$ و $\angle K$, $\angle K$ و $\angle L$.

$\angle M$ و $\angle L$ و $\angle G$ (النظرية 11.8)

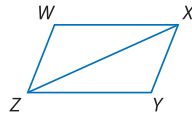


27. عمودان

المعطيات: $\square WXYZ$

المطلوب: $\triangle WXZ \cong \triangle YZX$

(النظرية 11.5)

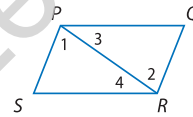


28. عمودان

المعطيات: $\square PQRS$

المطلوب: $\overline{PQ} \cong \overline{RS}$, $\overline{QR} \cong \overline{SP}$

(النظرية 11.3)

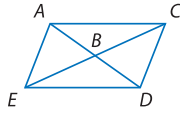


29. فقرة

المعطيات: $\square ACDE$ متوازي أضلاع.

أثبت: \overline{AD} ينصف \overline{EC} .

(النظرية 11.7)

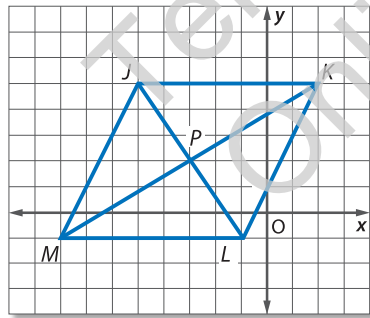


30. الهندسة الإحداثية استخدم التمثيل الموضح.

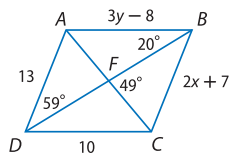
a. استخدم صيغة المسافة لتحديد إذا كان قطرا $JKLM$ ينصفان بعضهما. اشرح.

b. حدد ما إذا كان القطران متطابقين. اشرح.

c. استخدم الميل لتحديد إذا كانت الأضلاع المتتالية متعامدة أم لا. اشرح.



الجبر استخدم $\square ABCD$ لإيجاد كل قياس أو قيمة.



31. x

33. $m\angle AFB$

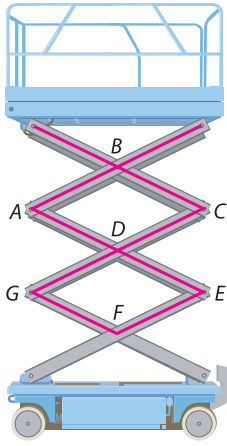
35. $m\angle ACD$

32. y

34. $m\angle DAC$

36. $m\angle DAB$

37. الهندسة الإحداثية $\square ABCD$ يوجد به الرؤوس $A(-3, 5)$ و $B(1, 2)$ و $C(3, -4)$. حدد إحداثيات الرأس D إذا كانت تقع على الشكل الرباعي في الربع الثالث.



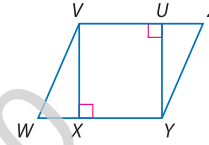
38. علم الميكانيكا الرافعات المقصية هي منصات عمل متعددة الارتفاعات. وإحداها موضحة على اليسار. وفي الرسم التخطيطي، $ABCD$ و $DEFG$ هما متوازي أضلاع متطابقان.

- a. اذكر الزاوية (الزاوية) المتطابقة مع $\angle A$. اشرح استنتاجك.
b. اذكر القطعة (القطع) المستقيمة المتطابقة مع \overline{BC} . اشرح استنتاجك.
a. اذكر الزاوية (الزاوية) المتكاملة مع $\angle C$. اشرح استنتاجك.

البرهان اكتب برهاناً من عمودين.

39 المعطيات: $\square YWVZ$, $\overline{VX} \perp \overline{WY}$, $\overline{YU} \perp \overline{VZ}$

المطلوب: $\triangle YUZ \cong \triangle VXW$



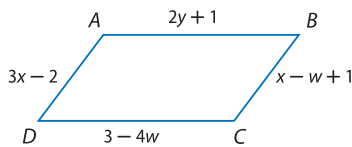
40. تمثيلات متعددة في هذه المسألة، ستستكشف اختبارات متوازي الأضلاع.

- a. هندسياً ارسم ثلاثة أزواج من القطع المستقيمة متطابقة ومتوازية على حدٍ سواء ووصل نقاطها الطرفية لتشكيل أشكال رباعية سمّ الأول باسم $ABCD$. والثاني باسم $MNOP$. والثالث باسم $WXYZ$. فس أضلاع وزوايا الأشكال الرباعية وستهما.
b. جدولياً انسخ الجدول التالي وأكمله.

| متوازي أضلاع | هل الزوايا المتقابلة متطابقة؟ | هل الأضلاع المتقابلة متطابقة؟ | الشكل الرباعي |
|--------------|-------------------------------|-------------------------------|---------------|
| | | | $ABCD$ |
| | | | $MNOP$ |
| | | | $WXYZ$ |

c. لفظياً خنّ الأشكال الرباعية التي بها زوج واحد من القطع المستقيمة يكون متطابقاً ومتوازيًا في وقت واحد.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا



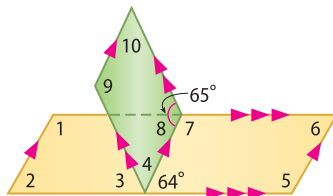
41. تجد $ABCD$ متوازي أضلاع بأطوال أضلاع مشار إليها في الشكل على اليسار. محيط الشكل $ABCD$ يساوي 22. جد AB .

42. الكتابة في الرياضيات اشرح السبب في أن متوازي الأضلاع دائماً يكون شكل رباعي، ولكن الشكل الرباعي يكون أحياناً متوازي أضلاع.

43. مسألة غير محددة الإجابة قدم مثلاً مضاداً لتوضيح أن متوازي الأضلاع ليست دائماً متطابقة إذا كانت أضلاعها المتناظرة متطابقة.

44. الاستنتاج جد $m\angle 1$ و $m\angle 10$ في الشكل على اليسار. اشرح.

45. الكتابة في الرياضيات لخص خصائص أضلاع متوازي الأضلاع وزواياه وقطريه.



تدريب على الاختبارات المعيارية

49. SAT/ACT يوضح الجدول ارتفاعات أعلى النباتات في كنساس سيتي، ميزوري. فما الفارق الإيجابي، مُقَرَّبًا لأقرب جزء من العشرة، بين متوسط البيانات ووسيطها؟

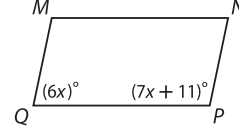
| الارتفاع (m) | الاسم |
|--------------|-----------------------|
| 193 | وان كنساس سيتي بليس |
| 180 | تاون بافيليون |
| 154 | حياة ريجينسي |
| 147 | باور آند لايت بيلدينج |
| 135 | مجلس المدينة |
| 130 | 1201 والنوت |

- A 5
B 6
C 7
D 8
E 10

46. زاويتان متتاليتان في متوازي أضلاع قياسهما $3x + 42$ و $9x - 18$. ما قياسات الزوايا؟

- A 13, 167
B 58.5, 31.5
C 39, 141
D 81, 99

47. إجابة شبكية متوازي الأضلاع $MNPQ$ موضح أدناه. فما قيمة x ؟



48. الجبر صف تاريخ به 32 طالبًا. نسبة الفتيات إلى الفتيان هي 5 إلى 3. بكم تزيد الفتيات على الفتيان؟

- F 2
G 8
H 12
J 15

مراجعة شاملة

بمعلومية قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم، حدد عدد الأضلاع في المضلع.

50. 108

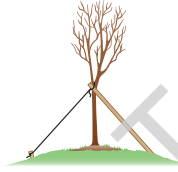
51. 140

52. ≈ 147.3

53. 160

54. 135

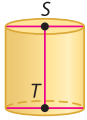
55. 176.4



56. تنسيق الحدائق عندما يزرع منسق الحدائق أشجارًا جديدة، فعادةً ما يدعمون الشجرة باستخدام وتد مربوط بجذع الشجرة. استخدم متباينة SAS أو SSS لشرح السبب في أن هذه طريقة فعالة للحفاظ على الشجرة المزروعة حديثًا عمودية على الأرض. افترض أن الشجرة لا تميل للأمام أو للخلف.

حدد ما إذا كان الجسم هو شكل متعدد الوجوه. ثم حدد هذا الجسم. إذا كان متعدد الوجوه، فاكتب أسماءً للقطوع والأوجه والحواف والرؤوس.

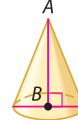
57.



58.



59.



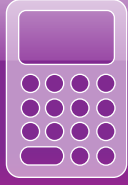
مراجعة المهارات

رؤوس شكل رباعي هي $W(3, -1)$ ، و $X(4, 2)$ ، و $Y(-2, 3)$ ، و $Z(-3, 0)$. حدد ما إذا كانت كل قطعة مستقيمة هي ضلع أو قطر في شكل رباعي، ووجد ميل كل قطعة مستقيمة.

60. \overline{YZ}

61. \overline{YW}

62. \overline{ZW}



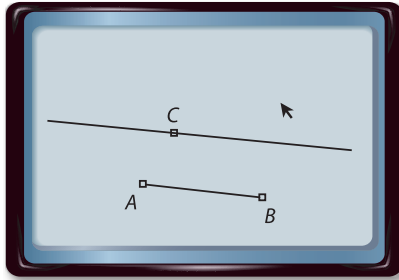
مختبر تقنية التمثيل البياني 2 متوازي الأضلاع

11-3

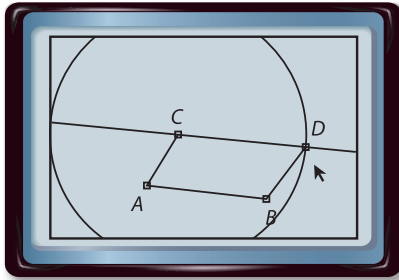
فأولاً

يمكنك استخدام تطبيقٍ خاصٍ على بعض حاسبات التمثيل البياني لاكتشاف خصائص متوازي الأضلاع. المهارسات الرياضية

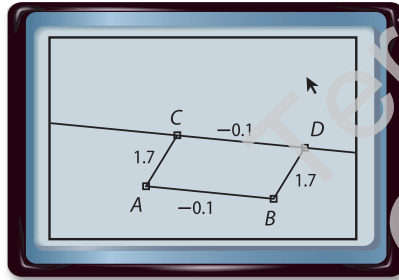
النشاط



الخطوتان 1 و 2



الخطوتان 3 و 4



الخطوة 5

أنشئ شكلاً رباعياً به زوج واحد من الأضلاع المتوازية والمتطابقة معاً.

الخطوة 1 أنشئ قطعة مستقيمة باستخدام أداة القطعة المستقيمة الموجودة بقائمة F2. اكتب اسم القطعة المستقيمة \overline{AB} . هذا هو أحد أضلاع شكل رباعي.

الخطوة 2 استخدم أداة المتوازي الموجودة بقائمة F3 لإنشاء خط مستقيم مواز للقطعة المستقيمة. الضغط على **ENTRY** سيرسم الخط المستقيم ونقطة على هذا الخط. اكتب اسم النقطة C.

الخطوة 3 ادخل إلى أداة المنقلة الموجودة بقائمة F3. ضع المنقلة على طول \overline{AB} . من خلال تحديد نقطة طرفية واحدة من القطعة المستقيمة ثم تحديد النقطة الطرفية الأخرى. أنشئ دائرةً مركزها النقطة C.

الخطوة 4 استخدم أداة نقطة تقاطع الموجودة بقائمة F2 لرسم نقطة عند تقاطع الخط المستقيم مع الدائرة. اكتب اسم النقطة D. ثم استخدم أداة القطعة المستقيمة الموجودة بقائمة F2 لرسم \overline{BD} و \overline{AC} .

الخطوة 5 استخدم أداة إخفاء/إظهار الموجودة بقائمة F5 لإخفاء الدائرة. ثم ادخل إلى أداة الميل ضمن خيار القياس الموجودة بقائمة F5. اعرض ميل كلٍ من \overline{AB} و \overline{BD} و \overline{CD} و \overline{AC} .

تحليل النتائج

1. ما العلاقة بين الضلعين \overline{AB} و \overline{CD} ؟ اشرح كيف عرفت الحل.
2. ما الذي تلاحظه بشأن ميلي الضلعين المتقابلين من شكل رباعي؟ ما نوع رباعي الأضلاع $ABDC$ ؟ اشرح.
3. اضغط على النقطة A واسحبها لتغيير شكل $ABDC$. ما الذي تلاحظه؟
4. خمن بشأن شكل رباعي له زوج من الأضلاع على جهات متعابلة وكلاهما متطابقان ومتوازيان.
5. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء شكل رباعي بحيث يكون كلا زوجي الأضلاع المتعابلة متطابقين. ثم حلل قيم ميل أضلاع الشكل الرباعي. ختن بناءً على ملاحظاتك.

اختبارات متوازي الأضلاع

3-11

الرياضيات

السابق ..

الحالي ..

لماذا؟ ..



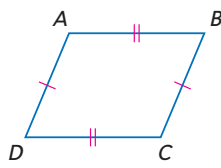
● إيمان وأسماء تُقَطِّعان قصاصات ورقية من ورقة لوحة إعلانات بزواوية لتكوين معرض الرواق الموضح. وسألهم أصدقاؤهما عن كيفية قطعهما للقصاصات بحيث تكون جوانبها متوازية بدون استخدام منقلة. وشرحت أسماء أنه نظرًا لأن ضلعي الورقة الأيسر والأيمن متوازيان، فلم تحتاج سوى التأكد من أن الأضلاع قُطِّعت على نفس امتدادها لضمان أن القصاصات ستُشكِّل متوازي أضلاع.

- تعرّفت على خصائص متوازي الأضلاع وطبقتها.
- 1 التعرف على الشروط التي تضمن أن الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع.
- 2 إثبات أن مجموعة نقاط تُكون متوازي أضلاع في المستوى الإحداثي.

شروط متوازي الأضلاع إذا كان كل زوجي أضلاع متقابلين في شكل رباعي متوازيين، فهو يُعرّف على أنه متوازي أضلاع. هذا ليس الاختبار الوحيد، ولكن يمكن استخدامه لتحديد إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

المهارسات الرياضية
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين التفكير تفكيرًا تجريديًا وكميًا.

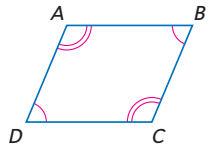
النظريات شروط متوازي الأضلاع



11.9 إذا كان كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي متطابقين، فإنه متوازي أضلاع.

الاختصار إذا كان كل ضلعين متقابلين هما $AB \cong DC$ ، فإن الشكل الرباعي هو \square .

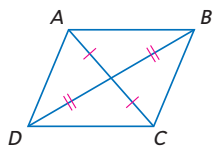
مثال إذا كان $AD \cong BC$ و $AB \cong DC$ ، فإن ABCD هو متوازي أضلاع.



11.10 إذا كان كل زاويتين متقابلتين في شكل رباعي متطابقين، فإنه متوازي أضلاع.

الاختصار إذا كان زاويتين متقابلتين، هما $\angle A \cong \angle C$ ، فإن الشكل الرباعي هو \square .

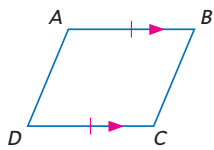
مثال إذا كانت $\angle A \cong \angle C$ و $\angle D \cong \angle B$ ، فإن ABCD متوازي أضلاع.



11.11 إذا كان القطران في الشكل الرباعي ينصفان بعضهما، فإنه متوازي أضلاع.

الاختصار إذا كان القطران ينصفان بعضهما، فإن الشكل الرباعي هو \square .

مثال إذا كان \overline{AC} وكان \overline{DB} ينصفان بعضهما البعض، فإن ABCD متوازي أضلاع.



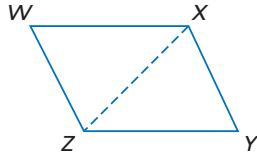
11.12 إذا كان زوج واحد من الأضلاع المتقابلة في شكل رباعي متوازيين ومتطابقين، فإنه متوازي أضلاع.

الاختصار إذا كان زوج واحد من الأضلاع المتقابلة هو \cong وكذلك \parallel ، فإن الشكل الرباعي هو \square .

مثال إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ و $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ ، فإن ABCD هو متوازي الأضلاع.

سُتَبِّت النظريات 11.10 و 11.11 و 11.12 بالتهارين 30 و 32 و 33 على التوالي.

إثبات النظرية 11.9



اكتب فقرة إثبات للنظرية 11.9.

المعطيات: $\overline{WX} \cong \overline{ZY}$, $\overline{WZ} \cong \overline{XY}$

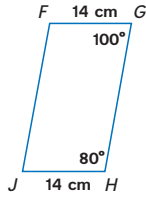
المطلوب: $WXYZ$ هو متوازي أضلاع.

فقرة الإثبات:

النقطتان تحددان خطاً مستقيماً، لذا يمكننا رسم المستقيم مساعد \overline{ZX} لتكوين $\triangle XYZ$ و $\triangle ZWX$. نحن نعرف أن $\overline{WX} \cong \overline{ZY}$ و $\overline{WZ} \cong \overline{XY}$. وكذلك، $\overline{ZX} \cong \overline{ZX}$ من خلال خاصية انعكاس التطابق. إذاً $\triangle ZWX \cong \triangle XYZ$ بتطبيق SSS (تساوي الأضلاع الثلاثة). بتطبيق CPCTC (تطابق الأجزاء المتقابلة في المثلثات)، نجد أن $\angle WZX \cong \angle YXZ$ و $\angle WXZ \cong \angle YZC$. هذا معناه أن $\overline{WX} \parallel \overline{ZY}$ و $\overline{WZ} \parallel \overline{XY}$ بتطبيق معكوس الزوايا الداخلية المتبادلة. الضلعان المتقابلان في $WXYZ$ متوازيان. إذاً وفق التعريف $WXYZ$ هو متوازي أضلاع.

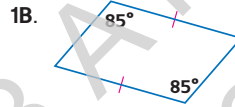
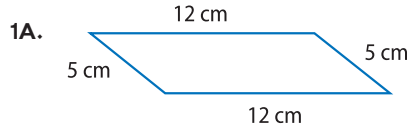
مثال 1 تحديد متوازي الأضلاع

حدد إذا ما كان الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع. برّر إجابتك.



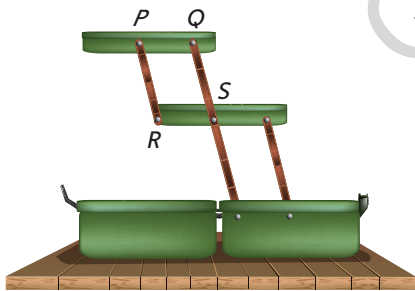
الضلعان المتقابلان \overline{FC} و \overline{JH} متطابقان لأن لهما القياس ذاته. وكذلك، بما أن $\angle GHJ$ و $\angle FGH$ هما زاويتان داخليتان متتاليتان متكاملتان، $\overline{FG} \parallel \overline{JH}$. إذاً بتطبيق النظرية 11.12، فإن $FGHJ$ هو متوازي أضلاع.

تمرين موجه



يمكنك استخدام شروط متوازي الأضلاع لإثبات العلاقات في مواقف من الحياة اليومية.

مثال 2 من الحياة اليومية استخدام متوازي الأضلاع لإثبات العلاقات



صيد الأسماك الرسم التخطيطي يبين منظوراً جانبيّاً لصندوق معدات الصيد على اليسار. في الرسم التخطيطي، $PQ = RS$ و $PR = QS$. اشرح السبب في أن الدرجين العلوي والأوسط يظلان متوازيين بغض النظر عن الارتفاع الذي يُرفع إليه أو يُنزل إليه الدرجان.

بما أن كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي $PQRS$ متطابقان، فإن $PQRS$ متوازي أضلاع بتطبيق النظرية 8.9. بحسب تعريف متوازي الأضلاع، فإن الأضلاع المتقابلة متوازية. إذاً $\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$. إذاً، بغض النظر عن الوضع الرأسي للدرجين، سيظلان دوماً متوازيين.

تمرين موجه

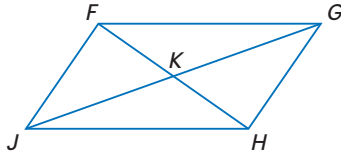
2. اللافات في المثال الموجود في بداية الدرس، اشرح السبب في أن القطع التي صنعتها إيمان وأسماء متوازية.

الربط بالحياة اليومية

صندوق معدات صيد ثنائي أو ثلاثي الدعائم غالباً ما يُستخدم لترتيب الطعوم ولوازم الصيد الأخرى. وترتفع الأدراج لأعلى وللخارج بحيث يسهل الوصول إلى كل الأغراض بالصندوق.

يمكنك كذلك استخدام شروط متوازي الأضلاع بالتزامن مع الجبر لإيجاد القيم المجهولة التي تجعل من الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

مثال 3 استخدام متوازي الأضلاع والجبر لإيجاد القيم



إذا كان $JK = 6y - 2$ و $KG = 4y + 3$ ، و $FK = 3x - 1$ و $KH = 2x + 3$ ، فجد x و y بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

بتطبيق النظرية 8.11، إذا كان القطران في الشكل الرباعي ينصفان بعضهما، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع. إذاً، جـد x بحيث يكون $FK \cong KH$ و جـد y بحيث يكون $JK \cong KG$.

$$FK = KH \quad \text{تعريف } \cong$$

$$3x - 1 = 2x + 3 \quad \text{عوض}$$

$$x - 1 = 3 \quad \text{اطرح } 2x \text{ من كل طرف.}$$

$$x = 4 \quad \text{اجمع 1 لكل طرف.}$$

$$JK = KG \quad \text{تعريف } \cong$$

$$6y - 2 = 4y + 3 \quad \text{عوض}$$

$$2y - 2 = 3 \quad \text{اطرح } 4y \text{ من كل طرف.}$$

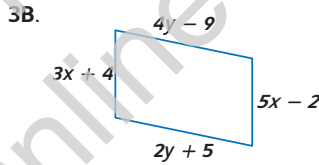
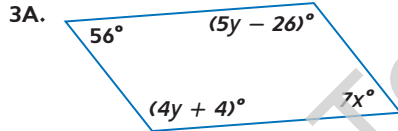
$$2y = 5 \quad \text{اجمع 2 لكل طرف.}$$

$$y = 2.5 \quad \text{اقسم كل طرف على 2.}$$

لذا، عندما تكون $x = 4$ وتكون $y = 2.5$ ، فإن الشكل الرباعي الأضلاع $FGHJ$ هو متوازي أضلاع.

تمرين موجه

جد x و y بحيث يكون كل الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



لقد عرفت شروط متوازي الأضلاع. القائمة التالية تلخص كيفية استخدام الشروط لإثبات أن شكلاً رباعياً ما هو متوازي أضلاع.

ملخص المفهوم

برهن على أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع

- توضح أن كل ضلعين متقابلين متوازيان. (التعريف)
- توضح أن كل ضلعين متقابلين متطابقان. (النظرية 11.9)
- توضح أن كل زاويتين متقابلتين متطابقان. (النظرية 11.10)
- توضح أن القطرين ينصفان بعضهما. (النظرية 11.11)
- توضح أن زوج الضلعين المتقابلين متوازيان ومتطابقان في نفس الوقت. (النظرية 11.12)

أفتبه!

متوازي الأضلاع في المثال 3. إذا كانت $x = 4$ ، فإن y ينبغي أن تساوي 2.5 حتى يكون $FGHJ$ متوازي أضلاع. بمعنى آخر، إذا كانت $x = 4$ وكانت $y = 1$ ، فإن $FGHJ$ ليس متوازي أضلاع.

2 متوازي الأضلاع على المستوى الإحداثي يمكننا استخدام قوانين المسافة، والميل ونقطة المنتصف لتحديد ما إذا كان الشكل الرباعي في المستوى الإحداثي هو متوازي أضلاع.

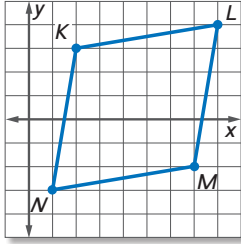
نصيحة دراسية

قانون نقطة المنتصف

لتوضيح أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع، يمكنك أيضًا استخدام قانون نقطة المنتصف. إذا كانت نقطة المنتصف لكل قطر هي نفس النقطة، فإن القطرين ينصفان بعضهما.

مثال 4 متوازي الأضلاع والهندسة الإحداثية

الهندسة الإحداثية مثل الشكل الرباعي $KLMN$ بيانًا باستخدام الرؤوس $K(2, 3)$ و $L(8, 4)$ و $N(1, -3)$ و $M(7, -2)$ حدد إذا ما كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع. علل إجابتك باستخدام قانون الميل.



إذا كان الضلعان المتقابلان في الشكل الرباعي متوازيين، فإنه متوازي أضلاع.

$$\overline{KL} = \frac{4-3}{8-2} = \frac{1}{6} \text{ أو } \frac{1}{6}$$

$$\overline{NM} = \frac{-2-(-3)}{7-1} = \frac{1}{6}$$

$$\overline{KN} = \frac{-3-3}{1-2} = \frac{-6}{-1} = 6$$

$$\overline{LM} = \frac{-2-4}{7-8} = \frac{-6}{-1} = 6$$

بما أن الضلعين المتقابلين لهما الميل نفسه، فإن $\overline{KN} \parallel \overline{LM}$ و $\overline{KL} \parallel \overline{NM}$. ولهذا، فإن $KLMN$ هو متوازي أضلاع حسب التعريف.

تمرين موجّه

حدد ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع. علل إجابتك باستخدام القانون المعطى.

4A. $A(3, 3)$, $B(8, 2)$, $C(6, -1)$, $D(1, 0)$ قانون المسافة

4B. $F(-2, 4)$, $G(4, 2)$, $H(4, -2)$, $J(-2, -1)$ قانون نقطة المنتصف

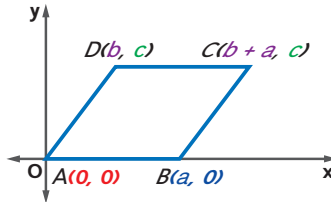
لقد تعلّمت أن الإحداثيات المتغيرة يمكن تعيينها لرؤوس المثلثات. ثم استخدمت قوانين المسافة والميل ونقطة المنتصف لكتابة الإثباتات الإحداثية للنظريات ويمكن فعل المثل مع الأشكال الرباعية.

مثال 5 متوازي الأضلاع والإثباتات الإحداثية

اكتب إثباتًا إحصائيًا للعبارة التالية.

إذا كان زوج واحد من الأضلاع المتقابلة في شكل رباعي متوازيًا ومتطابقًا، فإن الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع.

الخطوة 1 ضع الشكل الرباعي $ABCD$ على المستوى الإحداثي بحيث يكون $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ و $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$.



• ابدأ بوضع الرأس A على نقطة الأصل.

• لنفترض أن \overline{AB} بطول عدد a من الوحدات. إذًا، لـ B الإحداثيات $(a, 0)$.

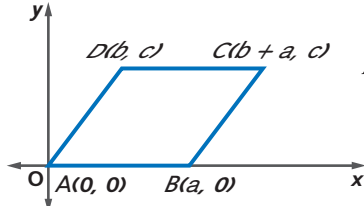
• بما أن القطع المستقيمة متوازية، فضع النقطتين الطرفيتين للقطعة \overline{DC} بحيث يكون لهما نفس الإحداثي c .

• بحيث تكون المسافة من النقطة D إلى النقطة C هي أيضًا بعدد a من الوحدات، ولنفترض أن

الإحداثي x الذي يخص D سيكون b والذي يخص C سيكون $b + a$.

مراجعة المفردات

الإثبات الإحصائي الإثبات الذي يستخدم الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر لإثبات مفاهيم هندسية



استخدام الشكل الخاص بك لكتابة إثبات.

الخطوة 2

المعطيات: شكل رباعي $ABCD$ و $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ و $\overline{AB} \cong \overline{DC}$.
المطلوب: $ABCD$ متوازي أضلاع.

الإثبات الإحداثي:

حسب التعريف، الشكل الرباعي متوازي أضلاع، إذا كان ضلعاه المتقابلان متوازيين. ونحن نعرف أن $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. إذاً فنحن بحاجة فقط إلى توضيح أن $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$.
استخدام قانون الميل.

$$\overline{AD} = \frac{c-0}{b-0} = \frac{c}{b} \quad \text{الميل الذي يخص } \overline{AD} = \frac{c-0}{b-0} = \frac{c}{b}$$

$$\overline{BC} = \frac{c-0}{b+a-a} = \frac{c}{b} \quad \text{الميل الذي يخص } \overline{BC} = \frac{c-0}{b+a-a} = \frac{c}{b}$$

بما أن \overline{AD} و \overline{BC} لهما الميل نفسه، فإن $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$. إذاً، فالشكل الرباعي $ABCD$ هو متوازي أضلاع لأن الضلعين المتقابلين متوازيان.

تمرين موجود

5. اكتب إثباتاً إحدائياً لهذه العبارة: إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن ضلعيه المتقابلين متطابقان.

الربط بتاريخ الرياضيات

رينيه ديكارت

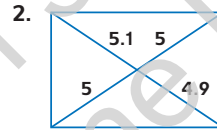
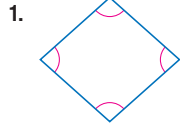
(1596-1650)

رينيه ديكارت كان عالم رياضيات فرنسياً وكان أول من استخدم شبكة إحداثية. وقيل إنه فكر لأول مرة في وضع نقطة على مستوى مع زوج من النقاط حينما كان يشاهد ذبابة على السقف، ولكن هذه تُعد خرافة.

التحقق من فهمك

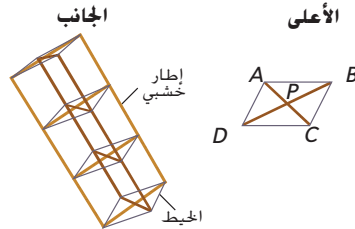
مثال 1

حدد إذا ما كان كل الشكل الرباعي متوازي أضلاع. علل إجابتك.



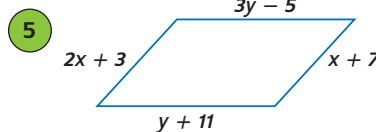
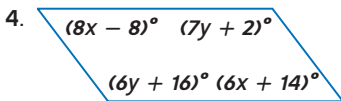
مثال 2

3. **الطائرات الورقية** تصنع أمانى الطائرة الورقية الموضحة أدناه، وهي ترغب في التأكد من أن الخيط الموجود حول الإطار الخاص بها يشكل متوازي أضلاع قبل أن تُثبّت المواد عليه. فكيف يمكنها استخدام قياسات الأقسام الخشبية من الإطار لإثبات أن الخيط يُكوّن متوازي أضلاع؟ اشرح استنتاجك.



مثال 3

الجبر جد x و y بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



مثال 4

الهندسة الإحداثية مثل بيانًا كل شكل رباعي باستخدام الرؤوس المعطاة. حدد إذا ما كان الشكل هو متوازي أضلاع. علل إجابتك بالطريقة المشار إليها.

6. قانون الميل: $A(-2, 4)$, $B(5, 4)$, $C(8, -1)$, $D(-1, -1)$

7. قانون نقطة المنتصف: $W(-5, 4)$, $X(3, 4)$, $Y(1, -3)$, $Z(-7, -3)$

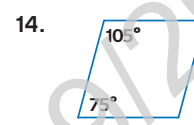
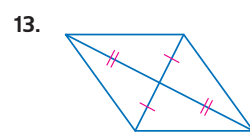
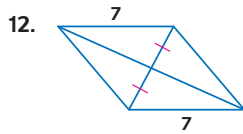
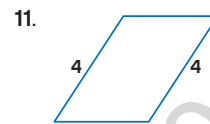
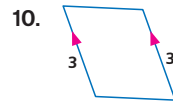
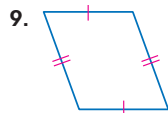
8. اكتب إثباتًا إحدائيًا للعبارة: إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن قطريه ينصفان بعضهما.

مثال 5

التمرين وحل المسائل

مثال 1

الفرضيات حدد ما إذا كان كل شكل رباعي متوازي أضلاع. علل إجابتك.

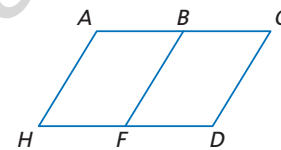
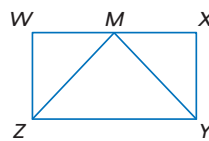


مثال 2

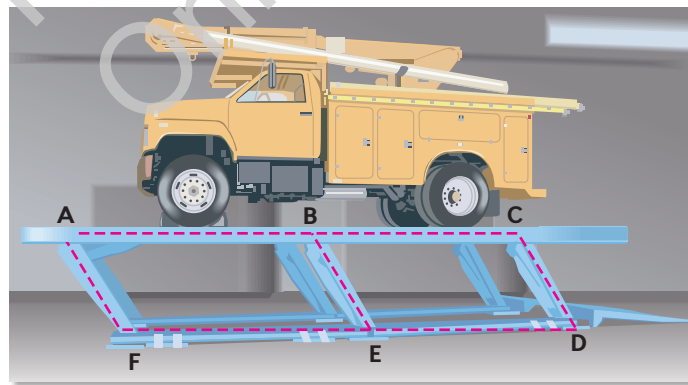
15. الإثبات إذا كان $ACDH$ هو متوازي أضلاع.

B هي نقطة منتصف AC ، والنقطة F نقطة منتصف HD . اكتب نتائج لإثبات أن $ABFH$ متوازي الأضلاع.

16. الإثبات إذا كان $WXYZ$ هو متوازي أضلاع، والنقطة M هي نقطة المنتصف WX اكتب فقرة إثبات أن ZMY هو مثلث متساوي الساقين.

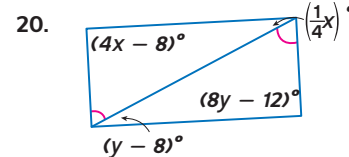
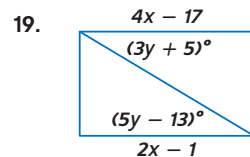
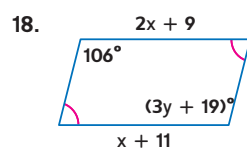


17. إصلاح الارتفاعات المتوازية تُستخدم لرفع المركبات الكبيرة لصيانتها وفي الرسم التخطيطي، $ABEF$ و $BCDE$ هما متوازي أضلاع. اكتب إثباتًا من عمودين لتوضيح أن $ACDF$ هو أيضًا متوازي أضلاع.

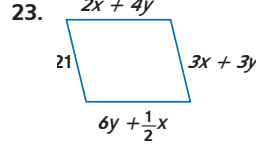
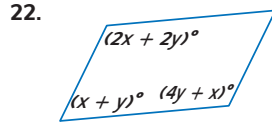
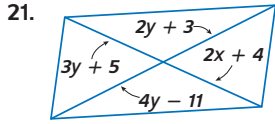


مثال 3

الجبر جد x و y بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



الجبر جد x و y بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



الهندسة الإحداثية مثل بياناً كل شكل رباعي باستخدام الرؤوس المعطاة. حدد ما إذا كان الشكل متوازي أضلاع أم لا. برّر إجابتك بالطريقة المشار إليها.

مثال 4

24. قانون الميل: $A(-3, 4), B(4, 5), C(5, -1), D(-2, -2)$

25. قانون المسافة: $J(-4, -4), K(-3, 1), L(4, 3), M(3, -3)$

26. قانون الميل: $V(3, 5), W(1, -2), X(-6, 2), Y(-4, 7)$

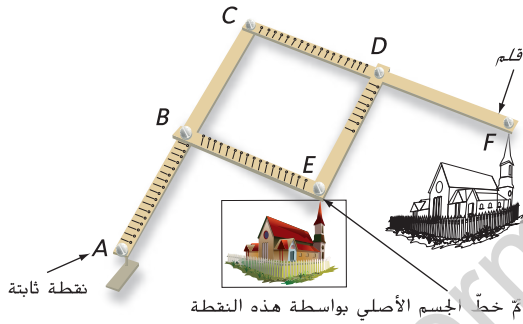
27. قانون المسافة والميل: $Q(2, -4), R(4, 3), S(-3, 6), T(-5, -1)$

28. اكتب إثباتاً إحدائياً للعبارة: إذا كان كل ضلعين متقابلين في شكل رباعي متطابقين، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

مثال 5

29. اكتب إثباتاً إحدائياً للعبارة: إذا احتوى متوازي أضلاع على زاوية واحدة قائمة، فإن به أربع زوايا قائمة.

30. الإثبات اكتب بقرة إثبات للنظرية 11.10.



31. المنسّاخ المنسّاخ هو أداة يمكن استخدامها لنسخ غرض ما وتكبيره أو تصغيره بناءً على أبعاد المنسّاخ.

a. إذا كان $\overline{AC} \cong \overline{CF}, \overline{AB} \cong \overline{CD} \cong \overline{BE}$ ، وكان $\overline{DF} \cong \overline{DE}$ ، فاكتب بقرة برهان لتوضيح أن $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$.

b. مقياس الغرض المنسوخ هو نسبة CF إلى BE . إذا كان AB بطول 30.5 cm، وكان DF بطول 20.3 cm، وعرض الغرض الأصلي هو 14 cm، فما عرض النسخة؟

البرهان اكتب برهاناً من عمودين.

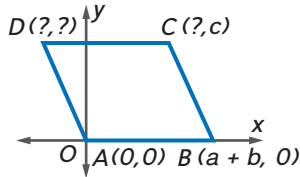
33. النظرية 11.12

32. النظرية 11.11

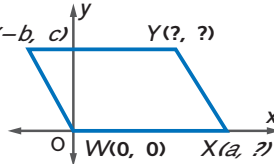
34. الإنشاء اشرح كيف يمكنك استخدام النظرية 11.11 لإنشاء متوازي أضلاع. ثم أنشئ متوازي أضلاع باستخدام طريقتك.

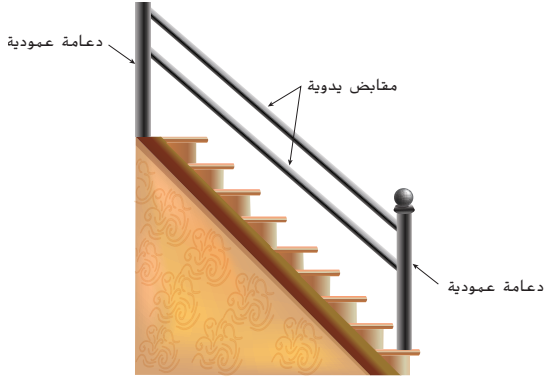
الاستنتاج اذكر اسم الإحداثيات المفقودة لكل متوازي أضلاع.

35

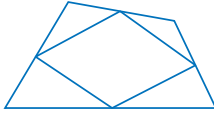


36.





37 **الصيانة** أثناء استبدال درابزين الدرج، يستخدم المقاول زاوية النجار لتأكيد أن الدعامات الرأسية متعامدة على الدرجة العلوية والأرض، على التوالي. كيف يمكن للمقاول أن يثبت أن كلا الدرابزينين متوازٍ باستخدام أقل عدد من عمليات القياس؟ افترض أن الدرجة العلوية والأرض مستويتان.



38 **الإثبات** اكتب إثباتًا إحدائيًا لإثبات أن القطع المستقيمة التي تربط نقاط منتصف أضلاع أي شكل رباعي تُشكّل متوازي أضلاع.

| المستطيل | الضلع | الطول |
|----------|-----------------|-------|
| ABCD | \overline{AC} | |
| | \overline{BD} | |
| MNOP | \overline{MO} | |
| | \overline{NP} | |
| WXYZ | \overline{WY} | |
| | \overline{XZ} | |

39 **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، ستستكشف خواص المضلعات، المستطيل هو شكل رباعي زوايا قائمة.

a. **هندسيًا** ارسم ثلاثة مستطيلات بأطوال وعروض متنوعة. اكتب اسم أحد المستطيلات ABCD، والثاني MNOP، والثالث WXYZ. ارسم قطري كل مستطيل.

b. **جدوليًا** قس الأقطار في كل مستطيل، وأكمل الجدول على اليسار.

c. **لفظيًا** اكتب تخمينًا بشأن قطري مستطيل.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

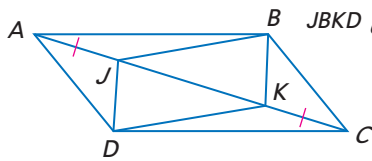
40. **تحديد** قطرا متوازي أضلاع يلتقيان عند النقطة (0, 1). تقع إحدى رؤوس متوازي الأضلاع عند النقطة (2, 4). ورأس آخر تقع عند النقطة (3, 1). جسد أماكن الرؤوس المتبقية.

41. **الكتابة في الرياضيات** قارن وقابل بين النظرية 11.9 والنظرية 11.3.

42. **الفرضيات** إذا كان لمتوازي أضلاع أربع زوايا متناظرة ومتطابقة، فهل تكون هذه المتوازيات متطابقة أحيانًا، أم دائمًا، أم لا تكون على الإطلاق؟

43. **مسألة** غير محددة الإجابة ضع متوازيًا واكتب اسمه على المستوى الإحدائي بشكل يختلف عما هو موضح في أي من المثال 5 أو التمرين 35 أو التمرين 36.

44. **تحديد** إذا كان ABCD متوازي أضلاع وكان $\overline{AJ} \cong \overline{KC}$ ، فوضح أن الشكل الرباعي JBKD هو متوازي أضلاع.



45. **الكتابة في الرياضيات** كيف يمكنك إثبات أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع؟

تدريب على الاختبارات المعيارية

48. الجبر كان متوسط سرعة قيادة أسامة في رحلة مدتها 5 ساعات 58 km/h. وأثناء الساعات الثلاث الأولى، قاد بسرعة 50 km/h. فماذا كان متوسط سرعته بالكيلومترات في الساعة خلال الساعتين الأخيرتين من رحلته؟

- F 70 H 60
G 66 J 54

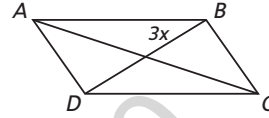
49. SAT/ACT متوازي أضلاع له رؤوس عند النقاط (0, 0) و (3, 5) و (0, 5) و (3, 0). فما إحداثيات الرأس الرابعة؟ E

- A (0, 3) D (0, -3)
B (5, 3) E (3, 0)
C (5, 0)

46. إذا كان الضلعان \overline{AB} و \overline{DC} في الشكل الرباعي $ABCD$ متوازيين، فأى معلومات إضافية ستكفي لإثبات أن الشكل الرباعي $ABCD$ هو متوازي أضلاع؟

- A $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ C $\overline{AC} \cong \overline{BD}$
B $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ D $\overline{AD} \cong \overline{BC}$

47. إجابة قصيرة الشكل الرباعي $ABCD$ موضح أدناه. AC بقيمة 40 و BD بقيمة $\frac{3}{5}AC$. \overline{BD} ينصف \overline{AC} . بالنسبة إلى عند أي قيمة لـ x سيكون $ABCD$ متوازي أضلاع؟



مراجعة شاملة

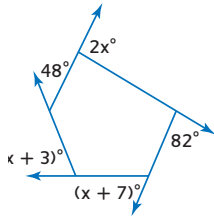
الهندسة الإحداثية جـ إحداثيات تقاطع قطري $\square ABCD$ باستخدام الرؤوس المعطاة.

50. $A(-3, 5)$, $B(6, 5)$, $C(5, -4)$, $D(-4, -4)$

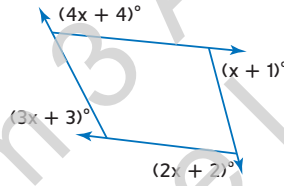
51. $A(2, 5)$, $B(10, 7)$, $C(7, -2)$, $D(-1, -4)$

جد قيمة x .

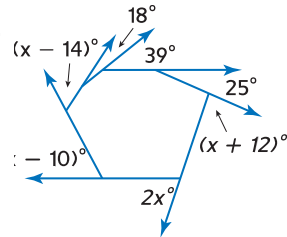
52.



53.



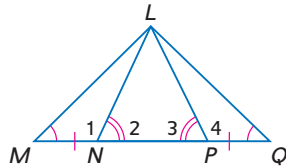
54.



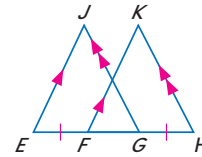
55. اللياقة البدنية فضى أيمن في الصالة الرياضية أكثر من ساعتين بقليل. وقد سبح عدة مرات في السبح وتمرن باستخدام الأوزان. أثبت أنه أدى أحد هذه الأنشطة لأكثر من ساعة.

الإثبات اكتب برهاناً تسلسلياً.

57. المعطيات: $\angle M \cong \angle Q$ $\angle 2 \cong \angle 3$ $\overline{MN} \cong \overline{PQ}$
المطلوب: $\triangle MLP \cong \triangle QLN$



56. المعطيات: $\overline{EJ} \parallel \overline{FK}$, $\overline{JG} \parallel \overline{KH}$, $\overline{EF} \cong \overline{GH}$
المطلوب: $\triangle EJG \cong \triangle FKH$



مراجعة المهارات

استخدم الميل لتحديد ما إذا كان XY و YZ متعامدين أم غير متعامدين.

58. $X(-2, 2)$, $Y(0, 1)$, $Z(4, 1)$

59. $X(4, 1)$, $Y(5, 3)$, $Z(6, 2)$

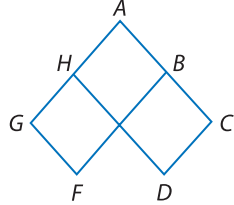
اختبار منتصف الوحدة

الدروس من 11-1 إلى 11-3

19. البرهان اكتب برهاناً من عمودين. (الدرس 11-2)

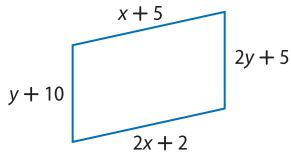
المعطيات: $\square GFBA$ و $\square HACD$

المطلوب: $\angle F \cong \angle D$

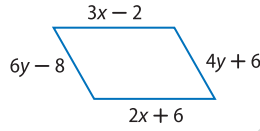


جد x و y بحيث يكون كل شكل رباعي متوازي أضلاع. (الدرس 11-3)

20.



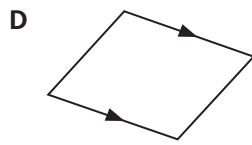
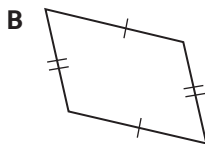
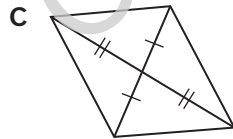
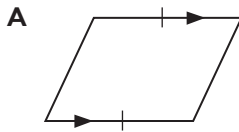
21.



22. الموسيقى لماذا تكون لوحة المفاتيح المدعومة بسيقان مرتبطة عند نقطة المنتصف دائماً موازية للأرض؟ (الدرس 11-3)



23. الاختيار من متعدد أي من الأشكال الرباعية التالية ليست متوازي أضلاع؟ (الدرس 11-3)



الهندسة الإحداثية حدد ما إذا كان الشكل متوازي أضلاع أم لا. علل إجابتك بالطريقة المشار إليها. (الدرس 11-3)

24. صيغة A(-6, -5), B(-1, -4), C(0, -1), D(-5, -2) المسافة

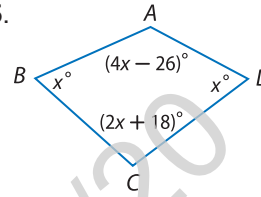
25. صيغة الميل Q(-5, 2), R(-3, -6), S(2, 2), T(-1, 6)

جد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدد. (الدرس 11-1)

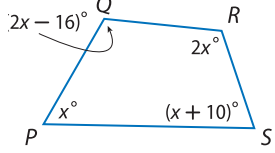
1. خماسي
2. سباعي الأضلاع
3. شكل ثماني عشر
4. شكل ثلاثي عشري

جد قياس كل زاوية داخلية. (الدرس 11-1)

5.



6.

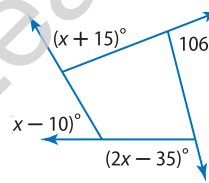


تم إعطاء مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع عيادي. جد عدد الأضلاع في المضلع. (الدرس 11-1)

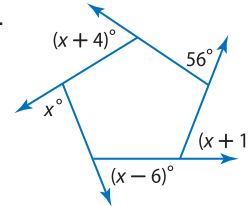
7. 720
8. 1260
9. 1800
10. 4500

جد قيمة x في كل رسم تخطيطي. (الدرس 11-1)

11.

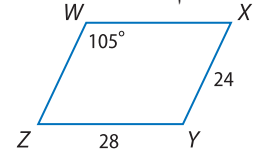


12.

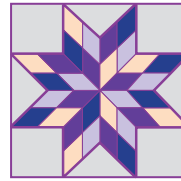


استخدم الشكل $\square WXYZ$ لإيجاد كل قياس. (الدرس 11-2)

13. $m\angle WZY$
14. WZ
15. $m\angle XYZ$

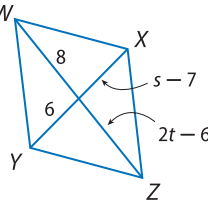


16. التصميم صف طريقتين لضمان أن قطع التصميم الموجودة على اليسار ستلائم مع بعضها بشكل صحيح. (الدرس 11-2)

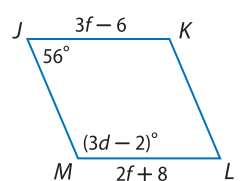


الجبر جد قيمة كل متغير في كل متوازي أضلاع. (الدرس 11-2)

17.



18.



المستطيل

11-4

التمرين



لماذا؟

الحالي

السابق

- 1 التعرف على خصائص المستطيل وتطبيقها.
 - 2 تحديد ما إذا كانت متوازي الأضلاع مستطيل.
- بدر مسؤول عن تصميم ديكور مسرحية مدرسية. وهو يحتاج إلى ابتكار منظر مدخل على الجدار الصلب خفيف الوزن. وسيكون المدخل على شكل مستطيل بعرض 36 in وبطول 80 in. فكيف لبدر أن يتأكد أنه يقوم بطلاء مستطيل؟

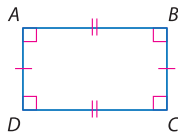
- لقد استخدمت خصائص متوازي الأضلاع وحددت إذا ما كانت الأشكال الرباعية متوازي أضلاع.

المفردات الجديدة مستطيل (rectangle)

الممارسات الرياضية

بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين. استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.

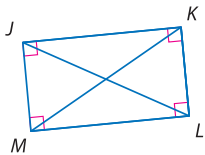
1 خصائص المستطيل المستطيل هو متوازي أضلاع بأربع زوايا قائمة. حسب التعريف، يتسم المستطيل بالخصائص التالية.



المستطيل ABCD

- كل الزوايا الأربع زوايا قائمة.
 - الأضلاع المتقابلة متوازية ومتطابقة.
 - الزوايا المتقابلة متطابقة.
 - الزوايا المتتالية متكاملة.
 - القطران ينصفان بعضهما.
- وبالإضافة لهذا، قطرا المستطيل متطابقان.

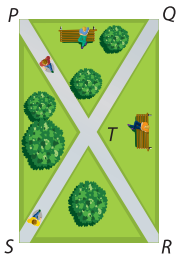
النظرية 11.13 أقطار المستطيل



إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً، فإن قطريه متطابقان.
الرمز المختصر إذا كان مستطيلاً، فإن قطراه هما \cong .
مثال إذا كان $\square JKLM$ مستطيلاً، فإن $\overline{JL} \cong \overline{MK}$.

سوف تُثبت النظرية 11.13 في التمرين 33

مثال 1 من الحياة اليومية استخدام خصائص المستطيل



تمرين متنزه مستطيل الشكل به مساران للمشي كما هو موضح. إذا كان $PS = 180$ m وكان $PR = 200$ m، فجد QT .

$$\overline{QS} \cong \overline{PR} \quad \text{إذا كان } \square \text{ مستطيلاً، فإن قطراه هما } \cong.$$

$$QS = PR \quad \text{تعريف التطابق}$$

$$QS = 200 \quad \text{عوض}$$

بما أن PQRS مستطيل، إذاً فهو متوازي أضلاع. قطرا متوازي الأضلاع ينصفان بعضهما، إذاً $QT = ST$.

$$QT + ST = QS \quad \text{جمع القطع المستقيمة}$$

$$QT + QT = QS \quad \text{عوض}$$

$$2QT = QS \quad \text{بسّط}$$

$$QT = \frac{1}{2}QS \quad \text{اقسم كل طرف على 2}$$

$$QT = \frac{1}{2}(200) \text{ or } 100 \quad \text{عوض}$$

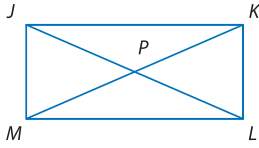
تمرين موجّه

1B. إذا كان $m\angle PRS = 64$ ، فجد $m\angle SQR$.

1A. إذا كان $TS = 120$ m، فجد PR .

يمكنك استخدام خصائص المستطيل وكذلك الجبر لإيجاد القيم المفقودة.

مثال 2 استخدام خصائص المستطيل والجبر



الجبر الشكل الرباعي JKLM مستطيل. إذا كان
 $m\angle KJL = 2x + 4$ وكان $m\angle JLK = 7x + 5$ فجد x .

بما أن $JKLM$ مستطيل، فإن له أربع زوايا قائمة. إذًا، $m\angle MLK = 90$.
 بما أن المستطيل متوازي أضلاع، فإن أضلاعه المتقابلة متوازية.
 الزوايا الداخلية المتبادلة في الخطوط المتوازية متطابقة.
 إذًا $\angle JLM \cong \angle KJL$ و $m\angle JLM = m\angle KJL$.

$$m\angle JLM + m\angle JLK = 90$$

$$m\angle KJL + m\angle JLK = 90$$

$$2x + 4 + 7x + 5 = 90$$

$$9x + 9 = 90$$

$$9x = 81$$

$$x = 9$$

جمع الزوايا

عوّض

عوّض

تجميع الحدود المشابهة.

اطرح 9 من كل طرف.

اقسم كل طرف على 9.

تمرين موجّه

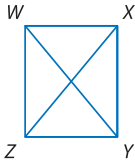
2. انظر الشكل الموضح في المثال 2. إذا كان $JP = 3y - 5$ وكان $MK = 5y + 1$ فجد y .

نصيحة دراسية

الزوايا القائمة تذكّر من النظرية 11-5 أنه إذا كان متوازي الأضلاع به زاوية قائمة واحدة، فإن به أربع زوايا قائمة.

2 أثبت أن متوازي الأضلاع مستطيل عكس النظرية 11.13 هو أيضًا صحيح.

النظرية 11.14 أقطار المستطيل



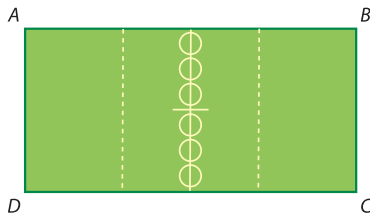
إذا كان القطران في متوازي الأضلاع متطابقان، فإن متوازي الأضلاع هذا عبارة عن مستطيل.

الرمز المختصر إذا كان قطرا \square هما \cong فإن \square هو عبارة عن مستطيل.

مثال إذا كان $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$ في $\square WXYZ$ ، فإن $\square WXYZ$ هو عبارة عن مستطيل.

سوف تثبت النظرية 11.14 في التمرين 34.

مثال 3 من الحياة اليومية تقديم علاقات المستطيل



لعبة كرة التنادي مركز ترفيهي اجتماعي أنشأ ملعبًا في الهواء الطلق للعب كرة التنادي. وللتأكد من أنه يستوفي متطلبات الملعب المثالي، قام بقياس أضلاع الملعب وقطره. إذا كان $AB = 18.3$ m وكان $BC = 9.2$ m وكان $CD = 18.3$ m وكان $AD = 9.2$ m، وكان $AC = 20.4$ m، وكان $BD = 20.4$ m، فاشرح كيف يمكن للمركز الترفيهي التأكد من أن الملعب مستطيل الشكل.

بما أن $AB = CD$ و $BC = AD$ و $AC = BD$ ، إذًا $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{BC} \cong \overline{AD}$ و $\overline{AC} \cong \overline{BD}$. نظرًا لأنّ $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{BC} \cong \overline{AD}$ ، إذًا $ABCD$ هو متوازي أضلاع. بما أن $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ و $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{BC} \cong \overline{AD}$ ، فإن $ABCD$ مستطيل.

الربط بالحياة اليومية

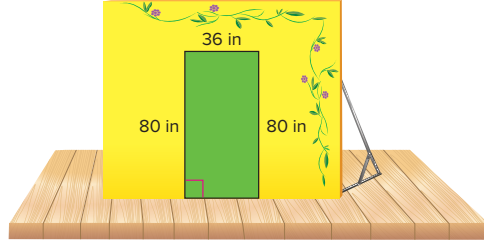
لعبة كرة التنادي تُلعب على ملعب مستطيل الشكل قياساته المثالية بطول 18.3 m وعرض 9.2 m. يُقسّم الملعب إلى قسمين متساويين بخط المنتصف وخطوط الهجوم التي تبعد 3 m عن خط المنتصف ومتوازية معه. المصدر: الجمعية الوطنية لكرة التنادي للهواة.

الربط بالحياة اليومية

مسرح شباب الفسيفساء في ديترويت، بولاية ميشيغان، هو برنامج احترافي للتدريب على أداء الفنون للشباب في الأعمار من 12 وحتى 18 عامًا. ويشترك الطلاب في كل أشكال الأداء، بما فيها تصميم الديكور والإضاءة، وبناء الديكور وإدارة خشبة المسرح والصوت والملابس.

تمرين موجّه

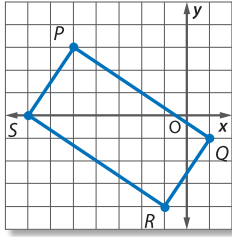
3. تصميم ديكور المسرحية ارجع إلى بداية الدرس. بدر بقياس أضلاع الشكل الخاص به ويؤكد أن لها نفس القياسات المرغوبة كما هو موضح. وباستخدام زاوية النجار فهو يؤكد أيضًا أن قياس الركن السفلي الأيسر هو زاوية قائمة. هل يمكنه استنتاج أن الشكل مستطيل؟ اشرح.



يمكنك أيضًا استخدام خصائص المستطيل لإثبات أن متوازي الأضلاع الموجود على مستوى إحداثي هو مستطيل باستخدام إحداثيات الرؤوس.

مثال 4 المستطيل والهندسة الإحداثية

الهندسة الإحداثية الشكل الرباعي PQRS له الرؤوس $P(-5, 3)$ و $Q(1, -1)$ و $R(-1, -4)$ و $S(-7, 0)$. حدد ما إذا كان PQRS مستطيلًا أم لا باستخدام قانون المسافة.



الخطوة 1 استخدم قانون المسافة لتحديد ما إذا كان PQRS هو متوازي أضلاع عن طريق تحديد ما إذا كانت الأضلاع المتقابلة متطابقة.

$$PQ = \sqrt{(-5 - 1)^2 + [3 - (-1)]^2} = \sqrt{52}$$

$$RS = \sqrt{[-1 - (-7)]^2 + (-4 - 0)^2} = \sqrt{52}$$

$$PS = \sqrt{[-5 - (-7)]^2 + (3 - 0)^2} = \sqrt{13}$$

$$QR = \sqrt{[1 - (-1)]^2 + [-1 - (-4)]^2} = \sqrt{13}$$

بما أن الأضلاع المتقابلة في الشكل الرباعي لها نفس القياس. إذا فهي متطابقة. إذا، الشكل الرباعي PQRS متوازي أضلاع.

الخطوة 2 حدد إذا ما كان قطرا PQRS متطابقين.

$$PR = \sqrt{[-5 - (-1)]^2 + [3 - (-4)]^2} \text{ أو } \sqrt{65}$$

$$QS = \sqrt{[1 - (-7)]^2 + (-1 - 0)^2} \text{ أو } \sqrt{65}$$

بما أن القطرين لهما القياس نفسه فهما متطابقان. إذا، PQRS يُعد مستطيلًا.

تمرين موجّه

4. الشكل الرباعي JKLM له الرؤوس $J(-10, 2)$ و $K(-8, -6)$ و $L(5, -3)$ و $M(2, 5)$. حدد إذا ما كان JKLM مستطيلًا باستخدام قانون الميل.

نصيحة دراسية

المستطيل ومتوازي الأضلاع كل مستطيل متوازي أضلاع. وليس بالضرورة كل متوازي أضلاع هو مستطيل.

مثال 3

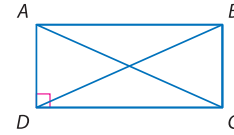
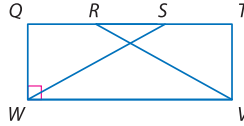
البرهان اكتب برهاناً من عمودين.

20. المعطيات: $ABCD$ هو مستطيل. 21. المعطيات: $QTVW$ هو مستطيل.

$$\overline{QR} \cong \overline{ST}$$

$$\triangle ADC \cong \triangle BCD$$

المطلوب: $\triangle SWQ \cong \triangle RVT$



مثال 4

الهندسة الإحداثية مثل بيانياً كل الشكل الرباعي باستخدام الرؤوس المعطاة. حدد ما إذا كان الشكل مستطيلاً. برّر إجابتك باستخدام القانون المشار إليه.

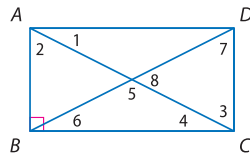
22. قانون الميل: $W(-2, 4), X(5, 5), Y(6, -2), Z(-1, -3)$

23. قانون المسافة: $J(3, 3), K(-5, 2), L(-4, -4), M(4, -3)$

24. قانون المسافة: $Q(-2, 2), R(0, -2), S(6, 1), T(4, 5)$

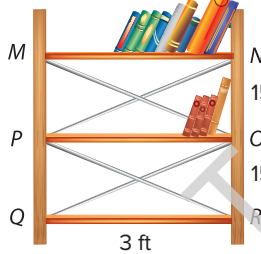
25. قانون الميل: $G(1, 8), H(-7, 7), J(-6, 1), K(2, 2)$

الشكل الرباعي $ABCD$ هو مستطيل. جـد كل القياسات إذا كان $m\angle 2 = 40$.



26. $m\angle 1 = 50$ 27. $m\angle 7$ 28. $m\angle 3$
 29. $m\angle 5 = 80$ 30. $m\angle 6$ 31. $m\angle 8$

32. التصحيح أمل تصنع رفّاً جديداً للكتب باستخدام دعائم خشبية ومعدنية مثل الدعامة الموضحة في الصورة. لأي طول عليها أن تقطع الدعائم المعدنية حتى يصبح رف الكتب مستطيلاً. مما يعني أن الزوايا التي تشكلها الرفوف والدعائم الرأسية كلها زوايا قائمة؟ اشرح تبريرك.



البرهان اكتب برهاناً من عمودين.

33. النظرية 8.13 34. النظرية 11.14

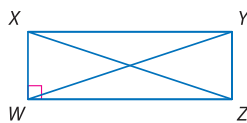
الإثبات اكتب فترة إثبات لكل عبارة.

35. إذا احتوى متوازي أضلاع على زاوية واحدة قائمة، فإنه يكون مستطيلاً.

36. إذا احتوى متوازي أضلاع على أربع زوايا قائمة، فإنه يكون مستطيلاً.

37. الإنشاء أنشئ مستطيلاً باستخدام إنشاء قطع مستقيمة متطابقة وإنشاء مستقيم متعامد على مستقيم آخر يمر عبر نقطة على المستقيم. علل كل خطوة من الإنشاء.

38. الرياضة يبلغ عرض المنطقة الطرفية من ملعب كرة قدم 48.8 m ويبلغ طولها 9.2 m. بلال مسؤول عن طلاء خطوط الملعب. وقد انتهى من طلاء المنطقة الطرفية. اشرح كيف يمكن لبلال تأكيد أن المنطقة الطرفية بحجم موافق للقانون ويتأكد أنها كذلك مستطيل باستخدام شريط قياس فقط.

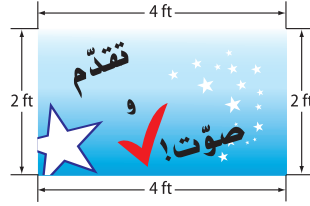


الجبر الشكل الرباعي $WXYZ$ هو مستطيل.

39. إذا كان $XW = 3$, $WZ = 4$, وكان $XZ = b$. فجد YW .

40. إذا كان $XZ = 2c$ وكان $ZY = 6$ وكان $XY = 8$. فجد WY .

41. **العلامات** العلامة أدناه موجودة في بهو مدرسة آمنة. وبناءً على الأبعاد المعطاة، هل تستطيع آمنة التأكد من أن العلامة مستطيلة؟ اشرح استدلالك.



الإثبات اكتب إثباتاً إحدائياً لكل عبارة.

42. قطرا المستطيل متطابقان.

43. إذا كان قطرا متوازي الأضلاع متطابقين، إذا فهو مستطيل.

44. **التهليلات المتعددة** في هذه المسألة، ستستكشف الخصائص الأخرى لمتوازي الأضلاع الخاصة.

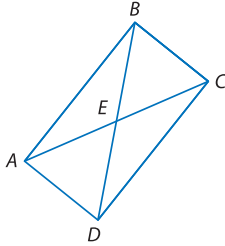
- a. هندسياً ارسم ثلاثة متوازيات أضلاع، كلٌّ منهم له أضلاع متطابقة. أطلق على أحد متوازيات الأضلاع اسم ABCD، والثاني اسم MNOP، والثالث اسم WXYZ. ارسم قطري كل متوازي أضلاع واكتب اسم التقاطعات R.
- b. جدولياً استخدم منقلة لقياس الزوايا المناسبة وأكمل الجدول أدناه.

| متوازي أضلاع | ABCD | | MNOP | | WXYZ | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| الزاوية | $\angle ARB$ | $\angle BRC$ | $\angle MRN$ | $\angle NRO$ | $\angle WRX$ | $\angle XRY$ |
| قياس الزاوية | | | | | | |

c. لفظياً خنّ بشأن قطري متوازي الأضلاع الذي به أربعة أضلاع متطابقة.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

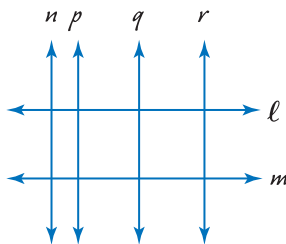
45. تحدّ في المستطيل ABCD، و $m\angle EAB = 4x + 6$ و $m\angle DEC = 10 - 11y$ و $m\angle EBC = 60$ جـد قيمتي x و y



46. **التفكير النقدي** بثينة تقول إن أي مثلثين حادي الزاوية متطابقين يمكن ترتيبهما لتشكيل مستطيل. بدرية تقول إن المثلثين قائمي الزاوية المتطابقين فقط يمكن ترتيبهما لتشكيل مستطيل. فهل أيٌّ منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

47. **الاستنتاج** في الرسم التخطيطي على اليسار، الخطوط n، p، q، و r هي خطوط متوازية والخطان l و m متوازيان. كم عدد المستطيل المتكونة بواسطة الخطوط المتقاطعة؟

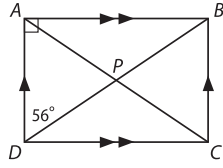
48. **مسألة غير محددة** الإجابة اكتب معادلات أربعة خطوط بها تقاطعات تُشكّل رؤوس مستطيل. تحقق من إجابتك باستخدام الهندسة الإحداثية.



49. **الكتابة في الرياضيات** لماذا كل مستطيل متوازي أضلاع، ولكن ليس كل متوازي أضلاع مستطيل؟ اشرح.

تدريب على الاختبارات المعيارية

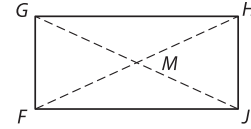
52. إجابة قصيرة ما قياس $\angle APB$ ؟



53. SAT/ACT إذا كانت p فردية، فأَي مما يلي يجب أن يكون أيضًا فرديًا؟

- A $2p$
- B $2p + 2$
- C $\frac{p}{2}$
- D $2p - 2$
- E $p + 2$

50. إذا كان $FJ = -3x + 5y$ ، و كان $FM = 3x + y$ ، وكان $GH = 11$ وكان $GM = 13$ ، فما قيمتا x و y التي تجعل من متوازي الأضلاع $FGHJ$ مستطيلًا؟



- A $x = 3, y = 4$
- B $x = 4, y = 3$
- C $x = 7, y = 8$
- D $x = 8, y = 7$

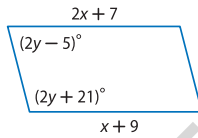
51. الجبر ملعب مستطيل محاط بسور طوله 80 m. أحد أضلاع الملعب أطول بـ 10 m من الضلع الآخر. أي من المعادلات التالية يمكن استخدامها لإيجاد r ، الضلع الأقصر من الملعب؟

- F $10r + r = 80$
- G $4r + 10 = 80$
- H $r(r + 10) = 80$
- J $2(r + 10) + 2r = 80$

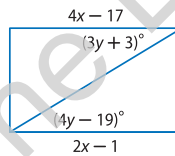
مراجعة شاملة

الجبر جـ x و y بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

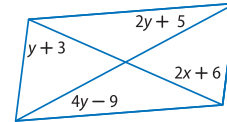
54.



55.



56.



57. الهندسة الإحداثية جـ إحداثيات تقاطع قطري $ABCD$ باستخدام الرؤوس $A(1, 3)$ و $B(6, 2)$ و $C(4, -2)$ و $D(-1, -1)$.

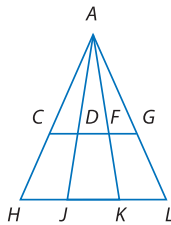
راجع الشكل الموجود على اليسار.

58. إذا كان $\overline{AC} \cong \overline{AF}$ ، فاذكر اسمي زاويتين متطابقتين.

59. إذا كان $\angle AHJ \cong \angle AJH$ ، فاذكر اسمي قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

60. إذا كان $\angle AJL \cong \angle ALJ$ ، فاذكر اسمي قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

61. إذا كان $\overline{JA} \cong \overline{KA}$ ، فاذكر اسمي زاويتين متطابقتين.



مراجعة المهارات

جـ المسافة بين كل زوج من النقاط.

62. $(4, 2), (2, -5)$

63. $(0, 6), (-1, -4)$

64. $(-4, 3), (3, -4)$

المعيّن والمربع

11-5

السابق ..

الحالي ..

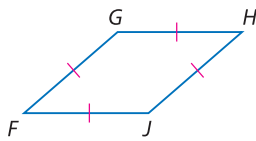
لماذا؟ ..



- تُعبأ بعض الفواكه والمكسرات والخضروات باستخدام أكياس مصنوعة من شبكات أنبوبية معيّنة الشكل. وتُستعمل شبكات من النايلون لها أشكال مماثلة لأغراض المرمى في ألعاب رياضية مثل كرة القدم والهوكي وكرة القدم الأمريكية. ويعد المعيّن والمربع كلاهما نوعين من متوازي الأضلاع متساوية الأضلاع.

- 1 التعرف على خواص المعيّن والمربع وتطبيقها.
- 2 تحديد ما إذا كان الشكل الرباعي مستطيلاً أم معيّناً أم مربع.

- لقد قمت بتحديد ما إذا كانت الشكل الرباعي متوازي أضلاع أم مستطيل أم كليهما.



1 خواص المعيّن والمربع المعيّن

هو عبارة عن متوازي أضلاع له أربعة أضلاع متطابقة. ويتصف المعيّن بجميع خواص متوازي الأضلاع والخاصيتين الإضافيتين المذكورتين في النظرية أدناه.

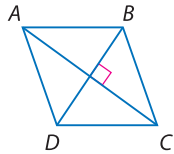
المفردات الجديدة

معيّن (rhombus)
مربع (square)

المهارسات الرياضية

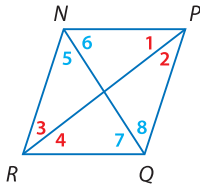
- بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.
- التفكير بطريقة تجريدية وكمية.

نظريات



11.15 إذا كان متوازي الأضلاع معيّن، فإن قطريه متعامدين.

مثال إذا كان $ABCD$ معيّن، فإن $\overline{AC} \perp \overline{BD}$.

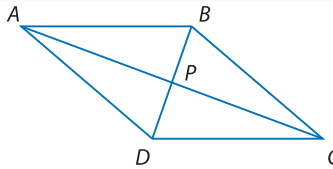


11.16 إذا كان متوازي الأضلاع معيّن، فإن كل قطر ينصف زوجاً من الزوايا المتقابلة.

مثال إذا كان $NPQR$ معيّن، فإن $\angle 1 \cong \angle 2$ ، و $\angle 3 \cong \angle 4$ ، و $\angle 5 \cong \angle 6$ ، و $\angle 7 \cong \angle 8$.

سوف تثبت النظرية 11.16 في التمرين 34.

إثبات النظرية 11.15



المعطيات: $ABCD$ هو معيّن.

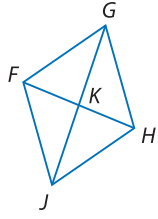
المطلوب: $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

فقرة الإثبات:

بما أن $ABCD$ معيّن، فإنه وفق التعريف $\overline{AB} \cong \overline{BC}$. المعيّن هو متوازي أضلاع فيه القطران ينصفان بعضهما البعض، إذا \overline{BD} ينصف \overline{AC} عند P . لذلك، $\overline{AP} \cong \overline{PC}$ ، $\overline{BP} \cong \overline{BP}$. بتطبيق خاصية الانعكاس، إذا $\triangle APB \cong \triangle CPB$ بتطبيق SSS (تساوي الأضلاع الثلاثة). $\angle APB \cong \angle CPB$ بتطبيق $CPCTC$ (تطابق الأجزاء المتقابلة في المثلثات المتطابقة). $\angle APB$ و $\angle CPB$ تشكلان زاوية مستقيمة كذلك. الزاويتان المتطابقتان اللتان تشكلان زاوية مستقيمة تكونان زاويتين قائمتين. $\angle APB$ هي زاوية قائمة، لذا $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ وفق تعريف المستقيمتين المتعامدة.

قراءة في الرياضيات
المعيّن صيغة جمع المعين هي المعينات.

مثال 1 استخدام خواص المعين



يتقاطع قطرا المعين $FGHI$ عند K . استخدم المعلومات المعطاة لإيجاد جميع القياسات أو القيم.

a. إذا كان $m\angle FJH = 82$. فجد $m\angle KHJ$.

بما أن $FGHI$ معين. فإن القطر \overline{JG} ينصف $\angle FJH$.

لذلك. $m\angle KJH = \frac{1}{2}m\angle FJH$. إذا $m\angle KJH = \frac{1}{2}(82)$ أو 41 .

بما أن قطري المعين متعامدان. فإن $m\angle JKH = 90$ حسب تعريف المستقيمت المتعامدة.

نظرية مجموع زوايا المثلث $m\angle KJH + m\angle JKH + m\angle KHJ = 180$

$41 + 90 + m\angle KHJ = 180$ عوّض

$131 + m\angle KHJ = 180$ بسّط

$m\angle KHJ = 49$ اطرح 131 من كل طرف

b. الجبر إذا كان $GH = x + 9$ و $JH = 5x - 2$. فجد x .

$\overline{GH} \cong \overline{JH}$ حسب التعريف. جميع أضلاع المعين متطابقة.

$GH = JH$ تعريف التطابق

$x + 9 = 5x - 2$ عوّض

$9 = 4x - 2$ اطرح x من كل طرف.

$11 = 4x$ اجمع 2 إلى كل طرف.

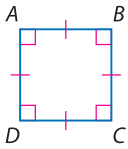
$2.75 = x$ اقسّم كل طرف على 4.

تمرين موجه

ارجع إلى المعين $FGHI$ أعلاه.

1A. إذا كان $FK = 5$ و $FG = 13$. فجد KJ .

1B. الجبر إذا كان $m\angle JFK = 6y + 7$ و $m\angle KFG = 9y - 5$. فجد y .



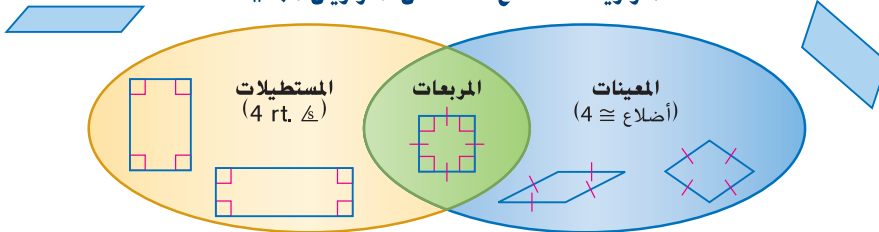
المربع ABCD

المربع هو متوازي أضلاع له أربعة أضلاع وأربع زوايا قائمة متطابقة. تذكر أن متوازي الأضلاع الذي له أربع زوايا قائمة هو المستطيل ومتوازي الأضلاع الذي له أربعة أضلاع متطابقة هو المعين. لذلك. متوازي الأضلاع الذي يكون مستطيلاً ومعيناً معاً. يكون عبارة عن مربع كذلك.

يلخص مخطط فن العلاقات بين متوازي الأضلاع والمعين والمستطيل والمربع

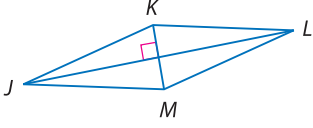
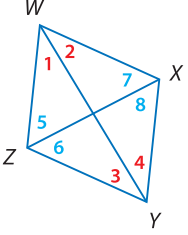
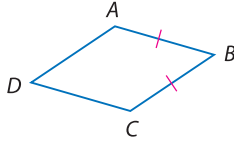
ملخص المفهوم متوازي الأضلاع

متوازيات الأضلاع (الأضلاع المتوازيان هما ||)



جميع خواص متوازي الأضلاع والمستطيل والمعين تنطبق على المربع. على سبيل المثال، قطرا المربع ينصفان بعضهما البعض (متوازي الأضلاع)، ويكونان متطابقين (المستطيل)، ومتعامدين (المعين).

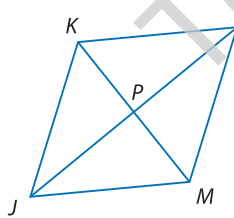
2 أثبت أن الشكل الرباعي معين أو مربع توفر النظريات أدناه حالات للمعين والمربع.

| نظريات حالات للمعين والمربع | |
|--|--|
|  | <p>11.17 إذا كان القطران في متوازي الأضلاع متعامدين، فهو عبارة عن معين. (عكس النظرية. 11.15)</p> <p>مثال إذا كان $\overline{JL} \perp \overline{KM}$، فإن $\square JKLM$ عبارة عن معين.</p> |
|  | <p>11.18 إذا كان أحد قطري متوازي الأضلاع ينصف زوجًا من الزوايا المتقابلة، فهو عبارة عن معين. (عكس النظرية. 11.16)</p> <p>مثال إذا كان $\angle 1 \cong \angle 2$ و $\angle 3 \cong \angle 4$، أو $\angle 5 \cong \angle 6$ و $\angle 7 \cong \angle 8$، فإن $\square WXYZ$ معين.</p> |
|  | <p>11.19 إذا كان أحد أوج الأضلاع المتتالية في متوازي الأضلاع مستطيلًا، فإن متوازي الأضلاع عبارة عن معين.</p> <p>مثال إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{BC}$، فإن $\square ABCD$ عبارة عن معين.</p> |
| <p>11.20 إذا كان الشكل الرباعي مستطيل ومعين معًا، فإنه مربع.</p> | |

سوف تثبت أن النظريات 11.17-11.20 هي التمارين 35-38 على التوالي.

يمكنك استخدام خواص المعين والمربع لكتابة الإثباتات.

مثال 2 الإثباتات استخدام خواص المعين والمربع



اكتب فقرة إثبات.

المعطيات: $\square JKLM$ هو عبارة عن متوازي أضلاع.

$\triangle JKL$ متساوي الساقين.

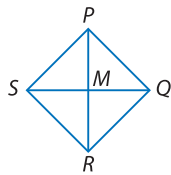
المطلوب: $\square JKLM$ معين.

فقرة الإثبات:

بما أنه من المعلوم أن $\triangle JKL$ متساوي الساقين، فإن $\overline{KL} \cong \overline{JK}$ حسب التعريف. وهما عبارة عن ضلعين متجاورين لمتوازي الأضلاع المبين $\square JKLM$. إذًا، حسب النظرية 11.19، فإن $\square JKLM$ معين.

تمرين موجه

2. اكتب فقرة إثبات.



المعطيات: \overline{SQ} هو المنصف المتعامد للقطر \overline{PR} .

\overline{PR} هو المنصف المتعامد للقطر \overline{SQ} .

$\triangle RMS$ متساوي الساقين.

المطلوب: $\square PQRS$ عبارة عن مربع.

نصيحة دراسية

منهوض خاطئ شائع

لا تنطبق النظريات 8.17 و 8.18 و 8.19 إلا في حالة معرفتك المسبقة بأن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

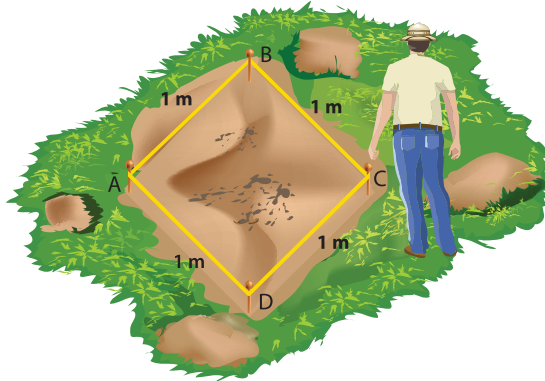
نصيحة دراسية

مثلثات متطابقة

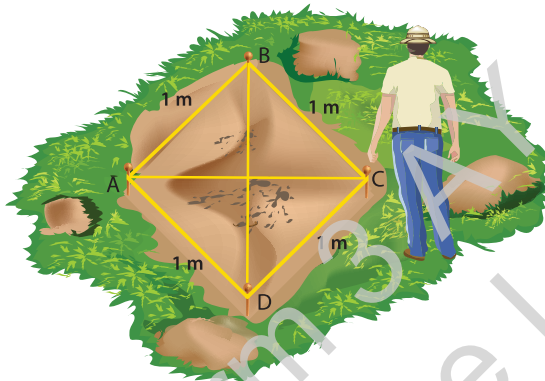
بما أن المعين لديه أربعة أضلاع متطابقة، فإن أحد القطرين يقسم المعين إلى مثلثين متطابقين متساوي الأضلاع. ارسم قطرين يقسمان المعين إلى أربعة مثلثات متطابقة قائمة الزاوية.

مثال 3 من الحياة اليومية استخدام الحالات للمعين والمربع

علم الآثار إن مفتاح التنقيب الناجح للموقع الأثري هو رسم الخرائط بدقة. فكيف يمكن لعلماء الآثار التيقن من أن المنطقة التي حدودها عبارة عن مربع أبعاده 1 m في 1 m؟



كل ضلع من الشكل الرباعي $ABCD$ يبلغ قياسه 1 m. بما أن الأضلاع المقابلة متطابقة، فإن $ABCD$ عبارة عن متوازي أضلاع. بما أن الضلعين المتتاليين لـ $ABCD$ متطابقان، فإن الشكل عبارة عن معين. إذا كان يمكن لعلماء الآثار توضيح أن $ABCD$ عبارة عن مستطيل أيضًا، إذًا حسب النظرية 11.20، $ABCD$ هو عبارة عن مربع.

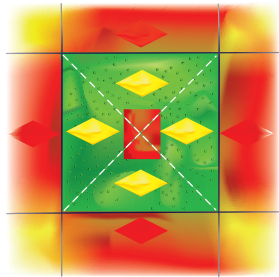


إذا كان القطران في متوازي الأضلاع متعامدين، فإن متوازي الأضلاع هذا عبارة عن معين. لذا، إذا قاس علماء الآثار طول الحبل المطلوب لتشكيل كل من القطرين، ووجدوا أن الطولين متساويان، فإن $ABCD$ مربع.

تمرين موجّه

3. **خياطة الألفنة** تُصمم حصّة لحافًا به مربعات مثل المربع المبين.

- A.** فإذا كانت حصّة تحدد قطري كل قطعة صفراء وتحرص على أن يكون كل زوج من الأقطار متعامدًا، فهل يمكنها استنتاج أن كل قطعة صفراء عبارة عن معين؟ اشرح.
- B.** إذا كان لجميع الزوايا الأربع للقطعة الخضراء نفس القياس وللضلعين السفلي والأيسر نفس القياس، فهل يمكنها استنتاج أن كل قطعة خضراء عبارة عن مربع؟ اشرح.



في الوحدة 3، أنت استخدمت الهندسة الإحداثية لتصنيف المثلثات. ويمكن استخدام الهندسة الإحداثية أيضًا لتصنيف الأشكال الرباعية.



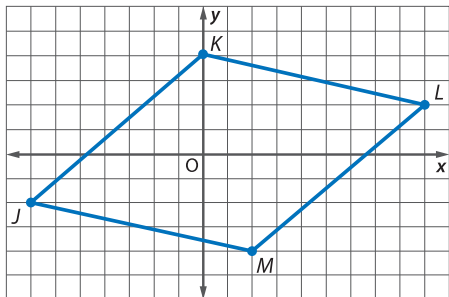
الربط بالحياة اليومية

علم الآثار هو دراسة التحف الأثرية التي توفر معلومات بشأن حياة البشر وأنشطتهم في الماضي. بما أن البشر لم يبدؤوا في الكتابة سوى قبل 5000 عام تقريبًا، فإن المعلومات عن الفترات التي تسبق هذا الزمن يتعين جمعها من الأشياء التي يجدها علماء الآثار.

المصدر: الموسوعة البريطانية

مثال 4 تصنيف الأشكال الرباعية باستخدام الهندسة الإحداثية

هندسة إحداثية حدد ما إذا كان $\square JKLM$ ذو الرؤوس $J(-7, -2)$ ، و $K(0, 4)$ ، و $L(9, 2)$ ، و $M(2, -4)$ عبارة عن معين، أو مستطيل، أو مربع. حدد كل ما ينطبق. اشرح.



الفهم عيّن الرؤوس على مستوى إحداثي وصلها.

يبدو من التمثيل البياني أن متوازي الأضلاع له أربعة أضلاع متطابقة ولكن ليس له زوايا قائمة. لذا، يبدو أن الشكل عبارة عن معين، ولكن ليس مربعاً أو مستطيلاً.

التخطيط إذا كان قطرا متوازي الأضلاع متطابقين، فإنه مستطيل. إذا كان القطران متعامدين، فإن متوازي الأضلاع عبارة عن معين. إذا كان القطران متطابقين ومتعامدين معاً، فمتوازي الأضلاع عبارة عن مستطيل ومعين ومربع.

الحل الخطوة 1 استخدم قانون المسافة لمقارنة طول القطرين.

$$KM = \sqrt{(2-0)^2 + (-4-4)^2} = \sqrt{68} \text{ أو } 2\sqrt{17}$$

$$JL = \sqrt{[9-(-7)]^2 + [2-(-2)]^2} = \sqrt{272} \text{ أو } 4\sqrt{17}$$

بما أن $4\sqrt{17} \neq 2\sqrt{17}$ ، فالقطران غير متطابقين. لذا، $\square JKLM$ لا يعد مستطيلاً. بما أن الشكل ليس مستطيلاً فهو لا يمكن أن يكون أيضاً مربعاً.

الخطوة 2 استخدم قانون الميل لتحديد ما إذا كان القطران متعامدين.

$$\text{ميل } \overline{KM} = \frac{-4-4}{2-0} = \frac{-8}{2} = -4 \text{ أو } \overline{KM} = -4$$

$$\text{ميل } \overline{JL} = \frac{2-(-2)}{9-(-7)} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} \text{ أو } \overline{JL} = \frac{1}{4}$$

بما أن ناتج ضرب ميلي القطرين يساوي -1 ، فالقطران متعامدين. لذا $\square JKLM$ عبارة عن معين.

تحقق من أن $JK = \sqrt{[4-(-2)]^2 + [0-(-7)]^2} = \sqrt{85}$ أو $KL = \sqrt{(9-0)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{85}$

$$JK = \sqrt{[4-(-2)]^2 + [0-(-7)]^2} = \sqrt{85}$$

$$KL = \sqrt{(9-0)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{85}$$

لذا، $\square JKLM$ معين وفق النظرية 8.20.

$$\text{بما أن ميل } \overline{JK} = \frac{4-(-2)}{0-(-7)} = \frac{6}{7} \text{ أو } \overline{JK} = \frac{6}{7} \text{ ميل } \overline{KL} = \frac{2-4}{9-0} = \frac{-2}{9} \text{ أو } \overline{KL} = \frac{-2}{9}$$

وناتج ضرب هذين الميلى ليس -1 ، فإن الضلعين المتتاليين \overline{JK} و \overline{KL} غير متعامدين. لذلك، $\angle JKL$ ليست زاوية قائمة. لذا، $\square JKLM$ ليس مستطيلاً أو مربعاً. ✓

تمرين موجه

4. بمعلومية $J(5, 0)$ ، و $K(8, -11)$ ، و $L(-3, -14)$ ، و $M(-6, -3)$. حدد ما إذا كان متوازي الأضلاع $JKLM$ معين، أم مستطيل، أم مربع. حدد كل ما ينطبق. اشرح.

نصيحة لحل المسائل

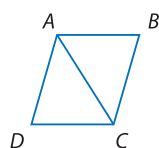
رسم تمثيل بياني عند تحليل شكل ما باستخدام الهندسة الإحداثية، فارسم الشكل للمساعدة على صياغة استنتاج وكذلك للمساعدة على التحقق من صحة الإجابة التي حصلت عليها جبرياً.

نصيحة دراسية

المربع والمعين كل مربع يكون معيناً، ولكن ليس بالضرورة أن يكون كل معين مربعاً.

التحقق من فهمك

مثال 1



الجبر الشكل الرباعي ABCD معين. جسد جميع القيم أو القياسات.

1. إذا كان $m\angle BCD = 64$ فجد $m\angle BAC$.

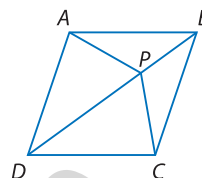
2. إذا كان $AB = 2x + 3$ و $BC = x + 7$ فجد CD .

4. **ألعاب** تتألف رقعة الشطرنج أدناه من 64 مربعًا متطابقًا باللون الأسود والأحمر. استخدم هذه المعطيات لإثبات أن رقعة الشطرنج نفسها عبارة عن مربع.



الأمثلة 2-3

3. **الإثبات** اكتب إثباتًا من عمودين لإثبات إذا ما كان $ABCD$ عبارة عن معين له القطر DB . إذا فإن $AP \cong CP$.



مثال 4

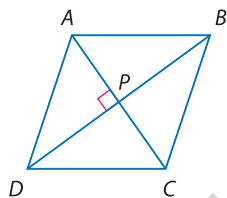
الهندسة الإحداثية بالنظر إلى كل مجموعة من الرؤوس، حدد إذا ما كان $QRST$ عبارة عن معين، أو مستطيل، أو مربع. حدد كل ما ينطبق. اشرح.

6. $Q(-2, -1), R(-1, 2), S(4, 1), T(3, -2)$

5. $Q(1, 2), R(-2, -1), S(1, -4), T(4, -1)$

التمرين وحل المسائل

مثال 1



الجبر الشكل الرباعي ABCD معين. جسد جميع القيم أو القياسات.

7. إذا كان $AB = 14$ فجد BC .

8. إذا كان $m\angle BCD = 54$ فجد $m\angle BAC$.

9. إذا كان $AP = 3x - 1$ و $PC = x + 9$ فجد AC .

10. إذا كان $DB = 2x - 4$ و $PB = 2x - 9$ فجد PD .

11. إذا كان $m\angle ABC = 2x - 7$ و $m\angle BCD = 2x + 3$ فجد $m\angle DAB$.

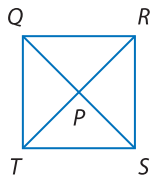
12. إذا كان $m\angle DPC = 3x - 15$ فجد x .

الفرضيات اكتب إثباتًا من عمودين.

مثال 2

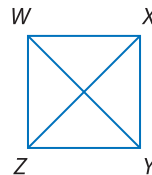
14. **المعطيات:** $QRST$ عبارة عن متوازي أضلاع.
 $\overline{TR} \cong \overline{QS}, m\angle QPR = 90$

المطلوب: $QRST$ عبارة عن مربع.



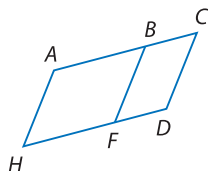
13. **المعطيات:** $\overline{WZ} \parallel \overline{XY}, \overline{WX} \parallel \overline{ZY}$
 $\overline{WZ} \cong \overline{ZY}$

المطلوب: $WXYZ$ عبارة عن معين.



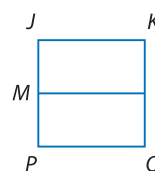
16. **المعطيات:** $ACDH$ و $BCDF$ عبارة عن متوازي أضلاع.
 $\overline{BF} \cong \overline{AB}$

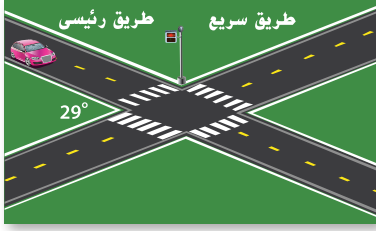
المطلوب: $ABFH$ عبارة عن معين.



15. **المعطيات:** $JKQP$ عبارة عن مربع.
 \overline{ML} ينصف \overline{JP} و \overline{KQ} .

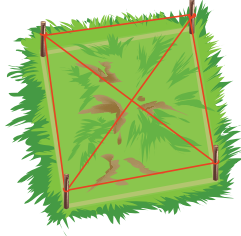
المطلوب: $JKLM$ عبارة عن متوازي أضلاع.





17. **الطرق** يتقاطع الشارع الرئيسي والطريق السريع كما يظهر في الرسم التخطيطي. كل معبر مشاة له الطول نفسه. صنف الشكل الرباعي الذي تشكله معابر المشاة. اشرح استنتاجك.

مثال 3



18. **التمثيل** وضعت منسقة حدائق حدودًا لمساحة حديقة مستطيلة الشكل كما هو مبين. وحرصت على أن يكون كل ضلع من أضلاع الشكل الرباعي الذي شكلته بالتحديد، متطابقًا وأن القطرين متعامدان. هل هذه المعلومات كافية لتكون منسقة الحدائق متأكدة من أن الحديقة عبارة عن مربع؟ اشرح تبريرك.

19. $J(-4, -1), K(1, -1), L(4, 3), M(-1, 3)$ **الهندسة الإحداثية** بالنظر إلى كل مجموعة من الرؤوس، حدد إذا ما كان $\square JKLM$ عبارة عن معين، أو مستطيل، أو مربع. حدد كل ما ينطبق. اشرح.

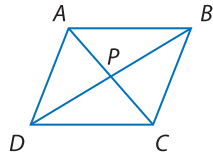
مثال 4

19. $J(-4, -1), K(1, -1), L(4, 3), M(-1, 3)$

20. $J(-3, -2), K(2, -2), L(5, 2), M(0, 2)$

21. $J(-2, -1), K(-4, 3), L(1, 5), M(3, 1)$

22. $J(-1, 1), K(4, 1), L(4, 6), M(-1, 6)$



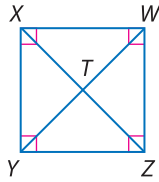
23. AP **ABCD** عبارة عن معين. إذا كان $AB = 15$, $PB = 12$ ، و $m\angle ABD = 24$ ، فجد جميع القياسات.

23. AP

24. CP

25. $m\angle BDA$

26. $m\angle ACB$



27. ZX **WXYZ** عبارة عن مربع. إذا كان $WT = 3$ ، فجد جميع القياسات.

27. ZX

28. XY

29. $m\angle WTZ$

30. $m\angle WYX$

صنف كل شكل رباعي.



33



32



31

الإثبات اكتب فقرة إثبات.

36. النظرية 11.18

35. النظرية 11.17

34. النظرية 11.16

38. النظرية 11.20

37. النظرية 11.19

الإثبات استخدم القطرين لإنشاء كل شكل. علل كل عملية إنشاء.

40. مربع

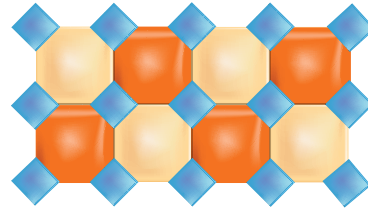
39. معين

الإثبات اكتب إثباتًا إحداثيًا لكل عبارة.

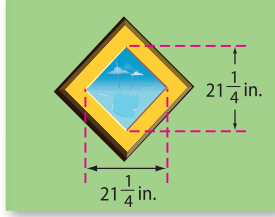
41. قطرًا المربع متعامدان.

42. القطع المستقيمة التي تصل نقاط منتصف أضلاع المستطيل تشكل معينًا.

43. **تصميم** يتألف نمط البلاط أدناه من أشكال ثمانية و رباعية. صنف الأشكال الرباعية في هذا النمط. اشرح استنتاجك.



44. **إصلاح** مطلوب استبدال اللوح الزجاجي للنافذة المبيته. ما اللوح الزجاجي البديل؟



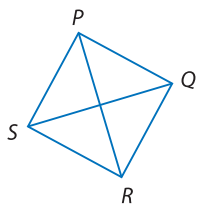
45. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف خواص طائرات ورقية تكون في أشكال رباعية لها زوجان مختلفان من الأضلاع المتطابقة المجاورة.

- a. **هندسيًا** ارسم ثلاث طائرات ورقية لها أطوال أضلاع مختلفة. قم بتسمية إحدى الطائرات الورقية $ABCD$ ، وأخرى $PQRS$ ، والأخيرة $WXYZ$. ثم ارسم قطري كل طائرة ورقية مع تسمية نقطة التقاطع N لكل طائرة ورقية.
- b. **جدوليًا** قس المسافة من N إلى كل رأس. دون إجابتك في جدول مثل الجدول الموضح.

| الشكل | المسافة من N إلى كل رأس على طول القطر الأقصر | المسافة من N إلى كل رأس على طول القطر الأطول |
|--------|--|--|
| $ABCD$ | | |
| $PQRS$ | | |
| $WXYZ$ | | |

- c. اللفظي ختن قطري الطائرة الورقية.

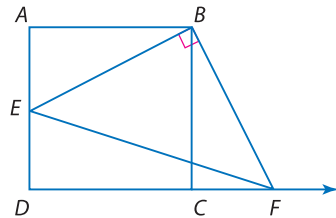
مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا



46. **تحليل الخطأ** في متوازي الأضلاع $PQRS$ ، $PR \cong QS$. تتفق حليلة أن متوازي الأضلاع هذا عبارة عن مربع، وتعتقد حمده أنه عبارة عن معين. فهل أيٌّ منهما على صواب؟ وضح استنتاجك.

47. **فرضيات** حدد ما إذا كانت العبارة صحيحة أم خاطئة. ثم اكتب عكس العبارة ومعكوسها (نفيها) ومعاكسها الإيجابي وحدد قيم الصواب لكل منها. اشرح استنتاجك.

إذا كان الشكل الرباعي مربع، فإنه مستطيل أيضًا.



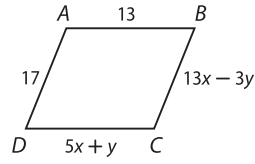
48. **تحد** مساحة المربع $ABCD$ تساوي 36 وحدة مربعة ومساحة $\triangle EBF$ تساوي 20 وحدة مربعة. إذا كان $EB \perp BF$ و $AE = 2$ ، فجد طول CF .

49. **مسألة غير محددة الإجابة** جد رؤوس مربع يكون قطراه محتويين في المستقيمين $y = x$ و $y = -x + 6$. علل استنتاجك.

50. **الكتابة في الرياضيات** قارن بين جميع خواص الأشكال الرباعية التالية: متوازي الأضلاع، والمستطيل، والمعين، والمربع.

تدريب على الاختبارات المعيارية

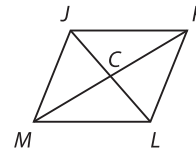
53. الجبر ما قيمتا x و y اللتان تجعلان الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع؟



- F $x = 3, y = 2$
 G $x = \frac{3}{2}, y = -1$
 H $x = 2, y = 3$
 J $x = 3, y = -1$

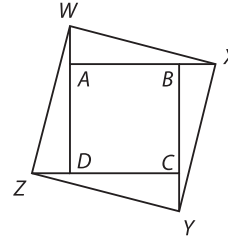
54. SAT/ACT ما القيمة التي تزيد 6 عن ناتج ضرب -3 في عدد معين x ؟

- A $-3x - 6$ D $-3x + 6$
 B $-3x$ E $6 + 3x$
 C $-x$



51. $JKLM$ عبارة عن معين. إذا كان $CK = 8$ و $JK = 10$. فجد JC .

- A 4 C 8
 B 6 D 10



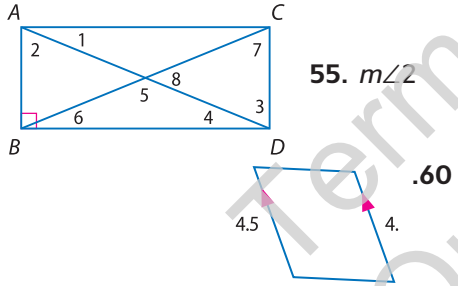
52. إجابة موسعة تم توسيع أضلاع المربع $ABCD$ بأطوال متساوية لتشكيل المربع $WXYZ$.

a. إذا كان $CY = 3$ cm ومساحة $ABCD$ تساوي 81 cm². فجد مساحة $WXYZ$.

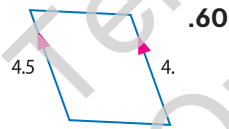
b. إذا كانت مساحة $WXYZ$ تساويان 49 cm² و 169 cm² على التوالي، فجد DZ .

c. إذا كان $AB = 2CY$ ومساحة $ABCD = g$ m². فجد مساحة $WXYZ$ بالمتري الربيع.

مراجعة شاملة



55. $m\angle 2$



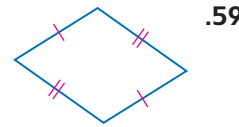
60.

الشكل الرباعي $ABDC$ مستطيل. جسد جميع القياسات إذا كان $m\angle 1 = 38$.

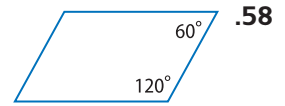
56. $m\angle 5$

57. $m\angle 6$

حدد ما إذا كان كل شكل رباعي عبارة عن متوازي أضلاع. برّر إجابتك.



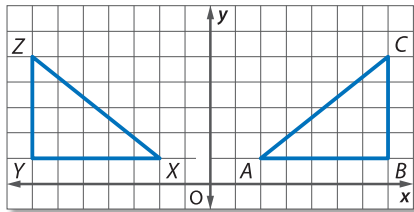
59.



58.

61. القياس تقول حورية إن الباحة الخلفية لديها تشبه في شكلها المثلث وأن أطوال أضلاعها تساوي 22 m و 23 m و 45 m. فهل تعتقد أن هذه القياسات صحيحة؟ اشرح استنتاجك.

62. الهندسة الإحداثية حدد التحويل الهندسي، وتحقق أن عبارة عن تحويل هندسي متطابق.



مراجعة المهارات

حلّ كل من المعادلات التالية.

63. $\frac{1}{2}(5x + 7x - 1) = 11.5$

64. $\frac{1}{2}(10x + 6x + 2) = 7$

65. $\frac{1}{2}(12x + 6 - 8x + 7) = 9$

شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية

11-6

الدروس

السابق ..

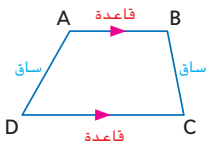
الحالي ..

لماذا؟ ..

- لقد استخدمت خواص متوازي الأضلاع الخاصة.

- 1 تطبيق خواص شبه المنحرف.
- 2 تطبيق خواص شكل الطائرة الورقية.

- في رياضة الجيباز، تُصنع صناديق القفز من مواد رغوية عالية الانضغاط وتُستخدم باعتبارها منصات قفز وأحصنة قفز ودرجات الجانب الأيسر والأيمن لكل قسم عبارة عن شبه منحرف.

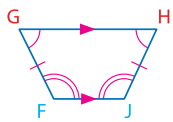


1 خواص شبه المنحرف شبه المنحرف هو عبارة عن متوازي أضلاع له زوج واحد فقط من الأضلاع المتوازية. يُطلق على الضلعين المتوازيين **القاعدتان**. ويُطلق على الضلعين غير المتوازيين **الساقان**. تتشكل **زوايا القاعدة** من خلال القاعدة وإحدى الساقين. في شبه المنحرف ABCD، تكون $\angle A$ و $\angle B$ أحد زوجي زوايا القاعدة وتكون $\angle C$ و $\angle D$ الزوج الآخر. إذا كانت ساقا شبه المنحرف متطابقتين، فهو إذاً **شبه منحرف متساوي الساقين**.

المفردات الجديدة

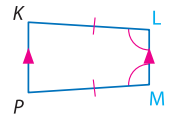
شبه منحرف (trapezoid)
قاعدتان (bases)
ساقا شبه المنحرف (legs of a trapezoid)
زوايا القاعدة (base angles)
شبه منحرف متساوي الساقين (isosceles trapezoid)
منصف ساقى شبه المنحرف (midsegment of a trapezoid)
شكل الطائرة الورقية (kite)

نظريات شبه المنحرف متساوية الساقين



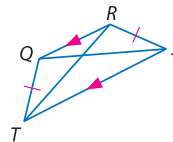
11.21 إذا كان شبه المنحرف متساوي الساقين، فإن كل زوج من زوجي زوايا القاعدة يكون متطابقاً.

مثال إذا كان شبه المنحرف FGHI متساوي الساقين، فإن $\angle G \cong \angle H$ و $\angle F \cong \angle I$.



11.22 إذا كان شبه المنحرف له زوج واحد من زوايا القاعدة المتطابقة، فهو شبه منحرف متساوي الساقين.

مثال إذا كان $\angle L \cong \angle M$ ، فإن شبه المنحرف KLMN متساوي الساقين.



11.23 يكون شبه المنحرف متساوي الساقين فقط في حالة تطابق قطريه.

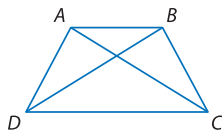
مثال إذا كان شبه المنحرف QRST متساوي الساقين، فإن $\overline{QS} \cong \overline{RT}$. وكذلك، إذا كان $\overline{QS} \cong \overline{RT}$ ، فإن شبه المنحرف QRST يكون متساوي الساقين.

المهارسات الرياضية

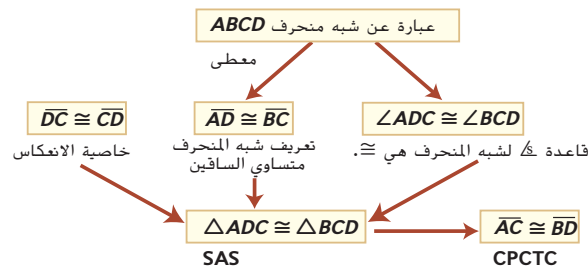
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.
التفكير بطريقة تجريدية وكمية.

سوف تثبت النظريتين 11.21 و 11.22، والجزء الآخر من النظرية 11.23 في التهربينات 28 و 29 و 30.

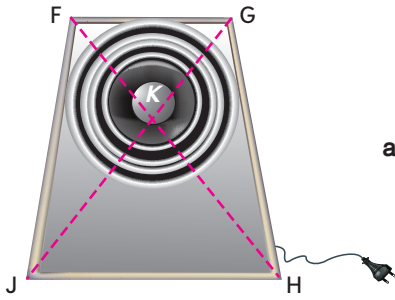
الإثبات جزء من النظرية 11.23



المعطيات: ABCD هو عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين.
الإثبات: $\overline{AC} \cong \overline{BD}$



مثال 1 من الحياة اليومية استخدام خواص شبه المنحرف متساوية الساقين



الموسيقى الساعات الخارجية الموضحة عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين. إذا كان $m\angle FJH = 85$ و $FK = 8$ cm و $JG = 19$ cm. فجد قياس ما يلي.

a. $m\angle FGH$

بما أن $FGHJ$ عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين، فإن $\angle GHJ$ و $\angle FJH$ زاويتا قاعدة متطابقتان. إذًا، $m\angle GHJ = m\angle FJH = 85$.

بما أن $FGHJ$ عبارة عن شبه منحرف، فإن $\overline{FG} \parallel \overline{JH}$.

نظرية الزوايا الداخلية المتتالية $m\angle FGH + m\angle GHJ = 180$

عوض $m\angle FGH + 85 = 180$

اطرح 85 من كل طرف. $m\angle FGH = 95$

بما أن $FGHJ$ عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين، فإن القطرين \overline{FG} و \overline{JH} متطابقان.

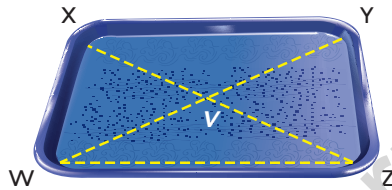
تعريف التطابق $FH = JG$

جمع القطع المستقيمة $FK + KH = JG$

عوض $8 + KH = 19$

اطرح 8 من كل طرف. $KH = 11$ cm

تمرين موجّه



A. $m\angle XWZ$

B. $m\angle WXY$

C. XZ

D. XV

1. صواني الكافتريا لتوفير مساحة على طاولة مستديرة، غالبًا ما يتضمن تصميم صواني الكافتريا شكل شبه منحرف. إذا كان $WXYZ$ عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين و $m\angle YZW = 45$ و $WV = 15$ cm و $VY = 10$ cm. فجد قياس كل مما يلي.

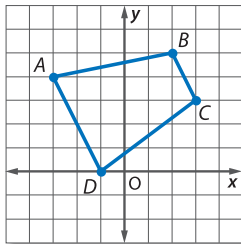
نصيحة دراسية

شبه المنحرف متساوي الساقين تكون زوايا قاعدة شبه المنحرف متطابقة إذا فقط إذا كان شبه المنحرف متساوي الساقين.

يمكنك استخدام الهندسة الإحداثية لتحديد إذا ما كان شبه المنحرف عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين.

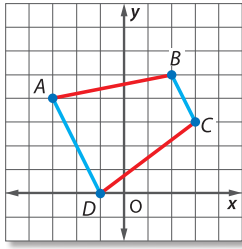
مثال 2 شبه المنحرف متساوية الساقين والهندسة الإحداثية

الهندسة الإحداثية يوجد بالشكل الرباعي $ABCD$ الرؤوس $A(-3, 4)$ و $B(2, 5)$ و $C(3, 3)$ و $D(-1, 0)$. وضح أن $ABCD$ عبارة عن شبه منحرف، وحدد إذا ما كان شبه منحرف متساوي الساقين.



مثّل رؤوس الشكل $ABCD$ ، بيانيًا ثم صلها.

الخطوة 1 استخدم صيغة الميل لمقارنة ميل كل من الضلعين المتقابلين AD و BC والضلعين المتقابلين AB و DC . الشكل الرباعي يكون شبه منحرف إذا كان به زوج واحد فقط من الأضلاع المتقابلة المتوازية.



الضلعان المتقابلان \overline{AD} و \overline{BC} :
 ميل $\overline{BC} = \frac{3-5}{3-2} = -\frac{2}{1}$ أو -2
 ميل $\overline{AD} = \frac{0-4}{-1-(-3)} = \frac{-4}{2} = -2$
 بما أن ميلي \overline{AD} و \overline{BC} متساويان، فإن $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$.

ميل كل من الضلعان المتقابلان \overline{DC} و \overline{AB} :

$$\overline{DC} = \frac{0-3}{-1-3} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4} \quad \text{أو} \quad \overline{AB} = \frac{5-4}{2-(-3)} = \frac{1}{5}$$

بما أن ميلي \overline{DC} و \overline{AB} غير متساويين، فإن $\overline{DC} \not\parallel \overline{AB}$. بما أن $ABCD$ له زوج واحد فقط من الأضلاع المتقابلة المتوازية، فإن الشكل الرباعي $ABCD$ عبارة عن شبه منحرف.

الخطوة 2

استخدم قانون المسافة لمقارنة طول الساقين \overline{DC} و \overline{AB} .
 يكون شبه المنحرف متساوي الساقين إذا كانت ساقاه متطابقتين.

$$AB = \sqrt{(-3-2)^2 + (4-5)^2} = \sqrt{26}$$

$$DC = \sqrt{(-1-3)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{25} = 5$$

بما أن $AB \neq DC$ ، فإن الساقين \overline{DC} و \overline{AB} غير متطابقتين. لذلك، شبه المنحرف $ABCD$ غير متساوي الساقين.

تمرين موجّه

2. يوجد بالشكل الرباعي $QRST$ الرؤس $Q(-8, -4)$ و $R(0, 8)$ و $S(6, 8)$ و $T(-6, -10)$.
 وضح أن عبارة عن شبه منحرف، وحدد إذا ما كان $QRST$ شبه منحرف متساوي الساقين.

قراءة في الرياضيات

الرموز تذكر أن الرمز \parallel يعني غير متطابق مع.

قراءة في الرياضيات

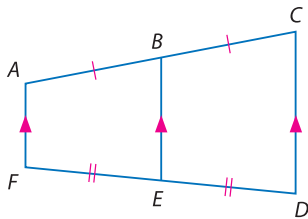
منصف الساقين منصف ساقى شبه المنحرف يمكن أن يُسمى أيضًا المتوسط.

منصف ساقى شبه المنحرف هو القطعة المستقيمة التي تصل بين نقطتي منتصف ساقى شبه المنحرف.



توضح النظرية التالية العلاقة بين منتصف الساقين والقاعدتين في شبه المنحرف.

النظرية 11.24 نظرية منتصف ساقى شبه المنحرف



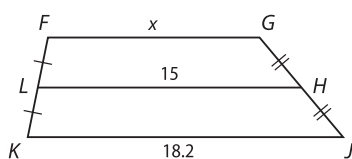
يكون منتصف ساقى شبه المنحرف موازيًا لكلتا القاعدتين، ويكون قياسه هو نصف مجموع طول القاعدتين.

مثال إذا كان \overline{BE} عبارة عن منتصف ساقى شبه المنحرف $ACDF$ ، فإن $\overline{AF} \parallel \overline{BE}$ و $\overline{CD} \parallel \overline{BE}$.
 و $BE = \frac{1}{2}(AF + CD)$

سوف تثبت النظرية 11.24 في تمرين 33.

مثال 3 من الحياة اليومية

منصف ساقي شبه المنحرف



إجابة شبكية في الشكل، \overline{LH} هو عبارة عن منصف ساقي شبه المنحرف $FGJK$. فما قيمة x ؟

ملاحظة: الشكل غير مرسوم حسب المقياس الفعلي.

قراءة فقرة الاختبار

يتم إعطاؤك قياس منصف ساقي شبه المنحرف وقياس إحدى قاعدتيه. ويُطلب منك إيجاد قياس القاعدة الأخرى.

حل فقرة الاختبار

$$\begin{aligned} LH &= \frac{1}{2}(FG + KJ) && \text{نظرية منصف ساقي شبه المنحرف} \\ 15 &= \frac{1}{2}(x + 18.2) && \text{عوض} \\ 30 &= x + 18.2 && \text{اضرب كل طرف في 2} \\ 11.8 &= x && \text{اطرح 18.2 من كل طرف} \end{aligned}$$

الإجابة الشبكية

| | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1 | 1 | . | 8 |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |

- يمكن محاذاة الإجابة العددية عن طريق وضع الرقم الأول في مربع الإجابة الأيسر أو وضع الرقم الأخير في مربع الإجابة الأيمن.
- لا تترك مربعات فارغة في منتصف الإجابة.
- ظلل فقاعة واحدة بالكامل لكل مربع إجابة به محتوى. ولا تظلل أكثر من فقاعة واحدة لمربع الإجابة. ولا تظلل فقاعة لمربعات إجابة فارغة.

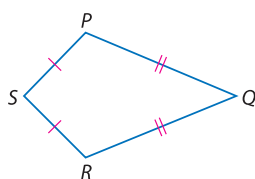
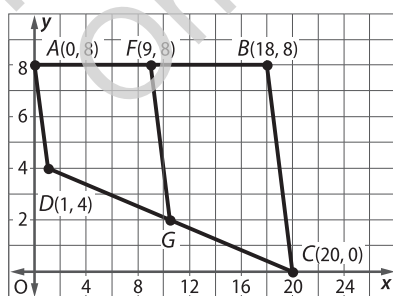
نصيحة عند حل الاختبار

إجابات شبكية

الإجابة النسبية يمكن توزيعها غالبًا في شبكة بأكثر من 8 طريقة واحدة. إجابة مثل $\frac{8}{5}$ يمكن توزيعها في شبكة مثل $\frac{8}{5}$ أو 1.6 . ولكن ليس مثل $1.3/5$.

تمرين موجّه

3. إجابة شبكية شبه المنحرف $ABCD$ موضح أدناه. إذا كان \overline{FG} موازيًا للضلع \overline{AD} . فما الإحداثي الأفقي x للنقطة G ؟

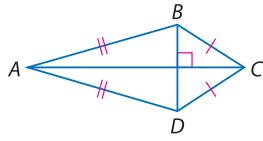


2. **خواص شكل الطائرة الورقية** شكل الطائرة الورقية هو عبارة عن شكل رباعي له بالتحديد زوجان من الأضلاع المتتالية المتطابقة. على عكس متوازي الأضلاع، الضلعان المتقابلان لشكل الطائرة الورقية لا يكونا متطابقين أو متوازيين.

نصيحة دراسية

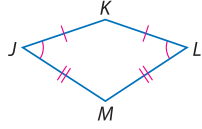
شكل الطائرة الورقية الزوايا المتطابقة لشكل الطائرة الورقية تحتويها الأضلاع المجاورة غير المتطابقة.

نظريات شكل الطائرة الورقية



11.25 إذا كان الشكل الرباعي عبارة عن شكل طائرة ورقية، فإن قطراه يكونان متعامدين.

مثال إذا كان الشكل الرباعي $ABCD$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فإن $\overline{AC} \perp \overline{BD}$.



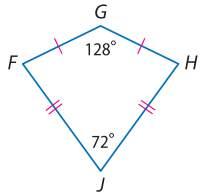
11.26 إذا كان الشكل الرباعي عبارة عن شكل طائرة ورقية، فيكون فإن أحد زوجي الزوايا المتقابلة متطابقاً.

مثال إذا كان الشكل الرباعي $JKLM$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فإن $\overline{JK} \cong \overline{KL}$ و $\overline{JM} \cong \overline{LM}$ ، فإن $\angle J \cong \angle L$ و $\angle K \not\cong \angle M$.

سوف تثبت النظريتين 11.25 و 11.26 في التمرينين 31 و 32، على التوالي.

يمكنك استخدام النظريتين المذكورتين أعلاه؛ نظرية فيثاغورس، ونظرية مجموعة زوايا المضلع الداخلية، لإيجاد القياسات المفقودة في شكل الطائرة الورقية.

مثال 4 استخدام خواص شكل الطائرة الورقية



a. إذا كان $FGHI$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فجد $m\angle FJ$.

بما أن شكل الطائرة الورقية يمكن أن يتألف من زوج واحد من الزوايا المتقابلة المتطابقة و $\angle G \neq \angle J$ ، فإن $\angle F \cong \angle H$. لذلك، $m\angle F = m\angle H$. اكتب معادلة لإيجاد $m\angle F$ ، وحلها.

$$m\angle F + m\angle G + m\angle H + m\angle J = 360$$

نظرية مجموع زوايا المضلع الداخلية

$$m\angle F + 128 + m\angle F + 72 = 360$$

$$2m\angle F + 200 = 360$$

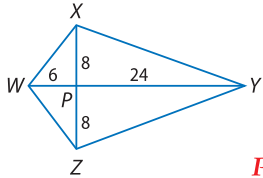
$$2m\angle F = 160$$

$$m\angle F = 80$$

عوض

بسّط
اطرح 200 من كل طرف
اقسم كل طرف على 2

b. إذا كان $WXYZ$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فجد ZY .



بما أن قطرا شكل الطائرة الورقية يكونان متعامدين، فهما يقسمان $WXYZ$ إلى أربعة مثلثات قائمة الزاوية. استخدم نظرية فيثاغورس لإيجاد ZY . طول وتر المثلث قائم الزاوية $\triangle YPZ$.

$$PZ^2 + PY^2 = ZY^2$$

نظرية فيثاغورس

$$8^2 + 24^2 = ZY^2$$

عوض

$$640 = ZY^2$$

بسّط

$$\sqrt{640} = ZY$$

خذ الجذر التربيعي للطرفين

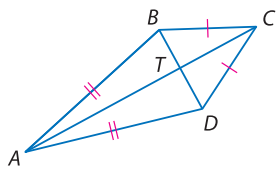
$$8\sqrt{10} = ZY$$

بسّط

تمرين موجّه

4A. إذا كان $m\angle BAD = 38$ و $m\angle BCD = 50$ ، فجد $m\angle ADC$.

4B. إذا كان $BT = 5$ و $TC = 8$ ، فجد CD .



الربط بالحياة اليومية

أكبر سرعة مسجلة لطائرة ورقية تتخطى 193 km في الساعة. وأعلى ارتفاع مسجل طارت إليه الطائرة الورقية هو 3801 m.

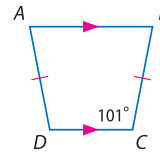
المصدر: بورباليس للطائرات

التحقق من فهمك

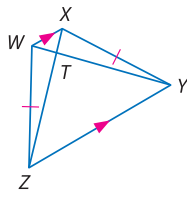
مثال 1

جد قياس كل مما يلي.

1. $m\angle D$



2. WT . إذا كان $ZX = 20$
و $TY = 15$

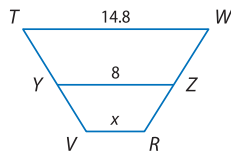


مثال 2

الهندسة الإحداثية يوجد بالشكل الرباعي $ABCD$ الرؤوس $A(-4, -1)$ و $B(-2, 3)$ و $C(3, 3)$ و $D(1, -5)$.

3. تحقق من كون $ABCD$ شبه منحرف.

4. حدد إذا ما كان $ABCD$ عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين. اشرح.



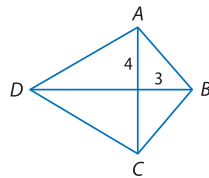
5. إجابة شبكية في الشكل الموجود على اليسار. \overline{YZ} هو عبارة عن منتصف ساقية شبه المنحرف $TWRV$. حدد قيمة x .

مثال 3

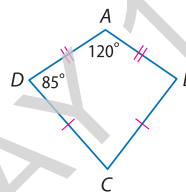
مثال 4

الاستنتاج المنطقي إذا كان $ABCD$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فجد قياس ما يلي.

6. AB



7. $m\angle C$

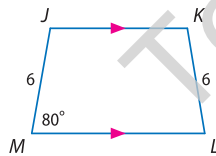


التحريين وحل المسائل

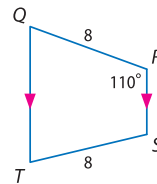
مثال 1

جد قياس كل مما يلي.

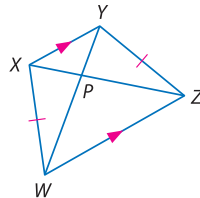
8. $m\angle K$



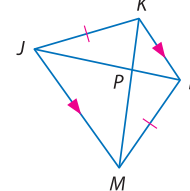
9. $m\angle Q$



11. PW . وإذا كان $XZ = 18$
و $PY = 3$



10. JL . إذا كان $KP = 4$
و $PM = 7$



مثال 2

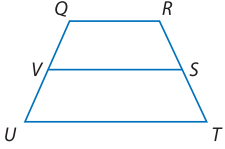
هندسة إحداثية بالنسبة لكل شكل رباعي له رؤوس معلومة، تحقق ما إذا كان الشكل الرباعي هذا شبه منحرف، وحدد ما إذا كان الشكل شبه منحرف متساوي الساقين.

12. $A(-2, 5)$, $B(-3, 1)$, $C(6, 1)$, $D(3, 5)$

13. $J(-4, -6)$, $K(6, 2)$, $L(1, 3)$, $M(-4, -1)$

14. $Q(2, 5)$, $R(-2, 1)$, $S(-1, -6)$, $T(9, 4)$

15. $W(-5, -1)$, $X(-2, 2)$, $Y(3, 1)$, $Z(5, -3)$



بالنسبة لشبه المنحرف $QRTU$ ، يمثل S و V نقطتي منتصف الساقين.

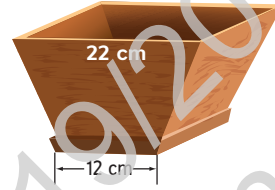
مثال 3

16. إذا كان $UT = 22$ و $QR = 12$ ، فجد VS .
17. إذا كان $UT = 16$ و $QR = 4$ ، فجد VS .
18. إذا كان $UT = 12$ و $VS = 9$ ، فجد QR .
19. إذا كان $SV = 17$ و $TU = 26$ ، فجد QR .
20. إذا كان $VS = 7$ و $QR = 2$ ، فجد UT .
21. إذا كان $VS = 11$ و $RQ = 5$ ، فجد UT .

23 موسيقى تتشكل مفاتيح الإكسيليفون
إذا كان طول المفتاح C منخفض الحدة يساوي 15.24 in، وطول المفتاح D عالي الحدة يساوي 4.6 in، فما طول المفتاح G ؟



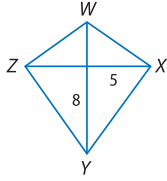
22 تصميم تصميم خديجة
أصيص نافذة. وهي تريد أن تكون حافة الصندوق في شكل شبه منحرف بالأبعاد الموضحة. فإذا كانت تريد وضع رف في المنتصف لتستند إليها النباتات، فما عرض الرف الذي ينبغي أن تصنعه؟



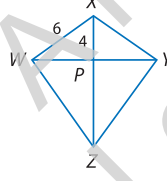
الاستنتاج المنطقي إذا كان $WXYZ$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فجد قياس ما يلي.

مثال 4

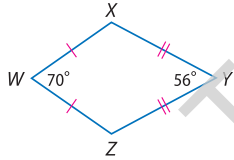
24. YZ



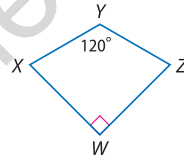
25. WP



26. $m\angle X$



27. $m\angle Z$



الإثبات اكتب فقرة إثبات لكل نظرية.

30. النظرية 11.23

29. النظرية 11.22

28. النظرية 11.21

32. النظرية 11.26

31. النظرية 11.25

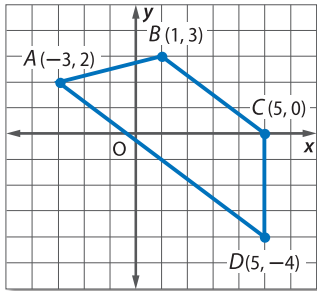
33. الإثبات اكتب إثباتاً إحدائياً للنظرية 11.24.

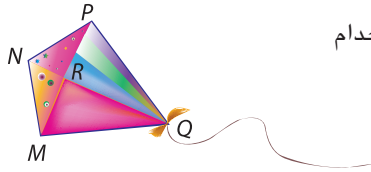
34. هندسة إحدائية راجع الشكل الرباعي $ABCD$.

a. حدد إذا ما كان الشكل شبه منحرف. إذا كان كذلك، فهل هو متساوي الساقين؟ اشرح.

b. هل المنتصف يتسق مع المعادلة $y = -x + 1$ ؟ علل إجابتك.

c. جد طول المنتصف.





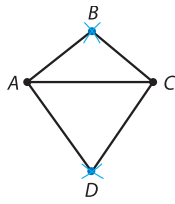
58. **طائرات ورقية** راجع الطائرة الورقية الموجودة على اليسار. باستخدام خواص شكل الطائرة الورقية، اكتب برهاناً من عمودين لتوضيح أن $\triangle MNR \cong \triangle MPR$.

59. **مخطط فين** ارسم مخطط فين بحيث يدمج جميع الأشكال الرباعية، بما في ذلك شبه المنحرف، وشبه المنحرف متساوية الساقين، وشكل الطائرة الورقية، والأشكال الرباعية التي لا تدخل ضمن أي تصنيف غير أنها رباعية.

الهندسة الإحداثية حدد ما إذا كان كل شكل عبارة عن شبه منحرف، أو متوازي أضلاع، أو مربع، أو معين، أو شكل رباعي بمعلومية إحداثيات الرؤوس. اختر المصطلح الأكثر تحديداً. اشرح.

60. $A(-1, 4), B(2, 6), C(3, 3), D(0, 1)$

61. $W(-3, 4), X(3, 4), Y(5, 3), Z(-5, 1)$



62. **تمهيلات متعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف التناسب في شكل الطائرة الورقية.

a. **هندسياً** ارسم قطعة مستقيمة. أنشئ قطعة مستقيمة غير متطابقة تقطع القطعة المستقيمة الأولى عمودياً. صل بين طرفي القطعة المستقيمة لتكوين الشكل الرباعي ABCD. كرر النشاط مرتين. أطلق على الشكلين الرباعيين الناتجين اسم PQRS وWXYZ.

b. **جدولياً** انسخ الجدول التالي وأكمله.

| الشكل | الضلع | الطول | الضلع | الطول | الضلع | الطول | الضلع | الطول |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ABCD | AB | | BC | | CD | | DA | |
| PQRS | PQ | | QR | | RS | | SP | |
| WXYZ | WX | | XY | | YZ | | ZW | |

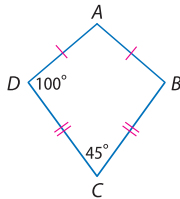
c. **لفظياً** خمن الشكل الرباعي الذي يكون فيه القطران متعامدين، ويقطع أحد القطرين الآخر على وجه التحديد، والقطران غير متعامدين.

البرهان اكتب إثباتاً برهاناً لكل عبارة.

63. قطرا شبه المنحرف متساوي الساقين متطابقان.

64. المتوسط في شبه المنحرف متساوي الساقين يوازي القاعدتين.

مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا



65. **تحليل الخطأ** تحاول خولة ورنا تحديد قياس $\angle A$ في شكل الطائرة الورقية ABCD الموضح. فهل أيّ منهما على صواب؟ اشرح.

رنا
 $\angle A = 115$ قياس

خولة
 $\angle A = 45$ قياس

66. **تحدي** إذا كان الضلعان المتوازيان في شبه المنحرف موجودين على المستقيمين $y = x + 4$ و $y = x - 8$ ، فما المعادلة التي تمثل المستقيم الموجود في المنصف؟

67. **الفرضيات** هل يكون المربع أحياناً أم دائماً أم لا يكون على الإطلاق عبارة عن شكل طائرة ورقية؟ اشرح.

68. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم شبهي منحرف غير متطابقين ABCD وFGHJ حيث $\overline{BD} \cong \overline{GJ}$ و $\overline{AC} \cong \overline{FH}$

69. **الكتابة في الرياضيات** صف الخصائص التي يجب أن تكون لدى الشكل الرباعي حتى يُطلق عليه شبه منحرف، أو شبه منحرف متساوي الساقين أو شكل الطائرة الورقية. وقارن بين خصائص هذه الأشكال الرباعية الثلاثة.

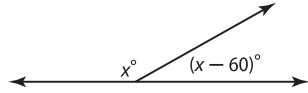
تدريب على الاختبارات المعيارية

72. ما نوع الشكل الذي يمكن أن يقدم مثلاً عكسياً على الفرضية أدناه؟

إذا كان القطران في متوازي الأضلاع متطابقين، فإن متوازي الأضلاع هذا عبارة عن مستطيل.

- F مربع
G معين
H شكل رباعي
J شبه منحرف متساوي الساقين

73. SAT/ACT في الشكل أدناه، ما قيمة x ؟

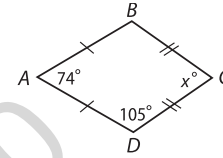


- A 60
B 120
C 180
D 240
E 300

70. الجبر تكلف جميع العناصر الموجودة في قائمة الإفطار هي نفسها سواء عند طلبها مع عنصر آخر أم طلب عنصر منفصل. تكلفة اثنتين من فطائر بانكاكيس وطبق بيض هي 18.07 AED. إذا طلب شخص طبقين من البيض بتكلفة 14.55 AED، فما تكلفة فطيرة بانكاكيس الواحدة؟

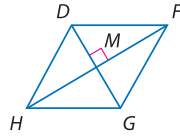
- A AED 3.53
B AED 5.40
C AED 7.72
D AED 10.80

71. إجابة شكية إذا كان الشكل الرباعي $ABCD$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فما قياس $\angle C$ ؟



مراجعة شاملة

الجبر الشكل الرباعي $DFGH$ معين. جسد قيمة أو قياس كل مما يلي.



74. إذا كان قياس $\angle FGH = 118$ ، فجد قياس $\angle MHG$.

75. إذا كان $DM = 4x - 3$ و $MG = x + 6$ ، فجد DG .

76. إذا كان $DF = 10$ ، فجد FG .

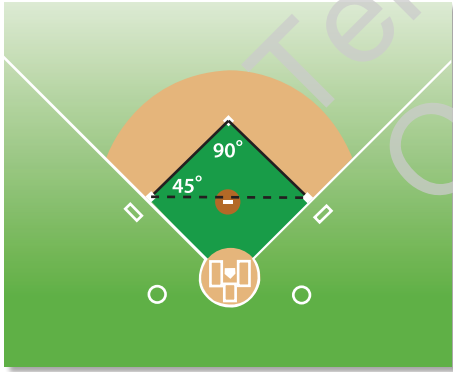
77. إذا كان $HM = 12$ و $HD = 15$ ، فجد MG .

هندسة إحدائية مثل كل شكل رباعي بيانياً بالروؤوس المحطاة. حدد إذا ما كان الشكل عبارة عن مستطيل. علل إجابتك باستخدام القانون المشار إليه.

78. قانون المسافة: $A(4, 2)$, $B(-4, 1)$, $C(-3, -5)$, $D(5, -4)$

79. قانون الميل: $J(0, 7)$, $K(-8, 6)$, $L(-7, 0)$, $M(1, 1)$

80. كرة القاعدة يضرب لاعب الكرة إلى لاعب القاعدة الثالثة ويبدأ في الجري نحو القاعدة الأولى. وفي نفس الوقت، يجرب اللاعب عند القاعدة الأولى نحو القاعدة الثانية. إذا كان لاعب القاعدة الثالثة يريد إلقاء الكرة إلى أقرب قاعدة، فما القاعدة التي ينبغي أن يلقي الكرة إليها؟ اشرح.

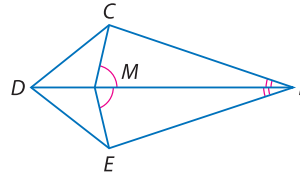


81. البرهان اكتب برهاناً من عمودين.

المعطيات: $\angle CMF \cong \angle EMF$

$\angle CFM \cong \angle EFM$

المطلوب: $\triangle DMC \cong \triangle DME$



مراجعة المهارات

اكتب تعبيراً لمنحنى كل قطعة مستقيمة محددة في الإحداثيات والنقطتين الطرفيتين.

82. $(x, 4y)$, $(-x, 4y)$

83. $(-x, 5x)$, $(0, 6x)$

84. (y, x) , (y, y)

دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفردات الأساسية

- قاعدة (base)
- زاوية القاعدة (base angle)
- القطر (diagonal)
- شبه منحرف متساوي الساقين (isosceles trapezoid)
- شكل الطائرة الورقية (kite)
- الساقان (legs)
- منصف ساقين شبه المنحرف (midsegment of a trapezoid)
- متوازي مستطيلات (parallelogram)
- مستطيل (rectangle)
- معين (rhombus)
- مربع (square)
- شبه منحرف (trapezoid)

المفاهيم الأساسية

زوايا المضلعات

- يُمكن إيجاد مجموع قياسات زوايا المضلع الداخلية باستخدام القانون $S = (n - 2)180$.
- مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع محدد 360 درجة.

خواص متوازي الأضلاع

- الضلعان المتقابلان متطابقان ومتوازيان.
- الزوايا المتقابلة متطابقة.
- الزوايا المتتالية متكاملة.
- إذا احتوى متوازي أضلاع على زاوية واحدة قائمة، فإن به أربع زوايا قائمة.
- القطران ينصفان بعضهما.

خواص المستطيل والمعين والمربع وشبه المنحرف

- لدى المستطيل جميع خواص متوازي الأضلاع. القطران متطابقان ويقطعان بعضهما. كل الزوايا الأربع زوايا قائمة.
- لدى المعين جميع خواص متوازي الأضلاع. جميع الأضلاع المتقابلة متطابقة، القطران متعامدان. كل قطر ينصف زاويتين متقابلتين.
- لدى المربع جميع خصائص متوازي الأضلاع والمستطيل والمعين.
- في شبه المنحرف متساوي الساقين، تكون زاويتا القاعدة متطابقتين والقطران متطابقتين.

مراجعة المفردات

حدد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة أم خاطئة. فإذا كانت خاطئة، فاستبدل الكلمة أو العبارة التي تحتها خط لصياغة جملة صحيحة.

1. لا قطرا شبه المنحرف متساوي الساقين متطابقان.
2. إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً، فإن قطريه متطابقان.
3. منتصف ساقين شبه المنحرف هو عبارة عن قطعة مستقيمة تربط بين أي رأسين غير متتاليين.
4. قاعدة شبه المنحرف هي أحد الأضلاع المتوازية.
5. قطرا المعين متعامدان.
6. قطر شبه المنحرف هو القطعة المستقيمة التي تصل بين نقطتي منتصف الساقين.
7. المستطيل ليس دائئاً متوازي أضلاع.
8. الشكل الرباعي الذي يوجد به ضلعان متوازيان يكون متوازي أضلاع.
9. المستطيل الذي يستوفي شروط المعين يكون مربعاً.
10. ساق شبه المنحرف هي أحد الأضلاع المتوازية.

مطويات منظّم الدراسة

تأكد من إدراج المفاهيم الأساسية في المطوية.



مراجعة درس بدرس

11-1 زوايا المضلعات

جد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدد.

11. شكل عشاري الأضلاع

12. شكل خمس عشري الأضلاع

13. رقائق الثلج تشكّل زينة رقائق الثلج الموضحة على اليسار شكلاً سداسياً منتظماً. جد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للشكل السداسي.



تم إعطاء قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم. جد عدد الأضلاع في المضلع.

14. 135

15. ≈ 166.15

مثال 1

جد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لشكل اثني وعشرين محدد.

$$\begin{aligned} m &= (n - 2)180 && \text{محاذاة معادلة} \\ &= (22 - 2)180 && \text{عوض} \\ &= 20 \times 180 && \text{اطرح} \\ &= 3600 && \text{اضرب} \end{aligned}$$

مثال 2

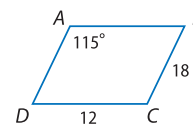
قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم هو 157.5. جد عدد الأضلاع في المضلع.

$$\begin{aligned} 157.5n &= (n - 2)180 && \text{اكتب معادلة} \\ 157.5n &= 180n - 360 && \text{خاصية التوزيع} \\ -22.5n &= -360 && \text{اطرح} \\ n &= 16 && \text{اقسم} \end{aligned}$$

المضلع به 16 أضلاع.

11-2 متوازي الأضلاع

استخدم $ABCD$ لإيجاد جميع القياسات.



16. قياس $\angle ADC$

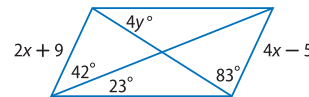
17. AD

18. AB

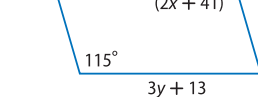
19. قياس $\angle BCD$

الجبر جد قيمة كل متغير في كل متوازي أضلاع

20.



21.

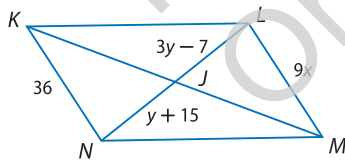


22. تصميم ما نوع المعلومات اللازمة لتحديد ما إذا كانت الأشكال التي تكوّن نافذة الزجاج الملون متوازيات أضلاع؟



مثال 3

الجبر إذا كان $KLMN$ عبارة عن متوازي أضلاع، فجد قيمة المتغير المشار إليه.



a. x

$$\overline{KN} \cong \overline{LM}$$

$$KN = LM$$

$$36 = 9x$$

$$4 = x$$

الضلعان المتقابلان في \square يكونان \cong

تعريف التطابق

عوض

اقسم

b. y

$$\overline{NJ} \cong \overline{JL}$$

$$NJ = JL$$

$$y + 15 = 3y - 7$$

$$-2y = -22$$

$$y = 11$$

قطرا \square ينصفان بعضهما

تعريف التطابق

عوض

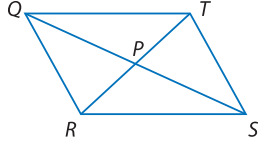
اطرح

اقسم

11-3 اختبارات متوازي الأضلاع

مثال 4

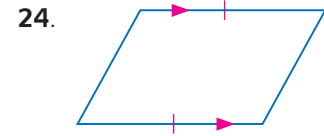
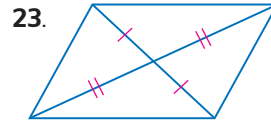
إذا كان $TP = 4x + 2$ ، $QP = 2y - 6$ و $PS = 5y - 12$ ،
و $PR = 6x - 4$ ، فجد x و y بحيث يكون الشكل
الرباعي متوازي أضلاع.



جد x حيث $\overline{TP} \cong \overline{PR}$ و y حيث $\overline{QP} \cong \overline{PS}$

| | |
|--------------------|---------------|
| $TP = PR$ | تعريف \cong |
| $4x + 2 = 6x - 4$ | عوض |
| $-2x = -6$ | اطرح |
| $x = 3$ | اقسم |
| $QP = PS$ | تعريف \cong |
| $2y - 6 = 5y - 12$ | عوض |
| $-3y = -6$ | اطرح |
| $y = 2$ | اقسم |

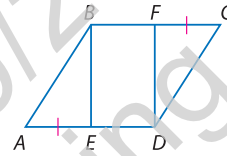
حدد ما إذا كان كل شكل رباعي عبارة عن متوازي
أضلاع. علل إجابتك.



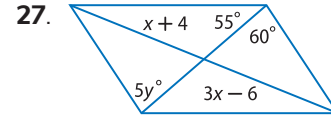
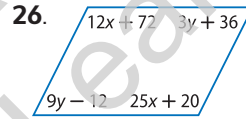
25. البرهان اكتب برهاناً من عمودين.

المعطيات: $\square ABCD$, $\overline{AE} \cong \overline{CF}$

المطلوب: الشكل الرباعي $Ebfd$ هو عبارة عن متوازي أضلاع.



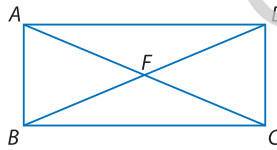
الجبر جد x و y بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



11-4 المستطيل

مثال 5

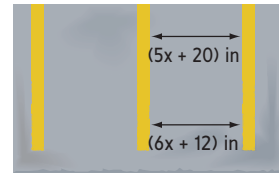
الجبر الشكل الرباعي $ABCD$ مستطيل. إذا كان قياس
 $\angle ADB = 4x + 8$ و قياس $\angle DBA = 6x + 12$ ، فجد x .



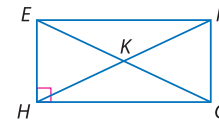
$ABCD$ عبارة عن مستطيل. إذا قياس $\angle ABC = 90$. بما أن
كل ضلعين متقابلين متوازيان في المستطيل، والزوايا المتبادلة
الداخلية للمستقيمت المتوازية متطابقة، فإن $\angle DBC \cong \angle ADB$
و $m\angle DBC = m\angle ADB$

| | |
|----------------------------------|-------------|
| $m\angle DBC + m\angle DBA = 90$ | جمع الزوايا |
| $m\angle ADB + m\angle DBA = 90$ | عوض |
| $4x + 8 + 6x + 12 = 90$ | عوض |
| $10x + 20 = 90$ | اجمع |
| $10x = 70$ | اطرح |
| $x = 7$ | اقسم |

28. صف السيارات خطوط صف السيارات المرسومة أدناه
متوازية. ما عرض مساحة صف السيارات؟



الجبر الشكل الرباعي $EFGH$ هو عبارة عن مستطيل.



29. إذا كان قياس $\angle FEG = 57$. فجد قياس $\angle GEH$.
30. إذا كان قياس $\angle HGE = 13$. فجد قياس $\angle FGE$.
31. إذا كان $FK = 32$ m. فجد EG .
32. جد قياس $\angle HEF$ + قياس $\angle EFG$.
33. إذا كان $EF = 4x - 6$ و $HG = x + 3$. فجد EF .

11-5 المعين والمربع

مثال 6

يتقاطع قطرا المعين $QRST$ في P . استخدم المعلومات المعطاة لإيجاد كل قياس أو قيمة مما يلي.

a. الجبر إذا كان $QT = x + 7$ و $TS = 2x - 9$. فجد x .

$\overline{QT} \cong \overline{TS}$ تعريف المعين

$QT = TS$ تعريف التطابق

$x + 7 = 2x - 9$ عوّض

$-x = -16$ اطرح

$x = 16$ اقسام

b. إذا كان قياس $\angle QTS = 76$ ، فجد قياس $\angle TSP$.

\overline{TP} يقطع $\angle QTS$. إذا، قياس $\angle PTS$ قياس نصف قياس $\angle QTS$.

إذا، قياس $\angle PTS = \frac{1}{2}(76) = 38$. بما أن قطري

المعين متعامدان. فإن قياس $\angle TPS = 90$.

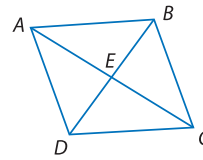
نظرية مجموع زوايا المثلث $m\angle PTS + m\angle TPS + m\angle TSP = 180$

عوّض $38 + 90 + m\angle TSP = 180$

اجمع $128 + m\angle TSP = 180$

اطرح $m\angle TSP = 52$

الجبر $ABCD$ عبارة عن معين. إذا كان $EB = 9$ و $AB = 12$ وقياس $\angle ABD = 55$ ، فجد جميع القياسات.

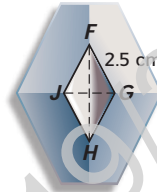


AE 34

35. قياس $\angle BDA$

CE 36

37. قياس $\angle ACB$



38. العلامات التجارية تستخدم شركة سيارات الشعار الموضح على اليسار بصفته العلامة التجارية. إذا كانت المساحة الداخلية للشعار عبارة عن معين، فما طول FJ ؟

الهندسة الإحداثية بالنظر إلى كل مجموعة من الرؤوس. حدد إذا ما كان $QRST$ عبارة عن معين، أم مستطيل، أم مربع. حدد كل ما ينطبق. اشرح.

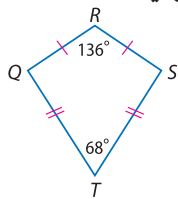
39. $Q(12, 0), R(6, -6), S(0, 0), T(6, 6)$

40. $Q(-2, 4), R(5, 6), S(12, 4), T(5, 2)$

11-6 شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية

مثال 7

a. إذا كان $QRST$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فجد قياس $\angle RST$.



بما أن $\angle Q \cong \angle S$. فإن $m\angle Q = m\angle S$. اكتب معادلة لإيجاد قياس $\angle S$. وحلها.

نظرية مجموع زوايا المضلع الداخلية $m\angle Q + m\angle R + m\angle S + m\angle T = 360$

عوّض $m\angle Q + 136 + m\angle S + 68 = 360$

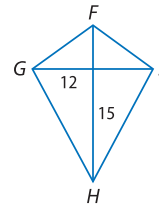
بسّط $2m\angle S + 204 = 360$

اطرح $2m\angle S = 156$

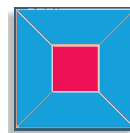
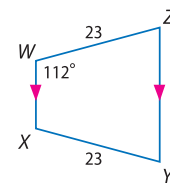
اقسم $m\angle S = 78$

جد قياس كل مما يلي.

41. GH



42. $m\angle Z$



43. تصميم صممت ياسمين عنواناً مربعاً كمشروع فني.

a. صف طريقة لتحديد ما إذا كانت شبه المنحرف الموجود في التصميم متساوي الساقين.

b. إذا كان محيط بلاطة هو 48 cm ، ومحيط المربع الأحمر يبلغ 16 cm ، فما محيط شكل واحد من أشباه المنحرفات؟

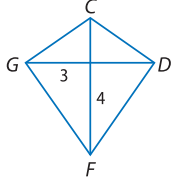
تدريب على الاختبار

11

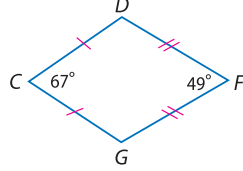
الوحدة

إذا كان $CDFG$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فجد جميع القياسات.

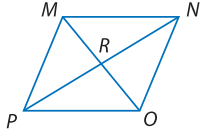
12. GF



13. $m\angle D$



الجبر الشكل الرباعي $MNOP$ معين. جد قيمة أو قياس كل مما يلي.



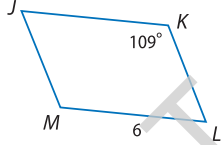
14. قياس $\angle MRN$

15. إذا كان $PR = 12$ ، فجد RN .

16. إذا كان قياس $\angle PON = 124$ ، فجد قياس $\angle POM$.

17. **التشييد** تقوم عائلة جمال بتشيد بناء ملحق لمنزلهم. فأحدثت زوجة السيد جمال فتحة لنافاذة جديدة. إذا قامت بمجموعة قياسات للتأكد أن الأضلاع المقابلة متطابقة وأن قياسات القطر متطابقة، فهل يُمكن لها أن تكون متأكدة في هذه الحالة أن فتحة النافذة مستطيلة؟ اشرح.

استخدم $\square JKLM$ لإيجاد جميع القياسات.

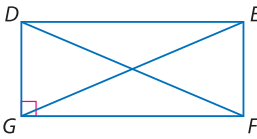


18. قياس $\angle JML$

19. JK

20. قياس $\angle KLM$

الجبر الشكل الرباعي $DEFG$ مستطيل.



21. إذا كان $EG = 3(x - 2)$ و $DF = 2(x + 5) - 7$ ، فجد EG .

22. إذا كان قياس $\angle EDF = 2x - 3$ و $m\angle DFG = 3x + 7$ ، فجد قياس $\angle EDF$.

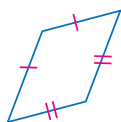
23. إذا كان $DE = 14 + 2x$ و $GF = 4(x - 3) + 6$ ، فجد GF .

حدد ما إذا كان كل شكل رباعي مما يلي متوازي أضلاع. علل إجابتك.

24.



25.



جد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدب.

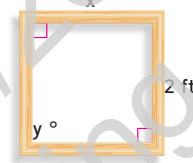
1. شكل سداسي

2. شكل ست عشري الأضلاع

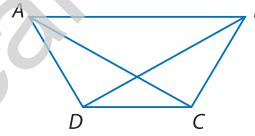
3. **الفن** تصنع ريهام إطارًا لمد قطعة قماش على لوحة. قامت بتثبيت أربع قطع خشبية باستخدام المسامير على ما تعتقد أنه أربعة رؤوس للمربع.

a. كيف يُمكن لها أن تكون متأكدة أن قطعة القماش ستكون مربعة؟

b. إذا كانت لدى قطعة القماش الأبعاد الموضحة أدناه، فما القياسات المفقودة؟



الشكل الرباعي $ABCD$ شبه منحرف متساوي الساقين.



4. ما الزاوية المتطابقة مع $\angle BCD$ ؟

5. ما الضلع الموازي للقطعة المستقيمة؟

6. ما القطعة المستقيمة المتطابقة مع \overline{AC} ؟

تم إعطاء قياس الزوايا الداخلية لمضلع منتظم. جد عدد الأضلاع في المضلع.

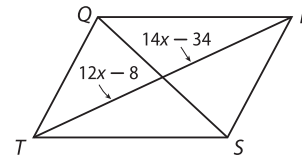
7. 900

8. 1980

9. 2880

10. 5400

11. **الاختيار من متعدد** إذا كان $QRST$ عبارة عن متوازي أضلاع، فما قيمة x ؟



A 11

C 13

B 12

D 14

التحضير للاختبارات المعيارية



طبّق التعاريف والخصائص

تتطلب العديد من المسائل الهندسية في الاختبارات المعيارية تطبيق التعريفات والخصائص لحلها. استخدام هذا القسم للتدريب على تطبيق التعريفات لمساعدتك على حل عناصر اختبار الإجابة الموسعة.

إستراتيجيات تطبيق التعريفات والخصائص

الخطوة 1

اقرأ المسألة بعناية.

- حدد ما يُطلب منك حله.
- ادرس أي أشكال معطاة في المسألة.
- **اسأل نفسك:** ما مبادئ وخصائص هذا الشكل التي يمكنني تطبيقها لحل المسألة؟

الخطوة 2

حل المسألة.

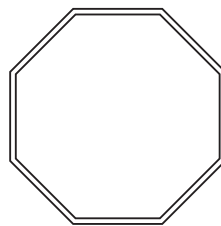
- حدد أي تعريفات أو مفاهيم هندسية يُمكنك استخدامها لمساعدتك على إيجاد العناصر المجهولة في المسألة.
- استخدم تعريفات الأشكال وخصائصها لإعداد معادلة وحلها.

الخطوة 3

- تحقق من إجابتك.

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. حدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم معطيات المسألة لحلها. اكتب الحل هنا.



تقوم مجموعة تآدية عروض فنية ببناء مسرح في الجولة التي يقومون بها لتقديم العروض القادمة. ستكون المنصة عبارة عن شكل ثماني منتظم محيطه 76 m.

a. ما الطول الذي ينبغي أن تصل إليه كل لوحة لتكوين جوانب المنصة؟

b. ما الزاوية التي ينبغي قطع كل لوحة بها حتى تتناسب مع بعضها لتكوين المنصة؟ اشرح.

اقرأ المسألة بعناية. إذا علمت أن مجموعة من الألواح تكوّن شكلاً ثمانيًا محيطه 76 ft، فيجب عليك إيجاد طول كل لوحة والزوايا التي سيتم قطعها حتى تتناسب مع بعضها.

ولإيجاد طول كل لوحة، اقسّم المحيط على عدد الألواح.

$$76 \div 8 = 9.5$$

إذًا، يبلغ طول كل لوحة 9.5 m.

استخدم خاصية مجموع الزوايا الداخلية للمضلعات المحدبة لإيجاد قياس زاوية داخلية لشكل ثماني منتظم. أولاً، جسد مجموع S الزوايا الداخلية.

$$S = (n - 2) \times 180$$

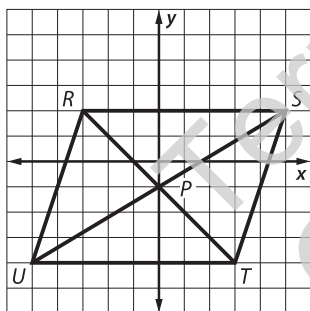
$$= (8 - 2) \times 180$$

$$= 1080$$

إذًا، قياس الزاوية الداخلية للشكل الثماني المنتظم يساوي $1080 \div 8 = 135^\circ$. بما أنه يتم استخدام لوحين لتكوين كل رأس من المصحة، فينبغي أن يتم قلع طرف كل لوحة بزاوية $135 \div 2 = 67.5^\circ$.

تبايرين

3. استخدم التمثيل البياني الموضح أدناه للإجابة عن كل سؤال.



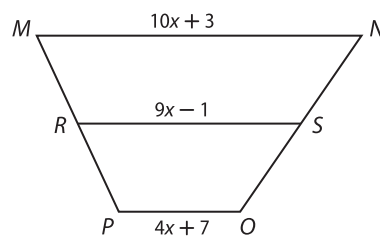
- a. هل قطرا الشكل الرباعي $RSTU$ تقطع كل منهما الآخر؟ استخدم قانون المسافة للتحقق من إجابتك.
- b. ما نوع الشكل الرباعي $RSTU$ ؟ اشرح استخدام خصائص و/أو تعاريف هذا النوع من الأشكال الرباعية.

4. ما مجموع قياسات الزوايا الخارجية للشكل الثماني المنتظم؟

- A 45
B 135
C 360
D 1080

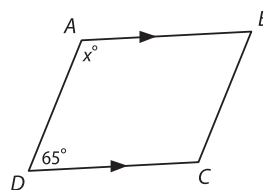
اقرأ كل مسألة. حدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم معطيات المسألة لحلها. اكتب الحل هنا.

1. \overline{RS} هو منتصف ساقَي شبه المنحرف $MNOP$.
ما طول \overline{RS} ؟



- A 14 وحدة
B 19 وحدة
C 23 وحدة
D 26 وحدة

2. إذا كان $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ ، فجد x .

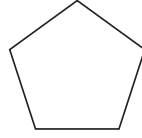


- F 32.5
G 65
H 105
J 115

تدريب على الاختبارات المعيارية

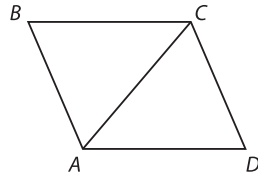
تراكمي، الوحدات 11-1

4. أي مما يلي قياس زاوية داخلية في شكل خماسي منتظم؟



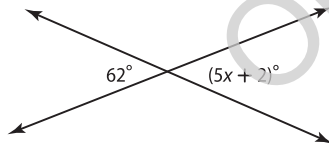
- F 96 H 120
G 108 J 135

5. الشكل الرباعي ABCD عبارة عن معين. إذا كان قياس $\angle DAC = 120^\circ$. فجد قياس $\angle BCD$.



- A 30 C 90
B 60 D 120

6. ما قيمة x في الشكل أدناه؟



- F 10 H 14
G 12 J 15

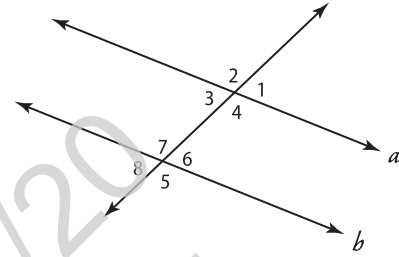
7. أي من العبارات التالية صحيحة؟

- A جميع المستطيلات مربعات.
B جميع المعينات مربعات.
C جميع المستطيلات متوازيات أضلاع.
D جميع متوازيات الأضلاع مستطيلات.

اختيار من متعدد

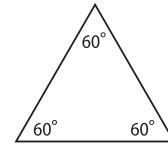
اقرأ كل سؤال. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي قدمها المعلم أو ورقة أخرى.

1. إذا كان $a \parallel b$ ، فأبي مما يلي قد لا يكون صحيحًا؟



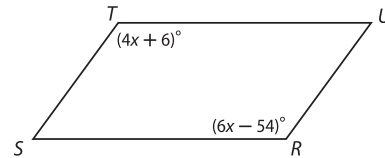
- A $\angle 1 \cong \angle 3$ C $\angle 2 \cong \angle 5$
B $\angle 4 \cong \angle 7$ D $\angle 8 \cong \angle 2$

2. صنف المثلث أدناه وفق قياسات زواياه. واختر أفضل مصطلح يناسب المثلث.



- F حاد
G متساوي الزوايا
H منفرج
J قائم

3. جد قيمة x في متوازي الأضلاع RSTU.

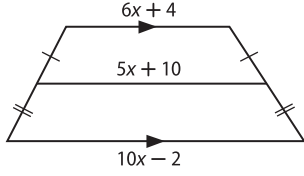


- A 12 C 25
B 18 D 30

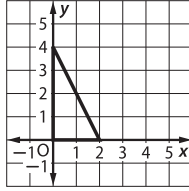
نصيحة عند حل الاختبار

السؤال 3 استخدم خصائص متوازي الأضلاع في حل هذه المسألة. الزوايا المتقابلة متطابقة.

12. إجابة شبكية جـد x في الشكل أدناه. قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة، إذا لزم الأمر.



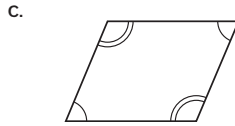
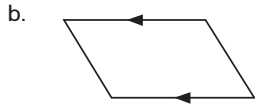
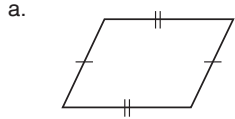
13. ما إحداثيات مركز الدائرة المحيطة في المثلث أدناه؟



الإجابة الموسعة

اكتب إجاباتك على ورقة. اكتب الحل هنا.

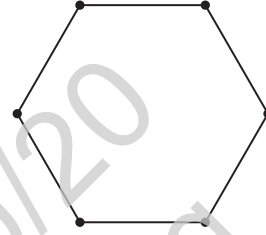
14. حدد ما إذا كان يُمكنك إثبات أن كل شكل عبارة عن متوازي أضلاع. وإذا كان لا يُمكنك ذلك، فاكتب المعلومات الإضافية اللازمة لإثبات أن هذا الشكل متوازي أضلاع. اشرح استنتاجك.



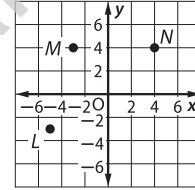
الإجابة المختصرة/الإجابة الشبكية

اكتب الإجابات في ورقة الإجابة التي قدمها إليك المعلم أو ورقة أخرى.

8. إجابة شبكية تُشكل دعامات شرفة حديقة سالي شكلاً سداسياً منتظماً. ما قياس الزاوية المتكونة في كل زاوية من شرفة الحديقة؟



9. ما إحداثيات النقطة P التي تمثل الرأس الرابع لشبه منحرف متساوي الساقين؟ اكتب الحل هنا



10. ماذا تعرف عن متوازي الأضلاع إذا كانت أقطاره متعامدة؟ اشرح.

11. حدد ما إذا كان الاستنتاج المذكور صالحاً أم لا وفق المعلومات المقدمّة أدناه. إذا كان غير صالح، فاكتب "غير صالح". اشرح استنتاجك.

المعطيات: إذا كان العدد يقبل القسمة على 9، فإنه يقبل القسمة على 3. العدد 144 يقبل القسمة على 9.

الاستنتاج: العدد 144 يقبل القسمة على 3.

نظرية المجموعات

12 الوحدة



Chapter sourced from, 12. Set Theory from Math in Our World Chapter 2 © 2019

McGraw-Hill Education مؤسسة صالح محفوظه للتأليف © حقوق الطبع والتأليف محفوظة

لمحة عامة

- 1 مقدمة في نظرية المجموعات
- 2 المجموعات الجزئية والعمليات على المجموعات
- 3 استخدام مخططات فن Venn لدراسة العمليات على المجموعات
- 4 استخدام المجموعات لحل المسائل
- 5 المجموعات غير المنتهية

Term 3 AY 19/20
Online Learning

مقدمة في نظرية المجموعات

أهداف التعلم



تحدد القوانين التي تقرر من يمكنه التصويت في انتخابات معينة مجموعة محددة جيدًا من الأشخاص. فإذا لم تكن المجموعة محددة جيدًا، فسيكون تطبيق القانون مستحيلًا تقريبًا.

4 إيجاد عدد العناصر الرئيسة في المجموعة.

5 تصنيف المجموعات إلى منتهية وغير منتهية.

6 تحديد ما إذا كانت المجموعتان متساويتين أم متكافئتين.

1 تعريف المجموعة.

2 كتابة المجموعات بثلاث طرق مختلفة.

3 تعريف المجموعة الخالية.

هل فكرت من قبل في الدور الذي يقوم به تجميع الأشياء في حياتنا اليومية؟ فكّر في كافة المجموعات الجزئية التي بين الأشخاص الذين تعرفهم فقط: لديك مجموعة الأصدقاء المقربين، مجموعة أصدقاء التواصل الاجتماعي، مجموعة أفراد العائلة، مجموعة المعارف العابرين، مجموعة زملاء الدراسة، مجموعة الأساتذة، مجموعة زملاء العمل... كما أن لديك مجموعة المفاتيح، ومجموعة الملابس، والأجهزة الإلكترونية، والأطعمة، والبرامج التلفزيونية، وغيرها الكثير. فعالمنا بالكامل مقسم إلى مجموعات من الأشياء أو ما نسميه المجموعات. ومن ثم فإن دراسة المجموعات من منظور رياضي يُعد فرصة جيدة لدراسة كيفية استخدام الرياضيات في عالمنا. سيتم تنظيم دراستنا للمجموعات بالكامل بحسب الموضوعات التي في هذا القسم. تنظيم - هل فهمت ما أقصد؟ لن تجد هذا النوع من الدعاية الرديئة في معظم الكتب الدراسية.

المفاهيم الأساسية

لنبدأ بالتعريف الأساسي للمجموعات.

المجموعة عبارة عن تجميع للأشياء.

في دراستنا للمجموعات، سنرغب في تقييد انتباهنا بالمجموعات المحددة جيدًا. وتكون المجموعة **محددة جيدًا** إذا استطعنا -فيما يتعلق بأي عنصر محدد- تحديد ما إذا كان ضمن المجموعة أم لا بشكل موضوعي. على سبيل المثال، تعد مجموعة "الحروف الأبجدية للغة العربية" محددة جيدًا لأنها تتكون من 28 حرفًا نستخدمها، دون غيرها من العناصر، لتكوين الحروف الأبجدية. أما مجموعة "الأشخاص الطوال القائمة" في صفك، فليست محددة جيدًا لأن تحديد من ينتمي إلى هذه المجموعة تحديدًا دقيقًا موضع تأويل. وهكذا، لكي تكون المجموعة محددة جيدًا، يجب أن يستند تحديد ما تحتوي عليه وما لا تحتوي عليه إلى حقائق وليس إلى وجهات نظر.

يسمى كل شيء في المجموعة **عنصرًا** أو عضوًا في المجموعة. يُطلق على إحدى طرق تصميم المجموعة **طريقة ذكر العناصر أو ذكر عناصرها**. وفيها تُدرج العناصر بين قوسين، مع الفصل بينها باستخدام الفواصل. ولا يُعد ترتيب العناصر مهتمًا؛ فالمجموعتان $\{2, 5, 7\}$ و $\{5, 2, 7\}$ هما نفسهما. ونسَمّي المجموعات غالبًا باستخدام حرف كبير من أحرف الانجليزية.

مثال 1 كتابة المجموعة باستخدام ذكر العناصر

اكتب مجموعة شهور السنة التي تبدأ بحرف M في اللغة الإنجليزية. هل هذه المجموعة محددة جيدًا؟ لم أو لم لا؟

الحل

الشهران اللذان يبدأان بالحرف M هما March و May. ويمكن كتابة الإجابة باستخدام رمز المجموعة كما يلي

$$M = \{\text{March, May}\}$$

وهذه مجموعة محددة جيدًا لأن كلاً من أسماء الشهور إما أن يبدأ بحرف M أو لا؛ فلا تحتل التأويل.

1. تعريف المجموعة.



ملاحظة رياضية

توضّح الفواصل التي بين العناصر أن عناصر المجموعة هي الأسماء، وليست الحروف الفردية.

جرب هذا 1

اكتب مجموعة اسماء الشهور التي تنتهي بحرف y في اللغة الإنجليزية.

في الرياضيات، يجري تحديد مجموعة أعداد العد أو **الأعداد الطبيعية** كما يلي $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$.
عندما نصمم المجموعات، فإن النقاط الثلاث، أو علامة القطع، تعني أن قائمة العناصر تستمر بشكل لا نهائي
بالنمط نفسه). المجموعة $E = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$ هي مجموعة **الأعداد الطبيعية الزوجية** والمجموعة
 $O = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$ هي مجموعة **الأعداد الطبيعية الفردية**.

مثال 2 كتابة المجموعات بذكر العناصر

استخدم طريقة ذكر العناصر للقيام بما يلي:

- (a) كتابة مجموعة الأعداد الطبيعية التي تقل عن 6.
(b) كتابة مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية التي تزيد عن 4.
(c) هل يمكنك التفكير في طريقة أخرى لوصف كل مجموعة لفظيًا؟

الحل

- (a) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
(b) $\{5, 7, 9, 11, \dots\}$
(c) يمكن وصف المجموعة الأولى بمجموعة الأعداد الطبيعية التي تقل عن أو تساوي 5، أو المحصورة بين 0 و6.
ويمكن وصف المجموعة الثانية بمجموعة الأعداد الفردية التي تزيد عن 3، أو التي تزيد عن أو تساوي 5.

ملاحظة رياضية

يمكنك إدراج عنصر المجموعة أكثر من مرة إذا كان يعني الكثير بالنسبة إليك، لكن لا يوجد سبب جيد تحديدًا لذكر التكرار. على سبيل المثال، مجموعة حروف كلمة تكرر تُكتب هكذا $\{ت، ك، ر، \}$.

جرب هذا 2

اكتب كل مجموعة، باستخدام طريقة ذكر العناصر، ثم اكتب وصفًا بديلًا واحدًا على الأقل لكل مجموعة.

- (a) مجموعة الأعداد الطبيعية الزوجية من 80 إلى 90.
(b) مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية التي تزيد عن 10.

تنبيه

يتساءل الطلاب غالبًا عن عدد عناصر المجموعة التي يكتونها قبل الإنهاء بعلامة القطع. الإجابة الصحيحة هي "سبعة". مجرد مزاح - لا توجد قاعدة محددة. تأكد فقط من تضمين أعداد كافية توضح النمط. بالنسبة إلى (b) على سبيل المثال، سترك الاكتفاء بكتابة $\{5, 7, \dots\}$ أي عدد من التفسيرات المحتملة: $\{5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, \dots\}$. أما $\{5, 7, 10, 14, \dots\}$ فهما الزوجان اللذان سيتبادران إلى الذهن.

ملاحظة رياضية

يستخدم البعض الرمز \ni عند القراءة من اليمين إلى اليسار.

يستخدم الرمز \in - ينتمي - لتوضيح أن شيئًا ما عنصرًا في المجموعة. على سبيل المثال، إذا كانت A هي مجموعة الأعداد الأولية، فيمكننا كتابة $7 \in A$. ونقرأ "7 أحد عناصر المجموعة A أو 7 ينتمي إلى A ". وبالمثل، يمكننا كتابة $11 \in A$.
وعندما لا يكون الشيء عنصرًا في المجموعة، فإننا نستخدم الرمز \notin - لا ينتمي. - حيث إن "9 ليس عددًا أوليًا، يمكننا كتابة $9 \notin A$ ، ونقرأ "9 ليس عنصرًا في المجموعة A أو 9 لا ينتمي إلى A ".

مثال 3 فهم رمز المجموعات

حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صائبة أم خاطئة.

- (a) الجزائر تنتمي إلى A ، حيث A هي مجموعة الدول الواقعة غرب نهر النيل.
(b) $27 \in \{1, 5, 9, 13, 17, \dots\}$
(c) $z \notin \{v, w, x, y, z\}$

الحل

- (a) تقع الجزائر غرب نهر النيل، لذا فإن الجزائر عنصر في المجموعة A . العبارة صائبة.
(b) يوضح النمط أن كل عنصر يزيد بمقدار 4 عن العنصر السابق. ومن ثم تكون العناصر الثلاثة التالية 21 و25 و29؛ تم تجاوز 27، ومن ثم فإن 27 لا ينتمي إلى المجموعة. العبارة خاطئة.
(c) الحرف z ينتمي إلى المجموعة، ومن ثم تكون هذه العبارة خاطئة.

ملاحظة رياضية

يمكن أن يكون رمز المجموعة مربكًا إلى حد ما، ويجب أن تكون حريصًا على كتابة ما تقصد. على سبيل المثال، من الخطأ كتابة $\{6\} \in \{2, 4, 6\}$ حيث يمثل الرمز $\{6\}$ مجموعة تحتوي على 6، وهي ليست عنصرًا في $\{2, 4, 6\}$. ولكن ينبغي كتابة $6 \in \{2, 4, 6\}$.

جرب هذا 3

حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صائبة أم خاطئة.

- (a) يوليو ينتمي إلى A . حيث A هي مجموعة أسماء الشهور بين يوم الأم واليوم العالمي للتحصيل.
 (b) $21 \in \{2, 5, 8, 11, \dots\}$
 (c) صفر لا ينتمي إلى $\{ص, ق, ر\}$

ثمة ثلاث طرق شائعة لتصميم المجموعات:

1. طريقة القائمة أو ذكر العناصر.
2. الطريقة الوصفية.
3. رمز بناء المجموعة.

إننا نعرف بالفعل الكثير عن استخدام طريقة القائمة أو ذكر العناصر؛ حيث تُدرج عناصر المجموعة بين قوسين ويتم الفصل بينها بالفاصلة، كما في الأمثلة 1 إلى 3. تستخدم **الطريقة الوصفية** عبارة لفظية قصيرة لوصف المجموعة.

مثال 4 وصف المجموعة باستخدام الطريقة الوصفية

استخدم الطريقة الوصفية لوصف المجموعة B التي تتضمن الأعداد 2 و4 و6 و8 و10 و12 بطريقتين مختلفتين.

الحل

إن كل العناصر التي في المجموعة أعداد طبيعية زوجية، وجميعها أقل من 14. ومن ثم تكون B هي مجموعة الأعداد الطبيعية الزوجية التي تقل عن 14. توجد طرق أخرى كثيرة يمكن وصف المجموعة بها. ومن بين الطرق الأخرى "مجموعة الأعداد الطبيعية التي تقع بين 1 و15 وتقبل القسمة على 2".

جرب هذا 4

استخدم الطريقة الوصفية لوصف المجموعة A التي تتضمن العناصر $3, 2, 1, 0, -1, -2, -3$ بطريقتين مختلفتين.

أما الطريقة الثالثة (والأرقى) لتصميم المجموعة، فهي **رمز بناء المجموعة**. وتستخدم هذه الطريقة المتغيرات.

المتغير عبارة عن رمز (يكون حرفاً عادة) يمكن أن يمثل عناصر مختلفة في مجموعة ما. يستخدم رمز بناء المجموعة المتغير والأقواس والعمود الرأسى الذي يُقرأ "بحيث". على سبيل المثال، يمكن كتابة المجموعة $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ باستخدام رمز بناء المجموعة كما يلي

$$\{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ و } x < 7\}$$

ويقرأ ذلك كما يلي "مجموعة العناصر x بحيث x عدد طبيعي و x أقل من 7". يمكننا استخدام أي حرف أو رمز للمتغير، لكن يشيع استخدام x . (إذا كنت ترغب في مراجعة رموز المتباينة، فراجع موارد مراجعة الجبر عبر الإنترنت).

ملاحظة رياضية

عندما نسمع متغيراً، قد تفكر تلقائياً في حرف، مثل x أو y . لكن ينبغي لك التفكير فيما تعنيه كلمة المتغير بالفعل: شيء ما يمكن أن يتغير أو يتنوع. والمتغير هو مجرد رمز يمثل عدداً أو شيئاً ما يمكن أن يتغير.

مثال 5 كتابة مجموعة باستخدام رمز بناء المجموعة

استخدم رمز بناء المجموعة لتصميم كل مجموعة. ثم اكتب كيف ستقرأ إجابتك بصوت عالٍ.

- (a) تحتوي المجموعة R على العناصر 2 و4 و6.
 (b) تحتوي المجموعة W على العناصر أحمر وأصفر وأزرق.

الحل

- (a) $R = \{x \mid x \in E \text{ و } x < 7\}$. المجموعة x بحيث x عدد طبيعي زوجي و x أقل من 7.
 (b) $W = \{x \mid x = \text{لون أساسي}\}$. مجموعة x بحيث x لون أساسي.

ملاحظة رياضية

لعلك لاحظت أن أحد الأمور الرائعة حول رمز المجموعة هو وجود أكثر من طريقة غالباً لكتابة المجموعة في المثال 5. كان يمكننا كتابة $x/x = W$ أحد ألوان علم كولومبيا.

جرب هذا 5

- استخدم رمز بناء المجموعة لتصميم كل مجموعة. ثم اكتب كيف ستقرأ إجابتك بصوت عالٍ.
- (a) تحتوي المجموعة K على العناصر 10, 12, 14, 16, 18.
(b) تحتوي المجموعة W على العناصر دانماركي وروماني.

مثال 6 استخدام رموز المجموعات المختلفة

حدد المجموعة S التي تضم العناصر $32, 33, 34, 35, \dots$ باستخدام

- (a) طريقة ذكر العناصر.
(b) الطريقة الوصفية.
(c) رمز بناء المجموعة.

الحل

- (a) $\{32, 33, 34, 35, \dots\}$
(b) المجموعة S هي مجموعة الأعداد الطبيعية الأكبر من 31.
(c) $\{x | x \in N \text{ و } x > 31\}$

جرب هذا 6

صمّم المجموعة التي تضم العناصر $11, 13, 15, 17, \dots$ باستخدام

- (a) طريقة ذكر العناصر.
(b) الطريقة الوصفية.
(c) رمز بناء المجموعة.

إذا تضمنت المجموعة عناصر متعددة، فيمكننا إعادة استخدام علامة القطع لتمثيل العناصر المفقودة طالما كنا نستخدم نمطاً واضحاً. على سبيل المثال، تتضمن المجموعة $\{1, 2, 3, \dots, 99, 100\}$ كل الأعداد الطبيعية من 1 إلى 100. وبالمثل، والمجموعة $\{a, b, c, \dots, x, y, z\}$ تتضمن كل الحروف الهجائية الإنجليزية.

مثال 7 كتابة مجموعة باستخدام علامة القطع

باستخدام ذكر العناصر، اكتب المجموعة التي تتضمن كل الأعداد الطبيعية الزوجية التي بين 99 و201.

الحل

$\{100, 102, 104, \dots, 198, 200\}$

جرب هذا 7

باستخدام ذكر العناصر، اكتب مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية التي بين 50 و500.

توجد بعض الحالات التي يكون من الضروري فيها تحديد المجموعة من دون عناصر. على سبيل المثال، لن تتضمن مجموعة الرئيسات السيدات للولايات المتحدة أشخاصاً، ومن ثم تكون بلا عناصر (على الأقل حتى كتابة هذه السطور). تُسمى المجموعة التي لا تتضمن أي عناصر **المجموعة الخالية**. والرمزان المستخدمان لتمثيل المجموعة الخالية هما $\{\}$ أو \emptyset .

2. كتابة المجموعات بثلاث طرق مختلفة.



ملاحظة رياضية

في ديسمبر 2011، أعلنت مجموعة من العلماء من اليابان وروسيا أنها تأمل في استنساخ ماموثاً من الحمض النووي المتجمد لفترة طويلة والموجود في سيبيريا خلال 5 سنوات. أعتقد أننا قد نتفق جميعاً على أنه سيكون رائعاً جداً. لذا فأنا أحتفظ بالحق في تغيير إجابتي عن المثال 8(b).

مثال 8 تحديد المجموعات الخالية

أي من المجموعات التالية خالية؟

- (a) مجموعة أحافير الماموث في المتاحف
(b) $\{x|x \text{ ماموث صوفي حي}\}$
(c) $\{\emptyset\}$
(d) $\{x|x \text{ عدد طبيعي محصور بين 1 و2}\}$

الحل

- (a) توجد بشكل مؤكد أحفورة ماموث على الأقل في أحد المتاحف في مكان ما، ومن ثم فإن المجموعة غير خالية.
(b) لقد انقرضت حيوانات الماموث منذ 8,000 سنة تقريباً، ومن ثم تكون هذه المجموعة خالية بالتأكيد.
(c) هذه المجموعة مخادعة. فكل من $\{\}$ و \emptyset يمثل المجموعة الخالية، لكن $\{\emptyset\}$ هي مجموعة تتضمن المجموعة الخالية، والتي تحتوي على عنصر واحد. انتبه، إنها تتضمن عنصرًا واحدًا.
(d) هذه المجموعة خالية حيث لا توجد أعداد طبيعية بين 1 و2.

جرب هذا 8

أي من المجموعات التالية خالية؟

- (a) $\{x|x \text{ عدد طبيعي يقبل القسمة على 7}\}$
(b) $\{x|x \text{ إنسان يعيش على كوكب المريخ}\}$
(c) $\{\{\}\}$
(d) تتألف المجموعة Z من الأشخاص الذين يعيشون على الأرض وتزيد أعمارهم عن 120 سنة.

تنبيه

تأكد من أنك لا تكتب المجموعة الخالية على الصورة $\{\emptyset\}$ ، حيث تشير الأقواس إلى مجموعة تحتوي على ما بداخلها. بحيث يمثل الرمز مجموعة تحتوي على عنصر واحد: المجموعة الخالية.

العدد الرئيس للمجموعة

3. تعريف المجموعة الخالية.

يُسمى عدد العناصر في المجموعة العدد الرئيس للمجموعة. على سبيل المثال، تحتوي المجموعة $R = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ على عدد رئيس يساوي 5 لأنها تحتوي على 5 عناصر. كما يمكن التعبير عن ذلك أيضًا بقولنا **عدد العناصر الرئيسة** للمجموعة R هو 5. ويُعرّف رسميًا كما يلي،
العدد الرئيس لمجموعة هو عدد العناصر فيها. بالنسبة إلى المجموعة A يرمز لعدد العناصر الرئيسة فيها $n(A)$ ، والذي يُقرأ "n لـ A".

مثال 9 إيجاد عدد العناصر الرئيسة لمجموعة

جد العدد الرئيس لكل مجموعة.

- (a) $A = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$
(b) $B = \{x|x \in N \text{ و } x < 16\}$
(c) $C = \{16\}$
(d) \emptyset

الحل

- (a) $n(A) = 6$ لأن المجموعة A تحتوي على 6 عناصر
(b) B هي المجموعة $\{1, 2, 3, 4, \dots, 14, 15\}$ ، التي تحتوي على 15 عنصرًا. ومن ثم تكون $n(B) = 15$.
(c) $n(C) = 1$ لأن المجموعة C تحتوي على عنصر واحد
(d) $n(\emptyset) = 0$ حيث لا توجد عناصر في المجموعة الخالية

جرب هذا 9

جدد العدد الرئيس لكل مجموعة.

- (a) $A = \{z, y, x, w, v\}$
 (b) $B = \{x \mid x \in E \text{ و } 15 < x < 31\}$
 (c) $C = \{\text{شيفروليه}\}$

المجموعات المنتهية وغير المنتهية

يمكن تصنيف المجموعات إلى منتهية أو غير منتهية.
 تسمى المجموعة **منتهية** إذا تضمنت عدداً مُحددًا من العناصر، أو كان عدد عناصرها عددًا طبيعيًا. وتسمى المجموعة التي ليست منتهية **مجموعة غير منتهية** إذا تضمنت عدد غير مُحدد من العناصر. فالمجموعة $\{p, q, r, s\}$ منتهية لأنها تحتوي على أربعة عناصر: p و q و r و s . أما المجموعة $\{10, 20, 30, \dots\}$ غير منتهية لأنها تحتوي على عدد غير مُحدد من العناصر: فهي كل الأعداد الطبيعية التي تمثل مضاعفات العدد 10.

4. إيجاد عدد العناصر الرئيسة في المجموعة.

مثال 10 تصنيف المجموعات إلى منتهية وغير منتهية

صنّف كل مجموعة إلى منتهية أو غير منتهية.

- (a) $\{x \mid x \in N \text{ و } x < 100\}$
 (b) المجموعة R هي مجموعة الحروف المستخدمة لكتابة الأعداد الرومانية.
 (c) $\{100, 102, 104, 106, \dots\}$
 (d) المجموعة M هي مجموعة أفراد أسرتك الحالية.
 (e) المجموعة S هي مجموعة الأناشيد التي يمكن كتابتها.

الحل

- (a) المجموعة منتهية حيث يوجد 99 عددًا طبيعيًا أقل من 100.
 (b) المجموعة منتهية حيث إن الحروف المستخدمة هي C و D و A و L و M و V و X .
 (c) المجموعة غير منتهية حيث إنها تتكون من عدد غير مُحدد من العناصر.
 (d) المجموعة منتهية حيث يوجد عدد مُحدد من الأشخاص في أسرتك الحالية.
 (e) المجموعة غير منتهية حيث يمكن كتابة عدد غير مُحدد من الأناشيد.

ملاحظة رياضية

إذا كنت تتساءل عن كيفية وصف عدد العناصر الرئيسة للمجموعة غير المنتهية، فستحب القسم 5.

جرب هذا 10

صنّف كل مجموعة إلى منتهية أو غير منتهية.

- (a) المجموعة P هي مجموعة الأعداد التي تتضمن مضاعفات العدد 6.
 (b) $\{x \mid x \text{ هو عدد المجلس الوطني الاتحادي}\}$
 (c) $\{3, 6, 9, \dots, 24\}$
 (d) مجموعة كلمات مرور أجهزة الكمبيوتر المحتملة

المجموعات المتساوية والمتكافئة

عند دراسة نظرية المجموعات، سنحتاج إلى فهم الفرق بين مفهومين أساسيين: **المجموعات المتساوية** و**المجموعات المتكافئة**.

تكون المجموعتان A و B **متساويتين** (تكتبان على الصورة $A = B$) إذا كان بهما العناصر نفسها. وتعتبر المجموعتان المنتهيتان A و B **متكافئتين** (تكتبان على الصورة $A \cong B$) إذا كان بهما عدد العناصر نفسه: أي أن $n(A) = n(B)$.

فمثلًا تتساوى المجموعتان $\{a, b, c\}$ و $\{c, b, a\}$ حيث إنهما تحتويان على العناصر نفسها a و b و c . كما أن المجموعة $\{4, 5, 6\}$ تتساوى المجموعة $\{4, 4, 5, 6\}$ حيث لا يلزم كتابة 4 مرتين في المجموعة الثانية. أما المجموعة التي تضم كافة أسماء الطلاب في صفك ومجموعة بطاقات تعريفهم فمتكافئتان لأنهما تحتويان على عدد العناصر نفسه لكن العناصر مختلفة ومن ثم تكونان غير متساويتين.

5. تصنيف المجموعات إلى منتهية أو غير منتهية.

ملاحظة رياضية

كل المجموعات المتساوية متكافئة لأن كلتا المجموعتين ستحتوي على عدد العناصر نفسه، ولكن ليست كل المجموعات المتكافئة متساوية.

مثال 11 تحديد ما إذا كانت المجموعات متساوية أم متكافئة

حدد ما إذا كان كل زوج من المجموعات متساويًا أم متكافئًا أم غير ذلك.

- (a) $\{p, q, r, s\}; \{a, b, c, d\}$
 (b) $\{8, 10, 12\}; \{12, 8, 10\}$
 (c) $\{213\}; \{2, 1, 3\}$
 (d) $\{1, 2, 10, 20\}; \{2, 1, 20, 11\}$

(e) $\{2, 4, 6, 8\}; \{10\}$ (الأعداد الطبيعية الزوجية التي تقل عن 10)

الحل

- (a) متكافئتان
 (b) متساويتان ومتكافئتان
 (c) لا شيء منهما
 (d) متكافئتان
 (e) متساويتان ومتكافئتان

ملاحظة رياضية

هل تفكر في مجموعتين متساويتين لكنهما غير متكافئتين؟ ماذا عن العكس؟ ما الذي يمكنك استنتاجه؟

جرب هذا 11

حدد ما إذا كان كل زوج من المجموعات متساويًا أم متكافئًا أم غير ذلك.

- (a) $\{ك, ل, ب\}; \{ق, ط, ع\}$
 (b) $\{مطر\}; \{م, ط, ر\}$
 (c) $\{ق, ل, ب\}; \{ب, ق, ل\}$
 (d) $\{10, 20, 30\}; \{1, 3, 5\}$

عندما تحتوي مجموعتان على عدد من العناصر صغير نسبيًا، تتمثل الطريقة الأسهل لتحديد ما إذا كانت المجموعتان متكافئتين أم لا في عدّ عدد العناصر، لكن عندما تكون المجموعتان كبيرتين، أو غير منتهيتين، فهناك طريقة ذكية لمعرفة المجموعتين المتكافئتين: تُسمى وضعهما في تناظر واحد لواحد. سيكون هذا مفيدًا حقًا عند دراسة المجموعات غير المنتهية في القسم 5.

يكون بين المجموعتين **تناظر واحد لواحد** للعناصر إذا كان كل عنصر في المجموعة الأولى يمكن إقرانه بعنصر واحد فقط من المجموعة الثانية وكل عنصر في المجموعة الثانية يمكن إقرانه بعنصر واحد فقط في المجموعة الأولى.

مثال 12 وضع المجموعات في تناظر واحد لواحد

أثبت أن (a) المجموعتين $\{8, 16, 24, 32\}$ و $\{s, t, u, v\}$ بينهما تناظر واحد لواحد و (b) المجموعتين $\{x, y, z\}$ و $\{5, 10\}$ ليس بينهما تناظر واحد لواحد. ثم استنتج خلاصة حول ما يجب أن يفعله التناظر واحد لواحد بالنسبة إلى تكافؤ المجموعات.

الحل

(a) إننا نحتاج إلى إثبات أن كل عنصر في إحدى المجموعتين يمكن إقرانه بعنصر واحد فقط في المجموعة الثانية. فيما يلي توضيح طريقة ممكنة لإثبات تناظر واحد لواحد:

$$\begin{array}{cccc} \{8, 16, 24, 32\} \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \{s, t, u, v\} \end{array}$$

(b) لا يمكن وضع عناصر المجموعتين $\{x, y, z\}$ و $\{5, 10\}$ في تناظر واحد لواحد. وبغض النظر عن كيفية المحاولة، سيكون هناك عنصر في المجموعة الأولى لا يناظر أي عنصر في المجموعة الثانية.

ما الذي يمكننا استنتاجه؟ إن المجموعتين اللتين يمكن وضعهما في تناظر واحد لواحد بهما عدد العناصر نفسه أما المجموعتان اللتان لا يمكن وضعهما في تناظر واحد لواحد بهما عدد مختلف من العناصر. الاستنتاج؟ تكون المجموعتان متكافئتين تحديدًا إذا أمكن وضعهما في تناظر واحد لواحد.



فريقا كرة سلة على أرضية الميدان بينهما تناظر واحد لواحد (على فرض أن كل فريق يتضمن خمسة لاعبين).

أثبت أن المجموعتين {شمال، جنوب، شرق غرب} و{شمس، مطر، ثلج، برد} بينهما تناظر واحد لواحد.

المجموعات المتناظرة والمتكافئة

6. تحديد ما إذا



- كانت المجموعتان تكون المجموعتان
متساويتين أم متكافئتين. • متكافئتان إذا كان يمكن وضع عناصرهما في تناظر واحد لواحد.
• غير متكافئتين إذا لم تتمكن من وضع عناصرهما في تناظر واحد لواحد.

إجابات جرب هذا

- 1 {January, February, May, July}
2 (a) {80, 82, 84, 86, 88, 90}
(b) {11, 13, 15, 17, ...}

3 (a) صائبة (b) خاطئة (c) صائبة

4 مجموعة الأعداد الصحيحة من -3 إلى 3

5 (a) $K = \{x | x \in E \text{ و } x > 9 \text{ و } x < 19\}$. مجموعة x بحيث x هو عدد طبيعي زوجي و x أكبر من 9 و x أقل من 19.

(b) $W = \{x | x \text{ جنسية أوروبية}\}$. مجموعة x بحيث x هي جنسية أوروبية.

6 (a) {11, 13, 15, 17, ...}

(b) مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية التي تزيد عن 10

(c) $\{x | x \in N \text{ و } x > 10\}$ عدد فردي، x

7 {51, 53, 55, ..., 497, 499}

8 (a) و (b) و (d)

9 (a) 5 (b) 8 (c) 1

10 (a) غير منتهية (b) منتهية (c) منتهية (d) غير منتهية

11 (a) متكافئتان (c) متساويتان ومتكافئتان

(b) لا شيء منهما (d) متكافئتان

12 شمال جنوب شرق غرب

↓ ↓ ↓ ↓
شمس مطر ثلج برد

12-1

مجموعة التمارين

دليل الدراسة

التمارين الكتابية

1. اشرح ما المقصود بالمجموعة.
2. ما معنى أن تكون المجموعة محدودة؟
3. اكتب مثلاً لمجموعة محدودة، وأخرى غير محددة. (لا تقتبس أمثلة من الكتاب!)
4. اذكر ثلاث طرق لكتابة المجموعات ووصفها.
5. ما الفرق بين المجموعتين المتساويتين والمتكافئتين؟
6. اشرح الفرق بين المجموعة المنتهية وغير المنتهية.
7. ما المقصود بـ "تناظر واحد لواحد بين مجموعتين"؟
8. عرّف المجموعة الخالية واذكر مثالين لمجموعة خالية.

التمارين الحسابية

بالنسبة إلى التمارين 9-22، اكتب كل مجموعة باستخدام طريقة ذكر العناصر. انتبه للعناصر المتكررة، وفكر في سبب عدم احتياجك إلى إدراج العنصر نفسه أكثر من مرة واحدة. قد ترغب في القيام ببحث بسيط عبر الإنترنت بالنسبة إلى بعض المسائل.

9. T هي مجموعة الحروف في كلمة تفكير.
10. A هي مجموعة ألوان علم دولة الامارات العربية المتحدة.
11. P هي مجموعة الأعداد الطبيعية المحصورة بين 50 و60.
12. R هي مجموعة الأعداد الطبيعية الزوجية المحصورة بين 10 و40.
13. $C = \{x/x \in N \text{ و } x < 9\}$
14. $F = \{x/x \in N \text{ و } x > 100\}$
15. $G = \{x/x \in N \text{ و } x > 10\}$
16. B هي مجموعة الأعداد الطبيعية الأكبر من 100.
17. Y هي مجموعة الأعداد الطبيعية بين 2,000 و3,000.
18. $Z = \{x/x \in N \text{ و } 500 < x < 6,000\}$
19. C هي مجموعة الألوان في أعلام البلدان التي تبدأ بحرف O في اللغة الإنجليزية.
20. S هي مجموعة لاعبي اتحاد الإمارات العربية المتحدة لكرة السلة.
21. L هي مجموعة الأربطة التي في ركلة الإنسان.
22. A هي مجموعة عواصم الإمارات السبعة في الإمارات العربية المتحدة.

بالنسبة إلى التمارين 23-28، حدد ما إذا كانت العبارة صائبة أم خاطئة.

23. $5 \in \{1, 3, 5, 7\}$
24. $8 \notin \{2, 4, 6, \dots\}$
25. $\frac{1}{2} \notin N$
26. $0.6 \in N$
27. $\{x/x \text{ ديناصور ستيجوسورس حي}\}$ مجموعة خالية.
28. أبو ظبي تنتمي إلى $\{x/x \text{ إحدى الإمارات العربية}\}$

بالنسبة إلى التمارين 29-36، اكتب كل مجموعة باستخدام الطريقة الوصفية.

29. $\{5, 10, 15, 20, \dots\}$
30. $\{4, 8, 12, 16\}$
31. $\{13, 26, 39, 52\}$
32. $\{7, 14, 21, 28, \dots\}$
33. $\{s, t, e, v, n\}$
34. $\{a, u, g, s, t\}$
35. $\{100, 101, 102, \dots, 199\}$
36. $\{21, 22, 23, \dots, 29, 30\}$

بالنسبة إلى التمارين 37-42، اكتب كل مجموعة باستخدام رمز بناء المجموعة، ثم اكتب وصفاً بديلاً لكل مجموعة.

37. $\{10, 20, 30, 40, \dots\}$
38. $\{3, 6, 9, 12, \dots\}$

39. X هي مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية الأقل من 16.
40. Z هي مجموعة الأعداد الطبيعية المحصورة بين 70 و76.
41. $\{\text{أحمر، أبيض، أزرق}\}$
42. $\{\text{أسود، أبيض، أحمر، أخضر}\}$

بالنسبة إلى التمارين 43-48، اذكر العناصر في كل مجموعة.

43. H هي مجموعة الأعداد الطبيعية الأقل من 0.
44. $\{x/x \in N \text{ و } 70 < x < 80\}$
45. $\{x/x \text{ أحد فصول السنة}\}$
46. R هي مجموعة الحروف التي يمكن أن تكون ساكنة أو متحركة في اللغة الإنجليزية.
47. $\{x/x \text{ عدد طبيعي زوجي بين } 100 \text{ و} 120\}$
48. $\{x/x \text{ عدد طبيعي فردي بين } 90 \text{ و} 100\}$

بالنسبة إلى التمارين 49-54، حدد ما إذا كانت كل مجموعة محدودة أم ليست محدودة.

49. L هي مجموعة المتسابقين الذين ربحوا في برنامج المسابقات.
50. A/A مجموعة الطلاب الذين حصلوا على شهادات تقدير في المشاركة.
51. $\{\text{لاعبو كرة السلة في اتحاد الإمارات العربية المتحدة الذين أحرزوا غمسات رائعة الأسبوع الماضي}\}$
52. N هي مجموعة المرضى المستحقين لزراعة القلب.
53. $B = \{x/x \text{ عدد كبير}\}$
54. $C = \{x/x \text{ عدد أكبر من عدد السكان في الإمارات العربية المتحدة}\}$

بالنسبة إلى التمارين 55-60، حدد ما إذا كانت العبارة صائبة أم خاطئة.

- افتراض أن $A =$ مجموعة المحيطات
 $B = \{10, 20, 30, 40, \dots\}$
- $C =$ مجموعة لاعبي كرة القدم المشهورين
55. $35 \in B$
56. لبيرون جيمس ينتمي إلى C
57. البحر الأبيض المتوسط لا ينتمي إلى A
58. $350 \in B$
59. المحيط الهادئ ينتمي إلى A
60. ديفيد بيكهام ينتمي إلى C

التطبيقات في عالمنا

93. يوضح الجدول أعلى 10 ولايات من حيث عدد المهاجرين الممنوحين إقامة دائمة في 2015.

| الولاية | عدد المهاجرين | % من إجمالي المهاجرين إلى الولايات المتحدة |
|------------|---------------|--|
| كاليفورنيا | 209,568 | 19.9% |
| نيويورك | 130,010 | 12.4% |
| فلوريدا | 118,873 | 11.3% |
| تكساس | 99,727 | 9.5% |
| نيو جيرسي | 49,801 | 4.7% |
| إلينوي | 40,482 | 3.9% |
| ماساشوستس | 28,535 | 2.7% |
| فيرجينيا | 27,622 | 2.6% |
| جورجيا | 25,919 | 2.5% |
| مسلفانيا | 24,969 | 2.4% |

المصدر: وزارة الأمن الداخلي في الولايات المتحدة

- (a) اذكر مجموعة الولايات التي يزيد عدد مهاجريها على 100,000.
- (b) اذكر عناصر مجموعة الولايات المذكورة ضمن أعلى 10 ولايات وبقل عدد مهاجريها عن 50,000.
- (c) اسرد عناصر $x|x$ الولاية التي تتضمن 4% على الأقل من إجمالي المهاجرين.
- (d) اذكر عناصر $x|x$ الولاية التي تتضمن ما يتراوح بين 3% و10% من إجمالي المهاجرين.

94. يسرد الجدول عدد درجات البكالوريوس التي تم منحها في الإمارات العربية المتحدة في أفضل 10 تخصصات لعام 2009 في الجدول، إلى جانب بيانات عامي 1999 و2014 أيضًا.

- (a) اسرد مجموعة التخصصات التي زادت شعبيتها في كل عام مذكور.
- (b) اسرد مجموعة التخصصات التي لم تزد شعبيتها من 2009 حتى 2014.
- (c) اسرد مجموعة التخصصات التي تضم ما يتراوح بين 90,000 و120,000 درجة تم منحها عام 2014.
- (d) جد المجموعة $x|x$ زيادة الشعبية بين 2004 و2009.
- (e) لإيجاد نسبة الزيادة P بين الكمية الأصلية O والكمية الجديدة N . استخدم الصيغة التالية: $P = (N - O) / O$. احسب نسبة زيادة أي تخصص شهد زيادة في عدد الدرجات التي تم منحها بين عامي 2009 و2014. اسرد بعض التخصصات التي زادت على الأقل بنسبة 30%.

بالنسبة إلى التمارين 61-68، حدد ما إذا كانت كل مجموعة غير منتهية أم منتهية.

61. $x|x$ ينتمي إلى N و x عدد زوجي
62. $\{1, 2, 3, \dots, 999, 1,000\}$
63. K هي مجموعة الحروف الأبجدية العربية.
64. $x|x$ ينتمي إلى أعداد المدارس الثانوية في إمارة دبي
65. $x|x$ ينتمي إلى N و x عدد يكون أحاده صفراً
66. \emptyset
67. $x|x$ برنامج تلفزيوني حالي
68. $x|x$ كسر

بالنسبة إلى التمارين 69-74، حدد ما إذا كان كل زوج من المجموعات متساوياً أم متكافئاً أم لا هذا ولا ذلك.

69. $\{t, v, w, s, u\}$ و $\{s, t, u, v, w\}$
70. $\{10, 20, 30, 40, 50\}$ و $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
71. $\{2, 4, 6, 8, \dots\}$ و $\{2, 4, 6, 8\}$
72. $\{واحد\}$ و $\{و, ا, ح, د\}$
73. $\{3\}$ و $\{\emptyset\}$
74. $x|x$ ينتمي إلى أسماء الشهور التي تتكون من 30 يوماً بالتحديد و $\{أبريل, يونيو, سبتمبر, نوفمبر\}$

بالنسبة إلى التمارين 75-78، أثبت أن كل زوج من المجموعات متكافئ باستخدام تناظر واحد لواحد.

75. $\{40, 10, 20, 30\}$ و $\{10, 20, 30, 40\}$
76. $\{1, 2, 3, 4\}$ و $\{w, x, y, z\}$
77. $x|x \in N$ و $x|x$ من مضاعفات العدد 4
78. $x|x$ عدد طبيعي فردي أقل من 11 و $x|x$ عدد طبيعي زوجي أقل من 12

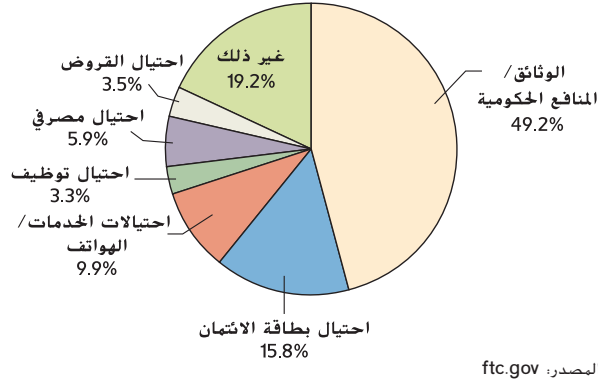
بالنسبة إلى التمارين 79-86، جد العدد الرئيس لكل مجموعة.

79. $A = \{63, 72, 51, 44\}$
80. $B = \{10, 11, 12, \dots, 20\}$
81. $C = \{x|x \text{ يوم في الأسبوع}\}$
82. $D = \{x|x \text{ شهر في السنة}\}$
83. $E = \{\text{ثلاثة}\}$
84. $F = \{\text{ث, ل, ا, ة}\}$
85. $G = \{x|x \text{ ينتمي إلى } N \text{ و } x \text{ عدد سالب}\}$
86. $H = \emptyset$

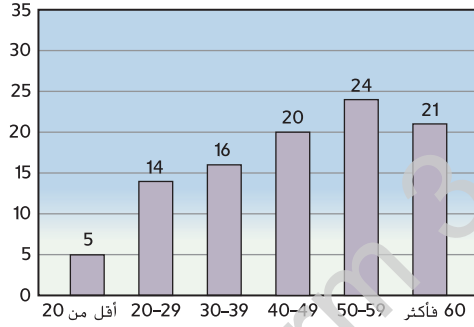
بالنسبة إلى التمارين 87-92، حدد ما إذا كانت كل عبارة صائبة أم خاطئة.

87. كل المجموعات المتساوية متكافئة.
88. لا توجد مجموعات متكافئة متساوية.
89. $n(\{\emptyset\}) = 0$
90. $E = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$ مجموعة منتهية
91. $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$ مكافئة لـ $\{10, 20, 30, 40, \dots\}$
92. $n(\{\}) = 0$

أنواع احتيالات سرقة الهوية المبلّغ عنها في عام



النسبة المئوية للضحايا حسب الأعمار



96. تزامن ازدهار التوزيع الرقمي للموسيقى مع انهيار القرص المدمج، على الأقل فيما يتعلق بالمبيعات. يوضح المخطط عدد الأقراص المدمجة والألبومات المنزلة التي تم بيعها (بالملايين) لبعض السنوات الأخيرة. بالإضافة إلى قيمة تلك المبيعات (أيضاً بالملايين).
- (a) اذكر عناصر مجموعة السنوات التي تجاوزت خلالها مبيعات القرص المدمج قيمة تنزيلات الألبومات.
- (b) اذكر عناصر مجموعة السنوات التي قلت فيها قيمة تنزيلات الألبومات عن السنة السابقة.
- (c) اذكر عناصر $x|x$ السنة التي انخفض فيها عدد مبيعات الألبومات بما يزيد على 25 مليون وحدة.
- (d) اذكر عناصر المجموعة $x|x$ القيمة الدرهمية لتنزيلات الألبومات التي شكّلت زيادة تزيد عن 100 مليون AED من العام السابق.

| التخصص | 2014 | 2009 | 2004 |
|--|---------|---------|---------|
| قطاع الأعمال | 358,079 | 348,056 | 307,149 |
| المهن الصحية والبرامج ذات الصلة | 198,770 | 120,420 | 73,934 |
| العلوم الاجتماعية والتاريخ | 173,096 | 168,517 | 150,357 |
| علم النفس | 117,298 | 94,273 | 82,098 |
| العلوم البيولوجية والطبية | 104,633 | 82,828 | 62,624 |
| التربية | 98,854 | 101,716 | 106,278 |
| الفنون المرئية والاستعراضية | 97,246 | 89,143 | 77,181 |
| الهندسة | 92,162 | 68,911 | 63,410 |
| التواصل والصحافة والبرامج ذات الصلة | 87,604 | 77,984 | 70,968 |
| الأمن الداخلي وإنفاذ القانون ومكافحة الحرائق | 62,409 | 41,788 | 28,175 |

المصدر: شبكة الحارس المستهلك

95. تُعد سرقة الهوية الآن إحدى أكثر الجرائم المكلفة في الولايات المتحدة، وتؤثر غالباً في البالغين الأصغر سناً. فمن بين 251,000 شكوى بسرقة الهوية قُدمت إلى لجنة التجارة الاتحادية (FTC) عام 2015. كان أكثر من 30% من أعمار الضحايا أقل من 30 سنة. يوضح المخطط التالي أنواع حالات سرقة الهوية التي تم الإبلاغ عنها في عام 2015 ونسبة الضحايا حسب العمر.

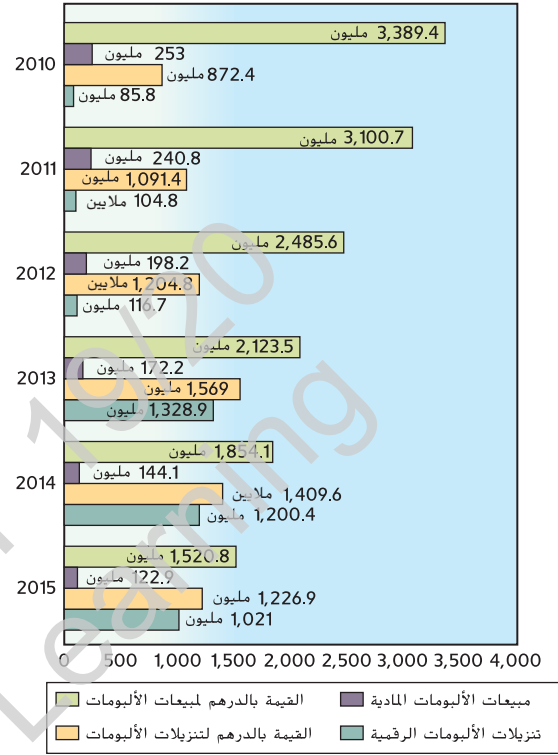
- (a) اذكر عناصر مجموعة تضم نوعي سرقة الهوية الأقل نسبة من بين الجرائم المبلّغ عنها.
- (b) اذكر عناصر مجموعة الفئات العمرية التي تزيد نسبتها عن 18%.
- (c) اذكر عناصر مجموعة أنواع سرقة الهوية التي شكّلت أكثر من نسبة 15% من بين الجرائم المبلّغ عنها.
- (d) اذكر عناصر المجموعة $x|x$ نسبة الذين أعمارهم 40 سنة فأكثر من بين ضحايا سرقة الهوية.
- (e) اذكر عناصر المجموعة $x|x$ نوع الحالة التي وقعت بنسبة تتراوح بين 10% و20% من الجرائم المبلّغ عنها.
- (f) أضف النسب المئوية التي في المخطط الدائري. ماذا تلاحظ؟ هل يمكنك التفكير في التفسيرات المحتملة؟

- (b) اذكر عناصر مجموعة السنوات التي كان فيها متوسط الأسعار يتراوح بين AED 170,000 و AED 200,000.
- (c) جد $\{x|x\}$ السنة التي زاد فيها متوسط الأسعار عن السنة السابقة.
- (d) جد $\{x/x\}$ السنة التي انخفض فيها متوسط الأسعار عن السنة السابقة.

التفكير الناقد

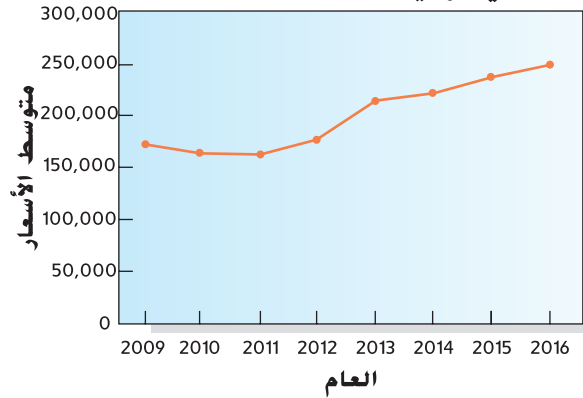
98. إذا كانت $A \cong B$ و $A \cong C$ و $B \cong C$ ؛ اشرح إجابتك.
99. هل $\{0\}$ مكافئة لـ \emptyset ؟ اشرح إجابتك.
100. اكتب مجموعتين متكافئتين ولكن غير متساويتين. لماذا لا يمكن كتابة مجموعتين متساويتين ولكن غير متكافئتين؟
101. إننا نعرف أن المجموعتين تكونان متكافئتين إذا استطعنا الربط بين عناصرهما بتناظر واحد لواحد.
- (a) ما المجموعة التي تضم عناصر أكثر:
 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$
أو $B = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$ ؟
- (b) اكتب المقابلة بين المجموعتين A و B حيث يتقابل كل عنصر في A مع مثليه في B . هل يغير هذا تفكيرك بشأن إجابتك عن الجزء (a)؟ (إذا وجدت هذه المسألة ممتعة، فاستحِب القسم 5 كثيرًا).
102. اذكر كل المجموعات المختلفة التي يمكنك تكوينها باستخدام العناصر التي في المجموعة $\{2, 4, 6\}$ فقط.
- (b) توجد ثماني مجموعات يمكن تكوينها في الجزء (a). هل وجدت شيئاً منها؟ إذا كنت قد وجدتها، فهل يمكنك توضيح سبب ترك واحدة؟
103. اشرح لماذا تُعد كل من المجموعات التالية غير محدودة.
- (a) مجموعة جميع الأوروبيين.
- (b) مجموعة السيارات الفاخرة من طراز 2011
- (c) مجموعة جميع الكليات التي لها فرصة مشروعة للفوز ببطولة كرة السلة (ثمة سببان على الأقل!)
- (d) مجموعة جميع الوظائف التي يتقاضى أصحابها ما يزيد على AED 50,000 سنويًا
- (e) مجموعة الأهميات
104. أحياناً عندما تكون المجموعة غير محدودة، يمكنك تقديم وصف أفضل يجعلها محدودة. على سبيل المثال، مجموعة الأفلام الرائعة حقاً من سنة 2016 ليست محدودة. ولكن إذا غيرنا الوصف إلى مجموعة الأفلام التي صدرت عام 2016 وحصلت على 90/100 على الأقل من تقدير النقاد، فسنكون قد حددنا ما نقصد بقولنا "رائعة حقاً". والآن أصبحت المجموعة محدودة. بالنسبة إلى كل من المجموعات في التمرين 105، اكتب وصفاً يجعل المجموعة محدودة؟

مبيعات الأقراص المدمجة مقابل تنزيلات الألبومات في الولايات المتحدة



97. لقد استغرق الأمر بعض الوقت، لكن في عام 2015، وصلت أسعار المساكن أخيراً إلى قيم مماثلة للأسعار قبل انهيار الإسكان في عام 2006. يعرض التمثيل البياني الخطي أدناه متوسط أسعار المساكن الحالية في الولايات المتحدة للأعوام من 2009 إلى 2016.

متوسط أسعار المساكن الحالية في الولايات المتحدة



المصدر: الرابطة الوطنية للوسطاء العقاريين

- (a) اذكر عناصر مجموعة السنوات التي كان فيها متوسط الأسعار فوق 200,000.

ملاحظات

Term 3 AY 19/20
Online Learning

المجموعات الجزئية والعمليات على المجموعات

:: أهداف التعلم

- 1 • تعريف متممة المجموعة.
- 2 إيجاد كافة المجموعات الجزئية للمجموعة.
- 3 استخدام رمز المجموعة الجزئية.
- 4 إيجاد عدد المجموعات الجزئية للمجموعة.
- 5 إيجاد التقاطعات والاتحادات والفروق بين المجموعات.

لقد رأينا أن نظرية المجموعات تتعلق بتحديد العلاقات بين الأشياء التي يتم تجميعها معًا لسبب ما. وبتناول هذه الفكرة بتوسع أكبر، فإن المجموعات ترتبط غالبًا مع المجموعات الأخرى بعلاقات. وهذا عندما تصبح الأشياء متعددة نوعًا ما في هذه الحالة، سيكون النظام الخاص بعرض هذه العلاقات ودراستها مفيدًا، وهو في النهاية نوع من النشاط الأساسية لدراسة نظرية المجموعات. لكننا لم نتطرق إلى الآن إلا إلى ظاهر الموضوع. على سبيل المثال، هب أنك أحد أعضاء كلتا مجموعتي طلاب المدرسة الثانوية والطلاب الذين يخوضون دورة تدريبية في رياضيات المرحلة الثانوية. فمن الممكن أن تكون ضمن مجموعة طلاب الصف العاشر أو مجموعة طلاب الصف الحادي عشر، لكن ليس في كليهما. وربما تكون ضمن مجموعة الطلاب الذين يعيشون بعيدًا عن حرم المدرسة ومجموعة الطلاب الذين يذهبون إلى المدرسة مشيًا. وربما تكون ضمن مجموعة الطلاب الذين يتناولون الغداء في كافيتريا المدرسة ومجموعة الطلاب الذين يعتقدون أن البطاطس المقلية رطبة جدًا. لكن ليس في مجموعة الأشخاص الذين يضعون صلصة الطماطم ويأكلون الأشياء الرديئة بأي شكل. لنر ما الذي يمكننا القيام به حول تنظيم هذه الروابط المعقدة بين المجموعات. في هذا الدرس، سندرس العلاقات بين المجموعات.

لكي نبدأ، سنحتاج إلى التفكير في مفهوم جديد يُسمى **المجموعة الشاملة**.

والمجموعة الشاملة الخاصة بحالة متقدمة، ورمزها U . هي مجموعة جميع الأشياء التي يكون من المنطقي مراعاتها في هذه الحالة.

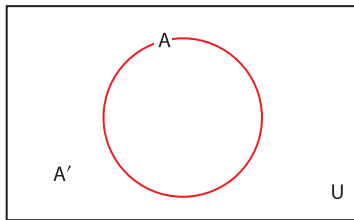
على سبيل المثال، تحتوي كل المجموعات المذكورة في الفقرة الافتتاحية على أشخاص. ومن ثم يمكننا نظرًا استخدام مجموعة جميع البشر بوصفها U . لكن من الأكثر منطقي أن نقوم بتخصيص $U = \{\text{طلاب المرحلة الثانوية}\}$.

وبمجرد تحديد المجموعة الشاملة في حالة معينة، فإننا نقتصر على التفكير في عناصر هذه المجموعة فقط. إذا كانت $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. فإن العناصر التي يمكننا استخدامها فقط لتحديد المجموعات الأخرى في هذه الحالة هي مجموعة الأعداد الصحيحة من 1 إلى 8.

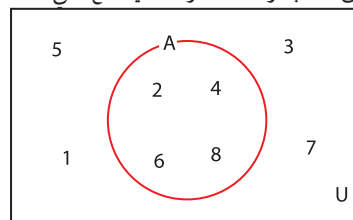
سنستخدم في بقية هذه الوحدة طريقة ذكية لتصوير المجموعات وعلاقاتها تُسمى **مخطط فن Venn** (وقد سُمي بذلك نسبة إلى الرجل الذي قام بتطويره، جون فن، في القرن التاسع عشر). يعرض الشكل 1-2 مثالاً.

يمكنك الحصول على مزيد من المعلومات من هذه المخططات البسيطة. يتم تحديد مجموعة تسمى A والمجموعة الشاملة التي يمكن من خلالها اختيار عناصر المجموعة A هي $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. المجموعة A هي $\{2, 4, 6, 8\}$. والعناصر التي ليست ضمن المجموعة A هي $\{1, 3, 5, 7\}$. سُنسمي عناصر المجموعة U والتي ليست ضمن المجموعة A متممة المجموعة A ، ونشير إليها بالرمز A' .

وتممة المجموعة A ، ورمزها A' . هي مجموعة العناصر التي في المجموعة الشاملة وليست في A . باستخدام بناء رمز المجموعة، تكون متممة A هي $A' = \{x | x \in U \text{ و } x \notin A\}$. في مخطط فن Venn، تكون متممة المجموعة A هي كافة العناصر التي بداخل المستطيل وليست داخل الدائرة التي تمثل المجموعة A . وهذا يتضح في الشكل 1.



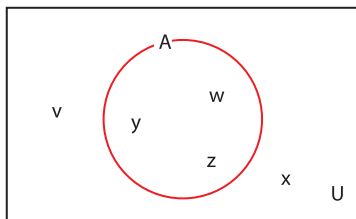
الشكل 2



الشكل 1

مثال 1 إيجاد متممة المجموعة

- (a) لتكن $U = \{v, w, x, y, z\}$ و $A = \{w, y, z\}$. جد A' وارسم مخطط فن Venn الذي يوضح هذه المجموعات.
 (b) ما متممة المجموعة الشاملة لحالة معينة؟



الشكل 3

الحل

- (a) باستخدام قائمة العناصر التي في U . بلزمننا فقط شطب العناصر التي في A كذلك. وستكون العناصر المتبقية في المجموعة A' .

$$U = \{v, w, x, y, z\} \quad A' = \{v, x\}$$

- يظهر مخطط فن Venn في الشكل 3.
 (b) لا توجد عناصر في مجموعة شاملة ليست ضمن المجموعة الشاملة. ومن ثم، ووفقاً لتعريف المتممة، لا توجد عناصر في متممة مجموعة شاملة، أي إن المتممة هي المجموعة الخالية.

جرب هذا 1

- (a) افترض أن $U = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$ و $A = \{10, 30, 50\}$. جد A' وارسم مخطط فن Venn الذي يوضح هذه المجموعات.
 (b) ما متممة المجموعة الخالية؟

المجموعات الجزئية

1. تحديد متممة المجموعة.

كنا قد أشرنا في بداية هذا الدرس إلى أنك تنتمي إلى كلتا مجموعتي طلاب المدرسة الثانوية والطلاب الذين يخوضون دورة تدريبية في رياضيات المرحلة الثانوية. لاحظ أن كل من في المجموعة الثانية هو بالفعل في المجموعة الأولى. (فلا شك أنك إذا كنت تخوض دورة تدريبية في رياضيات المرحلة الثانوية، فلا بد أن تكون طالباً في المدرسة الثانوية). ويمكن أن نقول إن مجموعة الطلاب الذين يخوضون الدورة التدريبية في رياضيات المرحلة الثانوية مشمولون ضمن مجموعة جميع طلاب المدرسة الثانوية. وإذا كانت مجموعة ما مشمولة في مجموعة أخرى، فإننا نسمي المجموعة الأصغر مجموعة جزئية للمجموعة الأكبر.

المفهوم الأساسي للمجموعات الجزئية

إذا كان كل عنصر في المجموعة A عنصراً في المجموعة B فإن A تُسمى **مجموعة جزئية** للمجموعة B . يُستخدم الرمز \subseteq لتحديد المجموعة الجزئية؛ في هذه الحالة، نكتب $A \subseteq B$ وتقرأ A محتواة في B .

وثمة تعريف آخر يتمثل في أن A مجموعة جزئية من B إذا لم توجد أي عناصر في A ليست أيضاً في B . فيما يلي ملحوظتان تتعلقان بالمجموعات الجزئية.

- كل مجموعة هي مجموعة جزئية من نفسها. يكون كل عنصر في المجموعة A عنصراً في المجموعة A . ومن ثم فإن $A \subseteq A$.
- المجموعة الخالية عبارة عن مجموعة جزئية من كل مجموعة. فالمجموعة الخالية لا تتضمن أي عناصر. ومن ثم، فبالنسبة إلى أي مجموعة A ، لا يمكنك تحديد أي عنصر \emptyset غير موجود كذلك في A .

إذا بدأنا بالمجموعة $\{x, y, z\}$ ، فلنر عدد المجموعات الجزئية التي يمكننا تكوينها:

| عدد العناصر في المجموعة الجزئية | المجموعات الجزئية المترتبة على هذا العدد من العناصر | (مجموعة جزئية واحدة) |
|---------------------------------|---|----------------------|
| 3 | $\{x, y, z\}$ | (مجموعة جزئية واحدة) |
| 2 | $\{x, y\}, \{x, z\}, \{y, z\}$ | (ثلاث مجموعات جزئية) |
| 1 | $\{x\}, \{y\}, \{z\}$ | (ثلاث مجموعات جزئية) |
| 0 | \emptyset | (مجموعة جزئية واحدة) |

لذا، بالنسبة إلى مجموعة مكونة من ثلاثة عناصر، يمكننا تكوين ثماني مجموعات جزئية.

يوجد العديد من المجموعات الجزئية لهذه المجموعة من الطلاب المستمعين بعطلة الربيع: المجموعة الجزئية للطالبات الإناث، المجموعة الجزئية للطلاب الذكور، وهكذا.

مثال 2 إيجاد كافة المجموعات الجزئية للمجموعة

جد كافة المجموعات الجزئية للمجموعة $A = \{\text{برد، أنفلونزا}\}$.

الحل

المجموعات الجزئية هي

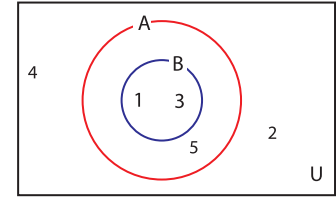
- {برد، أنفلونزا}
- {برد}
- {أنفلونزا}
- \emptyset

لاحظ أن المجموعة المكونة من عنصرين لها أربع مجموعات جزئية.

جرب هذا 2

جد كافة المجموعات الجزئية للمجموعة $B = \{\text{الهواتف، الحواسيب، الأجهزة اللوحية}\}$.

للإشارة إلى أن مجموعة ما ليست مجموعة جزئية من مجموعة أخرى، يُستخدم الرمز $\not\subseteq$. على سبيل المثال، $\{1, 3\} \not\subseteq \{0, 3, 5, 7\}$ حيث إن $1 \notin \{0, 3, 5, 7\}$.
من بين المجموعات الجزئية الأربعة في المثال 2، توجد مجموعة واحدة فقط تساوي المجموعة الأصلية. سنسوي المجموعات الثلاث المتبقية مجموعات جزئية فعلية للمجموعة A . يظهر مخطط فن Venn لمجموعة جزئية فعلية في الشكل 4. في هذه الحالة، $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ و $A = \{1, 3, 5\}$ و $B = \{1, 3\}$. إذا كانت المجموعة A مجموعة جزئية للمجموعة B وليست مساوية للمجموعة B ، فإننا نسمي A **مجموعة جزئية فعلية** للمجموعة B ، وكتب $A \subset B$ أو $A \neq B$.



الشكل 4 $B \subset A$

مثال 3 إيجاد المجموعات الجزئية الفعلية للمجموعة

جد كافة المجموعات الجزئية الفعلية للمجموعة {التسويق، اللغة الإنجليزية، علم النفس}

الحل

- {التسويق، اللغة الإنجليزية} {التسويق، علم النفس} {اللغة الإنجليزية، علم النفس}
- {التسويق} {اللغة الإنجليزية} {علم النفس}
- \emptyset

جرب هذا 3

جد كافة المجموعات الجزئية الفعلية من المجموعة {ربيع، صيف، خريف، شتاء}

يُستخدم الرمز $\not\subset$ للإشارة إلى أن المجموعة ليست مجموعة جزئية فعلية. على سبيل المثال، $\{1, 3\} \subset \{1, 3, 5\}$ لكن $\{1, 3, 5\} \not\subset \{1, 3, 5\}$.

2. إيجاد كافة المجموعات الجزئية للمجموعة

مثال 4 فهم رمز المجموعات الجزئية

حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صائبة أم خاطئة.

- (a) $\{5, 3, 1\} \subseteq \{7, 5, 3, 1\}$
- (b) $\{a, b\} \subset \{a, b\}$
- (c) $\{x | x \in E \text{ و } x > 10\} \subset N$
- (d) $\{r, s, t\} \not\subset \{t, s, r\}$
- (e) {جبل حفيت، جبل جيس} لا تنتمي إلى مجموعة جبال الإمارات العربية المتحدة
- (f) $\emptyset \subset \{5, 10, 15\}$
- (g) $\{u, v, w, x\} \subseteq \{x, w, u\}$
- (h) $\{0\} \subseteq \emptyset$

ملاحظة

رياضية

يستخدم البعض الرمز \supseteq عند القراءة من اليمين إلى اليسار.

الحل

- (a) كل من 1 و 3 و 5 في المجموعة الثانية، ومن ثم تكون {1, 3, 5} مجموعة جزئية للمجموعة {1, 3, 5, 7}. العبارة صائبة.
- (b) حتى بالرغم من أن {a, b} مجموعة جزئية من {a, b}. فإنها ليست مجموعة جزئية فعلية، ومن ثم تكون العبارة خاطئة.
- (c) كل عنصر في المجموعة الأولى عدد طبيعي، لكن ليست كل الأعداد الطبيعية مشمولة في المجموعة، ومن ثم تكون هذه المجموعة مجموعة جزئية فعلية من مجموعة الأعداد الطبيعية. العبارة صائبة.
- (d) المجموعتان متطابقتان، ومن ثم فإن {r, s, t} ليست مجموعة جزئية فعلية من {t, s, r}. العبارة صائبة.
- (e) إن كلاً من جبل حقيقت وجبل جيس من جبال الإمارات، ومن ثم تكون المجموعة {جبل حقيقت، جبل جيس} مجموعة جزئية من جبال الإمارات. العبارة خاطئة.
- (f) صائبة: المجموعة الخالية هي مجموعة جزئية فعلية من كل مجموعة باستثناء نفسها.
- (g) خاطئة: v هو أحد عناصر المجموعة {u, v, w, x} لكنه ليس ضمن {x, w, u}.
- (h) المجموعة التي في اليسار تحتوي على عنصر واحد، 0. المجموعة الخالية لا تتضمن أي عناصر، ومن ثم تكون العبارة خاطئة.

ملاحظة رياضية

من المهم عدم الخلط بين مفهوم المجموعات الجزئية ومفهوم العناصر. على سبيل المثال، تُعد العبارة $6 \in \{2, 4, 6\}$ صائبة لأن 6 أحد عناصر المجموعة {2, 4, 6}. لكن العبارة $\{6\} \in \{2, 4, 6\}$ خاطئة لأنها تفيد بأن المجموعة التي تحتوي على العنصر 6 هي أحد عناصر المجموعة التي تحتوي على العناصر 2 و 4 و 6. لكن من الصواب أن نقول إن $\{2, 4, 6\} \subseteq \{2, 4, 6\}$ أو إن $\{6\} \subset \{2, 4, 6\}$.

جرب هذا 4

- حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صائبة أم خاطئة.
- (a) {8} محتواة في $\{x|x \text{ عدد طبيعي زوجي}\}$
- (b) $\{6\} \subseteq \{1, 3, 5, 7, \dots\}$
- (c) $\{2, 3\} \subseteq \{x|x \in \mathbb{N}\}$
- (d) مجموعة جزئية فعلية من {الحروف الأبجدية للغة الإنجليزية}
- (e) $\emptyset \in \{x, y, z\}$
- (f) \emptyset محتواة في {أحمر، أصفر، أزرق}
- (g) $\{100, 200, 300, 400\} \subset \{200, 300, 400\}$
- (h) $\{\emptyset\} \subseteq \emptyset$

المجموعة التي تحتوي على عنصر واحد لها مجموعتان جزئيتان - هي نفسها والمجموعة الخالية. لقد رأينا أنه إذا كانت المجموعة تتضمن عنصرين، فستوجد أربع مجموعات جزئية، وإذا كانت المجموعة تتضمن ثلاثة عناصر، فستوجد ثماني مجموعات جزئية.

| عدد العناصر | 0 | 1 | 2 | 3 |
|-----------------------|---|---|---|---|
| عدد المجموعات الجزئية | 1 | 2 | 4 | 8 |

ليس من الصعب أن تلاحظ أن عدد المجموعات الجزئية يتضاعف كل مرة تضيف فيها عنصرًا واحدًا إلى المجموعة الأصلية. ولا يستغرق الأمر سوى قليل من التفكير لملاحظة أن في كل حالة، حتى الآن على الأقل، عدد المجموعات الجزئية يساوي 2 مرفوعة إلى أس بقيمة عدد العناصر. ولذا، فقد نستخدم التبرير الاستقرائي لتخمين أن عدد المجموعات الجزئية لأي مجموعة يتبع هذا النمط نفسه، وإذا قمنا بذلك، فسنكون على صواب. كما أن عدد المجموعات الجزئية الفعلية يكون أقل بواحد دائمًا، ومن ثم سنحصل على الصيغة التالية:

عدد المجموعات الجزئية للمجموعة المنتهية

إذا كانت المجموعة المنتهية تحتوي على عدد n من العناصر، فإنها تضم 2^n من المجموعات الجزئية و $2^n - 1$ من المجموعات الجزئية الفعلية.

ملاحظة رياضية

في التمرين 110، رأينا نهجًا جديدًا لتطوير صيغة عدد المجموعات الجزئية، فهو يستخدم التبرير الاستنتاجي وليس التبرير الاستقرائي.

مثال 5 إيجاد عدد المجموعات الجزئية للمجموعة

- (a) جد عدد المجموعات الجزئية والمجموعات الجزئية الفعلية للمجموعة {أبيض، أزرق، أصفر، أحمر، أخضر، أسود}
- (b) اشرح لماذا يقل عدد المجموعات الجزئية الفعلية لمجموعة ما دائمًا بواحد عن إجمالي عدد المجموعات الجزئية.

الحل

- (a) تحتوي المجموعة على $n = 6$ عناصر، لذا يوجد 2^6 ، أو $64 = 2^6$ ، مجموعة جزئية. من بينها، توجد $2^6 - 1$ ، أو 63، مجموعة جزئية فعلية. (تذكر أن 2^6 تعني $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ ، وهو ما يساوي 64.)
- (b) عند إيجاد المجموعات الجزئية الفعلية، يجري استثناء مجموعة واحدة فقط من قائمة كافة المجموعات الجزئية: المجموعة الأصلية نفسها. ولذا توجد دائمًا مجموعة جزئية فعلية واحدة أقل من إجمالي عدد المجموعات الجزئية.

جرب هذا 5

جد عدد المجموعات الجزئية والمجموعات الجزئية الفعلية للمجموعة {الحديد، النحاس، الكروم، الكوبالت، الألومنيوم، الماغنسيوم، الذهب، الزئبق}.



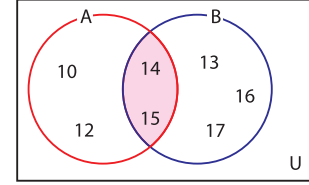
4. إيجاد عدد المجموعات الجزئية للمجموعة

تقاطع المجموعات واتحادها

كنا قد أشرنا في بداية هذا الدرس أنك قد تنتمي إلى كلتا مجموعتي الطلاب الذين يعيشون قريباً من حرم المدرسة والطلاب الذين يذهبون إلى المدرسة مشياً. سنحدد الأشياء المشتركة بين مجموعتين أو أكثر باستخدام مصطلح **التقاطع**.

وتقاطع المجموعتين A و B . ورمزه $A \cap B$. هو مجموعة العناصر الموجودة في كل من المجموعتين. وبالرموز: $A \cap B = \{x | x \in A \text{ و } x \in B\}$.

على سبيل المثال، إذا كانت $A = \{10, 12, 14, 15\}$ و $B = \{13, 14, 15, 16, 17\}$. فإن تقاطع $A \cap B = \{14, 15\}$. لأن 14 و 15 هما العنصران الوحيدان المشتركان بين المجموعتين. يظهر مخطط فن **Venn** تقاطع $A \cap B$ في الشكل 5. لاحظ أن عناصر المجموعة A توجد داخل الدائرة الخاصة بالمجموعة A وأن عناصر المجموعة B توجد داخل الدائرة الخاصة بالمجموعة B . أما عنصرا التقاطع فيوجدان في الجزء الذي تتداخل فيه الدائرتان: $A \cap B$ هو الجزء المظلل.



الشكل 5 $A \cap B = \{14, 15\}$

يُعد التقاطع مثالاً لإحدى **العمليات على المجموعات**—قاعدة لدمج مجموعتين أو أكثر لتكوين مجموعة جديدة. يتكون تقاطع ثلاث مجموعات أو أكثر من مجموعة العناصر التي توجد في كل مجموعة لوحدها. لاحظ أن حرف العطف **و** يُستخدم أحياناً للتعبير عن التقاطع: $A \cap B$ هو مجموعة العناصر التي في A و B .

مثال 6 إيجاد التقاطعات

يجرى تقييم ثلاثة أدوية تجريبية من حيث السلامة. ولكل منها آثار جانبية رصدها 1% على الأقل من الأشخاص الذين جربوا الدواء. وهذه تجربة عمياء، ولذا سيُرمز إلى الأدوية باستخدام الرموز A و B و C . فيما يلي سرد للآثار الجانبية لكل منها.

$$\begin{aligned} A &= \{\text{غثيان، تفرق ليلي، عصبية، جفاف الفم، تورم القدمين}\} \\ B &= \{\text{زيادة الوزن، غثيان، عصبية، رؤية مشوشة، حمى، صعوبة في النوم}\} \\ C &= \{\text{جفاف الفم، غثيان، رؤية مشوشة، حمى، فقدان الوزن، إكزيما}\} \end{aligned}$$

جد كل من المجموعات المطلوبة الآتية:

- (a) $A \cap B$ (b) $B \cap C$ (c) $A \cap B \cap C$

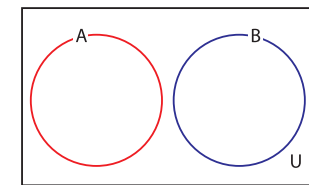
الحل

- (a) ثمة أثران جانبيين مذكوران لكل من A و B : الغثيان والعصبية. إذن $A \cap B = \{\text{غثيان، عصبية}\}$.
 (b) توجد ثلاثة آثار جانبية مشتركة بين العقارين B و C : الغثيان والرؤية المشوشة والحمى. إذن $B \cap C = \{\text{غثيان، رؤية مشوشة، حمى}\}$.
 (c) يشير هذا المثال إلى أن إيجاد تقاطع أكثر من مجموعتين يبدو منطقيًا تمامًا؛ لقد أوجدت للتو العناصر في كل مجموعة. في هذه الحالة، يكون ثمة أثر جانبي واحد مذكور لكافة العقاقير الثلاثة: الغثيان. إذن $A \cap B \cap C = \{\text{غثيان}\}$.

جرب هذا 6

إذا كانت $A = \{\text{الشارقة، عجمان، دبي، أم القيوين، خورفكان}\}$ و $B = \{\text{دبا الحصن، رأس الخيمة، دبي، خورفكان}\}$ و $C = \{\text{الفجيرة رأس الخيمة أبو ظبي}\}$. فجد $A \cap B$ و $B \cap C$ و $A \cap B \cap C$.

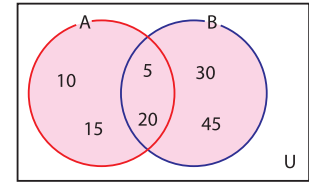
عندما يكون تقاطع مجموعتين عبارة عن المجموعة الخالية، تُسمى المجموعات **منفصلة**. على سبيل المثال، نجد أن مجموعة طلاب الصف العاشر ومجموعة طلاب الحادي عشر منفصلتان، حيث لا يمكن أن يكون الطالب مشترك بين المجموعتين. ويظهر مخطط فن **Venn** الخاص بالمجموعتين المنفصلتين A و B في الشكل 6. إذا لم تتضمن المجموعتان أي عناصر مشتركة، فلن تقاطع الدائرتان اللتان تمثلهما على الإطلاق. ثمة طريقة أخرى لدمج مجموعتين لتكوين مجموعة جديدة تُسمى **الاتحاد**.
واتحاد المجموعتين A و B . ورمزه $A \cup B$. هو مجموعة العناصر الموجودة في المجموعة A أو في المجموعة B (أو كليهما). وبالرموز:



الشكل 6 $A \cap B = \emptyset$

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ أو } x \in B\}$$

على سبيل المثال، إذا كانت $A = \{5, 10, 15, 20\}$ و $B = \{5, 20, 30, 45\}$ فإن اتحاد $A \cup B = \{5, 10, 15, 20, 30, 45\}$ وحتى بالرغم من وجود 5 و 20 في كلتا المجموعتين، فإننا نذكرهما مرة واحدة فقط في الاتحاد. يظهر مخطط فن Venn لاتحاد $A \cup B$ في الشكل 7. والمجموعة $A \cup B$ هي المنطقة المظللة والتي تتكون من كافة العناصر في كلتا المجموعتين.



الشكل 7 $A \cup B$

مثال 7 إيجاد الاتحادات

بالنسبة إلى المجموعتين اللتين في المثال 6، جـد كلاً مما يلي، ثم صف ما تمثله كل مجموعة لفظياً.

- $A \cup B$
- $A \cup C$
- $A \cup B \cup C$

الحل

لإيجاد الاتحاد، ما عليك سوى تكوين قائمة بكافة العناصر من كلتا المجموعتين دون كتابة التكرارات.

- $A \cup B = \{\text{غثيان، تفرق ليلي، عصبية، جفاف الفم، تورم القدمين، زيادة الوزن، رؤية مشوشة، حمى، صعوبة في النوم}\}$. هذه مجموعة الآثار الجانبية التي رصدها أكثر من 1% من الأشخاص الذين جربوا الدواء A أو B.
- $A \cup C = \{\text{غثيان، تفرق ليلي، عصبية، جفاف الفم، تورم القدمين، رؤية مشوشة، حمى، فقدان الوزن، إكزيما}\}$. هذه مجموعة الآثار الجانبية التي رصدها أكثر من 1% من الأشخاص الذين جربوا الدواء A أو C.
- $A \cup B \cup C = \{\text{غثيان، تفرق ليلي، عصبية، جفاف الفم، تورم القدمين، زيادة الوزن، رؤية مشوشة، حمى، صعوبة في النوم، فقدان الوزن، إكزيما}\}$. هذه مجموعة الآثار الجانبية التي رصدها أكثر من 1% من الأشخاص الذين جربوا أيًا من الأدوية الثلاثة.

جرب هذا 7

بالنسبة إلى المجموعات التي في جرب هذا 6، جـد $A \cup B$ و $B \cup C$ و $A \cup B \cup C$.

ماذا عن العمليات التي تتضمن أكثر من مجموعتين وأكثر من عملية واحدة؟ وكما هو الحال بالنسبة إلى العمليات التي تتضمن الأعداد، فإننا نستخدم الأقواس للإشارة إلى ترتيب العمليات. ويتضح ذلك في المثال 8.

مثال 8 إجراء العمليات على المجموعات

استخدم المجموعات في المثال 6 مرة أخرى، وجد كل مجموعة مطلوبة واكتب الوصف اللفظي لما تمثله كل مجموعة.

- $(A \cup B) \cap C$
- $A \cap (B \cup C)$
- $(A \cap B) \cup C$

الحل

يتمثل المفتاح في إجراء العملية التي بين القوسين أولاً.

- أولاً، نجد $A \cup B$: هذه هي المجموعة التي وجدناها في الجزء (a) من المثال 7. الآن، نجد العناصر المشتركة بين هذه المجموعة والمجموعة C: $(A \cup B) \cap C = \{\text{جفاف الفم، غثيان، رؤية مشوشة، حمى}\}$. هذه هي مجموعة الآثار الجانبية المشتركة بين العلاج C وأي من A أو B (أو كليهما).
- $A \cap (B \cup C) = \{\text{غثيان، جفاف الفم، عصبية}\}$. هذه هي مجموعة الآثار الجانبية المشتركة بين العلاج A وأي من B أو C (أو كليهما).
- $(A \cap B) \cup C = \{\text{غثيان، عصبية، جفاف الفم، رؤية مشوشة، حمى، فقدان الوزن، إكزيما}\}$. هذه هي مجموعة الآثار الجانبية المشتركة التي رصدها مستخدمو العلاج C أو كل من مستخدمي A ومستخدمي B.

جرب هذا 8

بالنسبة إلى المجموعات التي في جرب هذا 6، جـد $A \cup (B \cap C)$ و $(A \cap B) \cup C$ و $A \cap (B \cup C)$.

عند جمع الاتحاد والتقاطع مع المتممات كما سنعمل في المثال 9. يجب أن نكون حذرين للغاية. انتبه بشكل خاص إلى الأقواس وما إذا كان رمز المتممة داخل الأقواس أم خارجها.

مثال 9 إجراء العمليات على المجموعات

بالرجوع إلى مجموعات الآثار الجانبية، تذكّر أنها زُصدت من قبل 1% على الأقل من المستخدمين. فيما يلي المجموعة الشاملة لكافة الآثار الجانبية التي رصدها أي من مستخدمي الأدوية الثلاثة. استخدمها لإيجاد المجموعات التالية.

$U = \{\text{غثيان، تفرق ليلي، عصبية، جفاف الفم، تورم القدمين، زيادة الوزن، رؤية مشوشة، حمى، صعوبة في النوم، فقدان الوزن، إكزيما، ارتفاع الفم، تدفق الدموع، سقوط مع فقدان السيطرة}\}$.

(a) $A' \cap C'$ (b) $(A \cap B)' \cap C$ (c) $B' \cup (A \cap C')$

ملاحظة رياضية

لا تنس أهمية المجموعة الشاملة عند إيجاد المتممات؛ متممة المجموعة A هي جميع العناصر الموجودة في المجموعة الشاملة وليست في المجموعة A . وليست كل العناصر الموجودة في المجموعة الشاملة وفي المجموعة A .

الحل

- (a) نوجد أولاً A' ، والتي تضم كافة العناصر التي في المجموعة الشاملة وليست في المجموعة A : $A' = \{\text{زيادة الوزن، رؤية مشوشة، حمى، صعوبة في النوم، فقدان الوزن، إكزيما، ارتفاع الفم، تدفق الدموع، سقوط مع فقدان السيطرة}\}$.
ثم نوجد C' : $C' = \{\text{تفرق ليلي، عصبية، تورم القدمين، زيادة الوزن، حمى، صعوبة في النوم، ارتفاع الفم، تدفق الدموع، سقوط مع فقدان السيطرة}\}$.
الآن يكون $A' \cap C'$ هي العناصر المشتركة بين A' و C' : $A' \cap C' = \{\text{زيادة الوزن، صعوبة في النوم، ارتفاع الفم، تدفق الدموع، سقوط مع فقدان السيطرة}\}$.
- (b) يشير التوسان إلى أننا بلرمتنا إيجاد $A \cap B$ أولاً: $A \cap B = \{\text{غثيان، عصبية}\}$. ثم نوجد المتممة: $(A \cap B)' = \{\text{تفرق ليلي، جفاف الفم، تورم القدمين، زيادة الوزن، رؤية مشوشة، حمى، صعوبة في النوم، فقدان الوزن، إكزيما، ارتفاع الفم، تدفق الدموع، سقوط مع فقدان السيطرة}\}$. وعناصر هذه المجموعة والموجودة كذلك في المجموعة C هي ما نبحث عنه. أي أن $(A \cap B)' \cap C = \{\text{جفاف الفم، رؤية مشوشة، حمى، فقدان الوزن، إكزيما}\}$.
- (c) نجد أولاً $A \cap C'$: $A \cap C' = \{\text{تفرق ليلي، عصبية، تورم القدمين، زيادة الوزن، حمى، صعوبة في النوم، ارتفاع الفم، تدفق الدموع، سقوط مع فقدان السيطرة}\}$. ومن ثم، فإن $A \cap C' = \{\text{تفرق ليلي، عصبية، تورم القدمين}\}$.
ثم نلاحظ أن $B' = \{\text{تفرق ليلي، جفاف الفم، تورم القدمين، فقدان الوزن، إكزيما، ارتفاع الفم، تدفق الدموع، سقوط مع فقدان السيطرة}\}$.
إن الاتحاد الذي نبحث عنه هو كافة العناصر التي في B' إلى جانب العناصر التي في $A \cap C'$ والتي لم تدرج بالفعل في B' .
والتى $B' \cup (A \cap C') = \{\text{تفرق ليلي، جفاف الفم، تورم القدمين، فقدان الوزن، إكزيما، ارتفاع الفم، تدفق الدموع، سقوط مع فقدان السيطرة، عصبية}\}$.

جرب هذا 9

إن المجموعة الشاملة للمجموعات التي في جرب هذا 6 هي $U = \{\text{الشارقة، عجمان، دبي، أم القيوين، خورفكان، دبا الحصن، رأس الخيمة، الفجيرة، أبو ظبي، جبل علي، حتا}\}$. جسد كل مجموعة.

(a) C' (b) $(A \cup B)'$ (c) $A' \cap C'$ (d) $(A \cup B) \cap C'$

يشيع استخدام اتحاد المجموعات وتقاطعها في الحياة اليومية - لكن ربما لم تفكر فقط في هذا الأمر بهذه الطريقة. فمثلاً، يشكل تقاطع مجموعة مواطني الولايات المتحدة الذين تزيد أعمارهم عن 17 ومجموعة مواطني الولايات المتحدة غير المدانين إجرامياً مجموعة المواطنين المؤهلين للتصويت في الانتخابات القومية. يكون اتحاد مجموعة والدي أمك ومجموعة والدي أبيك مجموعة أجدادك.

طرح المجموعات

تسمى العملية الثالثة التي سندرسها على المجموعات الفرق بين المجموعات. وسنسميها كذلك طرح المجموعات كما سنستخدم علامة الطرح لتمثيلها.

إن **الفرق** بين المجموعة A والمجموعة B هي مجموعة العناصر الموجودة في المجموعة A وليست موجودة في المجموعة B . وبالرموز: $A - B = \{x | x \in A \text{ و } x \notin B\}$.

مثال 10 إيجاد الفرق بين مجموعتين

سنستخدم مرة أخرى المجموعات في المثال 6. ينبغي لك أن تكون على معرفة جيدة بها الآن. جد كل مجموعة.

- (a) $A - B$ (b) $B - C$ (c) $(A - B) - C$

الحل

- (a) نبدأ بعناصر المجموعة A . ثم نحذف كل عنصر في B موجود كذلك في A . العنصران المشتركان هما الغثيان والعصبية. ومن ثم تكون $A - B = \{\text{تعرق ليلي، جفاف الفم، تورم القدمين}\}$.
 (b) في هذه المرة، سنبدأ بالمجموعة B . ثم نحذف الأشياء التي في C وموجودة كذلك في B . العناصر المشتركة هي الغثيان والرؤية المشوشة والحمى. ومن ثم تكون $B - C = \{\text{زيادة الوزن، عصبية، صعوبة في النوم}\}$.
 (c) إننا نعرف بالفعل أن $A - B = \{\text{تعرق ليلي، جفاف الفم، تورم القدمين}\}$. والآن سنحتاج إلى إيجاد أي عناصر موجودة كذلك في المجموعة C ثم نحذفها. لا يوجد سوى جفاف الفم في المجموعة C . إذن $(A - B) - C = \{\text{تعرق ليلي، تورم القدمين}\}$.

ملاحظة رياضية

يمكن كتابة بعض العمليات بدلالة عمليات أخرى. على سبيل المثال، $3 - 5$ تكون كذلك $3 + (-5)$. هل يمكنك التفكير في طريقة لكتابة $A - B$ باستخدام التقاطع والمتممة؟ قد يكون رسم مخطط في $Venn$ مفيداً.

جرب هذا 10

بالنسبة إلى المجموعات التي في جرب هذا 6، جد كل مجموعة.

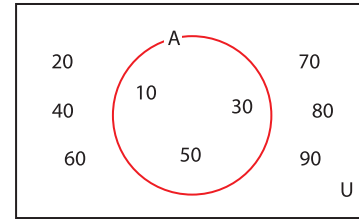
- (a) $A - B$ (b) $B - C$ (c) $(B - C) - A$

لقد استخدمنا إلى الآن مخططات في $Venn$ كطريقة لتصوير مجموعات معينة. في الدرسين التاليين سندرس كيف يمكن استخدام هذه المخططات لدراسة المجموعات بتعمق أكبر في مجموعة متنوعة من الحالات المنطقية.

5. إيجاد التقاطعات والاتحادات والفرق بين المجموعات.

إجابات جرب هذا

- 1 (a) $A' = \{90, 80, 70, 60, 40, 20\}$
- 2 (a) $A \cap B = \{\text{ديبي، خورفكان}\}$
 (b) $B \cap C = \{\text{رأس الخيمة}\}$
 (c) $A \cup B = \{\text{الشارقة، عجمان، دبي، أم القيوين، خورفكان، دبا الحصن، رأس الخيمة}\}$
 (d) $A \cup C = \{\text{الشارقة، عجمان، دبي، أم القيوين، خورفكان، الفجيرة، أبو ظبي}\}$
 (e) $A \cup B \cup C = \{\text{الشارقة، عجمان، دبي، أم القيوين، خورفكان، دبا الحصن، رأس الخيمة، الفجيرة، أبو ظبي}\}$
- 3 (a) $A \cup (B \cap C) = \{\text{الشارقة، عجمان، دبي، أم القيوين، خورفكان، رأس الخيمة}\}$
 (b) $(A \cap B) \cup C = \{\text{ديبي، خورفكان، الفجيرة، رأس الخيمة، أبو ظبي}\}$
 (c) $A \cap (B \cup C) = \{\text{ديبي، خورفكان}\}$
- 4 (a) $C' = \{\text{الشارقة، عجمان، دبي، أم القيوين، خورفكان، دبا الحصن، جبل علي، حتا}\}$
 (b) $(A \cup B)' = \{\text{الفجيرة، أبو ظبي، جبل علي، حتا}\}$
 (c) $A' \cap C' = \{\text{دبا الحصن، جبل علي، حتا}\}$
 (d) $(A \cup B) \cap C' = \{\text{الشارقة، عجمان، دبي، أم القيوين، خورفكان، دبا الحصن}\}$
- 5 (a) $A - B = \{\text{الشارقة، عجمان، أم القيوين}\}$
 (b) $B - C = \{\text{دبا الحصن، دبي، خورفكان}\}$
 (c) $(B - C) - A = \{\text{دبا الحصن}\}$



(b) المجموعة المتممة للمجموعة الخالية هي المجموعة الشاملة.

- 2 {الهواتف، الحواسيب، الأجهزة اللوحية}، {الهواتف، الحواسيب}، {الهواتف، الأجهزة اللوحية}، {الهواتف، الحواسيب، الأجهزة اللوحية}، {الهواتف}، {الحواسيب}، {الأجهزة اللوحية}، \emptyset .
- 3 {الربيع، الصيف، الخريف}، {الربيع، الصيف، الشتاء}، {الربيع، الصيف، الخريف، الشتاء}، {الربيع، الصيف، الخريف، الشتاء}، {الربيع، الصيف، الخريف، الشتاء}، {الربيع، الصيف، الخريف، الشتاء}، {الربيع، الصيف، الخريف، الشتاء}، \emptyset .
- 4 (a) صائبة (c) صائبة (e) خاطئة (g) خاطئة (b) خاطئة (d) صائبة (f) صائبة (h) خاطئة
- 5 المجموعات الجزئية: $2^8 = 256$ ؛ المجموعات الجزئية الفعلية: 255

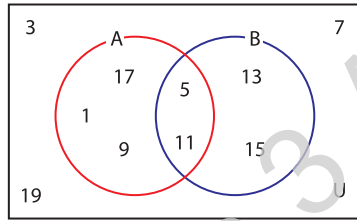
30. $\{x|x \in E, x > 100\} \subset \{x|x \in N, x > 52\}$
 31. $\{3\} \in \{1, 3, 5, 7, \dots\}$
 32. $\{x|x \in N, x > 10\} \subseteq \{x|x \in N, x \geq 10\}$
 33. $\emptyset \subset \{a, b, c\}$
 34. $\{7, 11, 13, 17\} \subseteq \{17, 13, 11\}$

بالنسبة إلى التمارين 35-40، جد عدد المجموعات الجزئية والمجموعات الجزئية الفعلية التي تتضمنها كل مجموعة. لا تسرد المجموعات الجزئية.

35. $\{25, 75, 50\}$
 36. $\{a, b, c, d, \dots, z\}$
 37. \emptyset
 38. $\{0\}$
 39. $\{x, y\}$
 40. $\{10, 8, 6, 4, 2, \dots, 30\}$

بالنسبة إلى التمارين 41-50، استخدم مخطط فين Venn لإيجاد العناصر في كل مجموعة.

41. U
 42. A
 43. B
 44. $A \cap B$
 45. $A \cup B$
 46. A'
 47. B'
 48. $(A \cup B)'$
 49. $(A \cap B)'$
 50. $A \cap B'$



بالنسبة إلى التمارين 51-60، لتكن

- $U = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$
 $A = \{14, 15, 16, 17\}$
 $B = \{11, 13, 15, 17, 19\}$
 $C = \{12, 14, 15, 19, 20\}$

جد كل مجموعة.

51. $A \cup C$
 52. $A \cap B$
 53. A'
 54. $(A \cap B) \cup C$
 55. $A' \cap (B \cup C)$
 56. $(A \cap B) \cap C$
 57. $(A \cup B)' \cap C$
 58. $A \cap B'$
 59. $(B \cup C) \cap A'$
 60. $(A' \cup B)' \cup C'$

بالنسبة إلى التمارين 61-70، لتكن

- $U = \{x|x \in N, x < 25\}$
 $W = \{x|x \in N, 5 < x < 15\}$
 $X = \{x|x \in N, 10 \text{ زوجية الزوجية التي تقبل عن } 10\}$
 $Y = \{x|x \in N, 20 < x < 25\}$
 $Z = \{x|x \in N, 13 \text{ فردية الفردية التي تقبل عن } 13\}$

جد كل مجموعة.

61. $W \cap Y$
 62. $X \cup Z$
 63. $W \cup X$
 64. $(X \cap Y) \cap Z$

تمارين كتابية

1. ما المقصود بالمجموعة الجزئية؟
2. اشرح الفرق بين المجموعة الجزئية والمجموعة الجزئية الفعلية.
3. اشرح الفرق بين المجموعة الجزئية وعنصر المجموعة.
4. اشرح لماذا تمثل المجموعة الخالية مجموعة جزئية لنفسها، لكنها ليست مجموعة جزئية فعلية.
5. اشرح الفرق بين اتحاد مجموعتين وتقاطعهما.
6. متى يقال إن المجموعتين منفصلتان؟
7. ما المقصود بالمجموعة الشاملة؟
8. ما المقصود بمتمة مجموعة؟
9. اكتب مثلاً من الحياة اليومية يُمثل اتحاد المجموعات وشرح لماذا يمثل اتحاداً. ثم قم بالشيء نفسه مع التقاطع.
10. اكتب مثلاً من الحياة اليومية يُمثل الفرق بين المجموعات وشرح لماذا يمثل فرقاً.

تمارين حسابية

بالنسبة إلى التمارين 11-14، لتكن $U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ و $D = \{2, 3, 5\}$ و $C = \{13, 17, 19\}$ و $B = \{2\}$ و $A = \{5, 7, 11, 13\}$ جد كل مجموعة.

11. A'
 12. B'
 13. C'
 14. D'

15. إذا كانت $U =$ مجموعة الأعداد الطبيعية $A = \{4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$ فجد A' .
 16. إذا كانت $U =$ مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية $B = \{13, 15, 17, 19, 21, 23, \dots\}$ فجد B' .

بالنسبة إلى التمارين 17-24، جد جميع المجموعات الجزئية وجميع المجموعات الجزئية الفعلية لكل مجموعة.

17. {كرة السلة، كرة القدم، والكرة اللينة}
 18. {الإلقاء، الصحافة، الخطابة}
 19. {الراديو، التلفاز}
 20. {إلكتروني، ورقي}

21. \emptyset
 22. $\{ \}$

23. {الحمى، الارتجاف، الغثيان، الصداع}
 24. {نوبات مرضية، تنمل، شلل، ألم}

بالنسبة إلى التمارين 25-34، حدّد ما إذا كانت كل عبارة صائبة أم خاطئة.

25. $\{3\} \subseteq \{5, 3, 1\}$
 26. $\{a, b, c\} \subset \{c, b, a\}$
 27. $\{1, 2, 3\} \subseteq \{123\}$
 28. $\emptyset \subset \emptyset$
 29. $\emptyset \in \{ \}$

91. تستطيع إحدى طالبات الفرقة الأولى في الكلية اختيار أحد الصفوف التالية أو بعضها أو جميعها لنصف السنة الأول: صف اللغة العربية وصف الرياضيات وصف اللغة الأجنبية وصف العلوم وصف الفلسفة وصف التربية البدنية وصف التاريخ. كم عدد الاحتمالات المختلفة المتوفرة لديها لجدولها الجديد؟

92. منذ إعادة تشكيل اتحاد الطلاب، كان ثمة خيارات محدودة من الأطعمة والمشروبات التي يمكن للطلاب شراؤها كوجبة خفيفة بين الصفوف الدراسية. فيمكن للطلاب عدم اختيار أي من هذه العناصر أو اختيار بعضها أو جميعها: البيتزا والبطاطس المقلية والمخبوزات الناعمة الكبيرة والمياه الغازية والكولا عديمة السكر والعصائر. كم عدد الاختيارات المختلفة التي يمكن إجراؤها؟

93. تشتري رنا كمبيوتر محمولًا جديدًا للمدرسة ويمكنها عدم اختيار أي شيء من خيارات الأجهزة الطرفية التالية أو اختيار بعضها أو جميعها: ماوس ليزر أو ناسخ الأقراص الرقمية أو كاميرا ويب أو ذاكرة متحركة. كم عدد اختيارات الأجهزة الطرفية المختلفة الممكنة للكمبيوتر المحمول الخاص بها؟

94. لدمج تمارين الأيروبيك في برنامج التمرين الخاص بها، يمكن لشيما اختيار إحدى هذه الآلات أو بعضها أو جميعها: جهاز السير والدراجة وجهاز ستير ستير. اسرد جميع الاحتمالات لاختيارات تمارين الأيروبيك.

95. إعلان الوظائف الشاغرة التالي يبحث عن شخص يقع ضمن تقاطع ثلاث مجموعات. اذكر تلك المجموعات الثلاث؟

اكتب وصفًا لفظيًا لكل مجموعة.

96. (a) $B \cup C$ (b) $C \cup D$ (c) $D \cup E$
 97. (a) A' (b) C' (c) E'
 98. (a) $B \cap C$ (b) $A \cap B$ (c) $C \cap B'$
 99. (a) $(A \cup B)'$ (b) $(B \cup D)'$ (c) $A - (B \cap C)$

التفكير الناقد

إن **الضرب الديكارتي** هو عملية تتم في المجموعة لم ندرسها بعد. عند افتراض عناصر من مجموعتين متما في مجموعة داخل قوسين، مثل $\{أ، ب، ج\}$ ، نسمي ذلك **زوجًا مرتبًا**. الضرب الديكارتي للمجموعتين A و B ، والذي يُرمز له بالرمز $A \times B$ ، هو مجموعة جميع الأزواج المرتبة بحيث يكون الإدخال الأول عنصرًا من المجموعة A والإدخال الثاني من المجموعة B . وتستخدم هذه العملية لربط الأشياء المتوافقة مع بعضها بشكل طبيعي، مثل الأمراض والأعراض. على سبيل المثال، إذا كانت $A = \{أ، ب، ج\}$ و $B = \{أ، ب، ج\}$ ، فإن $A \times B = \{أ، ب، ج\} \times \{أ، ب، ج\}$. بالنسبة إلى كل زوج من المجموعات في التمرينين 101 و 102، جد ناتج الضرب المتجهي واكتب وصفًا لفظيًا عن أهميته.

100. $A = \{أ، ب، ج\}$
 $B = \{أ، ب، ج\}$

65. $W \cap X$
 66. $(Y \cup Z)'$
 67. $(X \cup Y) \cap Z$

68. $(Z \cap Y) \cup W$
 69. $W' \cap X'$
 70. $(Z \cup X)' \cap Y$

بالنسبة إلى التمارين 71-74، لتكن

- $U = \{1, 2, 3, \dots\}$
 $A = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$
 $B = \{9, 18, 27, 36, \dots\}$
 $C = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$

جد كل مجموعة.

71. $A \cap B$
 72. $A' \cap C$

73. $A \cap (B \cup C)$
 74. $A \cup B$

بالنسبة إلى التمارين 75-80، لتكن

- $U = \{p, q, r, s, t, u, v, w\}$
 $A = \{p, q, r, s, t\}$
 $B = \{r, s, t, u, v\}$
 $C = \{p, r, t, v\}$

جد كل مجموعة.

75. $C - B$
 76. $A - C$
 77. $B - C$

78. $B - A$
 79. $B \cap C'$
 80. $C \cap A'$

بالنسبة إلى التمارين 81-84، بفرض أن

- $D = \{11, 12, 13, 14, 15, \dots\}$
 $M = \{x | x \in E \text{ و } x > 10\}$
 $T = \{x | x \in N \text{ و } x < 100\} \cup \{x | x \in O \text{ و } x > 100\}$

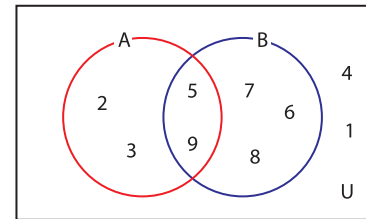
جد كل مجموعة.

81. $D - M$
 82. $T - D$

83. $(D - M) - T$
 84. $(T - D) - M$

بالنسبة إلى التمارين 85-88، استخدم مخطط فين $Venn$ لكتابة كل مجموعة بدلالة A و B و $A \cup B$ و $A \cap B$.

85. $\{1, 2, 3, 4\}$
 86. $\{2, 3, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 87. $\{2, 3, 6, 7, 8\}$
 88. $\{1, 4\}$



التطبيقات في عالمنا

89. يمكن للطلاب الحصول على جهاز لوحي وهاتف ذكي وكمبيوتر محمول أثناء قضاء بعض الوقت في الحرم الجامعي بين الصفوف. اسرد جميع مجموعات خيارات تمثيل المعلومات المختلفة التي يمكن للطلاب اختيارها، مع وضع جميع هذه التقنيات أو بعضها أو لا شيء منها في الاعتبار.
90. إذا تم توزيع خمس بطاقات لعب على شخص، ولديه فرصة تجاهل أي عدد يتضمن 0، فكم عدد الخيارات المتاحة لهذا الشخص؟

101. $A = \{\text{ناجح، راسب}\}$, $B = \{\text{ناجح في جميع المواد، ناجح في المواد العملية، ناجح في المواد النظرية}\}$
102. إذا كانت $n(A) = n$ و $n(B) = m$. فما هي $n(A \times B)$ ؟
اشرح كيف توصلت إلى إجابتك.
103. ما العلاقة بين الضرب الديكارتي والضرب العادي؟
104. هل يمكنك إيجاد مجموعتين اتحادهما وتقاطعهما واحد؟
105. اختر ثلاثة أدوية وابحث عن مورد عبر الإنترنت يذكر الآثار الجانبية المحتملة لكل منها. جد تقاطع المجموعات.
106. (a) كَوّن مجموعتين A و B تتضمن كل منهما بين 4 و 8 عناصر بحيث يكون $A \cap B$ غير خالية. جد كلاً من $n(A)$ و $n(B)$ و $n(A \cup B)$ و $n(A \cap B)$.
- (b) كرر الجزء (a) بمجموعتين مختلفتين تماماً A و B .
- (c) استخدم نتائج الجزأين (a) و (b) لتكوين تخمين حول صيغة لإيجاد عدد العناصر الرئيسة لاتحاد المجموعتين.
107. (a) اكتب المجموعتين A و B بحيث تكون عندهما $n(A \cup B) > n(A \cap B)$.
- (b) اكتب المجموعتين A و B بحيث تكون عندهما $n(A \cup B) = n(A \cap B)$.
- (c) هل يمكنك كتابة المجموعتين A و B بحيث تكون عندهما $n(A \cup B) < n(A \cap B)$ ؟ استخدم مخطط فين Venn لتوضيح السبب وراء إمكانية ذلك أو عدم إمكانية ذلك.
108. فكّر في المجموعتين A و B . ماذا يجب أن يحدث ليكون $A \cap B = A$ ؟ ماذا عن $A \cap B = B$ ؟
109. بالنسبة إلى أي مجموعتين A و B . ماذا يجب أن يحدث بالنسبة إلى الأمرين الواردين في التمرين 109؟
110. إليك طريقة بديلة لتكوين صيغة لعدد المجموعات الجزئية لمجموعة تتضمن n من العناصر. إذا كانت المجموعة تضم عنصرين، فعند تكوين مجموعة جزئية، سيوجد خياران لكل عنصر: إما أن يكون ضمن المجموعة الجزئية أو لا. إذا ضربنا خيارين للعنصر الأول في خيارين للعنصر الثاني، نحصل على أربعة خيارات للمجموعة الجزئية. (هذا يوضح فكرة مهمة تُسمى مبدأ العد الأساسي). قم بتعميم هذه الفكرة لاستنباط الصيغة لإيجاد عدد المجموعات الجزئية.

استخدام مخططات فن Venn لدراسة العمليات على المجموعات

.. أهداف التعلم

1. توضيح عبارات مجموعة تضم مجموعتين باستخدام مخططات فن Venn.
2. توضيح عبارات مجموعة تضم ثلاث مجموعات باستخدام مخططات فن Venn.
3. استخدام قوانين دي مورجان.
4. استخدام مخططات فن Venn لتحديد ما إذا كانت المجموعتان متساويتين أم لا.
5. استخدام الصيغة لإيجاد عدد العناصر الرئيسة لاتحاد المجموعتين.

هل سبق لك أن أردت نشر شيء ما على مواقع التواصل الاجتماعي، ثم قررت ألا تنشره لأنه ربما لم يكن ضمن الأشياء التي تريد أن يراها الجميع؟ إن بعض الناس ليسوا أصدقاءً على وسائل التواصل الاجتماعي إلا مع أقرب أصدقائهم؛ معظم الأشخاص يكونون أصدقاءً لمئات من الأشخاص، بدايةً من أمهاتهم وحتى مجموعة المعارف العابرين. لدى أنا وصديقتي المقرب مجموعة خاصة سرية على أحد مواقع التواصل الاجتماعي لهذا السبب بالتحديد؛ فمجموعة الأشياء التي أشعر بالارتياح للإفصاح عنها لزملاء الدراسة لا تساوي -أو حتى تكافئ- بالتأكيد مجموعة الأشياء التي أشعر بالارتياح للإفصاح عنها لأمي أو صديقتي المقرب. ومعظمنا لديه العديد من الدوائر المتميزة للأصدقاء وجهات الاتصال، وعندما تصطدم تلك العوالم، قد تأتي النتائج غير متوقعة، وربما تكون مضحكة عن غير قصد.

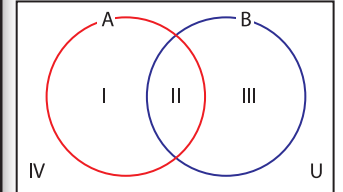
وثمة طريقة جيدة للتعامل مع التداخل بين المجموعات المتنوعة تتمثل في استخدام المخططات. وهل يمكنك تخمين نوع المخطط الذي ستختاره لتحقيق ذلك؟ إذا لم تقل "مخطط فن Venn"، فارجع رجاءً وأعد قراءة الدرس السابق.

في هذا الدرس، سنطور طريقة لرسم مخططات فن Venn التي ستساعدنا على توضيح العمليات على المجموعات. وسنبدأ بالمخططات التي تتضمن التفاعلات بين مجموعتين، كما في الشكل 8. لاحظ أنه توجد أربع مناطق منفصلة في مخطط فن Venn الذي يوضح المجموعتين A و B. سنريد ترميز المناطق للمرجعية؛ كما سنستخدم الأرقام الرومانية بحيث لا تتداخل أرقام المناطق مع العناصر التي في المجموعة أو عناصرها الرئيسة.

كما أن الإجراء الذي سنستخدمه لتوضيح عناصر المجموعتين الوجوديتين في المربع أدناه، تم عرضه في المثالين 1 و 2. أما الآن، فنسشرع في العمل باستخدام مجموعات مجردة تمامًا، لكنها معلقة هناك. وستساعدنا المهارات التي تعلمناها على حل مسائل حقيقية فيما بعد.

توضيح عبارة مجموعة باستخدام مخطط فن Venn

- الخطوة 1** ارسم مخططًا للمجموعات، بالأرقام الرومانية في كل منطقة.
 - الخطوة 2** باستخدام تلك الأرقام الرومانية، قم بذكر المناطق التي تصفها كل مجموعة.
 - الخطوة 3** جد مجموعة الأعداد التي توافق المجموعة المعطاة في عبارة المجموعة.
 - الخطوة 4** ظلل المنطقة المطابقة لمجموعة الأعداد الموجودة في الخطوة 3.
- المنطقة I** تمثل العناصر الموجودة في المجموعة A وغير موجودة في المجموعة B.
المنطقة II تمثل العناصر الموجودة في كلتا المجموعتين A و B.
المنطقة III تمثل العناصر الموجودة في المجموعة B وغير موجودة في المجموعة A.
المنطقة IV تمثل العناصر في المجموعة الشاملة التي لا توجد في كلتا المجموعتين A و B.



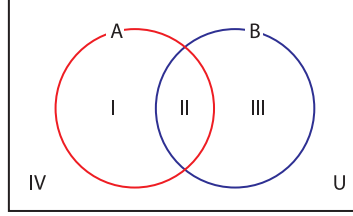
الشكل 8

مثال 1 رسم مخطط فين Venn

ارسم مخطط فين Venn لتوضيح المجموعة $(A \cup B)'$.

الحل

الخطوة 1 ارسم المخطط وقم بتسمية كل منطقة بالأرقام الرومانية.



الخطوة 2 من المخطط، قم بذكر المناطق التي تتكون منها كل مجموعة.

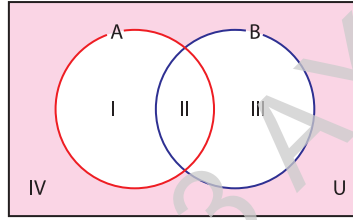
$$U = \{I, II, III, IV\}$$

$$A = \{I, II\}$$

$$B = \{II, III\}$$

الخطوة 3 باستخدام المجموعات الواردة في الخطوة 2، جد $(A \cup B)'$.
أولاً، تقع I وII وIII إما في المجموعة A أو B. لذا $A \cup B = \{I, II, III\}$. المجموعة الوحيدة غير الموجودة في $A \cup B$ هي IV. لذا المجموعة المتممة هي $(A \cup B)' = \{IV\}$.

الخطوة 4 ظلل المنطقة IV لتوضيح $(A \cup B)'$.



جرب هذا 1

ارسم مخطط فين Venn لتوضيح المجموعة $A \cap B$.

مثال 2 رسم مخطط فين Venn

ارسم مخطط فين Venn لتوضيح المجموعة $A \cap B'$.

الحل

الخطوة 1 ارسم المخطط وقم بتسمية كل منطقة. سيكون هذا هو المخطط نفسه الموجود في الخطوة 1 من المثال 1.

الخطوة 2 من المخطط، قم بذكر المناطق التي تتكون منها كل مجموعة.

$$U = \{I, II, III, IV\}$$

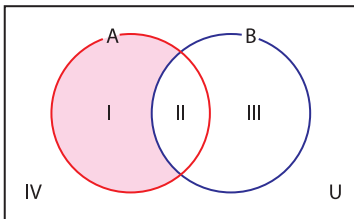
$$A = \{I, II\}$$

$$B = \{II, III\}$$

الخطوة 3 باستخدام المجموعات الواردة في الخطوة 2، جد $A \cap B'$.

أولاً، توجد المنطقتان I وIV خارج المجموعة B. لذا $B' = \{I, IV\}$ من بين هاتين المنطقتين، تقع I كذلك في المجموعة A. لذا $A \cap B' = \{I\}$.

الخطوة 4 ظلل المنطقة I لتوضيح $A \cap B'$.



ملاحظة رياضية

في أي مسألة يطلب منا توضيح عبارة مجموعة تضم مجموعتين، ستكون الخطوتان 1 و2 نفسيهما تمامًا.

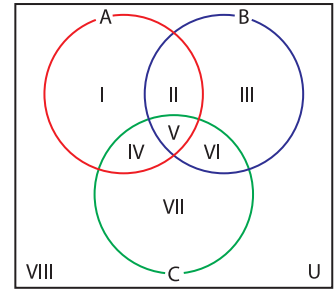
جرب هذا 2

ارسم مخطط فن Venn لتوضيح المجموعة $A' \cup B$.

تُعد مخططات فن Venn رائعة في فرز المعلومات، وسنرغب في بعض التجارب مع مخططات فن Venn التي تتضمن ثلاث مجموعات قبل أن تنتقل إلى حل هذه المسائل. ولحسن الحظ، يمكن استخدام الإجراء الذي استخدمناه مع مجموعتين مع ثلاث مجموعات أيضًا؛ ستحصل فقط على مخطط أكثر تعقيدًا (انظر الشكل 9).

1. توضيح عبارات مجموعة تضم مجموعتين باستخدام مخططات فن Venn.

- المنطقة I** تمثل العناصر الموجودة في المجموعة A وغير موجودة في المجموعة B أو المجموعة C.
- المنطقة II** تمثل العناصر الموجودة في المجموعة A والمجموعة B وغير موجودة في المجموعة C.
- المنطقة III** تمثل العناصر الموجودة في المجموعة B وغير موجودة في المجموعة A أو المجموعة C.
- المنطقة IV** تمثل العناصر الموجودة في المجموعتين A و C وغير موجودة في المجموعة B.
- المنطقة V** تمثل العناصر الموجودة في المجموعتين A و B و C.
- المنطقة VI** تمثل العناصر الموجودة في المجموعتين B و C وغير موجودة في المجموعة A.
- المنطقة VII** تمثل العناصر الموجودة في المجموعة C وغير موجودة في المجموعة A أو المجموعة B.
- المنطقة VIII** تمثل العناصر الموجودة في المجموعة الشاملة U، وغير موجودة في المجموعة A أو B أو C.



الشكل 9

مثال 3 رسم مخطط فن Venn بثلاث مجموعات

ارسم مخطط فن Venn لتوضيح المجموعة $A \cap (B \cap C)'$.

الحل

الخطوة 1 ارسم المخطط وقم بتسميته كما هو موضح في الشكل 9-2.

الخطوة 2 من المخطط، قم بذكر المناطق التي تتكون منها كل مجموعة.

$$U = \{I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII\}$$

$$A = \{I, II, IV, V\}$$

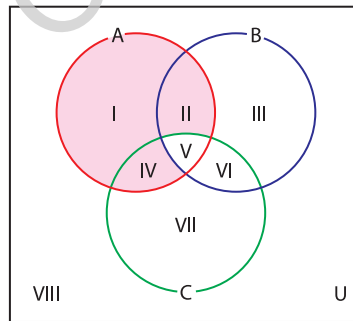
$$B = \{II, III, V, VI\}$$

$$C = \{IV, V, VI, VII\}$$

الخطوة 3 باستخدام المجموعات الواردة في الخطوة 2، جِد $A \cap (B \cap C)'$.

أولاً، جِد $B \cap C = \{V, VI\}$. المجموعة المتممة هي $(B \cap C)' = \{I, II, III, IV, VII, VIII\}$. المناطق I و II و IV هي كذلك أجزاء من المجموعة A. لذا $A \cap (B \cap C)' = \{I, II, IV\}$.

الخطوة 4 ظلل المناطق I و II و IV لتوضيح $A \cap (B \cap C)'$.



ملاحظة رياضية

عند توضيح مجموعات معقدة مثل $A \cap (B \cap C)'$ ، لا تنس إيجاد المجموعة الموجودة بين القوسين أولاً. هذا هو سبب وجود الأقواس!

جرب هذا 3

ارسم مخطط فن Venn لتوضيح المجموعة $(A \cap B)' \cup C$.

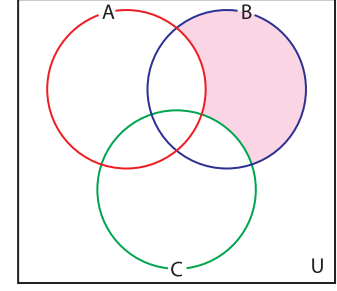
للتعامل مع مخططات فن Venn بصورة أفضل، سيكون من المفيد تحويل العملية، مع البدء بمخطط مظلّل ومعرفة المجموعة التي يمثلها، كما في المثال 4.

مثال 4 إيجاد المجموعة المناظرة لمخطط فن Venn

اكتب المجموعة الموضحة باستخدام مخطط فن Venn في الشكل 10.

الحل

الجزء المظلّل موجود بالكامل داخل الدائرة للمجموعة B، لذا فهو بالتأكيد مجموعة جزئية من B، لكنه لا يتضمن أي شيء من المجموعة A أو C، لذا يمكننا كتابته إما $B - (A \cup C)$ أو $B \cap (A \cup C)'$.



الشكل 10

جرب هذا 4

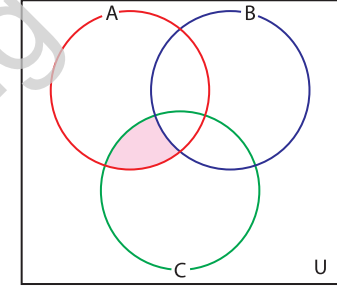
اكتب المجموعة الموضحة باستخدام مخطط فن Venn في الشكل 11.

قوانين دي مورجان

نمة صيغتان معروفتان جيدًا تفيدان في تبسيط بعض العمليات على المجموعات. وقد سُميا بذلك تكريمًا لعالم رياضيات من القرن التاسع عشر يُدعى أوجستن دي مورجان. سنبدأ أولاً بكتابة الصيغتين وستوضح كلاً منهما بمثال. وبعد ذلك، سنرى كيف يمكن استخدام مخططات فن Venn لإثبات الصيغتين.

قوانين دي مورجان

بالنسبة إلى أي مجموعتين A و B،
 $(A \cup B)' = A' \cap B'$
 $(A \cap B)' = A' \cup B'$



الشكل 11

ينص القانون الأول على أن متممة اتحاد مجموعتين تساوي دائمًا تقاطع متممتي المجموعتين.

2. توضيح عبارات مجموعة تضم ثلاث مجموعات باستخدام مخططات فن Venn.

مثال 5 استخدام قوانين دي مورجان

إذا كانت $U = \{\text{حطين، عين جالوت، اليرموك، ذات الصواري، نهاوند، القادسية، مؤتة}\}$ و $A = \{\text{حطين}\}$ ، $B = \{\text{اليرموك، ذات الصواري}\}$ و $B' = \{\text{اليرموك، ذات الصواري، نهاوند، القادسية}\}$ ، فجد $(A \cup B)'$ و $A' \cap B'$. ماذا يمكننا ملاحظته بشأن هاتين المجموعتين؟

الحل

$A \cup B = \{\text{حطين، عين جالوت، اليرموك، ذات الصواري، نهاوند، القادسية}\}$ و $(A \cup B)' = \{\text{مؤتة}\}$

$A' = \{\text{نهاوند، القادسية، مؤتة}\}$
 $B' = \{\text{حطين، عين جالوت، مؤتة}\}$
 $A' \cap B' = \{\text{مؤتة}\}$

هاتان المجموعتان متماثلتان، الأمر الذي يتوافق مع أول قوانين دي مورجان.

جرب هذا 5

إذا كانت $U = \{\text{الحديد، النحاس، الكروم، الكوبالت، الألومونيوم، الماغنسيوم، الذهب، الزئبق}\} = A$ و $\{\text{النحاس، الكوبالت، الألومونيوم، الماغنسيوم}\} = B$ و $\{\text{الكروم، الكوبالت}\}$ ، فجد $(A \cup B)'$ و $A' \cap B'$.

معلومات إضافية الحاضر وفي Venn

تُنسب مخططات فين $Venn$ بوجه عام إلى عالم الرياضيات البريطاني جون فين، الذي قدمها عام 1880 على النحو الذي تستخدم عليه اليوم. هذا يجعل الأمر يبدو مفهومًا قديمًا إلى حد ما، لكن يمكن أن ترجع جذور الفكرة العامة إلى أبعد من ذلك بكثير. فقد استخدم عالم الرياضيات الكبير ليونهارد أويلر مخططات مشابهة في القرن الثامن عشر ويمكن أن ترجع جذور أشكال أخرى مماثلة إلى القرن الثالث عشر! بينما كان من الحقيقي بلا ريب أن جون فين كان أكاديميًا كلاسيكيًا—فقد كان يكتب أو يحاضر في كل من الأخلاق والرياضيات والمنطق ونظرية الاحتمال والفلسفة والميتافيزيقيا والتاريخ في الوقت نفسه—إلا أنه كان يمارس هواية مدهشة إلى حد ما: إنشاء الآلات. وعلى وجه الخصوص، كان معروفًا أكثر ببناء آلة لغذف كرات الكريكيت (وهو ما يشبه الغذف في لعبة البيسبول تقريبًا). كانت آله جيدة جدًا لدرجة أنها حققت في عام 1909 "رمية نظيفة" أمام أحد أفضل لاعبي الكريكيت في ذلك الوقت في أربع مناسبات.

ينص القانون الثاني من قوانين دي مورجان على أن متممة تقاطع مجموعتين تساوي اتحاد متممتي المجموعتين.

مثال 6 استخدام قوانين دي مورجان

إذا كانت $U = \{\text{حطين، عين جالوت، اليرموك، ذات الصواري، نهاوند، القادسية، مؤتة}\} = A$ و $\{\text{حطين، عين جالوت، اليرموك، ذات الصواري}\} = B$ و $\{\text{اليرموك، ذات الصواري، نهاوند، القادسية}\}$ ، فجد $(A \cap B)'$ و $A' \cup B'$ ماذا يمكننا ملاحظته بشأن هاتين المجموعتين؟

الحل

$$A \cap B = \{\text{اليرموك، ذات الصواري}\} \text{ و } (A \cap B)' = \{\text{حطين، عين جالوت، نهاوند، القادسية، مؤتة}\}$$

$$A' = \{\text{نهاوند، القادسية، مؤتة}\}$$


$$B' = \{\text{حطين، عين جالوت، مؤتة}\}$$

$$A' \cup B' = \{\text{نهاوند، القادسية، مؤتة، حطين، عين جالوت}\}$$

على الرغم من ذكرهما بترتيبات مختلفة (الأمر الذي نعلم أنه غير مهم)، فإن هاتين المجموعتين متماثلتان. الأمر الذي يتوافق مع ثاني قوانين دي مورجان.

ملاحظة رياضية

في المثالين 5 و6، نبحث في أمثلة محددة، لذلك نستخدم التبرير الاستقرائي لاستنتاج أن قوانين دي مورجان صحيحة على الأرجح. في المثال 7، سنستخدم التبرير الاستنتاجي لإثباتها.

3. استخدام قوانين دي مورجان. 

جرب هذا 6

إذا كانت $U = \{\text{الحديد، النحاس، الكروم، الكوبالت، الألومونيوم، الماغنسيوم، الذهب، الزئبق}\} = A$ و $\{\text{النحاس، الكوبالت، الألومونيوم، الماغنسيوم}\} = B$ و $\{\text{الكروم، الكوبالت}\}$ ، فجد $(A \cap B)'$ و $A' \cup B'$.

الآن وبعد أن عرفنا كيفية عرض المجموعات باستخدام مخططات فين $Venn$ ، يمكننا استخدامها لإثبات أن المجموعتين اللتين تبدوان مختلفتين متماثلتان في الواقع. سنوضح في المثال 7 الإجراء عن طريق إثبات قانون دي مورجان الأول. وستترك القانون الثاني لك لتحاول إثباته.

مثال 7 استخدام مخططات فين Venn لتوضيح تساوي المجموعات

استخدم مخططات فين Venn لتوضيح أن $(A \cup B)' = A' \cap B'$. يثبت أول قوانين دي مورجان.

الحل

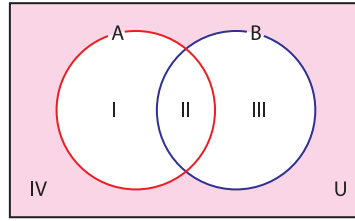
ابدأ برسم مخطط فين Venn لـ $(A \cup B)'$.

الخطوة 1 ارسم الشكل (كما هو موضح في الخطوة 4).

الخطوة 2 المجموعة U تتضمن المناطق I و II و III و IV. المجموعة A تتضمن المنطقتين I و II. والمجموعة B تتضمن المنطقتين II و III.

الخطوة 3 $A \cup B = \{I, II, III\}$. لذا $(A \cup B)' = \{IV\}$.

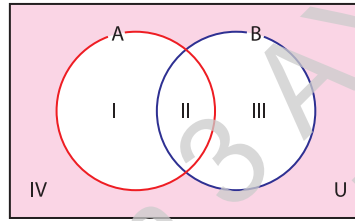
الخطوة 4 ظلل المنطقة IV لتوضيح $(A \cup B)'$.



ثم ارسم مخطط فين Venn لـ $A' \cap B'$. الخطوتان 1 و 2 مثل الخطوتين أعلاه.

الخطوة 3 $A' = \{III, IV\}$ و $B' = \{I, IV\}$. لذا $A' \cap B' = \{IV\}$.

الخطوة 4 ظلل المنطقة IV لتوضيح $A' \cap B'$.



حيث إن مخططات كل طرف من المعادلة متطابقة، فإننا نستخدم التبرير الاستنتاجي لتبريد أن $(A \cup B)' = A' \cap B'$.

جرب هذا 7

استخدم مخططات فين Venn لتوضيح أن $(A \cap B)' = A' \cup B'$.

فيما يلي ثمة مثال لاستخدام ثلاث مجموعات.

مثال 8 استخدام مخططات فين Venn لتحديد مساواة مجموعتين

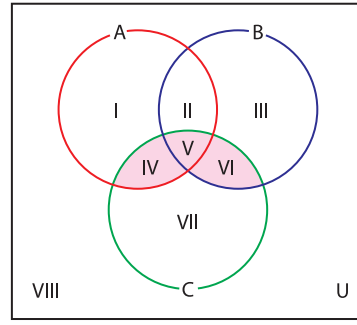
حدد ما إذا كانت هاتان المجموعتان متساويتين باستخدام مخططات فين Venn: $(A \cup B) \cap C$ و $(A \cap C) \cup (B \cap C)$.

الحل

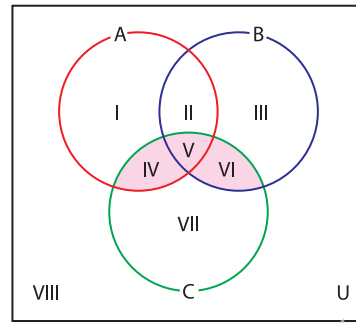
المجموعة $A \cup B$ تتكون من المناطق I إلى VI. ومن بين هذه المناطق، توجد المناطق IV و V و VI في المجموعة C كذلك، لذا $(A \cup B) \cap C$ تتكون من المناطق IV و V و VI.

ملاحظة رياضية

كلما شعرت بالراحة في العمل باستخدام مخططات فين Venn، ستتمكن على الأرجح من تظليل المناطق الموضحة من خلال مجموعة دون المرور بشكل رسمي عبر عملية من أربع خطوات، كما نفعنا في المثال 8.



تتكون المجموعة $A \cap C$ من المنطقتين IV و V وتتكون المجموعة $B \cap C$ من المنطقتين V و VI. وينتج عن اتحادها المناطق IV و V و VI.



وحيث إن المناطق المظللة هي نفسها، فإن المجموعتين متساويتان.

جرب هذا 8

حدد ما إذا كانت المجموعتان متساويتين باستخدام مخططات Venn: $B \cup (A \cap C)$ و $(A \cup B) \cap (B \cup C)$.

عدد العناصر الرئيسة للاتحاد

إذا كان 10 من أصدقائك ينتمون إلى مجموعة الطلاب الذين يخوضون الدورة التدريبية في الرياضيات، و14 ينتمون إلى مجموعة الطلاب الذين يخوضون دورة تدريبية في اللغة الإنجليزية، فما عدد الأصدقاء الذين في اتحاد هاتين المجموعتين؟ إذا كان انطباعك الأول 24، فليس وحدك - فهذا نوع من التخمين القياسي. وقد يكون صائبًا بالفعل، ولكن فقط إذا لم يكن أحد من أصدقائك يخوض كلتا دورتي الرياضيات واللغة الإنجليزية. فإذا كان أي منهم في كلتا الدورتين، فستكون قد حسبه مرتين عن طريق جمع عدد الأصدقاء في كل مجموعة. يمكن استخدام مخطط Venn لتحليل هذه الحالة.

4. استخدام مخططات Venn لتحديد ما إذا كانت المجموعتان متساويتين أم لا.

مثال 9 إيجاد عدد العناصر الرئيسة للاتحاد

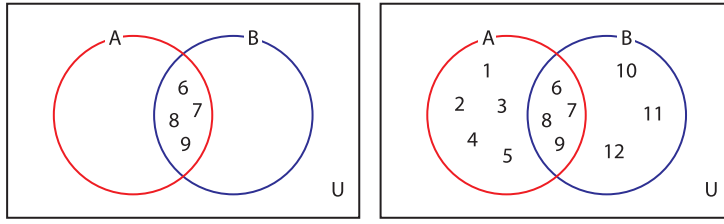
ارسم مخطط Venn يوضح المجموعات التالية، ثم استخدم المخطط لإيجاد عدد العناصر الرئيسة لـ $A \cup B$ و $A \cap B$ و B و A .

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \quad B = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

استخدم النتيجة لتكون صيغة لعدد العناصر الرئيسة للاتحاد.

الحل

أولاً، لاحظ وجود 6 و 7 و 8 و 9 في كلتا المجموعتين، لذا سنبدأ مخطط Venn بوضع تلك العناصر في جزء التقاطع من المخطط. ثم نضع العناصر المتبقية في A داخل الدائرة المخصصة للمجموعة A لكن خارج التقاطع، ونفعل الشيء نفسه مع العناصر المتبقية في B.



والآن يمكننا فقط العدّ لإيجاد عدد العناصر الرئيسة المشار إليها.

$$n(A) = 9 \quad n(B) = 7 \quad n(A \cap B) = 4 \quad n(A \cup B) = 12$$

من المخطط، يمكننا رؤية أنه إذا قمت بجمع عدد العناصر في المجموعتين A و B ، فستقوم بجمع العناصر الموجودة في التقاطع مرتين. لذا لتقديم تفسير لذلك يمكننا طرح عدد العناصر الموجودة في التقاطع. الأمر الذي يمنحنا الصيغة

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B).$$

جرب هذا 9

ارسم مخطط فين $Venn$ الذي يوضح الصيغة الخاصة بنا لإيجاد عدد العناصر الرئيسة لاتحاد باستخدام المجموعات التالية.
 $A = \{a, c, f, g, l, k, m, n, p\}$ $B = \{g, l, m, o, q, r, t, z\}$

عدد العناصر الرئيسة للاتحاد

إذا كان $n(A)$ يمثل العدد الرئيس للمجموعة A ، فإنه بالنسبة إلى أي مجموعتين منتهيتين A و B .
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 ثم سنرى كيف يمكن استخدام هذه الصيغة في حالة منطبقة.

ملاحظة رياضية

تنص الصيغة الواردة على اليسار أنه لإيجاد عدد العناصر في اتحاد المجموعتين A و B ، تقوم بجمع عدد العناصر في A و B ثم تطرح عدد العناصر الموجودة في تقاطع A و B .

مثال 10 استخدام صيغة عدد العناصر الرئيسة للاتحاد

في مسح شمل 100 طالب من الفرق الأولى تم اختيارهم عشوائيًا أثناء سيرهم في الحرم الجامعي. تبين أن 42 منهم يدرسون الرياضيات بينما يدرس 51 منهم اللغة الإنجليزية ويدرس 12 منهم كلتا المادتين. كم عدد الطلاب الذين يدرسون الرياضيات أو اللغة الإنجليزية؟

الحل

إذا أطلقنا على مجموعة الطلاب الذين يدرسون الرياضيات A ومجموعة الطلاب الذين يدرسون اللغة الإنجليزية B ، فالمطلوب منا إيجاد $n(A \cup B)$. قيل لنا إن $n(A) = 42$ ، $n(B) = 51$ و $n(A \cap B) = 12$. لذا،

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 42 + 51 - 12 = 81$$

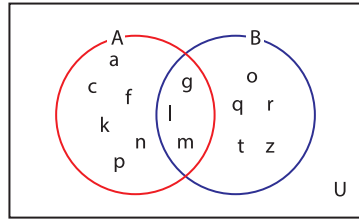
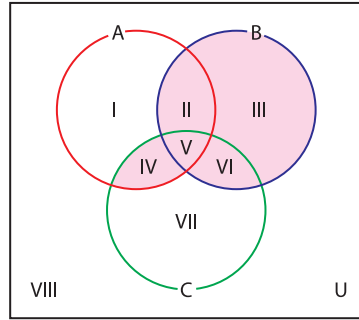
جرب هذا 10

أظهر مسح شمل 200 طبيب عبر إحدى البلدان أن 112 منهم كانت تتم مساعدتهم في مكاتبتهم بواسطة ممرضات مسجلات، بينما 83 منهم كانت تتم مساعدتهم بواسطة ممرضات حاصلات على رخصة و 21 منهم كانت تتم مساعدتهم بواسطة كليهما. كم عدد الذين كانت تتم مساعدتهم بواسطة نوع واحد على الأقل من الممرضات؟

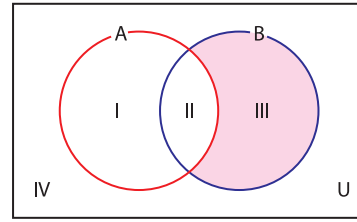
في هذا الدرس، رأينا كيف يمكن استخدام مخططات فين $Venn$ لعرض المجموعات وإثبات تساوي مجموعتين وحل المسائل. سنستكشف الجانب الخاص بحل المسائل لمخططات فين $Venn$ لاحقًا في الدرس 4 ونعرف كيفية حل المسائل التي تشبه الموجودة في مقدمة الوحدة.

5. استخدام الصيغة لإيجاد عدد العناصر الرئيسة لاتحاد المجموعتين.

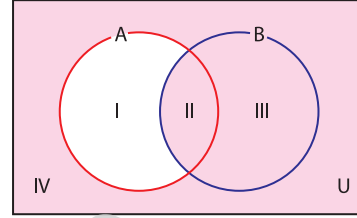
8 كلا المخططين



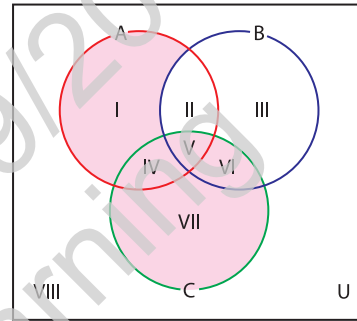
1



2



3

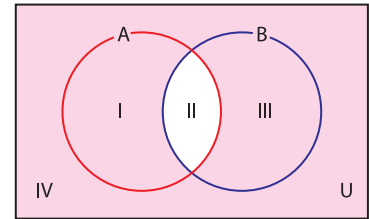


4 $(A \cap C) \cap B'$ أو $(A \cap C) - B$

5 كلاهما {الذهب، الزئبق}.

6 كلاهما {الحديد، الكروم، الألومونيوم، الماغنسيوم، الذهب، الزئبق}.

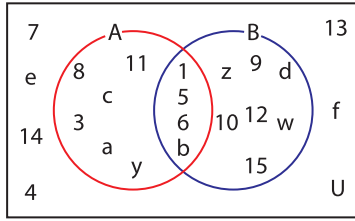
7 كلا المخططين



10 174

33. $(A \cup B) \cup C$ و $A \cup (B \cup C)$
34. $A \cap (B \cup C)$ و $(A \cap B) \cup (A \cap C)$
35. $A' \cup (B \cap C')$ و $(A' \cup B) \cap C'$
36. $(A \cap B) \cup C'$ و $(A \cap B) \cup (B \cap C')$
37. $(A \cap B)' \cup C$ و $(A' \cup B') \cap C$
38. $(A' \cup B') \cup C$ و $(A \cap B)' \cap C'$

بالنسبة إلى التمارين 39-50. استخدم مخطط فين $Venn$ التالي لإيجاد عدد العناصر الرئيسة لكل مجموعة.



39. $n(A)$
40. $n(B)$
41. $n(A \cap B)$
42. $n(A \cup B)$
43. $n(A')$
44. $n(B')$
45. $n(A' \cap B')$
46. $n(A' \cup B')$
47. $n(A - B)$
48. $n(B - A)$
49. $n(A \cap (B - A))$
50. $n(B' \cup (B - A))$

بالنسبة إلى التمارين 51-60. استخدم المعلومات التالية:

$$\{x/x \text{ عدد طبيعي أقل من } 20\} = U$$

$$\{x/x \text{ عدد طبيعي فردي أقل من } 16\} = A$$

$$\{x/x \text{ عدد أولي أكبر من } 5\} = B$$

(ملاحظة: الأعداد الأولية الأقل من 20 هي 2 و3 و5 و7 و11 و13 و17 و19.) حدد عدد العناصر الرئيسة لكل مجموعة.

51. $n(A)$
52. $n(B)$
53. $n(A \cap B)$
54. $n(A \cup B)$
55. $n(A \cap B')$
56. $n(A' \cup B)$
57. $n(A')$
58. $n(B')$
59. $n(A - B)$
60. $n(B' - A)$

التطبيقات في عالمنا

في التمارين 61-64. $A = \{\text{الأشخاص الذين يقودون سيارة رياضية متعددة الأغراض}\}$ و $B = \{\text{الأشخاص الذين يقودون سيارة هجين}\}$. ارسم مخطط فين $Venn$ لما يلي. واكتب جملة تصف ما تمثله المجموعة.

61. $A \cup B$
62. $A \cap B$
63. A'
64. $(A \cap B)'$

تمارين كتابية

1. يتصفح أحد رفاقك كتابك المدرسي ويرى بعض مخططات فين $Venn$. فتساءل، "ما فائدة هذه الصور؟" كيف ستجيب عن ذلك؟
2. اشرح بكلمات من عندك كيف ترسم مخطط فين $Venn$ يمثل المجموعة $A \cup B$.
3. اشرح بكلمات من عندك كيف ترسم مخطط فين $Venn$ يمثل المجموعة $A \cap B$.
4. كيف يمكننا استخدام مخططات فين $Venn$ لتحديد ما إذا كانت مجموعتان تبدوان مختلفتين متساويتين بالفعل؟
5. صف بكلمات من عندك نص قوانين دي مورجان.
6. صف بكلمات من عندك كيف تجد العدد الرئيس لاتحاد مجموعتين.

تمارين حسابية

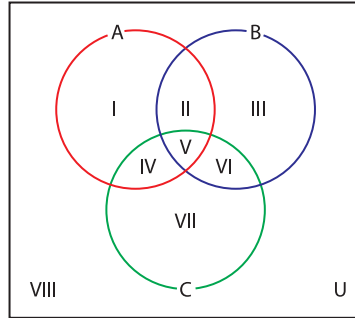
بالنسبة إلى التمارين 7-30. ارسم مخطط فين $Venn$ وظلل الأقسام التي تمثل كل مجموعة.

7. $A \cup B'$
8. $(A \cup B)'$
9. $A' \cup B'$
10. $A' \cup B$
11. $A' \cap B'$
12. $A \cap B'$
13. $A \cup (B \cap C)$
14. $A \cap (B \cup C)$
15. $(A \cup B) \cup (A \cap C)$
16. $(A \cup B) \cap C$
17. $(A \cup B) \cap (A \cup C)$
18. $(A \cap B) \cup C$
19. $(A \cap B)' \cup C$
20. $(A \cup B) \cup C'$
21. $A \cap (B \cup C)'$
22. $A' \cap (B' \cup C')$
23. $(A' \cup B') \cap C$
24. $A \cap (B \cap C)'$
25. $(A \cup B)' \cap (A \cup C)$
26. $(B \cup C) \cup C'$
27. $A' \cap (B' \cap C')$
28. $(A \cup B)' \cap C'$
29. $A' \cap (B \cup C)'$
30. $(A \cup B) \cap (A \cap C)$

بالنسبة إلى التمارين 31-38. استخدم مخططات فين $Venn$ لتحديد ما إذا كانت المجموعتان متساويتين أم لا.

31. $A' \cup B'$ و $(A \cap B)'$
32. $A' \cup B'$ و $(A \cup B)'$

ملاحظة: تمثل المجموعة A الفرق المشاركة في دورة الترقى عام 2013 بينما تمثل المجموعة B الفرق المشاركة في دورة الترقى عام 2014 وتمثل المجموعة C الفرق المشاركة في دورة الترقى عام 2015.



77. الاتحاد
78. الأصدقاء
79. الفرسان
80. النصور
81. الأبطال
82. الشباب

التفكير الناقد

83. بالنسبة إلى المجموعتين المنتهيتين A و B . هل $n(A - B)$ تساوي $n(B) - n(A)$ ؟ وإذا كانت الإجابة لا، فهل يمكنك إيجاد صيغة لـ $n(A - B)$ ؟
84. هل يمكنك إيجاد صيغة لـ $n(A \cap B)$ بدلالة $n(A)$ و $n(B)$ فقط؟ لم أو لم لا؟ اكتشف ما إذا كان يمكنك إيجاد صيغة لـ $n(A \cap B)$ باستخدام أي المجموعات التي تفضلها.
85. خمن شكلاً آخر للمجموعة $(A \cup B \cup C)$ استناداً إلى أول قوانين دي مورجان. تحقق من تخمينك باستخدام مخطط فين Venn.
86. خمن شكلاً آخر للمجموعة $(A \cap B \cap C)$ استناداً إلى ثاني قوانين دي مورجان. تحقق من تخمينك باستخدام مخطط فين Venn.

في التمارين 87-92. (a) استخدم مخطط فين Venn لتوضيح أن المجموعتين غير متساويتين بشكل عام؛ (b) حاول إيجاد مجموعتين محددين A و B (و C إذا لزم الأمر) تكون المجموعتان متساويتين فيهما؛ و (c) حاول إيجاد شرط عام تكون بموجبه المجموعتان متساويتين دوماً. تذكر أن U تمثل المجموعة الشاملة.

87. $B \cap A$ و B
88. A و $A - B$
89. U و $(A \cap B)'$
90. A' و $(A \cap B)'$
91. $B \cap A$ و $(A - C) \cap B$
92. $B - C$ و $(A - C) \cup (B - A)$

في التمارين 65-68. $O = \{\text{الطلاب في دورات تدريبية عبر الإنترنت}\}$ و $B = \{\text{الطلاب في دورات تدريبية متنوعة}\}$ و $T = \{\text{الطلاب في دورات تدريبية تقليدية}\}$. ارسم مخطط فين Venn لما يلي، واكتب جملة تصف ما تمثله المجموعة.

65. $O \cap (T \cup B)$
66. $B \cup (O \cap T)$
67. $B \cap O \cap T$
68. $(B \cup O) \cap (T \cup O)$

في التمارين 69-72. $D = \{\text{الطلاب من الرياض}\}$ و $R = \{\text{الطلاب من جدة}\}$ و $I = \{\text{الطلاب لا من هذه ولا تلك}\}$. ارسم مخطط فين Venn لما يلي، واكتب جملة تصف ما تمثله المجموعة.

69. $D' \cup R$
70. $D' \cap I$
71. $(D \cup R) \cap I$
72. $I - (D \cup R)$

في التمارين 73-76. $G = \{\text{الأشخاص الذين يستخدمون Google}\}$ و $Y = \{\text{الأشخاص الذين يستخدمون Yahoo! بانتظام}\}$ و $B = \{\text{الأشخاص الذين يستخدمون Bing بانتظام}\}$. ارسم مخطط فين Venn لما يلي، واكتب جملة تصف ما تمثله المجموعة.

73. $G - Y$
74. $G - (Y \cap B)$
75. $G' \cap Y \cap B'$
76. $(Y \cap B) \cup (Y \cap G)$

يستخدم الجدول ومخطط فين Venn التالي في التمارين 77-82. يعرض الجدول الفرق الست المشاركة في دورة الترقى بدوري الدرجة الثانية لكرة القدم من عام 2013 إلى 2015. بالنسبة إلى كل تمرين، اكتب المنطقة (المناطق) ضمن مخطط فين Venn التي ستضمن الفريق المدرج.

| 2013 | 2014 | 2015 |
|----------|---------|----------|
| النصر | الرائد | النصر |
| الرائد | النصر | الرائد |
| الهلال | الأبطال | الهلال |
| التضامن | الاتحاد | التضامن |
| الأصدقاء | الهلال | الأصدقاء |
| الأبطال | النصور | الأبطال |

استخدام المجموعات لحل المسائل

12-4

الدرس

أهداف التعلم

- 1 حل المسائل باستخدام مخططات فن Venn.



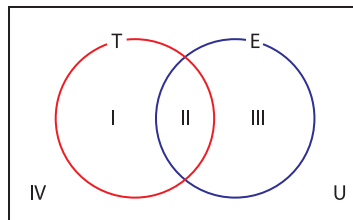
لقد أصبح التواصل في عالمنا أقل تكلفة وأيسر وأكثر فاعلية طوال الوقت. ففي عصر الهواتف الذكية وفاعلية الإنترنت على مدار الساعة، وجدت الشركات أن التواصل مع الأشخاص لاستطلاع آرائهم أصبح أسهل من ذي قبل. وبات الأشخاص يكتشفون أن الشركات ترغب في الدفع مقابل سماع ما يريدون الإفصاح عنه. كما أصبح العالم اليوم يضم مئات الشركات حرفياً تتمثل وظيفتها الرئيسية في جمع الآراء حول أي شيء بداية من المرشحين السياسيين وحتى شرائح البطاطس. وبالفعل، يتم إنفاق المليارات على أبحاث السوق كل عام. ربما ستفكر مرتين في المرة التالية التي سيسألك فيها شخص ما عن رأيك مجاناً. مع وضع الأموال على المحك، ليس من المستغرب أن يكون تنظيم كافة البيانات التي يتم جمعها ذا أهمية. ومن المؤكد أن هذا يشبه إلى حد كبير ما نستخدم نظرية المجموعات لأجله! لقد عرفنا الكثير عن العمل باستخدام مخططات فن Venn حتى الآن. وأرى أن هذه المعرفة تُعد طريقة رائعة لتنظيم البيانات التي يتم جمعها من عمليات المسح وغيرها من المصادر. (حقاً، ودون أي رسوم - يمكنك معرفة هذا الرأي دون مقابل). عند تصنيف الأشياء إلى مجموعتين منفصلتين، يمكننا استخدام مخطط فن Venn مجموعتين لتفسير المعلومات. ويتضح ذلك في المثال 1.

مثال 1 حل مسألة باستخدام مخططات فن Venn

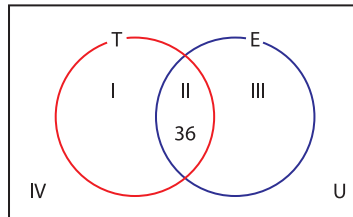
تتبع دولة تضم 50 مدينة أحد أساليب تحصيل رسوم الطريق، 44 مدينة ممن شملها المسح استخدمت المواقف التقليدية لتحصيل رسوم الطرق بينما استخدمت 36 مدينة مواقف تحصيل رسوم الطرق وتحصيل الرسوم الإلكتروني (ETC). ارسم مخطط فن Venn لتمثيل نتائج المسح وحدد عدد المدن التي تتبع نظام تحصيل الرسوم التقليدي فقط وعدد المدن التي تتبع نظام تحصيل الرسوم الإلكتروني فقط وعدد المدن التي لا تتبع أيًا منهما.

الحل

الخطوة 1 ارسم مخطط فن Venn بدوائر تمثل المواقف التقليدية لتحصيل رسوم الطرق (T) ونظام تحصيل الرسوم الإلكتروني (E). مع تسمية المناطق بأرقام رومانية كالمعتاد.



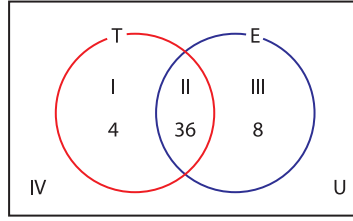
الخطوة 2 تستخدم ست وثلاثون مدينة كلا النظامين، لذلك ضع 36 في تقاطع T و E. وهو ما تمثله المنطقة II.



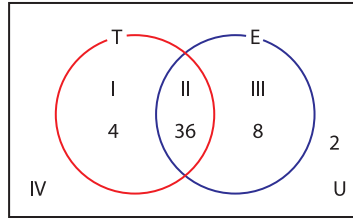
ملاحظة رياضية

أول معلومة حصلنا عليها هي أن هناك 36 مدينة تتبع المواقف التقليدية لتحصيل رسوم الطرق، لذا فمن المحفز البدء بوضع 36 في المنطقة I. لكن هذا ليس صحيحاً - فالمنطقة I تمثل المدن التي تستخدم نظام المواقف التقليدية لتحصيل الرسوم وليس نظام تحصيل الرسوم الإلكتروني ولا تعرف ذلك الرقم بعد. وإذا كنا نعلم العدد الموجود في التقاطع، فهذا هو الموضع الذي سنبدأ منه دوماً.

الخطوة 3 وحيث إن 40 مدينة تستخدم المواقف التقليدية لتحصيل رسوم الطرق وتتبع 36 مدينة كلا النظامين، فيجب وجود 4 مدن تستخدم المواقف التقليدية لتحصيل رسوم الطرق فقط. ضع 4 في المنطقة I. حيث إن 44 مدينة تستخدم نظام التحصيل الإلكتروني وتتبع 36 مدينة كلا النظامين، فيجب وجود 8 مدن تتبع نظام التحصيل الإلكتروني فقط. ضع 8 في المنطقة III.



الخطوة 4 الآن تم تمثيل 48 مدينة، لذلك يجب أن تتبعى مدينتان لوضعهما في المنطقة IV.



الآن يمكننا الإجابة عن الأسئلة بسهولة. توجد 4 مدن تستخدم المواقف التقليدية لتحصيل رسوم الطرق وليس نظام تحصيل الرسوم الإلكتروني (المنطقة I) وتتبع 8 مدن نظام تحصيل الرسوم الإلكتروني وليس المواقف التقليدية لتحصيل رسوم الطرق (المنطقة III) ولا تتبع مدينتان فقط أيًا من النظامين (المنطقة IV).

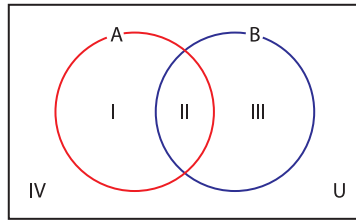
جرب هذا 1

في سنة عادية، تشهد المدينة A هطول بعض الأمطار خلال 163 يومًا وبعض الثلوج خلال 63 يومًا وكلاهما خلال 24 يومًا. ارسم مخطط Venn لتمثيل هذه القيم المتوسطة، وجد عدد الأيام التي تشهد هطول أمطار فقط وثلوجًا فقط والتي لا تشهد أيًا منهما.

يمكننا استخدام نتائج المثال 1 لكتابة إجراء عام لاستخدام مخطط Venn لتفسير المعلومات التي يمكن تقسيمها إلى مجموعتين.

استخدام مخططات Venn بمجموعتين

الخطوة 1 جد عدد العناصر المشتركة بين كلتا المجموعتين واكتب ذلك العدد في المنطقة II.



الخطوة 2 جد عدد العناصر الموجودة في المجموعة A وغير موجودة في المجموعة B بطرح العدد الموجود في المنطقة II من إجمالي عدد العناصر في A. ثم اكتب ذلك العدد في المنطقة I. كرر ذلك مع العناصر الموجودة في B لكن غير موجودة في المنطقة II. واكتبه في المنطقة III.

الخطوة 3 جد عدد العناصر الموجودة في U وغير الموجودة في A أو B. واكتبه في المنطقة IV.

الخطوة 4 استخدم الرسم التخطيطي للإجابة عن أسئلة محددة متعلقة بهذه الحالة.

تصويت سريع

هل وضعك المالي حاليًا أسوأ مما كان في السنوات الأخيرة؟

نعم

لا

الوضع نفسه تقريبًا

صوت أو راجع النتائج

من بين التطبيقات الأكثر إفادة لمخططات Venn هو استخدامها لدراسة نتائج عمليات المسح. فسواء أكانت الأبحاث متعلقة بالأعمال أم لمجرد إرضاء الفضول، فإن عمليات المسح تبدو منتشرة في كل مكان هذه الأيام، لاسيما عبر الإنترنت. يحل المثال 2 نتائج مسح حول افتناء نوع السيارة.

تتضمن العديد من المواقع الإخبارية الإلكترونية عمليات مسح يومية، مثل هذا المسح من موقع cnn.com

مثال 2 حل مسألة مسح باستخدام مخطط فن Venn

في مسح ما، سُئل 500 شخص عبر الاتصال الهاتفي العشوائي ما إذا كان لديهم سيارة صالون أو سيارة رياضية متعددة الأغراض (SUV). أفاد 79 من بين هؤلاء بامتلاك سيارة صالون فقط وأفاد 31 منهم بامتلاك سيارة رياضية متعددة الأغراض فقط وأفاد 151 منهم بامتلاك واحدة على الأقل من الاثنتين. ارسم مخطط فن Venn لتمثيل هذه النتائج واستخدم رسمك التخطيطي لإيجاد النسبة المئوية من المستجيبين الذين يمتلكون سيارة صالون والذين يمتلكون سيارة رياضية متعددة الأغراض والذين يمتلكون كليهما والذين لا يمتلكون أيًا منهما.



الحل

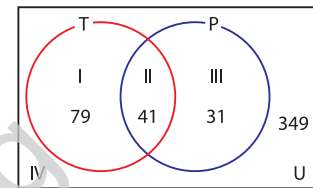
في هذا المثال، سيتعين علينا تعديل الإجراء من المثال 1 لأننا لا نعرف عدد من يمتلك كلتا السيارتين. ويتمثل مفتاح الحل في البدء بتعبئة المعلومات المعطاة التي تتوافق تمامًا مع إحدى المناطق في مخطط فن Venn.

الخطوة 1 أخبرنا بأن 79 شخصًا يمتلكون سيارة صالون فقط، ما يعني أنه يمكننا وضع 79 في المنطقة I. وأخبرنا كذلك بأن 31 شخصًا يمتلكون سيارة رياضية متعددة الأغراض فقط، لذلك يتم وضع ذلك في المنطقة III.

الخطوة 2 يملك 151 سيارة صالون أو سيارة رياضية متعددة الأغراض أو كليهما. وهذا يمثل اتحاد المجموعتين T و P، والذي يشكل المناطق I و II و III. ونعلم بالفعل أن هناك 110 أشخاص في المنطقتين I و III مجتمعين (79 + 31). لذا يجب أن يوجد 41 = 151 - 110 شخصًا في المنطقة II.

الخطوة 3 تم تمثيل 151 من أصل 500 حتى الآن، لذلك يجب أن تحتوي المنطقة IV على 500 - 151 = 349 شخصًا.

الخطوة 4 ثم إجمالي 120 شخصًا في المناطق التي تكون المجموعة T، لذلك يملك 120 شخصًا سيارة صالون؛ $0.24 = 120/500$. إذا يملك 24% سيارة صالون. ويملك اثنان وسبعون سيارة رياضية متعددة الأغراض (14.4%)، بينما يملك 41 كلتا السيارتين (8.2%)، ولا يملك 349 أيًا منهما (69.8%).



جرب هذا 2

وفق مسح عبر الإنترنت على أحد المواقع، أبدى 12,595 شخصًا آراءهم بشأن مشروب الكوكا مقابل البيبسي. من بين هؤلاء، يتناول 5,786 شخصًا الكوكا فقط بينما يتناول 3,763 البيبسي فقط ويتناول 11,405 أشخاص أحدهما على الأقل. ارسم مخطط فن Venn لتمثيل هذه النتائج واستخدم رسمك التخطيطي لإيجاد النسبة المئوية من المشاركين الذين يتناولون الكوكا والذين يتناولون البيبسي والذين يتناولون كلا المشروبين والذين لا يتناولون أيًا منهما.

معلومات إضافية الجانب الخبيء من استطلاعات الرأي

لقد أصبح معظمنا معتادًا إلى حد ما على عمليات مسح الرأي العام التي تتناول قضايا مهمة—السياسة وتغير المناخ والاقتصاد—لكن ليس كل مسح بذلك المستوى من الجدية تمامًا. لنلق نظرة على بعض الحقائق الغريبة التي نتجت من عمليات المسح الأخيرة.

- تم العثور على حوالي 50% من أجهزة التحكم عن بعد المفقودة داخل وسائد الأثاث. وانتهى المطاف بحوالي 4% منها في الثلاجة أو المجمد وحوالي 2% وجد خارج المنزل أو في السيارة.
- يعتقد 29% من الأشخاص أن "الحوسبة السحابية" تنطوي على سحب فعلية في السماء.
- اعترف أكثر من 60% ممن أعلنوا أنهم نباتيون بتناول اللحوم في الـ 24 ساعة الماضية.
- لا يضع 47% من الأشخاص فلسًا واحدًا من راتبهم في مدخرات طويلة الأجل.
- 52% من الأشخاص يغنون أثناء الاستحمام. تُنسب مخططات فن Venn بوجه عام إلى عالم الرياضيات البريطاني جون فن، الذي قدمها عام 1880 على النحو الذي تستخدم عليه اليوم. هذا يجعل الأمر يبدو مفهومًا قديمًا إلى حد ما، لكن يمكن أن ترجع جذور الفكرة العامة إلى أبعد من ذلك بكثير. فقد استخدم عالم الرياضيات الكبير ليونهارد أويلر مخططات مشابهة في القرن الثامن عشر ويمكن أن ترجع جذور أشكال أخرى مماثلة إلى القرن الثالث عشر!

بينما كان من الحقيقي بلا ريب أن جون فن كان أكاديميًا كلاسيكيًا—فقد كان يكتب أو يحاضر في كل من الأخلاق والرياضيات والمنطق ونظرية الاحتمالية والفلسفة والميتافيزيقيا والتاريخ في الوقت نفسه—إلا أنه كان يمارس هواية مدهشة إلى حد ما: إنشاء الآلات. وعلى وجه الخصوص، كان معروفًا أكثر ببناء آلة لعدف كرات الكريكيت (وهو ما يشبه العدف في لعبة البيسبول تقريبًا). كانت آله جيدة جدًا لدرجة أنها حققت في عام 1909 "رسمية نظيفة" أمام أحد أفضل لاعبي الكريكيت في ذلك الوقت في أربع مناسبات.

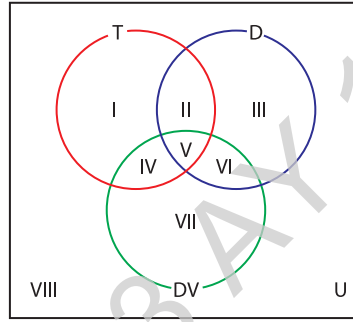
عندما تتكون مسألة التصنيف أو المسح من ثلاث مجموعات، يُتبع إجراء مشابه، مع استخدام مخطط فن Venn لثلاث مجموعات. فلدينا فقط المزيد من العمل للقيام به حيث يوجد الآن ثماني مناطق بدلاً من أربع.

مثال 3 حل مسألة باستخدام مخطط فن Venn من ثلاث مجموعات

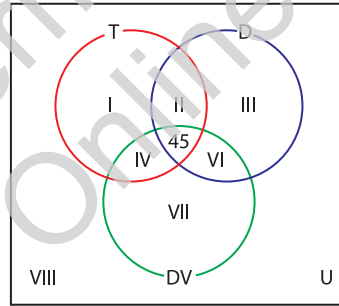
يدرس طالب معدل تكرار أنواع محددة من البريد المستلم في مدينة مجاورة. يدرس البريد المستلم لعدد 300 مقيم في المدينة، ويسأل تحديداً عن طلبات التبرع لجمعيات خيرية محلية والإعلانات وفواتير المرافق. ووجد أن 194 قد تلقوا فواتير بينما تلقى 210 طلبات تبرع و170 إعلانات. بالإضافة إلى ذلك، تلقى 142 بريداً بشأن فواتير المرافق وطلبات التبرع و111 بشأن طلبات التبرع والإعلانات و91 بشأن الإعلانات وفواتير المرافق وتلقى 45 الأنواع الثلاثة. ارسم مخطط فن Venn لتمثيل هذه النتائج. وجد عدد المقيمين الذين تلقوا بريداً بشأن

- طلبات التبرع فقط.
- الإعلانات وفواتير المرافق وليس طلبات التبرع.
- فواتير المرافق وطلبات الجمعيات الخيرية.
- لا شيء من ذلك.

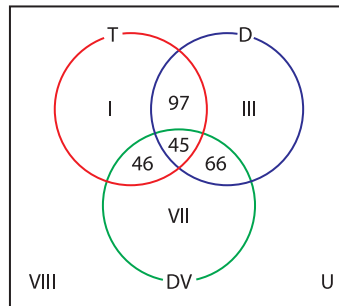
الحل



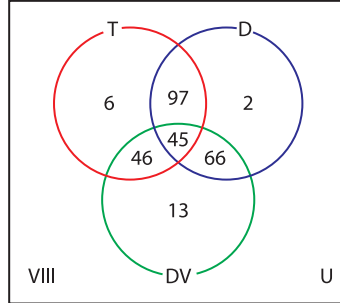
الخطوة 1 المنطقة الوحيدة التي نعرفها على وجه اليقين من المعلومات المعطاة هي المنطقة V—عدد المقيمين الذين تلقوا أنواع البريد الثلاثة هذه. لذلك نبدأ بوضع 45 في المنطقة V.



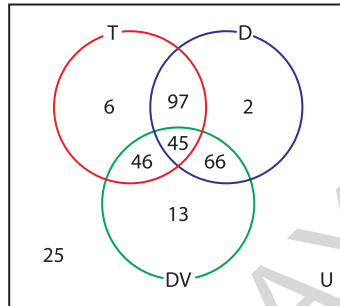
الخطوة 2 ثمة 142 مقيماً تلقوا بريداً بشأن فواتير المرافق وطلبات التبرع الخيرية معاً، لكن يتعين علينا طرح عدد المقيمين الذين تلقوا أنواع البريد الثلاثة لإيجاد العدد في المنطقة II: $142 - 45 = 97$. وبالطريقة نفسها، نحصل على $91 - 45 = 46$ في المنطقة IV (فواتير المرافق والإعلانات معاً) و $111 - 45 = 66$ في المنطقة VI (طلبات التبرع والإعلانات معاً).



الخطوة 3 الآن يمكننا إيجاد عدد العناصر في المناطق I وIII وVII. كان هناك 194 قد تلقوا بريداً بشأن فواتير المرافق، لكن $97 + 45 + 46 = 188$ تم تمثيلهم بالفعل في الرسم التخطيطي، لذا يتبقى 6 في المنطقة I. من بين 210 مقيماً ممن تلقوا بريداً بشأن طلبات التبرع، $97 + 45 + 66 = 208$ تم تمثيلهم بالفعل، مع ترك 2 فقط في المنطقة III. كان هناك 170 مقيماً تلقوا بريداً بشأن الإعلانات، مع $46 + 45 + 66 = 157$ تم تمثيلهم بالفعل، يتبقى 13 فقط في المنطقة VII.



الخطوة 4 بجمع جميع الأعداد في المخطط حتى الآن، نحصل على 275. ويتبقى 25 فقط في المنطقة VIII.



الخطوة 5 والآن بعد اكتمال المخطط، نوجه اهتمامنا نحو الأسئلة.

- (a) يوجد المقيمون الذين تلقوا بريداً بشأن طلبات التبرع فقط في المنطقة III: يوجد 2 فقط.
 (b) توجد فواتير المرافق والإعلانات دون طلبات التبرع في المنطقة IV، لذلك يوجد 46 مقيماً.
 (c) يوجد المقيمون الذين تلقوا طلبات التبرع أو فواتير المرافق في جميع المناطق باستثناء VII وVIII. لذلك لا يوجد إلا $13 + 25 = 38$ لم يتلقوا نوعاً واحداً على الأقل من تلك الأنواع، و $300 - 38 = 262$ تلقوا نوعاً واحداً على الأقل منها.
 (d) 25 مقيماً فقط (خارج جميع الدوائر) لم يلمحوا أيّاً من رسائل البريد تلك.

ملاحظة رياضية

لاحظ أنه عند ملء مخطط Venn في المثال 3، بدأنا بعدد العناصر في المنطقة الداخلية وتدرجنا إلى الخارج.

جرب هذا 3

أجرت مكتبة إلكترونية عبر الإنترنت مسحاً شمل 500 قارئ ووجدت أن 270 شخصاً يقرؤون قصص المغامرات و320 شخصاً يقرؤون القصص البوليسية و160 شخصاً يقرؤون قصص الفكاهة. بالإضافة إلى ذلك، هناك 140 شخصاً يقرؤون القصص البوليسية وقصص المغامرات معاً و120 شخصاً يقرؤون القصص البوليسية وقصص الفكاهة و80 شخصاً يقرؤون قصص المغامرات وقصص الفكاهة. وأخيراً، 50 شخصاً يقرؤون الأنواع الثلاثة. ارسم مخطط Venn يمثل نتائج المسح ثم جد عدد القراء الذين

- (a) يقرؤون قصص المغامرات فقط.
 (b) يقرؤون القصص البوليسية وقصص الفكاهة ولكن لا يقرؤون قصص المغامرات.
 (c) لا يقرؤون أيّاً من أنواع القصص الثلاثة.
 (d) لا يقرؤون قصص الفكاهة.

بدلاً من كتابة إجراء عام لحل المسائل باستخدام مخطط Venn لثلاث دوائر، سنحل مثلاً إضافياً. وتعد المعلومات المقدّمة في هذه المرة مختلفة نوعاً ما، ويتمثل المفتاح، وهو بالفعل مفتاح لحل كل هذه المسائل، في إيجاد المعلومات التي تنطبق تحديداً على بعض المناطق في المخطط، ومن ثم استخدام الطرح لإيجاد المناطق الأخرى واحدة تلو الأخرى.

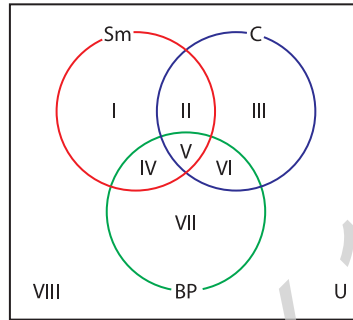
1. حل المسائل باستخدام مخططات Venn.

مثال 4 حل مسألة باستخدام مخطط فين Venn من ثلاث مجموعات

يمثل ارتفاع ضغط الدم وارتفاع الكوليسترول والتدخين ثلاثة من أخطر عوامل الخطر للإصابة بالأزمة القلبية. في مسح أجري على 690 شخصًا من الناجين من الأزمة القلبية، كان يعاني 62 شخصًا فقط من ارتفاع الكوليسترول من بين عوامل الخطر الثلاثة تلك؛ ويعاني 36 شخصًا فقط من التدخين؛ ويعاني 93 شخصًا فقط من ارتفاع ضغط الدم. وثمة إجمالي 370 شخصًا يعانون من ارتفاع الكوليسترول و159 شخصًا يعانون من ارتفاع ضغط الدم والكوليسترول وغير مدخنين و23 مدخنون ويعانون من ارتفاع الكوليسترول ولا يعانون من ارتفاع ضغط الدم. أخيرًا، يعاني 585 شخصًا من عمل خطر واحد على الأقل. ارسم مخطط فين Venn يمثل هذه المعلومات واستخدمه للإجابة عن الأسئلة التالية.

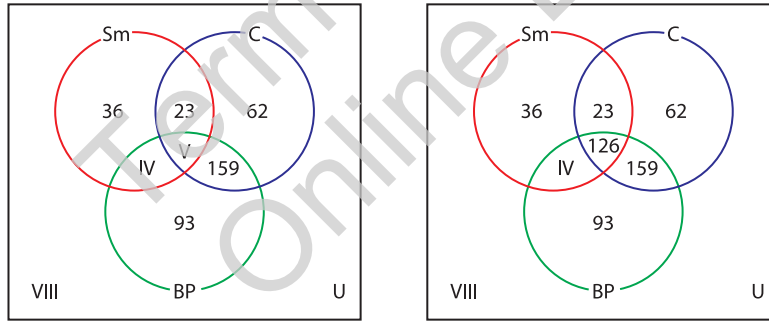
- كم عدد الناجين الذين يعانون من عوامل الخطر الثلاثة؟
- كم عدد الذين يعانون من عاملين تحديداً من عوامل الخطر الثلاثة؟
- كم عدد الذين لا يعانون من أي من هذه العوامل؟
- كم بلغت النسبة المئوية للمدخنين؟

الحل



تختلف هذه المسألة قليلاً عن السابقة لأنه ليس لدينا عدد الأشخاص الموجودين في منطقة تقاطع المجموعات الثلاث. إلا أنه توجد أخبار جيدة تتمثل في أننا حصلنا بالفعل على العدد الدقيق في خمس مناطق مختلفة: 62 شخصًا يعانون من ارتفاع الكوليسترول فقط (المنطقة III) و36 شخصًا مدخنًا فقط (المنطقة I) و93 شخصًا يعانون من ارتفاع ضغط الدم فقط (المنطقة VII) و159 شخصًا يعانون من ارتفاع ضغط الدم والكوليسترول ولكنهم غير مدخنين (المنطقة VI) و23 شخصًا يعانون من ارتفاع الكوليسترول والتدخين ولكنهم لا يعانون من ارتفاع ضغط الدم (المنطقة II).

الخطوة

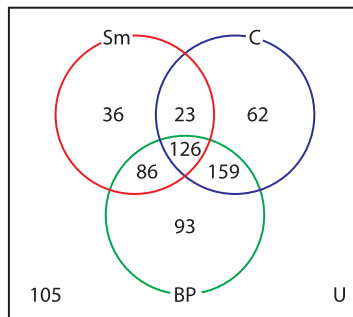


ثمة إجمالي 370 شخصًا يعانون من ارتفاع الكوليسترول، ولدينا $23 + 62 + 159 = 244$ تم تمثيلهم حتى الآن، لذلك يجب أن تحتوي المنطقة V على ناجيًا $370 - 244 = 126$.

الخطوة 2

المعلومة الأخيرة التي لدينا هي أنه يوجد 585 شخصًا يعانون من عامل خطر واحد على الأقل. سيتيح لنا ذلك إيجاد المنطقتين المتبقيتين. تُضاف جميع الأعداد الموجودة حاليًا في الرسم التخطيطي إلى 499، لذلك يجب أن تحتوي المنطقة IV على ناجيًا $585 - 499 = 86$. وكذلك إذا كان 585 مريضًا يعانون من عامل خطر واحد على الأقل، فيتبقى وفق ذلك $690 - 585 = 105$ في المنطقة VIII.

الخطوة 3



الخطوة 4

يمكننا الآن الإجابة عن مجموعة كبيرة من الأسئلة حول الدراسة.

- (a) يحتوي التقاطع بين عوامل الخطر الثلاثة على 126 ناجيًا.
(b) تمثل المناطق II وIV وVI المرضى الذين يعانون من عاملين تحديداً من عوامل الخطر؛ ما يساوي ناجيًا $268 = 159 + 23 + 86$.
(c) ونلاحظ من المنطقة VIII أن 105 مرضى لا يعانون من أي من عوامل الخطر.
(d) يبلغ إجمالي العدد الموجود داخل دائرة المدخنين $271 = 86 + 126 + 23 + 36$ ويمثل ذلك $271/690$ ، أو 39.3% من الناجين.

جرب هذا 4

ثمة ثلاثة عوامل خطر أخرى وهي السمنة وتاريخ عائلي لأمراض القلب والضغط. ضمن مجموعة المرضى المصابين بأزمة قلبية في المثال 4، امتلك 213 تاريخاً عائلياً لأمراض القلب، عانى 47 منهم كذلك من الإجهاد ولم يعانون من السمنة وعانى 60 من السمنة ولم يعانون من مشاكل الضغط و12 لم يعانون من الضغط ولا السمنة. كان الضغط عاملاً لإجمالي 170 شخصاً، لم يمتلك 8 منهم تاريخاً عائلياً ولم يعانون من السمنة. ثمة 396 مريضاً لا يعانون من أي من عوامل الخطر الثلاثة هذه.

- (a) كم عدد المرضى الذين عانوا من السمنة؟
(b) ما النسبة المئوية التي مثلتها عوامل الخطر الثلاثة هذه؟
(c) كم عدد المرضى الذين لم يعانون من السمنة وليس لديهم تاريخ عائلي للإصابة بأمراض القلب؟

لقد قطعنا شوطاً طويلاً جداً من مجرد تحديد المجموعات والعناصر فقط! في هذا الدرس، رأينا أنه يمكن استخدام مخططات *Venn* بفعالية لفرز بعض الحالات المعقدة جداً في عالمنا. وكلما ازدادت براعتك في تفسير المعلومات، زادت جودة استعدادك للبقاء والازدهار في عصر المعلومات.

إجابات جرب هذا

- 1 أمطار فقط: 139؛ ثلوج فقط: 39؛ لا هذا ولا ذلك: 163 (بفرض أنها ليست سنة كبيسة!)
2 كوكا: 60.7%، بيبيسي: 44.6%، كلاهما: 14.7%، لا هذا ولا ذلك: 9.4%
- 3 (a)100 (c)40
(b)70 (d)340
- 4 (a)227 (b)13.6% (c)404

7. أجرى قسم المساعدات المالية في الجامعة مسحًا شمل 70 طالبًا، وسألهم ما إذا كانوا يحصلون على أي نوع من المساعدات المالية. لخصت نتائج المسح في الجدول التالي.

| عدد الطلاب | المساعدة المالية |
|------------|--------------------------------------|
| 16 | المنح الدراسية |
| 24 | قروض الطلاب |
| 20 | المنح الخاصة |
| 9 | المنح الدراسية والقروض |
| 11 | القروض والمنح الخاصة |
| 7 | المنح الدراسية والمنح الخاصة |
| 2 | المنح الدراسية والقروض والمنح الخاصة |

- (a) كم عدد الطلاب الحاصلين على منح دراسية فقط؟
 (b) كم عدد الطلاب الحاصلين على قروض ومنح خاصة وغير حاصلين على منح دراسية؟
 (c) كم عدد الطلاب غير الحاصلين على أي من أنواع المساعدات المالية هذه؟

8. تضع مديرة صالة الألعاب الرياضية بالحرم الجامعي جدول دروس اللياقة البدنية للعام الدراسي الجديد، وستقرر عدد مرات انعقاد دروس معينة استنادًا إلى اهتمامات الطلاب. حيث أجرت مسحًا شمل 47 طالبًا في أوقات مختلفة من اليوم، حيث سألتهم عن نوع الدروس التي سيهتمون بحضورها. لخصت النتائج في الجدول التالي.

| نوع الدرس | الطلاب المهتمون |
|----------------------------------|-----------------|
| اليوجا | 17 |
| تمارين البيلاتس | 13 |
| الدراجة الثابتة | 12 |
| اليوجا وتمارين البيلاتس | 9 |
| تمارين البيلاتس والدراجة الثابتة | 3 |
| اليوجا والدراجة الثابتة | 5 |
| الثلاثة جميعًا | 2 |

- (a) كم عدد الطلاب المهتمين باليوجا أو الدراجة الثابتة ولكن غير مهتمين بتمارين البيلاتس؟
 (b) كم عدد الطلاب المهتمين بالفعل بدرسين من الدروس الثلاثة؟
 (c) كم عدد الطلاب المهتمين باليوجا وغير مهتمين بتمارين البيلاتس؟

9. خلال فصل دراسي واحد في الكيمياء، رسب 14 طالبًا بسبب قلة الحضور ورسب 23 طالبًا بسبب عدم المذاكرة ورسب 15 طالبًا بسبب عدم تسليم الواجبات ورسب 9 طلاب بسبب قلة الحضور وعدم المذاكرة ورسب 8 طلاب بسبب عدم المذاكرة وعدم تسليم الواجبات ورسب 5 طلاب بسبب قلة الحضور وعدم تسليم الواجبات ورسب 2 من الطلاب بسبب هذه الأسباب الثلاثة جميعًا.
 (a) كم عدد الطلاب الذين رسبوا نظرًا لسببين تحديديًا من الأسباب الثلاثة؟
 (b) كم عدد الذين رسبوا بسبب قلة الحضور وعدم المذاكرة وليس بسبب عدم تسليم الواجبات؟

التطبيقات في عالمنا

1. في مسح شمل 85 طالبًا جامعيًا، يستخدم 72 طالبًا البريد الإلكتروني للتواصل ويستخدم 31 طالبًا المراسلة الفورية (IM) ويستخدم 21 طالبًا كليهما.
 (a) كم عدد مستخدمي المراسلة الفورية (IM) فقط؟
 (b) كم عدد مستخدمي البريد الإلكتروني فقط؟
 (c) كم عدد الذين لا يستخدمون هذا ولا ذلك؟
2. في صف دراسي يضم 25 طالبًا، كان هناك 18 طالبًا متخصصًا في الرياضيات و12 طالبًا متخصصًا في علوم الحاسوب و7 طلاب مزدوجي التخصص في الرياضيات وعلوم الحاسوب.
 (a) كم عدد الطلاب المتخصصين في الرياضيات فقط؟
 (b) كم عدد الطلاب غير المتخصصين في علوم الحاسوب؟
 (c) كم عدد الطلاب غير المتخصصين في الرياضيات أو علوم الحاسوب؟
3. يوضّح بحث في سجلات الجامعة شمل 250 من طلاب الفرقة الأولى في جامعة الولاية أن 26 طالبًا قد حصلوا على شهادة من الكلية بإتمام دورات تدريبية في العلوم دون دورات تدريبية في الرياضيات وأن 12 طالبًا قد حصلوا على شهادة من الكلية بإتمام دورات تدريبية في الرياضيات دون دورات تدريبية في العلوم. وثمة 202 طالب لم يحصلوا على شهادات لأي منهما.
 (a) كم عدد الطلاب الذين حصلوا على شهادة من الكلية في الرياضيات؟
 (b) كم عدد الطلاب الذين حصلوا على شهادة من الكلية بإتمام دورات تدريبية في العلوم؟
4. استخدم خمسة وعشرون فأرًا في تجربة خاصة بعلم الأحياء متضمنة التعرض للمواد الكيميائية الموجودة في دخان السجائر. أصيب خمسة عشر بورم واحد على الأقل وعانى تسعة من فشل في الجهاز التنفسي وأصيب أربعة بأورام وفشل في الجهاز التنفسي.
 (a) كم عدد الفئران المصابة بأورام؟
 (b) كم عدد الفئران غير المصابة بورم؟
 (c) كم عدد الفئران الذين عانوا من أثر واحد على الأقل من هذه الآثار؟
5. من بين 20 طالبًا خضعوا لاختبار نصف العام في علم النفس، أجاب 15 طالبًا عن السؤال الأول من السؤالين الإضافيين وأجاب 13 طالبًا عن السؤال الإضافي الثاني ولم يحاول 2 مجرد الإجابة عن أي منهما.
 (a) ما النسبة المئوية للطلاب الذين اجتهدوا في الإجابة عن السؤالين؟
 (b) ما النسبة المئوية للطلاب الذين اجتهدوا في الإجابة عن سؤال واحد على الأقل؟
6. في دراسة أجريت على 400 من المقبلات المقدّمة في 75 من مطاعم الحرم الجامعي، تضمن 70 منها أقل من 10 جرامات من الدهون ولكن ليس أقل من 350 سعرة حرارية؛ تضمن 48 منها أقل من 350 سعرة حرارية ولكن ليس أقل من 10 جرامات من الدهون؛ تضمن 140 منها أكثر من 350 سعرة حرارية وأكثر من 10 جرامات من الدهون.
 (a) ما النسبة المئوية للدهون التي تضمنت أقل من 10 جرامات من الدهون؟
 (b) ما النسبة المئوية للمقبلات التي تضمنت أقل من 350 سعرة حرارية؟

13. من بين أكبر 50 مدينة في الولايات المتحدة، 11 مدينة لكل منها فريق في الرابطة الوطنية لكرة السلة ولكن ليس لديها فريق في دوري البيسبول الرئيس؛ و9 مدن لدى كل منها فريق في دوري البيسبول الرئيس ولكن ليس لديها فريق في الرابطة الوطنية لكرة السلة؛ و12 مدينة لا تملك هذا ولا ذلك.
- (a) كم عدد المدن التي لدى كل منها فريق في دوري البيسبول الرئيس وفريق في الرابطة الوطنية لكرة السلة؟
 (b) تمتلك كل مدينة من شيكاغو ونيويورك ولوس أنجلوس فريقين للبيسبول، ولكن لوس أنجلوس هي المدينة الوحيدة التي لها فريقان لكرة السلة. كل مدينة من تلك المدن لها فريق في كلا الدوريات. كم عدد الفرق الموجودة في كل دوري؟
14. يصدر مئة كتاب جديد على المستوى الوطني على مدار 3 أيام من النشاط المتواصل في ديسمبر. ثمة ثمانية كتب لها نسخة إلكترونية متاحة على موقع Amazon فقط و5 كتب متاحة على موقع كتب Google فقط و18 كتابًا متاحًا على موقع iTunes فقط. وكان هناك إجمالي 26 كتابًا متاحًا على Google و7 كتب يمكن العثور عليها على Amazon وGoogle معًا ولكنها غير موجودة على iTunes و4 كتب يمكن العثور عليها على iTunes وGoogle معًا ولكنها غير موجودة على Amazon. ارسم مخطط فين Venn يمثل هذه المعلومات واستخدمه للإجابة عن الأسئلة التالية.
- (a) كم عدد الكتب المتاحة على المواقع الثلاثة جميعًا؟
 (b) اشرح لماذا لا يمكنك إيجاد عدد الكتب التي لم تكن متاحة على أي من الخدمات الثلاث.
 (c) إذ كان كل كتاب تم إصداره متاحًا في صورة كتاب إلكتروني على موقع واحد من Amazon أو Google أو iTunes على الأقل، فكم عدد الكتب التي كانت متاحة على Amazon وiTunes وليست متاحة على Google؟
 (d) في تلك الحالة كم عدد الكتب التي كانت متاحة على موقعين تحديدًا من المواقع الثلاثة هذه؟
15. توظف شركة تسويق موظفين لإجراء أبحاث حول عادات الاستماع لدى السائقين في منطقة حضرية كبيرة. في اليوم الأول، أجري مسح شمل 121 سائقًا؛ يستمع 26 سائقًا إلى راديو FM أثناء القيادة، 4 منهم يستمعون إلى FM فقط. ويستمع ثمانية آخرون إلى راديو AM وFM فقط. بينما يستمع 4 إلى FM والراديو الفضائي فقط. وثمة 6 سائقين يستمعون إلى راديو AM فقط ويستمع 22 سائقًا إلى الراديو الفضائي ويستمع 69 إلى نوع واحد فقط على الأقل من الثلاثة.
- (a) هل عدد من يستمع إلى الراديو الفضائي أكثر أم عدد من لا يستمع إلى أي نوع من الأنواع الثلاثة الواردة في المسح أكثر؟
 (b) كم يزيد عدد الأشخاص الذين يستمعون إلى راديو AM عن أولئك الذين يستمعون إلى FM؟
 (c) كم عدد المستمعين إلى بعض أنواع الراديو، لكن ليس راديو AM؟
- (c) كم عدد الذين ركبوا نظرًا لسبب واحد تحديدًا من الأسباب الثلاثة؟
 (d) كم عدد الذين ركبوا بسبب قلة الحضور وعدم تسليم الواجبات وليس بسبب عدم المذاكرة؟
10. وفق مسح أجرته مؤسسة ناشونال بيتزا والذي قيمت بترتيبه الآن، من بين 109 من العملاء الذين شملهم المسح، يفضّل 32 عميلًا البيتزا بلحم البيروني البقري فقط ويفضلها 40 عميلًا بتفانق الديك الرومي فقط ويفضلها 18 عميلًا بالبصل فقط. يفضل ثلاثة عشر من محبي اللحوم بشكل كبير لحم البيروني البقري وتфанق الديك الرومي ويفضل 10 عملاء تفانق الديك الرومي والبصل ويفضل 9 عملاء لحم البيروني البقري والبصل؛ في كل حالة، يمكن إضافة الصنف الثالث أيضًا. يخرج سبعة أشخاص جميعًا، ويطلبون الأنواع الثلاثة
- (a) كم عدد العملاء الذين يفضلون لحم البيروني البقري أو تفانق الديك الرومي أو لحم البيروني البقري وتфанق الديك الرومي من دون بصل؟
 (b) ماذا عن تفانق الديك الرومي أو البصل أو تفانق الديك الرومي والبصل من دون لحم البيروني البقري؟
 (c) كم عدد الذين سيتبعون النهج البصل-وجبات خالية من أي من تلك الإضافات؟
11. سجل مئتا مريض يعانون من الاكتئاب في تجربة سريرية لاختبار آثار مضادات الاكتئاب المختلفة. أعطى العقار A لـ 27% من المرضى وأعطى العقار B لـ 30% وأعطى العقار C لـ 27%. تمت معالجة ثلاثة عشر بالمئة باستخدام العقارين A وB على الأقل وأعطى 11.5% العقارين B وC على الأقل وأعطى 7% العقارين A وC على الأقل وتمت معالجة 4% بالعقاقير الثلاثة جميعًا.
- (a) كم عدد المرضى في التجربة الذين أعطوا عقارين على الأكثر من العقاقير الثلاثة؟
 (b) كم عدد المرضى الذين تمت معالجتهم بالعقارين A وC دون استخدام العقار B؟
 (c) كم عدد المرضى الذين أعطوا دواءً وهميًا لا يتضمن أيًا من العقاقير الثلاثة؟
12. وضّح مسح شمل 96 طالبًا في الحرم الجامعي أن 29 طالبًا قرؤوا جريدة الطلبة المسماة منبر الحرم الجامعي في ذلك الصباح، وقرأ 24 طالبًا الأخبار عبر الإنترنت في ذلك الصباح وقرأ 20 طالبًا جريدة المدينة المحلية في ذلك الصباح. قرأ ثمانية طلاب جريدة منبر الحرم الجامعي والأخبار عبر الإنترنت في ذلك الصباح بينما قرأ أربعة طلاب الأخبار عبر الإنترنت والجريدة المحلية وقرأ سبعة طلاب جريدة منبر الحرم الجامعي وجريدة المدينة المحلية وقرأ شخص واحد جريدة منبر الحرم الجامعي والأخبار عبر الإنترنت والجريدة المحلية.
- (a) كم عدد من قرأ الأخبار عبر الإنترنت أو الجريدة المحلية وليس كليهما؟
 (b) كم عدد من قرأ الأخبار عبر الإنترنت والجريدة المحلية ولم يقرؤوا جريدة منبر الحرم الجامعي؟
 (c) كم عدد من قرأ الأخبار عبر الإنترنت أو جريدة منبر الحرم الجامعي أو كليهما؟

مجموعة التمارين ١٢-٤

16. صُنفت مجتمعات الفنون في 230 مدينة في جميع أنحاء البلاد وفق ما إذا كان بها متحفٌ فنيٌّ وأوركسترا سيمفونية وفرقة باليه. كان ثمة 119 مدينة بها متحفٌ فنيٌّ، 20 منها بها فرقة باليه كذلك لكن لا توجد بها أوركسترا و41 مدينة بها أوركسترا لكن لا توجد بها فرقة باليه و30 مدينة لا يوجد فيها أي من ذلك. من بين 75 مدينة بها فرقة باليه، 10 منها بها أوركسترا كذلك، لكن لا يوجد بها متحفٌ فنيٌّ. اثنان وعشرون مدينة يوجد بها أوركسترا فقط.
- (a) ما النسبة المئوية للمدن التي توجد بها أوركسترا؟
(b) كم يزيد عدد المدن التي لا يوجد بها أي من هذه الأشياء الثلاثة عن التي يوجد بها جميعها؟
(c) إذا اخترت مدينة عشوائيًا من هذه القائمة للسفر إليها وتريد حقًا الذهاب إما إلى متحف فني أو حفلة أوركسترا، فما النسبة المئوية لاحتمال إصابتك بخيبة أمل في نهاية الأمر؟
17. تم توظيف باحث لدراسة عادات الشرب لدى المستهلكي مشروب الشاي. اشرح لماذا تم فصله عندما نشر النتائج التالية، من مسح شمل 40 من هؤلاء المستهلكين:
قال 23 إنهم يشربون الشاي الأسود.
قال 18 إنهم يشربون الشاي الأخضر.
قال 19 إنهم يشربون الشاي العشبي.
قال 12 إنهم يشربون الشاي الأسود والشاي الأخضر.
قال 6 إنهم يشربون الشاي الأخضر والشاي العشبي.
قال 7 إنهم يشربون الشاي الأسود والشاي العشبي.
قال 2 إنهم يشربون الأنواع الثلاثة جميعًا.
قال 2 إنهم لا يشربون أيًا من الأنواع الثلاثة.
18. قامت شركة OUWant12 للأبحاث التسويقية بتصميم ثلاثة إعلانات عشوائية وإرسالها إلى 40 حساب بريد إلكتروني. كان الإعلان الأول عن كريم الشعر والثاني إعلان عن علاجات للصداع النصفي والثالث إعلان عن نظام غذائي جديد من فاصولياء ليما. اشرح لماذا توقفت الجهات الراعية عن تقديم خدماتها عند ظهور النتائج التالية.
حذف 23 مستلمًا إعلان كريم الشعر دون النظر إليه.
حذف 18 مستلمًا إعلان علاجات الصداع النصفي.
19. حذف 19 مستلمًا إعلان النظام الغذائي من فاصولياء ليما. حذف 12 مستلمًا إعلاني كريم الشعر وعلاجات الصداع النصفي. حذف 6 مستلمين إعلاني علاجات الصداع النصفي والنظام الغذائي من فاصولياء ليما. حذف 7 مستلمين إعلاني كريم الشعر والنظام الغذائي من فاصولياء ليما. حذف 2 من المستلمين الإعلانات الثلاثة جميعًا.
تقوم شبكة تلفزيونية تفكر في إبرام عقود جديدة لبث قنوات رياضية بتوظيف مستشار تسويق لإجراء مسح يشمل مشاهدي تلفاز تم اختيارهم عشوائيًا لسؤالهم عن الرياضة التي يسعون جاهدين لمشاهدتها عبر التلفاز من بين كرة القدم والتنس وكرة السلة. ومن بين من شملهم المسح، يشاهد 35 التنس و235 كرة السلة و295 كرة القدم ويشاهد 90 كرة السلة وكرة القدم و560 لا يشاهدون أيًا من الثلاثة.
- (a) اشرح لماذا لا تُعد هذه المعلومات كافية لإيجاد إجمالي عدد الأشخاص الذين شملهم المسح.
(b) عند النظر إلى النتائج بعناية أكثر، يكتشف أحد أعضاء الفريق الاستشاري أن كل شخص يشاهد التنس يشاهد كرة السلة كذلك، ولا يشاهد أي من هؤلاء الأشخاص كرة القدم. هل يمكنك الآن إيجاد عدد الأشخاص الذين شملهم المسح؟ كم شخصًا يشاهد كرة القدم فقط؟ كم شخصًا يشاهد كرة السلة فقط؟
(c) ما عدد المناطق المختلفة الموجودة في مخطط فين Venn مكوّن من دائرتين؟ ماذا عن المخطط المكوّن من ثلاث دوائر؟ استخدم هذا لتكوين تخمين بشأن عدد المناطق اللازمة لمخطط فين Venn من أربع دوائر. قم ببعض المحاولات لرسم مخطط فين Venn بأربع دوائر. ثم اشرح لماذا يتعد ذلك.
(c) استخدم الإنترنت لإيجاد مخطط فين Venn لأربع مجموعات، واستخدمه للتحقق من تخمينك من الجزء (a).

التكبير الناقد

تمارين المراجعة

12 الوحدة

مراجعة درس بدرس

12-1 مقدمة في نظرية المجموعات

11. $\{101, 103, 105, 107, \dots\}$
 12. $\{8, 16, 24, \dots, 72\}$
 بالنسبة إلى التمارين 13-20، حدد ما إذا كانت المجموعة منتهية أم غير منتهية.
 13. $\{x | x \in N \text{ و } x \geq 9\}$
 14. $\{4, 8, 12, 16, \dots\}$
 15. {إعلانات تجارية مزعجة}
 16. $\{3, 7, 9, 12\}$
 17. \emptyset
 18. {الأشخاص أصحاب الشعر الأحمر}
 19. {أعداد من 10 أرقام}
 20. أي من المجموعات الواردة في التمارين 13-19 ليست محددة جيدًا؟

- بالنسبة إلى التمارين 1-8، اكتب كل مجموعة برمز السرد.
 1. المجموعة D هي مجموعة الأعداد الزوجية بين 50 و60.
 2. المجموعة F هي مجموعة الأعداد الفردية بين 3 و40.
 3. المجموعة L هي مجموعة الحروف التي تتضمنها الكلمة خطابات.
 4. المجموعة A هي مجموعة الحروف التي تتضمنها الكلمة أركنساس.
 5. المجموعة B هي $\{x | x \in N \text{ و } x > 500\}$.
 6. المجموعة C هي مجموعة الأعداد الطبيعية بين 5 و12.
 7. M هي مجموعة الرجال الذين ساروا على سطح القمر.
 8. W هي مجموعة النساء اللاتي سرن على سطح القمر.
 بالنسبة إلى التمارين 9-12، اكتب كل مجموعة باستخدام رمز بناء المجموعة.
 9. $\{18, 20, 22, 24\}$
 10. $\{5, 10, 15, 20\}$

12-2 المجموعات الجزئية والمجموعات على المجموعات

- $B = \{\text{تويوتا، هوندا، لكزس، هيونداي، تسلا}\}$
 $C = \{\text{مرسيدس، أكورا، دودج}\}$
 حدد كل مجموعة.
 27. $A \cap B$
 28. $B \cup C$
 29. $(A \cap B) \cap C$
 30. B'
 31. $A - B$
 32. $B - A$
 33. $(A \cup B)' \cap C$
 34. $B' \cap C'$
 35. $(B \cup C) \cap A'$
 36. $(A \cup B) \cap C'$
 37. $(B' \cap C') \cup A'$
 38. $(A \cap B) \cup C$
 39. إذا كان $K = \{x | x \in N, x > 25\}$ و $L = \{x | x \in E, x > 10\}$ فجد $K \cup L$ و $K \cap L$ و $L - K$.
 40. بالنسبة إلى كل رقم تمرين وارد أدناه، اكتب وصفاً لفظياً لما تمثله المجموعة التي يتضمنها ذلك التمرين.
 (a) 27 (d) 30 (g) 34
 (b) 28 (e) 31 (h) 35
 (c) 29 (f) 32

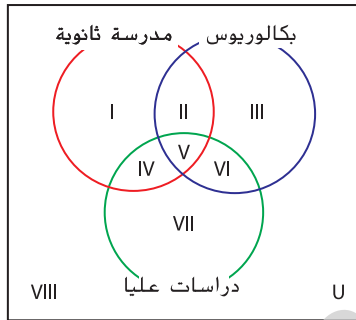
- بالنسبة إلى التمارين 21-24، حدد ما إذا كانت العبارة صواباً أم خطأ.
 21. $\{80, 100, 120, \dots\} \subseteq \{40, 80, 120, \dots\}$
 22. $\{6\} \subset \{6, 12, 18\}$
 23. $\{5, 6, 7\} \subseteq \{5, 7\}$
 24. $\{a, b, c\} \subset \{a, b, c\}$
 25. جد جميع المجموعات الجزئية للمجموعة $\{r, s, t\}$.
 26. كم عدد المجموعات الجزئية والمجموعات الجزئية الفعلية التي تتضمنها المجموعة $\{a, e, i, o, u, y\}$ ؟
 وقع اختيار موقع ويب للاختيار التلقائي 11 سيارة لإجراء ثلاثة أنواع من اختبارات السلامة: اختبار انفتاح الوسادة الهوائية وقوة الهيكل عند الانقلاب واختبار تصادم بسرعة 20 ميل في الساعة. تم إدراج السيارات التي حصلت على تصنيف استثنائي في انفتاح الوسادة الهوائية في المجموعة A وتضمنت المجموعة B السيارات التي حصلت على تصنيف استثنائي في قوة الهيكل عند الانقلاب وتضمنت المجموعة C السيارات التي حصلت على تصنيف استثنائي في اختبار التصادم. استخدم هذه المجموعات للتمارين 27-38.
 $U = \{\text{شيفروليه، فورد، بي إم ديليو، مرسيدس، تويوتا، هوندا، لكزس، أكورا، هيونداي، تسلا، دودج}\}$
 $A = \{\text{شيفروليه، بي إم ديليو، تويوتا، هوندا، لكزس}\}$

12-3 استخدام مخططات فين Venn لدراسة العمليات على المجموعات

بلغوا مستوى محددًا من التعليم على الأقل. بالنسبة إلى كل سؤال، اكتب المنطقة في مخطط فين Venn التي تتضمن الولاية المذكورة.

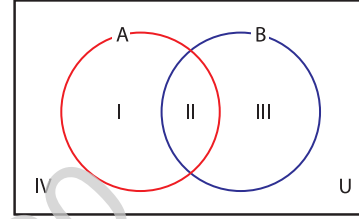
| شهادة الدراسات العليا | شهادة البكالوريوس | متخرج من مدرسة ثانوية |
|-----------------------|-------------------|-----------------------|
| أركنساس | ويست فرجينيا | تكساس |
| ويست فرجينيا | أركنساس | ميسيسيبي |
| داكوتا الشمالية | ميسيسيبي | كاليفورنيا |
| لويزيانا | كنتاكي | كنتاكي |
| ميسيسيبي | لويزيانا | ألاباما |

المصدر: ويكيبيديا



53. كنتاكي
54. ميسيسيبي
55. لويزيانا
56. أوهايو

بالنسبة إلى التمارين 41-46، استخدم مخطط فين Venn التالي. صف المنطقة أو المناطق المقدمه في كل مسألة، باستخدام عمليات المجموعات على A و B. ربما توجد أكثر من إجابة صحيحة.



41. المنطقة I
42. المنطقة II
43. المنطقة III
44. المنطقة IV
45. المنطقتان I و III
46. المنطقتان I و IV

بالنسبة إلى التمارين 47-50، ارسم مخطط فين Venn وظل المنطقة المناسبة لكل تمرين.

47. $A \cap B$
48. $(A \cup B)'$
49. $(A' \cap B') \cup C$
50. $A \cap (B \cup C)'$
51. إذا كان $n(A) = 15$ و $n(B) = 9$ و $n(A \cap B) = 4$ ، فجد $n(A \cup B)$
52. إذا كان $n(A) = 24$ و $n(B) = 20$ و $n(A \cap B) = 14$ ، فجد $n(A \cup B)$

يستخدم الجدول ومخطط فين Venn التالي في التمرينات 53-56. يوضح الجدول أقل خمس ولايات في 2014 من حيث نسبة السكان الذين

12-4 استخدام المجموعات لحل المسائل

- عبر الإنترنت و8 استمعوا إلى محطة راديو محلية ومحطة راديو فضائية و13 استمعوا إلى محطة راديو فضائية وموسيقى عبر الإنترنت و11 استمعوا إلى محطة راديو محلية وموسيقى عبر الإنترنت و6 استمعوا إلى الثلاثة جميعًا.
- (a) كم عدد من استمعوا إلى محطة راديو فضائية فقط؟
(b) كم عدد من استمعوا إلى محطات راديو محلية وموسيقى عبر الإنترنت لكن لم يستمعوا إلى محطة راديو فضائية؟
(c) كم عدد من لم يستمعوا إلى أي من تلك الأشياء؟
60. وجد مدير مكتبة الجامعة أنه قبل أربع ساعات من الإغلاق، اشترى 41 طالبًا كتابين دراسيين أو أكثر. من بين هؤلاء، دفع 4 فقط نقدًا واستخدم 5 قسيمة المساعدة المالية فقط واستخدم 5 بطاقة السحب الفوري فقط. استخدم سبعة بطاقة السحب الفوري وقسيمة المساعدة المالية من دون نقد؛ واستخدم ثلاثة النقد وبطاقة السحب الفوري من دون قسيمة المساعدة المالية. استخدم ستة عشر طالبًا إجماليًا بطاقة السحب الفوري في جزء من عملية الشراء على الأقل. بينما لم يستخدم 9 أيًا من أشكال الدفع هذه.
- (a) كم عدد الطلاب الذين استخدموا أشكال الدفع النقدي وبطاقة السحب الفوري وقسيمة المساعدة المالية جميعًا؟
(b) هل استخدم عدد طلاب أكثر النقد أم قسائم المساعدة المالية؟
(c) كم تبلغ النسبة المئوية للطلاب الذين لم يستخدموا قسيمة المساعدة المالية؟

57. قبيل إحدى الانتخابات، شارك 250 ناخبًا في الاقتراع؛ صوت 155 لصالح المرشح A و140 لصالح المرشح B وصوت 120 لصالح كلا المرشحين.
- (a) كم عدد الذين لم يصوتوا لكلا المرشحين من ضمن من شملهم الاقتراع؟
(b) كم عدد من صوتوا لصالح المرشح B؟
58. أجرى متخصص في السمع دراسة على فقدان السمع عند ترددات محددة بين مجموعة مرضى في إحدى دور الرعاية بالمسنين. من بين 94 مقيّمًا خضعوا للاختبار، عانى 10 من فقدان السمع بدرجة كبيرة عند الترددات المنخفضة وليست المرتفعة وعانى 40 من فقدان السمع بدرجة كبيرة عند الترددات المرتفعة وليست المنخفضة. بينما 26 لم يظهروا أي فقدان في السمع بدرجة كبيرة على الإطلاق.
- (a) كم عدد المقيّمين الذين عانوا من فقدان السمع عند الترددات المنخفضة والمرتفعة على حد سواء؟
(b) ما نسبة الذين يعانون من فقدان في السمع عند ترددات مرتفعة؟
59. سُئل ثلاثة وخمسون متصلًا بمحطة راديو الجامعة عن الذي يستمعون إليه عادةً عند الذهاب إلى الكلية بالسيارة. من بين من طرح عليهم السؤال، 22 استمعوا إلى محطة راديو محلية و18 استمعوا إلى محطة راديو فضائية و33 استمعوا إلى موسيقى

ملاحظات

Term 3 AY 19/20
Online Learning

20. $(A \cup B) \cap C$
 21. إذا كان $n(A) = 1,500$ و $n(B) = 1,150$ و $n(A \cap B) = 350$ فجد $n(A \cup B)$.
22. طالب يذاكر للحصول على درجة الماجستير في إدارة الألعاب الرياضية يعمل على فرضية عن انتشار الألعاب الرياضية للنساء في الكليات منذ أن أمر القانون التاسع بمنح فرص متكافئة للنساء. قام بتجميع بيانات عن 119 كلية تمتلك فرق كرة قدم تنافس في دوري الجامعات لكرة القدم (الذي لا يزال الكثير من المشجعين يطلقون عليه القسم الأول) ووجد أن 69 منها لديها فريق جولف نسائي و63 منها لديها فريق هوكي الحقل و83 لديها فريق سباحة نسائي. ثمة 28 كلية لديها فرق حفل في جميع الألعاب الرياضية الثلاث. ستة وأربعون منها لديها فرق نسائية للجولف والسباحة و40 لديها فرق نسائية للسباحة وهاوكي الحقل و47 منها لديها فرق نسائية للجولف وهاوكي الحقل.
- (a) كم عدد الكليات التي لديها فريق جولف نسائي، لكن ليس لديها فريق سباحة أو هوكي الحقل نسائي؟
 (b) ما النسبة المئوية للفرق التي لديها رياضتان على الأقل من الألعاب الرياضية الثلاث؟
 (c) إذا اخترت إحدى المدارس الواردة في الدراسة عشوائياً، ما النسبة المئوية لاحتمال ألا يكون لديها أي من الألعاب الرياضية الثلاث؟
23. جد حدًا عامًا للمجموعة $\{15, 30, 45, 60, 75, \dots\}$.
 24. وضح أن المجموعة $\{-1, -2, -3, -4, \dots\} \cup \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ مجموعة غير منتهية عديدة. (إرشاد: ثمة سؤالان منفصلان بالفعل بحاجة إلى إجابة!)
- بالنسبة إلى التمارين 25-30، حدد ما إذا كانت كل عبارة صواباً أم خطأً.
25. $\{s, a, m, e\}$ تكافئ $\{s, e, s, a, m, e\}$
 26. $\{4, 8, 12, 16, \dots\} \subseteq \{2, 4, 6, 8, \dots\}$
 27. $\{15\} \subset \{3, 6, 9, 12, \dots\}$
 28. $9 \notin \{2, 4, 5, 6, 10\}$
 29. $\{a, e, i, o, u, y\} \subseteq \{a, e, i, o, u\}$
 30. $\{12\} \in \{12, 24, 36, \dots\}$

بالنسبة إلى التمارين 4-1، اكتب كل مجموعة بذكر العناصر.

1. المجموعة P هي مجموعة الأعداد الطبيعية الزوجية بين 90 و100.
 2. المجموعة K هي مجموعة الحروف التي تتضمنها الكلمة سلسبيل.
 3. $X = \{x | x \in N \text{ و } x < 80\}$
 4. المجموعة J هي مجموعة أسماء الأشهر التي تبدأ بالحرف "ي".
- بالنسبة إلى التمارين 5 و6، اكتب كل مجموعة باستخدام رمز بناء المجموعة.

5. $\{12, 14, 16, 18\}$

6. $\{4, 8, 16, \dots, 128\}$

بالنسبة إلى التمارين 7-11، حدد ما إذا كانت المجموعة منتهية أم غير منتهية.

7. $\{x \in N | x \text{ مضاعف } 6\}$

8. $\{a, b, c, \dots, s, t\}$

9. المجموعة V هي مجموعة أشخاص بشعر رافع.
 10. اشرح لماذا المجموعة الواردة في التمرين 9 ليست محددة جيداً.
 يجب كتابة إجابتك بحيث يفيها الشخص الذي ليست لديه أدنى فكرة عن معنى "محددة جيداً".
 11. جد جميع المجموعات الجزئية وجميع المجموعات الجزئية الفعلية لمجموعة الولايات المتاخمة لكاليفورنيا. كيف تعرف عدد المجموعات الجزئية التي تبحث عنها؟

بالنسبة إلى التمارين 12-16، افرض أن $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k\}$ و $A = \{a, b, d, e, f\}$ و $B = \{a, g, i, j, k\}$ و $C = \{e, h, j\}$ جد كل مما يلي.

12. $(A \cap B) \cup C$

13. $(A \cup B)'$

14. $A - B$

15. $(A - B) - C$

16. ارسم مخطط فين $Venn$ مستقلاً وظلله لكل مجموعة:

$B - A, B' \cup A, A \cup B \cup C$

17. جد كلا ناتجي الضرب الديكارتيين اللذين يمكن تكوينهما باستخدام المجموعة الواردة في التمرين 11 والمجموعة C في التمارين 12-16.

بالنسبة إلى التمارين 18-20، ارسم مخطط فين $Venn$ لكل مجموعة.

18. $A \cap B$

19. $(A \cap B)'$

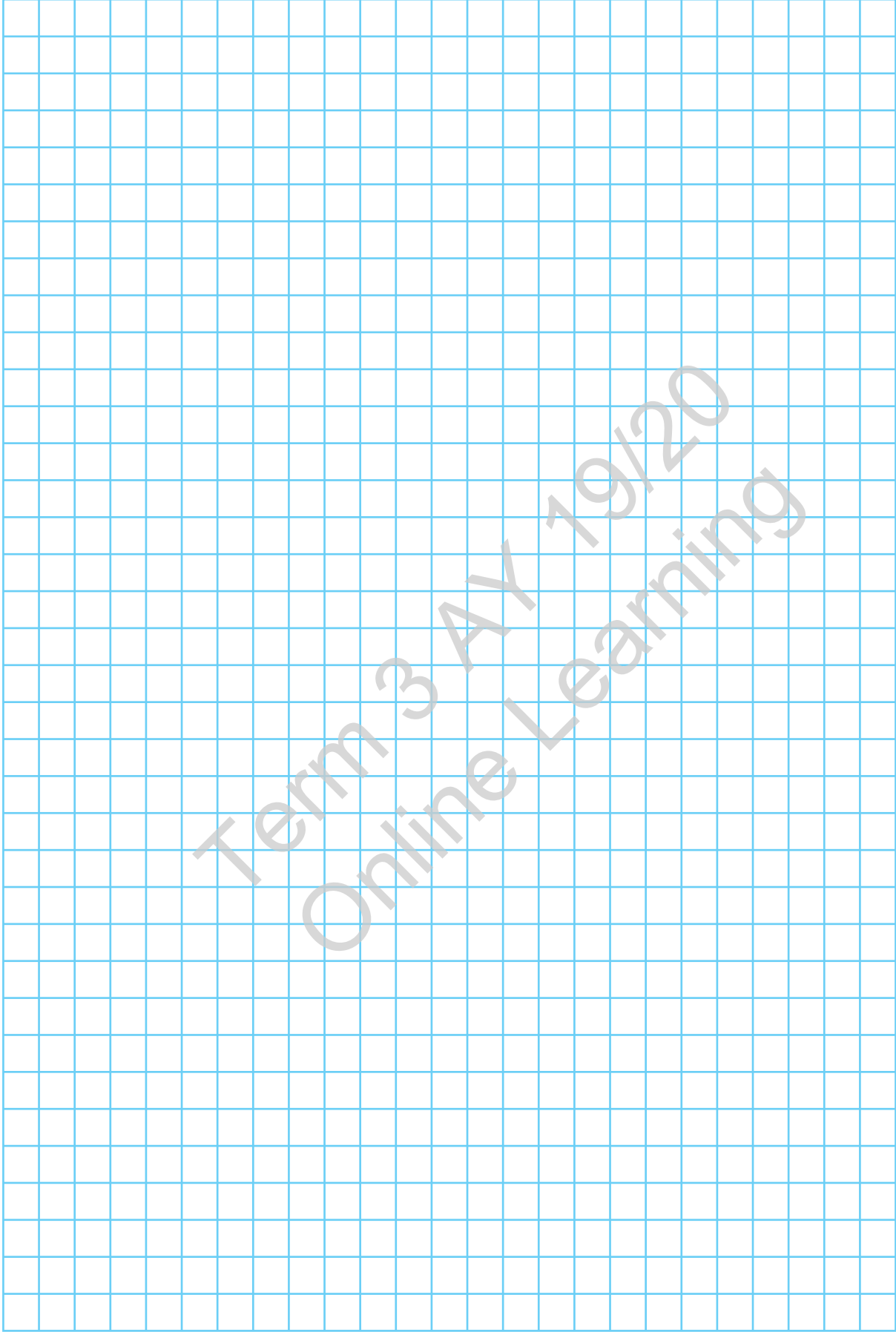
1. اطلب من الطلاب في الصف الدراسي ملء هذا الاستبيان:

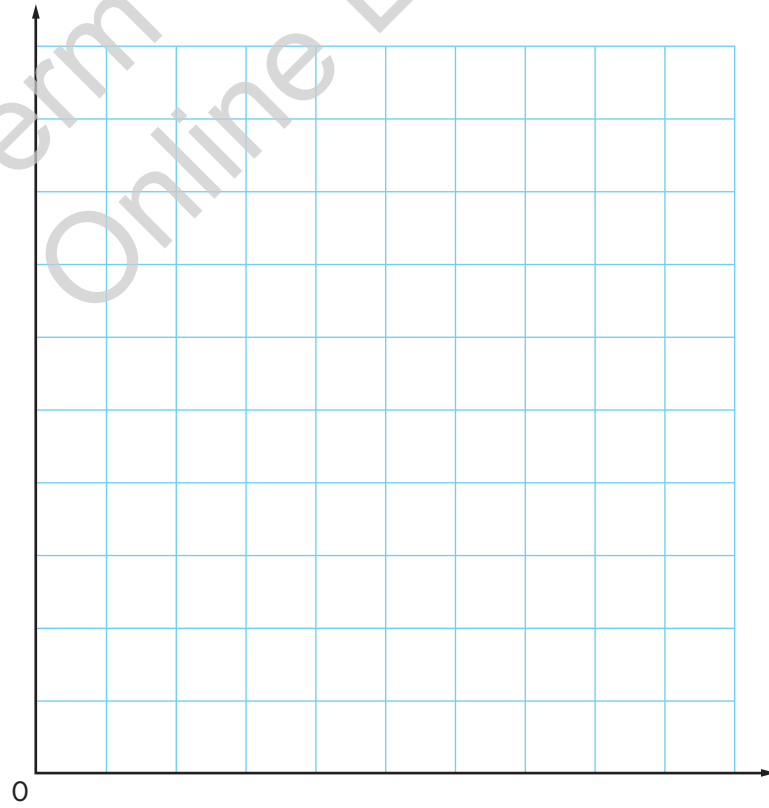
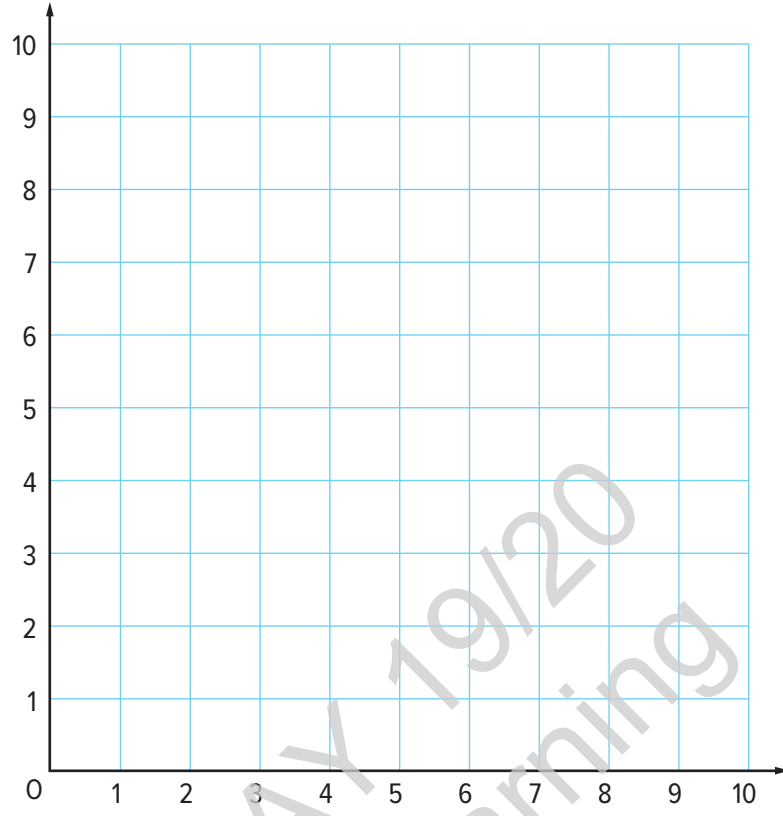
- A. الذهاب إلى المدرسة بالسيارة: نعم _____ لا _____
 B. العمر: أقل من 15 _____ 15 أو أكبر _____
 C. يساعد أسرته في العمل: نعم _____ لا _____

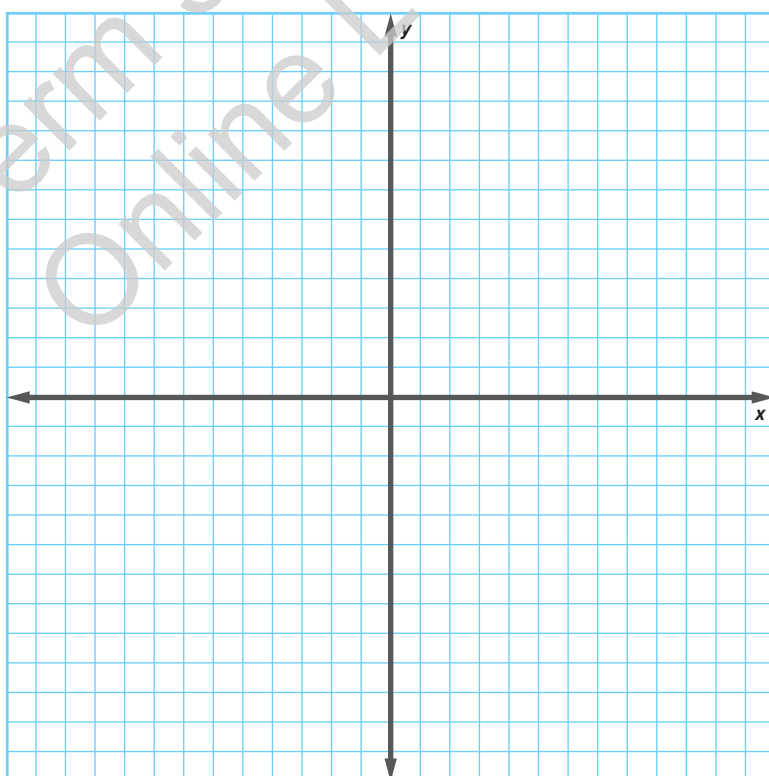
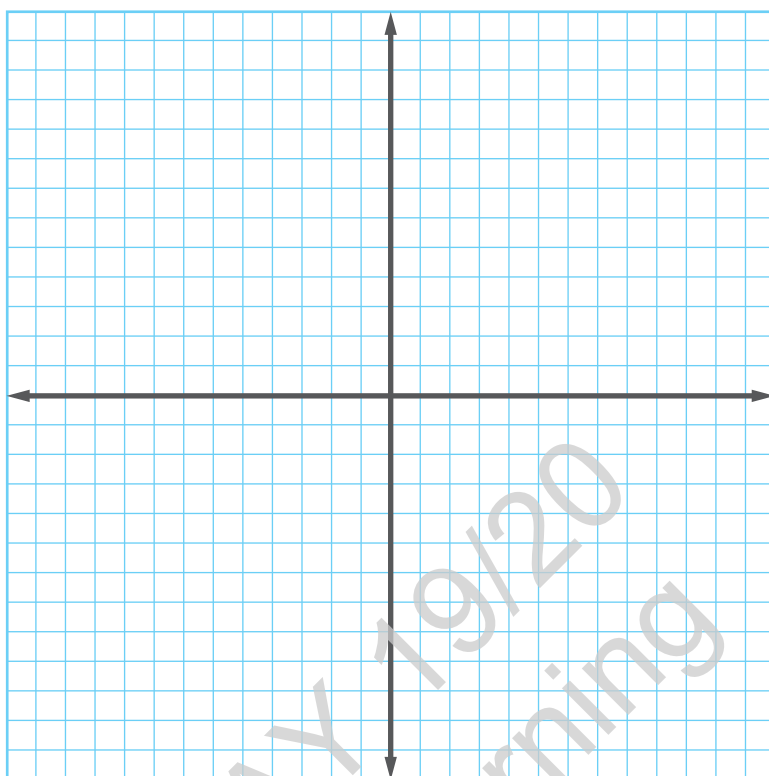
ارسم مخطط فن Venn، ومن المعلومات أجب عن هذه الأسئلة:

- (a) كم عدد الطلاب الذين لا يذهبون بالسيارة إلى المدرسة؟
 (b) كم عدد الطلاب الذي يقل عمرهم عن 15 عامًا؟
 (c) كم عدد الطلاب الذين يساعدون أسرهم في العمل؟
 (d) كم عدد الطلاب الذي يقل عمرهم عن 15 عامًا ويساعدون أسرهم في العمل؟
 (e) كم عدد الطلاب الذين يذهبون بالسيارة إلى المدرسة ولا يساعدون أسرهم في العمل؟
 (b) كم عدد الطلاب الذين أعمارهم 15 عامًا أو أكبر ويساعدون أسرهم في العمل؟
 (g) كم عدد الطلاب الذين لا يذهبون بالسيارة إلى المدرسة ويساعدون أسرهم في العمل وأقل من 15 عامًا؟
2. إذا تكونت لديك فكرة عن هذه الوحدة ككل، فستعرف أن عمليات المسح تلعب دورًا كبيرًا في طريقة استخدام مخططات فن Venn لتنظيم المعلومات. والآن حان الوقت لتصميم مسح خاص بك وحدك. يجب عليك جعل موضوع المسح شيئًا تجده مثيرًا للاهتمام وتصميم المسح بحيث يمكن تلخيص النتائج ودراستها باستخدام مخطط فن Venn بثلاث مجموعات. يمكنك إنجاز هذه المهمة بطرح ثلاثة أسئلة منفصلة أو بتصميم اقتراح من سؤال واحد حيث يمكن المستجيبين اختيار أي من الإجابات أو جميعها أو لا شيء منها.
- وبمجرد تصميم المسح الخاص بك وكتابته وإجرائه، قم بتنظيم النتائج باستخدام مخطط فن Venn ثم اكتب تقريرًا عن النتائج التي توصلت إليها. لا تقم بتضمين أعداد أولية فحسب—غالبًا ما يكمن الجزء الأهم من المسح في تلخيص معنى نتائج المسح وتفسيرها. ربما تريد وضع هذا الأمر الضروري في الحساب عند تصميم المسح—من الصعب جدًا كتابة تفسير ذكي إذا كانت الأسئلة غير مترابطة تمامًا.
3. ربما تساءلت لماذا ذكرنا في الدرس 5 أن مجموعة الأعداد الحقيقية غير قابلة للعد، لكننا لم نقدم ما يدعم ذلك. الإجابة المختصرة هي أن إثبات تلك النتيجة عملية معقدة إلى حد ما. إنها ليست تلك الصعوبة، لكنها عملية بارعة للغاية وتنطوي على نوع من حدة الذهن. الأخبار الجيدة هو أنه يمكنك العثور على الإثبات على عشرة آلاف صفحة ويب مختلفة تقريبًا بالبحث عن "حجة كانتور القطرية". ابحث عن الصفحة التي تصف حجة كانتور القطرية بالطريقة التي يمكنك فهمها ثم كون عرصًا توضيحيًا للزملاء لمساعدتهم على فهم لماذا تكون الأعداد الحقيقية غير قابلة للعد. تصديق/إضافي: قم بتضمين مناقشة للحقيقة التي تفيد أن مجموعة الأعداد الحقيقية لها المجموعة الرئيسية نفسها التي تتضمنها الأعداد الحقيقية بين الصفر والواحد. إذا كنت مهتمًا بأفكار عد المجموعات غير المنتهية بالفعل، فستجد إثارة أكثر مع هذا المشروع. تعرف إحدى أغرب المجموعات التي تم تقديمها وأكثرها جاذبية على الإطلاق باسم مجموعة كانتور. تبدأ بمجموعة تضم جميع الأعداد الحقيقية بين الصفر والواحد وتزيل تسلسل الأجزاء. قم بإجراء بحث عبر الإنترنت أو في المكتبة عن مجموعة كانتور وأجب عن الأسئلة التالية عنها:
- (a) كيف يمكنك التأكد من وجود شيء ما على الأقل في مجموعة كانتور؟ (ستكتشف عند العودة الأولى أن المجموعة قد تبدو خالية.)
 (b) كيف تعرف أن مجموعة كانتور ليست غير خالية فقط، لكنها غير منتهية كذلك؟
 (c) هل مجموعة كانتور قابلة للعد أم غير قابلة للعد؟ كيف تعرف ذلك؟
 (d) ما إجمالي طول جميع الفواصل التي يتم تجاهلها عند تعريف مجموعة كانتور؟ لماذا تلك النتيجة الصادمة؟

Term 3 AY 19/20
Online Learning







Term 3 AY 19/20
Online Learning

ما المطويات وكيف يمكنني إعدادها؟

المطويات هي أدوات تنظيمية رسومية ثلاثية الأبعاد تساعدك على إنشاء إرشادات دراسية لكل وحدة في الكتاب. **الخطوة 1** انتقل إلى الجزء الخلفي من الكتاب للعثور على المطوية الخاصة بالوحدة التي تدرسها حاليًا. اتّبع إرشادات القص والتجميع الموجودة في أعلى الصفحة.

الخطوة 2 انتقل إلى "تمرين على المفاهيم الأساسية" في نهاية الوحدة التي تدرسها حاليًا. طابق التبويبات وأرفق المطوية بهذه الصفحة. تعرض التبويبات المنقطة مكان وضع المطوية. وتشير التبويبات المخططة إلى مكان لصق المطوية.



كيف أعرف متى يحين موعد استخدام المطوية؟

عندما يحين وقت الاستعانة بالمطوية، سوف ترى رمز المطويات في أسفل المربع **قيّم نفسك!** في صفحات التمرين الموجه. وسيتيح لك ذلك معرفة أنه قد حان الوقت لتحديثها بالمفاهيم المستنبطة من الدرس. وبمجرد اكتمال العمل بالمطوية، استخدمها للدراسة بغرض الاستفادة منها في اختبار الوحدة.



كيف أكمل مطوّتي؟

لن تتشابه أي مطويتان في كتابك مطلقاً. ومع ذلك، سيتطلب بعضها تعبئة معلومات متشابهة. وفيما يلي بعض الإرشادات التي ستطلع عليها عند إكمال المطوية. **استمتع بوقتك** في تعلم الرياضيات باستخدام المطويات!

الإرشادات ومعانيها

يكون أفضل استخدام لـ... أكمل الجملة موضعاً متى يجب استخدام المفهوم.

التعريف اكتب تعريفاً بأسلوبك الخاص.

الوصف صف المفهوم باستخدام الكلمات.

المعادلة اكتب معادلة تطبق فيها المفهوم ويمكنك استخدام معادلة من المعادلات الواردة في النص أو إنشاء معادلة من عندك.

مثال اكتب مثالاً حول المفهوم. ويمكنك استخدام مثال من الأمثلة الواردة في النص أو إنشاء مثال من عندك.

صيغ اكتب صيغة تطبق فيها المفهوم. ويمكنك استخدام صيغة من الصيغ الواردة في النص.

كيف يمكنني...؟ اشرح الخطوات التي يتضمنها المفهوم.

النماذج ارسم نموذجاً لتوضيح المفهوم.

الصورة ارسم صورة لتوضيح المفهوم.

حل بطريقة جبرية اكتب معادلة تطبق فيها المفهوم وحلها.

الرموز اكتب أو استخدم الرموز ذات الصلة بالمفهوم.

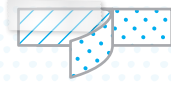
اكتب فقرة اكتب تعريفاً أو وصفاً بأسلوبك الخاص.

الشرح اكتب شرح المفهوم.



تعرف على مؤلفة المطويات د. زيكي

تشتهر د. زيكي بتصميم الأدوات اليدوية العملية التي يستخدمها المدرسون وأولياء الأمور على الصعيدين المحلي والدولي. وتُعرف بقدراتها المتفجرة وأفكارها المستنيرة. وكل من تعامل معها يتأثر بشغفها وطريقتها المرححة في التعليم.



المستقيمات الأفضل تمثيلاً

البيانات ذات المتغيرين

الجداول ذات المدخلين

مخططات الانتشار



مثال

مثال

مثال

728 الصفحة

Term 3 AY 19/20
Online Learning

الجدول المرجعية

الوحدات الأساسية للنظام الدولي للوحدات

| اختصار الوحدة | الوحدة | الكمية |
|---------------|----------|--------|
| m | متر | الطول |
| kg | كيلوجرام | الكتلة |
| s | ثانية | الزمن |

الوحدات المشتقة في النظام الدولي للوحدات

| الوحدة معبر عنها بالوحدات الأساسية | رمز الوحدة | الوحدة | الكمية |
|------------------------------------|------------|-----------------------|----------------|
| m^2 | m^2 | متر مربع | المساحة |
| m^3 | m^3 | متر مكعب | الحجم |
| kg/m^3 | kg/m^3 | كيلوجرام للمتر المكعب | الكثافة |
| m/s | m/s | متر للثانية | السرعة المتجهة |
| m/s^2 | m/s^2 | متر للثانية المربعة | التسارع |

مكافئات أنظمة الوحدات

| نوع القياس | المكافئ |
|---------------|---|
| الطول | 1 in = 2.54 cm 1 yd = 0.91 m 1 mi = 1.61 km |
| الكتلة والوزن | 1 oz = 28.35 g 1 lb = 0.45 kg 1 ton (short) = 0.91 tonnes (metric tons) 1 lb = $\frac{4}{45}$ N |
| الحجم | 1 in ³ = 16.39 cm ³ 1 qt = 0.95 L 1 gal = 3.78 L |
| المساحة | 1 in ² = 6.45 cm ² 1 yd ² = 0.83 m ² 1 mi ² = 2.59 km ² 1 acre = 0.40 hectares |
| درجة الحرارة | $^{\circ}C = \frac{(^{\circ}F - 32)}{1.8}$ K = $^{\circ}C + 273$ |

| البادئات المستخدمة في النظام الدولي | | | | |
|-------------------------------------|--------|-------|----------------|----------------------|
| البادئة | Prefix | الرمز | الترميز العلمي | مثال |
| فيمتو | femto | f | 10^{-15} | فيمتو ثانية (fs) |
| بيكو | pico | p | 10^{-12} | بيكومتر (pm) |
| نانو | nano | n | 10^{-9} | نانومتر (nm) |
| ميكرو | micro | μ | 10^{-6} | ميكروجرام (μ g) |
| ميلي | melli | m | 10^{-3} | ميلي أمبير (mA) |
| سنتي | centi | c | 10^{-2} | سنتيمتر (cm) |
| ديسي | deci | d | 10^{-1} | ديسيلتر (dL) |
| ديكا | deca | da | 10^1 | ديكامتر (dam) |
| هكتو | hector | h | 10^2 | هكتولتر (hL) |
| كيلو | kilo | k | 10^3 | كيلومتر (km) |
| ميغا | mega | M | 10^6 | ميغاجرام (Mg) |
| جيجا | giga | G | 10^9 | جيجامتر (Gm) |
| تيرا | tera | T | 10^{12} | تيراهرتز (THz) |
| بيتا | peta | P | 10^{15} | بيتا ثانية (Ps) |

شكر و تقدير

نسخة الطلاب

P. v (inset)©Steven P. Lynch, (t-b)Hill Street Studios/Blend Images, (2)Refat/Shutterstock.com, (3)pathdoc/Shutterstock.com, (4)imagewerks/Getty Images, (5)Carlos Taminez/Glow Images, (6)Thinkstock/Comstock Images/Getty Images; **P. vi** (t)McGraw-Hill Education, (tr)McGraw-Hill Education, (bl)McGraw-Hill Education, (br)McGraw-Hill Education; **P. vii** (t)McGraw-Hill Education, (tr)McGraw-Hill Education, (cl)Aaron Haupt, (cr)McGraw-Hill Education, (br)courtesy Dinah Zike; **P. x** (t)Comstock Images/Getty Images, (b)Refat/Shutterstock.com; **xi** (t)Masterfile Royalty-Free, (b)Ingram Publishing/Fotosearch; **P. xii** (t)Zmaj88/Shutterstock.com, (b)pathdoc/Shutterstock.com, (inset)©Steven P. Lynch; **P. xiii** (t)©Hero/CORBIS/Glow Images, (b)imagewerks/Getty Images; **P. xiv** (l)Valentyna Chukhlybova/Alamy, (r)Valentyna Chukhlybova/Alamy; **P. xv** Traci Tatman; **P. xvi** Carlos Davila/Photographer's Choice RF/Getty Images; **P. xvii** (t)Rubberball/Erik Isakson/Getty Images, (b)Carlos Taminez/Glow Images; **P. xviii** (t)Arne Bramsen/Shutterstock.com, (b)Thinkstock/Comstock Images/Getty Images; **xix** LatinStock Collection/Alamy; **P. xx** Purestock/SuperStock; **P. xxi** Aha-Soft/Shutterstock.com; **P. MP1** Hill Street Studios/Blend Images; **P. 655** Patryk Kosmider/Shutterstock.com; **P. 661** EHStockphoto/Shutterstock.com; **P. 671** Crystal Image/Shutterstock.com;

P. 673 Image Source/Getty Images; **P. 685** McGraw-Hill Education; **P. 694** Hannu Liivaar/Alamy; **P. 705** AS Food studio/Shutterstock; **P. 713** ©Image Source, All rights reserved; **P. 721** (t)Purestock/SuperStock, (b)Action Plus Sports Images/Alamy; **P. 727** Thinkstock/Comstock Images/Getty Images; **P. 730** LatinStock Collection/Alamy; **P. 733** Jade/Blend Images; **P. 734** (l)Comstock/PunchStock, (r)goodluz/Shutterstock.com; **P. 738** Thinkstock/JupiterImages; **P. 742** (t)LACMA-Los Angeles County Museum of Art, (b)Science and Society/SuperStock; **P. 745** Ian Shaw/Alamy; **P. 746** (t)Jacques Cornell/McGraw-Hill Education, (b)Stockbyte; **P. 747** (l)Amos Morgan/Getty Images, (r)rina Rogova/Shutterstock.com; **P. 751** Alakin Maksim Valerevich/Shutterstock.com; **P. 763** (l)Ingram Publishing/Alamy, (r)Redmond Durrell/Alamy Images; **P. 766** The McGraw Hill Companies, Inc./Evelyn Jo Hebert, photographer; **P. 768** Ariel Skelley/Blend Images; **P. 778** Patricia Dulasi/Shutterstock.com; **P. 782** Purestock/SuperStock; **P. 785** imagebroker/Alamy Images; **P. 789** Alan Schein/Alamy Images; **P. 796** moodboard/SuperStock; **P. 799** Maksim Shmeljov/Shutterstock.com; **P. 815** Hill Street Studios/Blend Images LLC; **P. 822** FStop Images GmbH/Shutterstock.com; **P. 825** Aaron Roeth Photography; **P. 828** (l)Ingram Publishing/SuperStock, (c)Rick Brady/McGraw-Hill Education, (r)Photodisc/SuperStock; **P. 831** amana

images inc./Alamy; **P. 835** ©Glow Images; **P. 846** Comstock/JupiterImages; **P. 850** (b)Aha-Soft/Shutterstock.com; **P. 852** Duda Vasilii/Shutterstock.com; **P. 858** Mitrofanov Alexander/Shutterstock RF; **P. 872** Momentum Creative Group/Alamy; **P. 887** ptnphoto@123RF.com; **P. 889** 3alexnd/iStock/Getty Images; **P. 897** John Carleton/Moment/Getty Images; **P. 898** Naufal MQ/Getty Images RF; **P. 902** Aha-Soft/Shutterstock.com, **P. FL2** courtesy Dinah Zike.

Term 3 AY 19/20 Online Learning

مركز اتصال وزارة التربية والتعليم
اقتراح - استفسار - شكوى



80051115



04-2176855



ccc.moe@moe.gov.ae



www.moe.gov.ae

جميع الحقوق محفوظة لوزارة التربية والتعليم. لايسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو جزء منه أو تخزينه في نطاق استعادة المعلومات، أو نقله بأي شكل من الأشكال، من دون إذن مسبق من الناشر.