



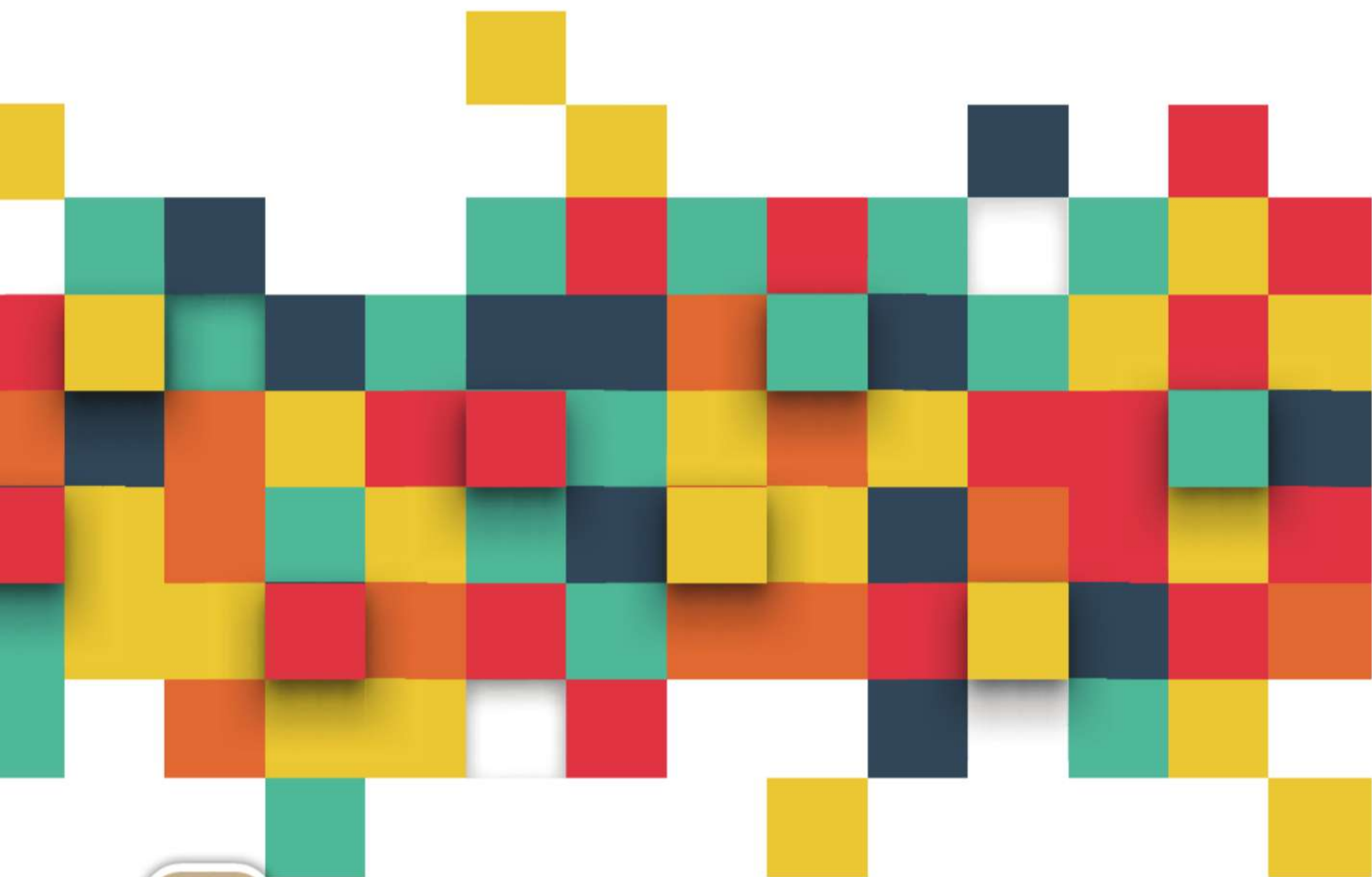
الإمارات العربية المتحدة
وزارة التربية والتعليم



2019-2020

الرياضيات

نسخة الإمارات العربية المتحدة



الصف

9

متقدم

Mc
Graw
Hill

McGraw-Hill Education

الرياضيات

المسار المتقدّم

نسخة الإمارات العربية المتحدة



Mc
Graw
Hill

- FM. Front Matter, from Integrated Math I © 2012
12. Reasoning and Proof, from Integrated Math II Chapter 5 © 2012
13. Parallel and Perpendicular Lines, from Integrated Math I Chapter 11 © 2012
14. Congruent Triangles, from Integrated Math I Chapter 12 © 2012
15. Proportions and Similarity, from Integrated Math II Chapter 9 © 2012
EM. End Matter/Glossary, from Integrated Math I © 2012

صورة الغلاف: [VAlex/Shutterstock](#)

mheducation.com/prek-12



جميع الحقوق محفوظة © للعام 2020 لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

جميع الحقوق محفوظة. لا يجوز إعادة إنتاج أي جزء من هذا المنشور أو توزيعه في أي صورة أو بأي وسيلة كانت أو تخزينه في قاعدة بيانات أو نظام استرداد من دون موافقة خطية مسبقة من McGraw-Hill Education. بما في ذلك، على سبيل المثال لا الحصر، التخزين على الشبكة أو الإرسال عبرها أو البث لأغراض التعليم عن بُعد.

الحقوق الحصرية للتصنيع والتصدير عائدة لمؤسسة McGraw-Hill Education. لا يمكن إعادة تصدير هذا الكتاب من البلد الذي باعت له McGraw-Hill Education. هذه النسخة الإقليمية غير متاحة خارج أوروبا والشرق الأوسط وإفريقيا.

النسخة الإلكترونية

طبع في دولة الإمارات العربية المتحدة.

رقم النشر الدولي: 978-1-44-700153-9 (نسخة الطالب)
MHID: 1-44-700153-2 (نسخة الطالب)
رقم النشر الدولي: 978-1-44-700155-3 (نسخة المعلم)
MHID: 1-44-700155-9 (نسخة المعلم)

رقم النشر الدولي: 978-1-44-700143-0 (نسخة الطالب)
MHID: 1-44-700143-5 (نسخة الطالب)
رقم النشر الدولي: 978-1-44-700145-4 (نسخة المعلم)
MHID: 1-44-700145-1 (نسخة المعلم)



**صاحب السمو الشيخ خليفة بن زايد آل نهيان
رئيس دولة الإمارات العربية المتحدة، حفظه الله**

**”يجب التزوّد بالعلوم الحديثة والمعارف الواسعة، والإقبال عليها
بروح عالية ورغبة صادقة؛ حتى تتمكن دولة الإمارات خلال
الألفية الثالثة من تحقيق نقلة حضارية واسعة.“**

من أقوال صاحب السمو الشيخ خليفة بن زايد آل نهيان

ملخص المحتويات

الوحدة 1	التعابير والمعادلات والدوال
الوحدة 2	المعادلات الخطية
الوحدة 3	الدوال الخطية
الوحدة 4	معادلات الدوال الخطية
الوحدة 5	المتباينات الخطية
الوحدة 6	أنظمة المعادلات والمتباينات الخطية
الوحدة 7	التعابير والمعادلات التربيعية
الوحدة 8	الأسس والدوال الأسية
الوحدة 9	الدوال والمعادلات الجذرية والنسبية
الوحدة 10	نظرية المجموعات
الوحدة 11	المنطق والبرهان الرياضي
الوحدة 12	التبرير والبرهان
الوحدة 13	المستقيمات المتوازية والمتقاطعة
الوحدة 14	المثلثات المتطابقة
الوحدة 15	التناسب والتشابه

كتيب الطالب

المؤلفون

يضمّن مؤلفونا الرواد أن برامج Macmillan/McGraw-Hill و Glencoe/McGraw-Hill للرياضيات منظمة حقًا بشكل رأسي مترابط، مع وضع الغاية النهائية نصب الأعين - ألا وهي تحقيق النجاح في الرياضيات المتكاملة وما بعدها. ومن خلال "التخطيط العكسي" للمحتوى المأخوذ من برامج المدارس الثانوية، فإن جميع برامجنا المتعلقة بالرياضيات موضحة بشكل جيد في نطاقها وتسلسلها.

كبار المؤلفين

الدكتور جيه إيه كارتر

المدير
مدرسة أدلاي إي ستيفنسون الثانوية
لينكولنشاير، إلينوي

مجالات الخبرة: استخدام التكنولوجيا والوسائل التعليمية اليدوية لتصوير المفاهيم وتحقيق فهم الرياضيات لدى المتعلمين باللغة الإنجليزية

الدكتور جيلبرت جيه كوفيفاس

أستاذ تعليم الرياضيات
جامعة ولاية تكساس - سان ماركوس
سان ماركوس، تكساس

مجالات الخبرة: تطبيق المفاهيم والمهارات في سياقات ثرية في الرياضيات إلى جانب تمثيلات الرياضيات

الدكتور روجر داي، مجاز في التعليم من المجلس الوطني

رئيس قسم الرياضيات
مدرسة بونتياك تاونشيب الثانوية
بونتياك، إلينوي

مجالات الخبرة: فهم الاحتمالية والإحصائيات وتطبيقها، إلى جانب تدريس الرياضيات لمعلمي الصفوف

الدكتورة كارول مالوي

مدرس مساعد
جامعة نورث كارولينا في تشابيل هيل
تشابيل هيل، نورث كارولينا

مجالات الخبرة: عمليات التمثيل والتفكير الناقد؛ نجاح الطلاب في الجبر 1

مؤلفو البرنامج

روث كيسي

مستشار الرياضيات
مدرس إقليمي مشارك
جامعة كنتاكي
ليكسينغتون، كنتاكي

مجالات الخبرة: التمثيل البياني للتكنولوجيا والرياضيات

جيرري كامنز

مستشار الرياضيات
الرئيس السابق للمجلس القومي لمشرفي الرياضيات
ويسترن سيرينجز، إلينوي

مجالات الخبرة: التمثيل البياني للتكنولوجيا والرياضيات

الدكتور بيرتشي هوليداي، دكتوراه في التعليم

استشاري إقليمي في الرياضيات
سلفر سبرينج، ماريلاند

مجالات الخبرة: استخدام الرياضيات لنمذجة بيانات الحياة اليومية واستيعابها؛ وتأثير التمثيلات البيانية على فهم الرياضيات

بياتريس مور لاتشين

مستشار الرياضيات
هيوستن، تكساس

مجالات الخبرة: معارف في الرياضيات؛ العمل مع متعلمي اللغة الإنجليزية

مؤلف مشارك

دينا زايك المحويات

مستشار تعليمي
شركة Dinah-Might Activities, Inc.
سان أنطونيو، تكساس

التعابير والمعادلات والدوال

3	الاستعداد للوحدة 1
5	1-1 المتغيرات والتعابير
10	1-2 تقريب العمليات
16	1-3 خصائص الأعداد
23	✎ التوسع: مختبر الجبر الدقيقة
25	1-4 خاصية التوزيع
32	■ اختبار منتصف الوحدة
33	1-5 المعادلات
40	1-6 العلاقات
47	1-7 الدوال
55	📊 التوسع: مختبر تقنية التمثيلات البيانية تمثيل الدوال
56	1-8 تفسير التمثيل البياني للدالة
	التقويم
62	■ دليل الدراسة والمراجعة
67	■ تدريب على الاختبار
68	■ التحضير للاختبارات المعيارية
70	■ تدريب على الاختبار المعياري

المعادلات الخطية

73	الاستعداد للوحدة 2
75	2-1 كتابة المعادلات
81	الاستكشاف: مختبر الجبر حل المعادلات
83	2-2 حل معادلات الخطوة الواحدة
90	الاستكشاف: مختبر الجبر حل المعادلات متعددة الخطوات
91	2-3 حل معادلات متعددة الخطوات
97	2-4 حل معادلات تتضمن متغير في كل طرف
103	2-5 حل المعادلات التي تحتوي قيمة مطلقة
110	■ اختبار منتصف الوحدة
111	2-6 النسب والتناسب
118	التوسع: مختبر ورق الجدولة التمثيل الوصفي
119	2-7 النسبة المئوية للتغيير
125	التوسع: مختبر الجبر الترتيب المئوي
126	2-8 المعادلات الحرفية والتحليل البعدي
132	2-9 المتوسط الحسابي المرجح
	التقويم
139	■ دليل الدراسة والمراجعة
145	■ تدريب على الاختبار
146	■ التحضير للاختبارات المعيارية
148	■ تدريب على الاختبار المعياري، الوجدتان 1 الى 2

الدوال الخطية

151	الاستعداد للوحدة 3
153	الاستكشاف: مختبر الجبر تحليل التمثيلات البيانية الخطية
155	تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا 3-1
163	حل المعادلات الخطية بالتمثيل البياني 3-2
169	التوسع: مختبر تقنية التمثيلات البيانية تمثيل الدوال الخطية بيانيًا
171	الاستكشاف: مختبر الجبر معدل تغير الدالة الخطية
172	معدل التغير والميل 3-3
181	اختبار منتصف الوحدة
182	التغير الطردي 3-4
189	المتتاليات الحسابية على شكل دوال خطية 3-5
196	التوسع: مختبر الجبر الاستدلال الاستقرائي والاستنتاجي
197	العلاقات التناسبية وغير التناسبية 3-6
	التقويم
203	دليل الدراسة والمراجعة
207	تدريب على الاختبار
208	التحضير للاختبارات المعيارية
210	تدريب على الاختبار المعياري، الوحدات 1 إلى 3

معادلات الدوال الخطية

213 الاستعداد للوحدة 4
215 الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيلات البيانية استقصاء صيغة الميل والمقطع
216 4-1 تمثيل المعادلات بصيغة الميل والمقطع
224 التوسع: مختبر تقنية التمثيلات البيانية مجموعة التمثيلات البيانية الخطية
226 4-2 كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع
233 4-3 كتابة المعادلات بصيغة النقطة والميل
239 4-4 المستقيمات المتوازية والمتعامدة
246 ■ اختبار منتصف الوحدة
247 4-5 الانحدار ومستقيمات الموازية الوسيطة
239 4-6 الدوال الخطية العكسية
263 التوسع: مختبر الجبر رسم المعكوسات
264 4-7 الدوال الخطية الخاصة
272 التوسع: مختبر تقنية التمثيلات البيانية الدوال الخطية المتقطعة
التقويم	
274 ■ دليل الدراسة والمراجعة
279 ■ تدريب على الاختبار
280 ■ التحضير للاختبارات المعيارية
282 ■ تدريب على الاختبار المعياري، الوحدات 1 إلى 4



المتباينات الخطية

5

الوحدة

285	الاستعداد للوحدة 5
287	5-1 حل المتباينات بالجمع والطرح
293	الإستكشاف: مختبر الجبر حل المتباينات
294	5-2 حل المتباينات بالضرب والقسمة
300	5-3 حل المتباينات متعددة الخطوات
306	■ اختبار منتصف الوحدة
307	الإستكشاف: مختبر الجبر قراءة العبارات المركبة
308	5-4 حل المتباينات المركبة
314	5-5 المتباينات التي تحتوي على قيمة مطلقة
319	5-6 التمثيل البياني لمتباينات ذات متغيرين
325	التوسع: مختبر الهندسة نظرية التمثيل البياني
	التقويم
326	■ دليل الدراسة والمراجعة
329	■ تدريب على الاختبار
330	■ التحضير للاختبارات المعيارية
332	■ تدريب على الاختبار المعياري، الوحدات 1 الى 5

أنظمة المعادلات والمتباينات الخطية

335	الاستعداد للوحدة 6
337	6-1 تمثيل أنظمة المعادلات بيانياً
344	التوسع: مختبر تقنية التمثيلات البيانية أنظمة المعادلات
346	6-2 التعويض
352	6-3 الحذف باستخدام الجمع والطرح
359	6-4 الحذف باستخدام الضرب
365	■ اختبار منتصف الوحدة
366	6-5 تطبيق أنظمة المعادلات الخطية
372	التوسع: مختبر الجبر استخدام المصفوفات في حل أنظمة المعادلات
374	6-6 أنظمة المتباينات
379	التوسع: مختبر تقنية التمثيل البياني أنظمة المتباينات
	التقويم
380	■ دليل الدراسة والمراجعة
385	■ تدريب على الاختبار
386	■ التحضير للاختبارات المعيارية
388	■ تدريب على الاختبار المعياري، الوحدات 1 إلى 6

7

التعابير والمعادلات التربيعية

391	الاستعداد للوحدة 7
393	الاستكشاف: مختبر الجبر جمع كثيرات الحدود وطرحها
395	7-1 جمع كثيرات الحدود وطرحها
402	7-2 ضرب كثيرة حدود في أحادية حد
408	الاستكشاف: مختبر الجبر ضرب كثيرات الحدود
410	7-3 ضرب كثيرات الحدود
416	7-4 نواتج الضرب الخاصة
422	■ اختبار منتصف الوحدة
423	الاستكشاف: مختبر الجبر التحليل الى العوامل الأولية باستخدام خاصية التوزيع
424	7-5 استخدام خاصية التوزيع
431	الاستكشاف: مختبر الجبر تحليل ثلاثيات الحدود للعوامل الأولية
433	7-6 حل $x^2+bx+c=0$
440	7-7 حل $ax^2+bx+c=0$
446	7-8 الفرق بين مربعين
452	7-9 المربعات الكاملة
	التقويم
460	■ دليل الدراسة والمراجعة
465	■ تدريب على الاختبار
466	■ التحضير للاختبارات المعيارية
468	■ تدريب على الاختبار المعياري



الأسس والدوال الأسية

8

الوحدة

471	الاستعداد للوحدة 8
473	8-1 خواص ضرب الأسس
480	8-2 خواص قسمة الأسس
488	8-3 الأسس النسبية
496	8-4 الترميز العلمي
503	■ اختبار منتصف الوحدة
504	📊 التوسع: مختبر تقنية التمثيل البياني مجموعة الدوال الأسية
506	8-5 الدوال الأسية
512	📊 التوسع: مختبر تقنية التمثيل البياني حل الدالة الأسية المعادلات والمتباينات
514	8-6 النمو والاضمحلال (التضائل)
519	📖 التوسع: مختبر الجبر تحويل التعبيرات الأسية
520	8-7 المتتاليات الهندسية في صورة دوال أسية
526	📖 التوسع: مختبر الجبر متوسط معدل التغير في الدوال الأسية
527	8-8 الصيغ التكرارية
	التقويم
533	■ دليل الدراسة والمراجعة
537	■ تدريب على الاختبار
538	■ التحضير للاختبارات المعيارية
540	■ تدريب على الاختبار المعياري



الدوال والمعادلات الجذرية والنسبية

9

الوحدة

543	الاستعداد للوحدة 9
545	9-1 دوال الجذر التربيعي
551	التوسع: مختبر تقنية التمثيل البياني التمثيل البياني لدوال الجذر التربيعي
552	9-2 تبسيط التعبيرات الجذرية
558	التوسع: مختبر الجبر الأعداد النسبية وغير النسبية
559	9-3 العمليات على التعبيرات الجذرية
564	9-4 المعادلات الجذرية
569	■ اختبار منتصف الوحدة
570	9-5 التغير العكسي
577	الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيل البياني مجموعة الدوال النسبية
578	9-6 الدوال النسبية
584	9-7 المعادلات النسبية
591	التوسع: مختبر تقنية التمثيل البياني حل المعادلات النسبية
	التقويم
593	■ دليل الدراسة والمراجعة
597	■ تدريب على الاختبار
598	■ التحضير للاختبارات المعيارية
600	■ تدريب على الاختبار المعياري، تراكمي الوحدات 1 إلى 9



602	الاستعداد للوحدة 10
604	10-1 مقدمة في نظرية المجموعات
612	■ مجموعة التمارين
617	10-2 المجموعات الجبرية والعمليات على المجموعات
625	■ مجموعة التمارين
628	10-3 استخدام مخططات فن Venn لدراسة العمليات على المجموعات
637	■ مجموعة التمارين
639	10-4 استخدام المجموعات لحل المسائل
646	■ مجموعة التمارين
649	10-5 المجموعات غير المنتهية
653	■ مجموعة التمارين
	تقويم
655	■ تمارين المراجعة
658	■ اختبار على الوحدة
659	■ المشاريع



المنطق والبرهان الرياضي

11

الوحدة

661	الاستعداد للوحدة 11
663	11-1 التبرير الإستقراري والتخمين
671	11-2 المنطق
679	11-3 العبارات الشرطية
688	التوسع: مختبر الهندسة عبارات ثنائية الشرط
689	11-4 التبرير الإستنتاجي
	تقويم
698	دليل الدراسة والمراجعة
701	تدريب على الاختبار
702	التحضير للاختبارات المعيارية
704	تدريب على الاختبار المعياري، تراكمي



التبرير والبرهان

12

الوحدة

707	الاستعداد للوحدة 12
709	الاستكشاف: مختبر الهندسة الشروط الضرورية و الكافية
710	12-1 المسلمات والبراهين الحرة
718	12-2 البرهان الجبري
726	12-3 إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة
733	12-4 إثبات العلاقات بين الزوايا
تقويم	
743	دليل الدراسة والمراجعة
746	تدريب على الاختبار
748	التحضير للاختبارات المعيارية
750	تدريب على الاختبارات المعيارية، الوحدات من 1 إلى 12



المستقيحات المتوازية والمتعامدة

13

الوحدة

- 753 الاستعداد للوحدة 13
- 755 **13-1** المستقيحات المتوازية والمتقاطعة
- 761 **التوسع: مختبر برامج الهندسة** الزوايا والمستقيحات المتوازية 
- 762 **13-2** الزوايا والمستقيحات المتوازية
- 769 **الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيل البياني** استكشاف الميل 
- 770 **13-3** ميل الخط المستقيم
- 779 **■ اختبار منتصف الوحدة**
- 780 **13-4** معادلات المستقيم
- 788 **التوسع: مختبر الهندسة** معادلات المُنصفات العمودية 
- 789 **13-5** إثبات توازي المستقيحات
- 797 **13-6** المتعامدات والمسافة
- التقويم
- 807 **■ دليل الدراسة والمراجعة**
- 811 **■ تدريب على الاختبار**
- 812 **■ التحضير للاختبارات المعيارية**
- 814 **■ تدريب على الاختبارات المعيارية، الوحدات 1 إلى 13**



المثلثات المتطابقة

14

الوحدة

- 817 الاستعداد للوحدة 14
- 819 14-1 تصنيف المثلثات
- 827 الاستكشاف: مختبر الهندسة زوايا المثلثات
- 828 14-2 زوايا المثلثات
- 837 14-3 المثلثات المتطابقة
- 846 14-4 إثبات تطابق المثلثات-تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)، تساوي ضلعين وزاوية (SAS)
- 855 التوسع: مختبر الهندسة برهنة الإنشاءات
- 856 اختبار منتصف الوحدة
- 857 14-5 إثبات تطابق المثلثات-تساوي زوايتين والضلع المحصور بينهما (ASA) وتساوي زوايتين وضلع (AAS)
- 865 التوسع: مختبر الهندسة التطابق في المثلثات قائمة الزاوية
- 867 14-6 المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع
- 876 الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيلات البيانية تحويلات التطابق
- 878 14-7 تحويلات التطابق
- 885 14-8 المثلثات والبرهان الإحداثي
- 892 الاستكشاف A: مختبر الهندسة إنشاء المنصفات
- 893 الاستكشاف B: مختبر الهندسة إنشاء الوسيطات والارتفاعات
- 894 الاستكشاف C: مختبر تقنية التمثيل البياني متباينة المثلث
- 895 14-9 مساحة متوازي الأضلاع والمثلث
- التقويم
- 903 دليل الدراسة والمراجعة
- 907 تدريب على الاختبار
- 908 التحضير للاختبارات المعيارية
- 910 تدريب على الاختبارات المعيارية، الوحدات من 1 إلى 14

التناسب والتشابه



- 913 الاستعداد للوحدة 15
- 915 15-1 النسب والتناسب
- 922 التوسع: مختبر تقنية التمثيل البياني متتالية فيبوناتشي والنسب
- 923 15-2 المضلعات المتشابهة
- 932 15-3 المثلثات المتشابهة
- 942 التوسع: مختبر الهندسة براهين المستقيمت المتعامدة والمستقيمت المتوازية
- 944 15-4 المستقيمت المتوازية والأجزاء المتناسبة
- 954 اختبار منتصف الوحدة
- 955 15-5 أجزاء المثلثات المتشابهة
- 963 التوسع: مختبر الهندسة الأنماط الهندسية المتكررة
- 965 15-6 تحويلات التشابه
- 972 15-7 مقياس الرسم والنماذج المقياسية
- التقويم
- 978 دليل الدراسة والمراجعة
- 983 تدريب على الاختبار
- 984 التحضير للاختبارات المعيارية
- 986 تدريب على الاختبارات المعيارية الوحدات 1 الى 15

كتيب الطالب

الرموز والصيغ والمفاهيم الأساسية

EM-1	الرموز
EM-2	القياسات
EM-3	العمليات والعلاقات الحسابية
EM-3	الصيغ والمفاهيم الجبرية
EM-5	الصيغ والمفاهيم الهندسية
EM-6	الدوال والمتطابقات المثلثية
EM-7	الدوال الأصلية والعمليات الحسابية على الدوال
EM-7	النهايات والتفاضل والتكامل
EM-8	الصيغ والمفاهيم الاحصائية

قاموس المصطلحات متوفر في النسخة الإلكترونية

التبرير والبرهان



السابق

استخدمت العلاقات بين القطع المستقيمة والزوايا.

الحالي

بعد دراستك لهذه الوحدة ستكون قادرًا على:

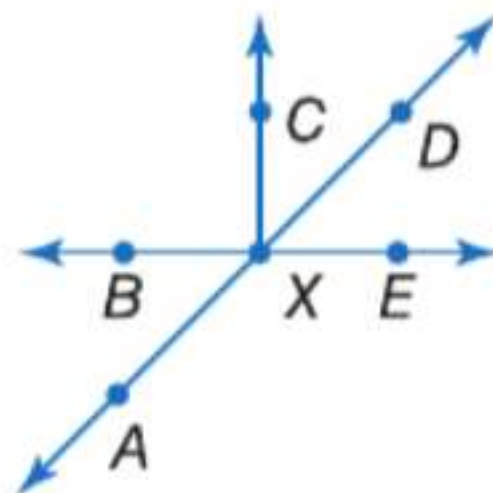
- وضع تخمينات وتوجد أمثلة مضادة للعبارات.
- استخدام التبرير الاستدلالي للوصول إلى خلاصات صالحة.
- كتابة براهين تتضمن نظريات القطع المستقيمة والزوايا.

لماذا؟ ▲

العلوم والطبيعة يستخدم علماء الأحياء والعلماء الآخرون التبرير الاستقرائي والاستدلالي لاتخاذ قرارات واستنتاج خلاصات منطقية حول الجماعات الأحيائية الحيوانية.

الاستعداد للوحدة

1 خيار الكتاب المدرسي أجب عن أسئلة التدريب السريع التالية. ارجع إلى المراجعة السريعة للمساعدة.

مراجعة سريعة	تدريب سريع
<p>مثال 1</p> <p>جد قيمة $x^2 - 2x + 11$ عند $x = 6$.</p> <p>التعبير الأصلي عوض بـ 6 عن x. جد قيمة الأس. اضرب. بسط.</p> $\begin{aligned} x^2 - 2x + 11 &= (6)^2 - 2(6) + 11 \\ &= 36 - 2(6) + 11 \\ &= 36 - 12 + 11 \\ &= 35 \end{aligned}$	<p>جد قيمة كل تعبير عند قيمة x المعطاة.</p> <ol style="list-style-type: none"> $4x + 7; x = 6$ $(x - 2)180; x = 8$ $5x^2 - 3x; x = 2$ $\frac{x(x-3)}{2}; x = 5$ $x + (x + 1) + (x + 2); x = 3$ <p>اكتب كل تعبير لفظي في صورة تعبير جبري.</p> <p>6. أقل من خمسة أمثال عدد ثمانيه</p> <p>7. أكثر من مربع عدد بثلاثة</p>
<p>مثال 2</p> <p>قم بحل $36x - 14 = 16x + 58$</p> <p>المعادلة الأصلية اطرح $16x$ من كل طرف بسط اجمع 14 إلى كل طرف بسط اقسم كل طرف على 20 بسط</p> $\begin{aligned} 36x - 14 &= 16x + 58 \\ 36x - 14 - 16x &= 16x + 58 - 16x \\ 20x - 14 &= 58 \\ 20x - 14 + 14 &= 58 + 14 \\ 20x &= 72 \\ \frac{20x}{20} &= \frac{72}{20} \\ x &= 3.6 \end{aligned}$	<p>جد حل كل معادلة من المعادلات التالية.</p> <ol style="list-style-type: none"> $8x - 10 = 6x$ $18 + 7x = 10x + 39$ $3(11x - 7) = 13x + 25$ $3x + 8 = \frac{1}{2}x + 35$ $\frac{2}{3}x + 1 = 5 - 2x$ <p>13. الملابس اشترت نبيلة 4 قمصان من المركز التجاري بسعر AED 52. اكتب معادلة لإيجاد متوسط تكلفة القميص الواحد وقم بحلها.</p>
<p>مثال 3</p> <p>إذا كان $m\angle BXA = 3x + 5$ و $m\angle DXE = 56$ فجد قيمة x.</p>  <p>المقابلتان بالرأس تكونان \cong تعويض اطرح 5 من كل طرف اقسم كل طرف على 3</p> $\begin{aligned} m\angle BXA &= m\angle DXE \\ 3x + 5 &= 56 \\ 3x &= 51 \\ x &= 17 \end{aligned}$	<p>ارجع إلى الشكل الوارد في المثال 3.</p> <ol style="list-style-type: none"> حدد زاويتين منفرجتين متقابلتين بالرأس. حدد زاويتين متجاورتين متتامتين. حدد زوجا خطيًا. إذا كان $m\angle EXA = 3x + 2$ و $m\angle DXB = 116$ فجد قيمة x. إذا كان $m\angle BXC = 90$ و $m\angle CXD = 6x - 13$ و $m\angle DXE = 10x + 7$ فجد قيمة x.

يشير مصطلح المراجعة إلى مقدار الأموال المدفوعة أو المتحصلة عند اقتراض الأموال أو إقراضها. إذا اقترض العميل من المصرف أموالاً، فسيُدفع العميل للمصرف نسبة مراجعة نظير استخدامه لأموال المصرف. وإذا ادخر العميل أموالاً في حساب مصرفي، فسيُدفع المصرف للعميل نسبة مراجعة نظير استخدامه لأموال العميل. يسمى المبلغ المقتترض أو المدخر في البداية بالمبلغ الأساسي. ونسبة المراجعة هي نسبة مئوية تتم إضافتها أو خصمها خلال فترة زمنية معينة. والمراجعة البسيطة هي مقدار مبلغ المراجعة المُضاف أو المخصوم بعد تطبيق نسبة المراجعة على المبلغ الأساسي.

المراجعة البسيطة (I) هي ناتج ضرب ثلاث قيم هي: المبلغ الأساسي (P) ونسبة المراجعة كرقم عشري (r) والفترة الزمنية (t): $I = P \times r \times t$

البدء في هذه الوحدة

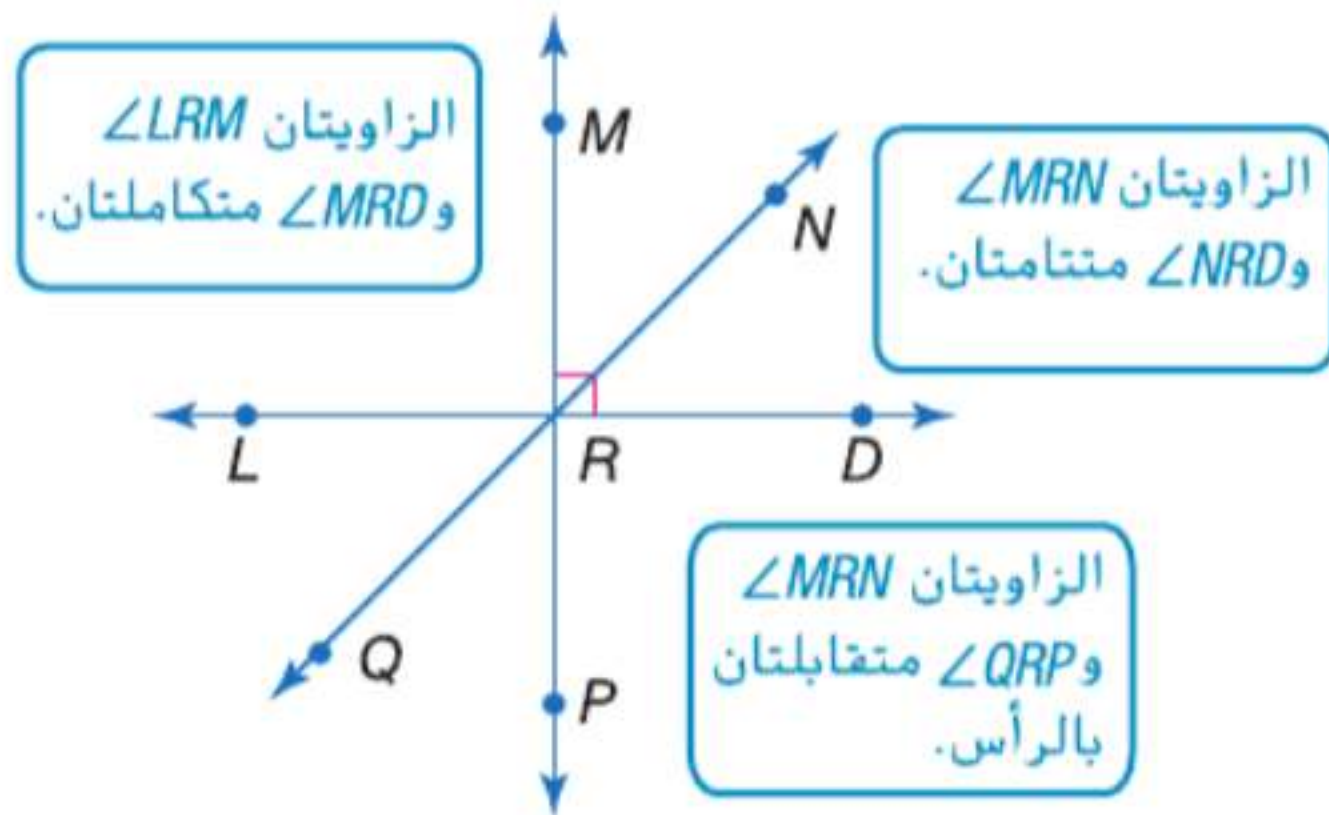
ستتعلم العديد من المفاهيم والمهارات والمفردات الجديدة أثناء دراستك للوحدة 12. لتستعد، قم بتحديد المصطلحات المهمة وتنظيم مواردك. يمكنك الرجوع إلى وحدات سابقة لمراجعة المهارات المطلوبة.

المفردات الجديدة

English	العربية
postulate	مسألة
proof	برهان
theorem	نظرية

مراجعة المفردات

الزاويتان المتتامتان هما زاويتان مجموع قياساتهما يساوي 90
الزاويتان المتكاملتان هما زاويتان مجموع قياساتهما يساوي 180
الزاويتان المتقابلتان بالرأس هما زاويتان غير متجاورتين تكونتا بواسطة مستقيمتان متقاطعة



المطويات منظم الدراسة

التبرير والبرهان أعدّ هذه المطوية لتساعدك في تنظيم ملاحظاتك الخاصة بالوحدة فيما يتعلق بالمنطق والاستنتاج والبرهان. ابدأ بورقة واحدة من ورق الدفتر.



1 اطو الورقة طولياً بحيث تحاذي حافتها الثقوب.



2 قص خمسة أجزاء في الورقة العلوية..



3 سمّ الأجزاء كما هو موضح.



مختبر الهندسة الشروط الضرورية والكافية

12-1

الإستراتيجيات



نعرف جميعاً أن الماء شرط ضروري لتبقى النباتات على قيد الحياة. ومع ذلك، فإنه ليس شرطاً كافياً. فعلى سبيل المثال، تحتاج النباتات أيضاً إلى ضوء الشمس لتبقى على قيد الحياة.

الشروط الضرورية والكافية مهمة في الرياضيات. فكر في خاصية امتلاك أربعة أضلاع. بينما يعتبر امتلاك أربعة أضلاع شرطاً ضرورياً ليكون الشيء مربعاً، فإن هذا الشرط منفرداً غير كافٍ لضمان أنه مربع، حيث إن شبه المنحرف رباعي الأضلاع لكنه ليس مربعاً.

الشرط	التعريف	أمثلة
ضروري	يقال أن الشرط A ضروري للشرط B ، إذا كان بطلان الشرط A أو عدم وجوده يضمن بطلان الشرط B أو عدم وجوده.	إن امتلاك أضلاع متقابلة ومتوازية شرط ضروري ليكون الشيء مربعاً.
كاف	يقال إن الشرط A كافٍ للشرط B ، إذا كانت صحة الشرط A أو وجوده تضمن صحة الشرط B أو وجوده.	أن يكون الشيء مربعاً شرط كافٍ ليكون مستطيلاً.

تمارين

حدد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة أم خاطئة. وإذا كانت خاطئة، فقدم مثلاً مضاداً.

1. أن يكون الشيء مربعاً شرط ضروري ليكون مستطيلاً.
2. أن يكون الشيء مستطيلاً شرط ضروري ليكون مربعاً.
3. أن يكون العدد أكبر من 5 شرط ضروري ليكون أقل من 10.
4. أن يكون العدد أقل من 18 شرط كافٍ ليكون أقل من 25.
5. السير على أربعة أرجل شرط كافٍ ليكون الكائن كلباً.
6. تنفس الهواء شرط ضروري ليكون الكائن إنساناً.
7. أن يكون الشيء مستطيلاً متساوي الأضلاع شرط كافٍ وضروري ليكون مربعاً.

حدد حدد ما إذا كان / شرطاً ضرورياً لـ //، أو شرطاً كافياً لـ //، أو كلاهما. اشرح.

8. ا. تعطى نقطتان.
ب. يمكن كتابة معادلة مستقيم.
9. ا. المستويان متوازيان.
ب. المستويان لا يتقاطعان.
10. ا. الزاويتان حادتان.
ب. الزاويتان متممتان.

المسلّمات والبراهين الحرة

السابق

الحالي

لماذا؟

- استخدمت التبرير الاستدلالي عبر تطبيق قانون الفصل المنطقي وقانون القياس المنطقي.

- 1 تحديد المسلّمات الأساسية حول النقاط والمستقيمات والمستويات واستخدامها.

- إذا سقطت ريشة وتفاحة من الارتفاع نفسه في غرفة فارغة، فسيسقط الجسمان بالمعدل نفسه. يوضح هذا أحد قوانين السير إسحاق نيوتن للجاذبية والقصور. هذه القوانين مسلم بصحتها كحقائق أساسية لعلم الفيزياء. يجب افتراض أو التسليم بأن بعض القوانين في الهندسة صحيحة.

2 كتابة براهين حرة.

المفردات الجديدة

- postulate مسلّمة
- axiom بديهية
- proof برهان
- theorem نظرية
- فرضية الاستنتاج
- deductive argument برهان حر
- paragraph proof برهان غير شكلي
- informal proof برهان غير شكلي

ممارسات في

الرياضيات

2 التفكير بطريقة تجريدية وكمية.

3 بناء فرضيات عملية

والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 النقاط والمستقيمت والمستويات المسلّمة أو البديهية هي عبارة تقبل صحتها دون برهان. يمكن الإشارة إلى الأفكار الأساسية حول النقاط والمستقيمت والمستويات على أنها مسلّمات.

المسلّمات النقاط والمستقيمت والمستويات

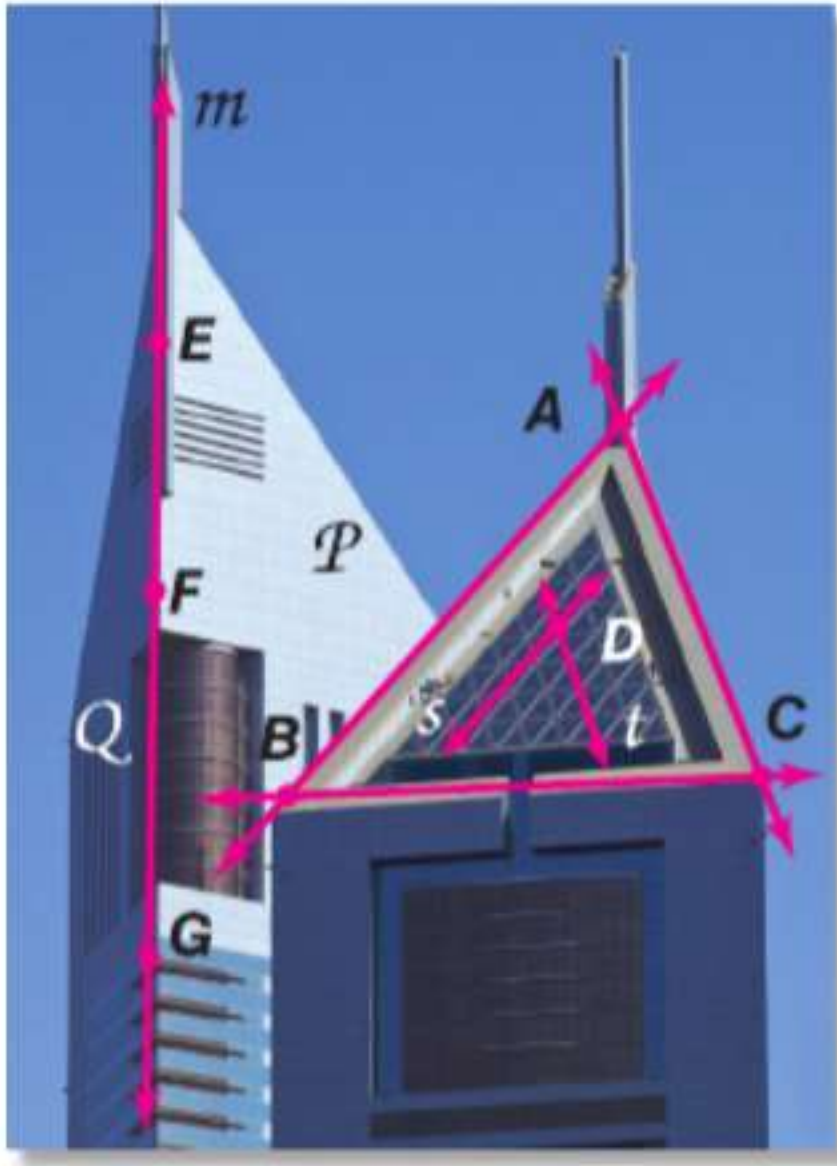
مثال	التعبير اللفظي
المستقيم n هو المستقيم الوحيد المار بالنقطتين P و R .	12.1 أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.
المستوى K هو المستوى الوحيد المار بالنقاط A و B و C التي ليست على استقامة واحدة.	12.2 أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.
يحتوي المستقيم n على النقاط P و Q و R .	12.3 يحتوي المستقيم على نقطتين على الأقل.
يحتوي المستوى K على النقاط L و B و C و E التي ليست على استقامة واحدة.	12.4 يحتوي المستوى على ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامة واحدة.
تقع النقطتان A و B في المستوى K . ويحتوي المستقيم m على النقطتين A و B . لذلك يقع المستقيم m في المستوى K .	12.5 إذا وقعت نقطتان في مستوى ما، فإن المستقيم الذي يحتوي على النقطتين يقع كلياً في ذلك المستوى.

المفهوم الأساسي تقاطعات المستقيمت والمستويات

مثال	التعبير اللفظي
يتقاطع المستقيمان s و t عند النقطة P .	12.6 إذا تقاطع مستقيمان، فإن تقاطعهما يكون في نقطة واحدة فقط.
يتقاطع المستويان F و G في المستقيم W .	12.7 إذا تقاطع مستويان، فإن تقاطعهما يكون في صورة مستقيم.

تشكل هذه المسلمات الإضافية أساسا للبراهين والتبريرات المتعلقة النقاط والمستقيمات والمستويات.

مثال من الحياة اليومية 1 تحديد المسلمات



الهندسة المعمارية اشرح كيف توضح الصورة أن كل عبارة صحيحة. ثم اذكر المسلمة التي يمكن استخدامها لإثبات أن كل عبارة صحيحة.

a. يحتوي المستقيم m على النقطتين F و G . ويمكن أن تكون النقطة E المستقيم m أيضا.

وحافة المبنى عبارة عن خط مستقيم m . تقع النقاط E و F و G على طول هذه الحافة، لذا فهي تقع على طول المستقيم m . توضح المسلمة 12.3، التي تنص على أن المستقيم يحتوي على نقطتين على الأقل، أن هذا صحيح.

b. يتقاطع المستقيمان s و t عند النقطة D .

تشكل الشبكة الموجودة على نافذة المبنى مستقيمات متقاطعة. يتقاطع المستقيمان s و t من هذه الشبكة في موقع واحد فقط، وهو النقطة D . توضح المسلمة 12.6، التي تنص على أنه إذا تقاطع مستقيمان فإن تقاطعهما يكون عند نقطة واحدة بالتحديد، أن هذا صحيح.

تمرين موجه

1A. تحدد النقاط A و B و C أحد المستويات 1B. يتقاطع المستويان P و Q في المستقيم m

يمكنك استخدام المسلمات لشرح تبريرك عند تحليل العبارات.

مثال 2 تحليل العبارات باستخدام الفرضيات

حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة دائما، أم أحيانا، أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح تبريرك.

a. إذا تقاطع مستقيمان في المستوى نفسه، فإن نقطة تقاطعهما تقع في المستوى نفسه الذي يقع فيه المستقيمان.

دائما؛ تنص المسلمة 12.5 على أنه إذا وقعت نقطتان في مستوى ما، فإن المستقيم الذي يحتوي على النقطتين يقع بأكمله في ذلك المستوى. إذا، طالما أن كلتا النقطتين تقع في المستوى، فإن أي نقطة على هذه المستقيمتين، بما في ذلك نقطة تقاطعهما، تقع أيضا في المستوى.

b. أربع نقاط لا تقع على استقامة واحدة.

أحيانا؛ تنص المسلمة 12.3 على أن المستقيم يحتوي على الأقل على نقطتين. يعني هذا أن المستقيم يمكن أن يحتوي على نقطتين أو أكثر. إذا، يمكن لأربع نقاط ألا تكون على استقامة واحدة، مثل A و E و C و D . أو على استقامة واحدة مثل النقاط A و B و C و D .



تمرين موجه

2A. يحدد مستقيمان متقاطعان أحد المستويات 2B. تتقاطع ثلاثة مستقيمتين في نقطتين

نصيحة دراسية

النظام البديهي النظام البديهي عبارة عن مجموعة من القواعد البديهية التي يمكن استخدامها بعضها أو استخدامها جميعا للاستنتاج المنطقي للنظريات.

2 البراهين الحرة لإثبات فرضية، فأنت تستخدم التبرير الاستنتاجي للانتقال من الفرضية إلى الخلاصة الخاصة بالتخمين الذي تحاول إثباته. ويتم هذا عن طريق كتابة **برهان**. وهو فرضية منطقية تدعم فيها أي عبارة تقولها بعبارة صحتها مقبولة.

بمجرد إثبات عبارة أو تخمين، يطلق عليها **نظرية**. ويمكن استخدامها كسبب لتبرير العبارات في البراهين الأخرى.

المفهوم الأساسي عملية البرهان

المعطيات (الفرضية)

العبارات والتبريرات

المطلوب إثباته (الخلاصة)

الخطوة 1 اسرد المعلومات المعطاة وصمم، إن أمكن، رسماً تخطيطياً لتوضيح هذه المعلومات.

الخطوة 2 اذكر النظرية أو التخمين المطلوب إثباته.

الخطوة 3 أنشئ **فرضية استنتاج** من خلال صياغة سلسلة منطقية من العبارات التي تربط المعطيات بما تحاول إثباته.

الخطوة 4 بّر كل عبارة بسبب. تتضمن الأسباب تعريفات وخواص جبرية ومسلمات ونظريات.

الخطوة 5 اذكر ما قد أثبتته.

نصيحة دراسية

التناسب **التناسب** هو عبارة تنص على إثبات إما أن يكون خطأ أو صواباً. في الرياضيات، يستخدم التناسب عادة ليعني إثباتاً صحيحاً ويمكن أن يكون مرادفاً للنظرية.

تتضمن إحدى وسائل إثبات العبارات والتخمينات، وهي **البرهان الحر**. كتابة فقرة لشرح سبب صحة تخمين لأحد المواقف. تسمى البراهين الحرة أيضاً **البراهين غير الشكلية**. على الرغم من أن كلمة غير شكلي لا يقصد بها الإيحاء بأن هذه الصيغة من البراهين أقل صحة من أي نوع آخر من البراهين.

مثال 3 كتابة برهان حر

بفرض أن M هي نقطة منتصف \overline{XY} ، اكتب برهاناً حرّاً لإثبات أن $\overline{XM} \cong \overline{MY}$.

المعطيات: M هي نقطة منتصف \overline{XY} .

المطلوب إثباته: $\overline{XM} \cong \overline{MY}$



الخطوات 1 و 2

إذا كانت M هي نقطة منتصف \overline{XY} ، فمن تعريف نقطة منتصف القطعة المستقيمة، نعرف أن $XM = MY$. يعني هذا أن \overline{XM} و \overline{MY} لهما الطول نفسه، بتعريف التطابق، إذا كان لقطعتين مستقيمتين الطول نفسه، فإنهما متطابقتان.

ومن ثم، $\overline{XM} \cong \overline{MY}$.

الخطوات 3 و 4

الخطوة 5

تمرين موجه

3. بفرض أن C تقع بين A و B و $\overline{AC} \cong \overline{CB}$ ، اكتب برهاناً حرّاً لإثبات أن C هي نقطة منتصف \overline{AB} .

نصيحة لحل المسائل

الحل بترتيب عكسي من استراتيجيات كتابة البرهان أن تحل بترتيب عكسي، ابدأ بما تحاول إثباته، وحل بترتيب عكسي خطوة بخطوة حتى تصل إلى المعلومات المعطاة.

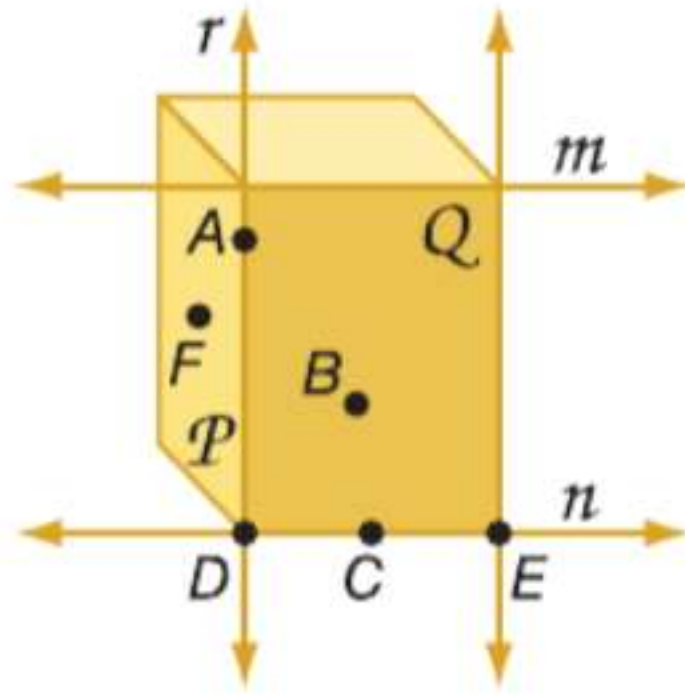
بمجرد إثبات صحة تخمين ما، يمكن ذكره كنظرية واستخدامه في البراهين الأخرى. يعرف التخمين الوارد في المثال 3 باسم نظرية نقطة المنتصف.

النظرية 12.1 نظرية نقطة المنتصف



إذا كانت M هي نقطة منتصف \overline{AB} ، فإن $\overline{AM} \cong \overline{MB}$.

مثال 1



اشرح كيف يوضح الشكل أن كل عبارة صحيحة. ثم اذكر الفرضية التي يمكن استخدامها لإثبات أن كل عبارة صحيحة.

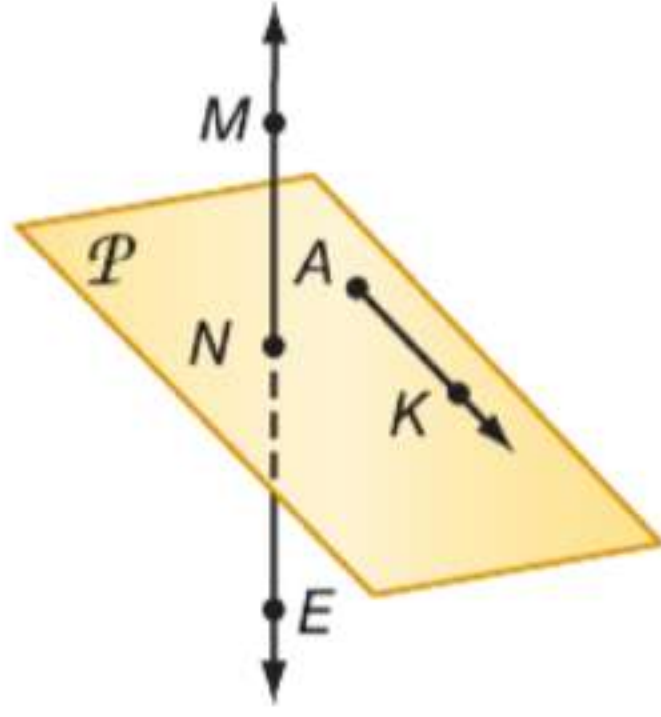
1. يتقاطع المستويان P و Q في المستقيم r .
2. يتقاطع المستقيمان r و n عند النقطة D .
3. يحتوي المستقيم n على النقاط C و D و E .
4. يحتوي المستوى P على النقاط A و F و D .
5. يقع المستقيم n في المستوى Q .
6. المستقيم r هو المستقيم المار بين A و D .

مثال 2

حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة دائماً، أم أحياناً، أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح تبريرك.

7. يكون تقاطع المستويات الثلاثة في صورة مستقيم.
8. يحتوي المستقيم r على النقطة P فقط.
9. أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

في الشكل، يوجد \overrightarrow{AK} في المستوى P وتوجد M على \overrightarrow{NE} . اذكر المسألة التي يمكن استخدامها لإثبات أن كل عبارة صحيحة.



10. M و K و N هي نقاط تقع في المستوى نفسه.
11. \overrightarrow{NE} يحتوي على النقطتين M و N .
12. N و K تقعان على استقامة واحدة.
13. تقع النقاط N و K و A في المستوى نفسه.

14. رياضة تنظم مدرسة رنا في كل عام مسابقة بين الطلاب والمدرسين في كرة السلة لجمع الأموال للجمعيات الخيرية. يشترك هذا العام في المسابقة ثمانية فرق. خلال الجولة الأولى، يلاعب كل فريق الفرق الأخرى كلها.

- a. كم عدد المباريات التي ستقام في الجولة الأولى؟
- b. صمم رسماً تخطيطياً لنمذجة عدد مباريات الجولة الأولى. ما الفرضية التي يمكن استخدامها لتعليل رسمك التخطيطي؟
- c. جسد وسيلة عددية يمكنك استخدامها، بغض النظر عن عدد الفرق المشاركة في المسابقة، لحساب عدد مباريات الجولة الأولى.

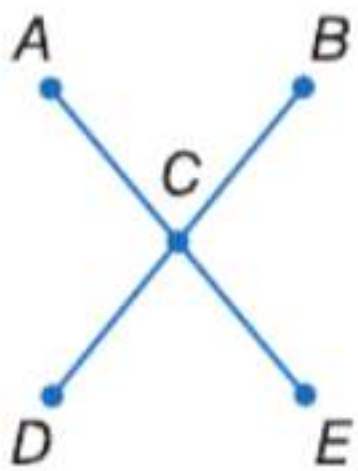
مسابقة الطلاب والمدرسين
لدعم الجمعيات الخيرية

فرق الطلاب: الأسود، النسور، الأوائل، المتميزون

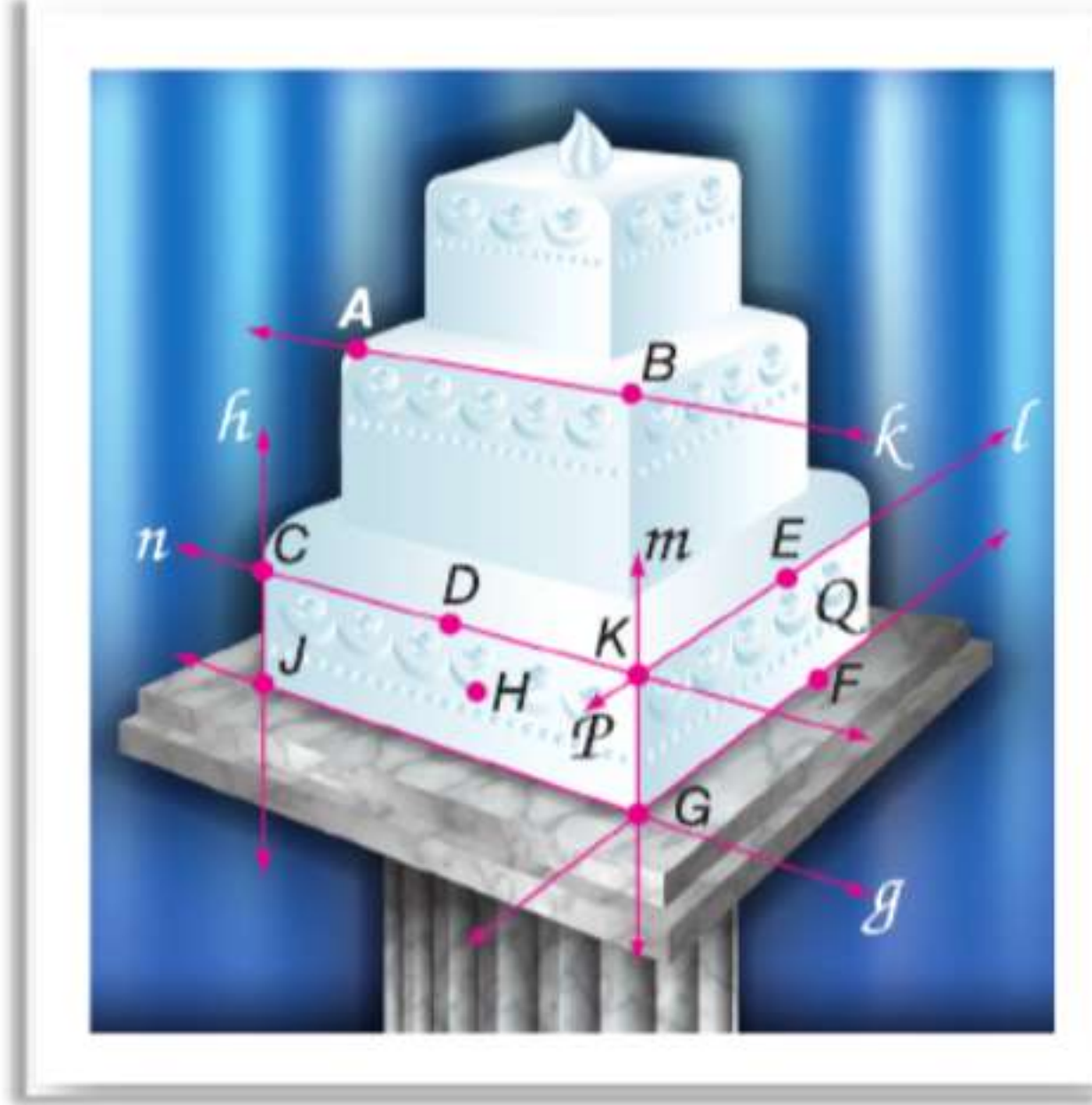
فرق المدرسين: الأبطال، الصقور، الرواد، الشجعان

لا تفوتوا الفرصة! يوم السبت 4 عصراً في الصالة الرياضية

مثال 3



15. فرضيات في الشكل الموجود على اليسار. $\overline{AE} \cong \overline{DB}$ و C هي نقطة منتصف \overline{AE} و \overline{DB} . اكتب برهاناً حرّاً لإثبات أن $AC = CB$.



مثال 1

الكعك اشرح كيف توضح الصورة أن كل عبارة صحيحة. ثم اذكر المسلّمة التي يمكن استخدامها لإثبات أنّ كل عبارة صحيحة.

16. يتقاطع المستقيمان n و l عند النقطة K .
17. يتقاطع المستويان P و Q في المستقيم m .
18. تحدد النقاط D و K و H أحد المستويات.
19. تقع النقطة D أيضا على المستقيم n وتمر بين النقطتين K و C .
20. تقع النقطتان D و H على استقامة واحدة.
21. تقع النقاط E و F و G في المستوى نفسه.
22. يقع \vec{EF} في المستوى Q .
23. يتقاطع المستقيمان h و g عند النقطة J .

مثال 2

حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة دائما، أم أحيانا، أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح.

24. يوجد مستوى واحد فقط يحتوي على نقاط ليست على استقامة واحدة وهي A و B و C .
25. يوجد ثلاثة مستقيمات على الأقل تمر بالنقطتين J و K .
26. إذا كانت النقاط M و N و P تقع في المستوى X ، فإنها تقع على استقامة واحدة.
27. توجد النقطتان X و Y في المستوى Z . أي نقطة على استقامة واحدة مع X و Y توجد في المستوى Z .
28. يمكن لتقاطع مستويين أن يكون في صورة نقطة.
29. تحدد النقاط A و B و C أحد المستويات.

مثال 3

30. **البرهان** النقطة Y هي نقطة منتصف \overline{XZ} . Z هي نقطة منتصف \overline{YW} . أثبت أنّ $\overline{XY} \cong \overline{ZW}$.

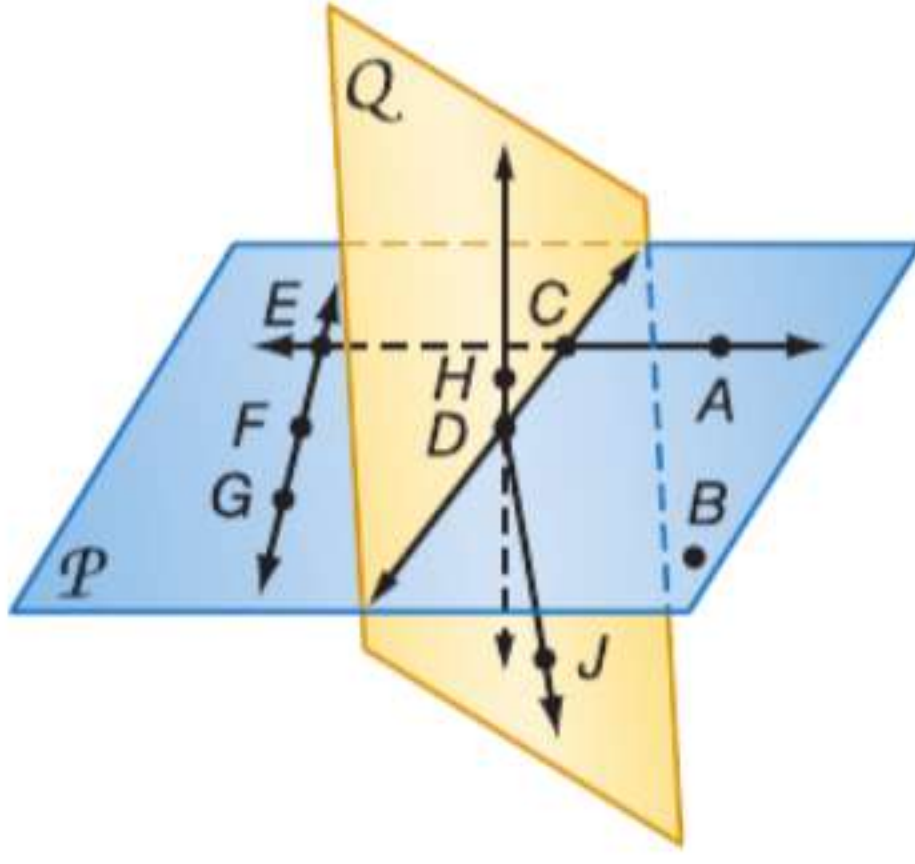
31. **البرهان** النقطة L هي نقطة منتصف \overline{JK} . \overline{JK} يتقاطع مع \overline{MK} عند K . إذا كان $\overline{MK} \cong \overline{JL}$ ، فأثبت أنّ $\overline{LK} \cong \overline{MK}$.

32. **فرضيات** في عطلة نهاية الأسبوع الماضي، قضى إبراهيم وأصدقاؤه ظهيرة يوم السبت في الحديقة. وكان ثمة العديد من الأشخاص بالدراجات وألواح التزلج. بلغ إجمالي الدراجات وألواح التزلج 11 بإجمالي 36 عجلة. استخدم برهانا حزا لتوضيح عدد الدراجات وعدد ألواح التزلج التي كانت في الحديقة.



33. **القيادة** تنتقل خديجة من النقطة A إلى النقطة B . ويظهر طريقان محتملان على الخريطة. افترض أن حد السرعة في الطريق الجنوبية هو 55 km/h وأن حد السرعة في I-295 هو 70 km/h .
 - a. أي الطريقين يغطي المسافة الأقصر؟ اشرح تبريرك.
 - b. إذا كانت المسافة من النقطة A إلى النقطة B على طول الطريق الجنوبية تبلغ 10.5 كيلومترات والمسافة على طول I-295 تبلغ 11.6 km ، فأَي الطريقين أسرع بافتراض أنّ خديجة تقود بحد السرعة؟

في الشكل الموجود على اليسار، \vec{CD} و \vec{CE} يقعان في المستوى P و \vec{DH} و \vec{DJ} يقعان في المستوى Q . اذكر المسألة التي يمكن استخدامها لإثبات أن كل عبارة صحيحة.



34. تقع النقطتان C و B على استقامة واحدة.

35. \vec{EG} يحتوي على النقاط E و F و G .

36. \vec{DA} يقع في المستوى P .

37. تقع النقطتان D و F على استقامة واحدة.

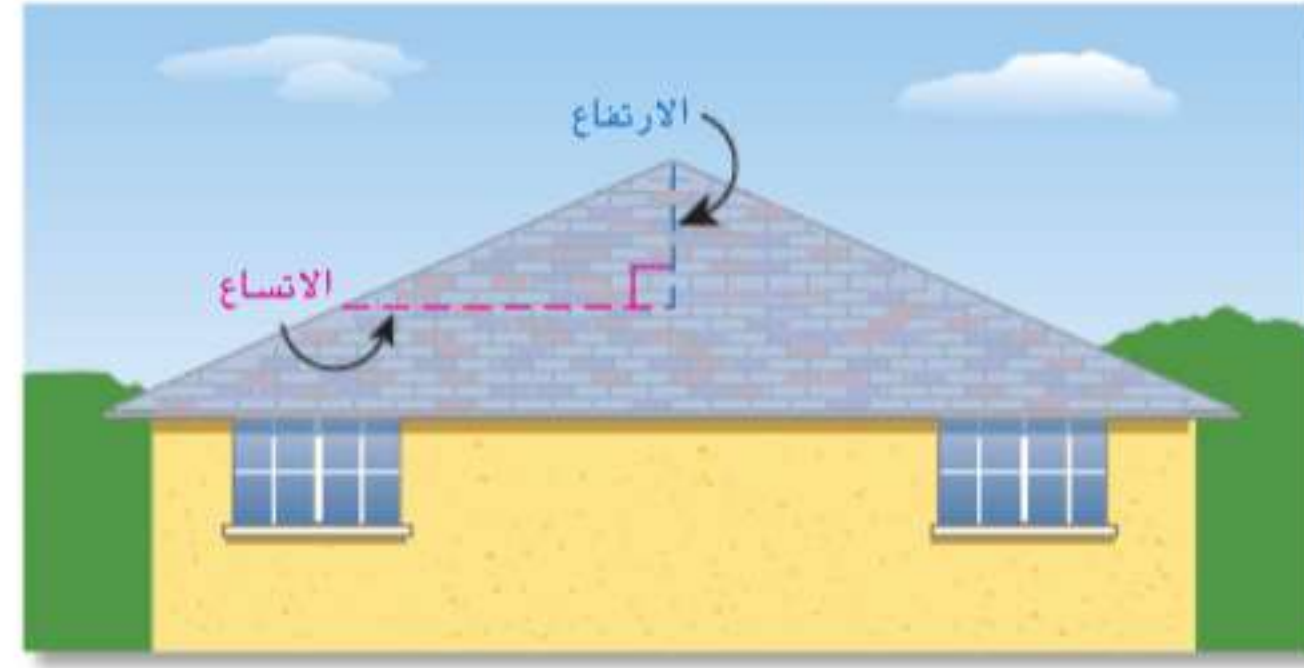
38. تقع النقاط C و D و B في المستوى نفسه.

39. يحتوي المستوى Q على النقاط C و H و D و J .

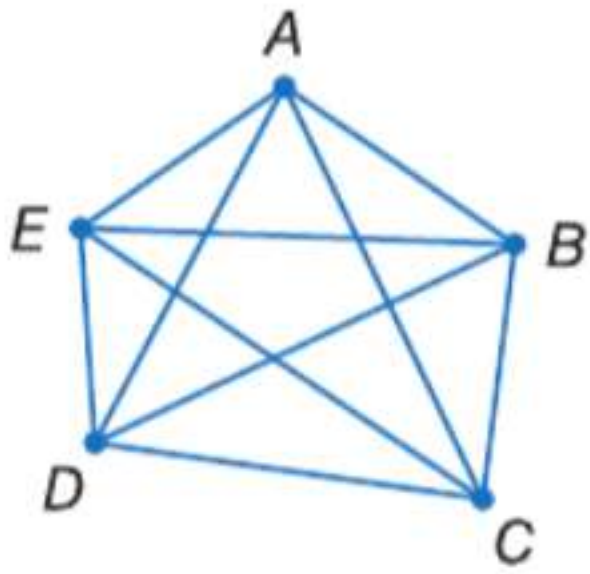
40. \vec{AC} و \vec{FG} يتقاطعان عند النقطة E .

41. يتقاطع المستوى P والمستوى Q عند \vec{CD} .

42. **فرضيات** تصمم الأسقف بناءً على المواد المستخدمة لضمان عدم تسرب الماء إلى المباني التي تغطيها. تبني بعض الأسقف من مواد مقاومة للماء، وتبنى الأسقف الأخرى لـصرف الماء أو التخلص منه بتأثير الجاذبية. درجة ميل السقف عبارة عن الارتفاع عن اتساع السقف، وهي تقاس عامة بالارتفاع لكل متر من الاتساع. استخدم العبارات أدناه لكتابة برهان حر يعلل العبارات التالية: إن درجة ميل السقف في تصميم منال ليست منحدره بالشكل الكافي.



- يجب أن يكون للأسقف المقاومة للماء حد أدنى من الميلان يساوي $\frac{1}{4}$ cm لكل 1 m.
- يجب أن يكون لأسقف صرف الماء حد أدنى من الميلان يساوي 4 cm لكل 1 m.
- تصمم منال منزلا بسقف لـصرف الماء.
- درجة الميل في تصميم منال هي 2 cm لكل 1 m.



43. **شبكات** يقوم عامر بإنشاء شبكة من عدة أجهزة كمبيوتر بحيث يتصل كل جهاز كمبيوتر بجميع الأجهزة الأخرى. يوضح الرسم التخطيطي الوارد على اليسار هذه الشبكة إذا كان لدى عامر 5 أجهزة كمبيوتر.

a. صمم رسوماً تخطيطية للشبكات إذا كان لدى عامر 2 أو 3 أو 4 أو 6 من أجهزة الكمبيوتر.

b. أنشئ جدولاً بعدد أجهزة الكمبيوتر وعدد التوصيلات للرسم التخطيطية التي صممتها.

c. إذا كان ثمة عدد n من أجهزة الكمبيوتر، فاكتب تعبيراً عن عدد أجهزة الكمبيوتر الذي يتصل بها كل جهاز.

d. إذا كان ثمة عدد n من أجهزة الكمبيوتر، فاكتب تعبيراً عن عدد الوصلات الموجودة.



44. **التفكير المنطقي** الصورة لمبنى مستدير في مبنى البرلمان، وعادة يكون هذا المبنى المستدير مغطى بقبة
- a. إذا كنت تقف في منتصف المبنى المستدير، فأى مخرج مقوس يكون الأقرب إليك؟
- b. ما المعلومات التي استخدمتها لصياغة إجابتك؟
- c. ما المصطلح الذي يشير إلى المسافة الأقصر بين مركز الدائرة ونقطة على الدائرة؟

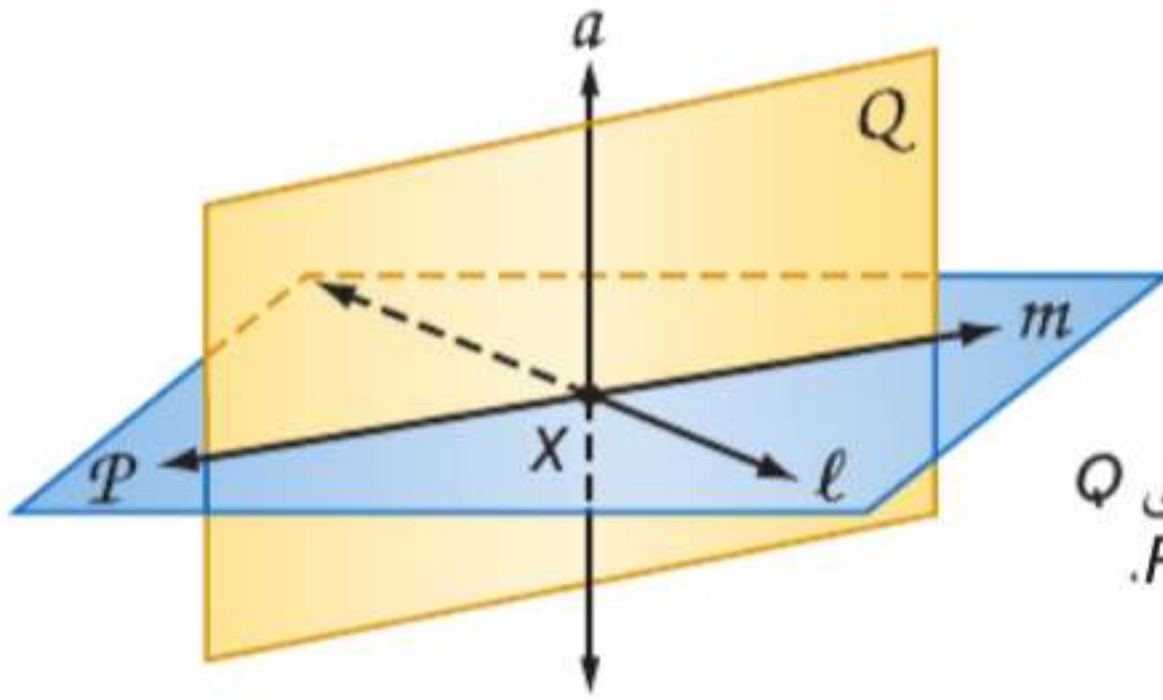
مهارات التفكير العليا. مسائل استخدام مهارات التفكير العليا

45. **تحليل الخطأ** كان عبيد وعلي يعملان على برهان حر لإثبات أنه إذا كان \overline{AB} يطابق \overline{BD} وكانت النقاط A و B و D على استقامة واحدة، فإن B هي نقطة منتصف \overline{AD} . بدأ كل طالب برهانه بشكل مختلف. هل أي منهما صحيح؟ اشرح تبريرك.

علي
 \overline{AB} يطابق \overline{BD} و A و B و D على استقامة واحدة.

عبيد
 إذا كانت B هي نقطة منتصف \overline{AB} ، فإن B تقسم \overline{AD} إلى قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

46. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم شكلاً يعبر عن خمس من الفرضيات السبع التي تعلمتها. اشرح المسلمات التي اخترتها والطريقة التي يعبر بها الشكل الخاص بك عن كل مسلمة.



47. **تحفيز** استخدم العبارات الصحيحة التالية والتعريفات والمسلمات التي قد تعلمتها للإجابة عن كل سؤال.
- يتعامد مستويان إذا وفقط إذا احتوى أحد المستويين على مستقيم عمودي على المستوى الثاني.
- a. يمر مستوى واحد فقط عمودي على مستقيم بنقطة ما. إذا كان المستوى Q عمودياً على المستقيم l عند النقطة X ويقع المستقيم l في المستوى P ، فما الذي يجب أن يكون صحيحاً أيضاً؟
- b. يمر مستقيم واحد فقط عمودي على مستوى بنقطة ما. إذا كان المستوى Q عمودياً على المستوى P عند النقطة X ويقع المستقيم a في المستوى Q ، فما الذي يجب أن يكون صحيحاً أيضاً؟

التبرير حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة أحياناً، أم دائماً، أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح تبريرك أو قدم مثالا مضاداً.

48. أي ثلاث نقاط يمر بها مستوى واحد فقط.
49. لأي ثلاثة مستقيمت في المستوى نفسه نقطتا تقاطع.
50. **E?** **الكتابة في الرياضيات** كيف تتطلب كتابة برهان تفكيراً منطقيًا؟

تدريب على الاختبار المعياري

53. أي العبارات لا يمكن أن تكون صحيحة؟
F تحدد ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة أحد المستويات.
G يتقاطع مستقيمان في نقطة واحدة فقط.
H يمكن لمستقيمين على الأقل أن يحتويوا على النقطتين أنفسهما.
J تقسم نقطة المنتصف القطعة المستقيمة إلى قطعتين مستقيمتين متطابقتين.
54. اختبار الكفاءة الدراسية/اختبار القبول ما أكبر عدد من المناطق يمكن تكوينها إذا تقاطعت 3 مستقيمت متميزة مع دائرة؟

- A 3 D 6
 B 4 E 7
 C 5

51. الجبر أي مما يلي يمثل أحد حلول المعادلة $3x^2 - 5x + 1 = 0$?

- A $\frac{5 + \sqrt{13}}{6}$ C $\frac{5}{6} - \sqrt{13}$
 B $\frac{-5 - \sqrt{13}}{6}$ D $-\frac{5}{6} + \sqrt{13}$

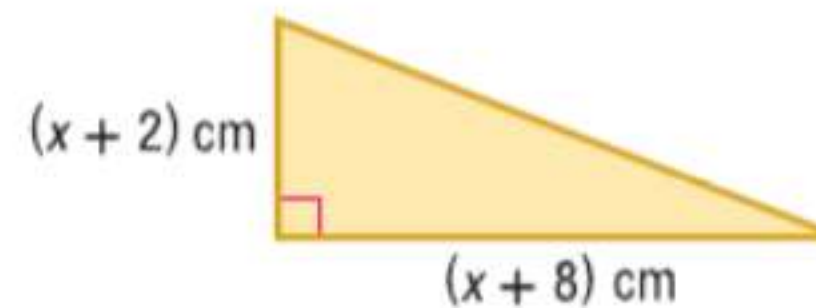
52. إجابة شيكية لدى سلطان 20 كرة زجاجية في حقيبة، جميعها بالحجم والشكل أنفسهما. توجد 8 من الكرات الحمراء، و 2 من الكرات الزرقاء، و 10 من الكرات الصفراء في الحقيبة. وسيختار كرة زجاجية من الحقيبة بشكل عشوائي. فما احتمال أن تكون الكرة الزجاجية التي سيختارها سلطان صفراء؟

مراجعة شاملة

حلّ كل معادلة بإكمال المربع. وقرب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

55. $x^2 + 4x - 8 = 5$
 56. $3x^2 + 5x = 18$

57. جد قيمة x في الشكل إذا كانت المساحة 36 cm^2 .



حلّ كل من كثيرات الحدود إلى عواملها.

58. $\frac{1}{2}t^2 - 162$
 60. $196t^2u^3 - 144u^3$
 62. $4g^2 - 1296h^2$

59. $25d^2 - 49d$
 61. $169a^4b^6 - 121c^8$
 63. $18a^3 + 27a^2 - 50a - 75$

64. **علم الأحياء** أثناء تجربة ما، يمكن التعبير عن عدد ذرات أحد الفيروسات باستخدام الصيغة $f(t) = 2^t - 2$ ، حيث تمثل t الزمن بالأيام و $f(t)$ عدد الخلايا. حدّد عدد الأيام التي قد مرت إذا كان ثمة 64 خلية فيروس.

حلّ كل معادلة باستخدام التحليل إلى العوامل.

65. $2x^2 + x - 10 = 0$
 67. $(10 + 3i) + (3 - 7i)$
 69. $\frac{5}{1 + 3i}$

66. $2x^2 + x = 28$
 68. $(2 + i)(2 - i)$

70. **الارتفاع** يبلغ طول مازن 172.7 cm. كم يبلغ طول مازن بالبوصة؟

مراجعة المهارات

الجبر جد حل كل معادلة.

71. $4x - 3 = 19$ 72. $\frac{1}{3}x + 6 = 14$ 73. $5(x^2 + 2) = 30$

البرهان الجبري



السابق

الحالي

لماذا؟

- استخدمت المسلمات حول النقاط والمستقيمات والمستويات لكتابة براهين حرة.

- 1 استخدام علم الجبر لكتابة براهين من عمودين.
- 2 استخدام خواص المساواة لكتابة براهين هندسية.

- يحدد مقياس فهرنهايت درجات التجمد والغليان للماء عند 32° و 212° . على التوالي، بينما يحدد مقياس المنوي عند 0° و 100° . يمكنك استخدام برهان جبري لإثبات أنه إذا كانت هذه المقاييس مرتبطة ببعضها بالصيغة $C = \frac{5}{9}(F - 32)$. فإنها أيضا مرتبطة ببعضها بالصيغة $F = \frac{9}{5}C + 32$.

المفردات الجديدة

- برهان جبري algebraic proof
- برهان من عمودين two-column proof
- برهان شكلي formal proof

ممارسات في الرياضيات

- 3 بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 البرهان الجبري الجبر عبارة عن نظام مكوّن من مجموعات من الأعداد والعمليات والخواص التي تسمح لك بإجراء عمليات جبرية. يلخص الجدول التالي عدة خواص للأعداد الحقيقية التي درستها في الجبر.

المفهوم الأساسي خواص الأعداد الحقيقية

تعتبر الخواص التالية صحيحة لأي من الأعداد الحقيقية a و b و c .

إذا كان $a = b$ ، فإن $a + c = b + c$.	خاصية الجمع في المعادلة
إذا كان $a = b$ ، فإن $a - c = b - c$.	خاصية الطرح في المعادلة
إذا كان $a = b$ ، فإن $a \cdot c = b \cdot c$.	خاصية الضرب في المعادلة
إذا كان $a = b$ و $c \neq 0$ ، فإن $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.	خاصية القسمة في المعادلة
$a = a$	خاصية الانعكاس في المعادلة
إذا كان $a = b$ ، فإن $b = a$.	خاصية التماثل في المعادلة
إذا كان $a = b$ و $b = c$ ، فإن $a = c$.	خاصية التعدي في المعادلة
إذا كان $a = b$ ، فإن a يمكن أن تستبدلها b في أي معادلة أو تعبير.	خاصية التعويض في المعادلة
$a(b + c) = ab + ac$	خاصية التوزيع

البرهان الجبري عبارة عن برهان يتكون من سلسلة من العبارات الجبرية. وتبرر خواص المساواة الكثير من العبارات المستخدمة في البراهين الجبرية.

مثال 1 تبرير كل خطوة عند حل معادلة ما

أثبت أنه إذا كان $-5(x + 4) = 70$ ، فإن $x = -18$. واكتب تبريرًا لكل خطوة.

$-5(x + 4) = 70$	المعادلة الأصلية أو المعطى
$-5x + (-5)4 = 70$	خاصية التوزيع
$-5x - 20 = 70$	خاصية التعويض في المعادلة
$-5x - 20 + 20 = 70 + 20$	خاصية الجمع في المعادلة
$-5x = 90$	خاصية التعويض في المعادلة
$\frac{-5x}{-5} = \frac{90}{-5}$	خاصية القسمة في المعادلة
$x = -18$	خاصية التعويض في المعادلة

تمرين موجه

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة.

1A. إذا كان $4 + (-5) = -1$ ، فإن $x + 4 + (-5) = x - 1$.

1B. إذا كان $5 = y$ ، فإن $y = 5$.

1C. أثبت أنه إذا كان $2x - 13 = -5$ ، فإن $x = 4$. واكتب تبريرًا لكل خطوة.

المثال 1 عبارة عن برهان للعبارة الشرطية *إذا كان $5(x + 4) = 70$ ، فإن $x = -18$* . لاحظ أن العمود الموجود على اليمين عبارة عن عملية مفصلة خطوة بخطوة تقود إلى النتيجة. ويحوي العمود الموجود على اليسار تبرير كل عبارة.

في الهندسة، تستخدم صيغة مشابهة لإثبات التخمينات والنظريات. يحتوي **البرهان ثنائي الأعمدة** أو **البرهان الشكلي** على عبارات ومبررات منظمة في عمودين.

نصيحة دراسية

فرضيات الخوارزمية عبارة عن سلسلة من الخطوات لتنفيذ إجراء ما أو حل مسألة. يمكن اعتبار البراهين نوعًا من الخوارزميات لأنها تسير خطوة بخطوة.

مثال من الحياة اليومية 2 كتابة برهان جبري



العلوم إذا كانت صيغة تحويل درجة الحرارة من فهرنهايت إلى مئوية هي $C = \frac{5}{9}(F - 32)$ ، فإن صيغة تحويل درجة الحرارة من مئوية إلى فهرنهايت هي $F = \frac{9}{5}C + 32$. اكتب برهانًا من عمودين للتحقق من هذا التخمين.

ابدأ بذكر ما هو معطى وما ستثبته.

المعطيات: $C = \frac{5}{9}(F - 32)$

المطلوب إثباته: $F = \frac{9}{5}C + 32$

البرهان:

المبررات	العبارات
1. المعطيات	1. $C = \frac{5}{9}(F - 32)$
2. خاصية الضرب في المعادلة	2. $\frac{9}{5}C = \frac{9}{5} \cdot \frac{5}{9}(F - 32)$
3. خاصية التعويض في المعادلة	3. $\frac{9}{5}C = F - 32$
4. خاصية الجمع في المعادلة	4. $\frac{9}{5}C + 32 = F - 32 + 32$
5. خاصية التعويض في المعادلة	5. $\frac{9}{5}C + 32 = F$
6. خاصية التماثل في المعادلة	6. $F = \frac{9}{5}C + 32$

نصيحة دراسية

الرياضيات الذهنية إذا سمح لك معلمك بالقيام بذلك، فيمكن تجاوز بعض الخطوات عن طريق القيام بالحسابات الذهنية. على سبيل المثال، يمكن حذف الخطوتين 2 و4 في المثال 2. عندئذ سيكون سبب العبارة رقم 3 خاصية الضرب في المعادلة وسيكون سبب العبارة رقم 5 خاصية الجمع في المعادلة.

تمرين موجه

اكتب برهانًا من عمودين للتحقق من صحة كل تخمين.

2A. إذا كان $\frac{5x+1}{2} - 8 = 0$ ، فإن $x = 3$.

2B. **الفيزياء** إذا كانت المسافة d التي يقطعها جسم بسرعة متجهة ابتدائية u وسرعة متجهة نهائية v في زمن t تعطى بالصيغة $d = t \cdot \frac{u+v}{2}$ ، فإن $u = \frac{2d}{t} - v$.

2 البرهان الهندسي بما أن الهندسة تستخدم المتغيرات والأعداد والعمليات أيضا. فإن الكثير من خواص المساواة المستخدمة في الجبر صحيحة أيضا في الهندسة. على سبيل المثال. قياسات القطع المستقيمة والزوايا عبارة عن أعداد حقيقية. لذا يمكن استخدام الخواص المستخدمة في الجبر لمناقشة علاقاتها كما هو مبين في الجدول أدناه.

الخاصية	القطع المستقيمة	الزوايا
الانعكاس	$AB = AB$	$m\angle 1 = m\angle 1$
التماثل	إذا كان $AB = CD$. فإن $CD = AB$.	إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$. فإن $m\angle 2 = m\angle 1$.
التعدي	إذا كان $AB = CD$ و $CD = EF$. فإن $AB = EF$.	إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$ و $m\angle 2 = m\angle 3$. فإن $m\angle 1 = m\angle 3$.

يمكن استخدام هذه الخواص لكتابة براهين هندسية.

نصيحة دراسية

خاصية التبديل والتجميع

سنفترض في هذا الكتاب أنه إذا كان a و b و c أعدادا حقيقية. فإن الخواص التالية صحيحة.

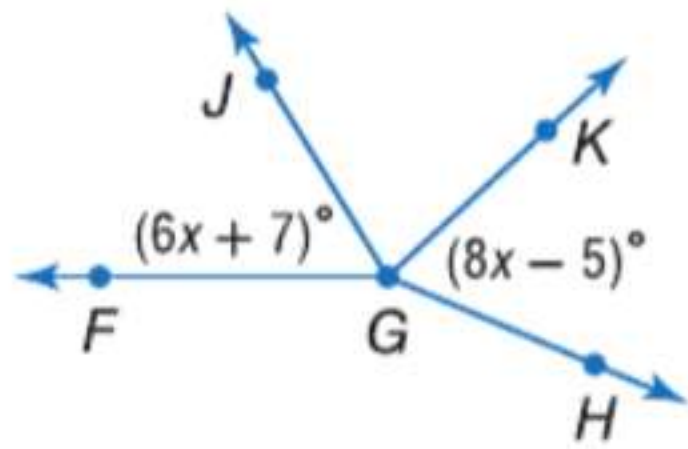
خاصية التبديل في الجمع
 $a + b = b + a$

خاصية التبديل في الضرب
 $a \cdot b = b \cdot a$

خاصية التجميع في الجمع
 $(a + b) + c = a + (b + c)$

خاصية التجميع في الضرب
 $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

مثال 3 كتابة برهان هندسي



إذا كان $\angle JGK \cong \angle KGH$ و $\angle FGJ \cong \angle JGK$. فإن $x = 6$.
اكتب برهاناً من عمودين للتحقق من هذا التخمين.

المعطيات: $\angle FGJ \cong \angle JGK$, $\angle JGK \cong \angle KGH$
 $m\angle FGJ = 6x + 7$, $m\angle KGH = 8x - 5$

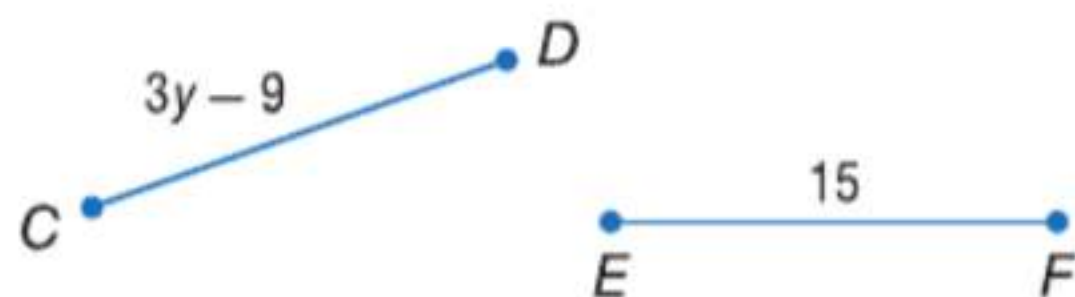
المطلوب إثباته: $x = 6$
البرهان:

المبررات	العبارات
1. المعطيات	1. $m\angle FGJ = 6x + 7$, $m\angle KGH = 8x - 5$ $\angle FGJ \cong \angle JGK$; $\angle JGK \cong \angle KGH$
2. تعريف الزوايا المتطابقة	2. $m\angle FGJ = m\angle JGK$; $m\angle JGK = m\angle KGH$
3. خاصية التعدي	3. $m\angle FGJ = m\angle KGH$
4. خاصية التعويض	4. $6x + 7 = 8x - 5$
5. خاصية الجمع	5. $6x + 7 + 5 = 8x - 5 + 5$
6. خاصية التعويض	6. $6x + 12 = 8x$
7. خاصية الطرح	7. $6x + 12 - 6x = 8x - 6x$
8. خاصية التعويض	8. $12 = 2x$
9. خاصية القسمة	9. $\frac{12}{2} = \frac{2x}{2}$
10. خاصية التعويض	10. $6 = x$
11. خاصية التماثل	11. $x = 6$

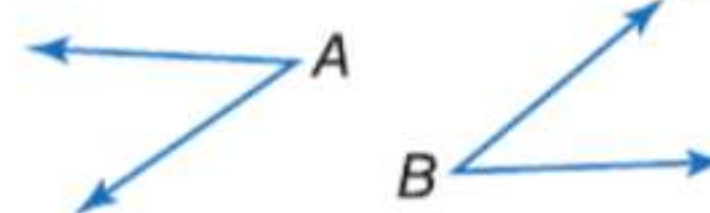
تمرين موجه

اكتب برهاناً من عمودين للتحقق من كل تخمين.

3B. إذا كان $\overline{CD} \cong \overline{EF}$. فإن $y = 8$.



3A. إذا كان $\angle A \cong \angle B$ و $m\angle A = 37$.
فإن $m\angle B = 37$



تحقق من فهمك

مثال 1

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة.

1. إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$ و $m\angle 2 = m\angle 3$. فإن $m\angle 1 = m\angle 3$.

2. $XY = XY$

3. إذا كان $5 = x$. فإن $x = 5$.

4. إذا كان $2x + 5 = 11$. فإن $2x = 6$.

5. أكمل البرهان التالي.

مثال 2

المعطيات: $\frac{y+2}{3} = 3$

المطلوب إثباته: $y = 7$

البرهان:

المبررات	العبارات
a. معطى	a. ?
b. ?	b. $3\left(\frac{y+2}{3}\right) = 3(3)$
c. ?	c. ?
d. خاصية الطرح	d. $y = 7$

الأمثلة 2-3

البرهان اكتب برهاناً من عمودين للتحقق من كل تخمين.

6. إذا كان $-4(x-3) + 5x = 24$. فإن $x = 12$.

7. إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$. فإن $x = 7$.



8. **فرضيات** تقيس مها معدل ضربات قلبها في أي وقت تمارس فيه التمارين الرياضية وتحاول أن تتأكد من بقائها في نطاق معدل ضربات القلب الذي تستهدفه. تقترح جمعية القلب الأمريكية صيغة لمعدل ضربات القلب المستهدف هي $T = 0.75(220 - a)$. حيث تمثل T معدل ضربات القلب الذي يستهدفه الشخص و a هي عمره.

a. أثبت أنه بمعلومية معدل ضربات القلب الذي يستهدفه شخص ما، يمكنك حساب عمره باستخدام

$$a = 220 - \frac{T}{0.75}$$

b. إذا كان معدل ضربات القلب الذي تستهدفه مها هو 153. فكم عمرها؟ ما الخاصية التي تبرر حسابك؟

التمرين وحل المسائل

مثال 1

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة.

9. إذا كان $a + 10 = 20$. فإن $a = 10$.

10. إذا كان $\frac{x}{3} = -15$. فإن $x = -45$.

11. إذا كان $4x - 5 = x + 12$. فإن $4x = x + 17$.

12. إذا كان $\frac{1}{5} BC = \frac{1}{5} DE$. فإن $BC = DE$.

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة.

13. إذا كان $5(x + 7) = -3$ فإن $5x + 35 = -3$.

14. إذا كان $m\angle 1 = 25$ و $m\angle 2 = 25$ فإن $m\angle 1 = m\angle 2$.

15. إذا كان $AB = BC$ و $BC = CD$ فإن $AB = CD$.

16. إذا كان $3\left(x - \frac{2}{3}\right) = 4$ فإن $3x - 2 = 4$.

فرضيات أكمل كل برهان.

17. المعطيات: $\frac{8 - 3x}{4} = 32$

المطلوب إثباته: $x = -40$

البرهان:

المبررات	العبارات
a. معطى	a. $\frac{8 - 3x}{4} = 32 = 32$
b. ؟	b. $4\left(\frac{8 - 3x}{4}\right) = 4(32)$
c. ؟	c. $8 - 3x = 128$
d. خاصية الطرح	d. _____ ؟
e. ؟	e. $x = -40$

18. المعطيات: $x \frac{1}{5} + 3 = 2x - 24$

المطلوب إثباته: $x = 15$

البرهان:

المبررات	العبارات
a. معطى	a. _____ ؟
b. خاصية الضرب	b. _____ ؟
c. ؟	c. $x + 15 = 10x - 120$
d. خاصية الطرح	d. _____ ؟
e. ؟	e. $135 = 9x$
f. خاصية القسمة	f. _____ ؟
g. خاصية التماثل	g. _____ ؟

البرهان اكتب برهاناً من عمودين للتحقق من كل تخمين.

19. إذا كان $-\frac{1}{3}n = 12$ فإن $n = -36$ 20. إذا كان $-3r + \frac{1}{2} = 4$ فإن $r = -\frac{7}{6}$.

21 العلوم العجلة a المقاسة بالمتري لكل ثانية مربعة، والمسافة المقطوعة d المقاسة بالمتري، والسرعة المتجهة v المقاسة بالمتري لكل ثانية، والزمن t المقاس بالثانية جميعها مرتبطة في الصيغة $d = vt + \frac{1}{2}at^2$.

a. أثبت أنه إذا علمت قيم المسافة والسرعة المتجهة والزمن، فإنه يمكن حساب عجلة جسم ما باستخدام الصيغة $a = \frac{2d - 2vt}{t^2}$.

b. إذا قطع جسم مسافة 2850 m في 30 s بسرعة متجهة ابتدائية مقدارها 50 m/s، فكم يبلغ تسارع الجسم؟ ما الخاصية التي تبرر حسابك؟

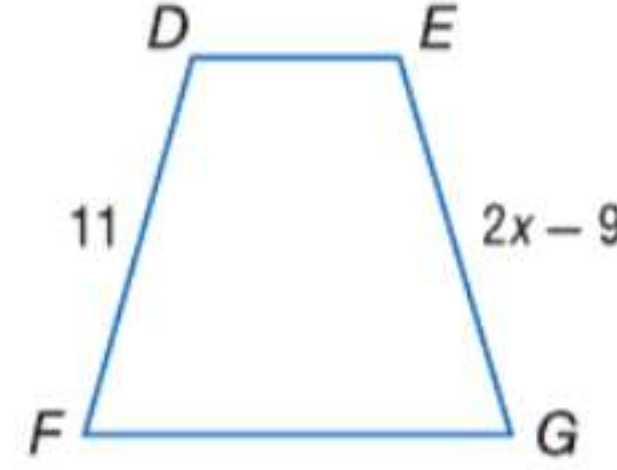
22. **فرضيات** يعطى قانون الغاز المثالي بالصيغة $PV = nRT$. حيث P = الضغط مقيسا بالضغط الجوي، و V = الحجم باللترات، و n = كمية الغاز بالمولات، و R قيمة ثابتة، و T = درجة الحرارة بالكلفن.

a. أثبت أنه إذا عرف الضغط والحجم وكمية الغاز، فإن الصيغة $T = \frac{PV}{nR}$ تعطي درجة حرارة الغاز.

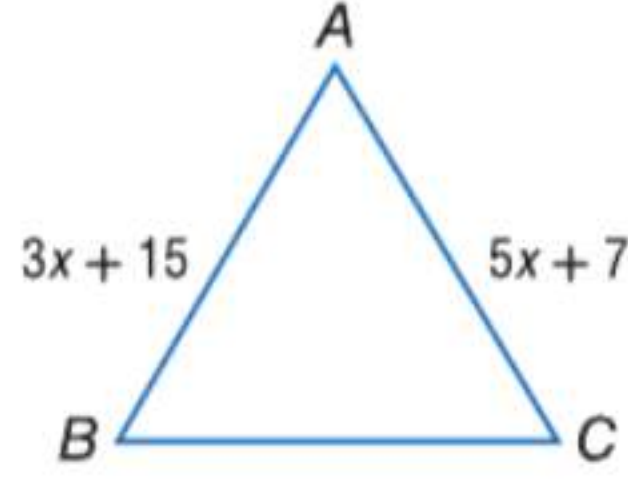
b. إذا كان لديك مول واحد من الأكسجين بحجم 25 L عند ضغط 1 ضغط جوي، فما درجة حرارة الغاز؟ قيمة R تساوي 0.0821. ما الخاصية التي تبرر حسابك؟

البرهان اكتب برهاناً من عمودين.

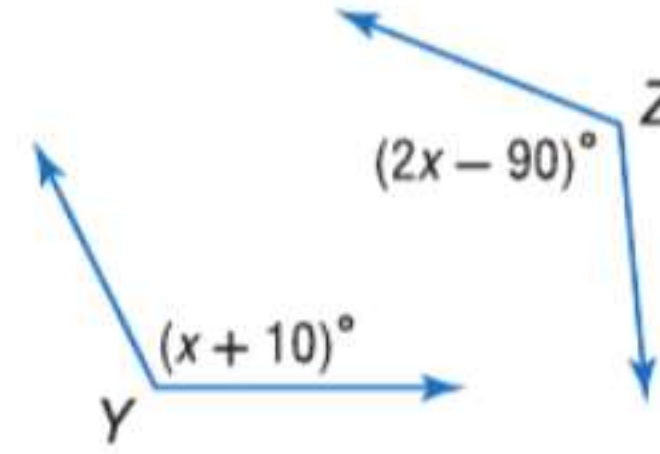
23. إذا كان $\overline{DF} \cong \overline{EG}$ فإن $x = 10$.



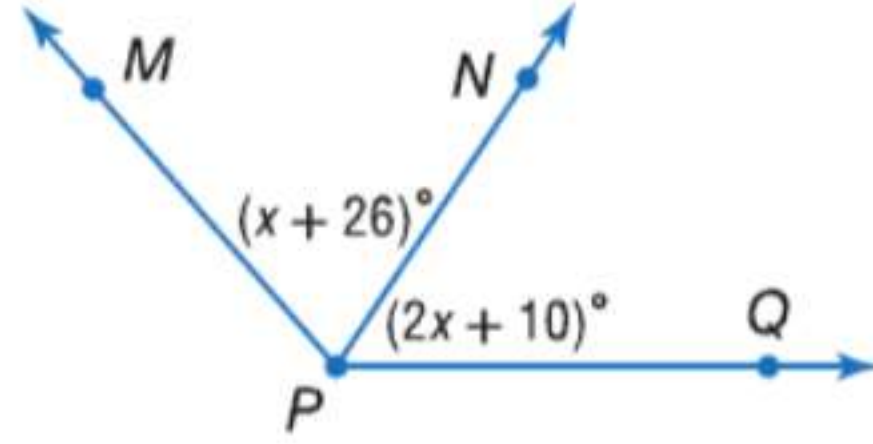
24. إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ فإن $x = 4$.



25. إذا كان $\angle Y \cong \angle Z$ فإن $x = 100$.



26. إذا كان $\angle MPN \cong \angle QPN$ فإن $x = 16$.



27. **الكهرباء** يمكن حساب الجهد V لدائرة كهربائية ما باستخدام الصيغة $V = \frac{P}{I}$. حيث تمثل P القدرة و I شدة التيار المار في الدائرة.

a. اكتب برهاناً لإثبات أنه عندما تكون القدرة ثابتة، ينخفض الجهد إلى النصف عند مضاعفة التيار.

b. اكتب برهاناً لإثبات أنه عندما يكون التيار ثابتاً، يزيد الجهد إلى الضعف عند مضاعفة القدرة.

28. **التمثيلات المتعددة** افترض أن مكعباً طول ضلعه s .



وحدات s

a. **حسبياً** ارسم أو أنشئ نموذجاً لمكعبات أطوال أضلاعها 2 و 4 و 8 و 16 وحدة.

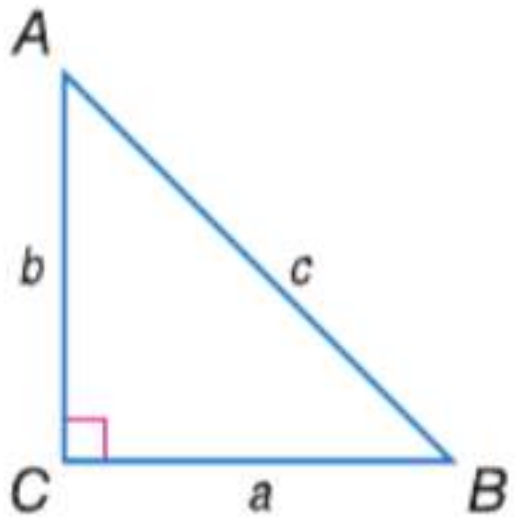
b. **جدولياً** جد حجم كل مكعب. نظم نتائجك في جدول مثل المبين.

الحجم (V)	طول الضلع (s)
	2
	4
	8
	16

c. **لفظياً** استخدم جدولك للوصول إلى تخمين حول التغير في الحجم عند مضاعفة طول ضلع المكعب. عبر عن تخمينك بالكلمات.

d. **تحليلياً** اكتب تخمينك في صورة معادلة جبرية.

e. **منطقياً** اكتب برهاناً لتخمينك. تأكد من كتابة عبارات المعطيات والمطلوب إثباته في بداية برهانك.



29. **نظرية فيثاغورس** تنص نظرية فيثاغورس على أنه في أي مثلث قائم الزاوية ABC ، يكون مجموع مربع طول الضلعين a و b مساويًا لمربع طول الوتر c ، أو $a^2 + b^2 = c^2$. اكتب برهانًا من عمودين لإثبات أن $a = \sqrt{c^2 - b^2}$. استخدم خاصية الجذر التربيعي في المعادلة، التي تنص على أنه إذا كان $a^2 = b^2$ فإن $a = \pm\sqrt{b^2}$.

علاقة التكافؤ عبارة عن أي علاقة تحقق خاصية الانعكاس والتماثل والتعدي. في الأعداد الحقيقية، تعتبر المساواة أحد أنواع علاقة التكافؤ. حدّد ما إذا كانت كل علاقة هي علاقة تكافؤ. اشرح تبريرك.

30. "له عيد الميلاد نفسه مثل"، بالنسبة إلى مجموعة كل البشر

31. "أطول من"، بالنسبة إلى مجموعة كل البشر

32. "أكثر زُرقة من" بالنسبة إلى كل ألوان الدهان التي تحتوي على الأزرق

33. \neq ، بالنسبة إلى مجموعة الأعداد الحقيقية

34. \geq ، بالنسبة إلى مجموعة الأعداد الحقيقية

35. \approx ، بالنسبة إلى مجموعة الأعداد الحقيقية



مهارات التفكير العليا. مسائل استخدام مهارات التفكير العليا

36. **مسألة غير محددة الإجابة** اذكر مثالًا واحدًا من الحياة اليومية ومثالًا مغايرًا من الحياة اليومية لخواص التماثل والتعدي والتعويض.

37. **التفكير المنطقي** تقع النقطة P على \overline{AB} . طول \overline{AP} يساوي $2x + 3$ وطول \overline{PB} يساوي $\frac{3x + 1}{2}$. طول القطعة المستقيمة AB يبلغ 10.5 وحدات. صمم رسمًا تخطيطيًا لهذا

الموقف، وأثبت أنّ النقطة P تقع عند ثلثي المسافة بين النقطة A والنقطة B .

التبرير صوّف كل عبارة أدناه إلى صحيحة أحيانًا، أو دائمة، أو غير صحيحة على الإطلاق. اشرح تبريرك.

38. إذا كان a و b عددين حقيقيين وكان $a + b = 0$ ، فإن $a = -b$.

39. إذا كان a و b عددين حقيقيين و $a^2 = b$ فإن $a = \sqrt{b}$.

40. **تحفيز** وضعت علياء تخمينًا ينص على أنّ مجموع أي عددين صحيحين فرديين يكون عددًا صحيحًا زوجيًا.

a. اذكر المعلومات التي تدعم هذا التخمين. ثم اشرح السبب في أن المعلومات التي ذكرتها لا تثبت أن هذا التخمين صحيح.

b. يمكن تمثيل العددين الصحيحين الفرديين بالتعبيرين $2m - 1$ و $2n - 1$. حيث m و n عدنان صحيحان. اذكر معلومات تدعم هذه العبارة.

c. إذا كان عدد ما زوجيًا، فإنه يكون من مضاعفات أي عدد؟ اشرح بالكلمات كيف يمكنك استخدام التعبيرات الواردة في الجزء a وإجابتك عن الجزء b لإثبات تخمين علياء.

d. اكتب برهانًا جبريًا لإثبات أن مجموع أي عددين صحيحين فرديين يكون عددًا صحيحًا زوجيًا.

41. **الكتابة في الرياضيات** لماذا من المفيد أن يكون لديك صيغ مختلفة يمكنك استخدامها عند كتابة برهان؟

تدريب على الاختبار المعياري

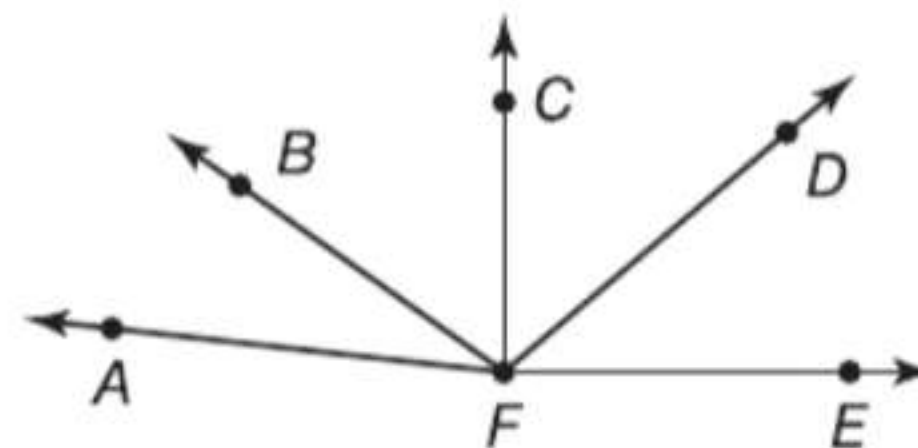
44. الجبر تعهد رعاة خولة في ماراثون المشي بدفع AED 30 زائد AED 7.50 عن كل كيلومتر تمشيته، بينما تعهد رعاة مایسة بدفع AED 45 زائد AED 3.75 عن كل كيلومتر تمشيته. بعد كم من الكيلومترات ستكون كل من خولة ومایسة قد جمعتا المبلغ المالي نفسه؟

- F 10
G 8
H 5
J 4

45. اختبار الكفاءة الدراسية/اختبار القبول عند إضافة 17 إلى $4m$ تكون النتيجة $15z$. أي من المعادلات التالية تمثل العبارة أعلاه؟

- A $17 + 15z = 4m$ D $17(4m) = 15z$
B $(4m)(15z) = 17$ E $4m + 17 = 15z$
C $4m - 15z = 17$

42. في الرسم التخطيطي، $m\angle CFE = 90$ و $\angle AFB \cong \angle CFD$. أي من العبارات التالية لا يلزم أن تكون صحيحة؟



- A $m\angle BFD = m\angle BFD$
B \overline{BF} ينصف الزاوية $\angle AFD$
C $m\angle CFD = m\angle AFB$
D زاوية قائمة $\angle CFE$

43. إجابة قصيرة جـد قياس $\angle B$ عندما تكون $m\angle C = 42$ و $m\angle A = 55$.



مراجعة شاملة

حدد ما إذا كانت العبارات التالية صحيحة دائماً، أم أحياناً، أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح. (الدرس 1-12)

46. أي أربع نقاط تقع في مستوى واحد.

47. الزاويتان المنفرجتان متكاملتان.

48. يتقاطع المستويان P و Q في المستقيم m . يقع المستقيم m في كلا المستويين P و Q .

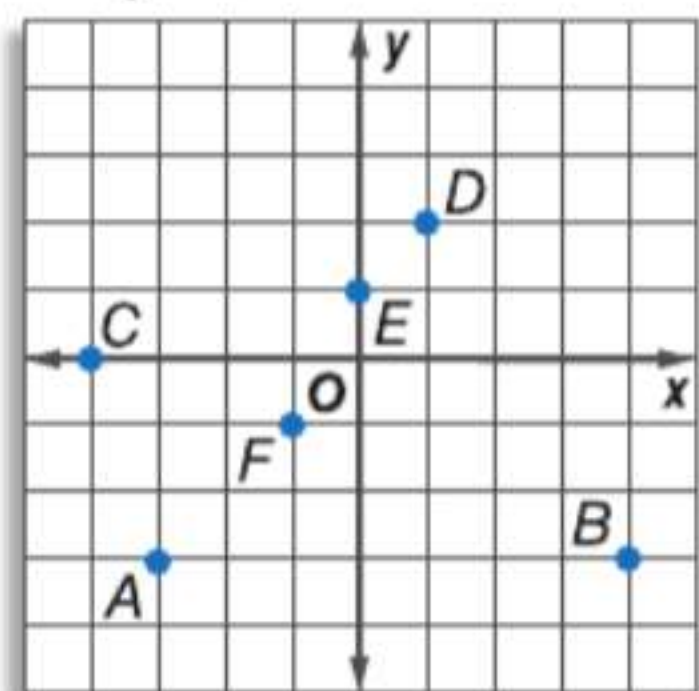
جـد احداثيات الرأس ومحور التماثل ومعادلته، ونقاط التقاطع مع المحور y للتمثيل البياني لكل معادلة.

49. $y = 4x^2 + 8x - 5$

50. $y = -2x^2 + 8x + 5$

51. $y = x^2 - 8x + 9$

52. $y = 4x^2 + 16x - 6$



53. A 54. B

55. C 56. D

57. E

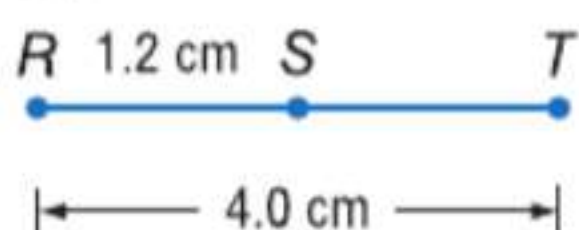
58. F

اكتب الزوج المرتب لكل نقطة مبينة.

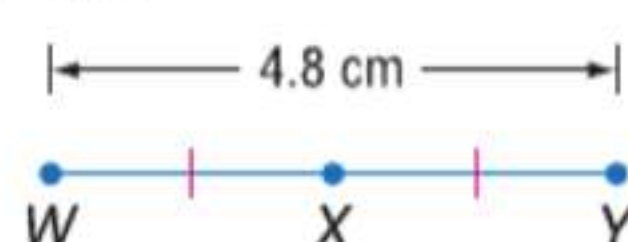
مراجعة المهارات

جـد قياس كل قطعة مستقيمة. افترض أن كل شكل ليس مرسومًا بمقياس.

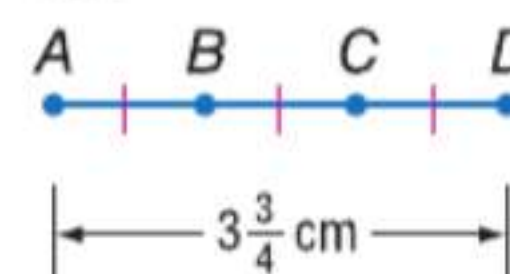
59. \overline{ST}



60. \overline{WX}



61. \overline{BC}



إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة

السابق ..

الحالي ..

لماذا؟ ..

• كتبت براهين جبرية وبراهين من عمودين.

1 • كتابة براهين تتضمن جمع القطع المستقيمة.

2 • كتابة براهين تتضمن تطابق القطع المستقيمة.

• تعمل عبير في محل أقمشة بعد المدرسة. تقيس طول القماش عن طريق الإمساك بالحافة المستقيمة للقماش مع عصا طولها 1 yd. لقياس أطوال مثل 39 in. تقوم بتحديد طول 36 in. ومن نهاية هذا التحديد، تقيس طولاً إضافياً يبلغ 3 in. يضمن هذا أن يكون الطول الإجمالي للقماش يساوي $36 + 3$ أو 39 in.

ممارسات في

الرياضيات

2 التفكير بطريقة تجريدية وكمية.

3 بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 مسألة المسطرة

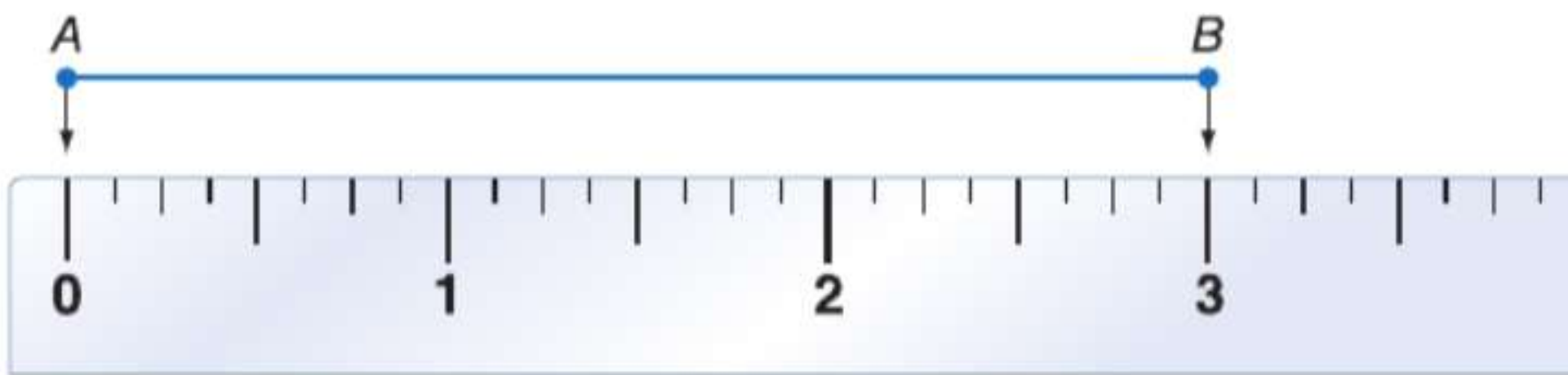
المسألة 12.8 مسطرة المسطرة

يمكن وضع النقاط الموجودة على أي مستقيم أو قطعة مستقيمة داخل تطابق عنصر بعنصر باستخدام أعداد حقيقية.

التعبير اللفظي

بافتراض أي نقطتين A و B على مستقيم، إذا تطابقت A مع الصفر، فإن B تتطابق مع عدد حقيقي موجب.

الرموز

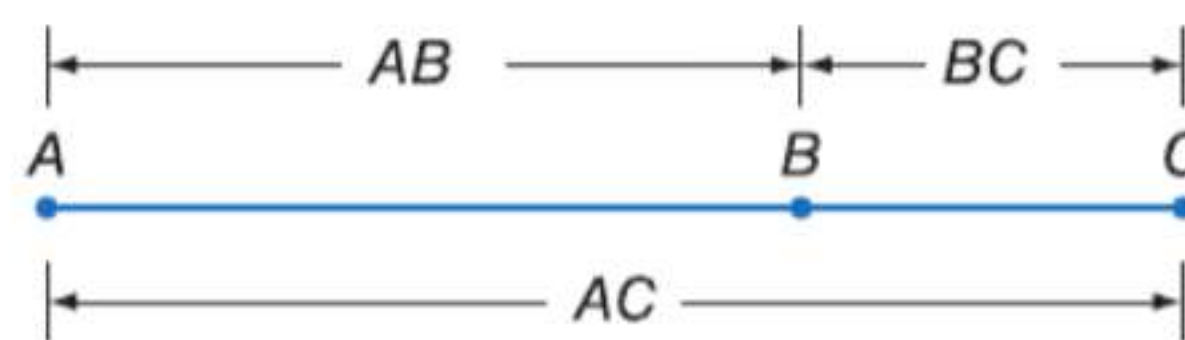


في ما يلي مسألة جمع القطع المستقيمة.

المسألة 12.9 مسألة جمع القطع المستقيمة

إذا كانت A و B و C على استقامة واحدة، فإن النقطة B تقع بين A و C إذا كان $AB + BC = AC$.

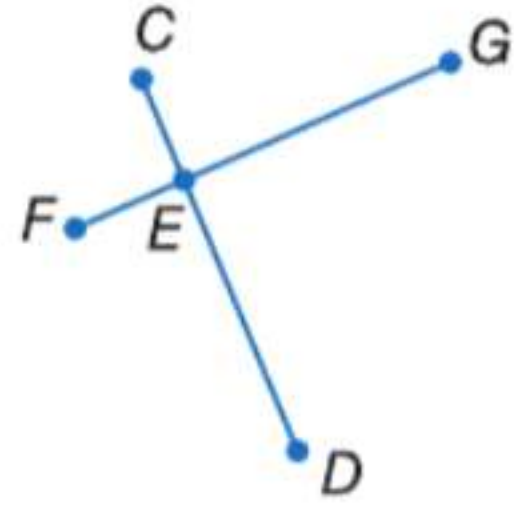
التعبير اللفظي



الرموز

تُستخدم مسألة جمع القطع المستقيمة كتبرير في الكثير من البراهين الهندسية.

مثال 1 استخدام مسلّمة جمع القطع المستقيمة



أثبت أنه إذا كان $\overline{CE} \cong \overline{FE}$ و $\overline{ED} \cong \overline{EG}$ ، فإن $\overline{CD} \cong \overline{FG}$.

المعطيات: $\overline{CE} \cong \overline{FE}$ ، $\overline{ED} \cong \overline{EG}$

المطلوب إثباته: $\overline{CD} \cong \overline{FG}$

البرهان:

المبررات	العبارات
1. المعطيات	1. $\overline{CE} \cong \overline{FE}$; $\overline{ED} \cong \overline{EG}$
2. تعريف التطابق	2. $CE = FE$; $ED = EG$
3. مسلّمة جمع القطع المستقيمة	3. $CE + ED = CD$
4. التعويض (الخطوتان 2 و 3)	4. $FE + EG = CD$
5. مسلّمة جمع القطع المستقيمة	5. $FE + EG = FG$
6. التعويض (الخطوتان 4 و 5)	6. $CD = FG$
7. تعريف التطابق	7. $\overline{CD} \cong \overline{FG}$

قراءة في الرياضيات

خاصية التعويض عادة ما تكتب خاصية التعويض في المعادلة في صورة تعويض.

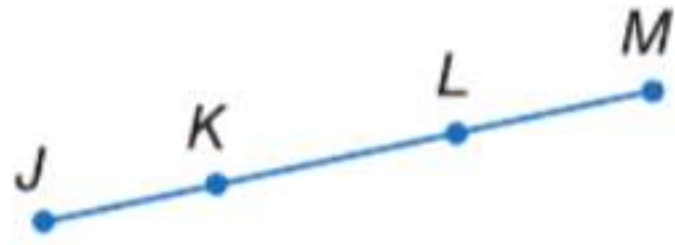
تمرين موجه

انسخ البرهان وأكمله.

1. المعطيات: $\overline{JL} \cong \overline{KM}$

المطلوب إثباته: $\overline{JK} \cong \overline{LM}$

البرهان:



المبررات	العبارات
a. معطى	a. $\overline{JL} \cong \overline{KM}$
b. ؟	b. $JL = KM$
c. مسلّمة جمع القطع المستقيمة	c. $JK + KL = \underline{\quad ? \quad}$; $KL + LM = \underline{\quad ? \quad}$
d. ؟	d. $JK + KL = KL + LM$
e. خاصية الطرح في المعادلة	e. $JK + KL - KL = KL + LM - KL$
f. التعويض	f. $\underline{\quad ? \quad}$
g. تعريف التطابق	g. $\overline{JK} \cong \overline{LM}$

2 تطابق القطع المستقيمة رأيت سابقاً أن قياسات القطع المستقيمة منعكسة ومتماثلة ومتعدية. وبما أن القطع المستقيمة ذات القياس نفسه متطابقة، فإن تطابق القطع المستقيمة أيضاً انعكاسي ومتماثل ومتعدٍ أيضاً.

النظرية 12.2 خواص تطابق القطع المستقيمة

$\overline{AB} \cong \overline{AB}$	خاصية الانعكاس في التطابق
إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، فإن $\overline{CD} \cong \overline{AB}$.	خاصية التماثل في التطابق
إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ ، فإن $\overline{AB} \cong \overline{EF}$.	خاصية التعدي في التطابق

سوف تثبت خواص التماثل والانعكاس في التمارين 6 و 7 على التوالي.

الربط بالمفردات

متماثل

الاستخدام اليومي متوازن أو متناسب

الاستخدام الرياضي إذا كان $a = b$ ، فإن $b = a$.

البرهان خاصية التعدي في التطابق



المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$; $\overline{CD} \cong \overline{EF}$

المطلوب إثباته: $\overline{AB} \cong \overline{EF}$

البرهان الحر:

بما أن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ ، $\overline{AB} = \overline{CD}$ و $\overline{CD} = \overline{EF}$ بتعريف القطع المستقيمة المتطابقة. وبخاصية التعدي في المعادلة، $\overline{AB} = \overline{EF}$ ، ومن ثم، $\overline{AB} \cong \overline{EF}$ بتعريف التطابق.

مثال من الحياة اليومية 2 البرهان باستخدام تطابق القطع المستقيمة

التطوع توضح الخريطة مسار سباق ركض خيري. تقطع النقطتان X و Z عند المنتصف بين خط البداية والنقطة Y وبين النقطة Y وخط النهاية F على التوالي. إذا كان بعدا النقطة Y عن النقطتين X و Z متساويين، فأثبت أن الطريق من النقطة Z إلى خط النهاية يتطابق مع الطريق من خط البداية إلى النقطة X.



المعطيات: X نقطة منتصف \overline{SY} ، Z نقطة منتصف \overline{YF} ، $XY = YZ$

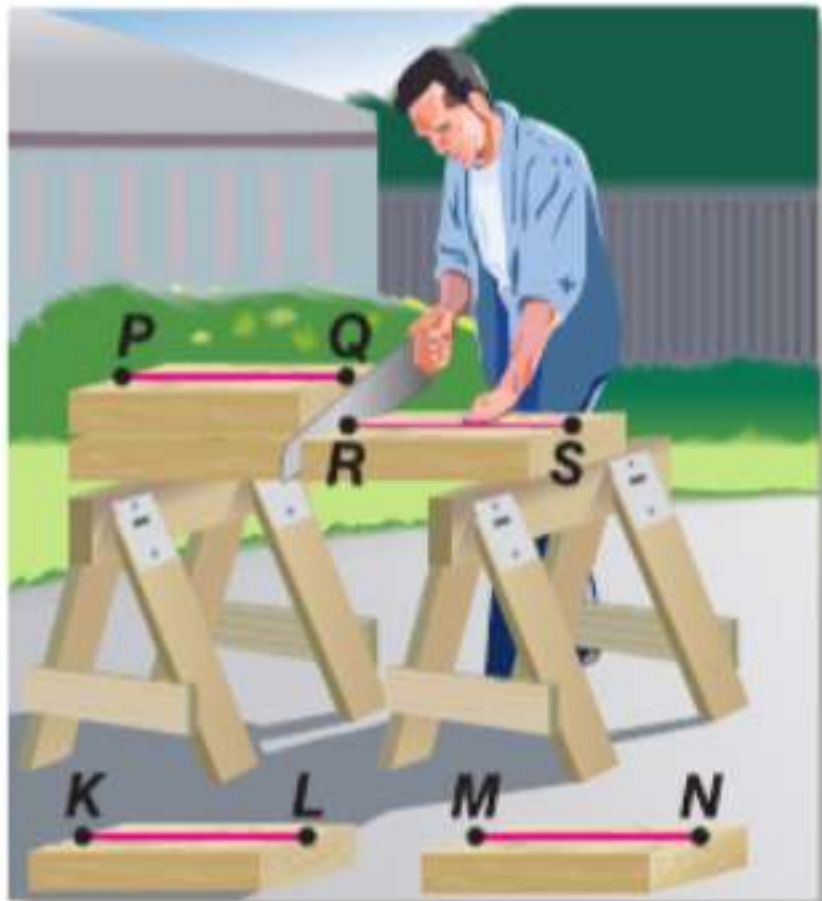
المطلوب إثباته: $\overline{ZF} \cong \overline{SX}$

برهان من عمودين:

المبررات	العبارات
1. المعطيات	1. X نقطة منتصف \overline{SY} ، Z نقطة منتصف \overline{YF} . $XY = YZ$
2. تعريف نقطة المنتصف	2. $\overline{SX} \cong \overline{XY}$; $\overline{YZ} \cong \overline{ZF}$
3. تعريف التطابق	3. $\overline{XY} \cong \overline{YZ}$
4. خاصية التعدي في التطابق	4. $\overline{SX} \cong \overline{YZ}$
5. خاصية التعدي في التطابق	5. $\overline{SX} \cong \overline{ZF}$
6. خاصية التماثل في التطابق	6. $\overline{ZF} \cong \overline{SX}$

تمرين موجه

2. **النجارة** يقطع نجار لوحًا خشبيًا أبعاده 20 cm في 40 cm بالطول المرغوب. ثم يستخدم هذا اللوح كنموذج لقطع لوح آخر مطابق للأول. وبالمثل، يستخدم اللوح الثاني لقطع لوح ثالث واللوح الثالث لقطع لوح رابع. أثبت أن آخر لوح مقطوع له قياسات اللوح الأول نفسها.

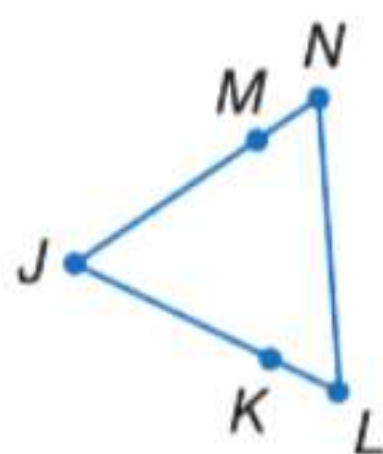


الربط بالحياة اليومية

وفقًا لاستطلاع أجري مؤخرًا يبدأ 70% من المراهقين التطوع قبل سن 12 عامًا. وقال آخرون إنهم كانوا سيتطوعون إذا توافر لهم المزيد من الفرص للقيام بذلك.

المصدر: Youth Service America

مثال 1



1. **فرضيات** انسخ البرهان وأكمله.

المعطيات: $\overline{KJ} \cong \overline{MJ}$, $\overline{LK} \cong \overline{NM}$

المطلوب إثباته: $\overline{LJ} \cong \overline{NJ}$

البرهان:

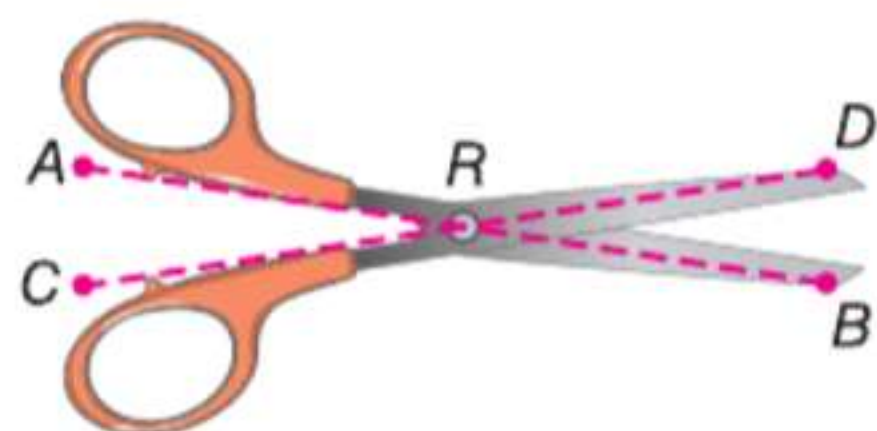
المبررات	العبارات
a. _____ ؟	a. $\overline{LK} \cong \overline{NM}$, $\overline{KJ} \cong \overline{MJ}$
b. تعريف القطع المستقيمة المتطابقة	b. _____ ؟
c. _____ ؟	c. $LK + KJ = NM + MJ$
d. مسلّمة جمع القطع المستقيمة	d. _____ ؟
e. _____ ؟	e. $LJ = NJ$
f. _____ ؟	f. $\overline{LJ} \cong \overline{NJ}$

مثال 2

2. **البرهان** أثبت ما يلي.

المعطيات: $\overline{WX} \cong \overline{YZ}$

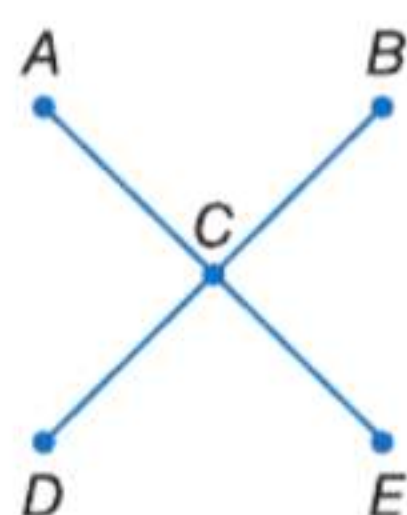
المطلوب إثباته: $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$



3. **المقص** ارجع إلى الرسم التخطيطي المبين. \overline{AR} يتطابق مع \overline{CR} . \overline{DR} يتطابق مع \overline{BR} . أثبت أن $\overline{AR} + \overline{DR} = \overline{CR} + \overline{BR}$.

التمرين وحل المسائل

مثال 1



4. **فرضيات** انسخ البرهان وأكمله.

المعطيات: و C هي نقطة منتصف \overline{AE}

و C هي نقطة منتصف \overline{BD}

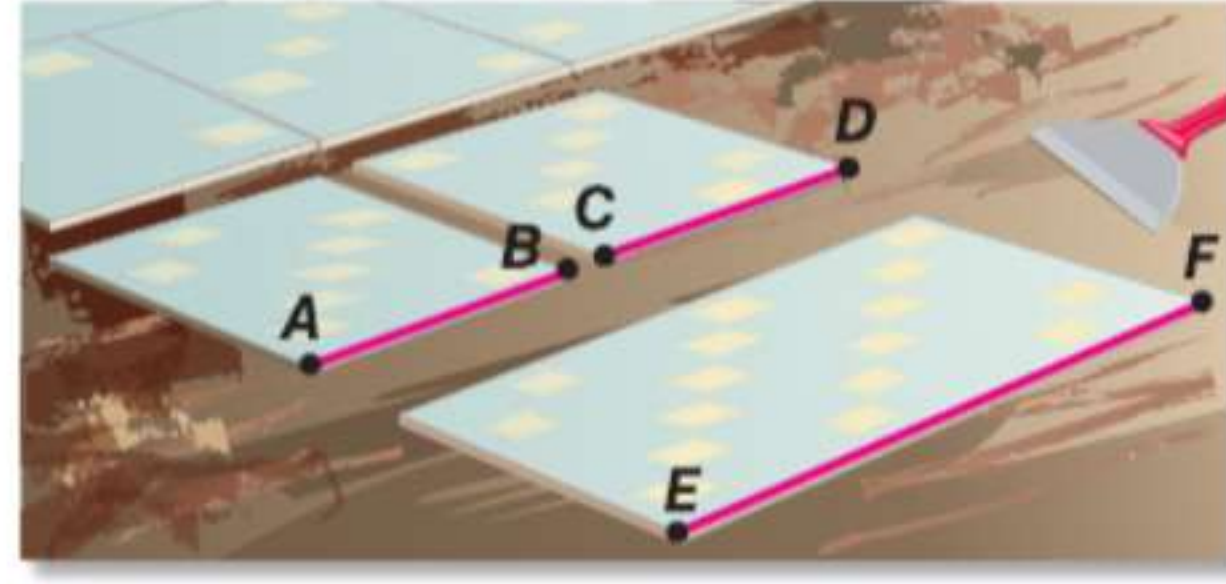
$\overline{AE} \cong \overline{BD}$

المطلوب إثباته: $\overline{AC} \cong \overline{CD}$

البرهان:

المبررات	العبارات
a. معطى	a. _____ ؟
b. _____ ؟	b. $AC = CE$, $BC = CD$
c. _____ ؟	c. $AE = BD$
d. مسلّمة جمع القطع المستقيمة	d. _____ ؟
e. _____ ؟	e. $AC + CE = BC + CD$
f. _____ ؟	f. $AC + AC = CD + CD$
g. بسط.	g. _____ ؟
h. خاصية القسمة	h. _____ ؟
i. _____ ؟	i. $\overline{AC} \cong \overline{CD}$

5. **التبليط** يقطع المبلط قطعة بلاط بالطول المرغوب. ثم يستخدمها كنموذج لقطع بلاطة ثانية مطابقة للأولى. ويستخدم هاتين البلاطتين لقطع بلاطة ثالثة يبلغ طولها مجموع طولي البلاطتين الأولىين. أثبت أن قياس البلاطة الثالثة يساوي مثلي قياس البلاطة الأولى.



فرضيات أثبت كل نظرية.

6. خاصية التماثل في التطابق (النظرية 12.2)

7. خاصية الانعكاس في التطابق (النظرية 12.2)

8. **السفر** يربط الطريق السريع 90 بين أربع مدن: المدينة A والمدينة B والمدينة C والمدينة D. وتقع المدينة A في أقصى الغرب.

• تقع المدينة C على بعد 126 km من المدينة D وعلى بعد 263 km من المدينة A.

• تقع المدينة A على بعد 137 km من المدينة D وعلى بعد 184 km من المدينة B.

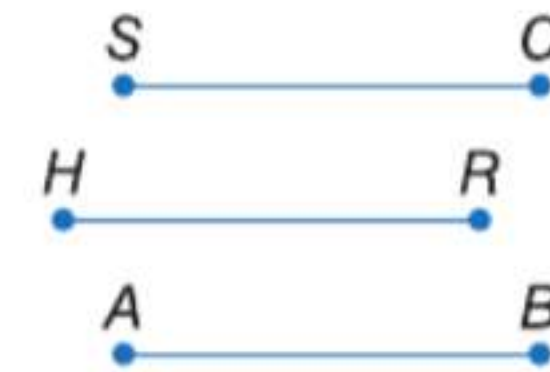
a. صمم رسماً تخطيطياً لتمثيل مواقع المدن نسبةً إلى بعضها بعضاً والمسافات بينها. افترض أن الطريق 90 مستقيم.

b. اكتب برهاناً حراً لدعم خلاصتك.

البرهان أثبت ما يلي.

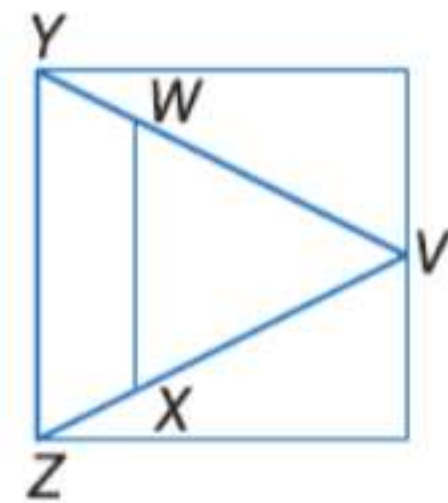
9. إذا كان $\overline{SC} \cong \overline{HR}$ و $\overline{HR} \cong \overline{AB}$

فإن $\overline{SC} \cong \overline{AB}$.



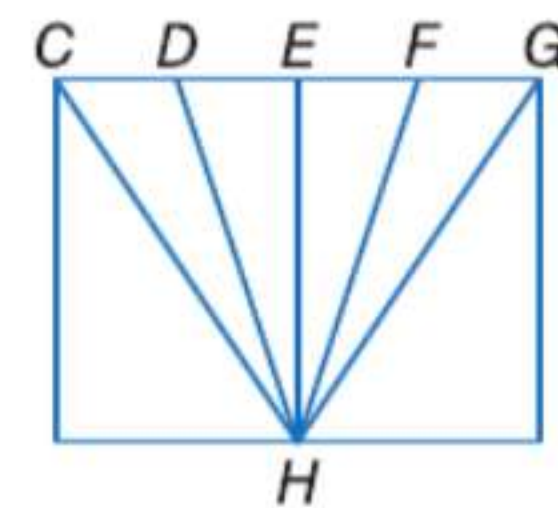
10. إذا كان $\overline{VZ} \cong \overline{VY}$ و $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$

فإن $\overline{VW} \cong \overline{VX}$.



11. إذا كانت E نقطة منتصف \overline{DF}

و $\overline{CD} \cong \overline{FG}$ فإن $\overline{CE} \cong \overline{EG}$.



12. إذا كانت B نقطة منتصف \overline{AC}

D نقطة منتصف \overline{CE}

و $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ فإن $4AB = AE$.



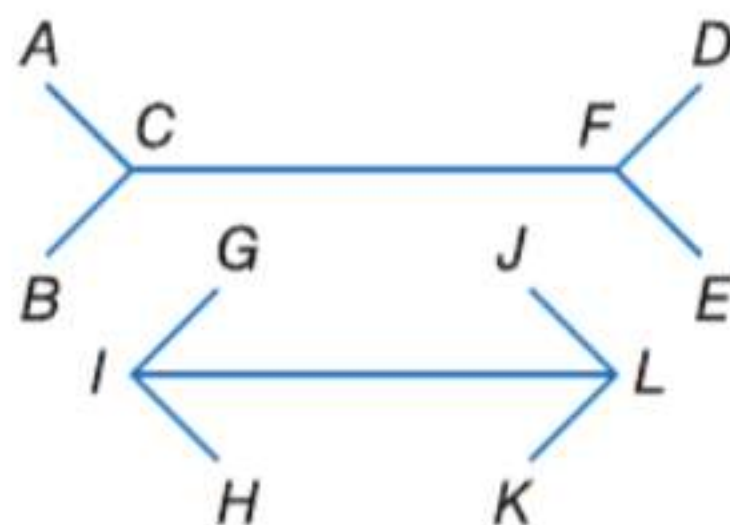
13. **خداع بصري** $\overline{AC} \cong \overline{GI}$ $\overline{FE} \cong \overline{LK}$

و $AC + CF + FE = GI + IL + LK$

a. أثبت أن $\overline{CF} \cong \overline{IL}$

b. برّر برهانك باستخدام القياس.

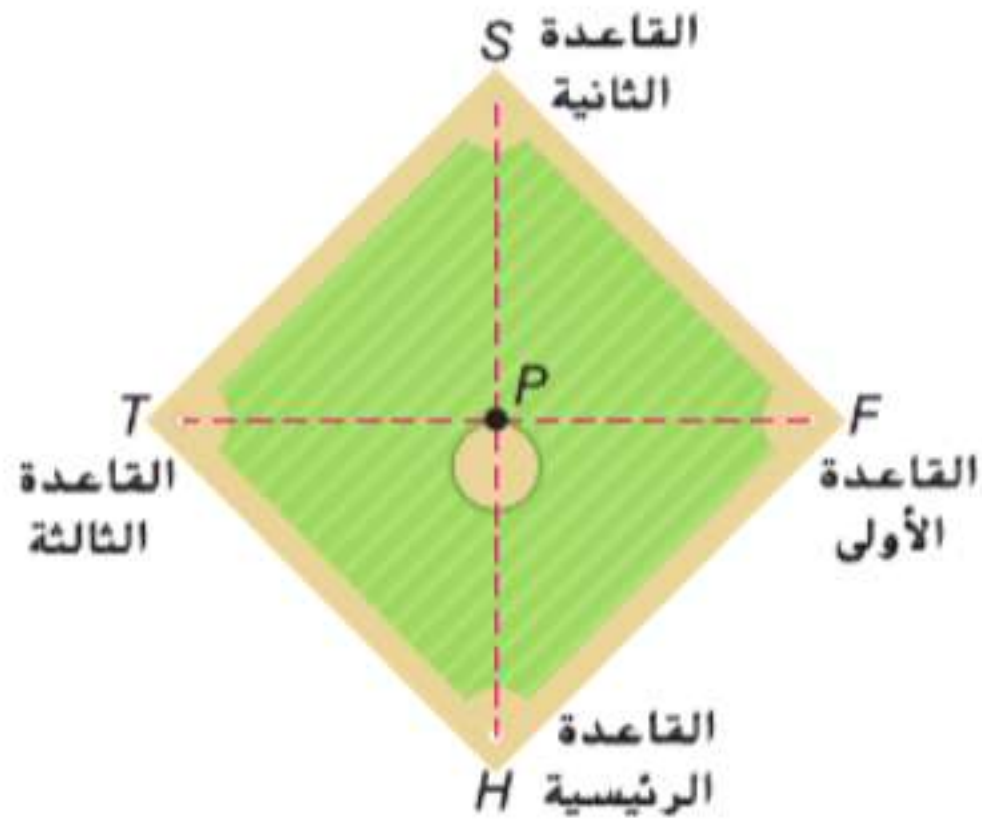
اشرح طريقتك.



14. منشآت أنشئ قطعة مستقيمة بضعف طول \overline{PQ} .
اشرح كيف يمكن استخدام مسلّمة جمع القطع المستقيمة لتبرير ما أنشأته.



15. البيسبول استخدم الرسم التخطيطي لملاعب البيسبول الموضح.



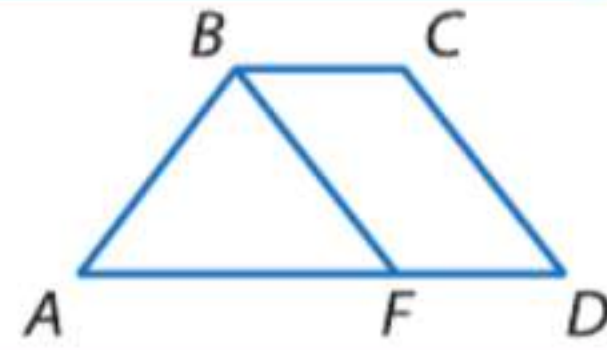
a. على الرسم التخطيطي، $\overline{P} \overline{SH} \cong \overline{T} \overline{F}$ نقطة منتصف \overline{SH} و $\overline{T} \overline{F}$. باستخدام برهان من عمودين، أثبت أن $\overline{SP} \cong \overline{TP}$.

b. تبلغ المسافة من القاعدة الرئيسية إلى القاعدة الثانية 38.8 مترًا. احسب المسافة من القاعدة الأولى إلى القاعدة الثانية؟

16. التمثيلات المتعددة A نقطة منتصف O، و B نقطة منتصف \overline{PA} و C نقطة منتصف \overline{PB} .

- a. هندسيًا أنشئ رسماً لتمثيل هذا الموقف.
b. جبريًا ضع تخمينًا للعلاقة الجبرية بين PQ و PC .
c. هندسيًا انسخ القطعة المستقيمة \overline{PQ} من رسمك. ثم أنشئ النقطتين B و C على \overline{PQ} . اشرح كيف يمكنك استخدام ما أنشأته لدعم تخمينك.
d. حسيًا استخدم مسطرة لرسم قطعة مستقيمة متطابقة مع \overline{PQ} من رسمك ولرسم النقطتين B و C على \overline{PQ} . استخدم رسمك لدعم تخمينك.
e. منطقيًا أثبت تخمينك.

مهارات التفكير العليا. مسائل استخدام مهارات التفكير العليا



17. النقد في الرسم التخطيطي، $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{BF}$.
افحص النتائج التي توصلت إليها كل من لمياء وسالي.
هل أي منهما صحيح؟

سالي
بما أن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{BF}$.
فإن $\overline{AB} \cong \overline{BF}$ بخاصية الانعكاس في التطابق.

لمياء
بما أن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{BF}$.
فإن $\overline{AB} \cong \overline{BF}$ بخاصية التعدي في التطابق.

18. تحفيز $ABCD$ عبارة عن مربع. أثبت أن $\overline{AC} \cong \overline{BD}$.
19. الكتابة في الرياضيات هل توجد خاصية جمع في التطابق؟ اشرح.
20. التبرير صتّف العبارات التالية إلى صواب أو خطأ. وإذا كانت خطأ، فاذكر مثالاً مضادًا.
إذا كانت النقاط A و B و C و D تقع على استقامة واحدة وكانت B بين A و C، و C بين B و D، و D بين C و E، وكانت $AC = BD = CE$ ، فإن $AB = BC = DE$.
21. مسألة غير محددة الإجابة ارسم تمثيلًا لمسألة جمع القطع المستقيمة تكون فيه القطعة المستقيمة بطول سنتيمترين، وتحتوي على أربع نقاط على استقامة واحدة، ولا تحتوي على قطع مستقيمة متطابقة.
22. الكتابة في الرياضيات قارن وقابل بين البراهين الحرة والبراهين ذات العمودين.

تدريب على الاختبارات المعيارية

24. الجبر ما التعبير الذي يكافئ $\frac{12x^{-4}}{4x^{-8}}$ ؟

F $\frac{1}{3x^4}$

H $8x^2$

G $3x^4$

J $\frac{x^4}{3}$

25. إجابة قصيرة النسبة بين قياسي زاويتين متتامتين هي 4:1. ما قياس الزاوية الأصغر؟

26. اختبار الكفاءة الدراسية/اختبار القبول

تستطيع هالة طباعة 40 كلمة في الدقيقة على لوحة المفاتيح. كم عدد الدقائق التي ستستغرقها هالة لطباعة 200 كلمة؟

A 0.5

D 10

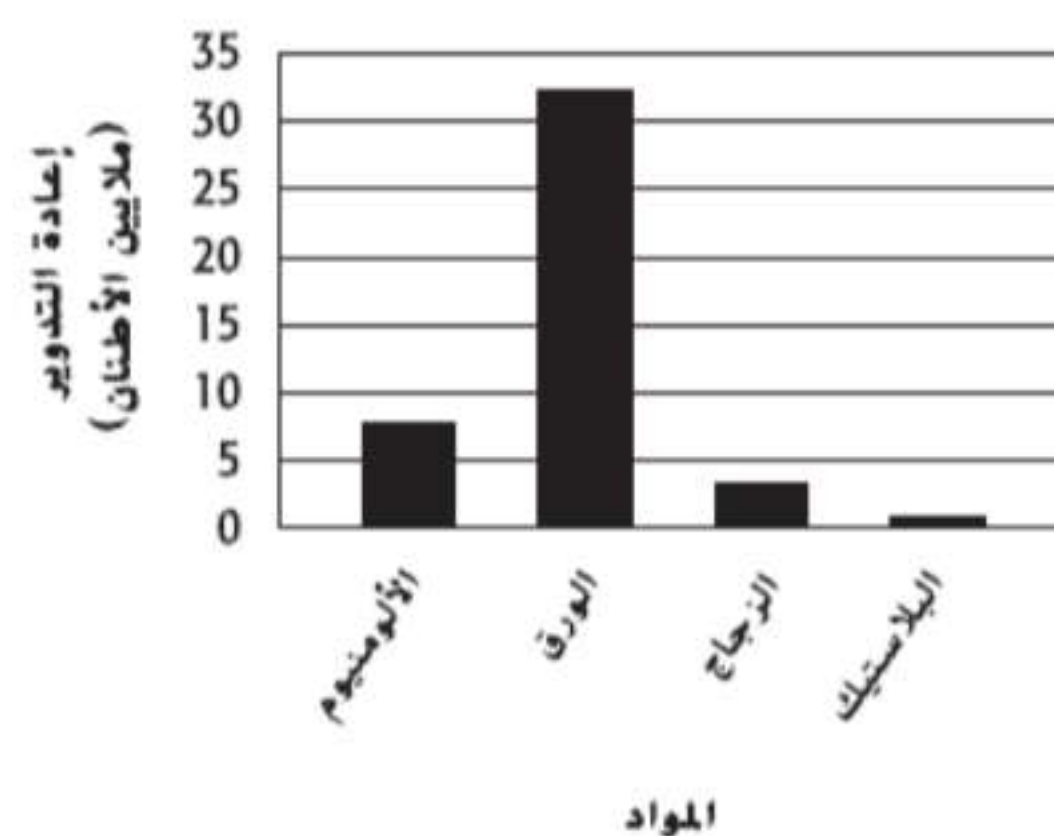
B 2

E 12

C 5

23. الجبر يوضح المخطط أدناه عملية إعادة التدوير السنوية حسب المواد في دولة ما. حوالي كم كيلوجرام من الألومنيوم تجري إعادة تدويره في كل عام؟

إعادة التدوير السنوية



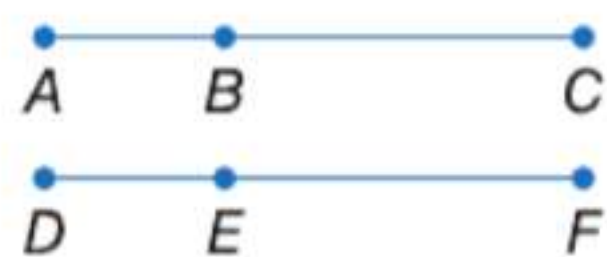
A 7.5

C 7,500,000

B 15,000

D 15,000,000,000

مراجعة شاملة



27. البرهان اكتب برهاناً من عمودين. (الدرس 2-12)

المعطيات: $AC = DF$

$AB = DE$

المطلوب إثباته: $BC = EF$

28. النماذج يستخدم برايان ستة مربعات من الورق المقوى لتشكيل منشور مستطيل. ما الشكل الهندسي الذي تمثله قطع الورق المقوى، وكم عدد المستقيمت التي ستتكون بتقاطعها؟

29. المصباح سقط مصباح مسافة 25 ft من مبنى ما. يمكن استخدام الصيغة $h = -16t^2 + 25$ لتقدير عدد الثواني التي سيستغرقها المصباح ليصطدم بالأرض.

a. ما المدة التي سيستغرقها المصباح ليصطدم بالأرض؟

b. إذا التقطه عند 4 ft، فما مدة سقوط المصباح؟

بسط.

30. $\sqrt{48}$

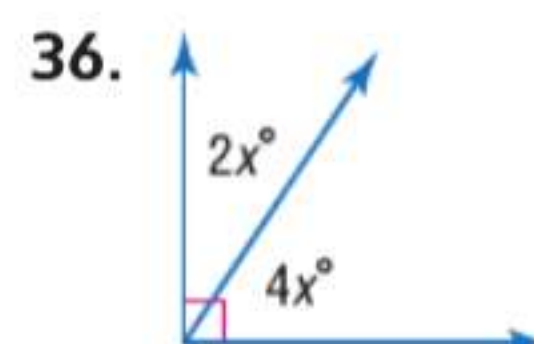
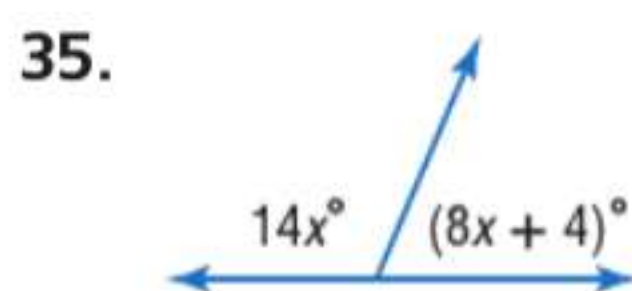
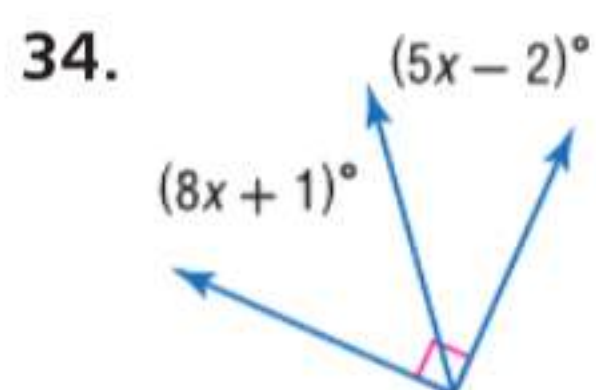
31. $\sqrt{162}$

32. $\sqrt{25a^6b^4}$

33. $\sqrt{45xy^8}$

مراجعة المهارات

الجبر جـ x .



إثبات العلاقات بين الزوايا

السابق:

الحالي:

لماذا؟

تعرفت على أزواج خاصة من الزوايا واستخدمتها.

1 كتابة براهين تتضمن زوايا متكاملة وزوايا متتامه.

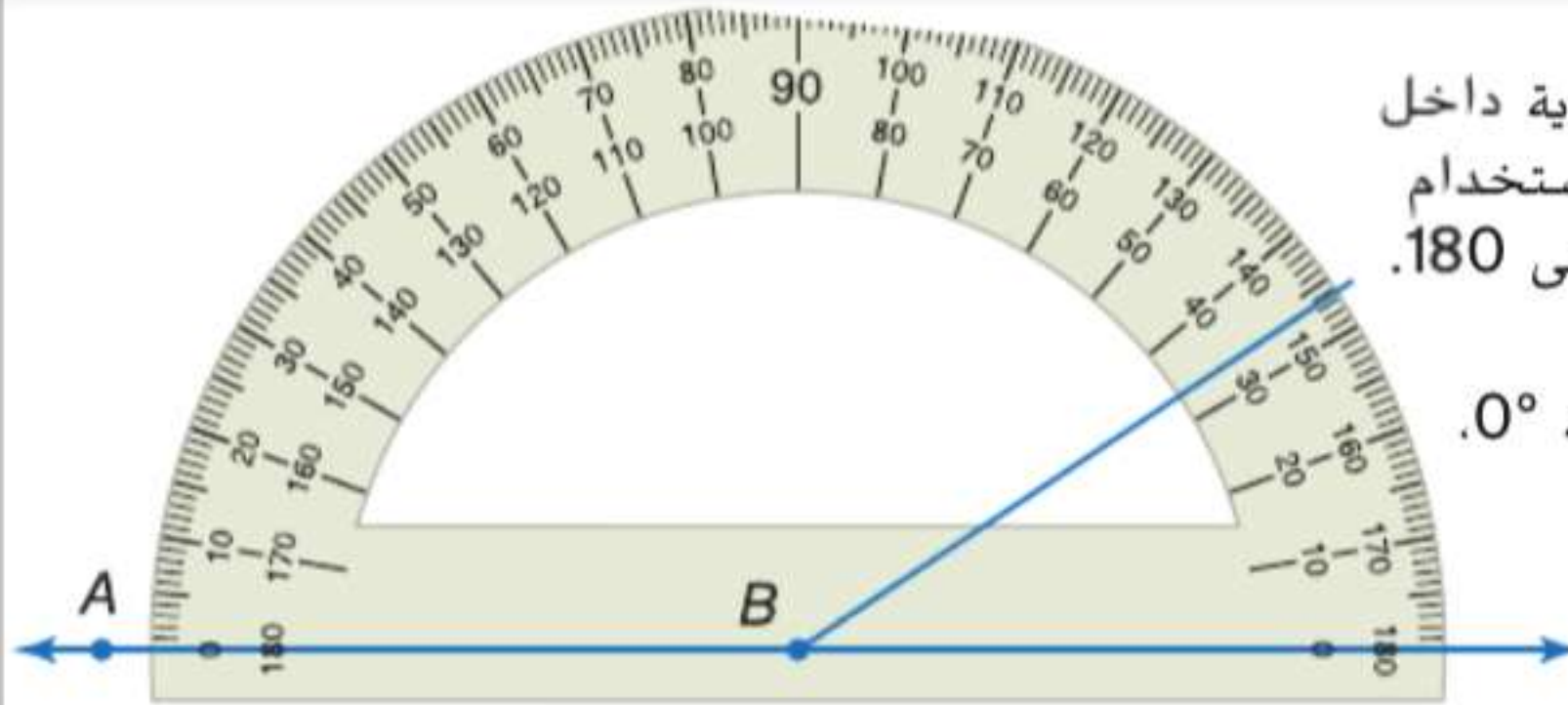
تبنى مدرسة جمال رصيفًا يحتوي على قراميد بها أسماء المتخرجين من كل فصل. وبما أن كل القراميد مستطيلة الشكل. ستكوّن الزوايا أزواجًا خطية عند وضع القراميد.

2 كتابة براهين تتضمن زوايا متطابقة وزوايا قائمة.

ممارسات في الرياضيات
3 بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.
6 مراعاة الدقة

1 الزوايا المتكاملة والمتتامه توضح مسلّمة المنقلة العلاقة بين قياسات الزوايا والأعداد الحقيقية.

المسلّمة 12.10 مسلّمة المنقلة

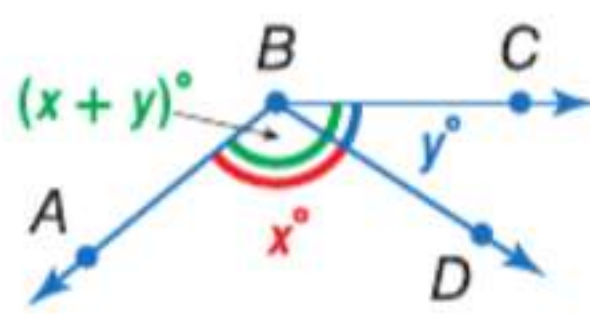


التعبير اللفظي يمكن وضع قياس أي زاوية داخل تطابق عنصر بعنصر باستخدام أعداد حقيقية من 0 حتى 180.

مثال إذا وضع \overrightarrow{BA} على المنقلة عند الزاوية 0° . فعندئذ سيقابل قياس الزاوية $\angle ABC$ عددًا حقيقيًا موجبًا.

تعلمت سابقًا مسلّمة جمع القطع المستقيمة. توجد علاقة مشابهة بين قياسات الزوايا.

المسلّمة 12.11 مسلّمة جمع الزوايا



تقع D داخل $\angle ABC$ فقط في حالة $m\angle ABD + m\angle DBC = m\angle ABC$

مثال 1 استخدام مسلّمة جمع الزوايا

جد $m\angle 1$ إذا كان $m\angle 2 = 56$ و $m\angle JKL = 145$.

$$m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle JKL$$

$$m\angle 1 + 56 = 145$$

$$m\angle 1 + 56 - 145 = 56 - 145$$

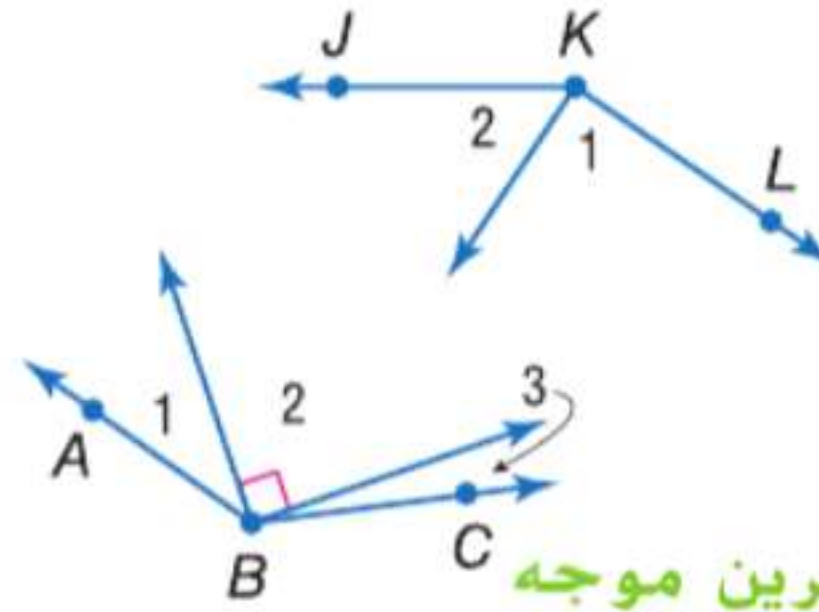
$$m\angle 1 = 89$$

مسلّمة جمع الزوايا

$$m\angle 2 = 56 \quad m\angle JKL = 145$$

خاصية الطرح في المعادلة

التعويض

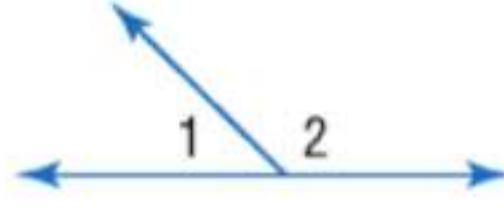


تمرين موجه

1. إذا كان $m\angle 1 = 23$ و $m\angle ABC = 131$. فجد قياس $\angle 3$. بّرر كل خطوة.

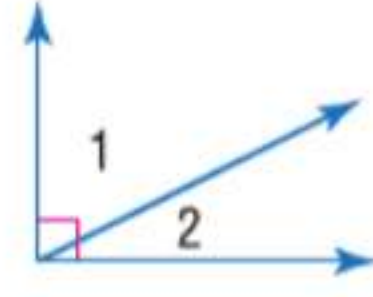
يمكن استخدام مسلّمة جمع الزوايا مع العلاقات الأخرى بين الزوايا لتوفر نظريات إضافية تتعلق بالزوايا.

النظريات



12.3 نظرية الزاويتين المتكاملتين إذا كوّنت زاويتان زوجا خطيًا، فإنهما زاويتان متكاملتان.

$$\text{مثال } m\angle 1 + m\angle 2 = 180$$



12.4 نظرية الزاويتين المتتامتين إذا شكل الضلعان غير المشتركين لزاويتين متجاورتين زاوية قائمة فإنّ الزاويتين تكونان متتامتين.

$$\text{مثال } m\angle 1 + m\angle 2 = 90$$

سوف تثبت النظريتين 12.3 و 12.4 من خلال التمرينين 16 و 17 على التوالي.

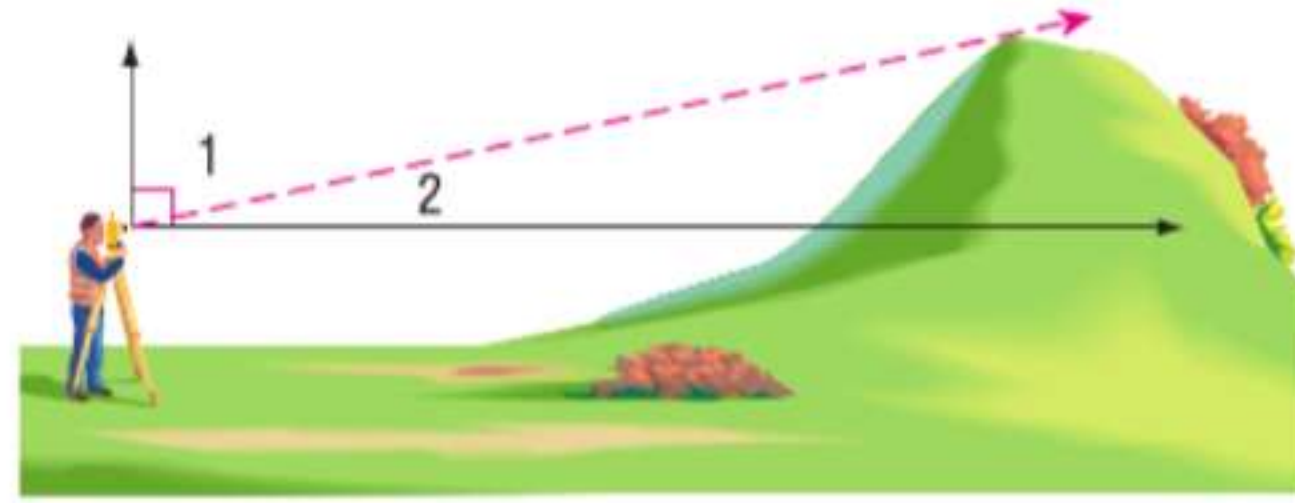
نصيحة دراسية

نظرية الزوج الخطي تعرف نظرية الزاويتين المتكاملتين أيضا باسم نظرية الزوج الخطي.

مثال من الحياة اليومية 2 استخدام الزوايا المتكاملة والمتامة

مسح الأراضي استخدم المساح مزواة لقياس الزاوية بين مستوى نظره وقمة التلة وكانت حوالي 73° . ما قياس الزاوية بين قمة التلة والمستوى الأفقي؟ برّر كل خطوة.

الفهم أنشئ رسما للموقف. يقيس المساح الزاوية بين خط نظره والمستوى الرأسي. ارسم شعاعا رأسيًا وآخر أفقيًا من النقطة التي يشاهد فيها المساح التلة. ثم سمّ الزوايا الناتجة. نعرف أن الشعاعين الرأسي والأفقي يكونان زاوية قائمة.



التخطيط بما أن $\angle 1$ و $\angle 2$ يكونان زاوية قائمة، فيمكنك استخدام نظرية الزاويتين المتتامتين.

$$\text{الحل } m\angle 1 + m\angle 2 = 90$$

نظرية الزاويتين المتتامتين

$$73 + m\angle 2 = 90$$

$$m\angle 1 = 73$$

$$73 + m\angle 2 - 73 = 90 - 73$$

خاصية الطرح في المعادلة

$$m\angle 2 = 17$$

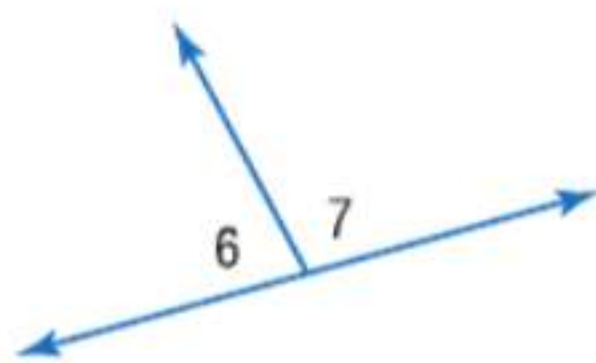
التعويض

تكوّن قمة التل زاوية 17° مع المستوى الأفقي.

التحقق بما أننا نعرف أن مجموع الزوايا يجب أن يساوي 90، فيمكنك أن تحقق من حساباتك. إنّ مجموع 17 و 73 يساوي 90. ✓

تمرين موجه

2. تكوّن الزاويتان $\angle 6$ و $\angle 7$ زوجا خطيًا. إذا كان $m\angle 6 = 3x + 32$ و $m\angle 7 = 5x + 12$. فجد x و $m\angle 6$ و $m\angle 7$. برّر كل خطوة.



مراجعة المفردات

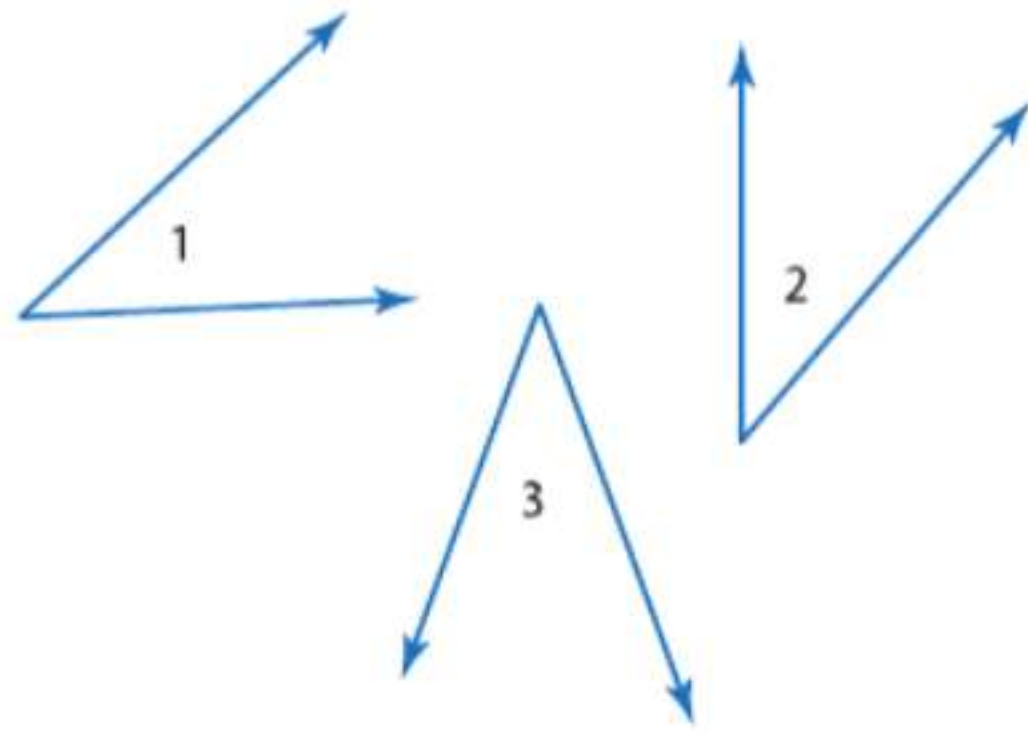
الزاويتان المتكاملتان هما زاويتان مجموع قياساتهما يساوي 180

الزاويتان المتتامتان هما زاويتان مجموع قياساتهما يساوي 90

الزوج الخطي عبارة عن زوج من الزوايا المتجاورة بحيث يكون ضلعاهما غير المشتركين شعاعين متقابلين

2 الزوايا المتطابقة إن خواص الجبر التي تنطبق على تطابق القطع المستقيمة وتساوي قياساتها تنطبق أيضا على تطابق الزوايا وتساوي قياساتها.

النظرية 12.5 خواص تطابق الزاوية



خاصية الانعكاس في التطابق

$$\angle 1 \cong \angle 1$$

خاصية التماثل في التطابق

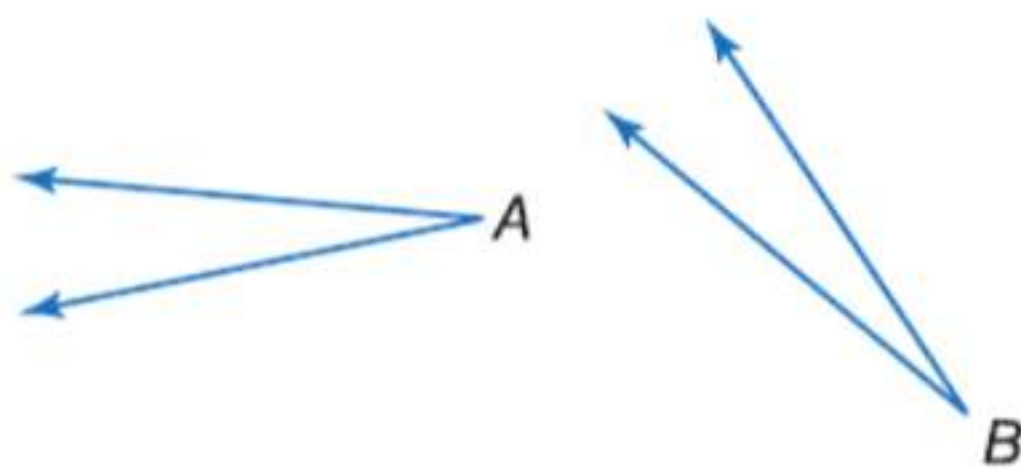
إذا كان $\angle 1 \cong \angle 2$ ، فإن $\angle 2 \cong \angle 1$.

خاصية التعدي في التطابق

إذا كان $\angle 1 \cong \angle 2$ و $\angle 2 \cong \angle 3$ ، فإن $\angle 1 \cong \angle 3$.

سوف تثبت خواص الانعكاس والتعدي في التطابق من خلال التمرينين 18 و 19 على التوالي.

البرهان خاصية التماثل في التطابق



المعطيات: $\angle A \cong \angle B$

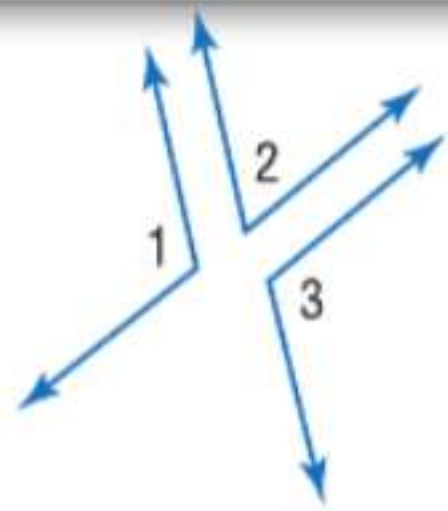
المطلوب إثباته: $\angle B \cong \angle A$

البرهان الحر:

بفرض أن $\angle A \cong \angle B$. وبتعريف الزوايا المتطابقة، فإن $m\angle A = m\angle B$. وباستخدام خاصية التماثل في المعادلة، فإن $m\angle B = m\angle A$. إذًا، فإن $\angle B \cong \angle A$ وفقًا لتعريف الزوايا المتطابقة.

يمكن تطبيق الخواص الجبرية لإثبات النظريات الخاصة بعلاقات التطابق التي تشمل على الزوايا المتكاملة والمتماثلة.

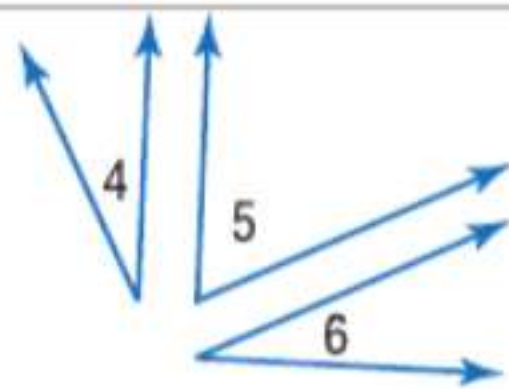
النظريات



12.6 نظرية تطابق الزوايا المتكاملة الزاويتان المكملتان للزاوية نفسها أو لزاويتين متطابقتين تكونان متطابقتين.

الاختصار إن \angle المكمل للزاوية \angle نفسها أو \angle تكون \cong .

مثال إذا كان $m\angle 1 + m\angle 2 = 180$ و $m\angle 2 + m\angle 3 = 180$ ، فإن $\angle 1 \cong \angle 3$.



12.7 نظرية تطابق الزوايا المتماثلة الزاويتان المتتامتان للزاوية نفسها أو لزاويتين متطابقتين تكونان متطابقتين.

الاختصار إن \angle المتممة للزاوية \angle نفسها أو \angle تكون \cong .

مثال إذا كان $m\angle 4 + m\angle 5 = 90$ و $m\angle 5 + m\angle 6 = 90$ ، فإن $\angle 4 \cong \angle 6$.

سوف تثبت إحدى حالات النظرية 12.6 في التمرين 6.

قراءة في الرياضيات
اختصارات ورموز
الرمز \angle يعني الزوايا.

البرهان إحدى حالات نظرية تطابق الزوايا المتكاملة



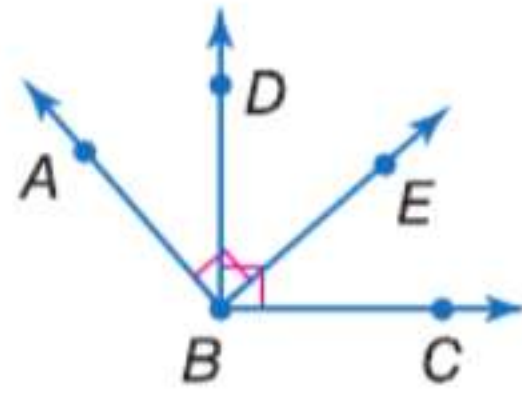
المعطيات: الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان.
الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ متكاملتان.
المطلوب إثباته: $\angle 1 \cong \angle 3$
البرهان:

المبررات	العبارات
1. المعطيات	1. الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان.
2. تعريف الزوايا المتكاملة	الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ متكاملتان.
3. التعويض	2. $m\angle 1 + m\angle 2 = 180$; $m\angle 2 + m\angle 3 = 180$
4. خاصية الانعكاس	3. $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 2 + m\angle 3$
5. خاصية الطرح	4. $m\angle 1 = m\angle 3$
6. تعريف الزوايا المتطابقة	5. $\angle 1 \cong \angle 3$

مثال 3 براهين باستخدام نظرية تطابق الزوايا المتتامة أو نظرية تطابق الزوايا المتكاملة

أثبت أن الزاويتين المتقابلتين بالرأس 2 و 4 في الصورة في جهة اليمين متطابقتان.
المعطيات: الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 4$ متقابلتان بالرأس.
المطلوب إثباته: $\angle 2 \cong \angle 4$
البرهان:

المبررات	العبارات
1. المعطيات	1. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 4$ متقابلتان بالرأس.
2. تعريف الزوايا المتقابلة بالرأس	2. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 4$ غير متجاورتين تكونتا بواسطة مستقيمتين متقاطعة.
3. تعريف الزاوية المستقيمة	3. تكون الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ زاوية مستقيمة.
4. نظرية الزاويتين المتكاملتين	تكون الزاويتان $\angle 3$ و $\angle 4$ زاوية مستقيمة.
5. إن \angle المكمل للزاوية \angle نفسها أو \angle تكون \cong .	4. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ متكاملتان. الزاويتان $\angle 3$ و $\angle 4$ متكاملتان.
	5. $\angle 2 \cong \angle 4$

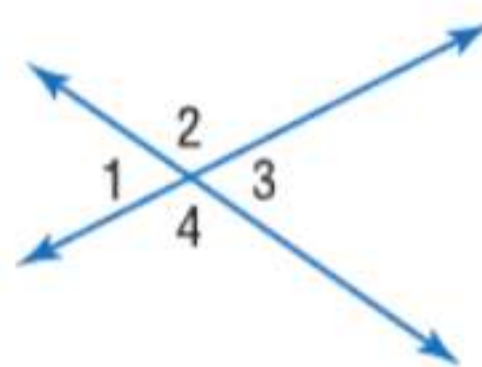


تمرين موجه

3. في الشكل، الزاويتان $\angle ABE$ و $\angle DBC$ قائمتان.
أثبت أن الزاوية $\angle ABD \cong \angle EBC$.

لاحظ أنه في المثال 3، الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 3$ متقابلتان بالرأس. تدعم الخلاصة الواردة في المثال نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس.

النظرية 12.8 نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس



إذا كانت الزاويتان متقابلتين بالرأس، فهما متطابقتان.

الاختصار الزوايا المتقابلة بالرأس \angle تكون \cong .

مثال $\angle 1 \cong \angle 3$ و $\angle 2 \cong \angle 4$

الربط بالحياة اليومية

يستخدم مبنى جون هانكوك المتكوّن من 100 طابق دعائم على شكل حرف X في تصميمه. وتصل هذه الأقطار بالأعمدة الخارجية، مما يجعل انتقال قوى الرياح الشديدة إلى الأعمدة الخارجية بعيدًا عن الدعائم وعودتها ممكنًا.

المصدر: PBS

مراجعة المفردات

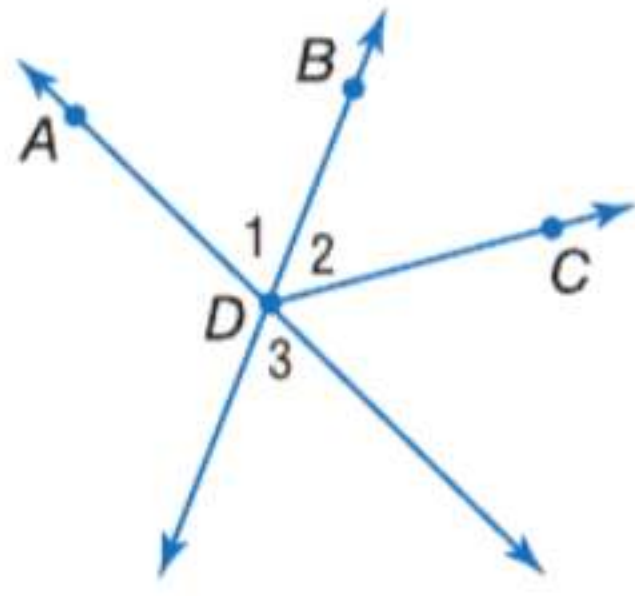
الزاويتان المتقابلتان

بالرأس زاويتان غير

متجاورتين تكونتا بواسطة

مستقيمتين متقاطعة

مثال 4 استخدام الزوايا المتقابلة بالرأس



أثبت أنه إذا كان \overrightarrow{DB} ينصف الزاوية $\angle ADC$ ، فإن $\angle 2 \cong \angle 3$.

المعطيات: ينصف \overrightarrow{DB} الزاوية $\angle ADC$.

المطلوب إثباته: $\angle 2 \cong \angle 3$

البرهان:

المبررات	العبارات
1. المعطيات	1. ينصف \overrightarrow{DB} الزاوية $\angle ADC$.
2. تعريف منصف الزوايا	2. $\angle 1 \cong \angle 2$
3. تعريف الزوايا المتقابلة بالرأس	3. الزاويتان $\angle 3$ و $\angle 1$ متقابلتان بالرأس.
4. الزوايا المتقابلة بالرأس تكون \cong .	4. $\angle 3 \cong \angle 1$
5. خاصية التعدي في التطابق	5. $\angle 3 \cong \angle 2$
6. خاصية التماثل في التطابق	6. $\angle 2 \cong \angle 3$

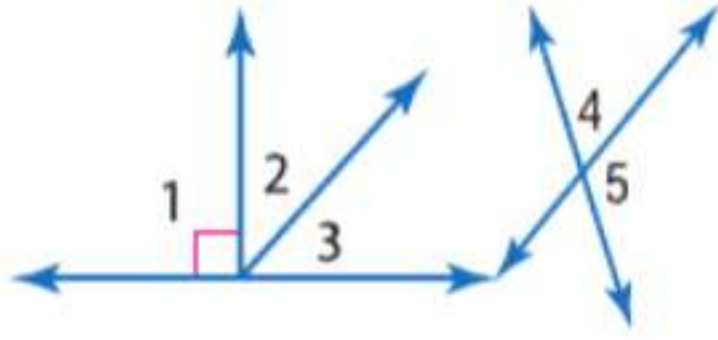
تمرين موجه

4. إذا كانت الزاويتان $\angle 3$ و $\angle 4$ متقابلتين بالرأس، $m\angle 3 = 6x + 2$ و $m\angle 4 = 8x - 14$. فجد $m\angle 3$ و $m\angle 4$. بّر كل خطوة.

يمكن استخدام النظريات الواردة في هذا الدرس لإثبات نظريات الزاوية القائمة التالية.

النظريات	نظريات الزاوية القائمة
مثال	مثال
	<p>12.9 يتقاطع المستقيمان المتعامدان ليكونا أربع زوايا قائمة. مثال إذا كان $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{DB}$ فإن $\angle 1$ و $\angle 2$ و $\angle 3$ و $\angle 4$ قائمة.</p>
	<p>12.10 كل الزوايا القائمة متطابقة. مثال إذا كانت $\angle 1$ و $\angle 2$ و $\angle 3$ و $\angle 4$ قائمة، فإن $\angle 1 \cong \angle 2 \cong \angle 3 \cong \angle 4$.</p>
	<p>12.11 المستقيمان المتعامدان يكونان زوايا متجاورة متطابقة. مثال إذا كان $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{DB}$ فإن $\angle 1 \cong \angle 2$ و $\angle 3 \cong \angle 4$ و $\angle 1 \cong \angle 3$ و $\angle 2 \cong \angle 4$.</p>
	<p>12.12 إذا كانت الزاويتان متكاملتين ومتطابقتين، فإنهما قائمتان. مثال إذا كانت $\angle 5 \cong \angle 6$ و $\angle 5$ و $\angle 6$ مكملتان للزاوية $\angle 6$، فإن $\angle 5$ و $\angle 6$ قائمتان.</p>
	<p>12.13 إذا كوّنت زاويتان متطابقتان زاوية مستقيمة، فإنهما قائمتان. مثال إذا كوّنت $\angle 7$ و $\angle 8$ زاوية مستقيمة، فإن $\angle 7$ و $\angle 8$ قائمتان.</p>

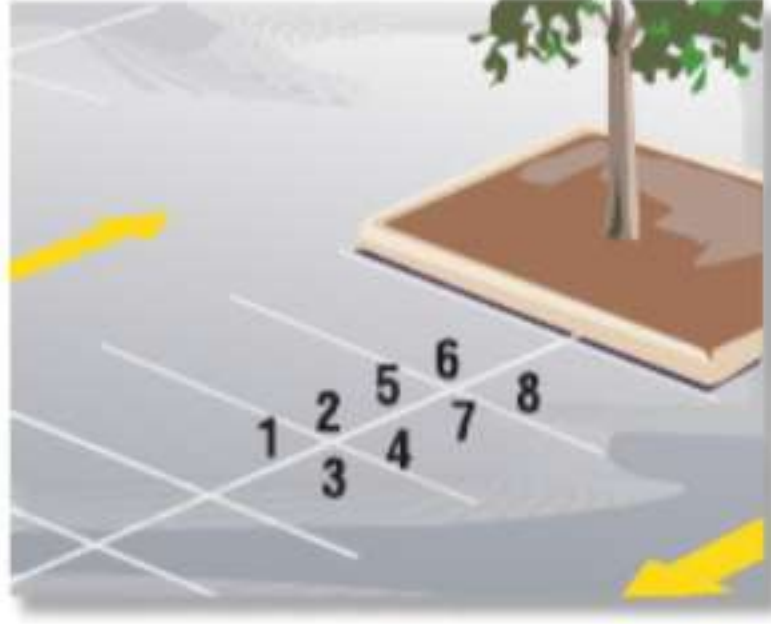
سوف تثبت النظريات من 12.9 إلى 12.13 في التمارين من 22 إلى 26.



جد قياس كل زاوية مرقمة، واذكر النظريات التي تبرر عملك.

مثال 1

1. $m\angle 2 = 26$
 2. $m\angle 2 = x, m\angle 3 = x - 16$
 3. $m\angle 4 = 2x, m\angle 5 = x + 9$
 4. $m\angle 4 = 3(x - 1), m\angle 5 = x + 7$

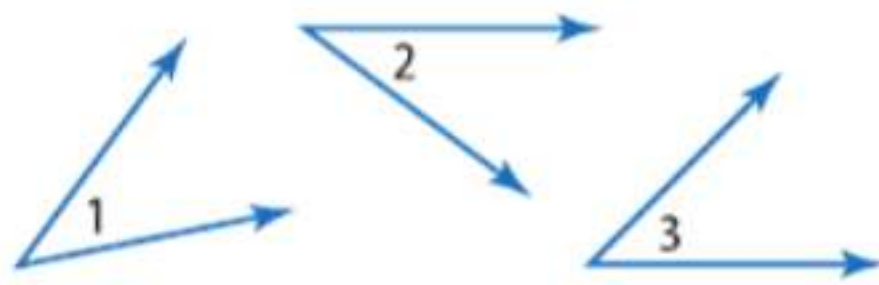


5. ركن السيارات راجع الرسم التخطيطي لساحة السيارات الموجود في جهة اليسار. إذا علمت أن $\angle 2 \cong \angle 6$ ، فأثبت أن $\angle 4 \cong \angle 8$.

مثال 2

6. البرهان انسخ برهان حالة واحدة من النظرية 12.6 وأكملها.

مثال 3

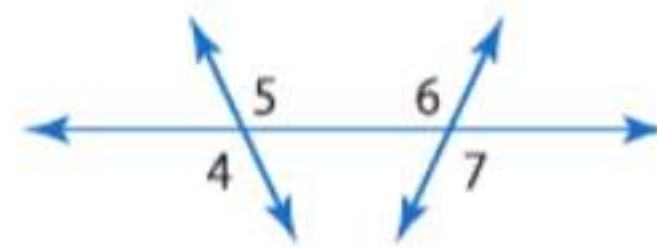


المعطيات: الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 3$ متتامتان.
 الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ متتامتان.

المطلوب إثباته: $\angle 1 \cong \angle 2$

البرهان:

المبررات	العبارات
a. _____ ؟	a. الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 3$ متتامتان. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ متتامتان.
b. المتتامتان _____ ؟	b. $m\angle 1 + m\angle 3 = 90$; $m\angle 2 + m\angle 3 = 90$
c. _____ ؟	c. $m\angle 1 + m\angle 3 = m\angle 2 + m\angle 3$
d. خاصية الانعكاس	d. _____ ؟
e. _____ ؟	e. $m\angle 1 = m\angle 2$
f. _____ ؟	f. $\angle 1 \cong \angle 2$



7. فرضيات اكتب برهاناً من عمودين.

مثال 4

المعطيات: $\angle 4 \cong \angle 7$

المطلوب إثباته: $\angle 5 \cong \angle 6$

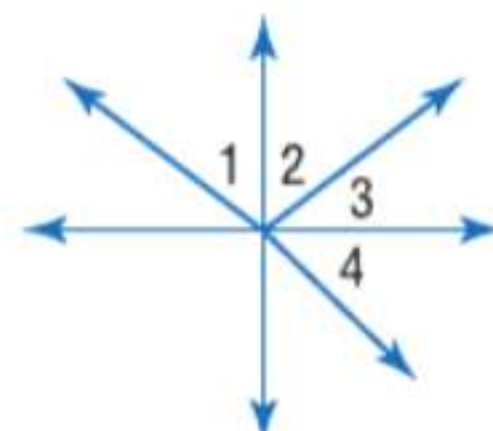
التمرين وحل المسائل

الأمثلة 1-3
 جد قياس كل زاوية مرقمة، واذكر النظريات المستخدمة التي تبرر عملك.

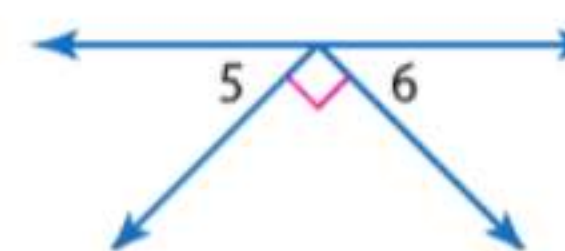
10. الزوايا $\angle 2$ و $\angle 4$ و $\angle 4$ و $\angle 5$ متكاملة.
 $m\angle 4 = 105$



9. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ متتامتان.
 $\angle 1 \cong \angle 4$
 و $m\angle 2 = 28$

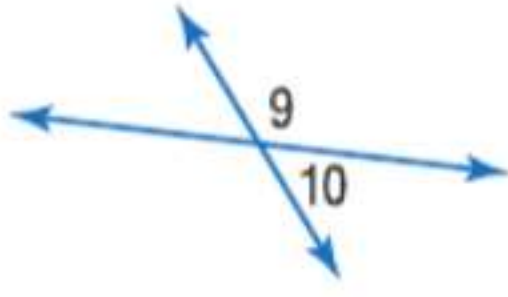


8. $m\angle 5 = m\angle 6$

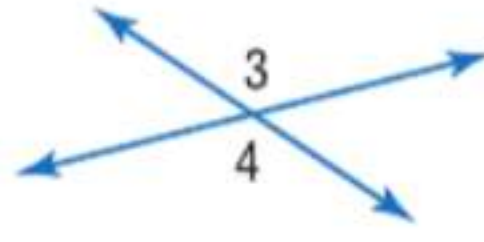


جد قياس كل زاوية مرقمة، واذكر النظريات المستخدمة التي تبرر عملك.

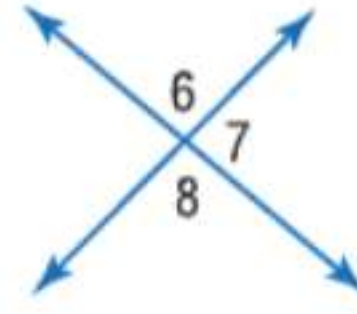
11. $m\angle 9 = 3x + 12$
 $m\angle 10 = x - 24$



12. $m\angle 3 = 2x + 23$
 $m\angle 4 = 5x - 112$



13. $m\angle 6 = 2x - 21$
 $m\angle 7 = 3x - 34$

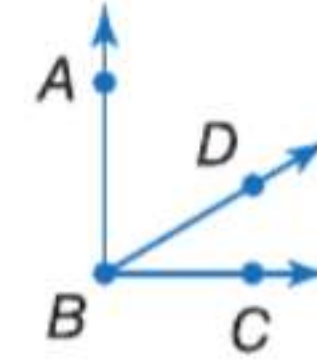


مثال 4

البرهان اكتب برهاناً من عمودين.

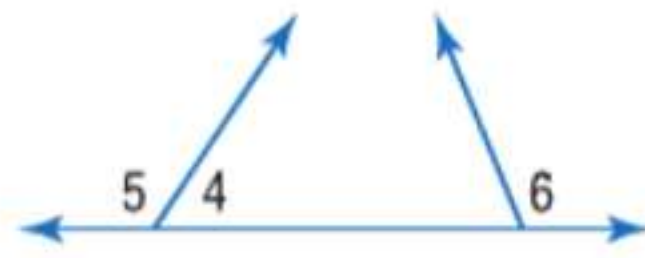
14. المعطيات: $\angle ABC$ زاوية قائمة.

المطلوب إثباته: الزاويتان $\angle ABD$ و $\angle CBD$ متتامتان.



15. المعطيات: $\angle 5 \cong \angle 6$

أثبت أن: الزاويتان $\angle 4$ و $\angle 6$ متكاملتان.



اكتب برهاناً لكل نظرية.

16. نظرية الزاويتين المتكاملتين

17. نظرية الزاويتين المتتامتين

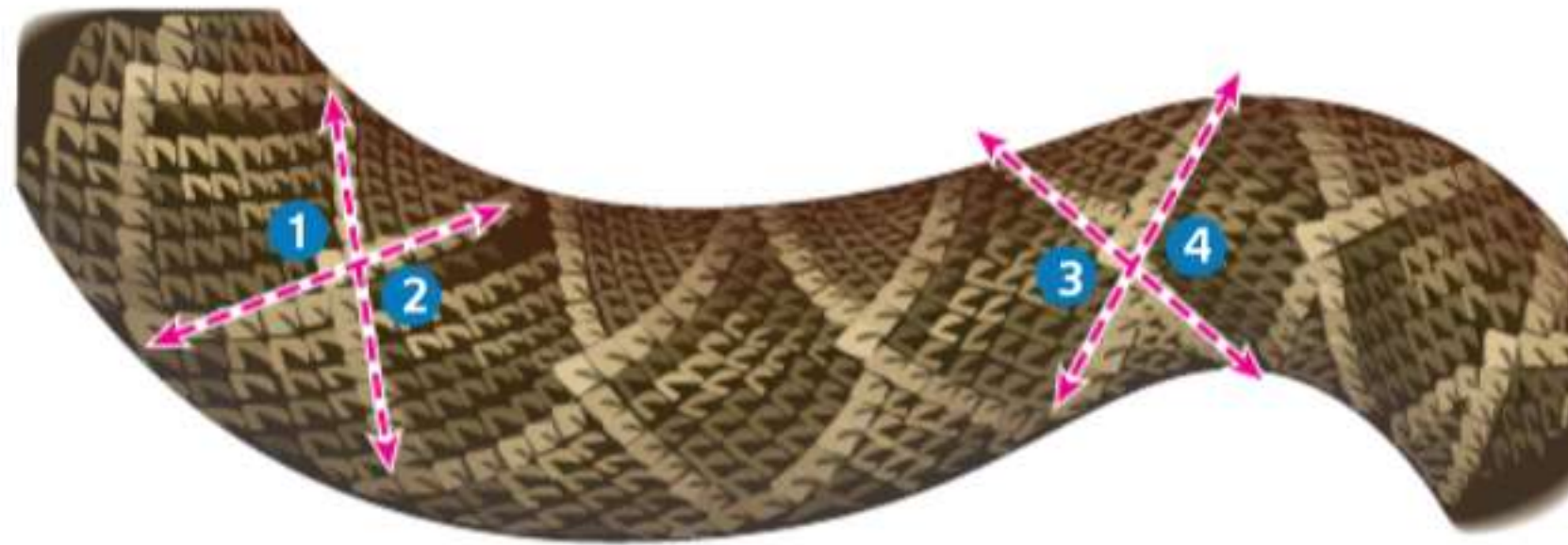
18. خاصية الانعكاس في تطابق الزوايا

19. خاصية التعدي في تطابق الزوايا

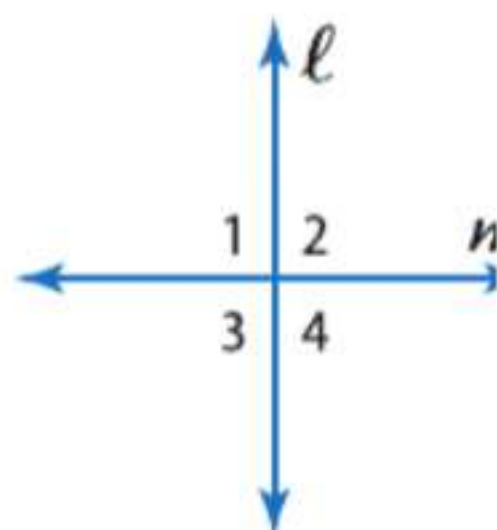
20. الأعلام انظر إلى العلم الموجود على اليسار. أثبت أن مجموع قياسات الزوايا الأربعة يساوي 360.



21. فرضيات الأفعى المجلجلة ذات الظهر ماسي الشكل أفعى سامة تتميز بنمط ماسي الشكل على ظهرها. يوجد تكبير لجزء من جلدها موضحاً أدناه. إذا كانت $\angle 1 \cong \angle 4$ ، فأثبت أن $\angle 2 \cong \angle 3$.



البرهان استخدم الشكل لكتابة برهان كل نظرية.



22. النظرية 12.9

23. النظرية 12.10

24. النظرية 12.11

25. النظرية 12.12

26. النظرية 12.13



27. **فرضيات** لتحديد إيقاع معين، تم تعديل وزن بندول الساعة بحيث يتأرجح بمعدل معين. افترض أن زاوية $\angle ABC$ الواردة في الصورة قائمة. وإذا كان $m\angle 1 = 45$ ، فاكتب برهانًا حرًا لإثبات أن \overrightarrow{BR} ينصف $\angle ABC$.

28. **البرهان** اكتب برهانًا للنظرية 12.8.



29. **الجغرافيا** تشترك يوتا وكولورادو وأريزونا ونيومكسيكو في نقطة مشتركة على حدودها تسمى الزوايا الأربع. هذا هو المكان الوحيد الذي تلتقي فيه أربع ولايات في نقطة واحدة. إذا كانت $\angle 2$ زاوية قائمة، فأثبت أن المستقيمين l و m متعامدان.

30. **التمثيلات المتعددة** ستستكشف في هذه المسألة العلاقات بين الزوايا.

- هندسيًا ارسم الزاوية القائمة ABC . ضع النقطة D داخل هذه الزاوية، وارسم \overrightarrow{BD} ثم ارسم \overrightarrow{KL} وأنشئ $\angle JKL$ مطابقة للزاوية $\angle ABD$.
- لفظيًا ضع تخمينًا للعلاقة بين $\angle DBC$ و $\angle JKL$.
- منطقيًا أثبت تخمينك.

مهارات التفكير العليا. مسائل استخدام مهارات التفكير العليا

31. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم الزاوية WXZ حيث يكون $m\angle WXZ = 45$. ثم أنشئ $\angle YXZ$ مطابقة لـ $\angle WXZ$. ضع تخمينًا حول قياس $\angle WXY$. أثبت تخمينك.

32. **الكتابة في الرياضيات** اكتب الخطوات التي ستستخدمها لإكمال البرهان أدناه.



المعطيات: $AB = \frac{1}{2}BD$, $\overline{BC} \cong \overline{CD}$

المطلوب إثباته: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

33. **تحفيز** تم إثبات حالة واحدة من حالات نظرية تطابق الزوايا المتكاملة في هذا الدرس. وقد أثبت في التمرين 6 الحالة نفسها لنظرية تطابق الزوايا المتتامة. اشرح سبب وجود حالة أخرى لكل نظرية من هاتين النظريتين. ثم اكتب برهانًا للحالة الثانية من كل نظرية.

34. **التبرير** حدّد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة أحيانًا أم دائمًا أم لا تصح أبدًا. اشرح تبريرك.

إذا كانت إحدى الزوايا المتكونة من خلال مستقيمين متقاطعين حادة، فإن الزوايا الثلاثة الأخرى المتكونة تكون حادة أيضًا.

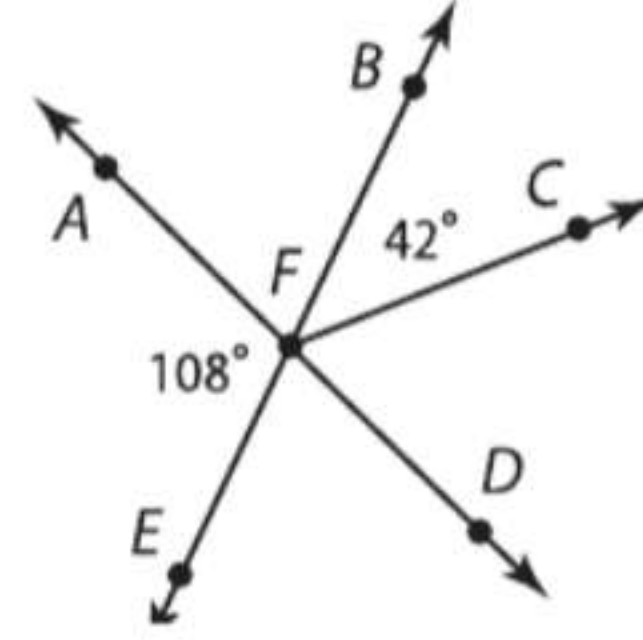
35. **الكتابة في الرياضيات** اشرح كيف يمكنك استخدام المنقلة لإيجاد قياس الزاوية المكمل لزاوية أخرى بطريقة سريعة.

تدريب على الاختبار المعياري

36. إجابة شبكية ما منوال هذه مجموعة البيانات هذه؟

4, 1, 0, 4, 1, 2, -3, 4

37. جد قياس $\angle CFD$.



- A 66° C 108°
B 72° D 138°

38. الجبر بسط.

$$4(3x - 2)(2x + 4) + 3x^2 + 5x - 6$$

- F $9x^2 + 3x - 14$
G $9x^2 + 13x - 14$
H $27x^2 + 37x - 38$
J $27x^2 + 27x - 26$

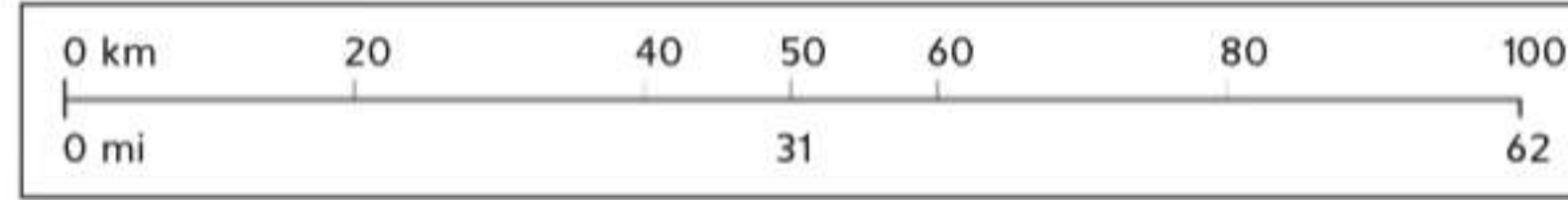
39. اختبار الكفاءة الدراسية / اختبار القبول

يقع منزل وفاء عند (3, 0) بينما يقع مجمع تجاري عند النقطة (0, 4). وذلك على شبكة إحداثيات تمثل كل وحدة فيها كيلومترًا واحدًا. فما المسافة بين منزل وفاء والمجمع التجاري؟

- A 3 km D 13 km
B 5 km E 25 km
C 12 km

مراجعة شاملة

40. الخرائط يوجد في الخريطة مقياسا يوضح الكيلومترات بالأعلى والأميال بالأسفل.



افترض أن \overline{AB} و \overline{CD} قطعتان مستقيمتان. إذا كان $AB = 100$ كيلومتر و $CD = 62$ كيلو متر، فهل $\overline{AB} \cong \overline{CD}$? اشرح. (الدرس 12-3)

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة. (الدرس 12-4)

41. إذا كان $y + 7 = 5$ ، فإن $y = -2$.

43. إذا كان $a - b = x$ و $b = 3$ ، فإن $a - 3 = x$.

مثل كل دالة بيانياً. حدّد المجال والمدى.

42. إذا كان $MN = PQ$ ، فإن $PQ = MN$.

44. إذا كان $x(y + z) = 4$ ، فإن $xy + xz = 4$.

45. $f(x) = 3(4)^x$

46. $f(x) = 2^{3x} - 3$

47. $2^{x-1} = 8^{x+3}$

48. $5^{2x+12} = 25^{10x-12}$

حل كل من المعادلات التالية.

مراجعة المهارات

ارجع إلى الشكل.

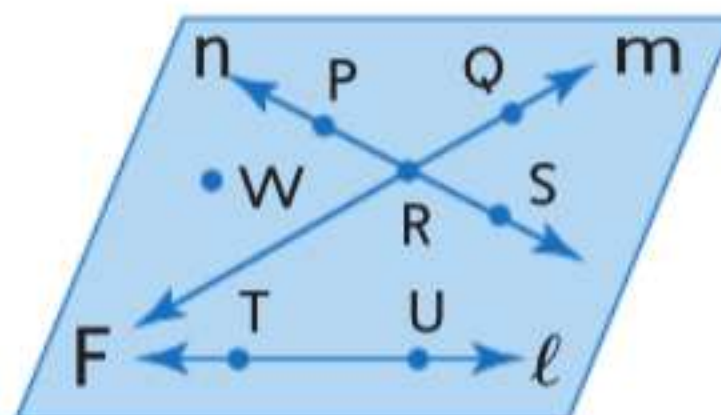
49. سمّ مستقيماً يحتوي على النقطة P .

50. سمّ تقاطع المستقيمين n و m .

51. سمّ نقطة لا تقع على أي من المستقيمتين l أو m أو n .

52. ما الاسم الآخر للمستقيم n ؟

53. هل يتقاطع المستقيم l مع المستقيم m أو المستقيم n ؟ اشرح.



دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

البرهان (الدروس من 1-12 إلى 4-12)

- الخطوة 1 اذكر المعلومات المعطاة وصمم رسماً تخطيطياً إذا أمكن.
- الخطوة 2 حدّد المطلوب إثباته.
- الخطوة 3 أنشئ فرضية استدلالية.
- الخطوة 4 برّر كل عبارة بسبب.
- الخطوة 5 اذكر ما أثبتته.

المفردات الأساسية

برهان جبري	برهان حر
قاعدة بديهية	مسألة
فرضية استدلالية	برهان
برهان شكلي	نظرية
برهان غير شكلي	برهان من عمودين

مراجعة المفردات

حدد ما إذا كانت كل جملة مما يلي صحيحة أم خاطئة .
وإذا كانت خاطئة، فاستبدل المصطلح الذي تحته خط
بحيث تصبح الجملة صحيحة.

1. المسألة هي عبارة تحتاج إلى برهان.
2. النظرية هي عبارة صحتها مقبولة بدون برهان.
3. تسمى الخواص التي تبرر كل خطوة في البرهان ذي العمودين التبريرات.
4. يتضمن البرهان غير الشكلي كتابة فقرة تشرح سبب صحة تخمين ما.

المطويات **منظم** الدراسة

تأكد من تدوين المفاهيم الأساسية
في مطويتك.



دليل الدراسة والمراجعة يتبع

12-1 المسلمات والبراهين الحرة

مثال 1

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة دائماً، أم أحياناً، أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح.

a. إذا وقعت النقاط X و Y و Z في المستوى R ، فإن هذه النقاط لا تقع على استقامة واحدة.

أحياناً؛ حقيقة أن النقاط X و Y و Z تقع في المستوى R لا تتضمن ما إذا كانت هذه النقاط تقع على استقامة واحدة أم لا.

b. يمر مستقيم واحد فقط بالنقطتين A و B .

دائماً؛ حسب المسألة 12-1، يوجد مستقيم واحد فقط يمر بنقطتين.

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة دائماً، أم أحياناً، أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح.

5. يتقاطع المستويان في نقطة واحدة.

6. تقع ثلاث نقاط في أكثر من مستوى واحد.

7. إذا كان المستقيم m يقع في المستوى X ويمر المستقيم m بالنقطة Q . فإن النقطة Q تقع في المستوى X .

8. إذا كانت الزاويتان متتامتين، فإنهما تشكلان زاوية قائمة.

9. التواصل جرى تقديم ستة أشخاص في مؤتمر عمل. فإذا صافح كل شخص بقية الأشخاص، فما عدد المصافحات التي تبادلها هؤلاء الأشخاص؟ ضمن نموذجاً يدعم تبريرك.

12-2 البرهان الجبري

مثال 2

اكتب برهاناً من عمودين.

$$\frac{5x-3}{6} = 2x + 1 \text{ المعطيات:}$$

$$x = -\frac{9}{7} \text{ المطلوب إثباته:}$$

البرهان:

المبررات	العبارات
1. المعطيات	1. $\frac{5x-3}{6} = 2x + 1$
2. خاصية الضرب في المعادلة	2. $5x - 3 = 6(2x + 1)$
3. خاصية التوزيع في المعادلة	3. $5x - 3 = 12x + 6$
4. خاصية الطرح في المعادلة	4. $-3 = 7x + 6$
5. خاصية الطرح في المعادلة	5. $-9 = 7x$
6. خاصية القسمة في المعادلة	6. $-\frac{9}{7} = x$
7. خاصية التماثل في المعادلة	7. $x = -\frac{9}{7}$

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة.

10. إذا كان $7(x - 3) = 35$ فإن $7(x - 3) = 35$.

11. إذا كان $2x + 19 = 27$ فإن $2x = 8$.

12. $5(3x + 1) = 15x + 5$

13. $7x - 2 = 7x - 2$

14. إذا كان $12 = 2x + 8$ و $2x + 8 = 3y$ فإن $3y = 12$.

15. انسخ البرهان التالي وأكمله.

المعطيات: $6(x - 4) = 42$

المطلوب إثباته: $x = 11$

المبررات	العبارات
a. ؟	a. $6(x - 4) = 42$
b. ؟	b. $6x - 24 = 42$
c. ؟	c. $6x = 66$
d. ؟	d. $x = 11$

16. اكتب برهاناً من عمودين لإثبات أنه إذا كان $PQ = RS$ و $PQ = 5x + 9$ و $RS = x - 31$ فإن $x = -10$.

17. درجات الطلاب حصل فالح في اختبارات هذا الربع على درجة مساوية لخليفة. وحصل خليل في اختبارات هذا الربع على درجة مساوية لحمد. ما الخاصية التي تثبت أن فالح وحمد حصلوا على درجات متساوية؟

12-3 إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة

مثال 3

اكتب برهاناً من عمودين.
المعطيات: B نقطة منتصف \overline{AC} .
 C نقطة منتصف \overline{BD} .
المطلوب إثباته: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

البرهان:

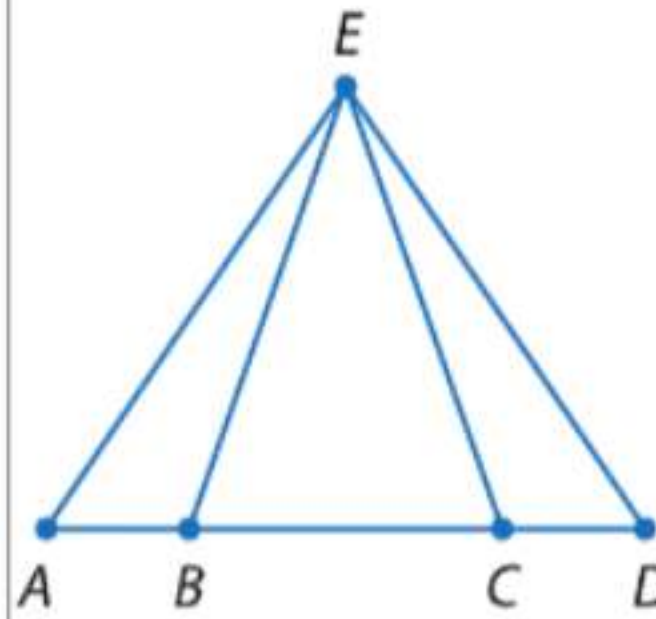
المبررات	العبارات
1. المعطيات	1. B نقطة منتصف \overline{AC} .
2. تعريف نقطة المنتصف	2. $\overline{AB} \cong \overline{BC}$
3. المعطيات	3. C نقطة منتصف \overline{BD}
4. تعريف نقطة المنتصف	4. $\overline{BC} \cong \overline{CD}$
5. خاصية التعدي في المعادلة	5. $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

اكتب برهاناً من عمودين.

18. المعطيات: X نقطة منتصف \overline{WY} و \overline{VZ} .
المطلوب إثباته: $VW = ZY$



19. المعطيات: $AB = DC$
المطلوب إثباته: $AC = DB$

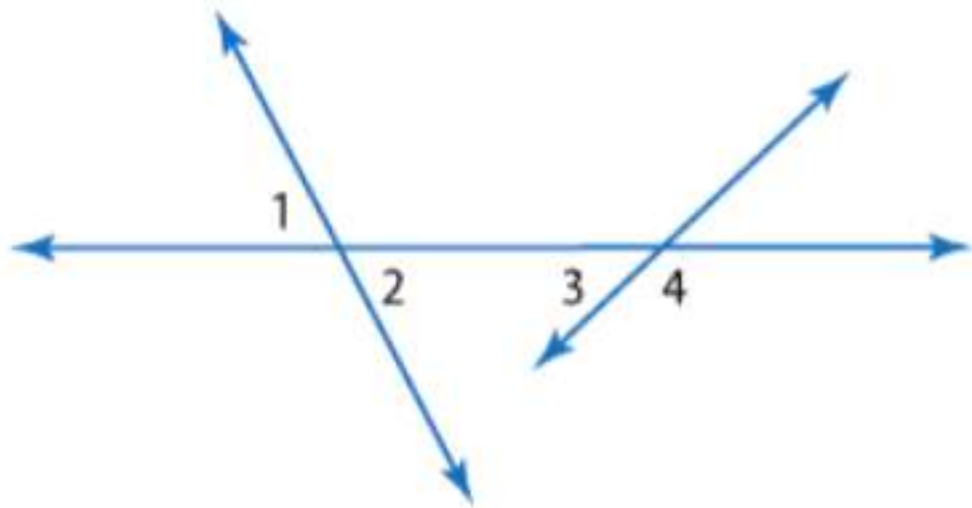


20. الجغرافيا يخطط فهد إلى القيادة من منزله إلى منزل جدته عبر الطريق السريع 35. تقدر الخريطة التي يستخدمها المسافة من منزله حتى موقع آخر بـ 194 km ومن ذلك الموقع حتى منزل جدته بـ 243 km. ماذا سمح له باستنتاج أن المسافة التي سيقودها ستبلغ 437 km من منزله حتى منزل جدته؟ افترض أن الطريق السريع 35 يشكل مستقيماً.

12-4 إثبات العلاقات بين الزوايا

مثال 4

جد قياس كل زاوية مرقمة إذا كان $m\angle 1 = 72$ و $m\angle 3 = 26$.



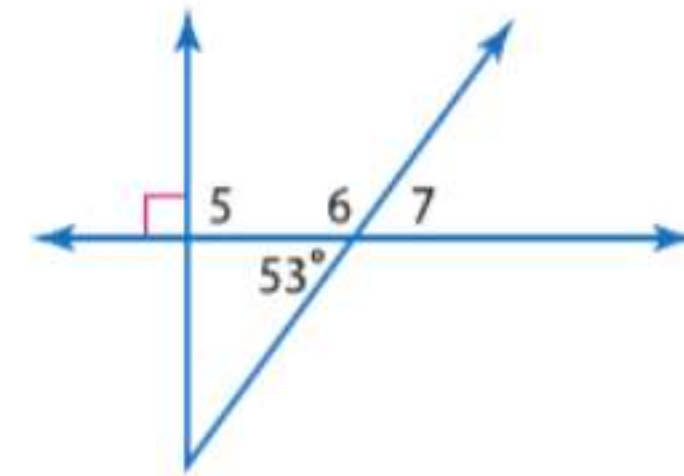
$72 = 2m$. بما أن $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان متقابلتان بالرأس. تشكل $\angle 3$ و $\angle 4$ زوجاً خطياً وينبغي أن تكونا زاويتين متكاملتين.

تعريف الزوايا المتكاملة
اطرح 26 من كل طرف

$$26 + m\angle 4 = 180$$

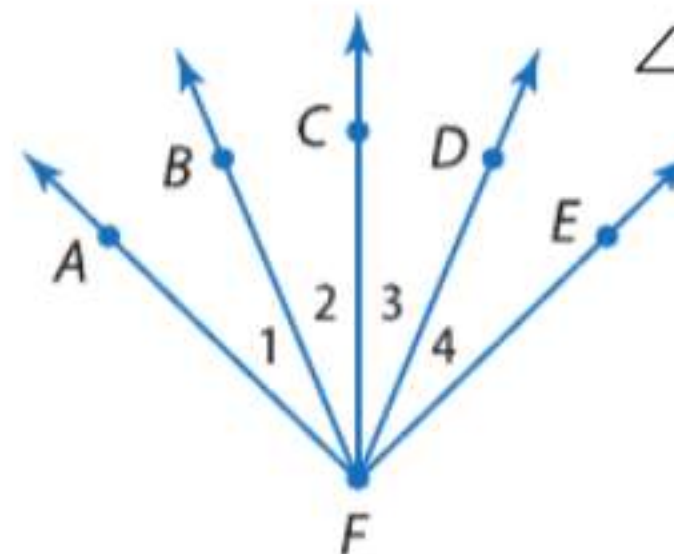
$$m\angle 4 = 154$$

جد قياس كل زاوية.



21. $\angle 5$
22. $\angle 6$
23. $\angle 7$

24. البرهان اكتب برهاناً من عمودين.
المعطيات: $\angle 1 \cong \angle 4$, $\angle 2 \cong \angle 3$
المطلوب إثباته: $\angle AFC \cong \angle EFC$



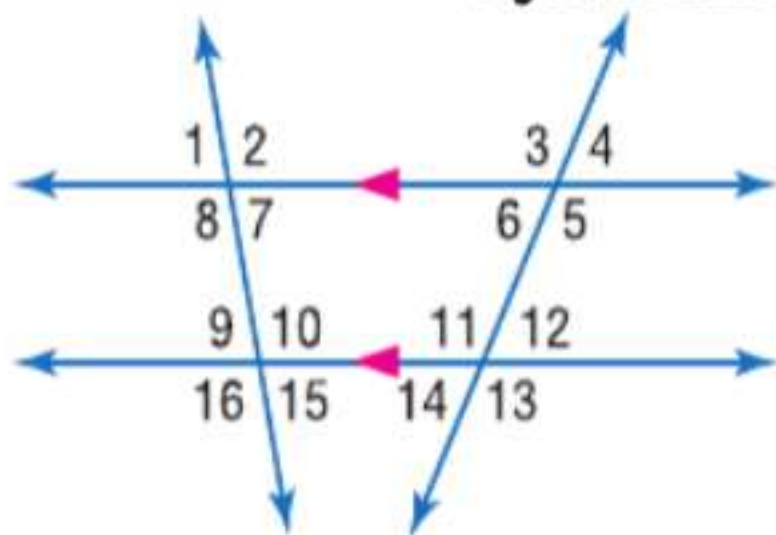
تدريب على الاختبار

حدّد ميل المستقيم الذي يحتوي على النقاط المعطاة.

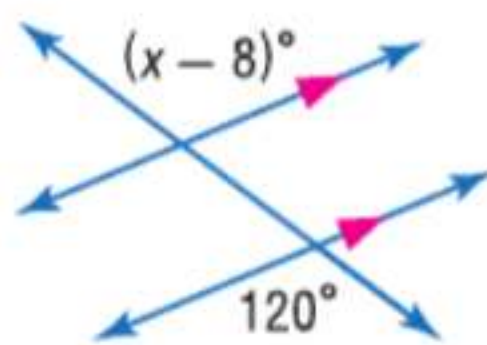
10. $G(8, 1), H(8, -6)$ 11. $A(0, 6), B(4, 0)$
12. $E(6, 3), F(-6, 3)$ 13. $E(5, 4), F(8, 1)$

في الشكل، $m\angle 8 = 96$ و $m\angle 12 = 42$. جّد قياس كل زاوية. اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها.

14. $\angle 9$
15. $\angle 11$
16. $\angle 6$

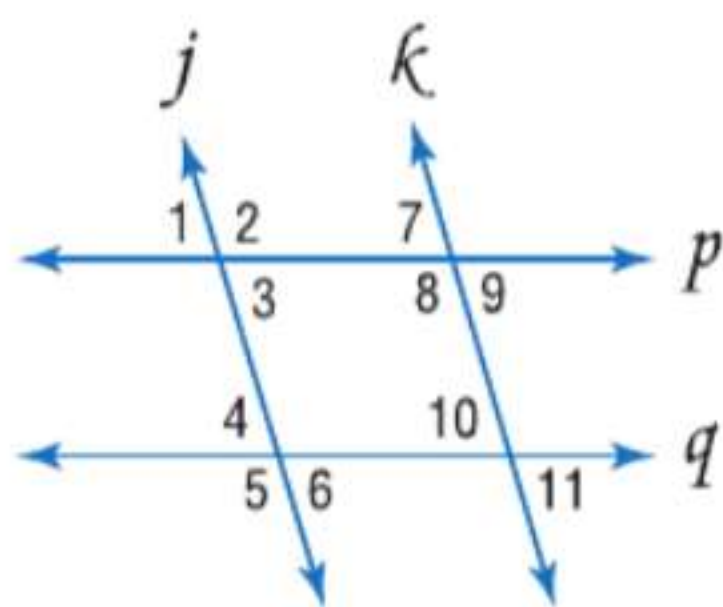


17. جّد قيمة x في الشكل أدناه.



حدّد أي مستقيمين، إن وجد، متوازيين بناءً على المعلومات التالية. واذكر المسلّمة أو النظرية التي تبرر إجابتك.

18. $\angle 4 \cong \angle 10$
19. $\angle 9 \cong \angle 6$
20. $\angle 7 \cong \angle 11$



1. البرهان انسخ البرهان التالي وأكمله.

$$3(x - 4) = 2x + 7$$

المطلوب إثباته: $x = 19$

البرهان:

المبررات	العبارات
a. معطى	a. $3(x - 4) = 2x + 7$
b. ؟	b. $3x - 12 = 2x + 7$
c. خاصية الطرح	c. ؟
d. ؟	d. $x = 19$

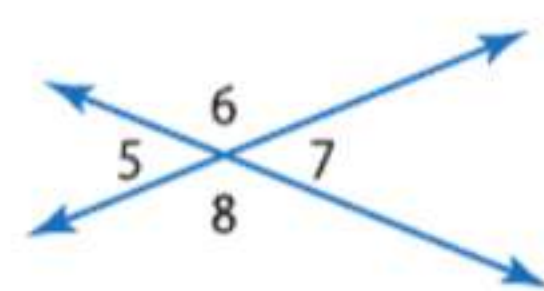
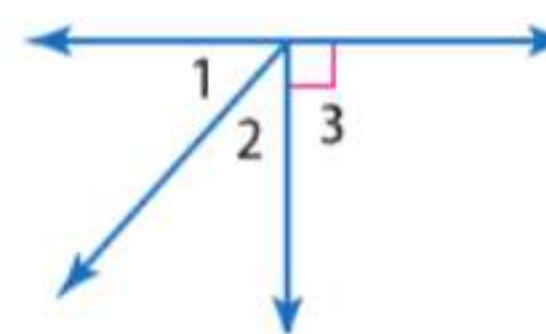
حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة دائماً، أم أحياناً، أم غير صحيحة على الإطلاق.

2. تكوّن الزاويتان المتكاملتان زوجاً خطياً.
3. إذا وقعت النقطة B بين النقطتين A و C ، فإن $AC + AB = BC$.
4. إذا تقاطع مستقيمان وكوّنوا زوايا متجاورة متطابقة، فإن المستقيمين متعامدان.

جّد قياس كل زاوية مرقمة، واذكر النظريات التي تبرر عملك.

5. $m\angle 1 = x$,
 $m\angle 2 = x - 6$

6. $m\angle 7 = 7x + 15$,
 $m\angle 8 = 8x$



اكتب كل عبارة في صورة "إذا، فإن".

7. قياس الزاوية الحادة أقل من 90.
8. يتقاطع المستقيمان المتعامدان ليكوّنوا زوايا قائمة.
9. الاختيار من متعدد إذا احتوى المثلث على زاوية منفرجة واحدة، فإنه مثلث منفرج الزاوية.
أي العبارات التالية هي المعاكس الإيجابي للعبارة الشرطية أعلاه؟
A إذا لم يكن المثلث منفرج الزاوية، فإنه يحتوي على زاوية منفرجة واحدة.
B إذا لم يحتو المثلث على زاوية منفرجة واحدة، فإنه ليس مثلثاً منفرج الزاوية.
C إذا لم يكن المثلث منفرج الزاوية، فإنه لا يحتوي على أي زاوية منفرجة.
D إذا كان المثلث منفرج الزاوية، فإنه يحتوي على زاوية منفرجة واحدة.

التحضير للاختبارات المعيارية

التبرير المنطقي

يتطلب حل المسائل الهندسية في كثير من الأحيان استخدام التبرير المنطقي. يمكنك استخدام أساسيات التبرير المنطقي لمساعدتك في حل مسائل الاختبارات المعيارية.

استراتيجيات استخدام التبرير المنطقي

الخطوة 1

اقرأ المسألة لتحديد المعطيات وما يجب أن تجده للإجابة عن السؤال.

الخطوة 2

حدد هل بإمكانك تطبيق إحدى مبادئ التبرير المنطقي على المسألة.

- **المثال المضاد:** يناقض المثال المضاد عبارة يفترض أنها صائبة.
- حدد اختيارات الإجابة التي ترى أنها مناقضة لنص المسألة واحذفها.
- **المسلّمات:** المسلّمات هي عبارة تصف علاقة أساسية في الهندسة.
- حدد هل بإمكانك تطبيق مسلّمات للتوصل إلى نتيجة منطقية.

الخطوة 3

إذا لم تصل إلى أي نتيجة باستخدام مبادئ الخطوة 2، فحدد ما إذا كانت الأدوات الآتية تساعدك على الحل أم لا.

- **الأنماط:** ابحث عن نمط لوضع تخمين مناسب.
- **جداول الصواب:** استعمل جدول صواب لتنظيم قيم الصواب للعبارة المعطاة في المسألة.
- **مخططات فيين:** استعمل مخططات فيين لتمثيل العلاقات بين عناصر المجموعات بوضوح.
- **البراهين:** استخدم التبرير الاستدلالي والتبرير الاستقرائي للتوصل إلى نتيجة على شكل برهان.

الخطوة 4

إذا لم تتمكن من التوصل إلى نتيجة حتى باستخدام مبادئ الخطوة 3، فضع تخميناً أو توقعاً مدروساً حول أي خيار إجابة معقول. ثم ضع علامة على المسألة حتى ترجع إليها إذا بقي متسع من الوقت في نهاية الاختبار.



مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. وحدّد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات في حل المسألة.

يبلغ عدد الطلاب في مدرسة 292 طالبًا. شارك 94 منهم في الألعاب الرياضية. و 122 في النوادي الثقافية. و 31 في كليهما. فكم طالبًا في المدرسة لم يشارك في الألعاب الرياضية أو في النوادي الثقافية؟

- A 95
B 107
C 122
D 138

اقرأ المسألة بعناية. من الواضح أنه لا توجد أمثلة مضادة. ولا يمكن استخدام مسألة للتوصل إلى نتيجة منطقية. لذا ينبغي أن تفكر في الأدوات التي يمكن أن تستخدمها لتنظيم المعلومات.

ويمكن استخدام مخطط فين لتوضيح التقاطع بين المجموعتين. ارسم مخطط فين باستخدام المعلومات المقدمة في عبارة المسألة.

حدّد عدد الطلاب الذين شاركوا في الألعاب الرياضية أو في النوادي الثقافية فقط.

$$94 - 31 = 63$$

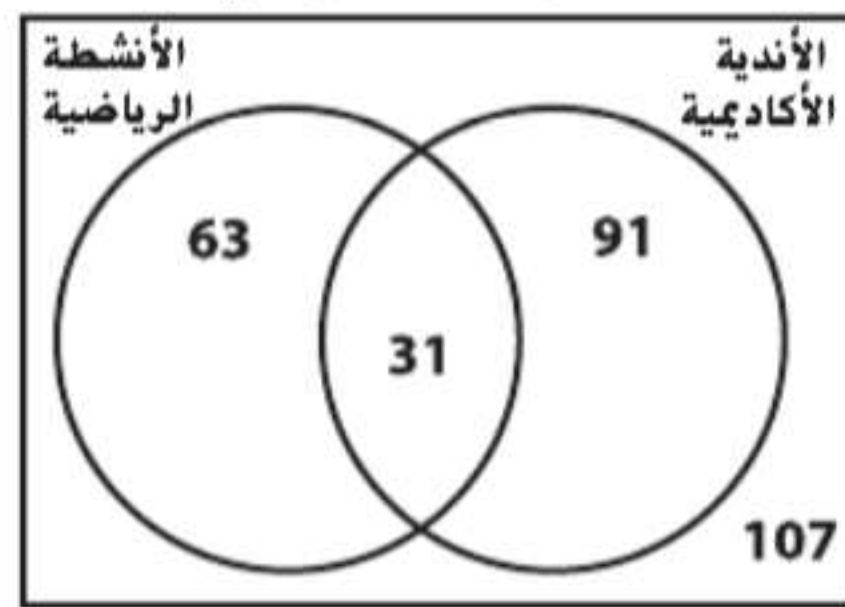
$$122 - 31 = 91$$

استخدم هذه المعلومات لحساب عدد الطلاب الذين لم يشاركوا في الألعاب الرياضية ولا في النوادي الثقافية.

$$292 - 63 - 91 - 31 = 107$$

يوجد 107 طلاب لم يشاركوا في الألعاب الرياضية ولا في النوادي الثقافية. الإجابة الصحيحة هي B.

المشاركة المدرسية



تمارين

2. جد العنصر التالي في النمط.



اقرأ كل سؤال، ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي يقدمها لك معلمك أو في أي ورقة أخرى.

1. حدّد مدى صحة العبارة التالية. وإذا كانت خاطئة، فأعط مثالاً مضاداً.

ناتج ضرب عددين زوجيين هو عدد زوجي.

A خاطئة: $8 \times 4 = 32$

B خاطئة: $7 \times 6 = 42$

C خاطئة: $3 \times 10 = 30$

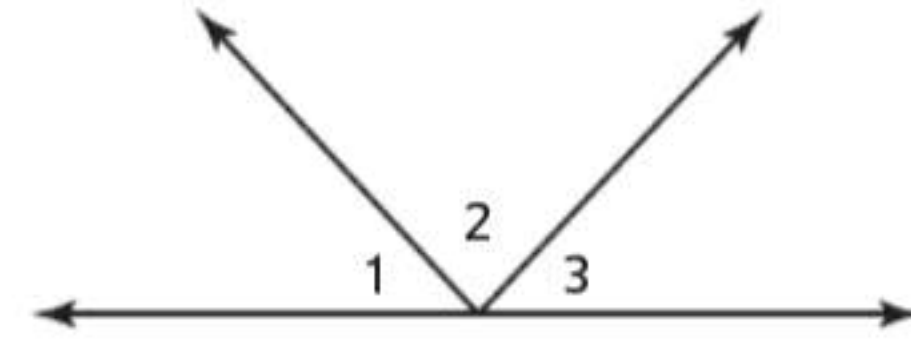
D صحيحة

تدريب على الاختبارات المعيارية

الاختبار من متعدد

اقرأ كل سؤال، ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي يقدمها لك معلمك أو في أي ورقة أخرى.

1. في الرسم التخطيطي أدناه، $\angle 1 \cong \angle 3$.



أي من الخلاصات التالية لا يلزم أن تكون صحيحة؟

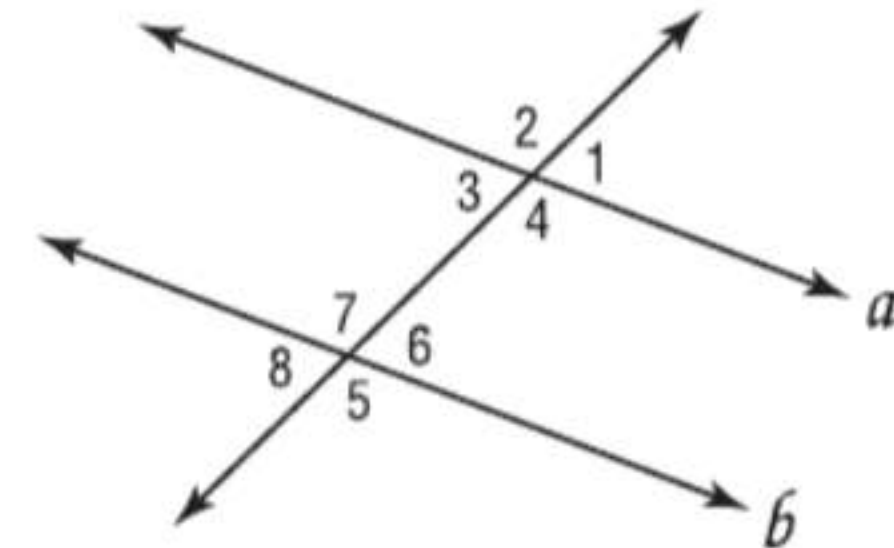
F $m\angle 1 - m\angle 2 + m\angle 3 = 90$

G $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180$

H $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 2 + m\angle 3$

J $m\angle 2 - m\angle 1 = m\angle 2 - m\angle 3$

2. إذا كان $a \parallel b$ في الرسم التخطيطي أدناه، فأأي الاستنتاجات التالية صحيحة ليست مؤكدة؟



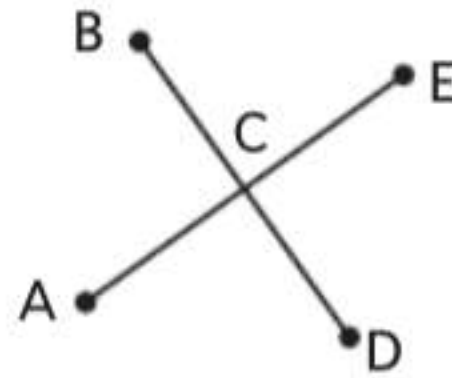
A $\angle 1 \cong \angle 3$

C $\angle 2 \cong \angle 5$

B $\angle 4 \cong \angle 7$

D $\angle 8 \cong \angle 2$

3. في الرسم التخطيطي، يتقاطع \overline{BD} مع \overline{AE} في النقطة C. أي من الخلاصات التالية لا يلزم أن تكون صحيحة؟



A $\angle ACB \cong \angle ECD$

B تكون $\angle ACB$ و $\angle ACD$ زوجًا خطيًا.

C $\angle BCE$ و $\angle ACD$ زاويتان متقابلتان بالرأس.

D $\angle BCE$ و $\angle ECD$ زاويتان متتامتان.

4. ما التأثير في التمثيل البياني للمعادلة $y = x^2 + 4$ عندما تتغير إلى $y = x^2 - 3$ ؟

F يتغير ميل التمثيل البياني.

G يزيد عرض التمثيل البياني.

H لا يتغير شكل التمثيل البياني، وتنتقل رأسه إلى الأسفل.

J لا يتغير شكل التمثيل البياني، وتنتقل رأسه إلى اليسار.

5. ما المعادلة التي تنتج أضيق قطع مكافئ عند تمثيلها بيانيًا؟

A $y = 3x^2$

C $y = 6 - x^2$

B $y = \frac{3}{4}x^2$

D $y = -\frac{3}{4}x^2$

6. ما التأثير في التمثيل البياني للمعادلة $y = 3x^2$ عندما تتغير إلى $y = 2x^2$ ؟

F التمثيل البياني لـ $y = 2x^2$ انعكاس للتمثيل البياني لـ $y = 3x^2$ عبر المحور y .

G يدور التمثيل البياني بمقدار 90 درجة حول نقطة الأصل.

H يقل عرض التمثيل البياني.

J يزيد عرض التمثيل البياني.

نصيحة عند حل الاختبار

السؤال 3 المثال المضاد هو مثال يستخدم لإثبات أن العبارة المعطاة ليست صحيحة دائمًا.

إجابة قصيرة/إجابة شبكية

دوّن إجابتك في ورقة الإجابات التي زوّدك بها المعلم أو أي ورقة عادية

7. استخدم البرهان للإجابة عن السؤال.

المعطيات: $\angle A$ متتام مع $\angle B$. $m\angle B = 46$

المطلوب إثباته: $m\angle A = 44$

البرهان:

المبررات	العبارات
1. المعطيات	1. A متممة لـ $\angle B$; إذا $m\angle B = 46$
2. تعريف الزوايا المتتامة	2. $m\angle A + m\angle B = 90$
3. خاصية التعويض	3. $m\angle A + 46 = 90$
4. _____ ؟	4. $m\angle A + 46 - 46 = 90 - 46$
5. خاصية التعويض	5. $m\angle A = 44$

ما السبب الذي يمكن تقديمه لتبرير العبارة 4؟

8. الارتفاع يمكن تعديل ارتفاع h كرة تترد في الزمن t بالثانية من خلال المعادلة $h = -16t^2 + 28.3t$.

a. اكتب المعادلة التي تمثل الارتفاع في صيغة العوامل.

b. ما ارتفاع الكرة بعد 1.5 ثانية؟

c. ما ارتفاع ارتداد الكرة؟

إجابة موسعة

9. يطلق سلطان نموذجاً لصاروخ من مستوى الأرض. ويمكن إيجاد ارتفاع الصاروخ h بالمتراً باستخدام المعادلة $h = -4.9t^2 + 56t$. حيث يمثل t الزمن بالثانية بعد الإطلاق.

a. ما أقصى ارتفاع سيصل إليه الصاروخ؟ قَرّب إلى أقرب جزء من عشرة من المتر. وضح كل خطوة وشرح الطريقة.

b. ما المدة التي سيستغرقها الصاروخ بعد إطلاقه حتى يصل إلى أقصى ارتفاع له. قَرّب إلى أقرب جزء من العشرة من الثانية.

المستقيمات المتوازية والمعامدة



Chapter 13 Read From 13 Parallel and Perpendicular Lines, from Integrated Math 1 Chapter 11 © 2012

.. السابق

تعلمت دروسًا عن المستقيمات والزوايا وكتابة البراهين الهندسية.

.. الحالي

- بعد دراستك لهذه الوحدة، ستكون قادرًا على:
 - تحديد وثبتت علاقات الزوايا التي تتكوّن من مستقيمات متوازية وقاطع.
 - استخدام الميل لتحليل مستقيم وكتابة معادلته.
 - إيجاد المسافة بين نقطة ومستقيم وبين مستقيمين متوازيين.

.. لماذا؟ ▲

● الإنشاءات والهندسة يستخدم المهندسون المعماريون والتجارون والمهندسون المستقيمات المتوازية والمعامدة لتصميم المباني والأثاث والماكينات.

الاستعداد للوحدة

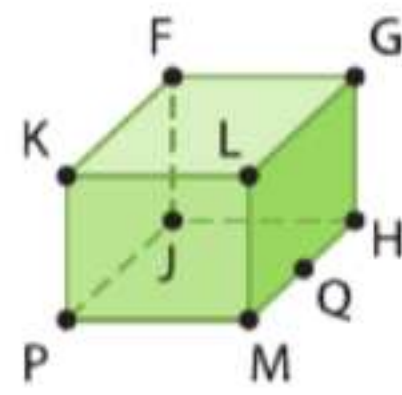
1

خيار الكتاب المدرسي أجب عن التدريب السريع أدناه. عد إلى المراجعة السريعة للمساعدة.

مراجعة سريعة

مثال 1

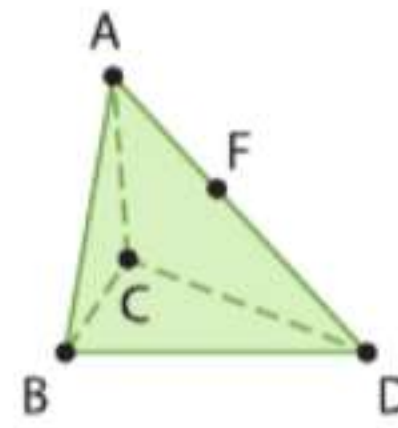
ارجع إلى الشكل.



- a. كم عدد المستويات الموضحة في هذا الشكل؟
 ستة مستويات: المستوى $FGLK$ والمستوى $JHMP$
 والمستوى $FKPJ$ والمستوى $GLMH$ والمستوى $FGHJ$
 والمستوى $KLMP$
- b. عيّن ثلاث نقاط تقع على خط واحد.
 النقاط M و Q و H تقع على خط واحد.
- c. هل النقاط F و K و J تقع على مستوى واحد؟ اشرح.
 نعم. النقاط F و K و J تقع جميعها في المستوى $FKPJ$.

تدريب سريع

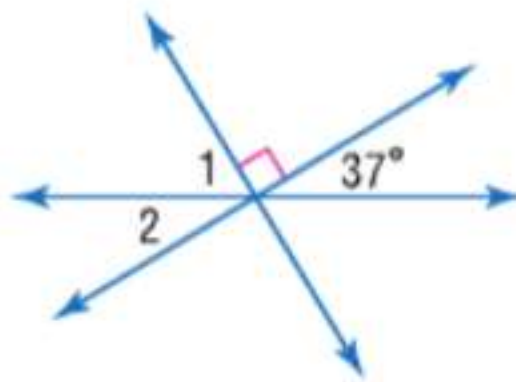
ارجع إلى الشكل لتحديد كل مما يلي.



1. كم عدد المستويات الموضحة في هذا الشكل؟
 2. عيّن ثلاث نقاط تقع على خط واحد.
 3. هل النقطتان C و D متحدتا المستوى؟ اشرح.
 4. التصوير الفوتوغرافي تلتقط رنا صورة لأصدقائها. إذا قامت بضبط مستوى الحامل الثلاثي على الأرض، فهل ستكون قاعدة كل من أرجل الحامل الثلاث على مستوى واحد؟

مثال 2

جد $m\angle 1$.

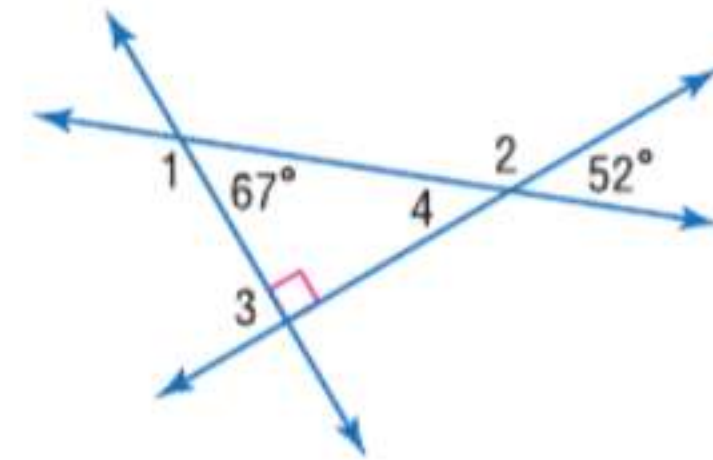


اجمع.
 بسط.

$$m\angle 1 + 37 + 90 = 180$$

$$m\angle 1 = 53$$

جد قياس كل زاوية.



5. $\angle 1$
 6. $\angle 2$
 7. $\angle 3$
 8. $\angle 4$

مثال 3

جد قيمة x في $a + 8 = b(x - 7)$ إذا كان $a = 12 = 10$.

$$a + 8 = b(x - 7)$$

$$12 + 8 = 10(x - 7)$$

$$20 = 10x - 70$$

$$90 = 10x$$

$$x = 9$$

اكتب المعادلة.
 $a = 12 = 10$
 بسط.
 اجمع.
 اقسّم.

جد قيمة x للقيم المعطاة لكل من a و b .

9. $a + 8 = -4(x - b)$ حيث $a = 8$ و $b = 3$
 10. $b = 3x + 4a$ حيث $b = 12$ و $a = -9$
 11. $\frac{a+2}{b+13} = 5x$ حيث $a = 18$ و $b = -1$

12. لعبة الجولف على ملعب مصغر في ملعب جولف مصغر، يتم تقديم آيس كريم بسعر 1 AED مع كل جولة يتم حجزها من اللعبة. فإذا تناول كل من خمسة أصدقاء قطعة آيس كريم واحدة بعد ممارسة لعبة الجولف وكان إجمالي ما دفعوه 30 AED، فكم تبلغ تكلفة جولة الجولف الواحدة؟

البدء في هذه الوحدة

سوف تتعلم عدة مفاهيم ومهارات ومفردات جديدة خلال دراستك الوحدة 13. ولكي تستعد، حدد المفردات المهمة ونظم مواردك.

مفردات جديدة

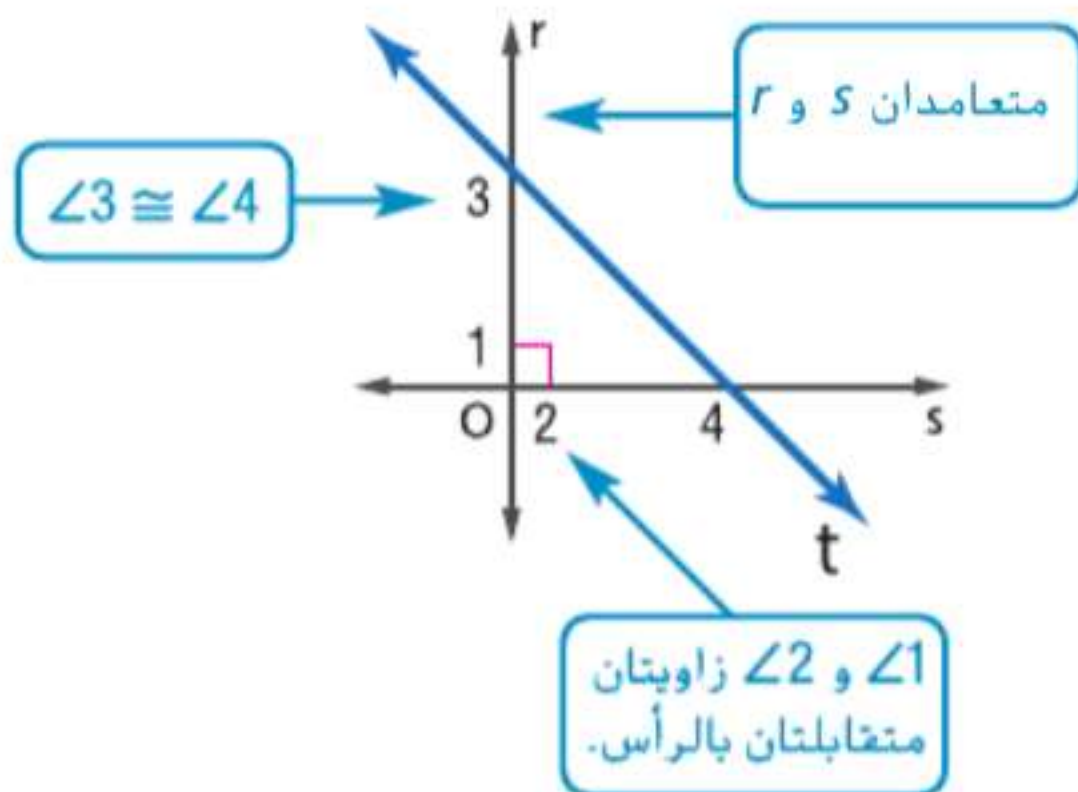
- مستقيمتان متوازيتان (parallel lines)
- مستقيمتان متخالفتان (skew lines)
- مستويات متوازيتان (parallel planes)
- قاطع (transversal)
- زوايا داخلية (interior angles)
- زوايا خارجية (exterior angles)
- زوايا متناظرة (corresponding angles)
- ميل (slope)
- معدل التغير (rate of change)
- صيغة الميل والمقطع (slope-intercept form)
- صيغة النقطة والميل (point-slope form)
- مسافة متساوية (equidistant)

مراجعة المفردات

الزوايا المتطابقة هما زاويتان لهما نفس القياس

المتعامد مستقيمان أو قطعتان مستقيمتان أو شعاعان يتقاطعان لتكوين زوايا قائمة

الزاويتان المتقابلتان بالرأس زاويتان غير متجاورتين تشكلهما مستقيمتان متقاطعة



مطويات منظم الدراسة

المستقيمتان المتوازيتان والمتعامدة اصنع هذه المطوية لمساعدتك على تنظيم ملاحظتك على الوحدة 13 بشأن العلاقات بين المستقيمتان. ابدأ بورقة بمقاس A3 وست بطاقات فهرسة.



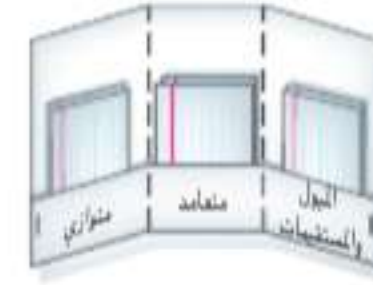
1 اطو بالطول حوالي 7 cm من الأسفل.



2 اطو الورقة لثلاثة أثلاث.



3 افتح ودبّس الحواف في أحد الجوانب لتكوّن ثلاثة جيوب.



4 اكتب على الجيوب كما هو موضح. ضع بطاقتي فهرسة في كل جيب.

المستقيمت المتوازية والمتقاطعة

السابق ..

الحالي ..

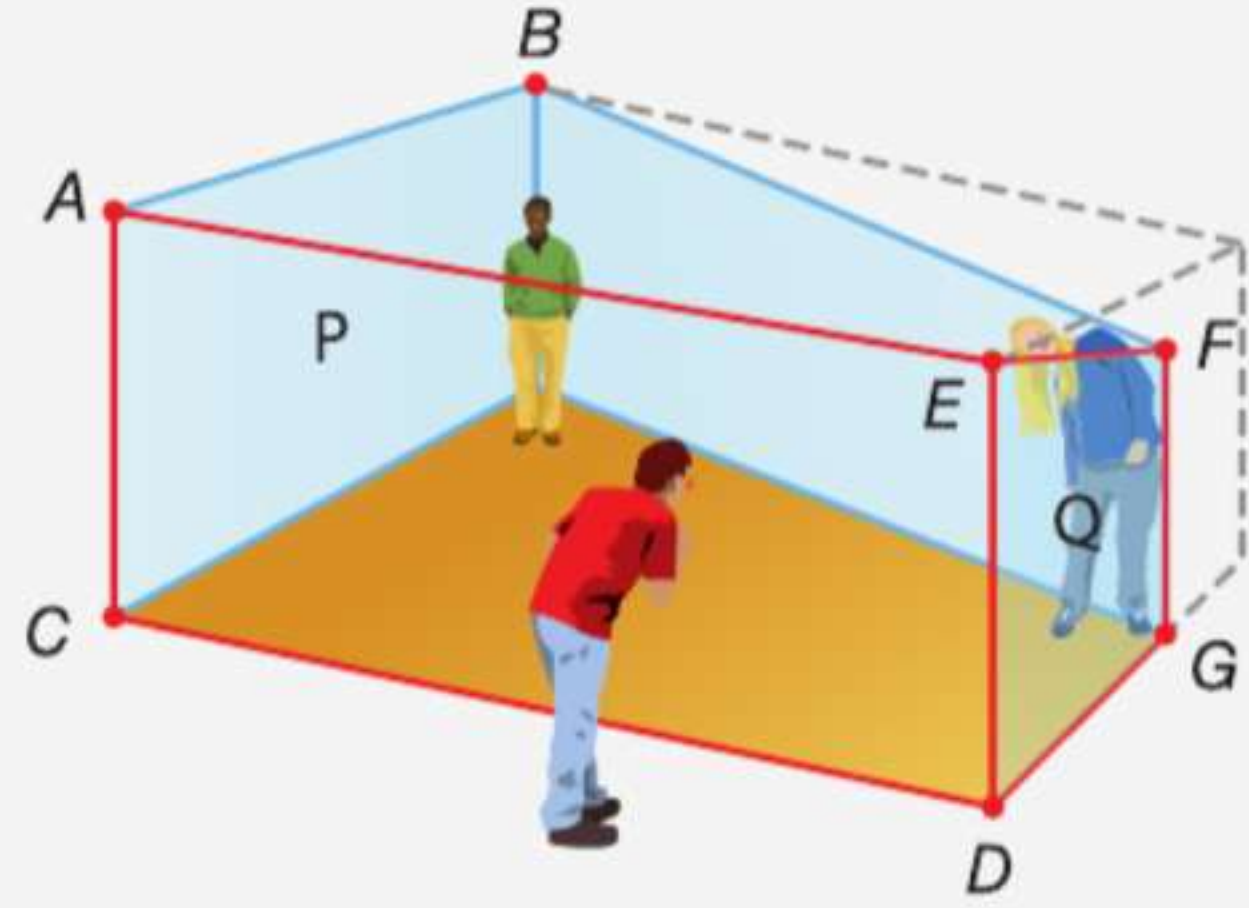
لماذا؟ ..

● استخدمت العلاقات بين الزوايا والقطع المستقيمة لإثبات النظريات.

1 تحديد العلاقات بين مستقيمين أو مستويين.

2 تعيين أزواج الزوايا المتكونة من المستقيمت المتوازية والمتقاطعة.

● في غرفة إيمان، يخيّل أن هناك شخصاً يقف في الركن الأيمن أكبر حجماً بكثير من شخص يقف في الركن الأيسر. من خلال ثقب أمامي ينظر منه، يظهر الجداران الأمامي والخلفي متوازيين، بينما هما في الحقيقة مائلان. ويظهر السقف والأرضية أفقيّين، بينما هما في الحقيقة مائلان.



المفردات الجديدة

parallel lines مستقيمت متوازية
skew lines مستقيمت متخالفة
parallel planes مستويات متوازية
transversal قاطع
interior angles زوايا داخلية
exterior angles زوايا خارجية
interior angles زوايا داخلية متتالية
consecutive interior angles زوايا داخلية متبادلة
alternate interior angles زوايا خارجية متبادلة
exterior angles زوايا متناظرة
corresponding angles

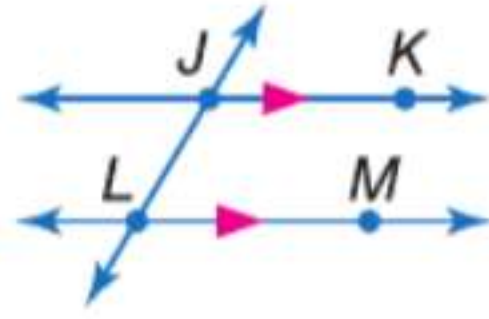
ممارسات في الرياضيات

فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 العلاقات بين المستقيمت والمستويات في تصميم غرفة إيمان المذكورة أعلاه، يتم استخدام مستقيمت متقاطعة ومتوازية ومتخالفة، إضافة إلى مستويات متقاطعة ومتوازية، لعمل خدعة بصرية.

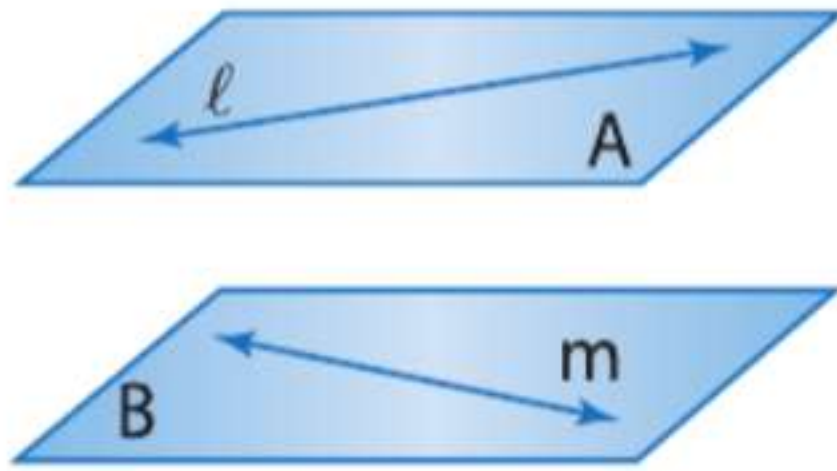
المفاهيم الأساسية التوازي والتخالف

يتم استخدام الأسهم لتبين أن المستقيمتين متوازيان.



المستقيمت المتوازية هي مستقيمت متحدة المستوى غير متقاطعة.

مثال $\overleftrightarrow{JK} \parallel \overleftrightarrow{LM}$



المستقيمت المتخالفة هي مستقيمت غير متقاطعة وليست متحدة المستوى.

مثال المستقيمت l و m مستقيمتان متخالفتان.

المستويات المتوازية هي مستويات غير متقاطعة.

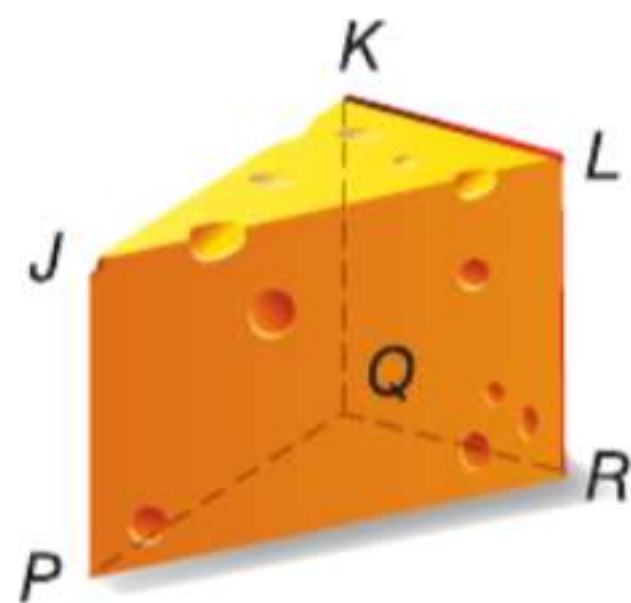
مثال المستويان A و B مستويان متوازيان.

$\overleftrightarrow{JK} \parallel \overleftrightarrow{LM}$ يقرأ كما يلي: المستقيم JK يوازي المستقيم LM.

فإذا كانت القطع المستقيمة أو الشعاعات متضمنة في المستقيمت المتوازية أو المتخالفة، تكون القطع المستقيمة أو الشعاعات متوازية أو متخالفة.

مثال 1 من الحياة اليومية تحديد العلاقات المتوازية والمتخالفة

حدد كلاً مما يلي باستخدام قطعة الجبن أدناه.



a. كل القطع المستقيمة المتوازية مع \overleftrightarrow{JP}

\overleftrightarrow{LR} و \overleftrightarrow{KQ}

b. قطعة مستقيمة متخالفة مع \overleftrightarrow{KL}

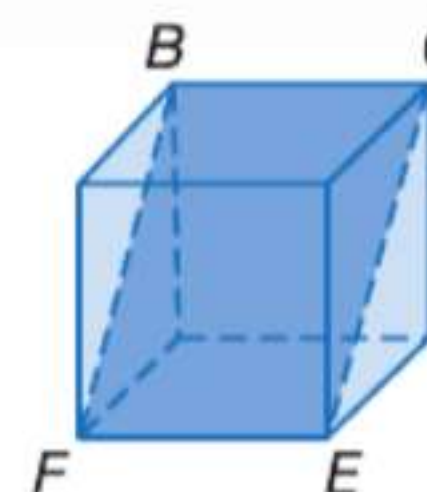
\overleftrightarrow{JP} أو \overleftrightarrow{PQ} أو \overleftrightarrow{PR}

c. مستوى متوازٍ مع المستوى PQR

المستوى JKL هو المستوى الوحيد المتوازي مع المستوى PQR.

انتبه!

المتوازي مقابل المتخالف في سؤال التحقق من تقدمك \vec{FE} ، \vec{EA} ليس متخالفاً مع \vec{BC} بدلاً من ذلك، هذان المستقيمان متوازيان في المستوى BCF .



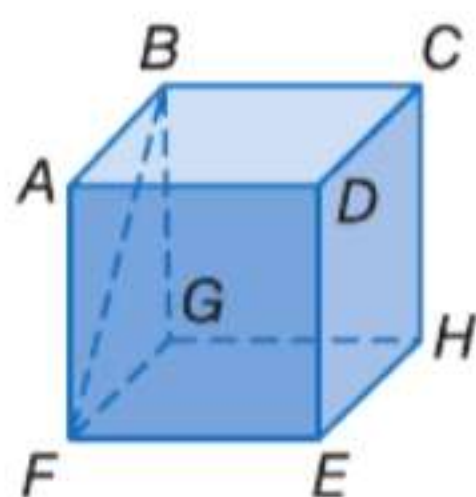
تمرين موجه

حدد كلا مما يلي باستخدام المكعب الموضح.

1A. كل القطع المستقيمة المتخالفة مع \vec{BC}

1B. قطعة مستقيمة متوازية مع \vec{EH}

1C. كل المستويات المتوازية مع المستوى DCH



2 العلاقات بين أزواج الزوايا المتقاطعة المستقيم الذي يقطع مستقيمين أو أكثر على مستوى واحد عند نقطتين مختلفتين يسمى **قاطعاً**. في الرسم التخطيطي أدناه، المستقيم t يعتبر قاطعاً للمستقيمين q و r . لاحظ أن المستقيم t يكون ثمانية زوايا مع المستقيمين q و r . وهذه الزوايا وأزواج محددة منها يتم تمييزها بأسماء خاصة.

المفهوم الأساسي العلاقات بين أزواج الزوايا المتقاطعة

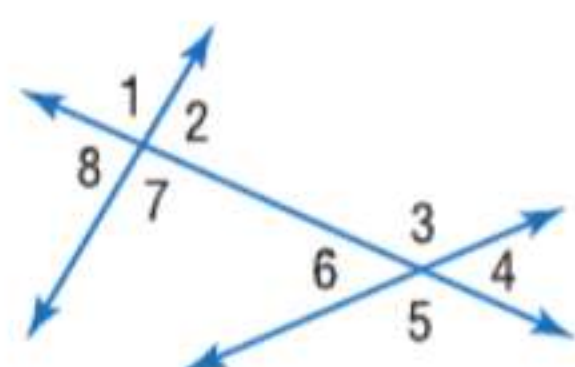
	<p>أربع زوايا داخلية تقع في المنطقة بين المستقيمين q و r.</p> <p>$\angle 3$ و $\angle 5$، $\angle 4$ و $\angle 6$</p>
	<p>أربع زوايا خارجية تقع في المنطقتين اللتين ليستا بين المستقيمين q و r.</p> <p>$\angle 1$ و $\angle 7$، $\angle 2$ و $\angle 8$</p>
	<p>الزوايا الداخلية المتتالية هي الزوايا الداخلية التي تقع على نفس الضلع من القاطع t.</p> <p>$\angle 3$ و $\angle 4$، $\angle 5$ و $\angle 6$</p>
	<p>الزوايا الداخلية المتبادلة هي الزوايا الداخلية غير المتجاورة التي تقع على جهتين مختلفتين للقاطع t.</p> <p>$\angle 3$ و $\angle 4$، $\angle 5$ و $\angle 6$</p>
	<p>الزوايا الخارجية المتبادلة هي الزوايا الخارجية غير المتجاورة التي تقع على جهتين مختلفتين للقاطع t.</p> <p>$\angle 1$ و $\angle 7$، $\angle 2$ و $\angle 8$</p>
	<p>الزوايا المتناظرة تقع على نفس الضلع للقاطع t وعلى نفس الضلع للمستقيمين q و r.</p> <p>$\angle 1$ و $\angle 5$، $\angle 2$ و $\angle 6$، $\angle 3$ و $\angle 7$، $\angle 4$ و $\angle 8$</p>

قراءة في الرياضيات

الزوايا الداخلية لنفس الضلع
الزوايا الداخلية المتتالية تسمى أيضاً الزوايا الداخلية لنفس الضلع.

مثال 2 تصنيف العلاقات بين أزواج الزوايا

ارجع إلى الشكل أدناه. صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتبارها **زوايا داخلية متبادلة** أو **زوايا خارجية متبادلة** أو **زوايا متناظرة** أو **زوايا داخلية متتالية**.



a. $\angle 1$ و $\angle 5$
خارجية متبادلة

b. $\angle 6$ و $\angle 7$
داخلة متتالية

c. $\angle 2$ و $\angle 4$
متناظرة

d. $\angle 2$ و $\angle 6$
داخلة متبادلة

تمرين موجه

2A. $\angle 3$ و $\angle 7$

2B. $\angle 5$ و $\angle 7$

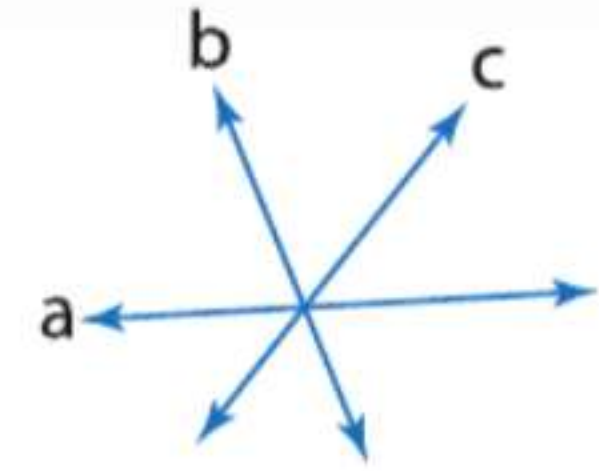
2C. $\angle 4$ و $\angle 8$

2D. $\angle 2$ و $\angle 3$

عندما يمكن أن يكون أكثر من مستقيم واحد قاطعًا. حدد أولاً القاطع لزوج معطى من الزوايا من خلال تحديد موقع المستقيم الواصل بين رؤوس الزوايا.

نصيحة دراسية

مثال خارج عن التعريف في الشكل أدناه، المستقيم c ليس قاطعًا للمستقيمين a و b . حيث إن المستقيم c يقطع المستقيمين a و b في نقطة واحدة فقط.



مثال 3 تحديد المتقاطعات وتصنيف أزواج الزوايا



حدد القاطع الواصل بين كل زوج من الزوايا في الصورة، ثم صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا.

- a. $\angle 1$ و $\angle 3$
القاطع الواصل بين $\angle 1$ و $\angle 3$ هو المستقيم h . هذه زوايا خارجية متبادلة.
- b. $\angle 5$ و $\angle 6$
القاطع الواصل بين $\angle 5$ و $\angle 6$ هو المستقيم k . هذه زوايا داخلية متتالية.
- c. $\angle 2$ و $\angle 6$
القاطع الواصل بين $\angle 2$ و $\angle 6$ هو المستقيم l . هذه زوايا متناظرة.

تمرين موجه

3A. $\angle 3$ و $\angle 5$

3B. $\angle 2$ و $\angle 8$

3C. $\angle 5$ و $\angle 7$

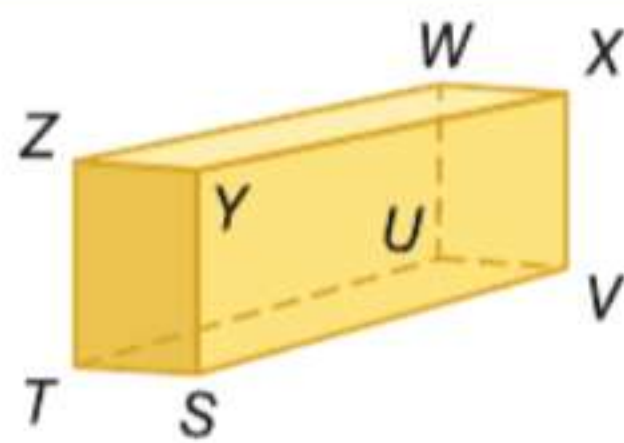
3D. $\angle 2$ و $\angle 9$

التحقق من فهمك

مثال 1

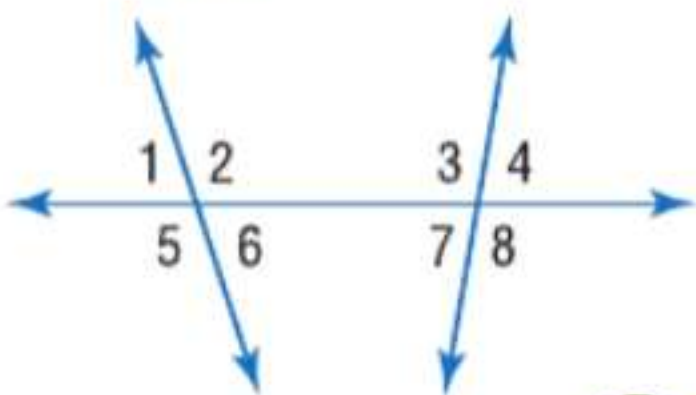
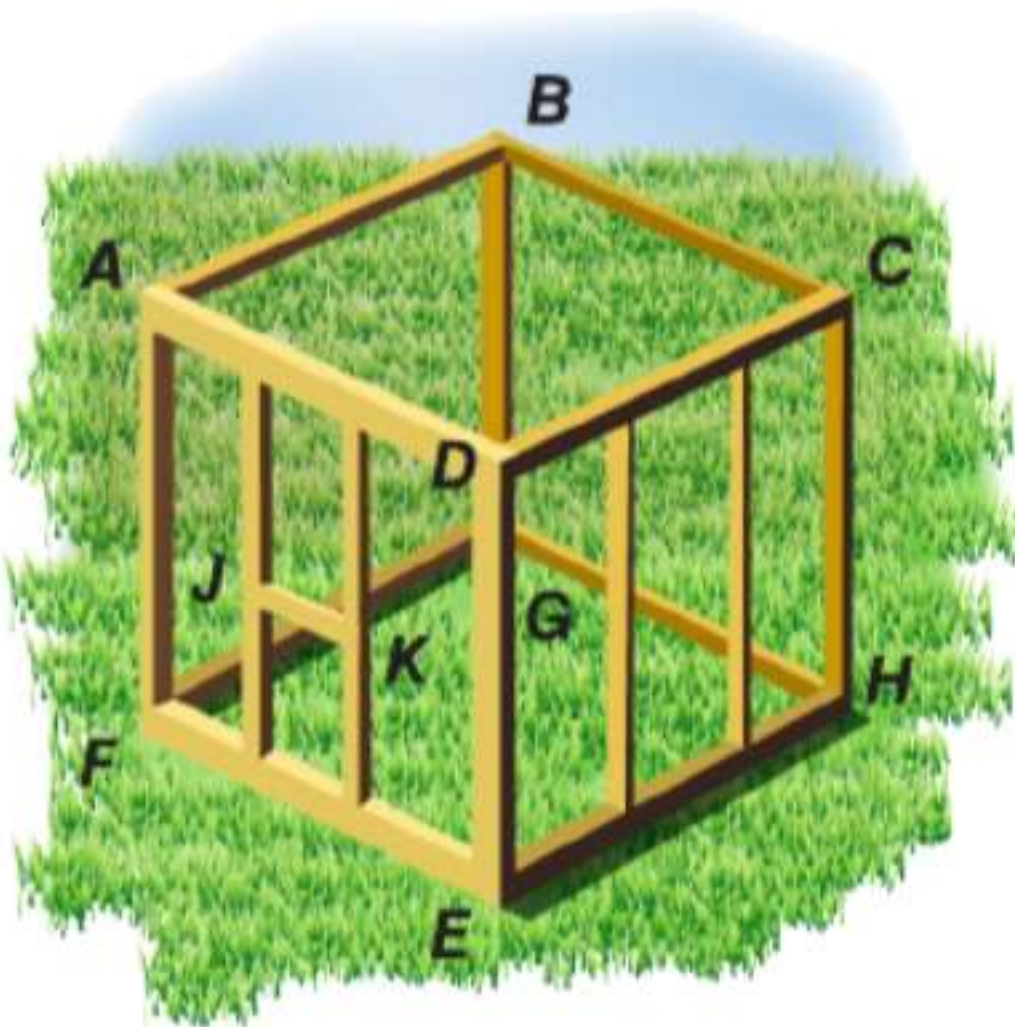
ارجع إلى الشكل في اليسار لتحديد كل مما يلي.

1. مستوى متوازٍ مع المستوى ZWX
2. قطعة مستقيمة متخالفة مع \overline{TS} التي تضم النقطة W
3. كل القطع المستقيمة المتوازية مع \overline{SV}



4. أشكال وتصميمات استخدم الرسم التخطيطي لسقيفة التخزين المؤطرة جزئيًا الموضحة لتحديد كل مما يلي.

- a. عيّن ثلاثة أزواج من المستويات المتوازية.
- b. عيّن ثلاث قطع مستقيمة متوازية مع \overline{DE} .
- c. عيّن قطعتين مستقيمتين متوازيتين مع \overline{FE} .
- d. عيّن زوجين من القطع المستقيمة المتخالفة.



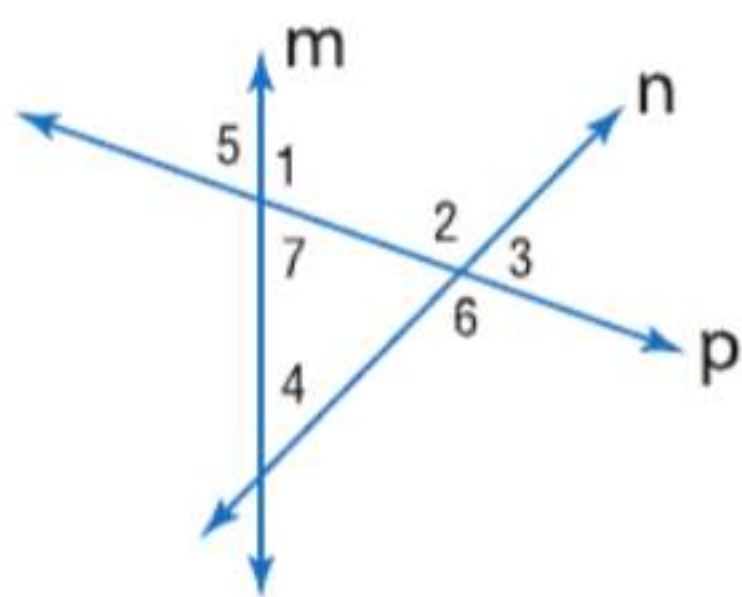
5. $\angle 1$ و $\angle 8$
7. $\angle 3$ و $\angle 6$

صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتبارها زوايا داخلية متبادلة أو زوايا خارجية متبادلة أو زوايا متناظرة أو زوايا داخلية متتالية.

6. $\angle 2$ و $\angle 4$
8. $\angle 6$ و $\angle 7$

مثال 2

حدد القاطع الواصل بين كل زوج من الزوايا. ثم صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا.



9. $\angle 2$ و $\angle 4$

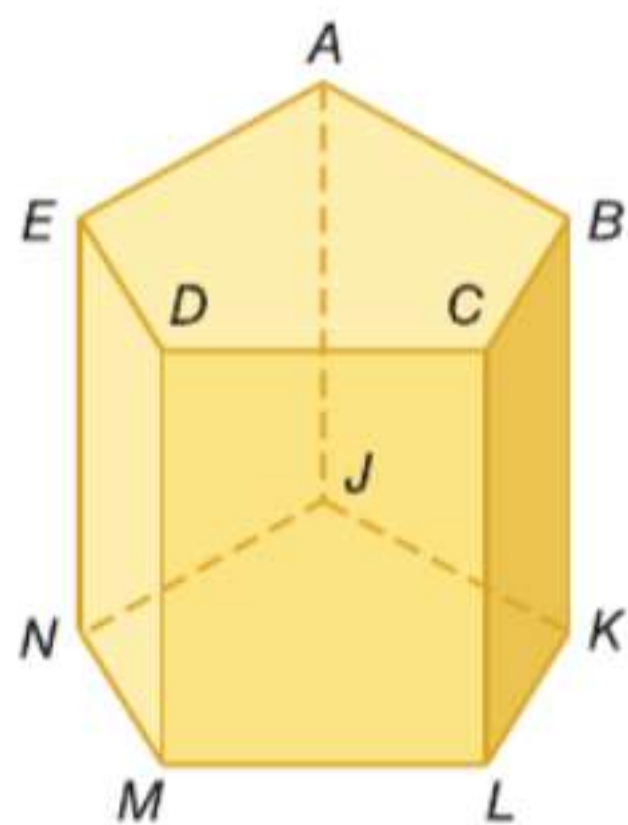
10. $\angle 5$ و $\angle 6$

11. $\angle 4$ و $\angle 7$

12. $\angle 2$ و $\angle 7$

التمرين وحل المسائل

ارجع إلى الشكل لتحديد كلّ مما يلي.



13. كل القطع المستقيمة المتوازية مع \overline{DM}

14. مستوى متوازٍ مع المستوى ACD

15. قطعة مستقيمة متخالفة مع \overline{BC}

16. كل المستويات المتقاطعة مع المستوى EDM

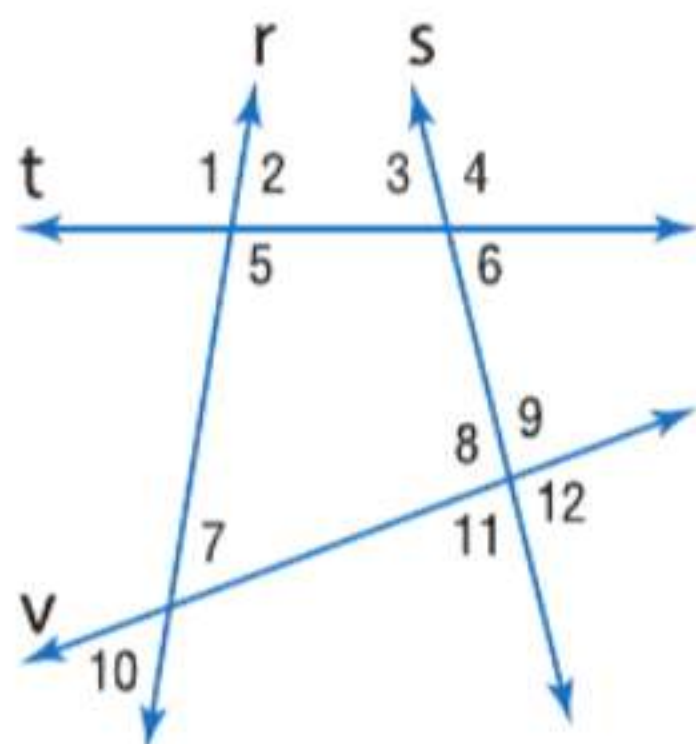
17. كل القطع المستقيمة المتخالفة مع \overline{AE}

18. قطعة مستقيمة متوازية مع \overline{EN}

19. قطعة مستقيمة متوازية مع \overline{AB} من خلال النقطة J

20. قطعة مستقيمة متخالفة مع \overline{CL} من خلال النقطة E

الدقة حدد القاطع الواصل بين كل زوج من الزوايا. ثم صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتبارها زوايا داخلية متبادلة أو زوايا خارجية متبادلة أو زوايا متناظرة أو زوايا داخلية متتالية.



21. $\angle 4$ و $\angle 9$

22. $\angle 5$ و $\angle 7$

23. $\angle 3$ و $\angle 5$

24. $\angle 10$ و $\angle 11$

25. $\angle 1$ و $\angle 6$

26. $\angle 6$ و $\angle 8$

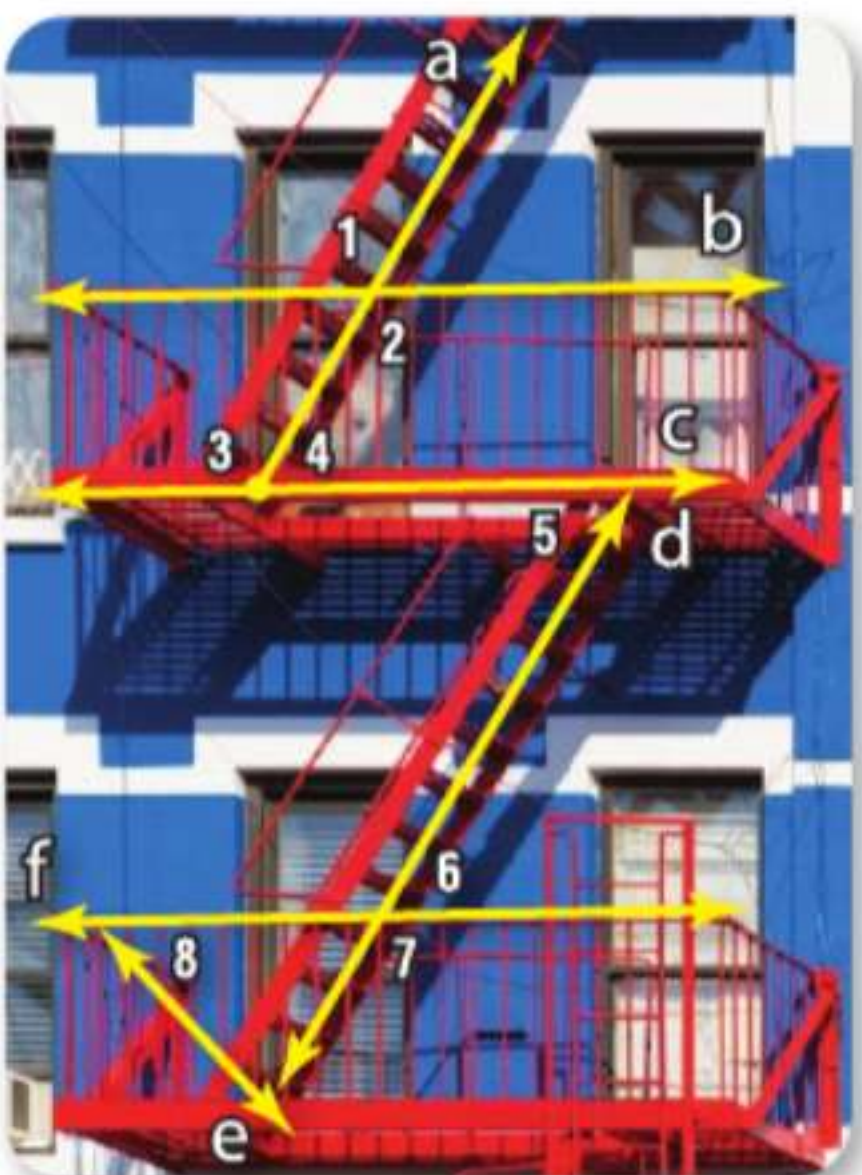
27. $\angle 2$ و $\angle 3$

28. $\angle 9$ و $\angle 10$

29. $\angle 4$ و $\angle 11$

30. $\angle 7$ و $\angle 11$

السلامة حدد القاطع الواصل بين كل زوج من الزوايا في صورة الهروب من الحريق الموضحة. ثم صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا.



31. $\angle 1$ و $\angle 2$

32. $\angle 2$ و $\angle 4$

33. $\angle 4$ و $\angle 5$

34. $\angle 6$ و $\angle 7$

35. $\angle 7$ و $\angle 8$

36. $\angle 2$ و $\angle 3$

37. **الكهرباء** لا يُسمح بالتقاطع بين خطوط الكهرباء.

a. ما العلاقة التي يجب أن تكون بين خطي الكهرباء p و m ? اشرح استنتاجك.

b. ما العلاقة بين المستقيم q و المستقيمين p و m ؟



صف العلاقة بين كل زوج من القطع المستقيمة باعتبارها علاقة توازٍ أو تخالف أو تقاطع.

38. \overline{FG} و \overline{BC}

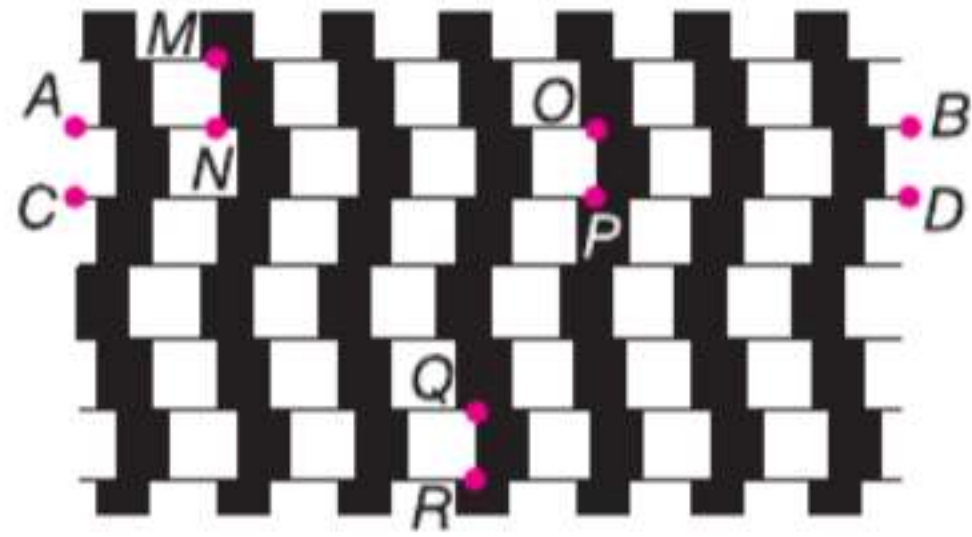
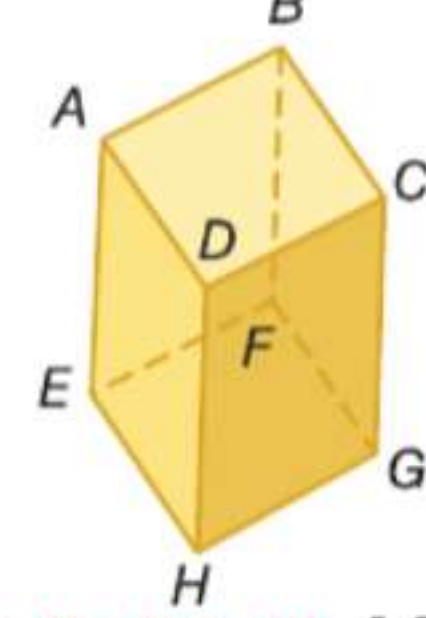
39. \overline{AB} و \overline{CG}

40. \overline{DH} و \overline{HG}

41. \overline{DH} و \overline{BF}

42. \overline{EF} و \overline{BC}

43. \overline{CD} و \overline{AD}



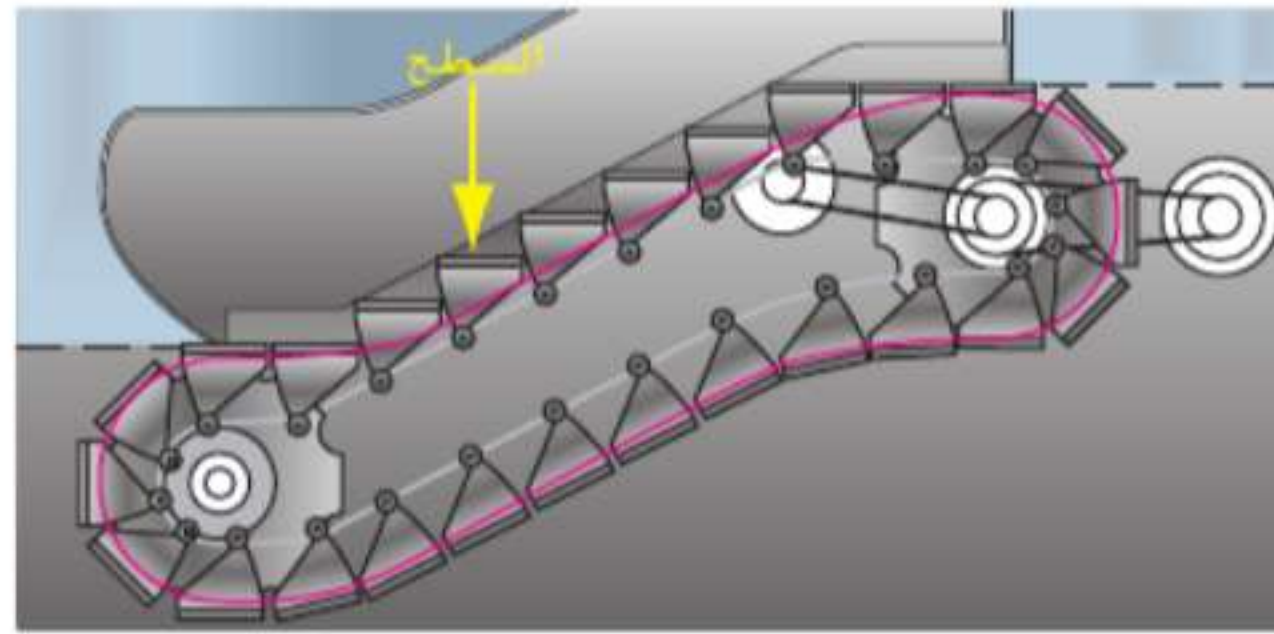
44. الاستنتاج المنطقي الشكل التخيلي الموضح على اليسار

ناتج عن استخدام مربعات وخطوط مستقيمة.

a. ما العلاقة بين \overline{AB} و \overline{CD} ؟ بّرر استنتاجك.

b. ما العلاقة بين \overline{MN} و \overline{QR} ؟ والعلاقة بين \overline{AB} و \overline{CD} و \overline{OP} ؟

45. **السلالم المتحركة** تتكون السلالم الكهربائية المتحركة من درجات على حلقة دوارة يتم تحريكها باستخدام موتور. تنبسط الدرجات عند أعلى وأسفل منصة السلم لتوفير سطح مستوٍ للدخول للسلم والخروج منه.



a. ما العلاقة بين سطح درجات الصاعدة؟

b. ما العلاقة بين سطح الدرجتين عند قمة الجزء المنحدر؟

c. ما العلاقة بين سطح الدرجات في الجزء المنحدر من السلم المتحرك وسطح الدرجات عند أسفل السلم المتحرك؟

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

46. **مسألة غير محددة الإجابة** المستوى P يحتوي على المستقيمين a و b . المستقيم c يقطع المستوى P عند النقطة J . المستقيمان a و b متوازيان، والمستقيمان a و c متخالفان، والمستقيمان b و c غير متخالفين. ارسم شكلاً مستنداً إلى هذا الوصف.

47. **تحذّر** افترض أن النقاط A و B و C موجودة بالمستوى P . وأن النقاط D و E و F موجودة بالمستوى Q . يضم المستقيم m النقطتين D و F ولا يتقاطع مع المستوى P . المستقيم n يضم النقطتين A و E .

a. صمم رسماً تخطيطياً يمثل هذه الحالة.

b. ما العلاقة بين المستويين P و Q ؟

c. ما العلاقة بين المستقيمين m و n ؟

التبرير المستوى X والمستوى Y متوازيان، والمستوى Z يتقاطع مع المستوى X . المستقيم \overleftrightarrow{AB} موجود في المستوى X ، والمستقيم \overleftrightarrow{CD} موجود في المستوى Y ، والمستقيم \overleftrightarrow{EF} موجود في المستوى Z . حدد إذا كانت كل عبارة صحيحة دائماً أم أحياناً أم ليست صحيحة مطلقاً. اشرح.

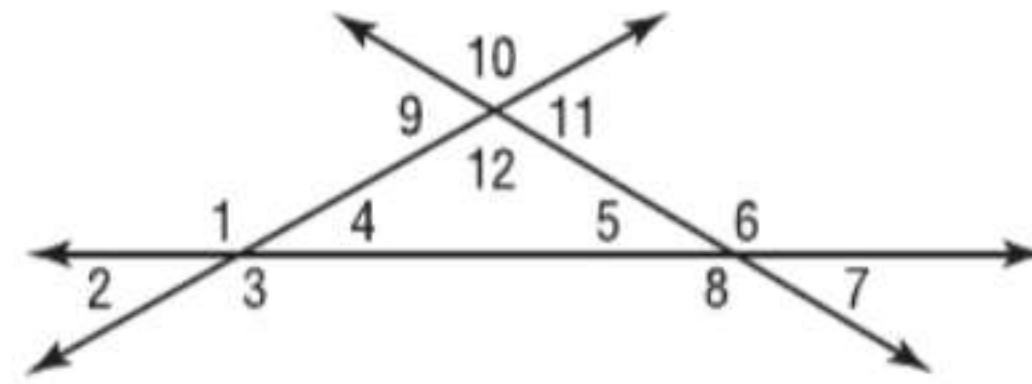
49. \overleftrightarrow{AB} متقاطع مع \overleftrightarrow{EF} .

48. \overleftrightarrow{AB} متخالف مع \overleftrightarrow{CD} .

50. **الكتابة في الرياضيات** هل يمكن وصف زوج من المستويات بأنيهما متخالفان؟ اشرح.

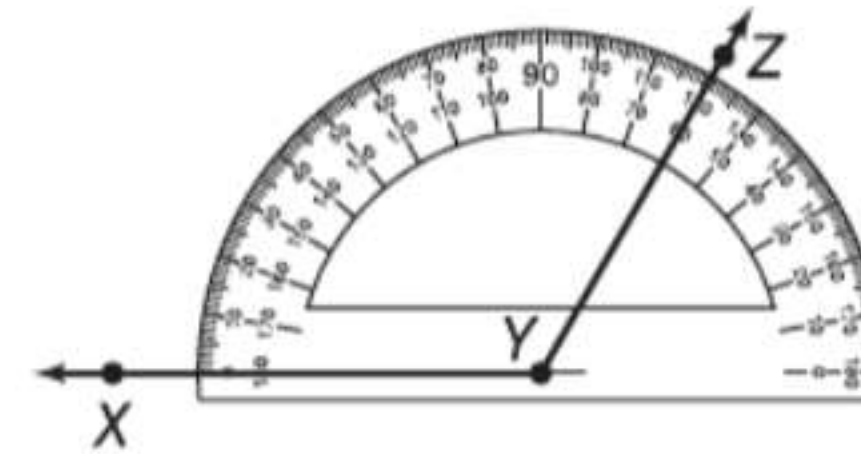
تدريب على الاختبارات المعيارية

51. أي من أزواج الزوايا التالية تعتبر زوايا خارجية متبادلة؟



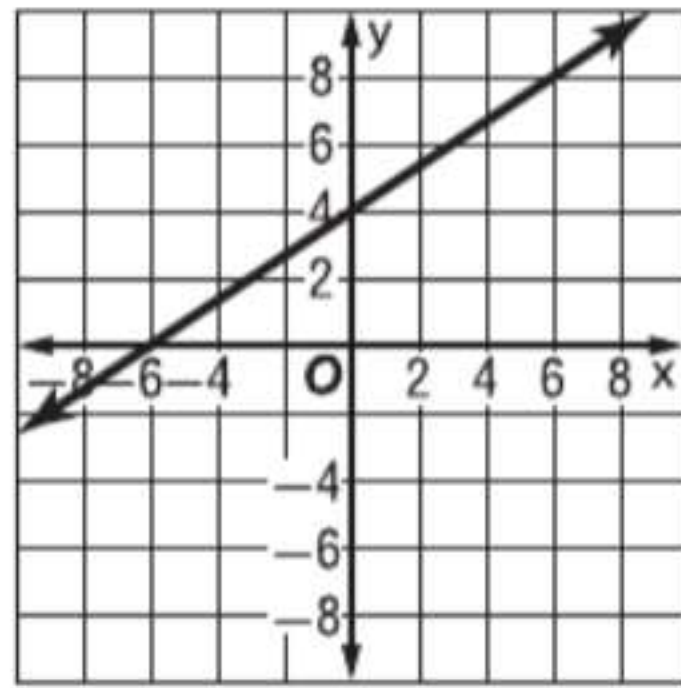
- A $\angle 1$ و $\angle 5$
 B $\angle 2$ و $\angle 6$
 C $\angle 2$ و $\angle 10$
 D $\angle 5$ و $\angle 9$

52. ما قياس $\angle XYZ$ ؟



- F 30°
 G 60°
 H 120°
 J 150°

53. إجابة قصيرة عيّن إحداثيات النقاط التي تمثل نقطتي التقاطع x و y في التمثيل البياني الموضح أدناه.



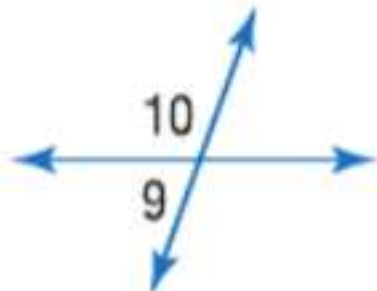
54. SAT/ACT فيما يلي، الخيار الذي لا يساوي 485 هو:

- A $(3 \times 100) + (4 \times 10) + 145$
 B $(3 \times 100) + (18 \times 10) + 5$
 C $(4 \times 100) + (8 \times 10) + 15$
 D $(4 \times 100) + (6 \times 10) + 25$
 E $(4 \times 100) + (5 \times 10) + 35$

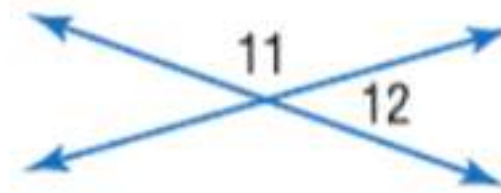
مراجعة شاملة

جدد قياس جميع الزوايا المرقمة.

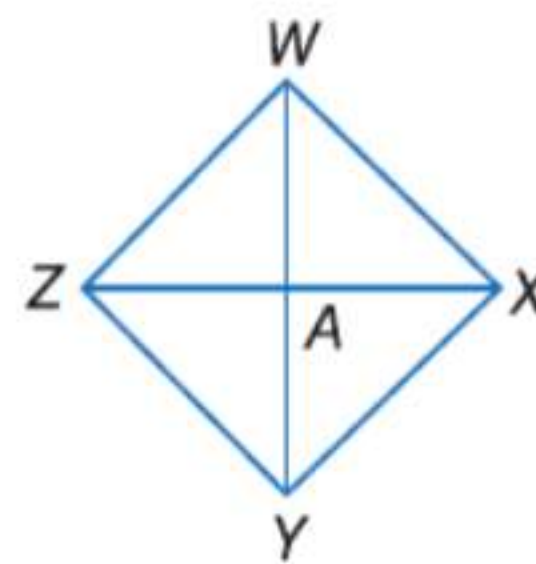
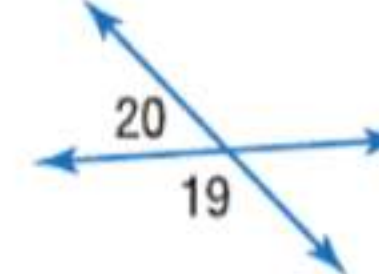
55. $m\angle 9 = 2x - 4$,
 $m\angle 10 = 2x + 4$



56. $m\angle 11 = 4x$,
 $m\angle 12 = 2x - 6$



57. $m\angle 19 = 100 + 20x$,
 $m\angle 20 = 20x$

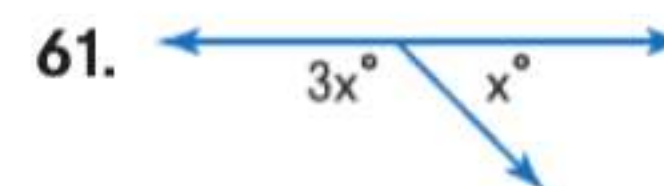
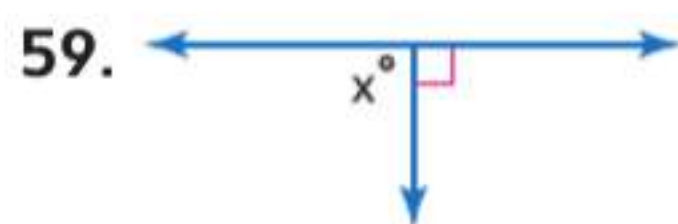


58. البرهان أثبت ما يلي.

- المعطيات: $\overline{WY} \cong \overline{ZX}$
 A هي نقطة منتصف \overline{WY} .
 A هي نقطة منتصف \overline{ZX} .
 المطلوب: $\overline{WA} \cong \overline{ZA}$

مراجعة المهارات

جدد x .





مختبر برامج الهندسة الزوايا والمستقيمت المتوازية

13-2

التوازي

يمكنك استخدام لوح التمثيل البياني (Geometer Sketchpad®) لتحديد الزوايا المتكونة من مستقيمين متوازيين وقاطع.

النشاط المستقيمت المتوازية مع وجود قاطع

الخطوة 1 ارسم مستقيمتًا.

ارسم نقطتين وسمهما F و G . ثم استخدم أداة رسم المستقيمت لرسم المستقيم \overleftrightarrow{FG} .

الخطوة 2 ارسم مستقيمتًا متوازيًا.

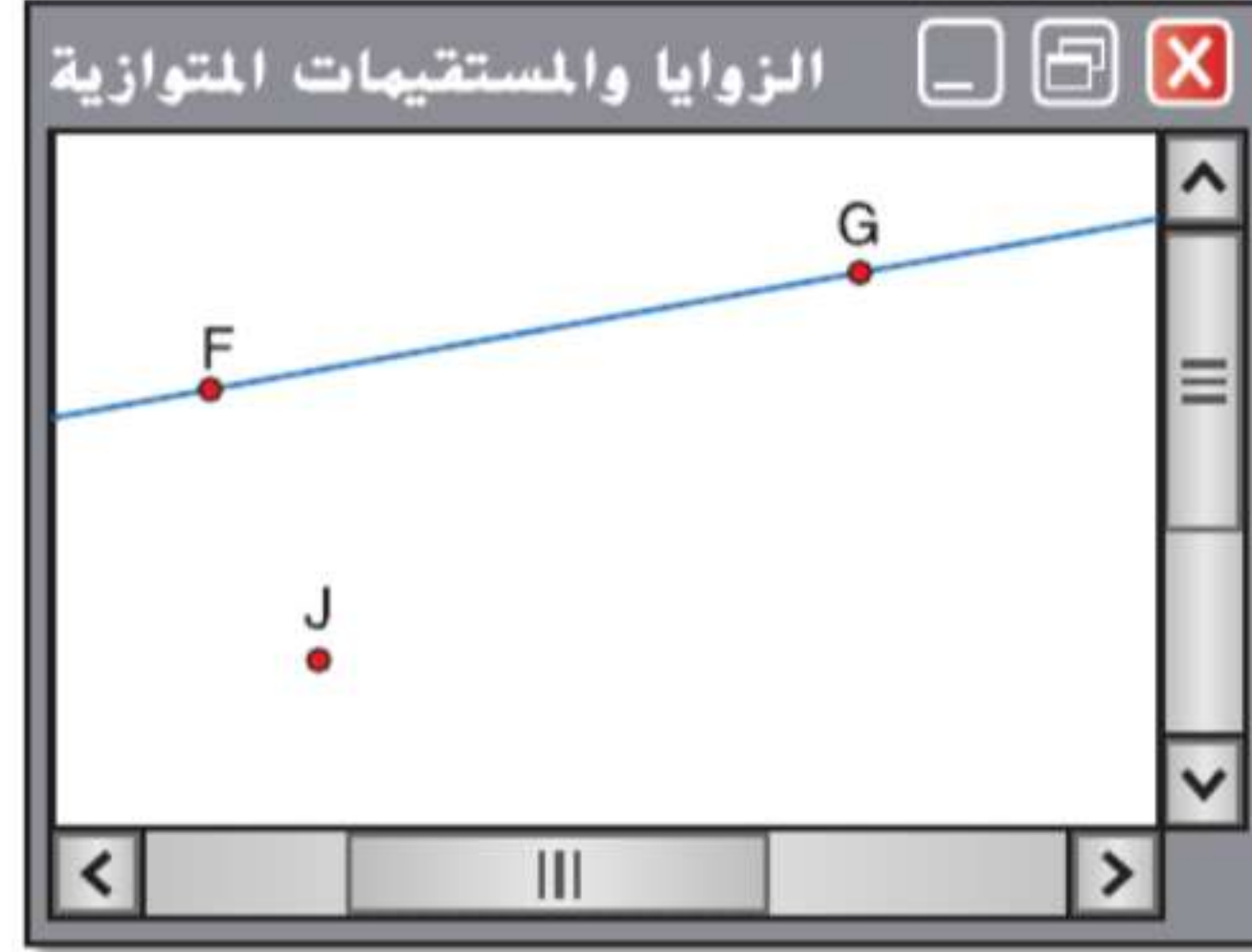
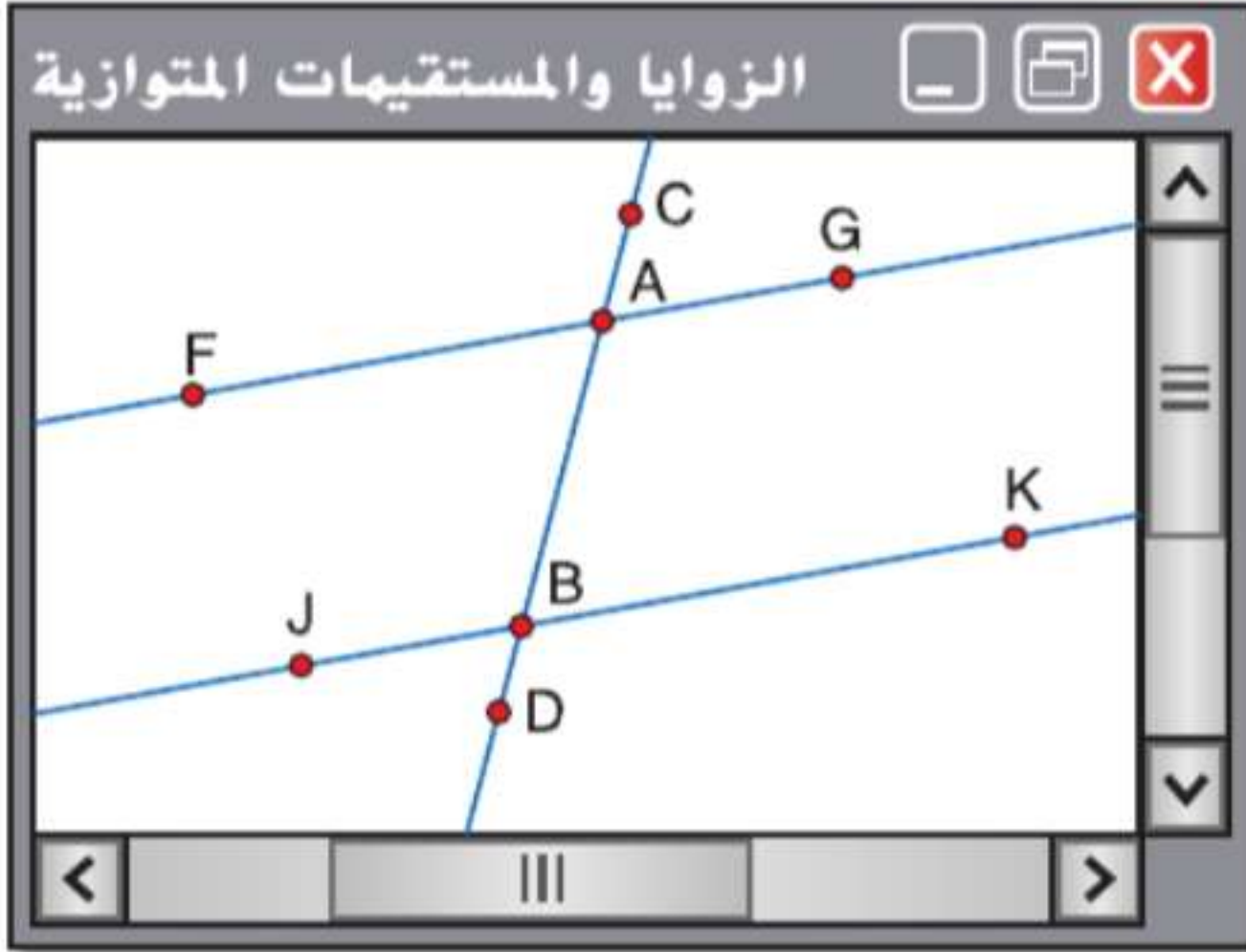
ارسم نقطة خارج المستقيم \overleftrightarrow{FG} وسمها بالحرف J . حدد FG والنقطة J . ثم حدد الخيار **Parallel Line** (خط متوازي) من قائمة **Construct** (إنشاء). ارسم نقطة وسمها K على هذا المستقيم المتوازي.

الخطوة 3 ارسم قاطعًا.

ارسم نقطة وسمها A على المستقيم \overleftrightarrow{FG} ونقطة B على المستقيم \overleftrightarrow{JK} . حدد النقطتين A و B ثم حدد الخيار **Line** (مستقيم) من قائمة **Construct** (إنشاء) لرسم قاطع \overleftrightarrow{AB} . ثم ارسم نقطتين وسمهما C و D على القاطع \overleftrightarrow{AB} كما هو موضح.

الخطوة 4 قس كل زاوية.

قس جميع الزوايا الثماني المتكونة من هذه المستقيمت. على سبيل المثال، حدد النقطتين F و A . ثم النقطة C . وحدد الخيار **Angle** (زاوية) من قائمة **Measure** (قياس) لإيجاد $m\angle FAC$.



حلّ النتائج

1. سجل القياسات الناتجة من الخطوة 4 في جدول مثل هذا الجدول. أي الزوايا لها نفس القياس؟

زاوية	$\angle FAC$	$\angle CAG$	$\angle GAB$	$\angle FAB$	$\angle JBA$	$\angle ABK$	$\angle KBD$	$\angle JBD$
القياس الأول								

2. اسحب النقطة C أو النقطة D لتحريك القاطع \overleftrightarrow{AB} بحيث يقطع المستقيمين المتوازيين عند زاوية مختلفة. أضف بالجدول صفاً جديداً للقياسات الثانية، ثم سجل فيه القياسات الجديدة. كرر تلك الخطوات حتى تكتمل بجدولك صفوف بيانات قياس ثالثة، ورابعة، وخامسة.

3. باستخدام الزوايا المدرجة في الجدول، حدد وصف العلاقة بين كل أزواج الزوايا ذات الأسماء الخاصة التالية. ثم اكتب تخمينًا بصيغة "إذا كان - إذا" عن كل زوج من الزوايا عندما يتكوّن من أي مستقيمين متوازيين تقاطع معهما قاطع.

a. متناظرة b. داخلية متبادلة c. خارجية متبادلة d. داخلية متتالية

4. اسحب النقطة C أو النقطة D بحيث يكون قياس أي من الزوايا هو 90° .

a. ماذا تلاحظ بالنسبة لقياسات الزوايا الأخرى؟

b. خمن فرضية بالنسبة لقاطع متعامد على أحد المستقيمين المتوازيين.

الزوايا والمستقيمات المتوازية

13-2

السابق ..

الحالي ..

لماذا؟ ..

تعلّمت كيفية تسمية أزواج الزوايا المتكونة من المستقيمات المتوازية مع القواطع.

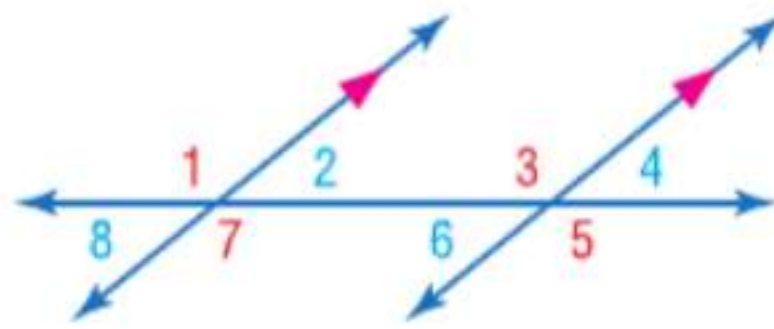
1 استخدام النظريات لتحديد العلاقات بين أزواج معينة من الزوايا.
2 استخدام الجبر لإيجاد قياسات الزوايا.

يستخدم عمال الإنشاءات والصيانة عادةً سقالة للصعود. يوفر هذا الهيكل الدعم والوصول إلى المناطق المرتفعة. القاطع t الموضح يوفر دعماً هيكلياً لمنطقتي العمل المتوازيين.



1 المستقيمات المتوازية وأزواج الزوايا في الصورة، المستقيم t قاطع للمستقيمين a و b . وتعد $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتين متناظرتين. بما أن المستقيمين a و b متوازيان، فهناك علاقة خاصة بين أزواج الزوايا المتناظرة.

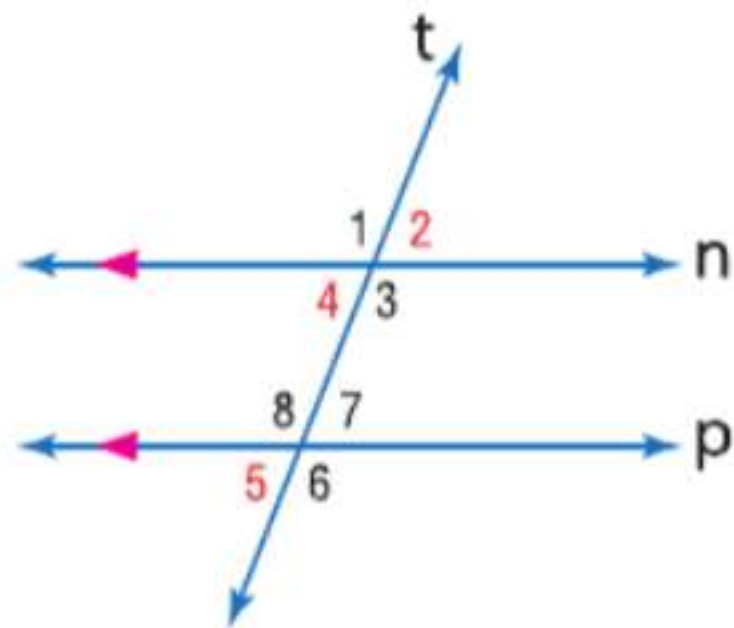
المسألة 13.1 مسلّمة الزوايا المتناظرة



إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، يكون كل زوج من الزوايا المتناظرة متطابقاً.

أمثلة $\angle 1 \cong \angle 3$ و $\angle 2 \cong \angle 4$ و $\angle 5 \cong \angle 7$ و $\angle 6 \cong \angle 8$

مثال 1 استخدام مسلّمة الزوايا المتناظرة



في الشكل، $m\angle 5 = 72$ جد قياس كل زاوية. اذكر أي مسلّمة (مسلمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها.

- a. $\angle 4$
 $\angle 4 \cong \angle 5$ مسلّمة الزوايا المتناظرة
 $m\angle 4 = m\angle 5$ تحديد الزوايا المتطابقة
 $m\angle 4 = 72$ تعويض
- b. $\angle 2$
 $\angle 2 \cong \angle 4$ نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس
 $\angle 4 \cong \angle 5$ مسلّمة الزوايا المتناظرة
 $\angle 2 \cong \angle 5$ خاصية التعدي في التطابق
 $m\angle 2 = m\angle 5$ تحديد الزوايا المتطابقة
 $m\angle 2 = 72$ تعويض

تمرين موجه

في الشكل، افترض أن $m\angle 8 = 105$. جد قياس كل زاوية. اذكر أي مسلّمة (مسلمات) أو نظرية (نظرية) استخدمتها.

1A. $\angle 1$

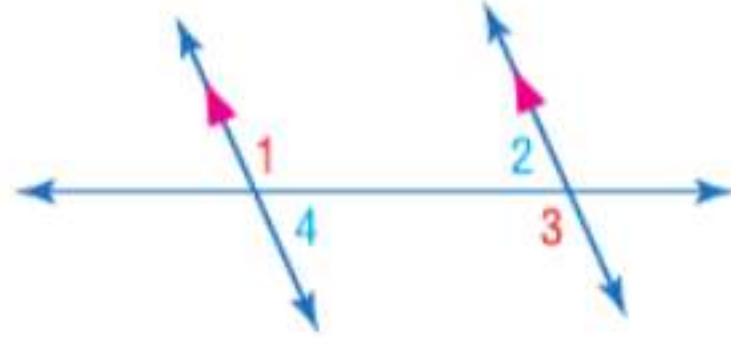
1B. $\angle 2$

1C. $\angle 3$

في المثال 1، إن $\angle 2$ و $\angle 5$ زاويتان خارجيتان متبادلتان متطابقتان. يقترح هذا المثال وغيره من الأمثلة النظريات التالية عن أزواج الزوايا الأخرى المتكونة من مستقيمين متوازيين يقطعهما قاطع.

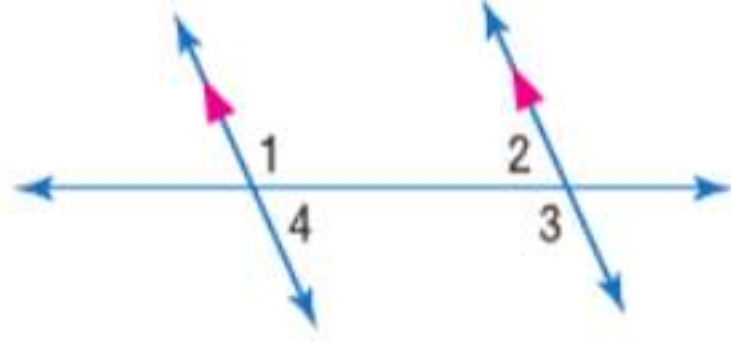
ممارسات في الرياضيات
 فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.
 بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

نظريات المستقيمتان المتوازيتان وأزواج الزوايا



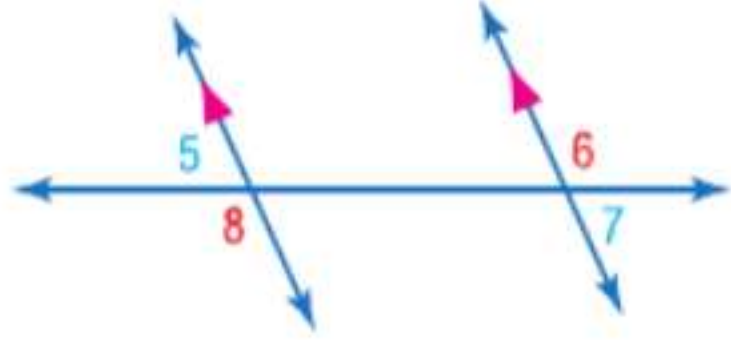
13.1 نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة إذا قطع قاطع مستقيمتين متوازيتين، فإذا يكون كل زوج من الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقًا.

$$\text{أمثلة } \angle 1 \cong \angle 3 \text{ و } \angle 2 \cong \angle 4$$



13.2 نظرية الزوايا الداخلية المتتالية إذا قطع قاطع مستقيمتين متوازيتين، فإذا يكون كل زوج من الزوايا المتتالية متكاملًا.

$$\text{أمثلة } \angle 1 \text{ و } \angle 2 \text{ متكاملتان. } \angle 3 \text{ و } \angle 4 \text{ متكاملتان.}$$



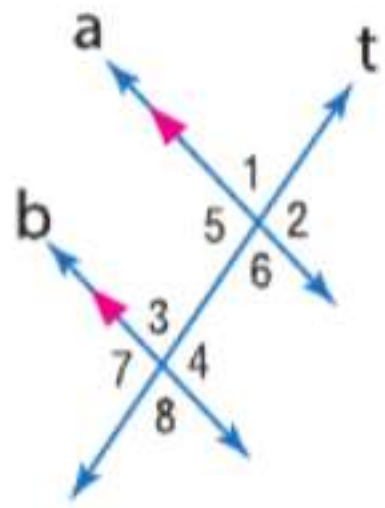
13.3 نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة إذا قطع قاطع مستقيمتين متوازيتين فإذا، يكون كل زوج من الزوايا الخارجية المتبادلة متطابقًا.

$$\text{أمثلة } \angle 5 \cong \angle 7 \text{ و } \angle 6 \cong \angle 8$$

سوف تقوم بإثبات النظريتين 13.2 و 13.3 من خلال التمرينين 30 و 35 على الترتيب.

نظرًا لأنه يتم قبول بعض المسلّمات دون إثبات، يمكنك استخدام مسلّمات الزوايا المتناظرة لإثبات كلٍّ من النظريات أعلاه.

إثبات نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة



المعطيات: $a \parallel b$

t يمثل قاطعًا لكل من a و b .

المطلوب: $\angle 3 \cong \angle 6$ و $\angle 4 \cong \angle 5$

فقرة الإثبات: نعلم أن $a \parallel b$ قطعهما القاطع t . وحسب مسلّمات الزوايا المتناظرة، تكون الزوايا المتناظرة متطابقة. لذلك، $\angle 2 \cong \angle 4$ و $\angle 6 \cong \angle 8$. كذلك، $\angle 5 \cong \angle 3$ و $\angle 8 \cong \angle 3$ لأن الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة. وبالتالي، $\angle 5 \cong \angle 4$ و $\angle 3 \cong \angle 6$ حيث إن تطابق الزوايا متعدّد.

مثال 2 من الحياة اليومية استخدام النظريات مع المستقيمتان المتوازيتان



التخطيط المجتمعي ممر ريدينغ وطريق جدول كريك المائي هما شارعان متوازيان يتقاطعان مع طريق المنتزه على طول الجانب الغربي لمنتزه وندل. إذا كان $m\angle 1 = 118$ ، فجد $m\angle 2$.

$\angle 2 \cong \angle 1$ مسلّمات الزوايا الداخلية المتبادلة

$m\angle 2 = m\angle 1$ تحديد الزوايا المتطابقة

$m\angle 2 = 118$ التعويض

تمرين موجّه

التخطيط المجتمعي ارجع إلى الرسم التخطيطي أعلاه لإيجاد قياس كل زاوية. اذكر أي مسلّمات (مسلّمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها.

2A. إذا كان $m\angle 1 = 100$ فجد $m\angle 4$ 2B. إذا كان $m\angle 3 = 70$ فجد $m\angle 4$.

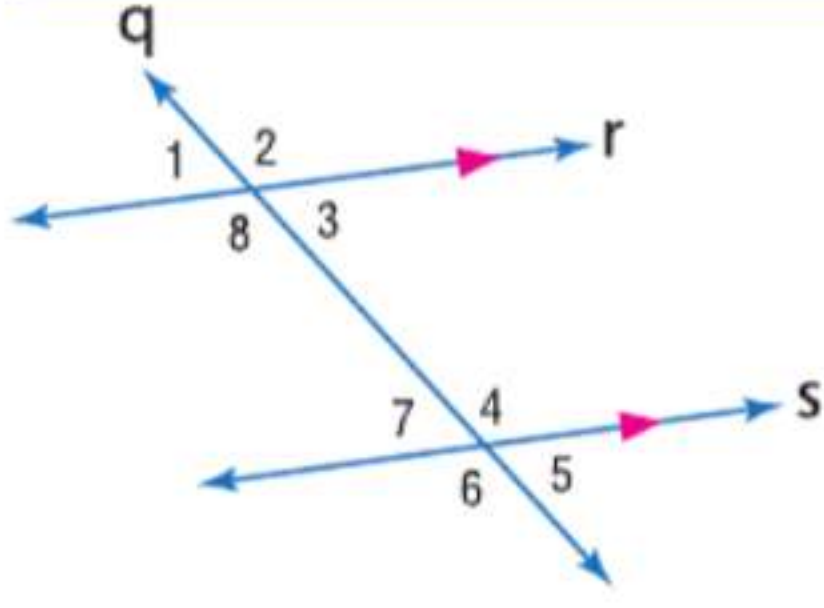
نصيحة دراسية

العلاقات بين الزوايا تعميم هذه النظريات العلاقات بين أزواج معينة من الزوايا. إذا اختلقت عليك هذه العلاقات، يمكنك التحقق منها بالأساليب المستخدمة في المثال 1، باستخدام الزوايا المتناظرة والزوايا المتقابلة بالرأس والزوايا المتكاملة فقط.

2 الجبر وقياسات الزوايا

يمكن استخدام علاقات خاصة بين الزوايا التي تكونت من مستقيمين متوازيين وقاطع لإيجاد قيم غير معروفة.

مثال 3 إيجاد قيم المتغيرات



الجبر استخدم الشكل الموضح على اليسار لإيجاد المتغير المشار إليه. اشرح استنتاجك.

a. إذا كان $m\angle 4 = 2 - 17$ و $\angle 1 = 85$ فجد .

نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس $\angle 3 \cong \angle 1$

تحديد الزوايا المتطابقة $m\angle 3 = m\angle 1$

تعويض $m\angle 3 = 85$

نظرًا لأن المستقيمين r و s متوازيان، تكون الزاويتان $\angle 3$ و $\angle 4$ متكاملتين حسب نظرية الزوايا الداخلية المتتالية.

$m\angle 3 + m\angle 4 = 180$ تحديد الزوايا المتكاملة

$85 + 2x - 17 = 180$ تعويض

$2x + 68 = 180$ بسط.

$2x = 112$ اطرح 86 من كل طرف.

$x = 56$ اقسّم كل طرف على 2.

b. جد إذا كان $m\angle 3 = 4 + 30$ و $\angle 6 + 7 = 7$.

نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة $\angle 3 \cong \angle 7$

تحديد الزوايا المتطابقة $m\angle 3 = m\angle 7$

$4y + 30 = 7y + 6$ تعويض

$30 = 3y + 6$ اطرح $4y$ من كل طرف.

$24 = 3y$ اطرح 6 من كل طرف.

$8 = y$ اقسّم كل طرف على 3.

نصيحة دراسية

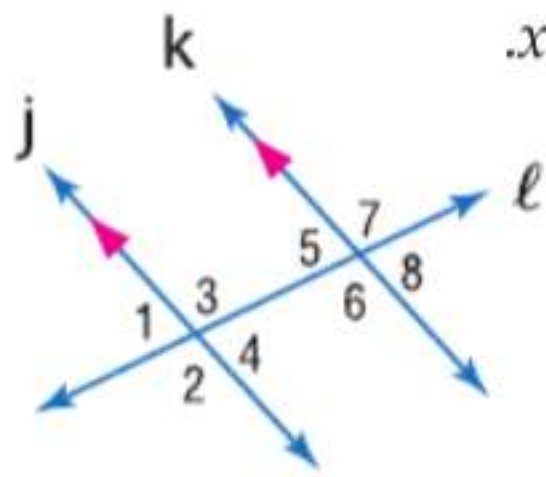
الدقة المسلّمات

والنظريات التي ستدرسها في هذا الدرس لا تنطبق إلا على المستقيمتين المتوازيتين التي يقطعها قاطع. يجب عليك عدم افتراض أن المستقيمتين متوازيتين إلا إذا أعطيت معلومات عن ذلك أو إذا تم تمييز المستقيمتين بأسهم توضح علاقة التوازي.

تمرين موجّه

3A. إذا كان $m\angle 2 = 4x + 7$ و $m\angle 7 = 5x - 13$ فجد x .

3B. جد y إذا كان $m\angle 5 = 68$ و $m\angle 3 = 3y - 2$.

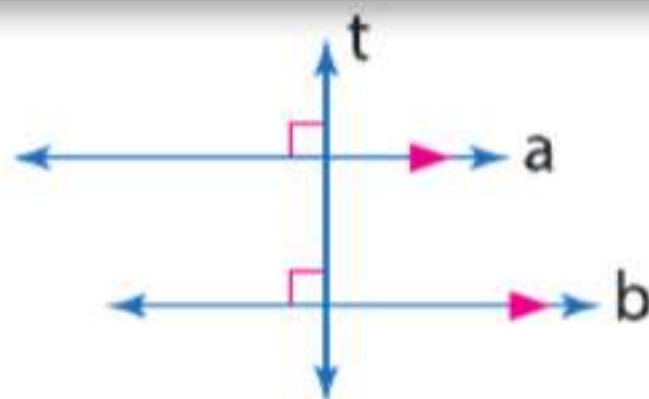


توجد علاقة خاصة عندما يكون قاطع مستقيمين متوازيين عبارة عن مستقيم متعامد.

النظرية 13.4 نظرية القاطع المتعامد

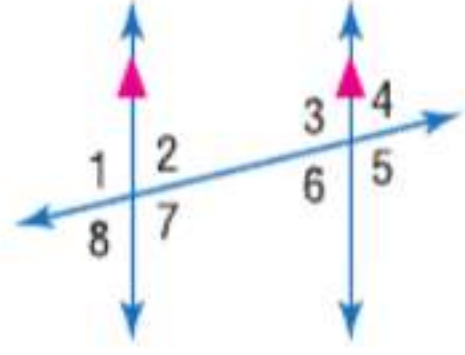
في أي مستوى، إذا وجد مستقيم متعامدًا على أحد مستقيمين متوازيين، فإن هذا المستقيم يكون متعامدًا على المستقيم المتوازي الثاني.

أمثلة إذا كان المستقيم a || المستقيم b والمستقيم $a \perp$ المستقيم t ، إذا يكون المستقيم $b \perp$ المستقيم t .



سوف تثبت النظرية 13.4 في التمرين 37.

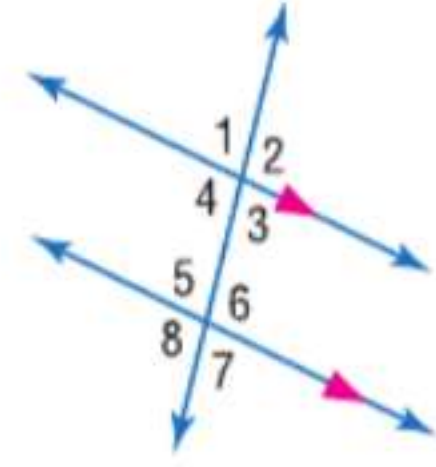
التحقق من فهمك



في الشكل، $m\angle 2 = 85$. جـد قياس كل زاوية. اذكر أي مسلّمة (مسلمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها.

مثال 1

1. $\angle 4$ 2. $\angle 6$ 3. $\angle 7$



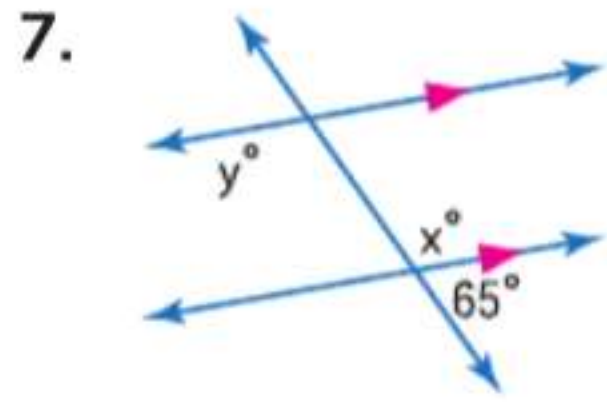
في الشكل، $m\angle 6 = 110$. جـد قياس كل زاوية. اذكر أي مسلّمة (مسلمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها.

مثال 2

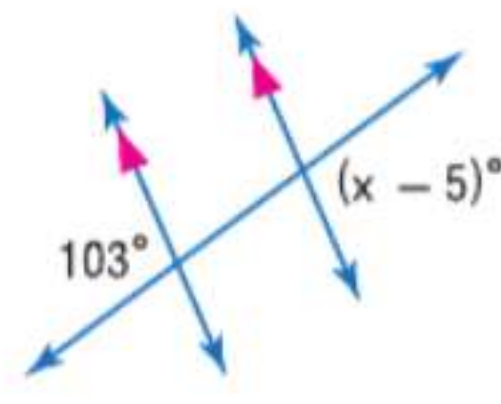
4. $\angle 4$ 5. $\angle 3$ 6. $\angle 1$

جـد قيمة المتغير (المتغيرات) في كل شكل. اشرح استنتاجك.

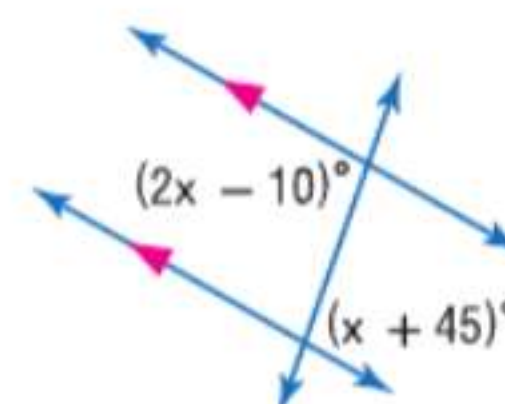
مثال 3



7.

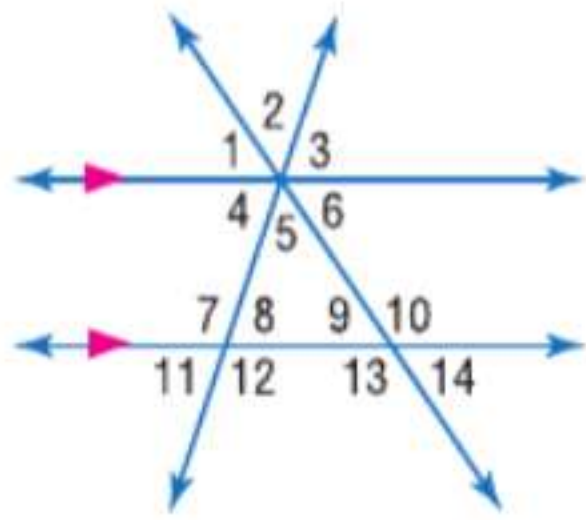


8.



9.

التمرين وحل المسائل



في الشكل، $m\angle 11 = 62$ و $m\angle 14 = 38$. جـد قياس كل زاوية. اذكر أي مسلّمة (مسلمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها.

المثالان 1 و 2

10. $\angle 4$ 11. $\angle 3$ 12. $\angle 12$
13. $\angle 8$ 14. $\angle 6$ 15. $\angle 2$
16. $\angle 10$ 17. $\angle 5$ 18. $\angle 1$

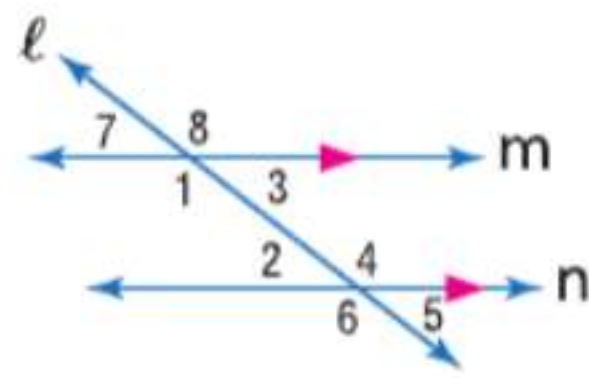
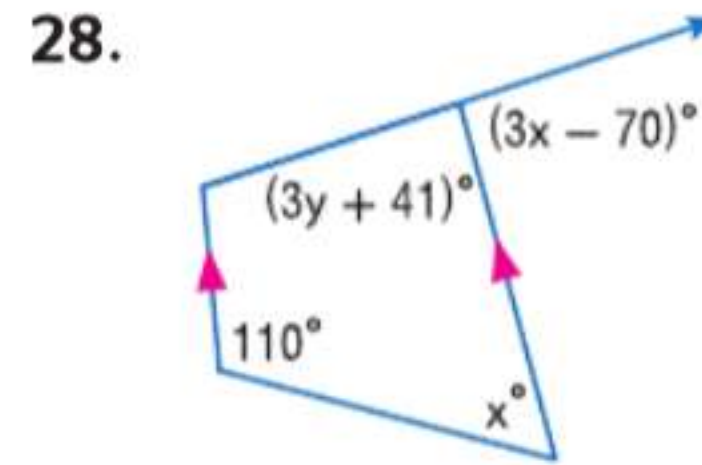
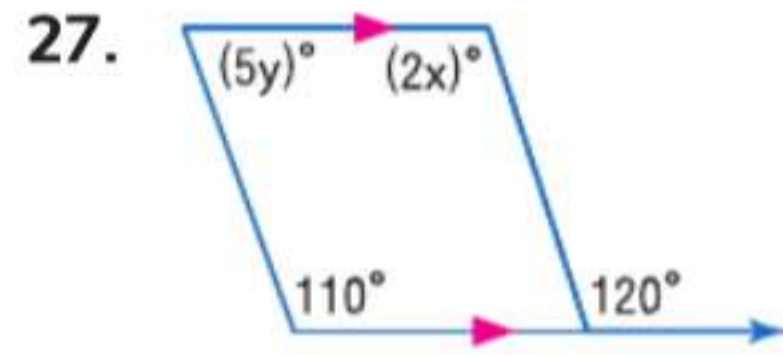
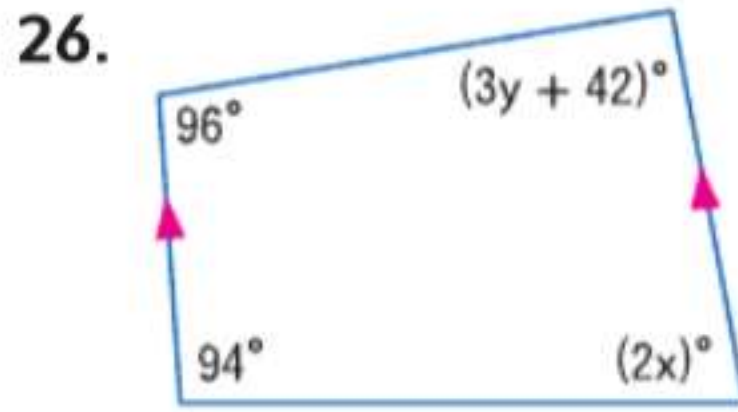
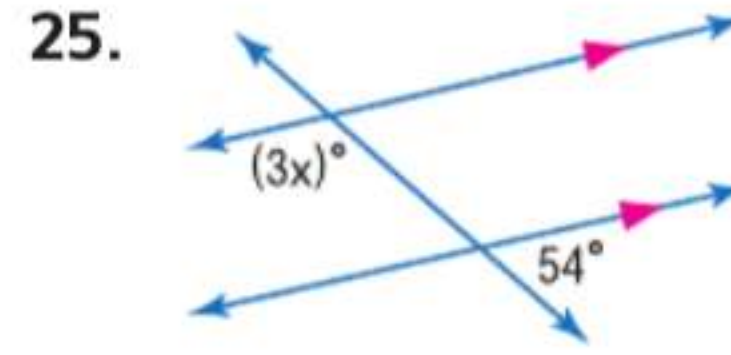
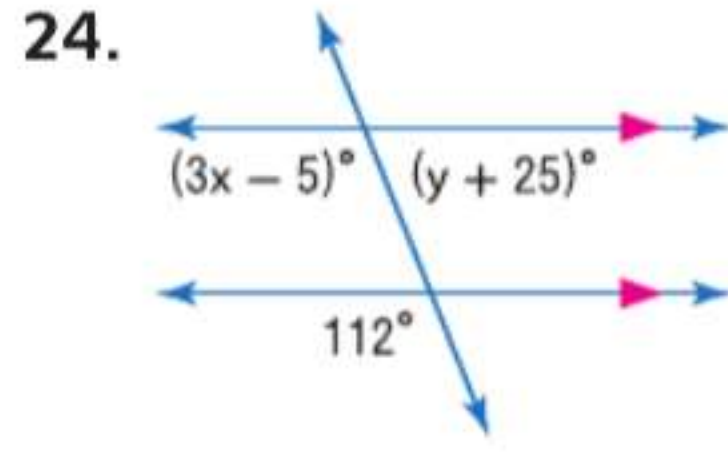
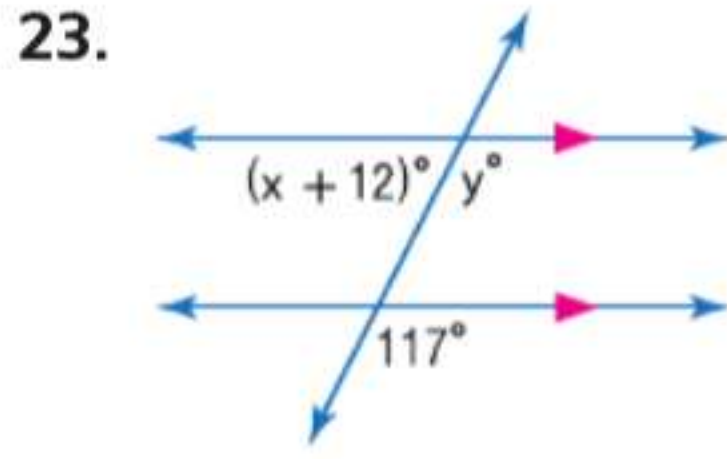
جهاز استقبال إشارات القمر الصناعي تجمع الأطباق اللاقطة لإشارات التلفزيون الإشارة عن طريق توجيه الإشعاع القادم من القمر الصناعي إلى جهاز استقبال موضوع في بؤرة الطبق اللاقط للإشارة. افترض أن أشعة الإشعاع القادم من القمر الصناعي متوازية. حدد العلاقة بين كل زوج من الزوايا و اشرح استنتاجك.

مثال 3



19. $\angle 1$ و $\angle 2$ 20. $\angle 1$ و $\angle 3$ 21. $\angle 2$ و $\angle 4$ 22. $\angle 1$ و $\angle 4$

جد قيمة المتغير (المتغيرات) في كل شكل. اشرح استنتاجك.



29. البرهان انسخ وأكمل إثبات النظرية 13.2.

المعطيات: $m \parallel n$ و l يمثل قاطعاً.

المطلوب: الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان؛ والزاويتان $\angle 3$ و $\angle 4$ متكاملتان.

البرهان:

المبررات	العبارات
a. معطيات	a. ?
b. ?	b. $\angle 1$ و $\angle 3$ تكوّنان زاوية مستقيمة
c. إذا شكلت زاويتان زاوية مستقيمة، إذاً تكون هاتان الزاويتان متكاملتين.	$\angle 2$ و $\angle 4$ تكوّنان زاوية مستقيمة.
d. ?	c. ?
e. تحديد التطابق	d. $\angle 1 \cong \angle 4$, $\angle 2 \cong \angle 3$
f. ?	e. $m\angle 1 = m\angle 4$, $m\angle 2 = m\angle 3$
	f. ?

التخزين عند الحاجة إلى الوصول للرفوف الصناعية من أي جانب، يتم توفير دعم إضافي على الجانب بأجزاء متقاطعة. حدد العلاقة بين كل زوج من الزوايا و اشرح استنتاجك.

30. $\angle 2$ و $\angle 7$

31. $\angle 3$ و $\angle 7$

32. $\angle 4$ و $\angle 5$

33. $\angle 5$ و $\angle 6$

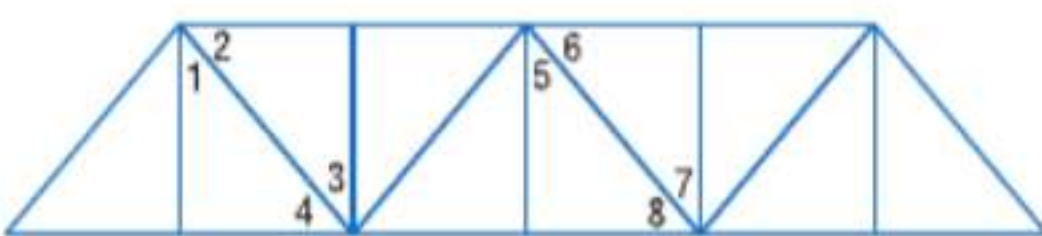
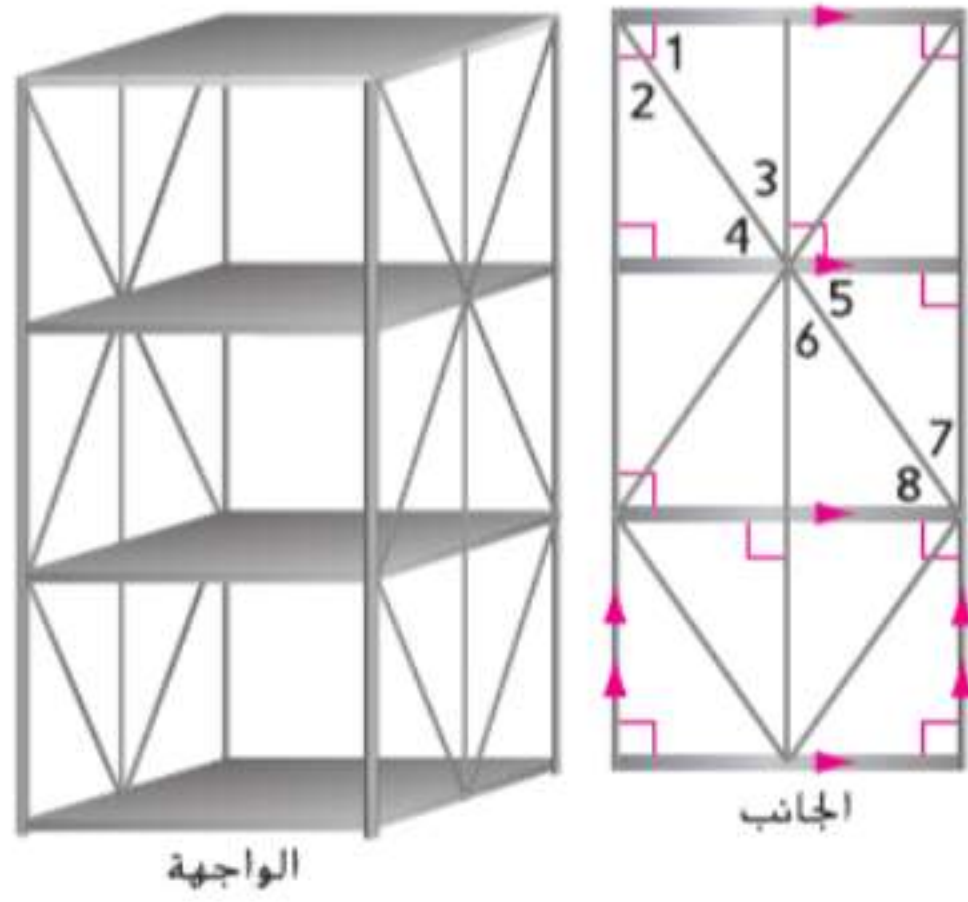
34. الإثبات اكتب إثباتاً من عمودين لنظرية الزوايا الخارجية المتبادلة. (النظرية 13.3)

35. الجسور راجع الرسم التخطيطي الموضح على اليسار لهيكل جسر. الدعامتان الأفقيتان للجسر متوازيتان.

a. اكتب تخميناً عن الزوايا زوجية الترقيم. اشرح استنتاجك.

b. اكتب تخميناً عن الزوايا فردية الترقيم. اشرح استنتاجك.

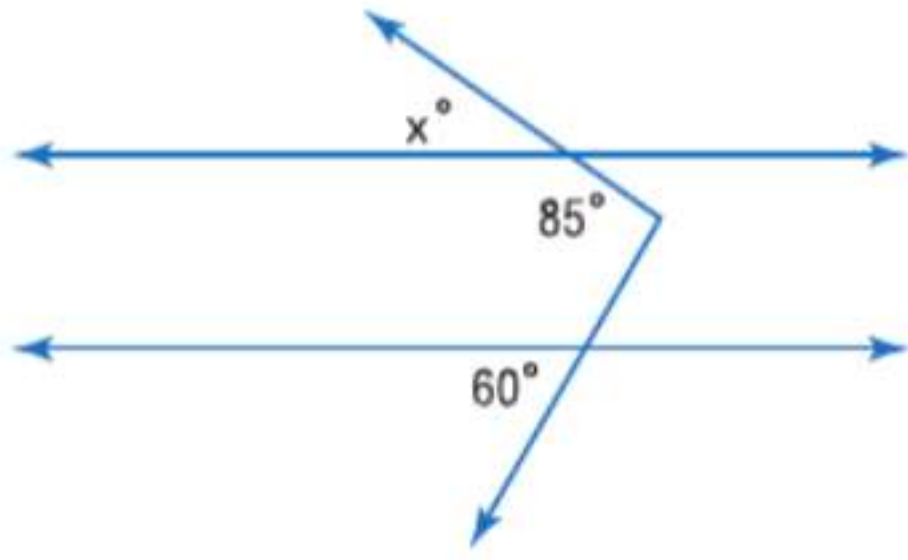
c. اكتب تخميناً عن أي زوج من الزوايا تكون إحدى زاويتيها فردية الترقيم والأخرى زوجية الترقيم. اشرح استنتاجك.



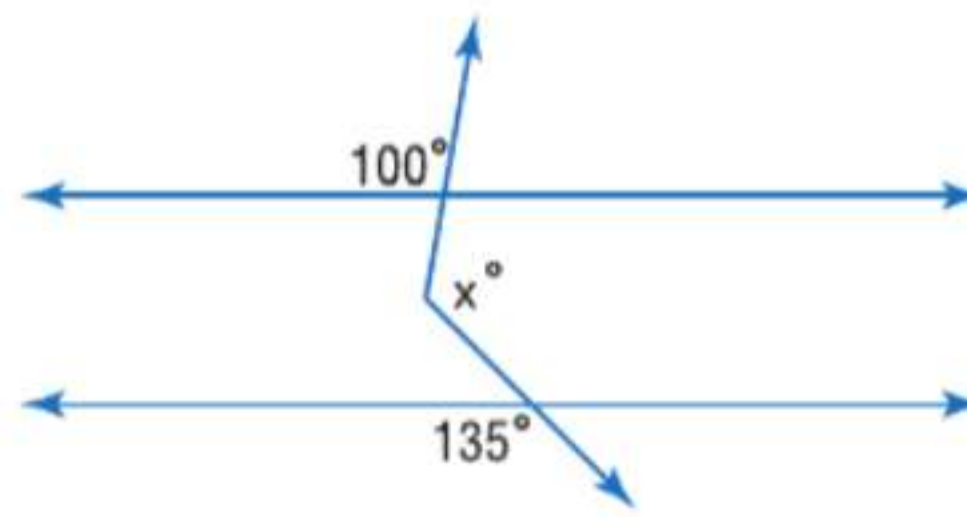
36. **الإثبات** في مستوى ما، أثبت أنه إذا كان هناك مستقيم متعامد على أحد مستقيمين متوازيين، إذاً يكون متعامداً على المستقيم الآخر. (النظرية 13.4)

الأدوات جـد x . (إرشاد: ارسم خطاً مساعداً.)

37.



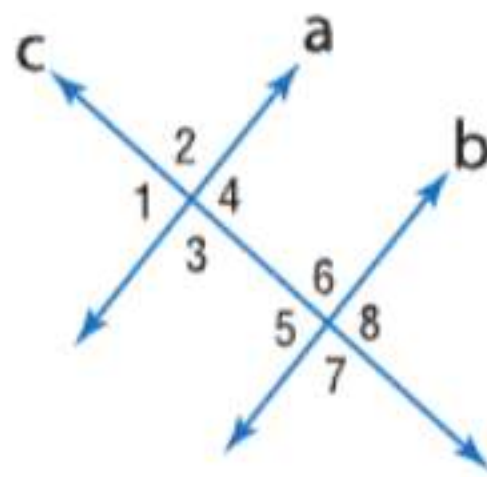
38.



39. ارسم زوجاً من المستقيمتين المتوازيتين، x و y . ارسم مستقيماً، w . يمثل قاطعاً يقطع المستقيمين x و y . قم بترقيم الزوايا بحيث تكون الزوايا ذات الأرقام الفردية في جانب واحد من القاطع، وتكون الزوايا ذات الأرقام الزوجية في الجانب الآخر من القاطع.

- سجل كل أزواج الزوايا المحتملة بالنسبة للزوايا زوجية الترقيم. اذكر العلاقة بين كل زوج.
- سجل كل أزواج الزوايا المحتملة بالنسبة للزوايا فردية الترقيم. اذكر العلاقة بين كل زوج.
- إذا كان عليك تحديد زاويتين عشوائياً، فكم يكون عدد أزواج الزوايا المحتملة؟
- ما العلاقة (العلاقات) المحتملة بين أزواج الزوايا؟
- ما احتمال تحديد زوج من الزوايا المتطابقة؟
- ما احتمال تحديد زوج من الزوايا المتكاملة؟

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا



40. **الكتابة في الرياضيات** إذا كان المستقيم a متوازيًا مع المستقيم b

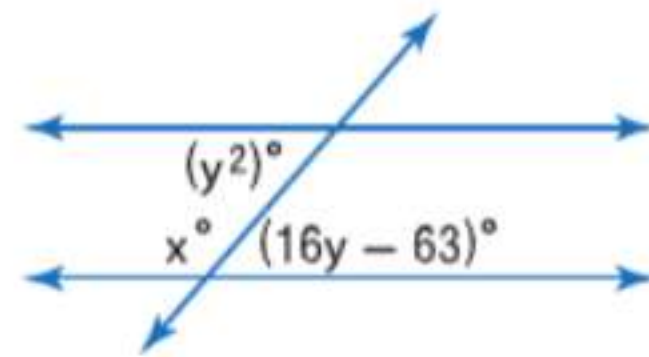
و $\angle 5 \cong \angle 6$ ، فصف العلاقة بين المستقيمين a و c . اشرح استنتاجك.

41. **الكتابة في الرياضيات** قارن وبيّن الفرق بين نظرية

الزوايا الخارجية المتبادلة ونظرية الزوايا الخارجية المتتالية.

42. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم زوجاً من المستقيمتين المتوازيتين يقطعهما قاطع وقس الزاويتين الخارجيتين على نفس الجانب من القاطع. حدد قياساتك على الرسم. اعتماداً على النموذج الذي رأيته لتسمية أزواج زوايا أخرى، ماذا تعتقد أن يكون اسم زوج الزوايا الذي قستة؟

43. **تحذّر** جـد x و y .



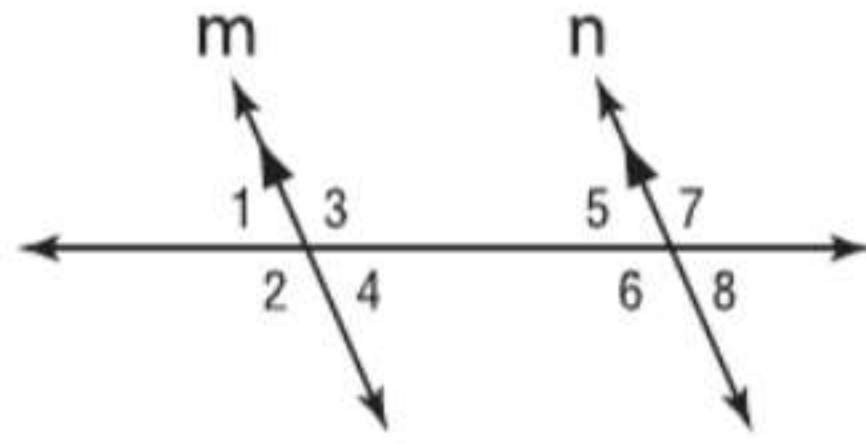
التبرير حدّد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة أحياناً أم صحيحة دائماً أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح استنتاجك.

44. إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين وعرف قياس إحدى الزوايا،

فإنه يمكن معرفة قياس جميع الزوايا الأخرى أيضاً.

تدريب على الاختبارات المعيارية

47. **إجابة مختصرة** إذا كان $m \parallel n$ إذا أي العبارات التالية لا بد من أن تكون صحيحة؟

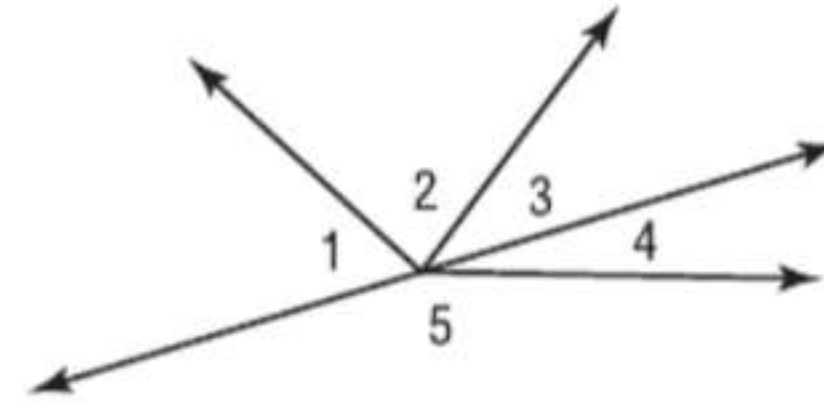


- I. $\angle 3$ و $\angle 6$ زاويتان داخليتان متبادلتان.
- II. $\angle 4$ و $\angle 6$ زاويتان داخليتان متتاليتان.
- III. $\angle 1$ و $\angle 7$ زاويتان خارجيتان متبادلتان.

48. **الجبر** إذا كان $x = -6 + -2$ ، إذا $x = -17 -$ ؟

- | | |
|-------|------|
| A -13 | D 13 |
| B -4 | E 21 |
| C 9 | |

45. افترض أن $\angle 4$ و $\angle 5$ تكونان زوجا خطيًا. إذا كان $m\angle 1 = 2x$ و $m\angle 2 = 3x - 20$ و $m\angle 3 = x - 4$ فما هو $m\angle 3$ ؟



- | | |
|--------------|--------------|
| A 26° | C 30° |
| B 28° | D 32° |

46. **SAT/ACT** يربي مزارع دجاجا وأغناما. فإذا كان إجمالي رؤوس الطيور والحيوانات لديه 120 رأسا في إجمالي 300 m فكم يكون عدد الدجاج لدى المزارع؟

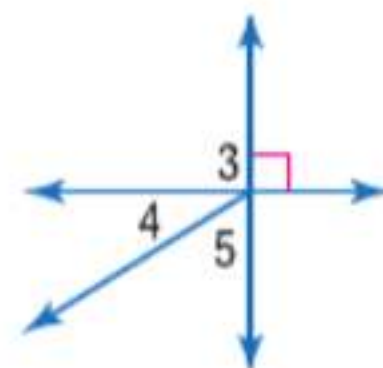
- | | |
|------|------|
| F 60 | H 80 |
| G 70 | J 90 |

مراجعة شاملة

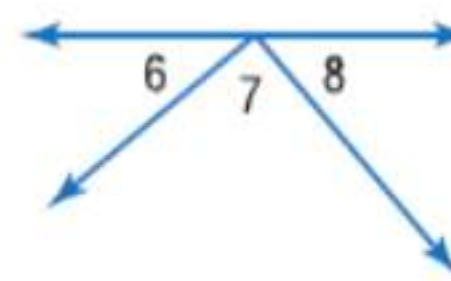
49. **الطيران** تم تعيين مستوى ارتفاع الطائرات اعتمادًا على اتجاه طيرانها. فإذا كانت طائرة تطير تجاه الشمال الغربي عند ارتفاع 10,500 m وتطير طائرة أخرى تجاه الشرق عند ارتفاع 7,500 m، فصف نوع المستقيمات المتكونة بمسارات الطائرتين. اشرح استنتاجك.

استخدم العبارة المعطاة لإيجاد قياس كل زاوية مرقمة.

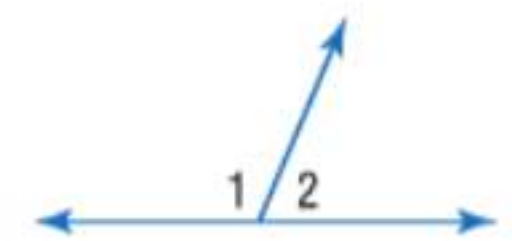
52. $m\angle 4 = 32$



51. $\angle 6$ و $\angle 8$ ؛ زاويتان متتامتان
 $m\angle 8 = 47$



50. $\angle 1$ و $\angle 2$ تكونان زوجا خطيًا
و $m\angle 2 = 67$



مراجعة المهارات

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

53. $\frac{6-5}{4-2}$

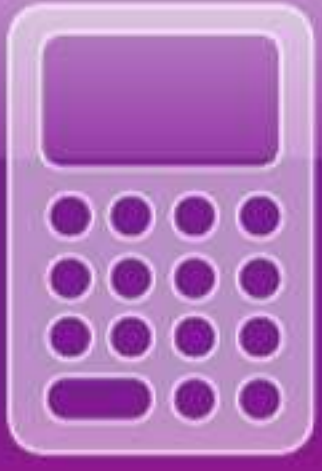
54. $\frac{-5-2}{4-7}$

55. $\frac{-11-4}{12-(-9)}$

56. $\frac{16-12}{15-11}$

57. $\frac{10-22}{8-17}$

58. $\frac{8-17}{12-(-3)}$



مختبر تقنية التمثيل البياني استكشاف الميل

3-13

الإستكشاف

يطلق على معدل التغير في مستوى انحدار مستقيم مصطلح "الميل". يمكن استخدام الميل لاستكشاف العلاقة بين كميات بالحياة الواقعية.

إعداد التجربة

- صل جهاز تجميع بيانات بحاسبة التمثيل البياني. ضع الجهاز على مكتب أو منضدة بحيث يمكنه قراءة حركة شخص سائر.
- ضع علامات على الأرض على مسافتين تبعدان 1 m و 6 m عن الجهاز.

النشاط

الخطوة 1 اجعل أحد أعضاء المجموعة يقف على العلامة التي على بعد متر وعندما يقوم عضو آخر من المجموعة بالضغط على الزر لبدء تجميع البيانات، ينبغي أن يتحرك السائر بعيدًا عن الجهاز بخطى ثابتة بطيئة.

الخطوة 2 توقف عن تجميع البيانات عندما يتخطى السائر العلامة التي على بعد 6 m. احفظ هذه البيانات باسم التجربة 1.

الخطوة 3 كرر التجربة، مع السير بخطى أسرع. احفظ هذه البيانات باسم التجربة 2.

الخطوة 4 لإجراء التجربة 3 كرر التجربة ولكن بالسير البطيء تجاه جهاز تجميع البيانات.

الخطوة 5 كرر التجربة، مع السير بسرعة تجاه الجهاز. احفظ هذه البيانات باسم التجربة 4.

حلل النتائج

1. قارن وبين الفرق بين التمثيل البياني للتجربتين 1 و 2 ما مدى تشابه التمثيل البياني للتجربتين 1 و 3؟

2. استخدم خاصية **التتبع** بالحاسبة لإيجاد إحداثيات نقطتين على كل تمثيل بياني. سجل الإحداثيات في جدول مثل الجدول الموضح. ثم استخدم النقاط لإيجاد ميل المستقيم.

3. قارن وبين الفرق بين الميل للتجربتين 1 و 2. ما مدى تشابه الميل للتجربتين 1 و 2 مع الميل للتجربتين 3 و 4؟

4. يوضح ميل المستقيم معدل التغير في الكميات التي تمثلها قيمتا x و y ما الذي تم تمثيله بواسطة معدل التغير في هذه التجربة؟

5. **التخمين** كيف سيبدو التمثيل البياني إذا قمت بتجميع بيانات أثناء وقوف الشخص السائر دون حركة؟ استخدم جهاز تجميع البيانات للتحقق من تخمينك.

التجربة	النقطة A (x_2, y_2)	النقطة B (x_1, y_1)	الميل = $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
1			
2			
3			
4			

ميل الخط المستقيم

13-3

السابق

الحالي

لماذا؟

استخدمت خواص الخطوط المستقيمة المتوازية لتحديد الزوايا المتطابقة.

1 تصنيف ميول الخطوط المستقيمة
2 استخدام الميل لتحديد الخطوط المستقيمة المتوازية والمتعامدة.

تعيّن منتجات لتزلج تقييمات لمسارات التزلج الخاصة بها وفقاً لمدي صعوبتها. ومن العوامل الأساسية في تحديد هذا التقييم انحدار المسار أو درجة ميله. ينخفض المسار الذي له درجة ميل بقيمة 6% أو $\frac{6}{100}$ بمقدار 6 m رأسياً لكل 100 m يتم قطعها رأسياً خلال التزلج.

والمسارات الأسهل، المميزة بعلامة ●، لها ميول تتراوح ما بين 6% و 25%. بينما المسارات الأصعب، المميزة بعلامة ◆ أو ◆◆، فلها ميول بمقدار 40% أو أكثر.

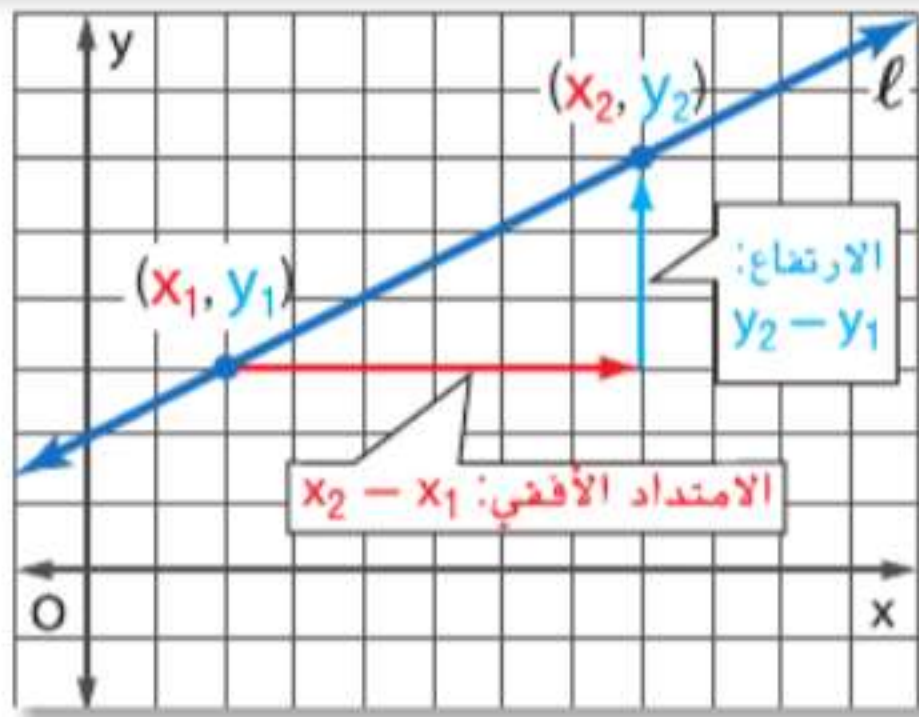


المفردات الجديدة

ميل slope
معدل التغير rate of change

1 **ميل المستقيم** يتم توضيح انحدار أو ميل هضبة بنسبة ارتفاع الهضبة الرأسى إلى امتدادها الأفقى. وفي الجبر، تعلمت أن ميل المستقيم في المستوى الإحداثى يمكن حسابه باستخدام أي نقطتين على المستقيم.

المفهوم الأساسي ميل المستقيم



$$m = \frac{\text{الارتفاع}}{\text{الامتداد الأفقى}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

في المستوى الإحداثى، **ميل** المستقيم هو نسبة التغير بطول المحور y إلى التغير بطول محور x بين أي نقطتين على المستقيم. الميل m للمستقيم الذي يحتوي على نقطتين لهما الإحداثيات (x_1, y_1) و (x_2, y_2) محدد من خلال القاعدة

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ حيث إن } x_1 \neq x_2$$

ممارسات في الرياضيات

استخدام نماذج الرياضيات. محاولة إيجاد البنية واستخدامها. البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك.

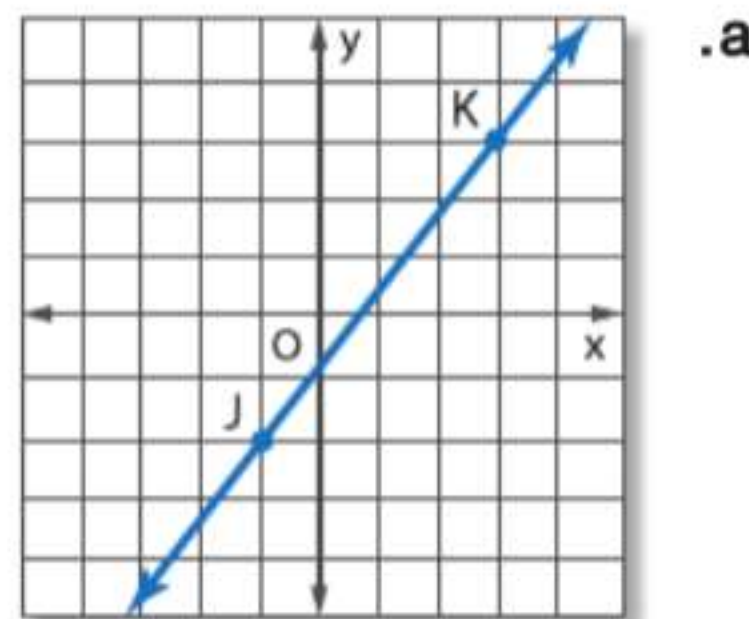
مثال 1 إيجاد ميل المستقيم

جد ميل كل مستقيم.

عوض $(-1, -2)$ عن (x_1, y_1) و $(3, 3)$ عن (x_2, y_2) .

$$\begin{aligned} m &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{3 - (-2)}{3 - (-1)} \\ &= \frac{5}{4} \end{aligned}$$

قانون الميل
تعويض
بسط.



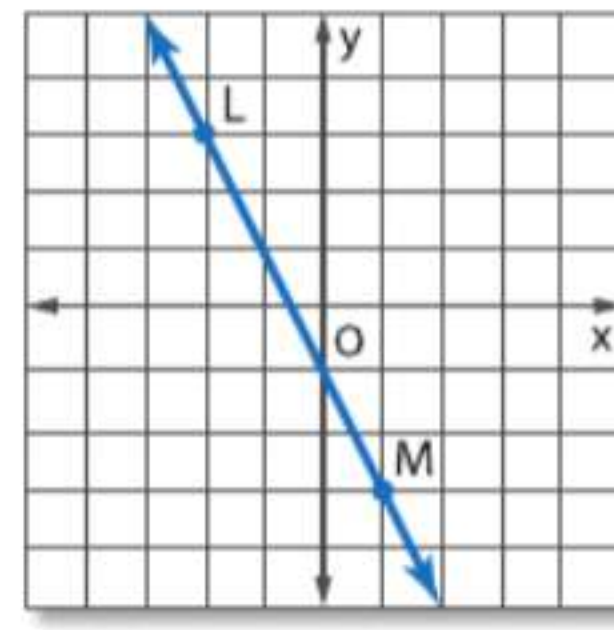
عوض $(-2, 3)$ عن (x_1, y_1) و
عوض $(1, -3)$ عن (x_2, y_2) .

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{-3 - 3}{1 - (-2)}$$

$$= -2$$

قانون الميل
التعويض
بسط.



.b

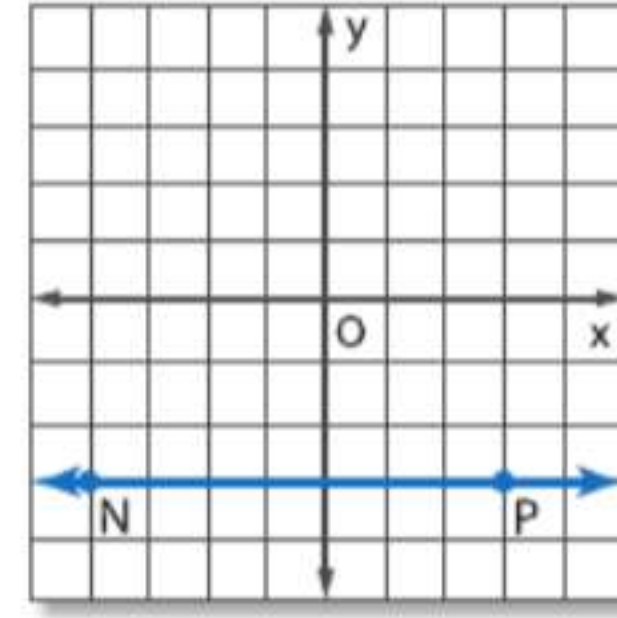
عوض $(-4, -3)$ عن (x_1, y_1) و
عوض $(3, -3)$ عن (x_2, y_2) .

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{-3 - (-3)}{3 - (-4)}$$

$$= \frac{0}{7} = 0$$

قانون الميل
تعويض
بسط.



.c

عوض $(2, 1)$ عن (x_1, y_1) و
عوض $(2, -4)$ عن (x_2, y_2) .

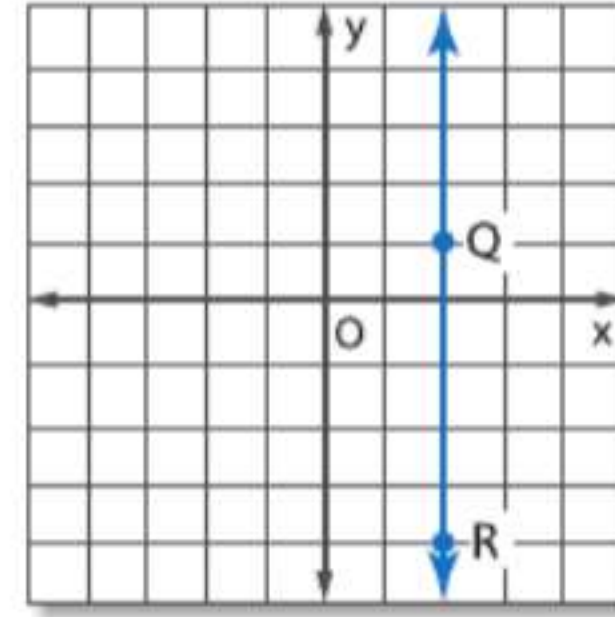
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{-4 - 1}{2 - 2}$$

$$= \frac{-5}{0}$$

قانون الميل
تعويض
بسط.

هذا الميل غير محدد.



.d

نصيحة دراسية

القسمة على $\frac{-5}{0}$ محدد لأنه لا يوجد عدد يمكنك ضربه في 0 وتحصل على النتيجة -5. وبما أن هذا صحيح مع أي عدد، فإن جميع الأعداد المقسومة على 0 سيكون لها ميل غير محدد، وكذلك جميع الخطوط المستقيمة الرأسية لها ميول غير محددة.

تمرين موجّه

1B. المستقيم المار بالنقطتين
 $(-6, -2)$ و $(8, -3)$

1A. المستقيم المار بالنقطتين $(6, -2)$ و
 $(-3, -5)$

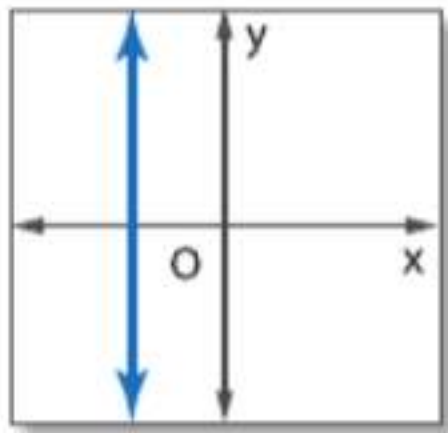
1D. المستقيم المار بالنقطتين
 $(4, 3)$ و $(-3, 3)$

1C. المستقيم المار بالنقطتين $(4, 2)$ و
 $(4, -3)$

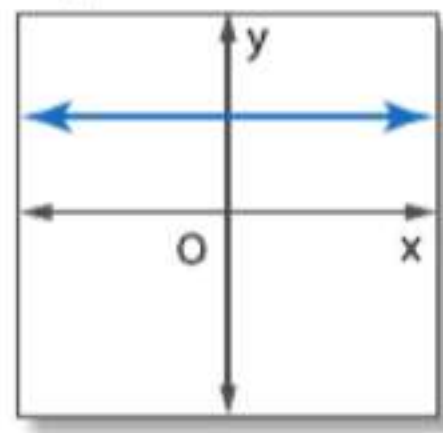
يوضح المثال 1 مختلف الأنواع الأربعة للميول.

ملخص المفهوم تصنيف الميول

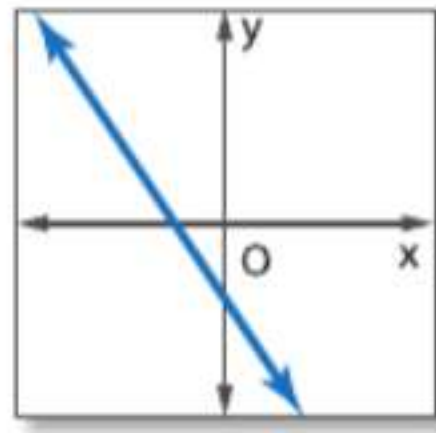
الميل غير المحدد



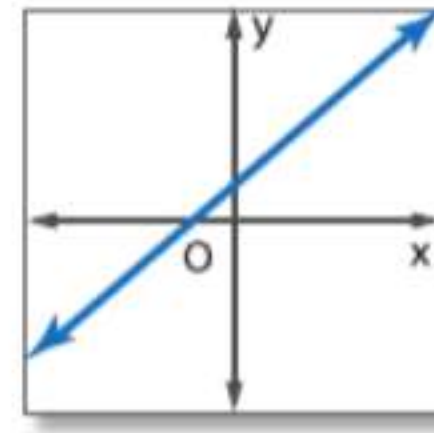
الميل الصفري



الميل السالب



الميل الموجب



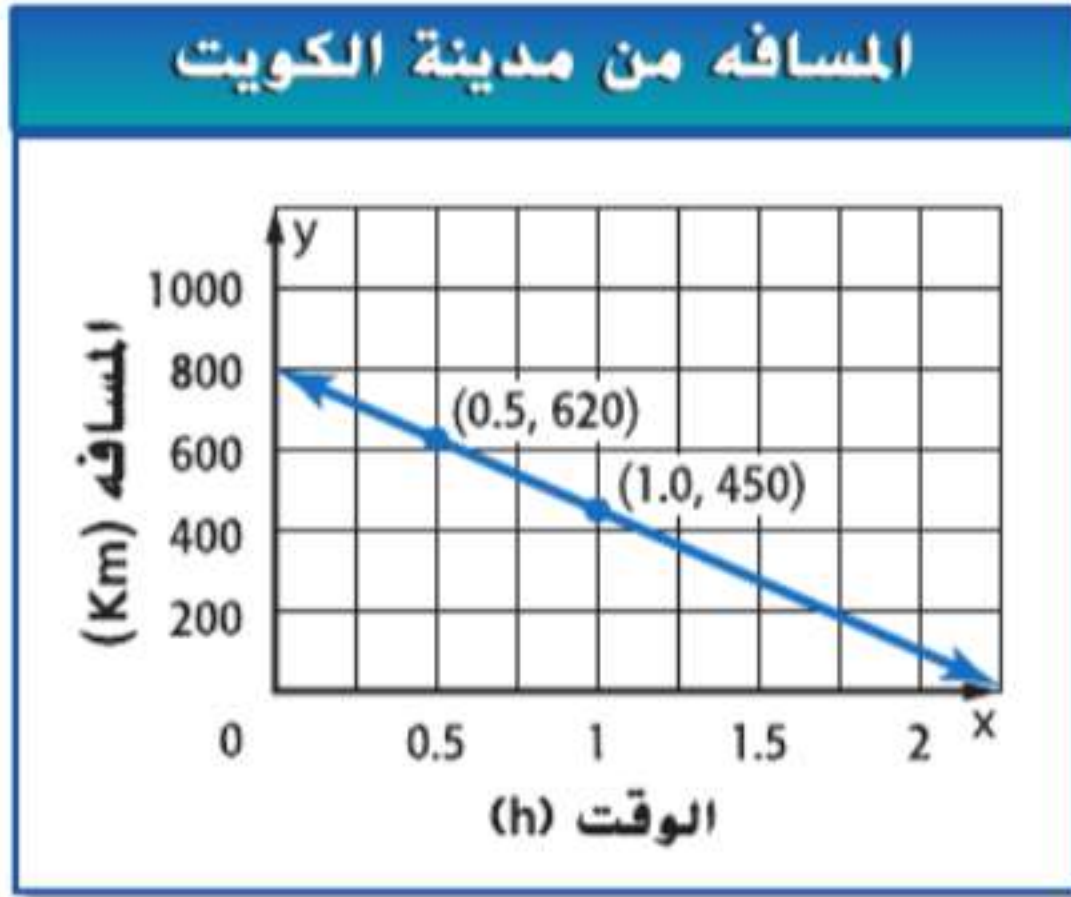
يمكن تفسير الميل على أنه **معدل التغير**. إذ أنه يصف كيفية تغير كمية y تبعاً لكمية x . ويمكن استخدام ميل المستقيم لتحديد إحداثيات أي نقطة على المستقيم.

مثال 2 من الحياة اليومية استخدام الميل في صورة معدل التغير

السفر طيار يطير بطائرة من أبوظبي إلى مدينة الكويت. بعد 0.5 h ، تصل الطائرة إلى ارتفاع مناسب للطيران وهي على بعد 620 km من مدينة الكويت. بعد نصف ساعة، تصبح الطائرة على بعد 450 km من مدينة الكويت. فكم كانت تبعد الطائرة عن مدينة الكويت بعد 1.25 h من الإقلاع؟

الفهم

استخدم البيانات المعطاة لعمل تمثيل بياني للمستقيم الذي يمثل المسافة من مدينة الكويت y بوحدة الكيلومترات في صورة دالة لإيجاد الزمن x بالساعات.



افترض أن السرعة ثابتة.
حدد النقطتين (0.5, 620) و (1.0, 450). وارسم خطاً مستقيماً يمر بهما.

تريد أن تجد المسافة من مدينة الكويت بعد 1.25 h

من التمثيل البياني، يمكننا تقدير أنه بعد 1.25 h ، كانت المسافة أقل من 400 km.

التخطيط

جد ميل المستقيم الممثل بيانياً. استخدم معدل التغير هذا في مسافة ابتعاد الطائرة عن مدينة الكويت في الساعة لإيجاد المسافة من مدينة الكويت بعد 1.25 h

استخدم قانون الميل لإيجاد ميل المستقيم.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(450 - 620) \text{ km}}{(1.0 - 0.5) \text{ h}} = \frac{-170 \text{ km}}{0.5 \text{ h}} \text{ أو } \frac{-340 \text{ km}}{1 \text{ h}}$$

طارت الطائرة بمتوسط سرعة 340 km/h.

تدل علامة السالب على تناقص في المسافة بمرور الوقت.

استخدم ميل المستقيم ونقطة واحدة معلومة على المستقيم لحساب المسافة y عندما يكون الوقت x هو 1.25.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$-340 = \frac{y_2 - 620}{1.25 - 0.5}$$

$$-340 = \frac{y_2 - 620}{0.75}$$

$$-255 = y_2 - 620$$

$$365 = y_2$$

قانون الميل

$$m = -340 \cdot x_1 = 0.5 \cdot y_1 = 620 \cdot x_2 = 1.25$$

بسط.

اضرب كل طرف في 0.75.

اجمع 620 إلى كل طرف.

وبذلك، فإن المسافة من مدينة الكويت بعد 1.25 h تساوي 365 km.

التحقق بما أن 365 قريبة إلى التقدير، فإن إجابتنا منطقية. ✓

تمرين موجّه

2. تنزيلات الوسائط عبر الإنترنت في عام 2006، تم تنزيل 500 مليون أغنية بطريقة قانونية من الإنترنت. وفي عام 2004، تم تنزيل 200 مليون أغنية بطريقة قانونية.

A. استخدم البيانات المعطاة لعمل تمثيل بياني للمستقيم الذي يمثل عدد الأغاني التي تم تنزيلها بطريقة قانونية y في صورة دالة للوقت x بوحدة الأعوام.

B. جد ميل المستقيم، وفسر معناه.

C. إذا استمر هذا الاتجاه بالمعدل ذاته، فكم عدد الأغاني التي سيتم تنزيلها بطريقة قانونية في عام 2020؟



مهنة من الحياة اليومية

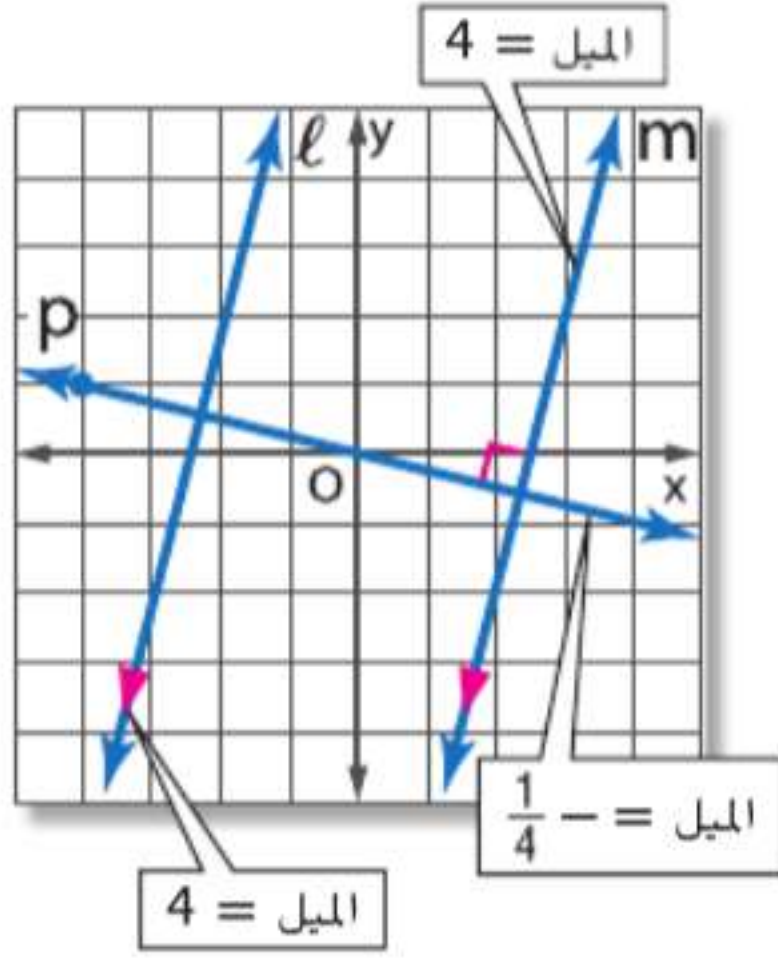
المضيف الجوي يتحقق

المضيف الجوي من التذاكر ويساعد الركاب في الجلوس في مقاعدهم وحمل أمتعتهم وتوضيح كيفية استخدام معدات الطوارئ وإجراءاتها. يلزم الحصول على شهادة التعليم الثانوي، ولكن شركات الطيران دائماً ما تفضل المرشحين الذين يتحدثون لغتين أو أكثر ممن يحملون شهادات جامعية.

الحل

2 المستقيمات المتوازية والمتعامدة يمكنك استخدام ميل مستقيمين لتحديد ما إذا كان المستقيمان متوازيين أم متعامدين. المستقيمان ذوا الميل الواحد متوازيان.

المسئلات المستقيمات المتوازية والمتعامدة



13.2 ميل المستقيمات المتوازية لا يكون لمستقيمين غير رأسيين الميل ذاته إلا في حالة أن يكونا متوازيين. فجميع المستقيمات الرأسية متوازية.

مثال المستقيمان المتوازيان l لهما الميل ذاته، 4.

13.3 ميل المستقيمات المتعامدة لا يتعامد مستقيمان غير رأسيين إلا إذا كان ناتج ضرب ميلهما يساوي -1 . المستقيم الرأسي والمستقيم الأفقي متعامدان.

مثال المستقيم $m \perp$ المستقيم p
ناتج ضرب الميلين $= -\frac{1}{4} \cdot 4 = -1$

مثال 3 تحديد العلاقة بين المستقيمات

اذكر ما إذا كان \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{CD} متوازيين أم متعامدين، أم ليس أي منهما بالنسبة لـ $A(1, 1)$ و $D(6, 1)$ و $C(3, 2)$ و $B(-1, -5)$. مثل كل مستقيم بيانياً للتحقق من إجابتك.

الخطوة 1 جـد الميل لكل مستقيم.

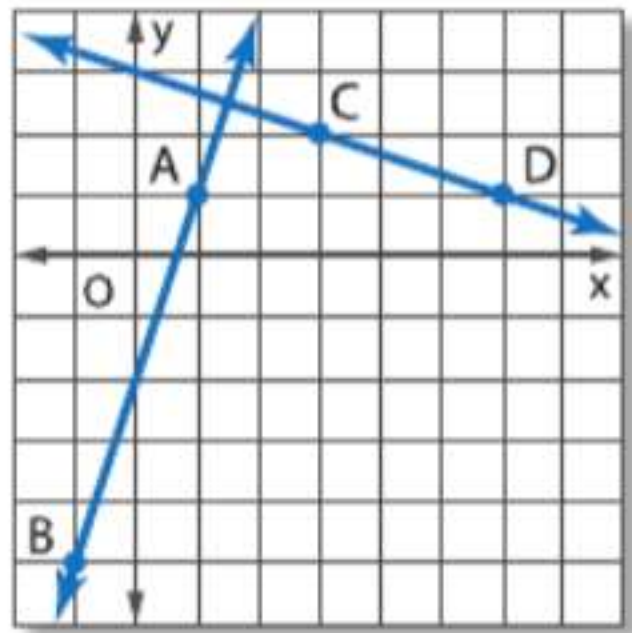
$$\text{ميل } \overrightarrow{AB} = \frac{-5 - 1}{-1 - 1} = \frac{-6}{-2} = 3 \text{ أو } \overrightarrow{CD} = \frac{1 - 2}{6 - 3} = \frac{-1}{3} \text{ أو } -\frac{1}{3}$$

الخطوة 2 اذكر العلاقة. إن وجدت، بين المستقيمين.

المستقيمان ليس لهما ميل واحد، إذًا فهما غير متوازيين. ولتحديد ما إذا كان المستقيمان متعامدين أم لا، جـد ناتج ضرب ميلهما.

$$\text{ناتج ضرب ميل } \overrightarrow{AB} \text{ و } \overrightarrow{CD} = 3 \left(-\frac{1}{3}\right) = -1$$

بما أن ناتج ضرب ميلهما يساوي -1 ، فإن المستقيم \overrightarrow{AB} متعامد على المستقيم \overrightarrow{CD} .



التحقق عندما مُثِّل المستقيمان بيانياً، يبدو أنهما يتقاطعان ويشكلان أربع زوايا قائمة. ✓

تمرين موجّه

اذكر ما إذا كان \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{CD} متوازيين أم متعامدين، أم ليس أي منهما. مثل كل مستقيم بيانياً للتحقق من إجابتك.

3A. $A(14, 13)$, $B(-11, 0)$, $C(-3, 7)$, $D(-4, -5)$

3B. $A(3, 6)$, $B(-9, 2)$, $C(5, 4)$, $D(2, 3)$

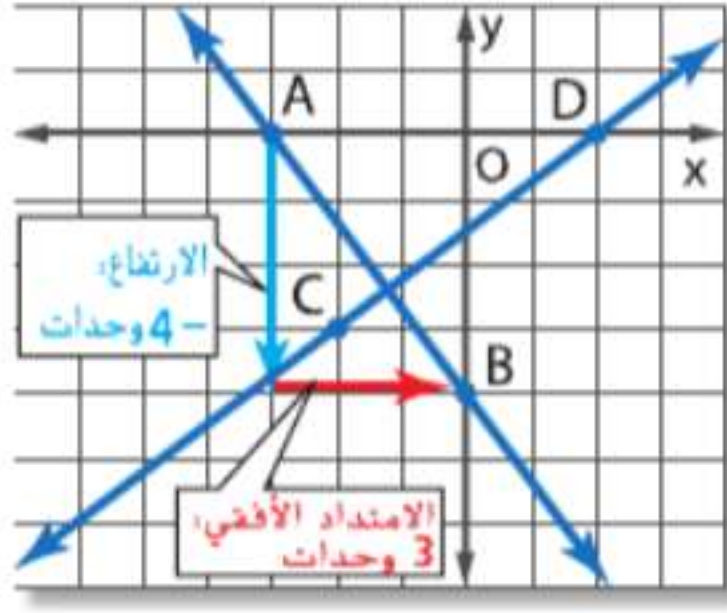
نصيحة دراسية

ميل المستقيمات المتعامدة

إذا كان للمستقيم l ميل بقيمة $\frac{a}{b}$ ، فإن ميل المستقيم المتعامد على المستقيم l يساوي المعكوس الضربي، $-\frac{b}{a}$. إذ أن $\frac{a}{b} \left(-\frac{b}{a}\right) = -1$

مثال 4 استخدام الميل لتمثيل المستقيم بيانياً

ارسم تمثيلاً بيانياً للمستقيم الذي يمر بالنقطة $A(-3, 0)$ ويتعامد على \overrightarrow{CD} مع $C(-2, -3)$ و $D(2, 0)$.



ميل \overrightarrow{CD} يساوي $\frac{0 - (-3)}{2 - (-2)}$ أو $\frac{3}{4}$.

بما أن $-\frac{3}{4} \left(\frac{3}{4} \right) = -1$ فإن ميل المستقيم

المتعامد على \overrightarrow{CD} بالنقطة A يساوي $-\frac{4}{3}$ أو $-\frac{4}{3}$.

لتمثيل المستقيم بيانياً، ابدأ عند النقطة A . انتقل إلى الأسفل 4 وحدات ثم إلى اليمين 3 وحدات. حدد النقطة B وارسم \overrightarrow{AB} .

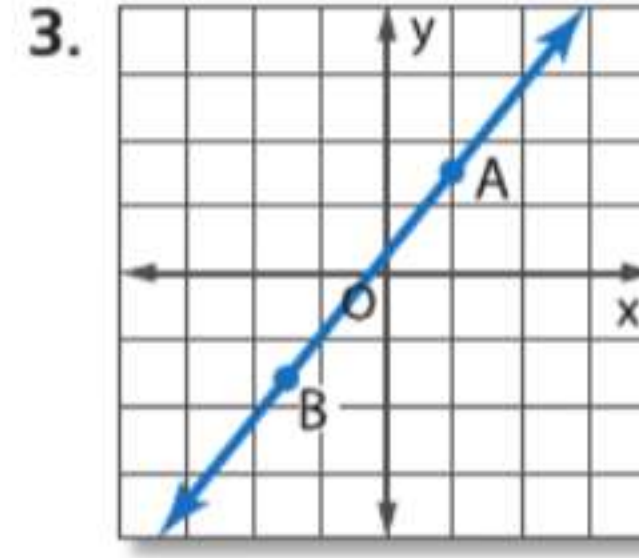
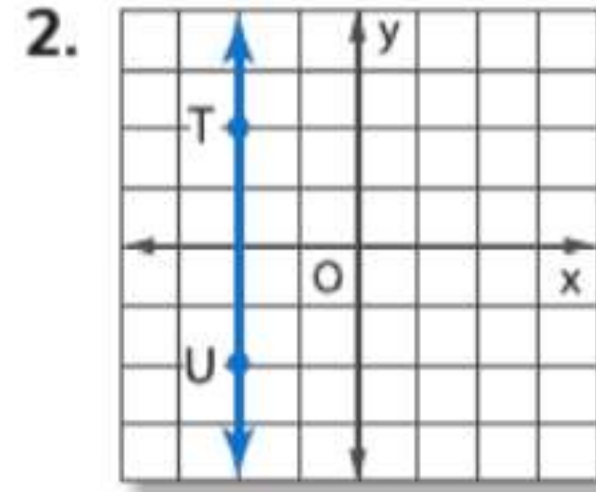
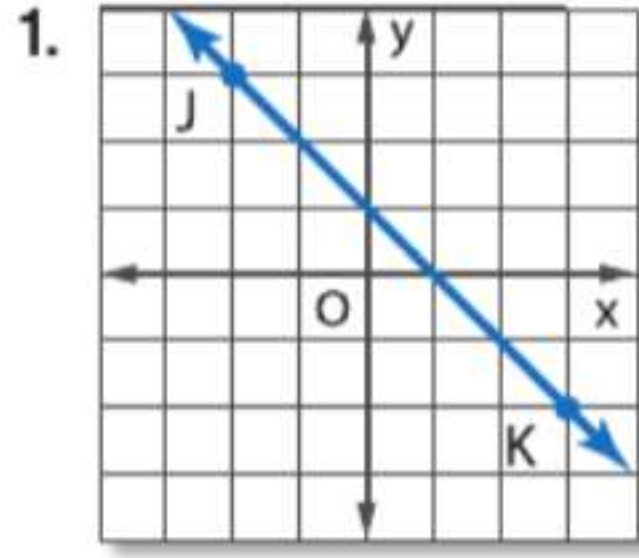
تمرين موجّه

4. ارسم تمثيلاً بيانياً للمستقيم الذي يتضمن $P(0, 1)$ ويتعامد على \overrightarrow{QR} مع $Q(-6, -2)$ و $R(0, -6)$.

التحقق من فهمك

جد ميل كل مستقيم.

مثال 1



مثال 2



4. علم النباتات نبات الكشت عبارة عن كرمة سريعة النمو توجد في جنوب الولايات المتحدة. يبلغ الطول المبدئي لكرمة الكشت 0.5 m وبعد سبعة أيام، يصبح طول النبات 4 m.

a. مثل بيانياً المستقيم الذي يمثل طول النبات بمرور الوقت.

b. ما الميل في تمثيلك البياني؟ ما الذي يمثله؟

c. بافتراض أن معدل النمو للنبات مستمر، فكم سيكون طول النبات بعد 15 يوماً؟

مثال 3

اذكر ما إذا كان \overrightarrow{WX} و \overrightarrow{YZ} متوازيين أم متعامدين أم ليس أي منهما. مثل كل خط بيانياً للتحقق من إجابتك.

5. $W(2, 4), X(4, 5), Y(4, 1), Z(8, -7)$

6. $W(1, 3), X(-2, -5), Y(-6, -2), Z(8, 3)$

7. $W(-7, 6), X(-6, 9), Y(6, 3), Z(3, -6)$

8. $W(1, -3), X(0, 2), Y(-2, 0), Z(8, 2)$

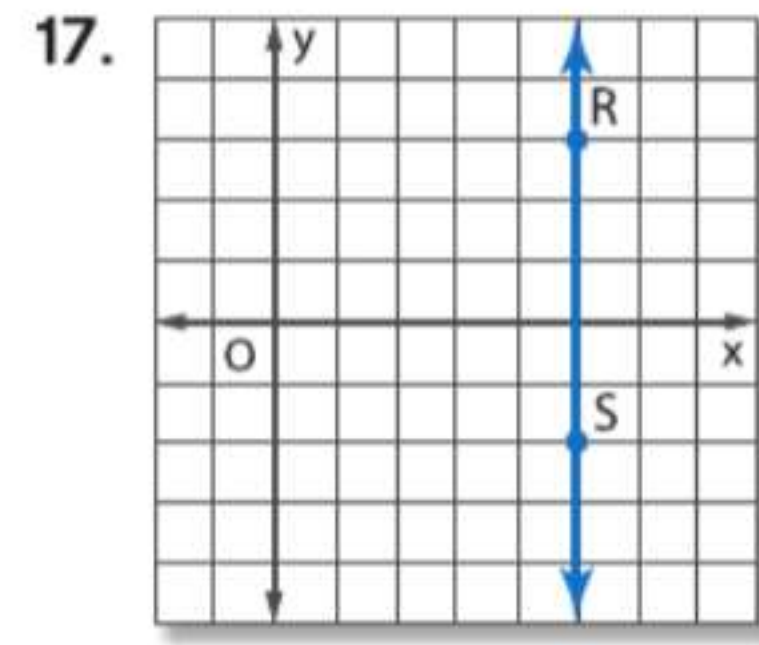
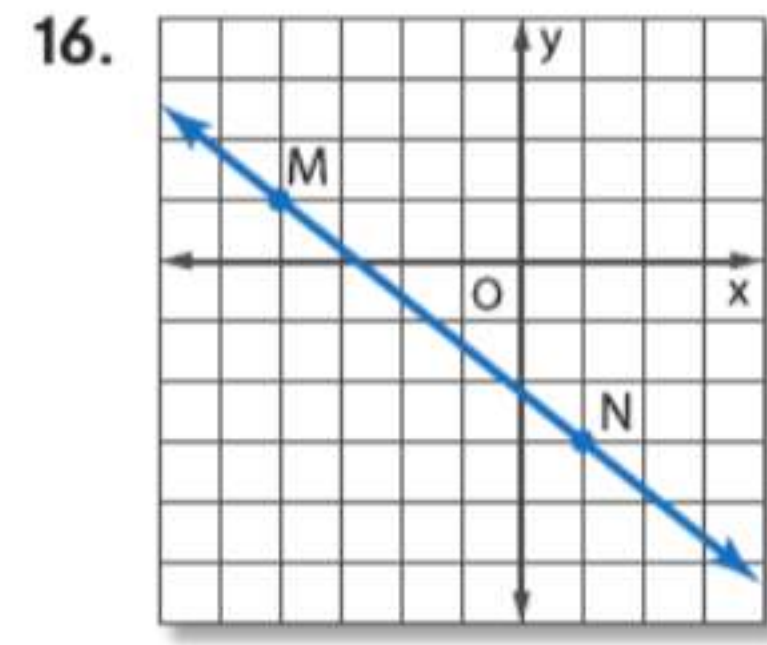
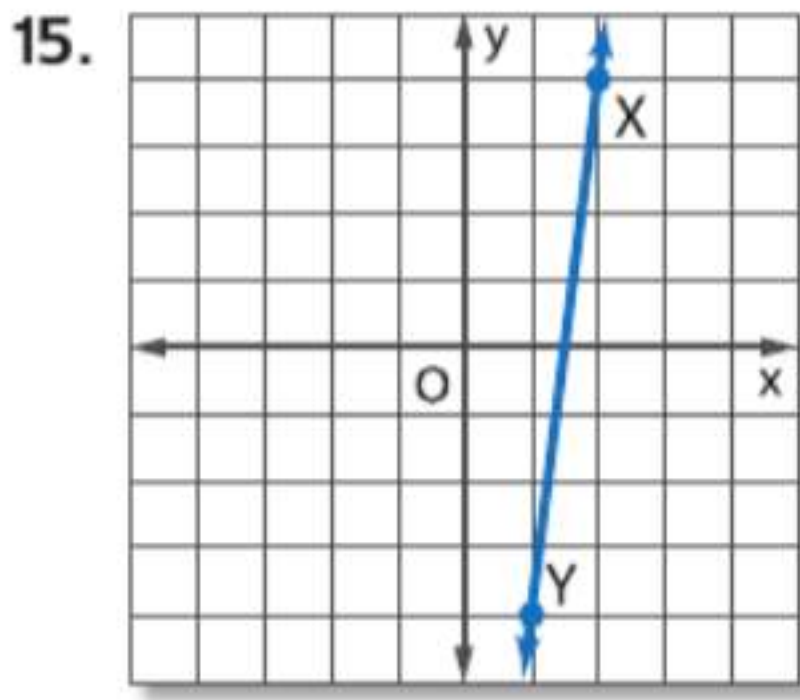
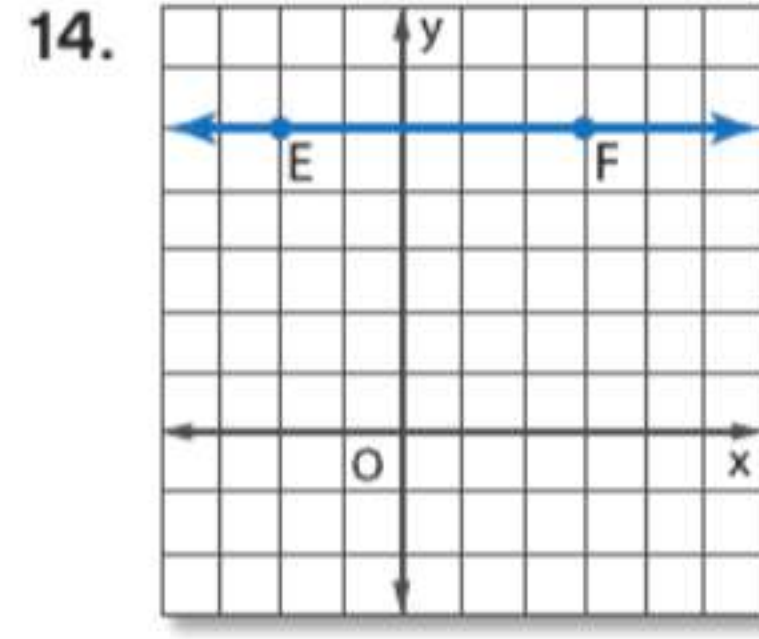
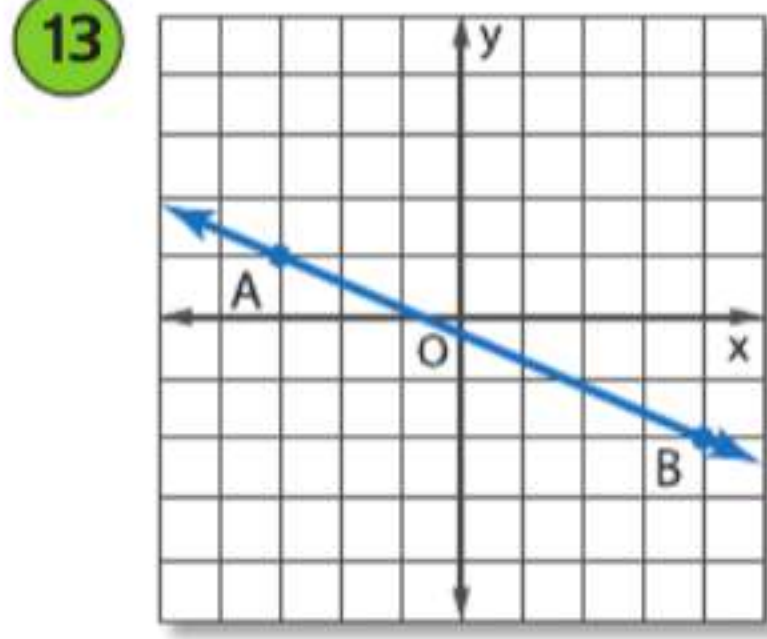
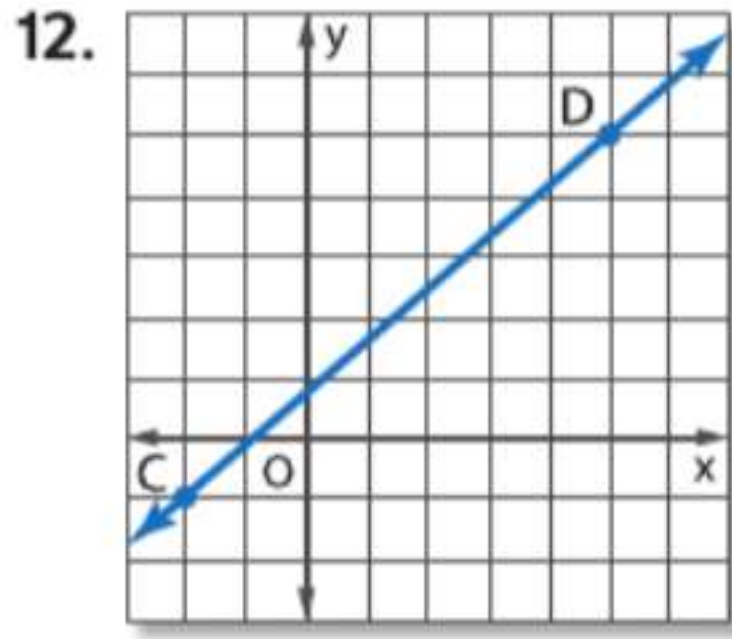
مثال 4

مثل بيانياً المستقيم الذي يتوافق مع كل حالة.

9. يمر بالنقطة $A(3, -4)$ ويوازي \overrightarrow{BC} المار بالنقطتين $B(2, 4)$ و $C(5, 6)$

10. الميل = 3، ويمر بالنقطة $A(-1, 4)$

11. يمر بالنقطة $P(7, 3)$ العمودي على \overrightarrow{LM} المار بالنقطتين $L(-2, -3)$ و $M(-1, 5)$



حدد ميل المستقيم الذي يمر بالنقاط المعطاة.

18. $C(3, 1), D(-2, 1)$ 9. $E(5, -1), F(2, -4)$ 1
 20. $G(-4, 3), H(-4, 7)$ 21. $J(7, -3), K(-8, -3)$
 22. $L(8, -3), M(-4, -12)$ 23. $P(-3, -5), Q(-3, -1)$
 24. $R(2, -6), S(-6, 5)$ 25. $T(-6, -11), V(-12, -10)$

26. **تمثيل النماذج** في عام 2004، شارك 8 ملايين أمريكي فوق سن 7 سنوات في مسابقة ركوب الدراجات في الجبال. وفي عام 2006، شارك 8.5 ملايين.

a. ارسم تمثيلاً بيانياً لتوضيح عدد المشاركين في مسابقة ركوب الدراجات في الجبال بناء على التغيير في المشاركة من عام 2004 إلى 2006.

b. حسب البيانات، ما معدل الزيادة كل عام للرياضة؟

c. إذا استمرت المشاركة بالمعدل ذاته، فكم ستكون المشاركة في عام 2013 بالتقريب إلى أقرب 10,000؟

27. **المعرفة المالية** افترض أن مشغل MP3 يتكلف AED 499 في عام 2003 و AED 249.99 في عام 2009.

a. مثل بيانياً اتجاه المستقيم لتوقع سعر مشغل MP3 من عام 2003 حتى 2009.

b. حسب البيانات، كم سينخفض السعر في العام؟

c. إذا استمر الاتجاه، فكم ستكون تكلفة مشغل MP3 في عام 2013؟

حدد ما إذا كان \vec{AB} و \vec{CD} متوازيين أم متعامدين أم غير ذلك. مثل كل خط بيانياً للتحقق من إجابتك.

28. $A(1, 5), B(4, 4), C(9, -10), D(-6, -5)$ 29. $A(-6, -9), B(8, 19), C(0, -4), D(2, 0)$
 30. $A(4, 2), B(-3, 1), C(6, 0), D(-10, 8)$ 31. $A(8, -2), B(4, -1), C(3, 11), D(-2, -9)$
 32. $A(8, 4), B(4, 3), C(4, -9), D(2, -1)$ 33. $A(4, -2), B(-2, -8), C(4, 6), D(8, 5)$

مثل بيانيًا المستقيم الذي يتوافق مع كل حالة.

34. يمر بالنقطة $A(2, -5)$ ويوازي \overrightarrow{BC} المار بالنقطتين $B(1, 3)$ و $C(4, 5)$
35. الميل -2 ويمر بالنقطة $H(-2, -4)$
36. يمر بالنقطة $K(3, 7)$ وعمودي على \overrightarrow{LM} المار بالنقطتين $L(-1, -2)$ و $M(-4, 8)$
37. يمر بالنقطة $X(1, -4)$ ويوازي المستقيم \overrightarrow{YZ} المار بالنقطتين $Z(-3, -5)$ و $Y(5, 2)$
38. الميل $\frac{2}{3}$ ، ويمر بالنقطة $J(-5, 4)$
39. يمر بالنقطة $D(-5, -6)$ وعمودي على \overrightarrow{FG} المار بالنقطتين $F(-2, -9)$ و $G(1, -5)$
40. **الإستادات** قبل هدم استاد آر سي إيه دوم، كان المقر الرئيس لفريق إنديانابوليس كولتس. في عام 2001، بلغ عدد الحاضرين 450,746 مشجعاً وفي عام 2005 بلغ الحاضرون 457,373 مشجعاً.
- a. ما معدل التغير التقريبي في عدد الحضور من عام 2001 وحتى عام 2005؟
- b. إذا استمر معدل التغير هذا، فتوقع عدد بعدد الحضور لعام 2012.
- c. هل سيستمر عدد الحضور في الزيادة بمعدل غير محدد؟ اشرح.
- d. بنى مسؤولو فريق كولتس إستانداً جديداً الآن وأكبر مساحة. فهل تعتقد أن قرارهم كان منطقيًا؟ لماذا أو لماذا لا؟

حدد أي مستقيم يمر بالنقاط المحددة له ميل أكثر انحدارًا.

41. المستقيم 1: $(0, 5)$ و $(6, 1)$
42. المستقيم 1: $(0, -4)$ و $(2, 2)$
- المستقيم 2: $(-4, 10)$ و $(8, -5)$
- المستقيم 2: $(0, -4)$ و $(4, 5)$
43. المستقيم 1: $(-9, -4)$ و $(7, 0)$
44. المستقيم 1: $(-6, 7)$ و $(9, -3)$
- المستقيم 2: $(0, 1)$ و $(7, 4)$
- المستقيم 2: $(-9, 9)$ و $(3, 5)$

45. **تمثيل النماذج** تعد ولاية ميتشيجان مأوى

لنوعين مهددين بالانقراض من الأحياء البرية وهما، النسر الأقرع و الذئب الرمادي. يوضح التمثيل البياني تعداد كل نوع في ولاية ميتشيجان في عام 1992 و عام 2006.



a. أي نوع منهما كان له معدل تغير أكبر في التعداد؟

b. ارسم تمثيلًا بيانيًا خطيًا يوضح نمو كلا التعدادين.

c. إذا استمر النوعان في النمو بمعدلاتهما الخاصة، فكم يبلغ تعداد كل نوع في 2012؟

جد قيمة x أو y التي تتوافق مع الحالات المعطاة. ثم مثل المستقيم بيانيًا.

46. المستقيم المار بالنقطتين $(4, -1)$ و $(x, -6)$ له ميل يساوي $-\frac{5}{2}$.
47. المستقيم المار بالنقطتين $(-4, 9)$ و $(4, 3)$ يوازي المستقيم المار بالنقطتين $(-8, 1)$ و $(4, y)$.
48. المستقيم المار بالنقطتين $(8, 7)$ و $(7, -6)$ عمودي على المستقيم المار بالنقطتين $(2, 4)$ و $(x, 3)$.
49. المستقيم المار بالنقطتين $(1, -3)$ و $(3, y)$ يوازي المستقيم المار بالنقطتين $(5, -6)$ و $(9, y)$.
50. **المدارس** في عام 2000، كان في مدرسة جيفرسون الثانوية 1125 طالبًا. وفي عام 2006، زاد عدد الطلاب ليصبح 1425 طالبًا. عندما بُنيت مدرسة فيرفيو الثانوية في عام 2001، كان لديها 5721 طالبًا. فكم طالبًا التحق بمدرسة فيرفيو الثانوية في عام 2006 إذا زاد عدد الطلاب بالمعدل ذاته مثل مدرسة جيفرسون الثانوية؟

51 **الموسيقى** تريد أماني ومنى أن تذهبا إلى متجر الموسيقى القريب من منزل أماني بعد المدرسة. ويمكنهما المشي 3.5 km/h أو قيادة الدراجة بسرعة 10 km/h .

a. ارسم جدولاً لتوضيح المسافة التي يمكن أن تمشيها أماني ومنى أو تقطعاها إذا ركبا الدراجة. أدرج المسافات المقطوعة في 0 و 1 و 2 و 3 و 4 ساعات.

b. ارسم تمثيلاً بيانياً لتوضيح المسافة التي يمكن أن تقطعها أماني ومنى بناءً على زمن كل من المشي وركوب الدراجة احرص على وضع علامات لمحاور تمثيلك البياني.

c. ما الذي يمثله الميل في تمثيلك البياني؟

d. تقول والدة أماني إنه لا يمكنهما الذهاب إلا إذا كان بإمكانهما الذهاب إلى متجر الموسيقى والعودة منه في أقل من ساعتين. إذا أردتا قضاء 30 min على الأقل في متجر الموسيقى وهو يبعد عنهما بمسافة 4 km فهل يمكنهما ذلك؟ فهل ينبغي لهما المشي أم ركوب دراجتيهما؟ اشرح استنتاجك.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

52. **كتابة سؤال** يقول زميل في الصف إن جميع الخطوط المستقيمة لها ميل موجب أو سالب. اكتب سؤالاً يمكن من خلاله التحقق من تخمينه.

53. **تحليل الخطأ** احتسب كل من أحمد وخالد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين $R(-2, 2)$ و $Q(3, 5)$. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

<p>خالد</p> $m = \frac{5-2}{-2-3}$ $= -\frac{3}{5}$	<p>أحمد</p> $m = \frac{5-2}{3-(-2)}$ $= \frac{3}{5}$
--	---

54. **التبرير** ارسم المربع $ABCD$ على أن تكون الرؤوس المتقابلة عند النقطتين $A(2, -4)$ و $C(10, 4)$.

a. جـد رأسين آخرين للمربع وسمهما بالنقطتين B و D .

b. وضح أن $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ و $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$.

c. وضح أن قياس كل زاوية داخل المربع تساوي 90.



برج خليفة



البرج المائل

55. **الكتابة في الرياضيات** أوضح ميل برج خليفة و برج بيزا المائل.

56. **تحدّ** ستتعلم في هذا الدرس أن $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ استخدم البرهان الجبري لتوضيح أن الميل يمكن حسابه باستخدام المعادلة $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$.

57. **الكتابة في الرياضيات** جـد نقطتين إضافيتين تقعان بطول المستقيم ذاته مثل $(-1, 7)$ و $(3, -1)$. أوضح طريقة عامة يمكنك استخدامها لإيجاد مزيد من النقاط على المستقيم من أي نقطة محددة.

تدريب على الاختبارات المعيارية

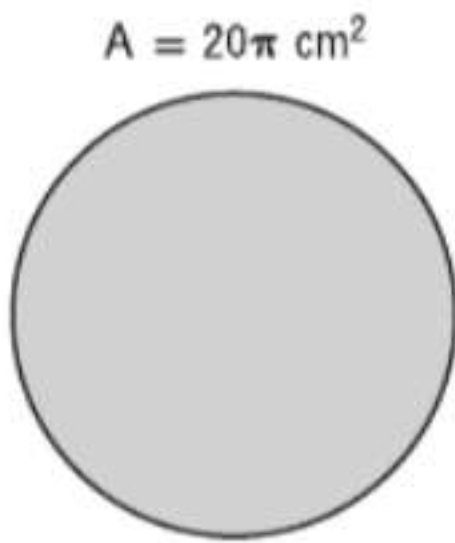
60. الجبر تجمع سها الأموال لشراء هدية بقيمة AED 81 لمعلمتها. وقد ساهمت بالفعل بمبلغ AED 24 وسوف تجمع AED 3 من كل طالبة سوف تساهم أيضا. كم طالبة أخرى يجب أن تشارك؟

F 3 طالبات

G 9 طالبات

H 21 طالبة

J 91 طالبة



61. SAT/ACT مساحة دائرة تساوي $20\pi \text{ cm}^2$. فما محيطها؟

A $\sqrt{5}\pi \text{ cm}$

B $2\sqrt{5}\pi \text{ cm}$

C $4\sqrt{5}\pi \text{ cm}$

D $20\pi \text{ cm}$

E $40\pi \text{ cm}$

58. ما ميل المستقيم العمودي على المستقيم المار بالنقطتين $(-1, 6)$ و $(3, -4)$ ؟

A $m = -\frac{5}{2}$

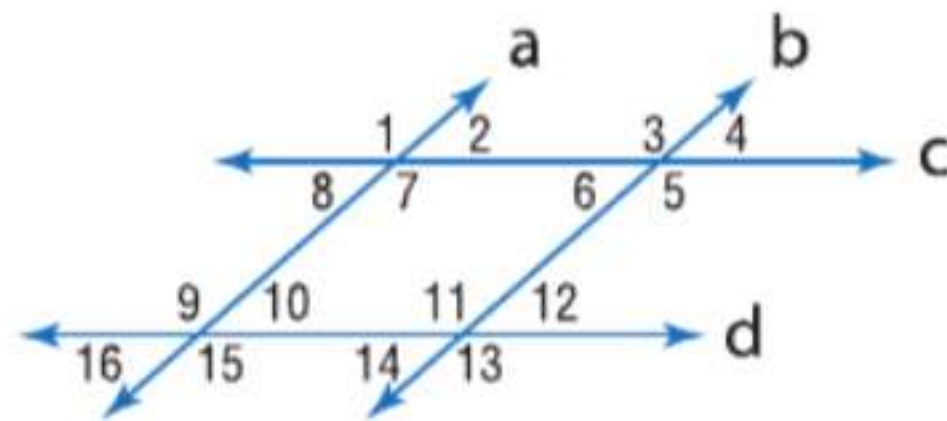
B $m = -1$

C $m = -\frac{2}{5}$

D $m = \frac{2}{5}$

59. إجابة مختصرة مجموعة من 25 بطاقة مقلوبة على وجهها عشوائيًا على منضدة. 15 بطاقة ليس مكتوبًا عليها سوى حرف A على وجهها، و 10 بطاقات ليس مكتوبًا عليها سوى حرف B. قَلِّبْ عبر بطاقة واحدة. ما احتمال أن تكون البطاقة مكتوب على وجهها حرف B؟

مراجعة شاملة



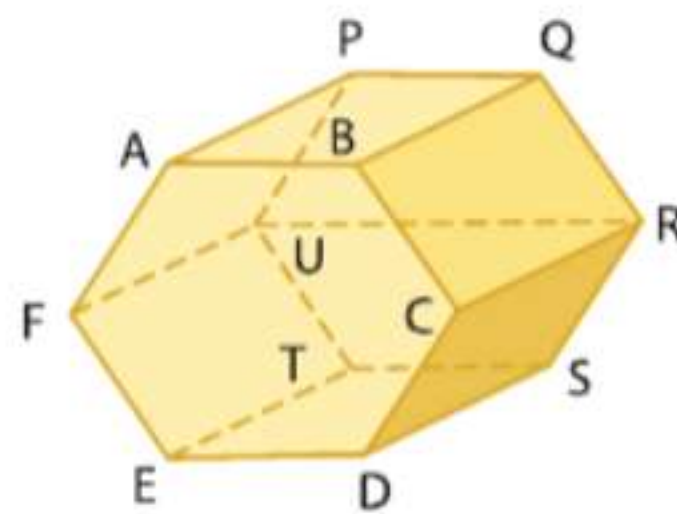
62. $\angle 5$

64. $\angle 8$

في الشكل، إن $a \parallel b$ و $c \parallel d$. و $m\angle 4 = 57$. فجد قياس كل زاوية.

63. $\angle 1$

65. $\angle 10$



راجع الرسم التخطيطي الموجود على اليسار.

66. حدد جميع القطع المستقيمة التي توازي \overline{TU} .

67. حدد جميع المستويات التي تتقاطع مع المستوى BCR .

68. حدد جميع القطع المستقيمة المتخالفة مع \overline{DE} .

69. الإنشاء توجد أربعة بنايات في حرم مدرسة مانسفيلد الثانوية، ولا تبدو ثلاث بنايات منها على مستقيم. فكم عدد الممرات التي ينبغي بناؤها حتى يتصل كل مبنى مباشرة بالمباني الأخرى؟

مراجعة المهارات

جد قيمة y .

70. $3x + y = 5$

71. $4x + 2y = 6$

72. $4y - 3x = 5$

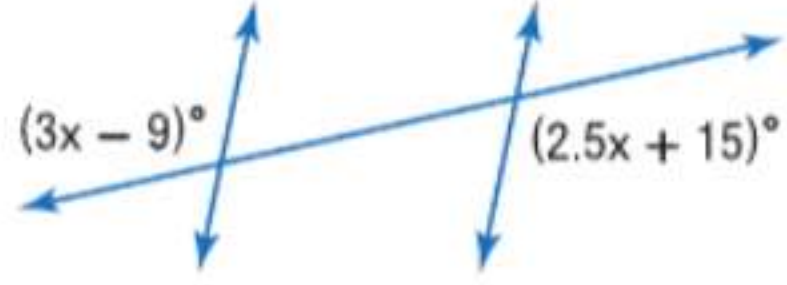
اختبار منتصف الوحدة

الدروس من 13-1 إلى 13-3

13

الوحدة

13. جد قيمة x .



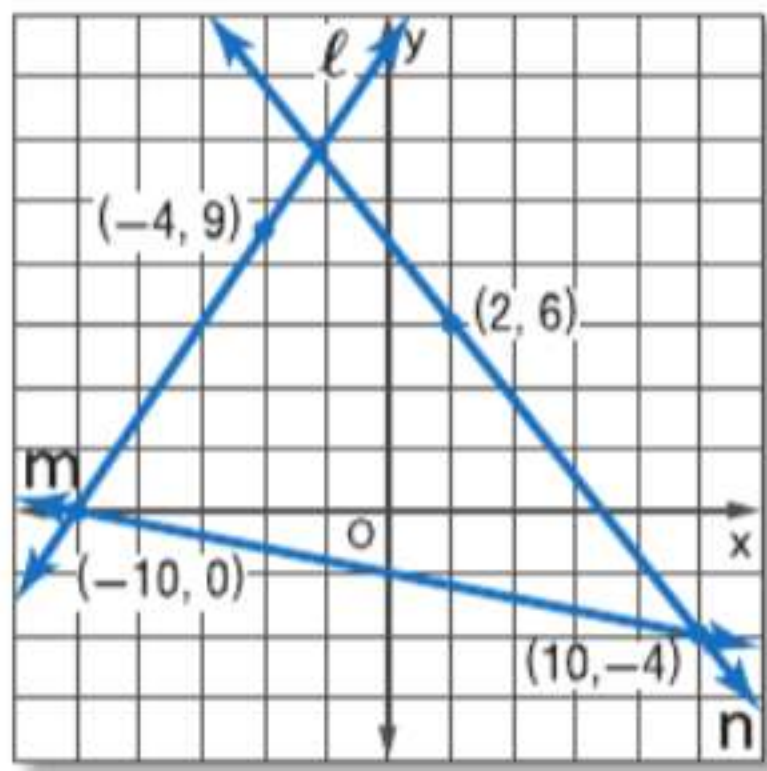
14. **نماذج للقطارات** تصمم هدى قضيب قطار متوازيين بحيث يمر قضيب ثالث قُطريًا عبر القضيبين الآخرين. لكي تصمم تحويلة بشكل صحيح، تحتاج إلى أن تكون الزاوية بين المسار القُطري والجزء العلوي الأيمن من القضيب الثاني ضعف الزاوية التي بين القطر والجزء السفلي الأيمن من القضيب الأول. ما قياس الزاوية التي بين المسار القُطري والجزء العلوي الأيمن من القضيب الثاني؟

حدد ما إذا كان \vec{AB} و \vec{XY} متوازيين أم متعامدين أم غير ذلك. مثل كل مستقيم بيانياً للتحقق من صحة إجابتك.

15. $A(2, 0), B(4, -5), X(-3, 3), Y(-5, 8)$

16. $A(1, 1), B(6, -9), X(4, -10), Y(7, -4)$

جد ميل كل مستقيم.



18. مستقيم متوازٍ مع m

17. المستقيم l

19. مستقيم متعامد على n

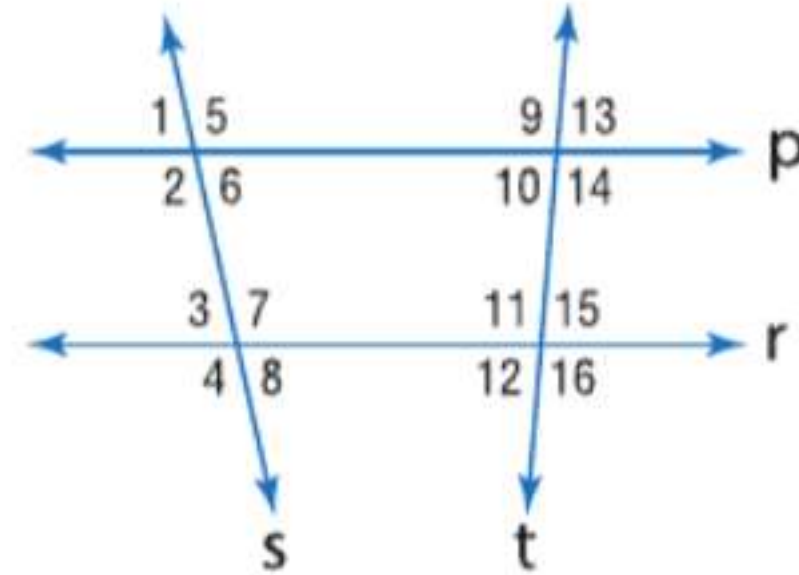
20. **المبيعات** في الجدول أدناه، موضح مبيعات شركة " فون إلكترونيك" في عامي 2008 و 2011.

العام	المبيعات التقريبية (AED)
2008	240,000
2011	330,000

a. ما معدل التغير في المبيعات التقريبية من 2008 حتى 2011؟

b. إذا استمر هذا المعدل في التغير، فماذا تتوقع أن تكون المبيعات التقريبية لعام 2015.

حدد القاطع الواصل بين كل زوج من الزوايا. ثم صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتبارها زوايا داخلية متبادلة أو زوايا خارجية متبادلة أو زوايا متناظرة أو زوايا داخلية متتالية.



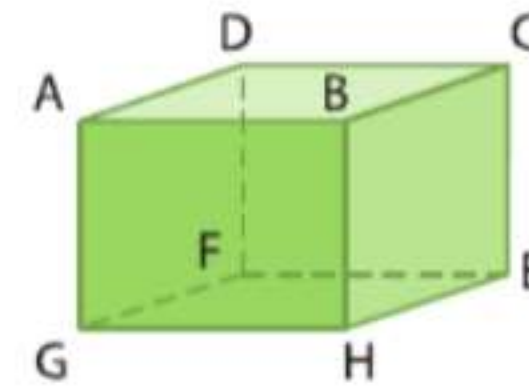
2. $\angle 1$ و $\angle 14$

1. $\angle 3$ و $\angle 6$

4. $\angle 5$ و $\angle 7$

3. $\angle 10$ و $\angle 11$

ارجع إلى الشكل لتحديد كل مما يلي.

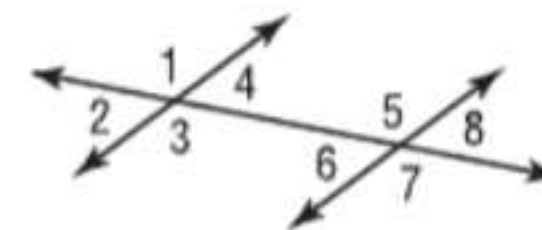


5. مستوى متوازٍ مع المستوى $ABCD$

6. قطعة مستقيمة متخالفة مع \overline{GH} التي تضم النقطة D

7. كل القطع المستقيمة المتوازية مع القطع \overline{HE}

8. الاختيار من متعدد أي من المصطلحات التالية يمثل الوصف الأمثل لزوج الزوايا $\angle 4$ و $\angle 8$ ؟



C داخلية متبادلة

A متناظرة

D داخلية متتالية

B خارجية متبادلة

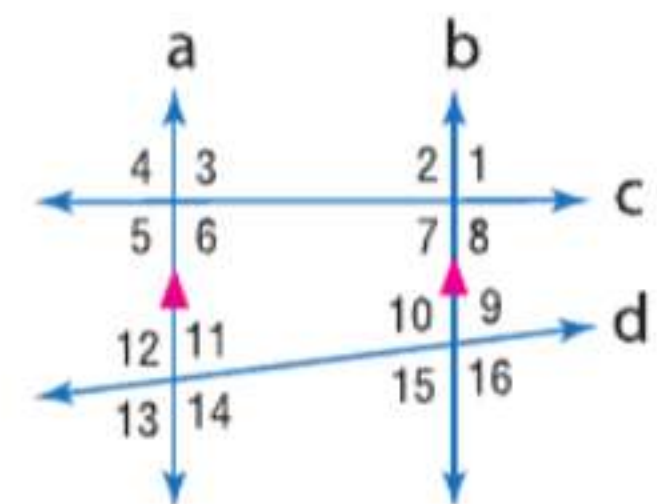
في الشكل، إذا كان $m\angle 4 = 104$ و $m\angle 14 = 118$. جد قياس كل زاوية. اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظريات) قد استخدمتها.

9. $\angle 2$

10. $\angle 9$

11. $\angle 10$

12. $\angle 7$



معادلات المستقيم

13-4

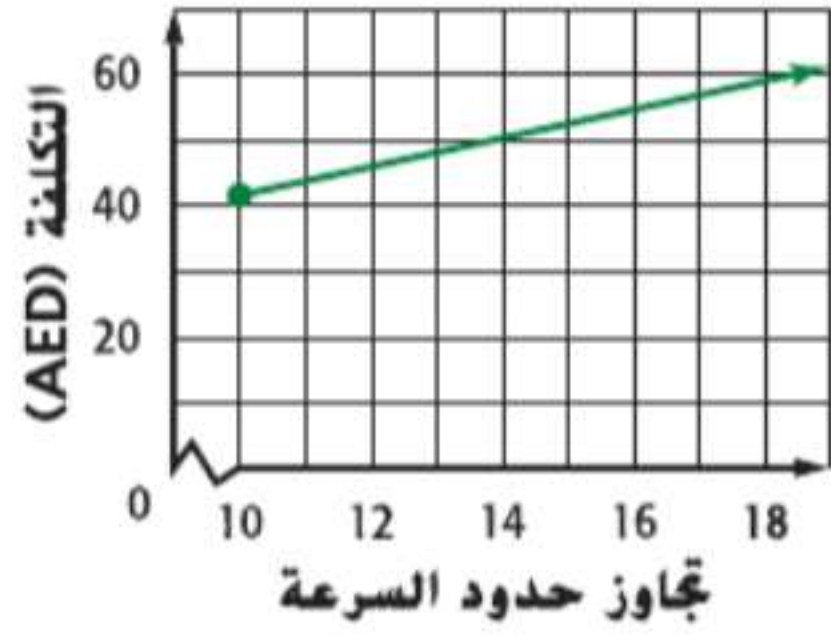
الرياضيات

السابق

الحالي

لماذا؟

غرامة السرعة



على طريق ضيق بالقرب من مدينة هانا، تبلغ الغرامة الأدنى على تجاوز حد السرعة المقدر بسرعة 65 km بالساعة لكل تجاوز بمعدل عشرة كيلو مترات أو أقل بالساعة. AED 42.50 وهناك رسم إضافي بقيمة 2 AED عن كل كيلو متر بالساعة زائد عن الكيلو مترات العشرة الأولى بالساعة. ويمكن تمثيل التكلفة الإجمالية، دون حساب تكاليف المحكمة، بواسطة المعادلة $C = 42.5 + 2m$.

- 1 • إيجاد ميل المستقيم.
- 2 • كتابة معادلة لمستقيم بناءً على معلومات عن التمثيل البياني.
- 3 • حل المسائل عن طريق كتابة المعادلات.

1 **كتابة معادلات للمستقيبات** ربما تتذكر من الجبر أن معادلة مستقيم غير رأسي يمكن كتابتها بصيغ مختلفة ولكنها متساوية.

المفهوم الأساسي معادلات المستقيم غير الرأسي

الميل $y = mx + b$ $y = 3x + 8$

التقاطع من المحور الرأسي y

النقطة على المستقيم (3, 5)

$y - 5 = -2(x - 3)$

الميل

صيغة الميل والمقطع لمعادلة خطية هي $y = mx + b$ حيث m هو ميل الخط و b هو طول والمقطع من المحور y .

صيغة النقطة والميل لمعادلة خطية هي $y - y_1 = m(x - x_1)$ حيث (x_1, y_1) تمثل أي نقطة على المستقيم و m هو ميل المستقيم.

المفردات الجديدة

صيغة الميل والمقطع-slope intercept form
صيغة النقطة والميل point-slope form

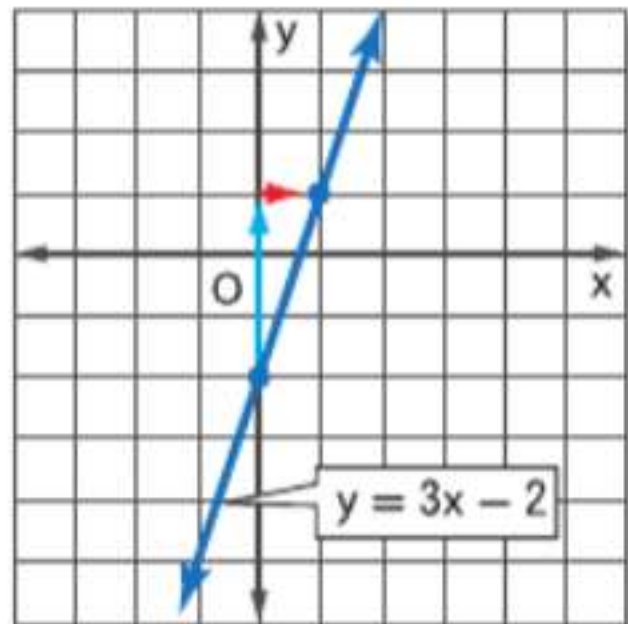
ممارسات في الرياضيات

استخدام نماذج الرياضيات. البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك.

عند علمك بالميل بالإضافة إلى العلم بالمقطع من المحور y أو بنقطة على مستقيم، يمكنك استخدام تلك الصيغ لكتابة معادلة المستقيم.

مثال 1 الميل والمقطع من المحور y

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم ذي الميل 3 والمقطع من المحور y يساوي -2. ثم مثل المستقيم بيانياً.



$$y = mx + b$$

$$y = 3x + (-2)$$

$$y = 3x - 2$$

صيغة الميل والمقطع

$$m = 3, b = -2$$

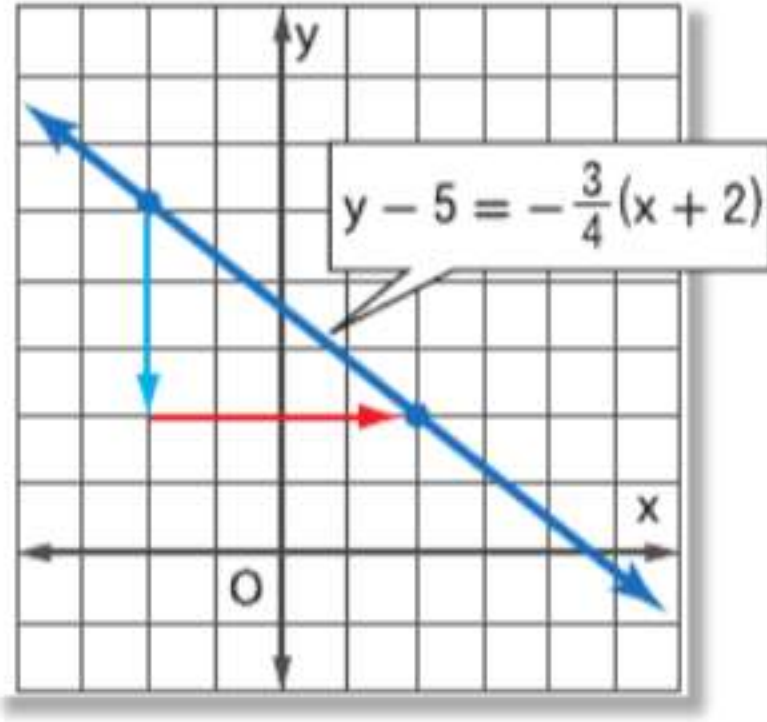
بسط.

طول المقطع من المحور y -2، استخدم الميل بقيمة 3 أو $\frac{3}{1}$ لإيجاد نقطة أخرى على بعد 3 وحدات لأعلى وعلى بعد وحدة واحدة إلى اليمين من التقاطع مع المحور y . ثم ارسم المستقيم المار بهاتين النقطتين.

تمرين موجّه

1. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم الذي ميله $-\frac{1}{2}$ ومقطعه من المحور y يساوي 8. ثم مثل المستقيم بيانياً.

مثال 2 نقطة وميل على المستقيم



اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم ذي الميل $-\frac{3}{4}$ والمار بالنقطة $(-2, 5)$. ثم مثلّ المستقيم بيانيًا.

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \text{صيغة النقطة والميل}$$

$$y - 5 = -\frac{3}{4}[x - (-2)] \quad m = -\frac{3}{4}, (x_1, y_1) = (-2, 5)$$

$$y - 5 = -\frac{3}{4}(x + 2) \quad \text{بسط.}$$

مثل بيانيًا النقطة المعطاة $(-2, 5)$. استخدم الميل $-\frac{3}{4}$ أو $-\frac{3}{4}$ لإيجاد نقطة أخرى على بعد 3 وحدات للأسفل و 4 وحدات إلى اليمين. ثم ارسم المستقيم بحيث يمر بهاتين النقطتين.

أنتبه!

استبدال الإحداثيات السالبة عند استبدال إحداثيات سالبة. استخدم الأقواس لتجنب إحداث أخطاء في العلامات.

تمرين موجّه

2. اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم ذي الميل 4 الذي يمر بالنقطة $(-3, -6)$. ثم مثلّ المستقيم بيانيًا.

عندما يكون ميل المستقيم غير معروف، فاستخدم نقطتين على المستقيم لحساب قيمة الميل. ثم استخدم صيغة النقطة والميل أو صيغة الميل والمقطع لكتابة معادلة للمستقيم.

مثال 3 نقطتان

اكتب معادلة للمستقيم المار بكل زوج من النقاط بصيغة الميل والمقطع.

a. $(0, 3)$ و $(-2, -1)$

الخطوة 1 جـد ميل المستقيم المار بالنقاط.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 3}{-2 - 0} = \frac{-4}{-2} \quad \text{أو } 2 \quad \text{استخدم قانون الميل.}$$

الخطوة 2 اكتب معادلة للمستقيم.

$$y = mx + b \quad \text{صيغة الميل والمقطع}$$

$$y = 2x + 3 \quad m = 2; (0, 3) \text{ يمثل التقاطع مع المحور } y.$$

b. $(-7, 4)$ و $(-1, -4)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - 4}{-1 - (-7)} = \frac{-8}{6} = -\frac{4}{3} \quad \text{أو } -\frac{1}{2} \quad \text{قانون الميل.}$$

الخطوة 4 صيغة النقطة والميل

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 4 = -\frac{1}{2}[x - (-7)]$$

$$y - 4 = -\frac{1}{2}(x + 7)$$

$$y - 4 = -\frac{1}{2}x - \frac{7}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

$$m = -\frac{1}{2}, (x_1, y_1) = (-7, 4)$$

بسط.

حل باستخدام خاصية التوزيع.

اجمع 4 لكل طرف

$$\frac{7}{2} + 4 = -\frac{7}{2} + \frac{8}{2}$$

$$\frac{1}{2} =$$

نصيحة دراسية

المثابرة في المثال 3b. يمكنك أيضا استخدام صيغة الميل والمقطع ونقطة واحدة لإيجاد المقطع من المحور y وكتابة المعادلة.

$$y = mx + b$$

$$4 = -\frac{1}{2}(-7) + b$$

$$4 = \frac{7}{2} + b$$

$$4 - \frac{7}{2} = b$$

$$b = \frac{1}{2}$$

$$\text{إذا، } y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

تمرين موجّه

3A. $(-2, 4)$ و $(8, 10)$ 3B. $(-1, 3)$ و $(7, 3)$

مثال 4 مستقيم أفقي

اكتب معادلة للمستقيم المار بالنقطتين $(2, 6)$ و $(5, 6)$ بصيغة الميل والمقطع.

الخطوة 1 هذا مستقيم أفقي. $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 6}{5 - (-2)} = \frac{0}{7} = 0$ أو 0

الخطوة 2 صيغة النقط والميل $y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 6 = 0[x - (-2)]$ $m = -\frac{1}{2}, (x_1, y_1) = (-2, 6)$

$y - 6 = 0$ بسط.

$y = 6$ اجمع 6 لكل طرف.

تمرين موجّه

4. اكتب معادلة للمستقيم المار بالنقطتين $(5, 0)$ و $(-1, 0)$ بصيغة الميل والمقطع.

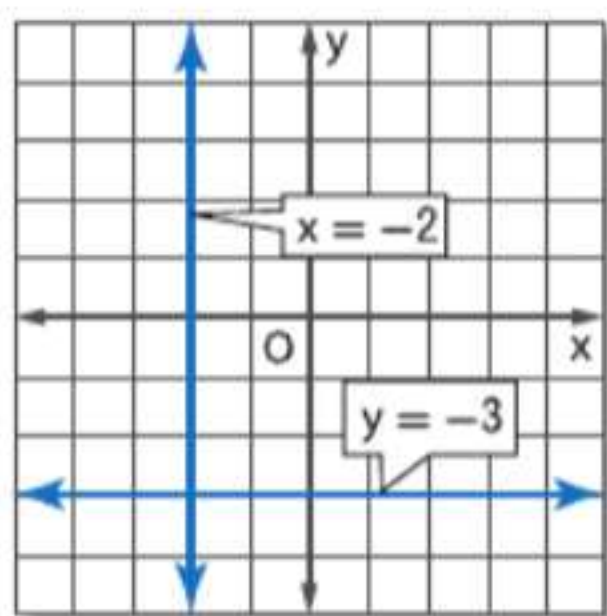
الربط بتاريخ الرياضيات

غاسبار مونج

(1746-1818) قدم مونج صيغة الميل والنقطة لمعادلة لمستقيم في ورقة بحثية نشرت في 1784.

معادلات المستقيمات الأفقية والرأسية لا تحتوي إلا على متغير واحد.

المفاهيم الأساسية معادلات المستقيمات الأفقية والرأسية



معادلة المستقيم الأفقي $y = b$ حيث b هو المقطع من المحور y للمستقيم.

مثال $y = -3$

معادلة المستقيم الرأسي $x = a$ حيث a هو المقطع من المحور x للمستقيم.

مثال $x = -2$

يكون للمستقيمات المتوازية غير الرأسية ميل متساوية. ويكون المستقيمين غير الرأسيين عموديان إذا كان ناتج ضرب ميليهما هو -1 . المستقيمات الرأسية والأفقية متعامدة دائماً على بعضها البعض.

مثال 5 كتابة معادلات للمستقيمات المتوازية أو العمودية

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم العمودي على $y = -3x + 2$ حيث يمر بالنقطة $(4, 0)$.

ميل $y = -3x + 2$ هو -3 بحيث يكون ميل مستقيم عمودي عليه هو $\frac{1}{3}$.

صيغة الميل والمقطع $y = mx + b$

$0 = \frac{1}{3}(4) + b$ $m = \frac{1}{3}$ و $(x, y) = (4, 0)$

$0 = \frac{4}{3} + b$ بسط.

$-\frac{4}{3} = b$ اطرح $\frac{4}{3}$ من كل طرف.

إذاً، فالمعادلة هي $y = \frac{1}{3}x + \left(-\frac{4}{3}\right)$ أو $y = \frac{1}{3}x - 1\frac{1}{3}$.

تمرين موجّه

5. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لمستقيم متوازٍ مع $y = -\frac{3}{4}x + 3$ ويحتوي على $(-3, 6)$.

قراءة في الرياضيات

خطي كلمة "خطي" تشير إلى شكل مستقيم. والتمثيل البياني لمعادلة خطية يأخذ شكل مستقيم.

2 كتابة معادلات لحل المسائل يمكن تمثيل الكثير من مواقف الحياة اليومية باستخدام معادلة خطية.

مثال 6 من الحياة اليومية كتابة معادلات خطية

المعرفة المالية تبلغ تكلفة عرض الهاتف اللاسلكي الحالية الخاصة بـ X مبلغ AED 39.95 لكل شهر نظير إجراء مكالمات غير محدودة و AED 0.05 لكل رسالة نصية. ويفكر مازن في التغيير إلى العرض Y الذي يكلف AED 35 لكل شهر نظير إجراء مكالمات غير محدودة بالإضافة إلى مبلغ AED 0.10 لكل رسالة نصية. فأأي عرض يقدم له السعر الأفضل؟

الفهم العرض X يكلف AED 39.95 لكل شهر بالإضافة إلى AED 0.05 لكل رسالة نصية. والعرض Y يكلف AED 35 لكل شهر بالإضافة إلى AED 0.10 لكل رسالة نصية. تحتاج إلى مقارنة العرضين لتحديد متى تكون تكلفة أحد العرضين أقل من الآخر.

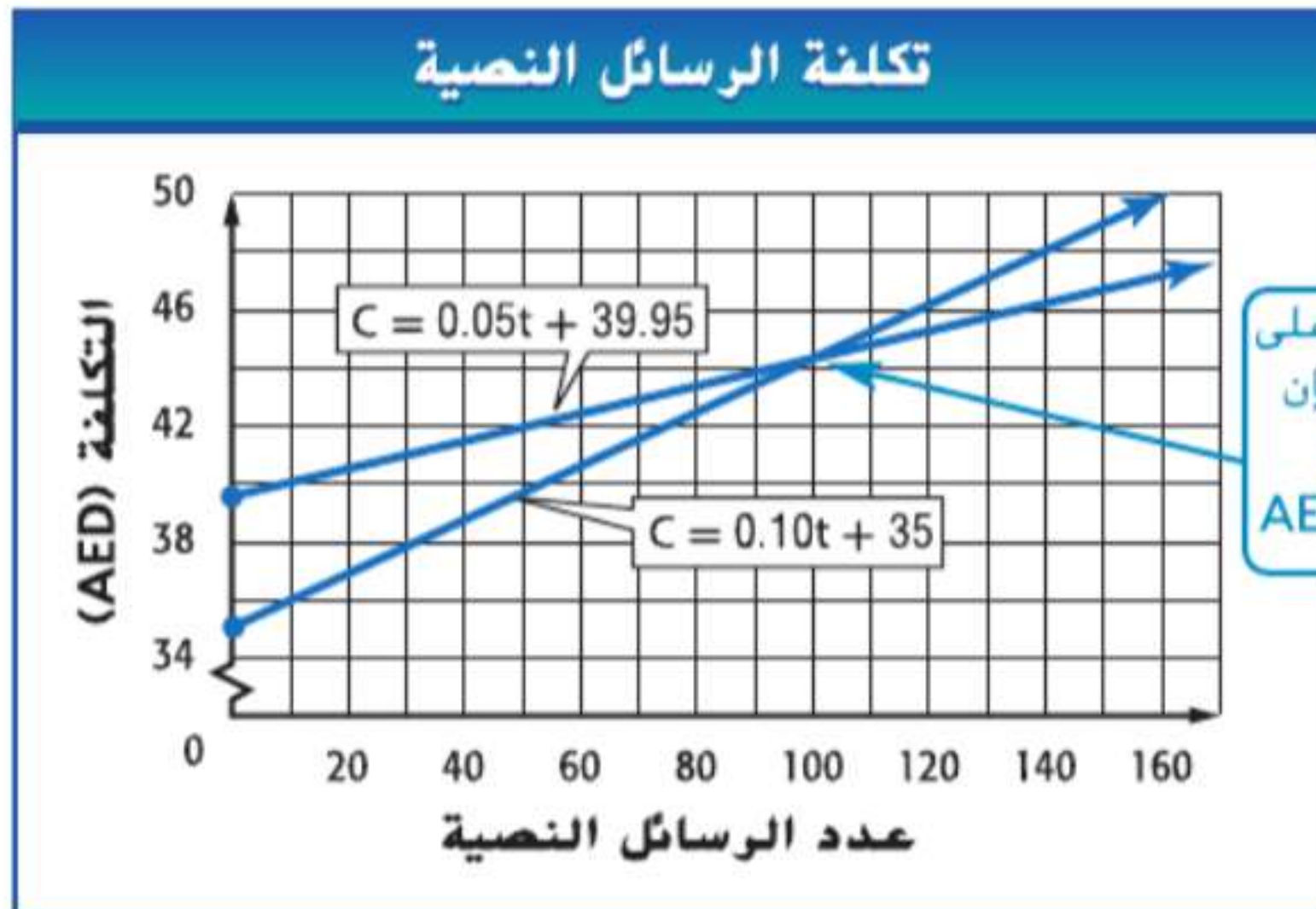
التخطيط اكتب معادلة لتمثيل التكلفة الشهرية الإجمالية C لكل خطة مقابل t الرسائل النصية المرسله أو المستقبله. ثم مثل المعادلات بيانياً لمقارنة العرضين.

الحل تبلغ معدلات الزيادة، أو الميل m ، في التكاليف الإجمالية AED 0.05 للعرض X و AED 0.10 للعرض Y . وعندما يكون عدد الرسائل النصية هو 0، فإن التكلفة الإجمالية هي مجرد الرسوم الشهرية. إذاً، فطول المقطع من المحور y هو b 39.95 للعرض X و 35 للعرض Y .

العرض X	العرض Y
$C = mt + b$	$C = mt + b$
$C = 0.05t + 39.95$	$C = 0.10t + 35$

صيغة الميل والمقطع عوض عن m و b .

مثل المعادلتين بيانياً على المستوى الإحداثي نفسه.



نصيحة في حل المسائل

رسم تمثيل بياني في المثال 6. بالرغم من أن العرض Y يكلف رسوماً شهرية أقل، فالتكلفة لكل رسالة نصية أعلى. وهذا يجعل العرضين أصعب في المقارنة بينهما. وغالباً، يمكن أن يوضح التمثيل البياني مقارنة أفضل بين موقفين موضحين بصورة خطية.

من التمثيل البياني، يبدو أنه إذا أرسل مازن أو استقبل أقل من حوالي 100 رسالة نصية، فالعرض Y يقدم السعر الأقل. ولأكثر من 100 رسالة، فإن العرض X هو الأقل.

التحقق تحقق من تقييمك. مقابل 100 رسالة نصية، فالعرض X يكلف $0.05(100) + 39.95$ أو 44.95، والعرض Y يكلف $0.1(100) + 35$ أو 45. وبتعديل تقييمنا، نجد أنه حين يصل عدد الرسائل إلى 99، فإن كلي الخطين تكلف AED 44.90. ✓

تمرين موجّه

6. لنفترض أن السعر للعرض Y كان AED 44 في الشهر و AED 0.02 للرسالة النصية. فأأي عرض سيقدم لـ مازن السعر الأفضل؟ علل إجابتك.

التحقق من فهمك

مثال 1

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم ذي الميل المعطى والمقطع من المحور y . ثم مثل المستقيم بيانياً.

1. $m: 4$. المقطع من المحور $y: -3$
 2. $m: \frac{1}{2}$. المقطع من المحور $y: -1$
 3. $m: -\frac{2}{3}$. المقطع من المحور $y: 5$

مثال 2

اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم ذي الميل المعطى والذي يمر بالنقطة المعطاة. ثم مثل المستقيم بيانياً.

4. $m = 5, (3, -2)$ 5. $m = \frac{1}{4}, (-2, -3)$ 6. $m = -4.25, (-4, 6)$

المثالان 3 و 4

اكتب معادلة للمستقيم المار بكل زوج من النقاط بصيغة الميل والمقطع.

7.

x	y
0	-1
4	4

8.

x	y
4	3
1	-6

9.

x	y
6	5
-1	-4

مثال 5

10. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم العمودي على $y = -2x + 6$ حيث يمر بالنقطة $(3, 2)$.

11. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم المتوازي مع $y = 4x - 5$ حيث يمر بالنقطة $(-1, 5)$.

مثال 6

12. **استخدام النماذج** تشترك ياسمين حالياً في النور للصوتيات، وهي خدمة موسيقى على الإنترنت، ولكنها تفكر في التغيير إلى خدمة أخرى على الإنترنت، وهي البركة للصوتيات. موضح العرض المقدم لكل خدمة موسيقى على الإنترنت.



a. اكتب معادلة لتمثيل التكلفة الشهرية الإجمالية لكل عرض.

b. مثل المعادلات بيانياً.

c. إذا قامت ياسمين بتنزيل 15 أغنية في الشهر، فهل عليها عدم تغيير عرضها الحالي. أم عليها التغيير إلى العرض الآخر؟ اشرح.

التمرين وحل المسائل

مثال 1

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم ذي الميل المعطى والمقطع من المحور y . ثم مثل المستقيم بيانياً.

13. $m: -5$ ، المقطع من المحور y : -2 14. $m: -7, b: -4$ 15. $m: 9, b: 2$
 16. $m: 12$ ، المقطع من المحور y : $\frac{4}{5}$ 17. $m: -\frac{3}{4}, (0, 4)$ 18. $m: \frac{5}{11}, (0, -3)$

مثال 2

اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم ذي الميل المعطى والذي يمر بالنقطة المعطاة. ثم مثل المستقيم بيانياً.

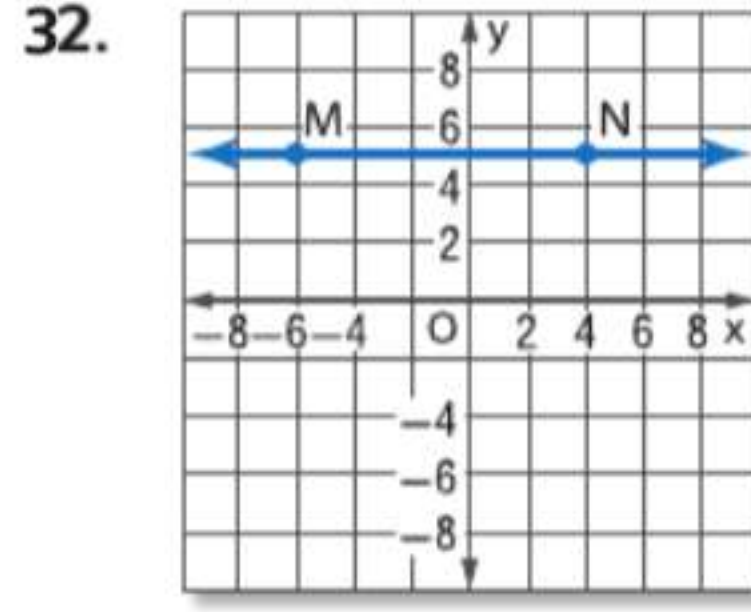
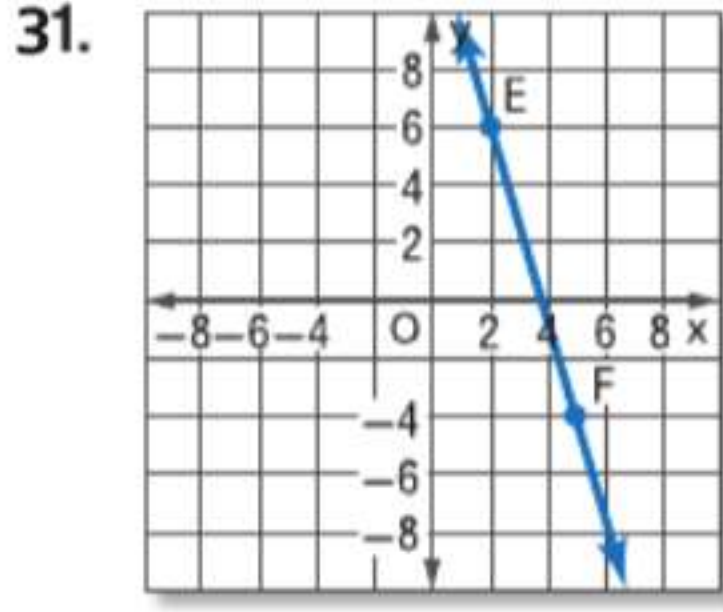
19. $m = 2, (3, 11)$ 20. $m = 4, (-4, 8)$ 21. $m = -7, (1, 9)$
 22. $m = \frac{5}{7}, (-2, -5)$ 23. $m = -\frac{4}{5}, (-3, -6)$ 24. $m = -2.4, (14, -12)$

المثالان 3 و 4

اكتب معادلة للمستقيم المار بكل زوج من النقاط بصيغة الميل والمقطع.

25. $(-1, -4)$ و $(3, -4)$ 26. $(2, -1)$ و $(2, 6)$
 27. $(-3, -2)$ و $(-3, 4)$ 28. $(0, 5)$ و $(3, 3)$
 29. $(-12, -6)$ و $(8, 9)$ 30. $(2, 4)$ و $(-4, -11)$

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لكل مستقيم موضح أو موصوف.



33.

x	-1	3
y	-2	4

34.

x	-4	-8
y	-5	-13

36. المقطع من المحور x يساوي $-\frac{1}{2}$.
المقطع من المحور y يساوي $\frac{1}{4}$.

35. المقطع من المحور x يساوي 3. والمقطع من المحور y يساوي -2.

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لكل مستقيم موضح.

37. يمر بالنقطة $(-7, -4)$ وعمودي على المستقيم $y = \frac{1}{2}x + 9$

38. يمر بالنقطة $(-1, -10)$ ويوازي المستقيم $y = 7$

39. يمر بالنقطة $(6, 2)$. ويوازي المستقيم $y = -\frac{2}{3}x + 1$

40. يمر بالنقطة $(-2, 2)$ وعمودي على المستقيم $y = -5x - 8$

مثال 5

41. **التخطيط** تخطط سهيلة لحفل تخرج لصف طلاب السنة الأخيرة. وتخطط لاستئجار غرفة اجتماعات في مركز المؤتمرات وهي تتكلف AED 400. ويتم فرض رسم إضافي بقيمة AED 5.50 لكل شخص يحضر الحفل.

a. اكتب معادلة للتمثيل عن تكلفة y الحفل إذا حضر عدد x من الناس.

b. مثل المعادلة بيانياً.

c. يوجد 285 شخصاً في صف سهيلة. فإذا حضر $\frac{2}{3}$ من هؤلاء الناس، فكم سيتكلف الحفل؟

d. إذا جمع صف طلاب التخرج مبلغ AED 2000 لصالح الحفل، فكم من الأشخاص يمكنه الحضور؟

مثال 6

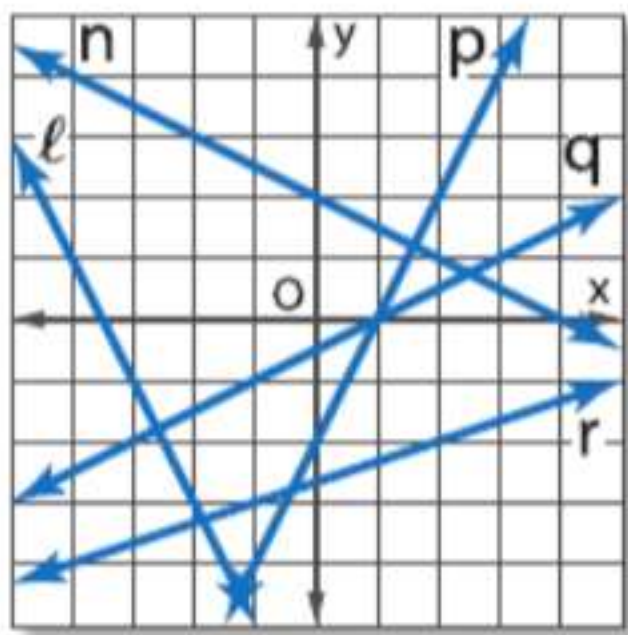
42. **استخدام النماذج** يدخر يوسف يدخر أمواله لشراء راديو جديد بالبط عبر الأقمار الصناعية لسيارته. ويرغب في ادخار مال كاف للراديو والاشترائك لمدة سنة واحدة من خدمة راديو الأقمار الصناعية قبل أن يتم صفقة الشراء. وبدأ في الادخار لشراء الراديو بمبلغ AED 50 من المال المخصص لتخرجه. ومنذ هذا الحين، ظل يضيف AED 15 كل أسبوع بعد صرف شيك راتبه.

a. اكتب معادلة لتمثيل مدخرات يوسف y بعد عدد x أسابيع.

b. مثل المعادلة بيانياً.

c. كم من الوقت سيستغرقه يوسف لادخار AED 150؟

d. يكلف راديو الأقمار الصناعية AED 180. وخدمة القمر الصناعي تكلف AED 10 لكل شهر. إذا بدأ يوسف في الادخار منذ أسبوعين، فكم من الوقت الإضافي سيستغرقه لادخار مال كاف؟ اشرح.



اذكر المستقيم (المستقيمات) على التمثيل البياني الموضح الذي يوافق كل وصف.

43. يوازي المستقيم $y = 2x - 3$

44. عمودي على المستقيم $y = \frac{1}{2}x + 7$

45. متقاطع مع ولكن ليس عمودياً على المستقيم $y = \frac{1}{2}x - 5$

حدد ما إذا كانت المستقيمات متوازية، أو متعامدة، أو ليست أيًا منهما.

46. $y = 2x + 4$. $y = 2x - 10$

47. $y = -\frac{1}{2}x - 12$. $y = 2x + 7$

48. $y - 4 = 3(x + 5)$. $y + 3 = -\frac{1}{3}(x + 1)$

49. $y - 3 = 6(x + 2)$. $y + 3 = -\frac{1}{3}(x - 4)$

50. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لمستقيم يمر بالنقطة (2, 4) ويوازي مع المستقيم $y - 2 = 3(x + 7)$.

51. اكتب معادلة لمستقيم يمر بالنقطة (12, -8) عمودي على المستقيم المار بالنقطتين (2, -7) و (2, 3).

52. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لمستقيم مار بالنقطة (3, 5) ويوازي مع المستقيم $y + 11 = \frac{1}{2}(4x + 6)$.

53. **صناعة الفخار** يقدم مركز اجتماعي فصولاً لتعليم صناعة الفخار. ويغطي رسم الاشتراك بقيمة 40 AED اللوازم والخامات. بما فيها كيس واحد من الطين. وتكلف أكياس الطين الإضافية مبلغ 15 AED لكل كيس. فاكتب معادلة لتمثيل تكلفة الفصل وعدد x من أكياس الطين.

54. **التمثيلات المتعددة** في الجبر 1. تعلمت أن حل نظام من معادلتين خطيتين يتمثل في زوج مرتب يعتبر حلاً لكلتا المعادلتين. لاحظ المستقيمات q و r و s و t مع مراعاة المعادلات المعطاة.

$$\begin{array}{l} \text{المستقيم } q: y = 3x + 2 \\ \text{المستقيم } r: y = 0.5x - 3 \\ \text{المستقيم } s: 2y = x - 6 \\ \text{المستقيم } t: y = 3x - 3 \end{array}$$

a. **التمثيل الجدولي** ارسم جدول قيم لكل معادلة لـ $x = -3$ و -2 و -1 و 0 و 1 و 2 و 3 . أي أزواج من المستقيمات يبدو أنه يمثل نظام معادلات له حل واحد؟ ليس له حل؟ له حلول كثيرة بقدر لا محدود؟ استخدم جداولك لتشرح استنتاجك.

b. **التمثيل البياني** مثل بيانياً المعادلات على المستوى الإحداثي نفسه. صف العلاقة الهندسية بين كل زوج من المستقيمات. بما فيها نقاط التقاطع.

c. **التمثيل التحليلي** كيف أمكنك تحديد إجاباتك عن الجزء a بمجرد استخدام معادلات المستقيمات؟

d. **التمثيل اللفظي** اشرح كيفية تحديد ما إذا كان نظام معطى لمعادلتين خطيتين لهما حل واحد. أو ليس لهما حل. أو لهما حلول كثيرة بقدر لا محدود باستخدام جدول. أو تمثيل بياني. أو معادلات للمستقيمات.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

55. **التحدي** جد قيمة n بحيث يكون المستقيم العمودي على المستقيم ذي المعادلة $6x + 8 = -2y + 4$ مازاً بالنقطتين $(n, -4)$ و $(2, -8)$.

56. **التبرير** حدد ما إذا كانت النقاط $(2, 2)$ و $(5, 2)$ و $(8, 6)$ تقع على مستقيم واحد أم لا. برر إجابتك.

57. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب معادلات لزوجين مختلفين من المستقيمات المتعامدة التي تتقاطع عند النقطة $(-3, -7)$.

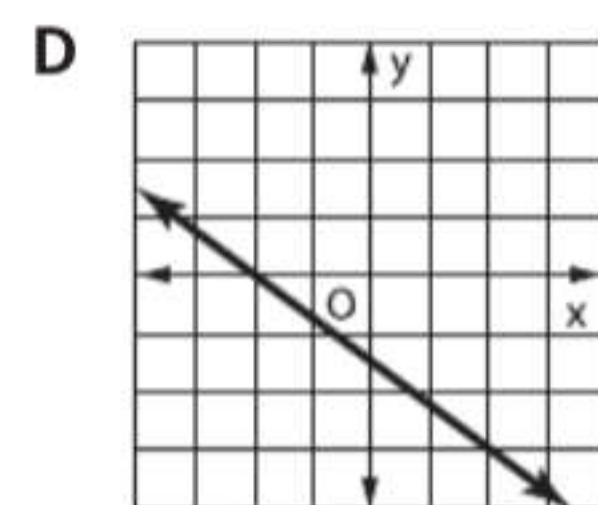
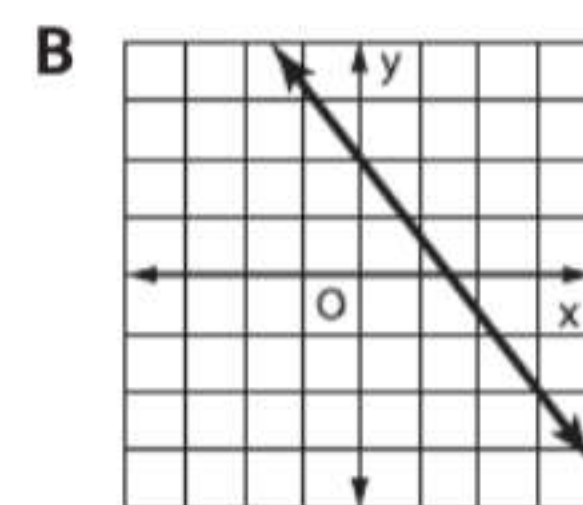
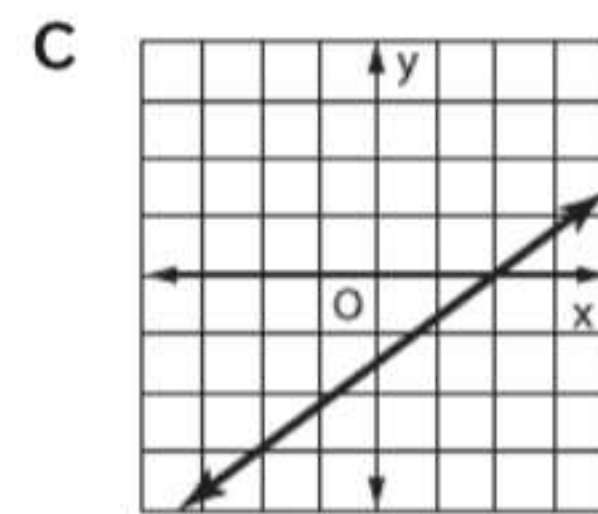
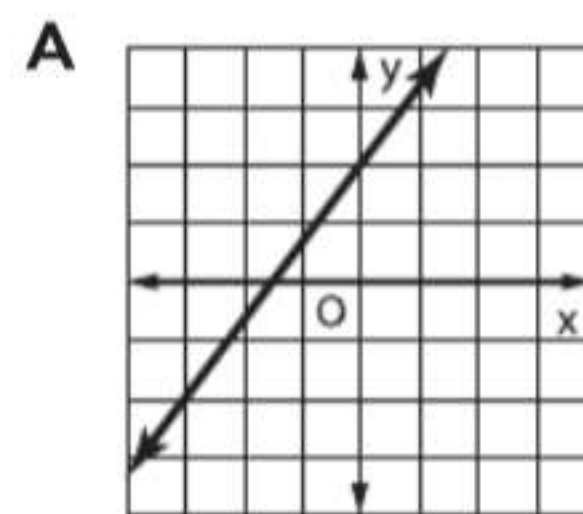
58. **التفكير النقدي** كتبت أماني وميساء معادلة لمستقيم ذي ميل بقيمة -5 ويمر بالنقطة $(4, -2)$. هل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

ميساء	أماني
$y - 4 = -5(x - (-2))$	$y - 4 = -5(x - (-2))$
$y - 4 = -5(x + 2)$	$y - 4 = -5(x + 2)$
	$y - 4 = -5x - 10$
	$y = -5x - 6$

59. **الكتابة في الرياضيات** متى يكون من الأسهل استخدام صيغة النقطة والميل لكتابة معادلة لمستقيم ومتى يكون من الأسهل استخدام صيغة الميل والمقطع؟

تدريب على الاختبارات المعيارية

60. أي تمثيل بياني هو أفضل تمثيل للمستقيم المار بالنقطة $(-2, -3)$ ؟



61. أي معادلة تصف المستقيم الذي يمر بالنقطة $(-2, 1)$ وعمودي على المستقيم $y = \frac{1}{3}x + 5$ ؟

F $y = 3x + 7$

H $y = -3x - 5$

G $y = \frac{1}{3}x + 7$

J $y = -\frac{1}{3}x - 5$

62. **إجابة شبكية** في إحدى الكليات، يمتلك 80% من الطلاب هواتف خلوية، ومن بين الطلاب الذين يمتلكون هواتف خلوية، يمتلك 70% منهم أجهزة كمبيوتر. فما نسبة الطلاب في الكلية الذين يمتلكون هاتفًا خلويًا وجهاز كمبيوتر على حدٍ سواء؟

63. SAT/ACT أي تعبير متساوٍ مع

$4(x - 6) - \frac{1}{2}(x^2 + 8)$ ؟

A $4x^2 + 4x - 28$

D $3x - 20$

B $-\frac{1}{2}x^2 + 4x - 20$

E $-\frac{1}{2}x^2 + 4x - 28$

C $-\frac{1}{2}x^2 + 6x - 24$

مراجعة شاملة

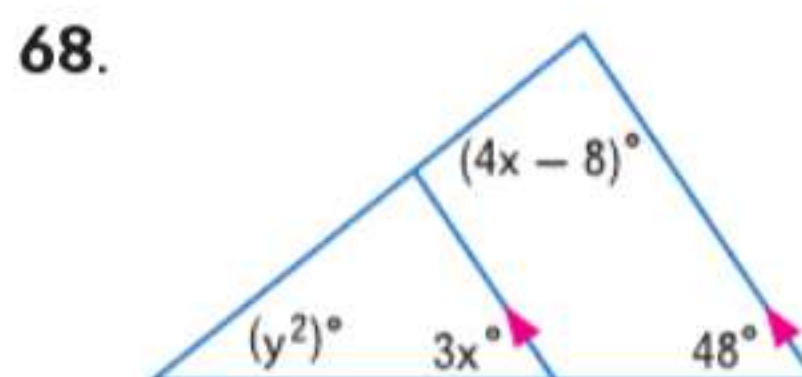
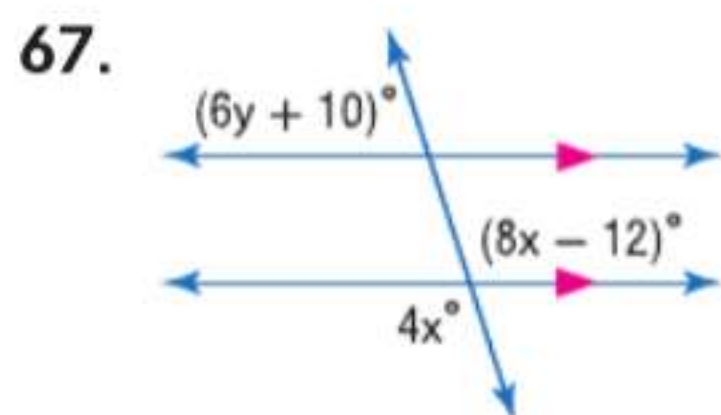
حدد ميل المستقيم الذي يمر بالنقاط التالية.

64. $J(4, 3), K(5, -2)$

65. $X(0, 2), Y(-3, -4)$

66. $A(2, 5), B(5, 1)$

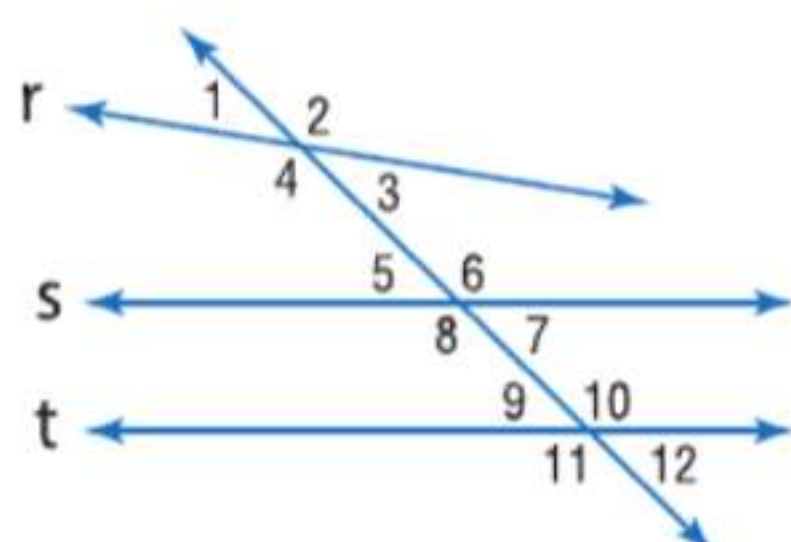
جد x و y في كل شكل.



69. **القيادة** يقع منزل وفاء في منتصف المسافة بين محطة الغاز "نيومان" ومحطة الغاز "أو راما". وتقع محطة الغاز "نيومان" على بعد ربع كيلو متر من منزل وفاء. فكم تبعد محطة الغاز "أو راما" عن منزل وفاء؟ وكم تبعد محطتا الغاز عن بعضهما؟

مراجعة المهارات

حدد العلاقة بين كل زوج من الزوايا.



70. $\angle 1$ و $\angle 12$

71. $\angle 7$ و $\angle 10$

72. $\angle 4$ و $\angle 8$

73. $\angle 2$ و $\angle 11$



مختبر الهندسة معادلات المُنصفَات العمودية

13-4

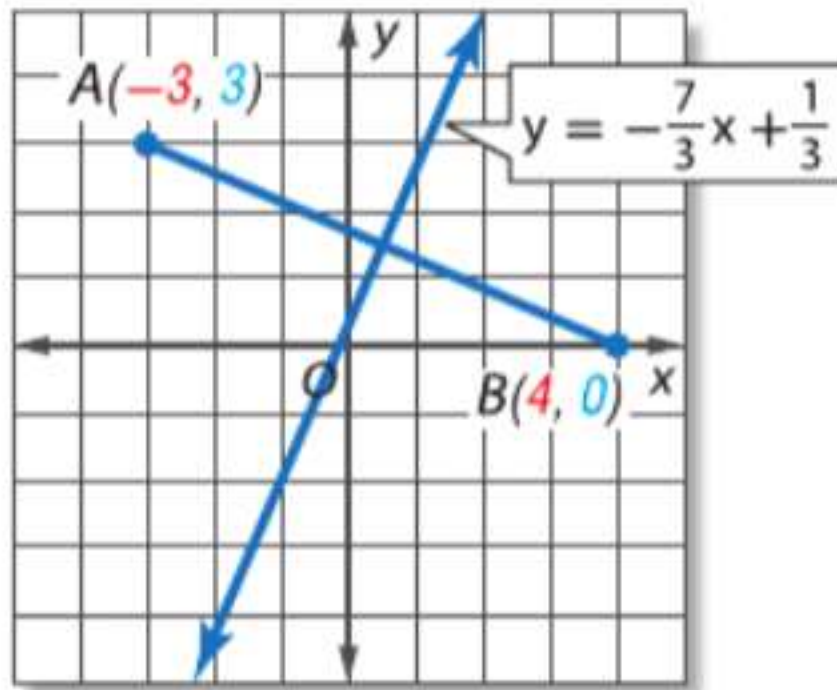
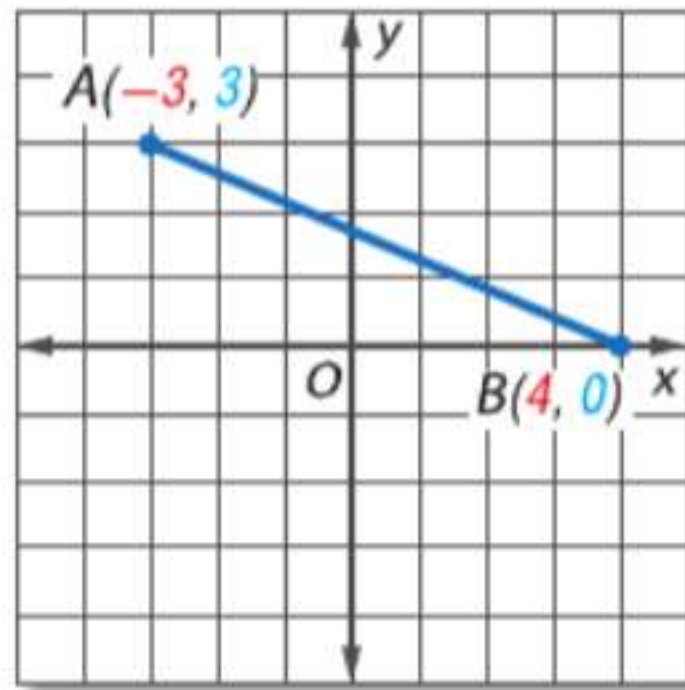
التوسع

يمكنك تطبيق ما تعلمته عن الميل ومعادلات المستقيمات على الأشكال الهندسية على أحد المستويات.

النشاط

جد معادلة مستقيم يكون المنصف العمودي

على القطعة المستقيمة AB ذات النقطتين الطرفيتين $A(-3, 3)$ و $B(4, 0)$.



الخطوة 1

منصف قطعة مستقيمة يحتوي على نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة. استخدم قانون نقطة المنتصف لإيجاد نقطة المنتصف M في \overline{AB} .

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = M\left(\frac{-3 + 4}{2}, \frac{3 + 0}{2}\right) \\ = M\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

الخطوة 2

منصف عمودي متعامد على القطعة المستقيمة بنقطة المنتصف. ومن أجل إيجاد ميل المنصف، جد أولاً ميل \overline{AB} .

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{قانون الميل} \\ = \frac{0 - 3}{4 - (-3)} \quad x_1 = -3, x_2 = 4, y_1 = 3, y_2 = 0 \\ = -\frac{3}{7} \quad \text{بسط.}$$

الخطوة 3

الآن، استخدم صيغة النقطة والميل لكتابة معادلة المستقيم. ميل المنصف هو $\frac{7}{3}$ حيث إن $-\frac{3}{7}\left(\frac{7}{3}\right) = -1$.

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \text{صيغة النقطة والميل} \\ y - \frac{3}{2} = \frac{7}{3}\left(x - \frac{1}{2}\right) \quad = m = \frac{7}{3}, \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right) = (x_1, y_1) \\ y - \frac{3}{2} = \frac{7}{3}x - \frac{7}{6} \quad \text{خاصية التوزيع} \\ y = \frac{7}{3}x + \frac{1}{3} \quad \text{اجمع } \frac{3}{2} \text{ على كل طرف.}$$

تمارين

جد معادلة مستقيم يكون المنصف العمودي \overline{PQ} بالنسبة للنقاط الطرفية المعطاة.

1. $P(5, 2), Q(7, 4)$
2. $P(-3, 9), Q(-1, 5)$
3. $P(-6, -1), Q(8, 7)$
4. $P(-2, 1), Q(0, -3)$
5. $P(0, 1.6), Q(0.5, 2.1)$
6. $P(-7, 3), Q(5, 3)$

7. تحدّد جد معادلات المستقيمات التي تحتوي على أضلاع $\triangle XYZ$ و الرؤوس $X(-2, 0)$ و $Y(1, 3)$ و $Z(3, -1)$.

إثبات توازي المستقيمتين

13-5

التمرين

.. السابق

- استخدمت الميول لتحديد المستقيمتين المتوازيين والمتعامدة.

.. الحالي

- التعرف على أزواج الزوايا التي تتكوّن مع المستقيمتين المتوازيين.
- إثبات أن مستقيمتين متوازيين.

.. لماذا؟

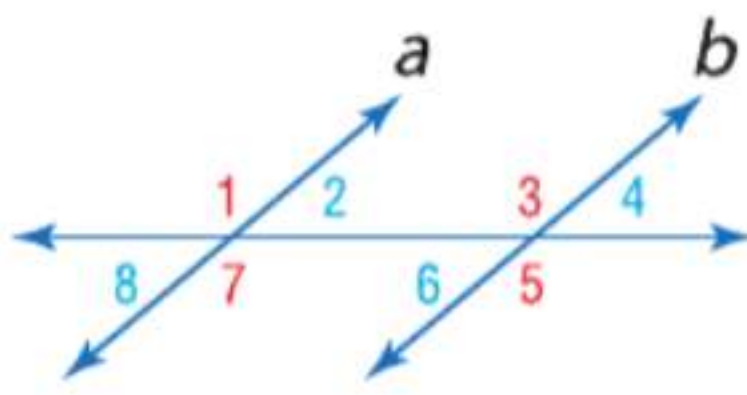
- عندما ترى قضبان لعبة الأفعوانية. تلاحظ أن طرفي القضبان دائما على نفس المسافة. وهذا بالرغم من أن القضبان تنحرف وتنعطف. فالقضبان مبنية بعناية لتكون متوازية على كل النقاط بحيث تكون العربة ثابتة على القضبان.



مهارسات في الرياضيات
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 تحديد المستقيمتين المتوازيين طرفا قضبان لعبة الأفعوانية متوازيان. وكل الدعائم على طول القضبان هي أيضا متوازية. وكل زاوية من الزوايا المتشكلة بين القضبان والدعامات هي زاوية متناظرة. وقد عرفنا أن الزوايا المتناظرة تكون متطابقة عندما تكون المستقيمتين متوازيين. ومعكوس هذه العلاقة صحيح أيضا.

المسألة 13.4 مسلة معكوس الزوايا المتناظرة



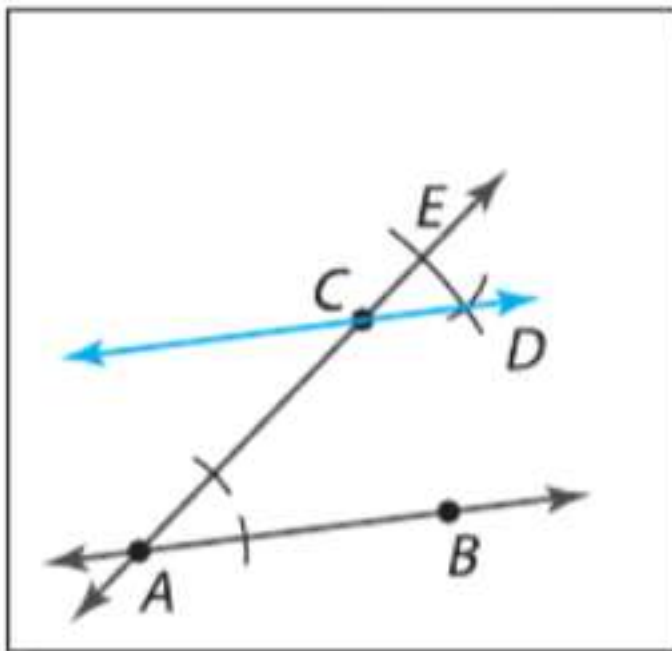
إذا قُطع مستقيمتين بواسطة قاطع بحيث تكون الزوايا المتناظرة متطابقة. إذا فالمستقيمتين متوازيان.

أمثلة إذا كان $\angle 1 \cong \angle 3$ و $\angle 2 \cong \angle 4$ و $\angle 5 \cong \angle 7$ و $\angle 6 \cong \angle 8$. فإن $a \parallel b$.

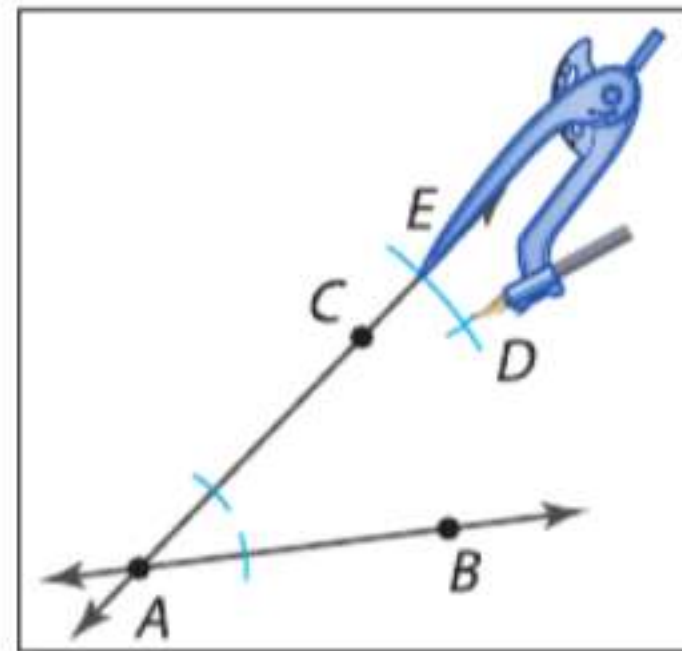
معكوس مسلة الزوايا المتناظرة يمكن استخدامها لإنشاء مستقيمتين متوازيين.

الإنشاء مستقيمتين متوازيين عن طريق نقطة ليست موجودة على المستقيم

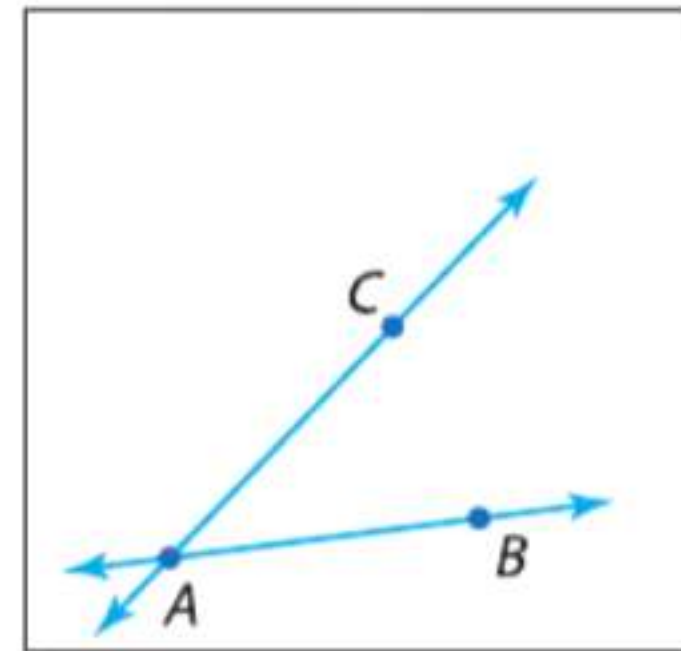
الخطوة 3 ارسم CD . ولأن $\angle ECD \cong \angle CAB$ حسب معطيات الشكل وهما زاويتان متناظرتان. فإن $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$.



الخطوة 2 انسخ $\angle CAB$ بحيث تكون C هي رأس الزاوية الجديدة. وسمّ نقاط التقاطع بالحرفين E و D .



الخطوة 1 استخدم مسطرة تقويم لرسم \overrightarrow{AB} . وارسم النقطة C بحيث لا تكون على \overrightarrow{AB} وارسم \overrightarrow{CA} .



يثبت الشكل أن هناك مستقيم واحد على الأقل يمر بالنقطة C ومتوازٍ مع \overleftrightarrow{AB} . وتؤكد المسلمة التالية أن هذا المستقيم هو المستقيم الوحيد.

نصيحة دراسية

مسلمات إقليدس أدرك إقليدس، أبو الهندسة الحديثة، (حوالي 300 ق.م.) أنه لا يلزم سوى القليل من المسلمات لإثبات النظريات في أيامه. والمسلمة 13.5 هي إحدى مسلمات إقليدس الأصلية الخمسة.

المسلمة 13.5 مسلمة المتوازيات



لديك مستقيم ونقطة ليست على هذا المستقيم. إذا هناك بالضبط مستقيم واحد يمر بالنقطة وموازٍ للمستقيم المعطى.

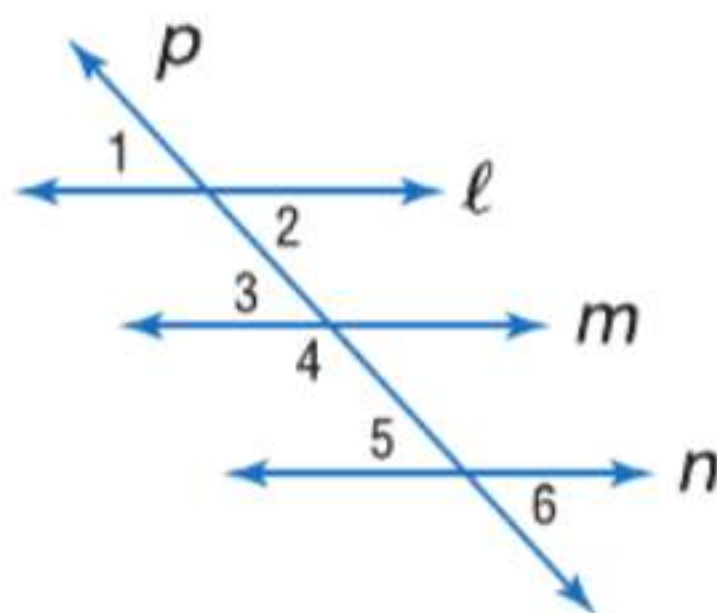
المستقيمان المتوازيان اللذان يقطعهما قاطع يشكلان أزواجاً متعددة من الزوايا المتطابقة. ويمكن استخدام هذه الزوايا الخاصة أيضاً من أجل إثبات أن زوجاً من المستقيمتين متوازٍ.

نظريات إثبات توازي المستقيمتين

<p>إذا كان $\angle 1 \cong \angle 3$، فإن $p \parallel q$.</p>	<p>13.5 معكوس الزوايا الخارجية المتبادلة إذا قُطع مستقيمان على مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون زوج من الزوايا الخارجية المتبادلة متطابقاً، فإن المستقيمتين متوازيان.</p>
<p>إذا كان $m\angle 4 + m\angle 5 = 180$، فإن $p \parallel q$.</p>	<p>13.6 معكوس الزوايا الداخلية المتتالية إذا قُطع مستقيمان على مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون زوج من الزوايا الداخلية المتتالية متكاملًا، فإن المستقيمتين متوازيان.</p>
<p>إذا كان $\angle 6 \cong \angle 8$، فإن $p \parallel q$.</p>	<p>13.7 معكوس الزوايا الداخلية المتبادلة إذا قُطع مستقيمان في مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون زوج من الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقاً، فإن المستقيمتين متوازيان.</p>
<p>إذا كان $p \perp r$، $q \perp r$، فإن $p \parallel q$.</p>	<p>13.8 معكوس القاطع العمودي في مستوى، إذا كان مستقيمان عموديين على المستقيم نفسه، فإنهما متوازيان.</p>

ستثبت النظريات 13.5 و 13.6 و 13.7 و 13.8 في التمارين 6 و 23 و 31 و 30 على الترتيب.

مثال 1 تحديد المستقيمتين المتوازيتين



بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمتين، إن وجدت، متوازيتين. اذكر المسلمة أو النظرية التي تعلق إجابتك.

a. $\angle 1 \cong \angle 6$

$\angle 1$ و $\angle 6$ هما زاويتان خارجيتان متبادلتان على المستقيمتين l .

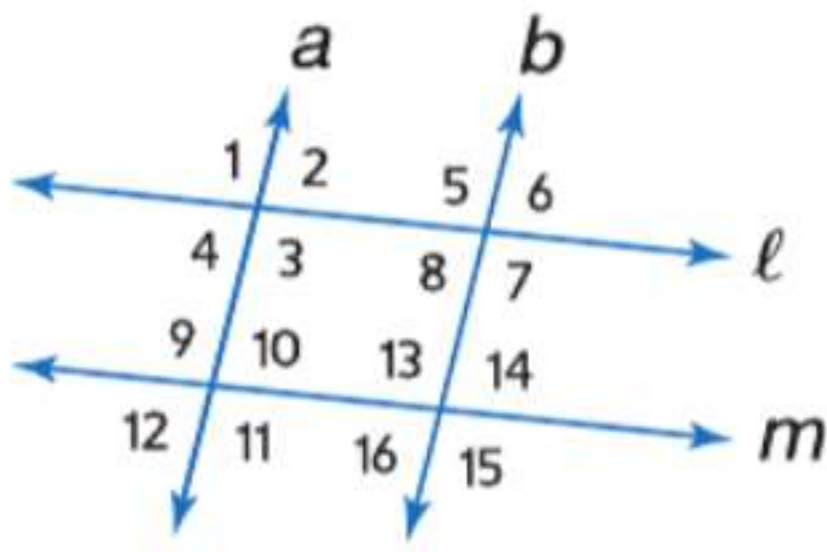
بما أن $\angle 1 \cong \angle 6$ ، فإن $l \parallel n$ بناءً على معكوس نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة.

b. $\angle 2 \cong \angle 3$

$\angle 2$ و $\angle 3$ هما زاويتان داخليتان متبادلتان على المستقيمتين l و m .

بما أن $\angle 2 \cong \angle 3$ ، فإن $l \parallel m$ بناءً على معكوس نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة.

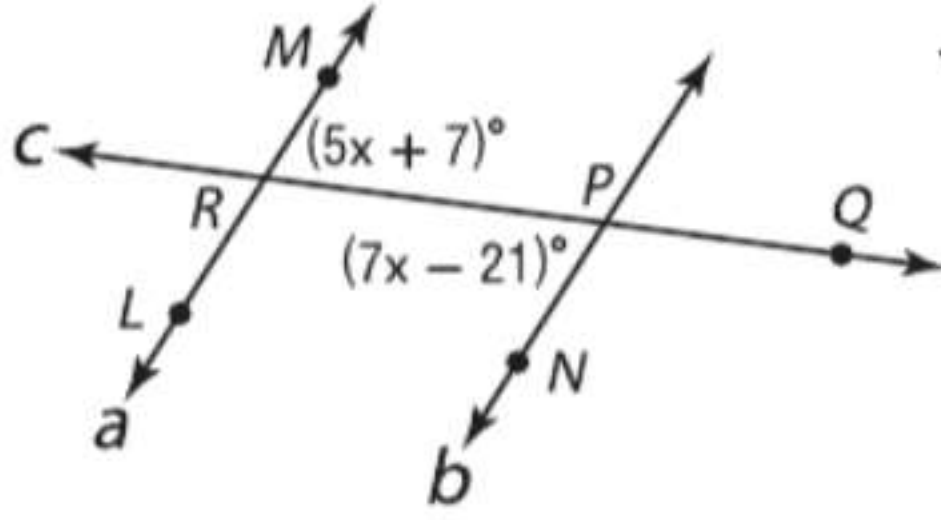
تمرين موجّه



- 1A. $\angle 2 \cong \angle 8$ 1B. $\angle 3 \cong \angle 11$
 1C. $\angle 12 \cong \angle 14$ 1D. $\angle 1 \cong \angle 15$
 1E. $m\angle 8 + m\angle 13 = 180$ 1F. $\angle 8 \cong \angle 6$

يمكن استخدام علاقات الزوايا من أجل حل المسائل التي تشمل قيما مجهولة.

مثال 2 على الاختبار المعياري استخدام علاقات الزوايا



مسألة غير محددة الإجابة جـ $m\angle MRQ$ بحيث يكون $a \parallel b$.
 اكتب الحل هنا.

قراءة فقرة الاختبار

من الشكل، تعرف أن $m\angle MRQ = 5x + 7$ وأن $m\angle RPN = 7x - 21$ والمطلوب منك هو إيجاد قياس $\angle MRQ$.

حل فقرة الاختبار

$\angle RPN$ و $\angle MRQ$ هما زاويتان داخليتان متبادلتان، وليكون المستقيمان a متوازيين، ينبغي أن تكون الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة، لذا $\angle MRQ \cong \angle RPN$ ، وبحسب تعريف التطابق، فإن $m\angle MRQ = m\angle RPN$. أدرج قياسات الزوايا المعطاة في هذه المعادلة ووجد قيمة x .

$m\angle MRQ = m\angle RPN$	الزوايا الداخلية المتبادلة
$5x + 7 = 7x - 21$	التعويض
$7 = 2x - 21$	اطرح $5x$ من كل طرف.
$28 = 2x$	اجمع 12 على كل طرف
$14 = x$	اقسم كل طرف على 2.

والآن، استخدم قيمة x لإيجاد $\angle MRQ$.

$m\angle MRQ = 5x + 7$	التعويض
$= 5(14) + 7$	$x = 14$
$= 77$	بسط.

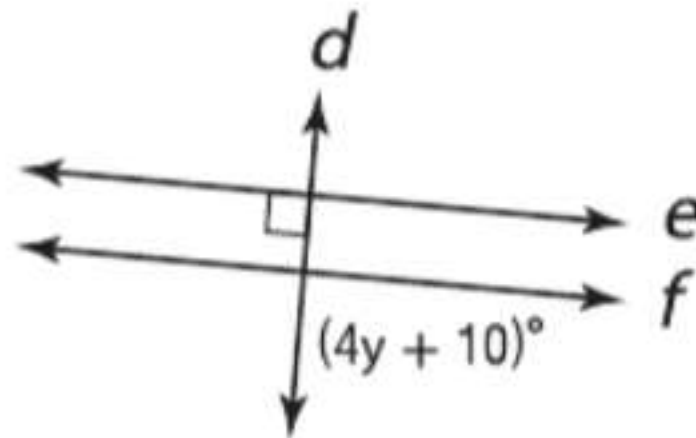
التحقق راجع إجابتك باستخدام قيمة x لإيجاد $m\angle RPN$.

$$m\angle RPN = 7x - 21$$

$$= 7(14) - 21 = 77 \checkmark$$

بما أن $m\angle MRQ = m\angle RPN$ و $\angle MRQ \cong \angle RPN \parallel b$ ✓

تمرين موجّه



2. جـ $f \parallel e$ بحيث يكون $e \parallel f$. اكتب الحل هنا.

نصيحة دراسية

إيجاد ما هو مطلوب
 تأكد من إعادة قراءة أسئلة الاختبار بعناية لتتأكد من إجابتك على السؤال المطروح. وفي المثال 2، قد يكون من الأخطاء الشائعة التوقف بعد أن وجدت قيمة x والقول بأن حل المسألة هو 14.

نصيحة دراسية

إثبات توازي المستقيمتين عندما يقطع مستقيمان متوازيان بواسطة قاطع، فأزواج الزوايا المتكونة هي إما متطابقة أو متكاملة. وعندما يكون زوج من المستقيمتين زوايا لا تفي بهذا المعيار، فليس من المحتمل أن تكون المستقيمتين متوازيتين.

2 إثبات توازي المستقيمتين يمكن استخدام علاقات أزواج الزوايا المتكونة بواسطة قاطع لإثبات أن مستقيمتين متوازيتين.

مثال 3 من الحياة اليومية: إثبات توازي المستقيمتين

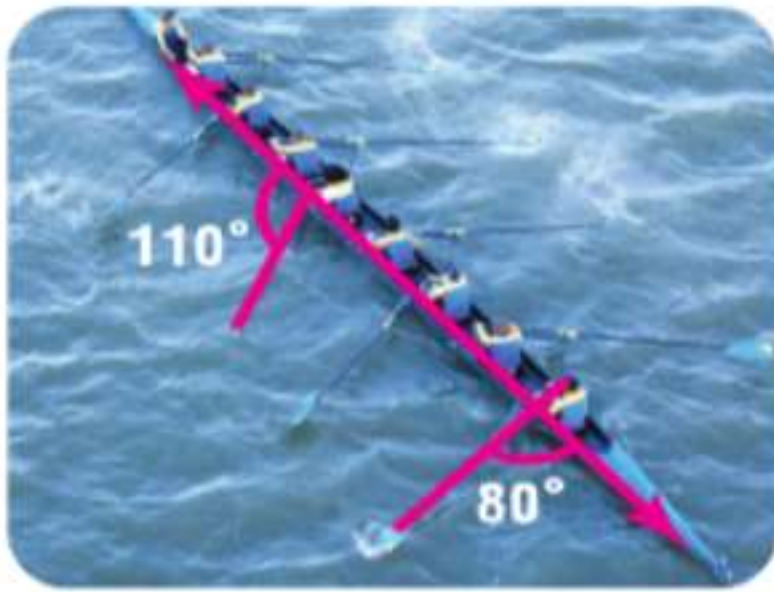


الأثاث المنزلي في السلم الموضح، كل درجة عمودية على قضيبى الدرابزين. فهل من الممكن إثبات أن قضيبى الدرابزين متوازيان وأن كل الدرجات متوازية؟ وإذا كان الأمر كذلك، فاشرح الكيفية. وإن لم يكن، فاشرح السبب في هذا.

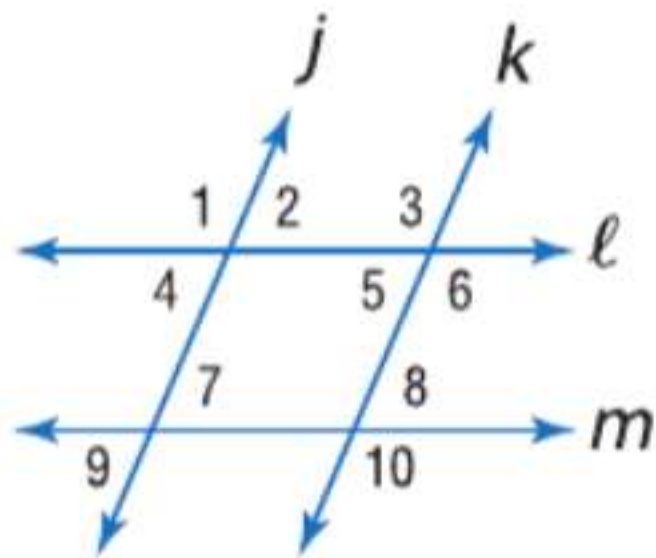
بما أن كلا قضيبى الدرابزين عمودي على كل درجة، فإن القضيبين متوازيان استنادًا إلى معكوس نظرية القاطع العمودي. وبما أن أي زوج من الدرجات عمودي على قضيبى الدرابزين، فإنهما متوازيان أيضًا.

تمرين موجّه

3. التجديف من أجل الحركة في خط مستقيم بفعالية قصوى، ينبغي أن تكون مجاديف المُجَدِّفِين متوازية. ارجع إلى الصورة على اليسار. هل من الممكن إثبات أن أيًا من المجاديف متوازي؟ إذا كان الأمر كذلك، فاشرح الكيفية. وإن لم يكن، فاشرح السبب في هذا.

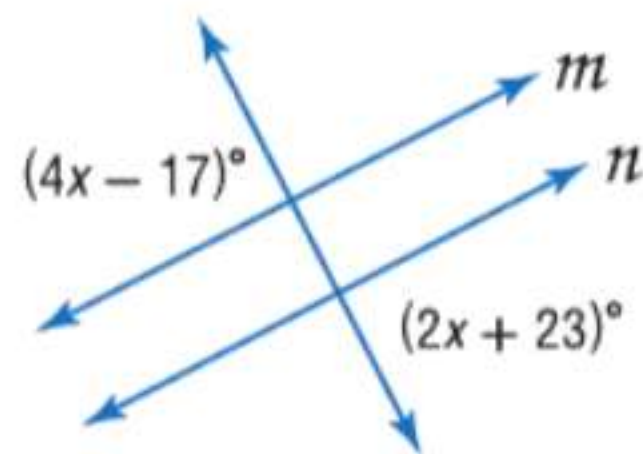


التحقق من فهمك

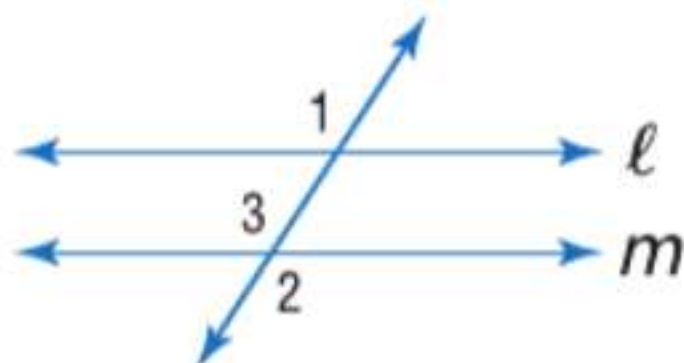


مثال 1 بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمتين، إن وجدت، متوازية. اذكر المسلمة أو النظرية التي تعلق إجابتك.

- $\angle 6 \cong \angle 10$
- $\angle 4 \cong \angle 7$
- $\angle 1 \cong \angle 6$
- $m\angle 2 + m\angle 3 = 180$



مثال 2 **5. إجابة مختصرة** جد x بحيث يكون $m \parallel n$. اكتب الحل هنا.



مثال 3 **6. الإثبات** انسخ وأكمل إثبات النظرية 12.5.

المعطيات: $\angle 1 \cong \angle 2$

المطلوب: $l \parallel m$

البرهان:

المبررات	العبارات
a. المعطيات	a. $\angle 1 \cong \angle 2$
b. _____ ؟	b. $\angle 2 \cong \angle 3$
c. خاصية التعدي	c. $\angle 1 \cong \angle 3$
d. _____ ؟	d. _____ ؟

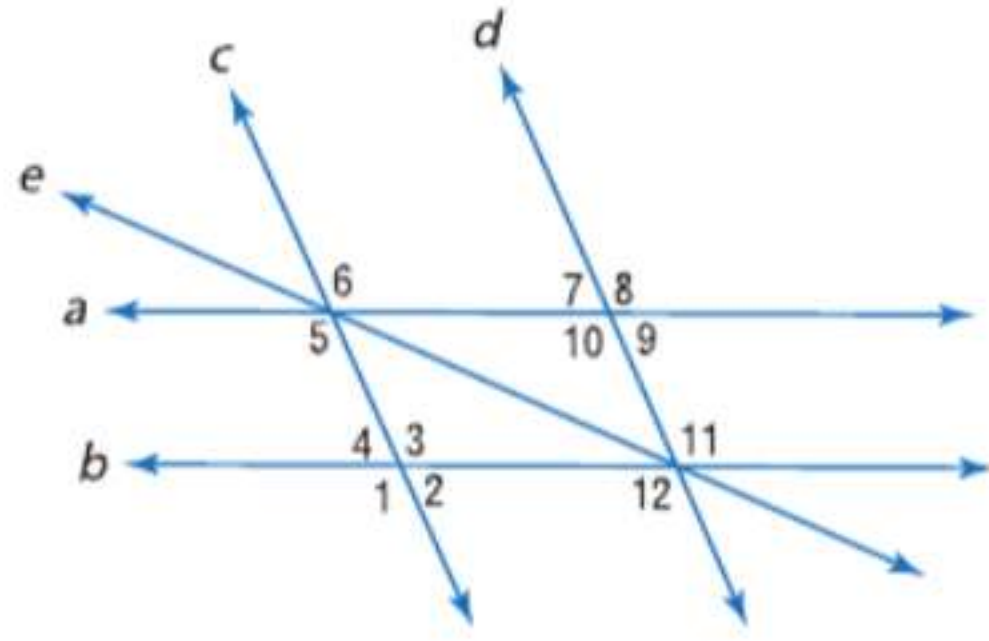


7. **الإنشاء** هل من الممكن إثبات أن المقاعد على طاولة الرحلات هذه موازية لبعضها البعض؟ فإذا كان الأمر كذلك، فاشرح. وإن لم يكن، فاشرح لم لا.

التمرين وحل المسائل

مثال 1

بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وجدت، متوازية. اذكر المسلمة أو النظرية التي تعلل إجابتك.



8. $\angle 8 \cong \angle 11$

9. $\angle 8 \cong \angle 12$

10. $\angle 3 \cong \angle 5$

11. $m\angle 2 + m\angle 12 = 180$

12. $m\angle 4 + m\angle 5 = 180$

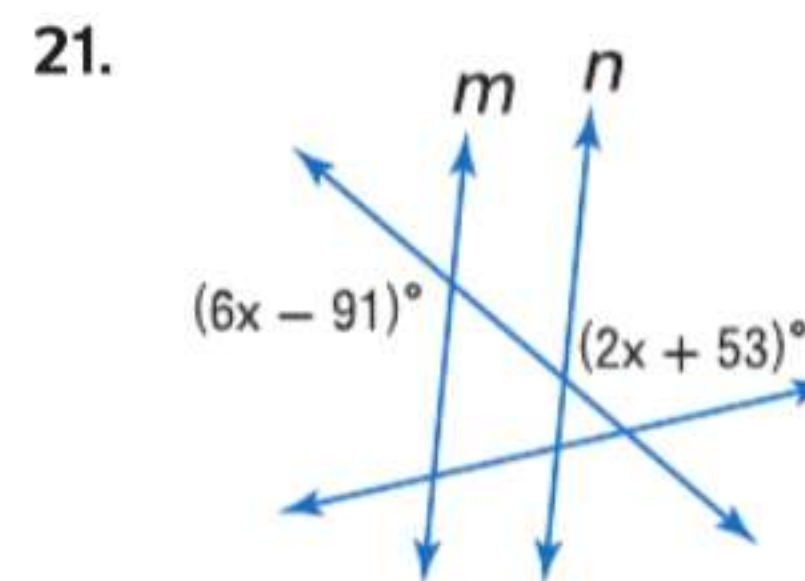
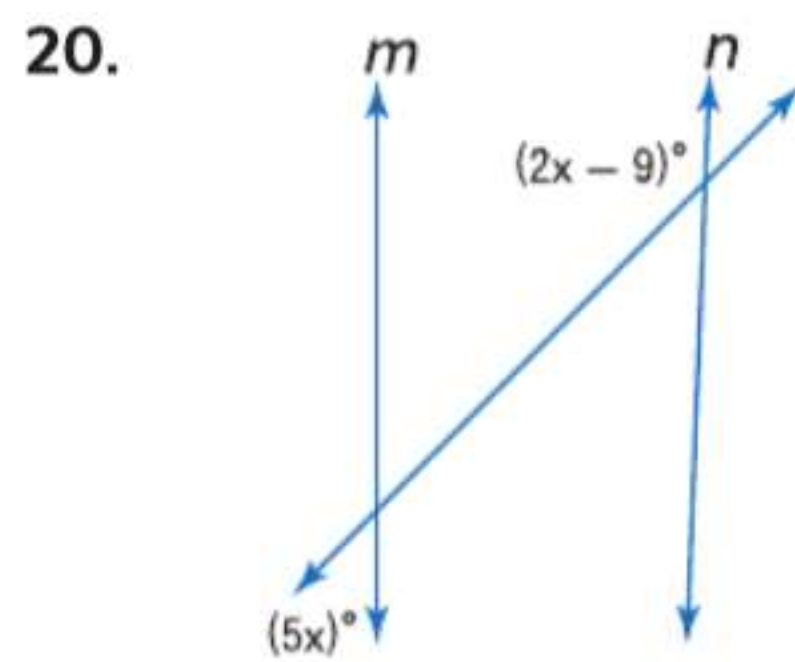
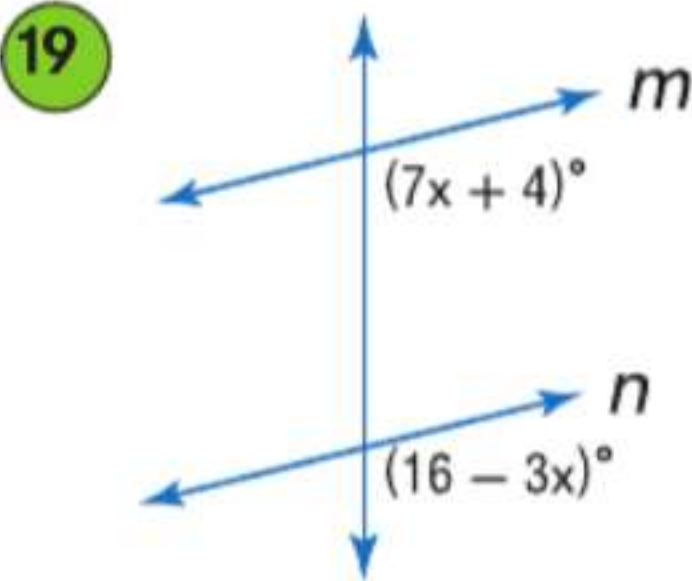
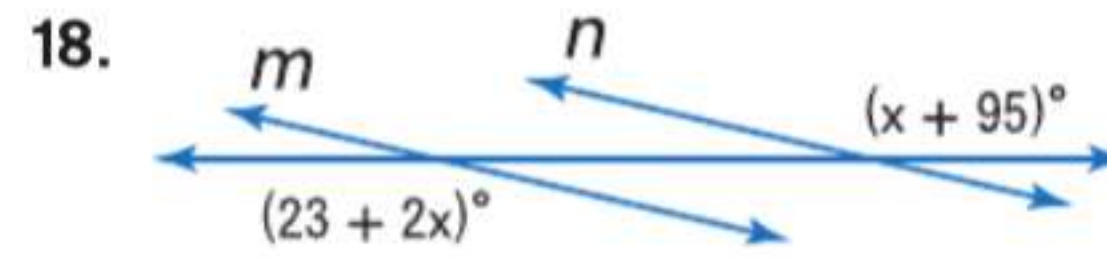
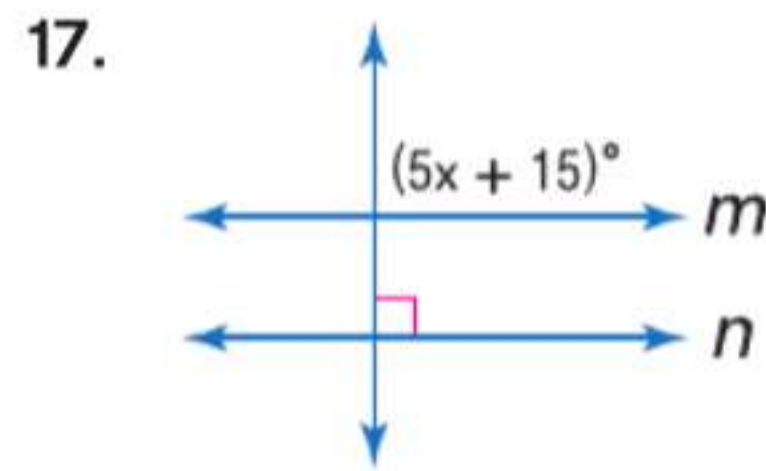
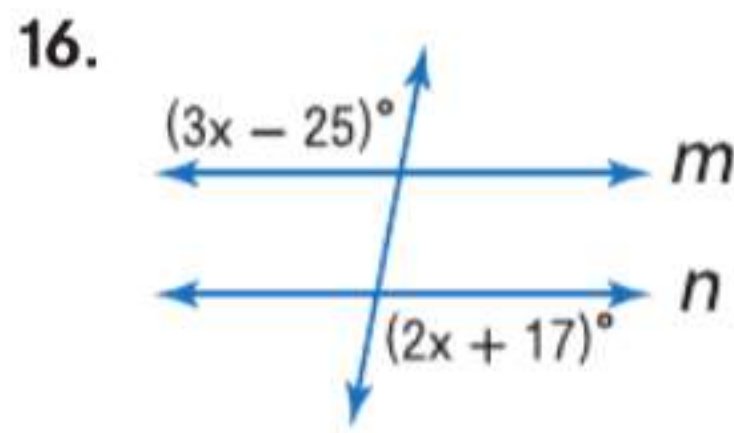
13. $\angle 6 \cong \angle 10$

14. $\angle 1 \cong \angle 9$

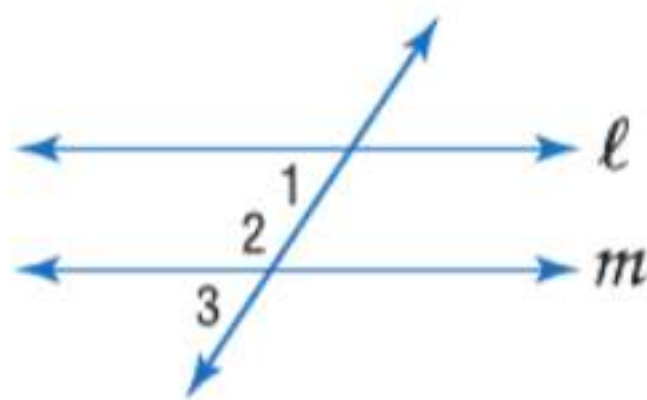
15. $\angle 6 \cong \angle 8$

جد x بحيث يكون $m \parallel n$. حدد المسلمة أو النظرية التي استخدمتها.

مثال 2



22. **إطارات خشبية** غالبًا ما يتم تصنيع إطارات الأبواب الخشبية باستخدام صندوق أو منشار مخصص لعمل أسطح مشطوية زاوية. وهاتان الأداةان تسمحان لك بالقطع بزواوية ذات قياس محدد. فإذا كانت كل قطعة من القطع الثلاث من مواد التأطير قد قُطعت بزواوية بقياس 45° . فهل سيكون إطار الباب متوازيين؟ اشرح استنتاجك.



23. **الإثبات** انسخ وأكمل إثبات النظرية 13.6. المعطيات: $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان. المطلوب: $l \parallel m$

مثال 3

البرهان:

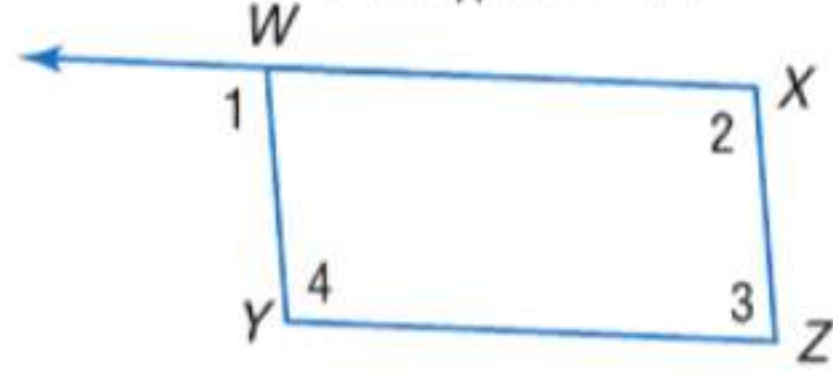
المبررات	العبارات
a. المعطيات	a. _____ ؟
b. _____ ؟	b. $\angle 2$ و $\angle 3$ يكوّنان زوجًا خطيًا.
c. _____ ؟	c. _____ ؟
d. _____ ؟	d. $\angle 1 \cong \angle 3$
e. _____ ؟	e. $l \parallel m$

24. تصنع هالة إطارًا لملصقها المفضل. فاشترت طقم إطار مقطعي. وبينما تجمع الإطار. لاحظت أن الأركان مقطوعة بزوايا قياسها 45° . فكيف ستعرف أن الأركان هي زوايا قائمة وأن كل زوج من الأضلاع المتقابلة متوازٍ؟
الإثبات اكتب إثباتًا من عمودين لكل مما يلي.

26. المعطيات: $\overline{WY} \parallel \overline{XZ}$

$$\angle 2 \cong \angle 4$$

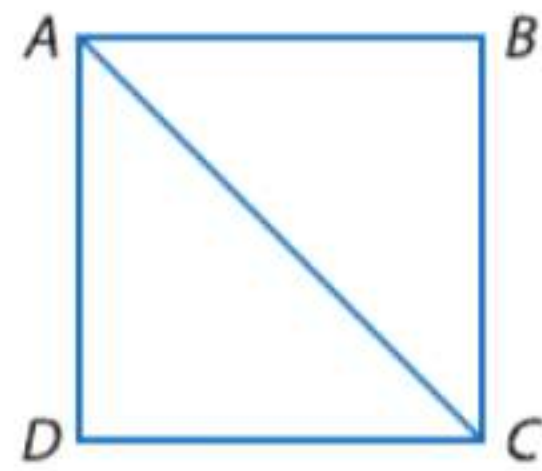
المطلوب: $\overline{WX} \parallel \overline{YZ}$



28. المعطيات: $\angle DAB \cong \angle DCB$

$$\overline{AD} \perp \overline{AB}$$

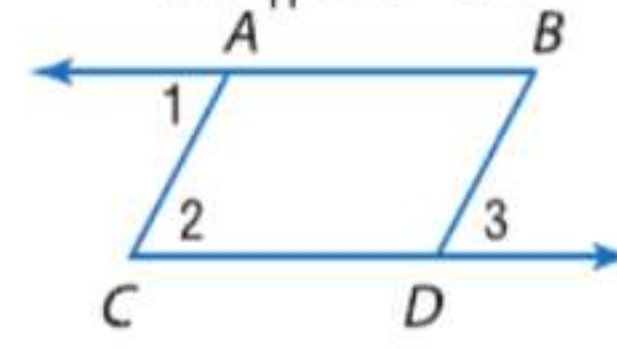
المطلوب: $\overline{DC} \perp \overline{BC}$



25. المعطيات: $\angle 1 \cong \angle 3$

$$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$$

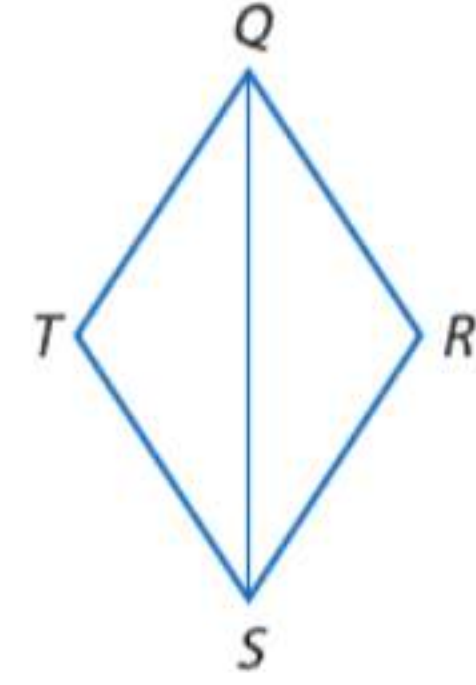
المطلوب: $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$



27. المعطيات: $\angle TQR \cong \angle TSR$

$$m\angle R + m\angle TSR = 180$$

المطلوب: $\overline{QT} \parallel \overline{RS}$

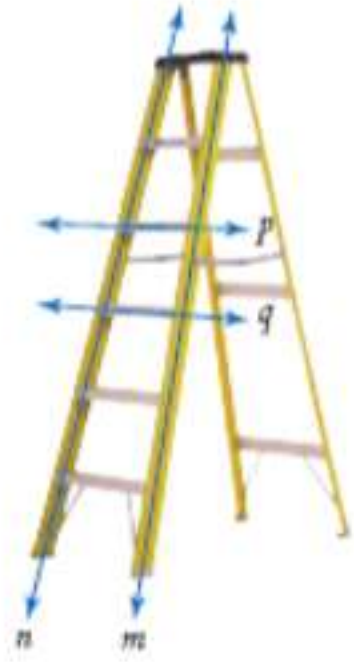


29. **التخزين** القطع الصغيرة غالبًا ما تحفظ في أدراج لجعل العثور على المقاس الصحيح أسهل. وفي صندوق التخزين المبين، إطار كل درج عمودي على كل ضلع من الأضلاع. فما الذي يمكنك استنتاجه بشأن الأدراج؟ اشرح استنتاجك.

30. **الإثبات** اكتب فقرة إثبات للنظرية 13.8.

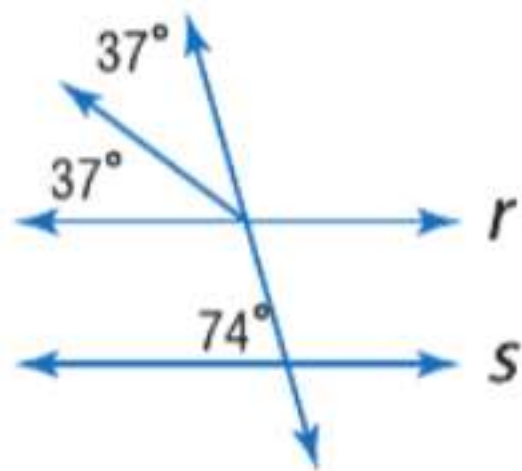
31. **إثبات** اكتب إثباتًا من عمودين للنظرية 13.7.

32. **درجات السلم** بناءً على المعلومات المعطاة في صورة السلم على اليسار، ما العلاقة بين كل درجة؟ اشرح استنتاجك.

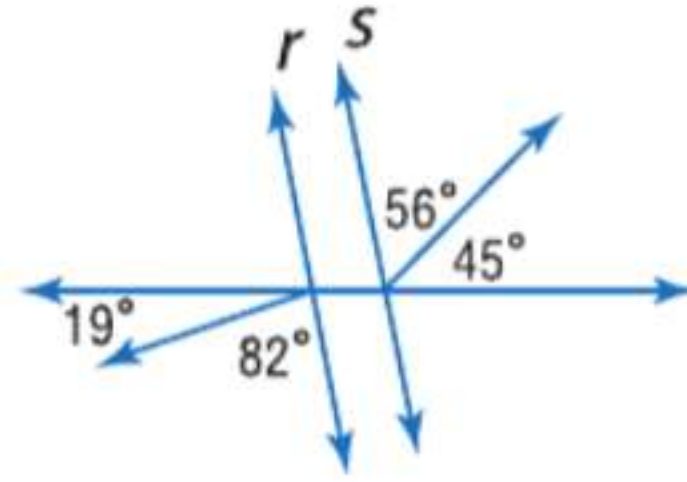


حدد ما إذا كان المستقيمان r متوازيين. علل إجابتك.

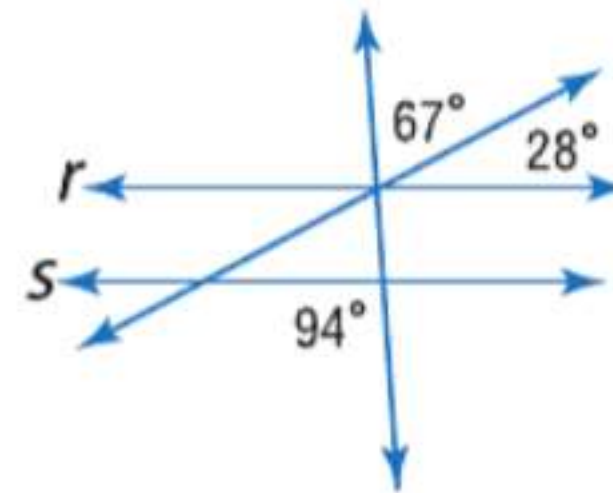
33.

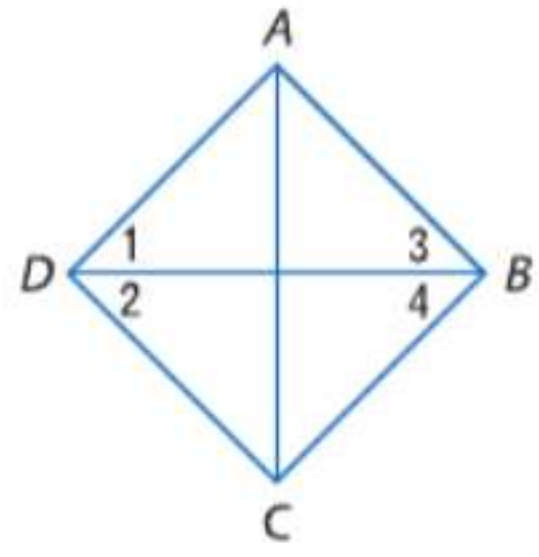


34.



35.





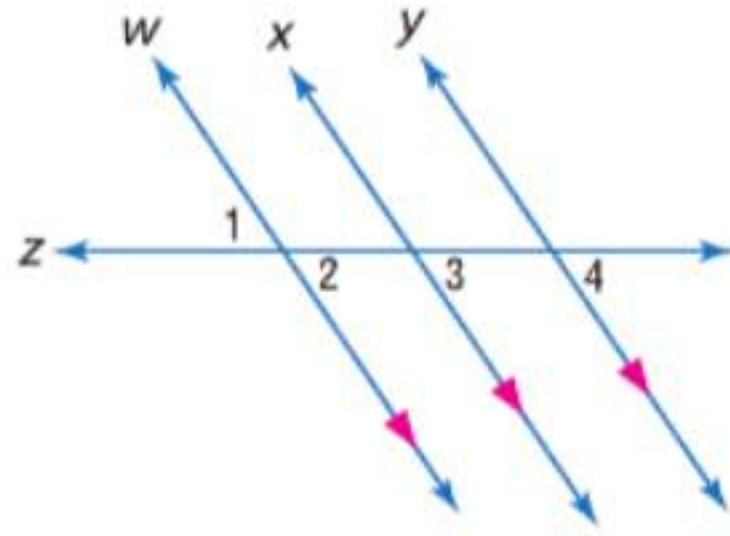
36. **تحليل الخطأ** منال ومها أخبرتا أنه في الشكل على اليسار $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$. ومنال تقول إن هذا لا يصح إلا في حالة $\angle 1 \cong \angle 4$. ومها تختلف معها وتقول إن هذا لا يكون صحيحاً إلا في حالة $\angle 2 \cong \angle 3$. فهل أيّ منهما على صواب؟ اشرح.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

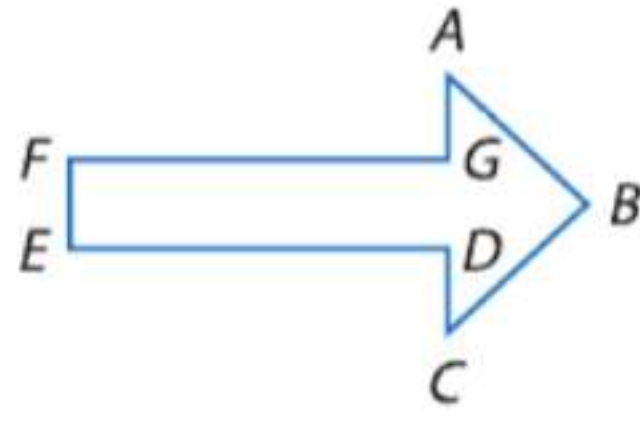
37. **تحّد** المسافة من مستقيم إلى نقطة هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم البادئ من هذه النقطة. المسافة بين مستقيمين متوازيين هي المسافة بين أي نقطة على أحد المستقيمين والمستقيم الآخر. فجد المسافة بين المستقيمين $y = 2x + 5$ و $y = 2x - 1$. إرشاد: استخدم قانون المسافة.

38. **التبرير** هل النظرية 13.8 لا تزال صحيحة إذا كان المستقيمان ليسا متحدي المستوي؟ ارسـم الشكل لتبرير إجابتك.

39. **تحّد** استخدم الشكل على اليسار لإثبات أن المستقيمين الموازيين لمستقيم ثالث موازيان لبعضهما البعض.



40. انسخ الشكل على اليسار إلى ورقتك.



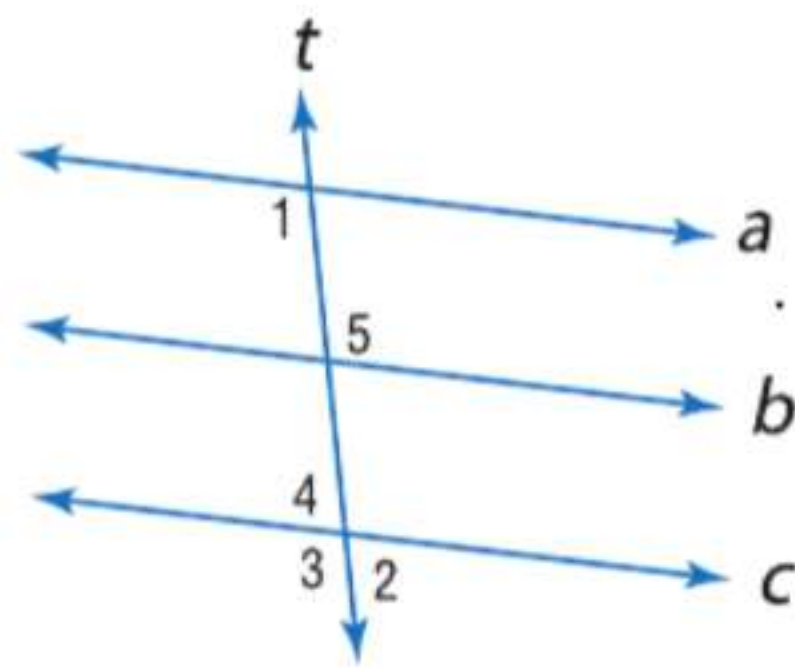
- a. ارسـم مستقيماً متوازيًا مع \overline{FG} بالنقطة A.

- b. استخدم القياس لتبرير أن المستقيم الذي رسمته متوازٍ مع \overline{FG} .

- c. ارسـم مستقيماً متوازيًا مع \overline{FG} بالنقطة C.

- d. خمن فرضية بشأن العلاقة بين المستقيمين الذين رسمتهما. اشرح.

41. **تحّد** ارجع إلى الشكل على اليسار.



- a. إذا كان $m\angle 5 + m\angle 2 = 180$. فأثبت أن $b \parallel c$.

- b. بافترض أن $a \parallel b$. وإذا كان $m\angle 1 + m\angle 5 = 180$. فأثبت أن $t \perp b$.

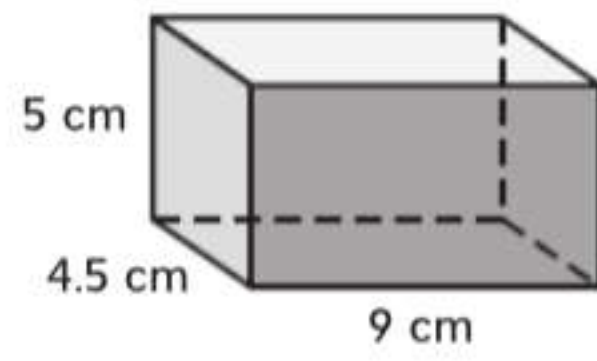
42. **الكتابة في الرياضيات** لخص الطرق الخمس المستخدمة في هذا الدرس لإثبات أن المستقيمين متوازيين.

- التبرير** حدد ما إذا كانت العبارة صحيحة أحياناً أم دائماً أم مطلقاً. اشرح استنتاجك.

43. الزاويتان اللتان تشكلان زاوية مستقيمة مكافئتان ومتطابقتان.

تدريب على الاختبارات المعيارية

46. ما مساحة السطح التقريبية للشكل؟

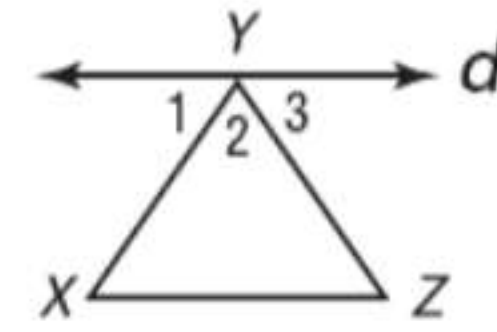


- A 101.3 cm^2 C 202.5 cm^2
B 108 cm^2 D 216 cm^2

47. SAT/ACT إذا كان $y^2 = 9$ و $x^2 = 25^2$. فما هي أكبر قيمة محتملة لـ $(x - y)^2$ ؟

- F 4 J 64
G 16 K 70
H 58

44. أيّ من الحقائق التالية ستكون كافية لإثبات أن المستقيم d متوازٍ مع \overline{XZ} ؟



- A $\angle 1 \cong \angle 3$ C $\angle 1 \cong \angle Z$
B $\angle 3 \cong \angle Z$ D $\angle 2 \cong \angle X$

45. الجبر التعبير $\sqrt{52} + \sqrt{117}$ متساوٍ مع

- F 13 H $6\sqrt{13}$
G $5\sqrt{13}$ J $13\sqrt{13}$

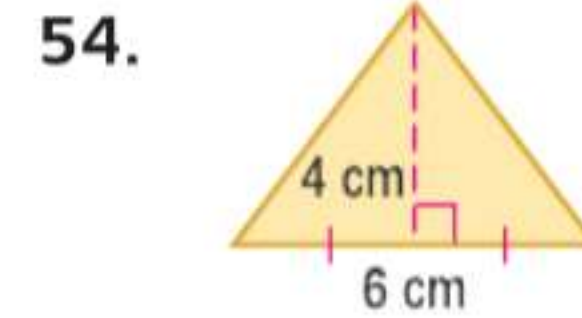
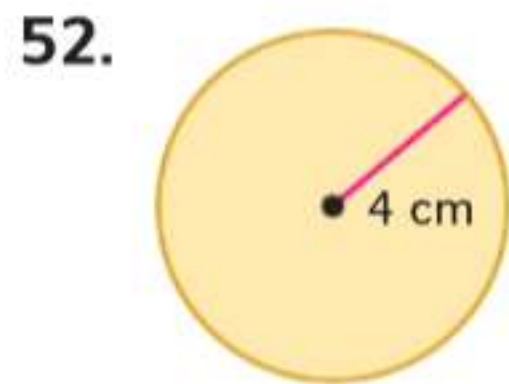
مراجعة شاملة

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم الذي له الميل المعطى ونقطة تقاطعه مع المحور y .

48. $m: 2.5, (0, 0.5)$ 49. $m: \frac{4}{5}, (0, -9)$ 50. $m: -\frac{7}{8}, (0, -\frac{5}{6})$

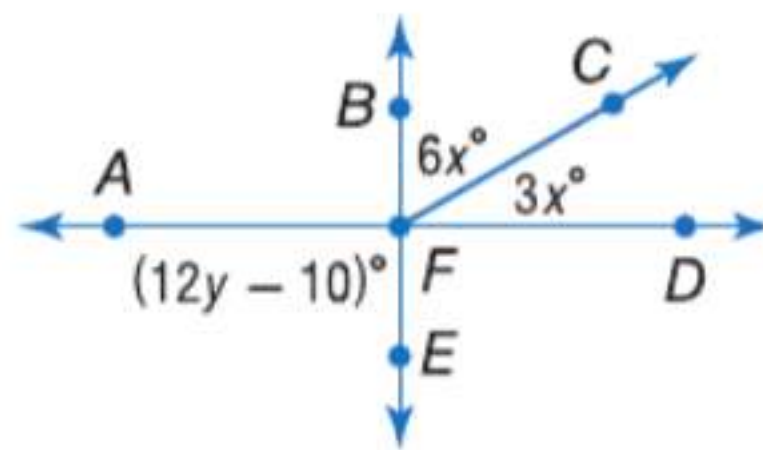
51. رحلة على الطريق تقطع ميسون بسيارتها مسافة 600 km لزيارة شلالات نياجرا. وتمكنت من قطع أول 150 كيلومترًا من رحلتها في ساعتين. فإذا استمرت على هذا المعدل، فكم من الزمن ستستغرق لكي تقطع المسافة المتبقية؟

جد محيط ومساحة كل شكل. قَرِّب لأقرب جزء من عشرة.



مراجعة المهارات

55. جد x بحيث يكون \overline{BE} و \overline{AD} متعامدين.



المتعامدات والمسافة

6-13

الرياضيات

السابق

- أثبتت أن مستقيمين متوازيين باستخدام العلاقات بين الزوايا.

الحالي

- 1 إيجاد المسافة بين نقطة ومستقيم.
- 2 إيجاد المسافة بين المستقيمتين المتوازيتين.

لماذا؟

- الشاقول (ثقل الفادن) مصنوع من خيط موصل به ثقل مصمم خصيصا. وعندما يعلّق الثقل ويسمح له بالتأرجح بحرية، فطرف الثقل سيكون بالضبط أسفل الطرف الذي تُبَت عليه الخيط.

الشاقول مفيد في تعيين الخط الرأسي أو العمودي الحقيقي عند بناء جدار أو عند تعليق ورق حائط.

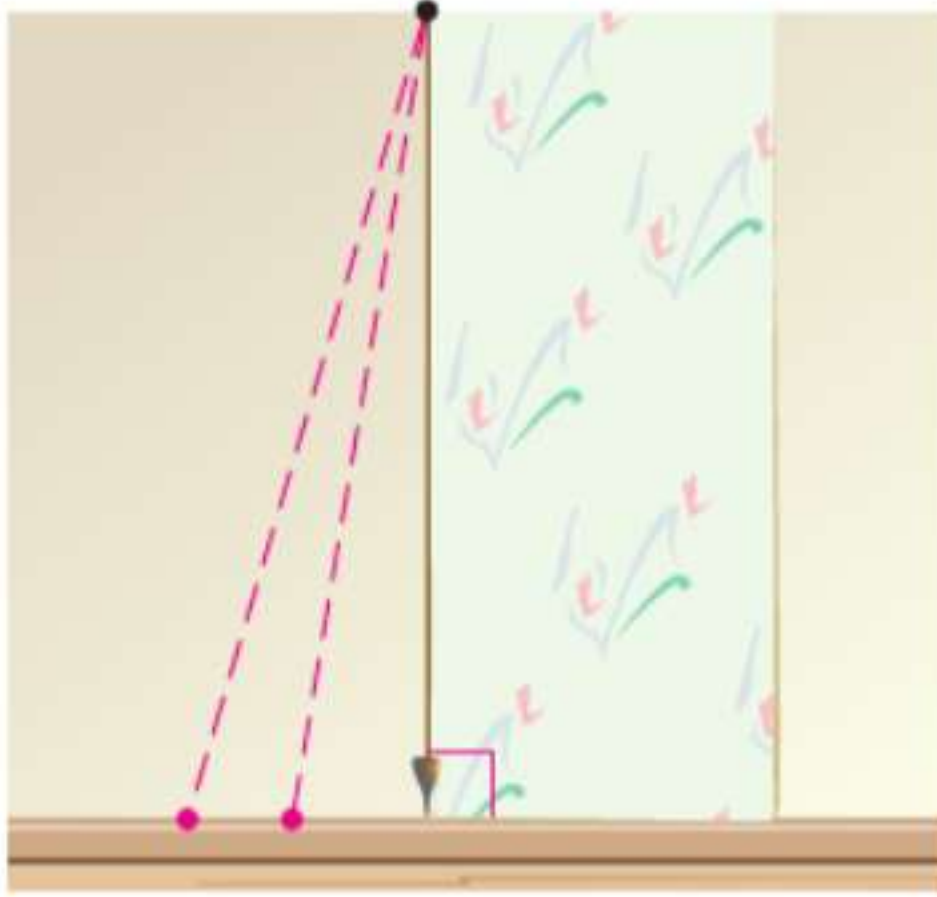


المفردات الجديدة

مسافة متساوية equidistant

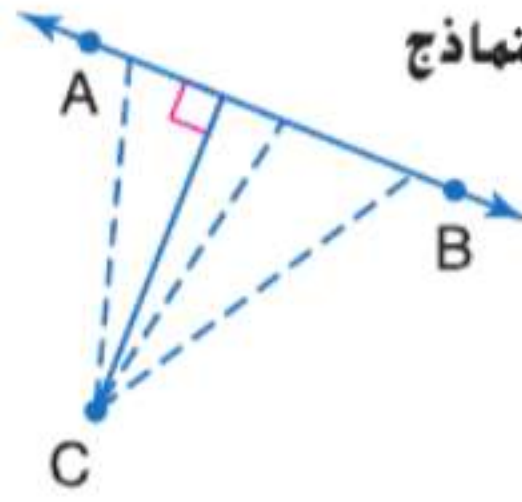
ممارسات في الرياضيات

التفكير بطريقة تجريدية وكمية.
استخدام نماذج الرياضيات.



- 1 المسافة من نقطة إلى مستقيم يشير الشاقول كذلك إلى أقصر مسافة بين النقطة التي علق عليها في السقف والأرض المستوية أسفلها. وهذه المسافة العمودية بين نقطة ومستقيم هي الأقصر في كل الحالات.

المفهوم الأساسي المسافة بين نقطة ومستقيم



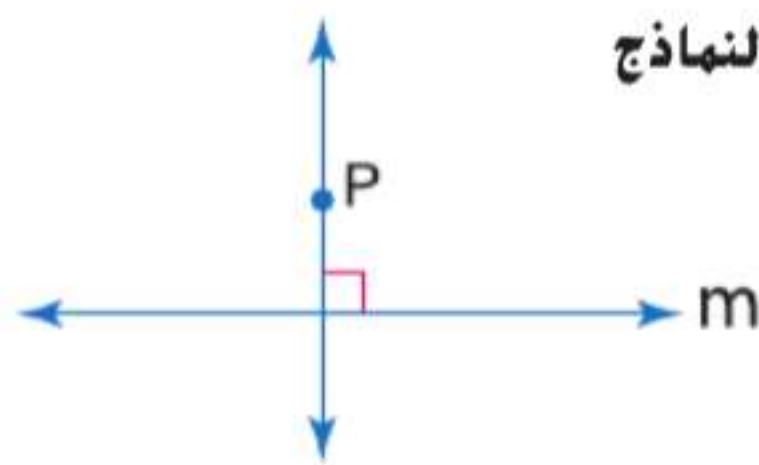
استخدام النماذج

المسافة بين مستقيم ونقطة ليست على هذا المستقيم هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من هذه النقطة.

الشرح

من خلال إنشاء مستقيم عمودي على مستقيم موجود بالفعل بنقطة ليست على المستقيم الموجود كما هو موضح، يتم إثبات أنه هناك على الأقل مستقيم واحد يمر بنقطة P وهو عمودي على مستقيم AB . والمسألة التالية توضح أن هذا المستقيم هو المستقيم الوحيد المار بالنقطة P والعمودي على \overleftrightarrow{AB} .

المسألة 13.6 مسلة التعامد

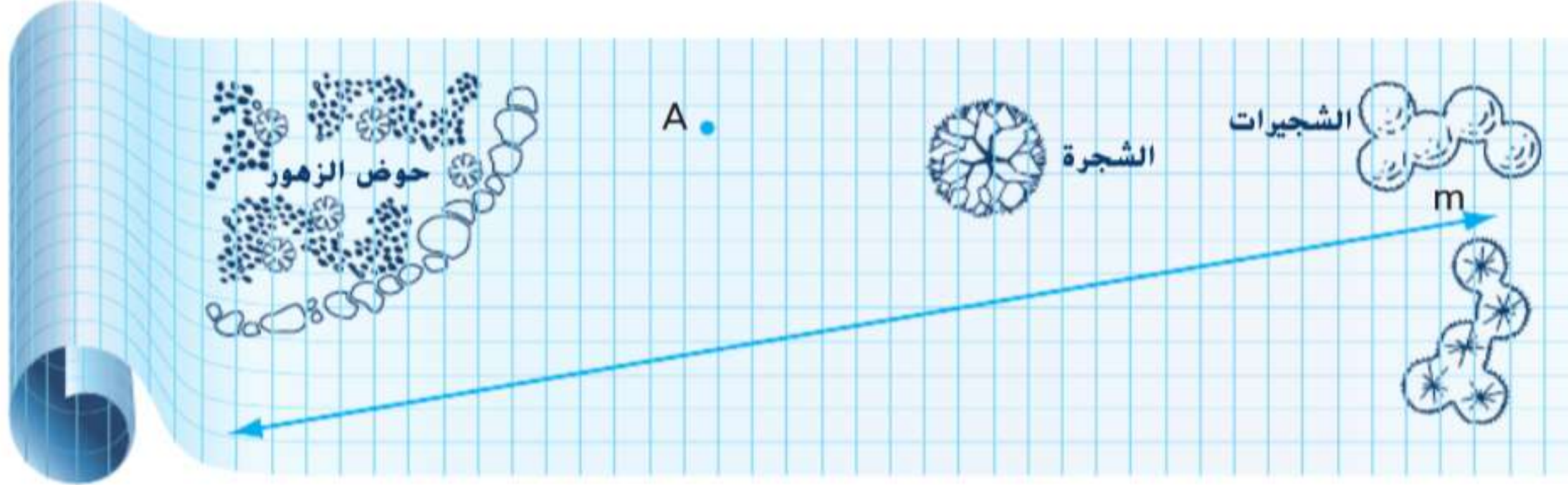


استخدام النماذج

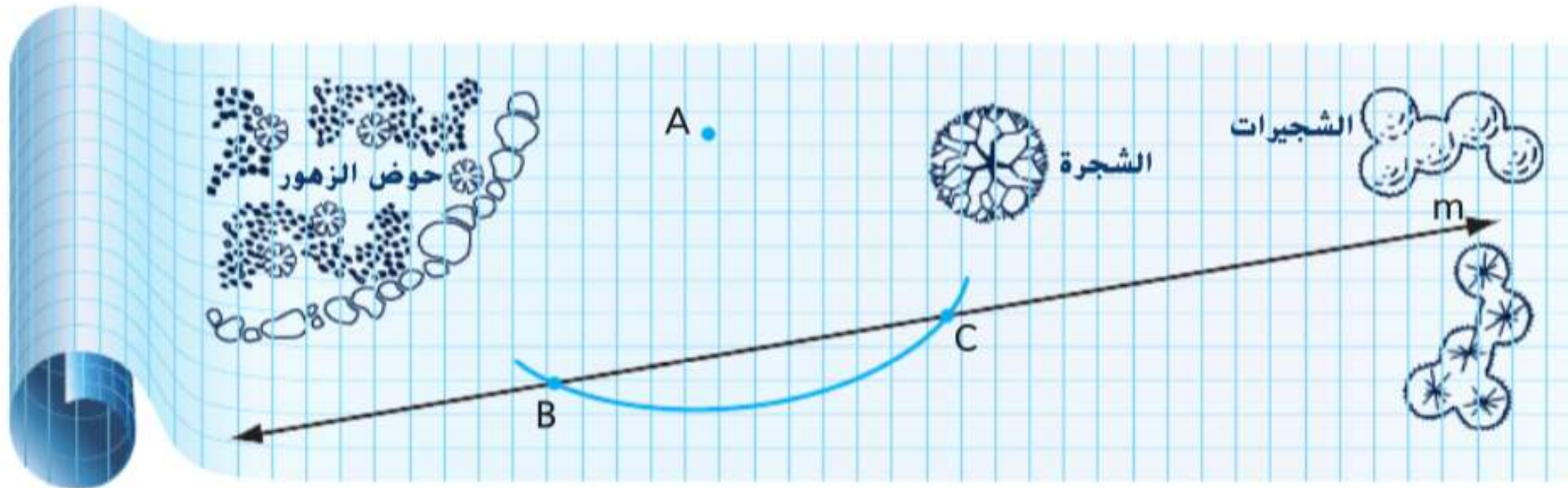
الشرح إذا أعطيت مستقيما ونقطة ليست على هذا المستقيم، فإنه يوجد مستقيم واحد فقط يمر بالنقطة ويكون عموديا على المستقيم المعطى.

مثال 1 من الحياة اليومية إنشاء مسافة من نقطة إلى مستقيم

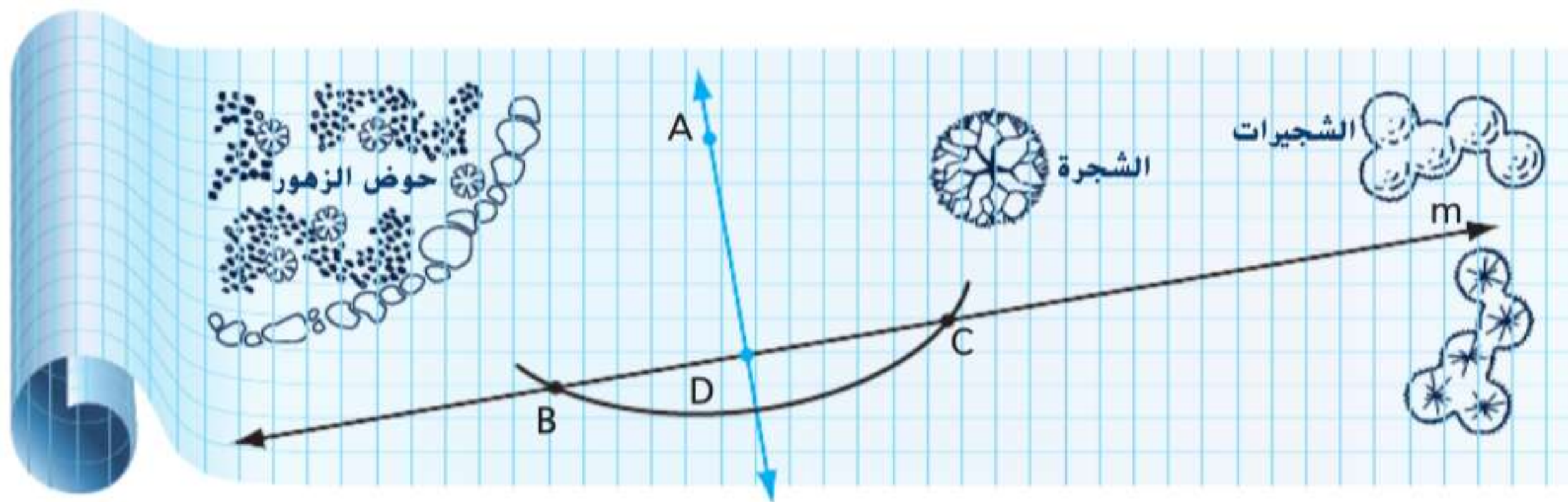
تنسيق الحدائق لاحظت مهندسة تنسيق حدائق أن أحد أجزاء قطعة بطول متر من المواسير لا يصرف المياه على نحو جيد. وترغب المهندسة في الاستفادة من ماسورة موجودة بالفعل تحت الأرض ممثلة بالمستقيم m . فأنشئ وسمّ القطعة المستقيمة ذات الطول الذي يمثل أقصر مقياس من المواسير ستحتاج المهندسة إلى وضعها لتوصيل ماسورة الصرف هذه إلى النقطة A .



المسافة من مستقيم إلى نقطة ليست على هذا المستقيم هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من هذه النقطة. حدد مكان النقطتين B و C على المستقيم m الواقعتين على مسافة واحدة من النقطة A .



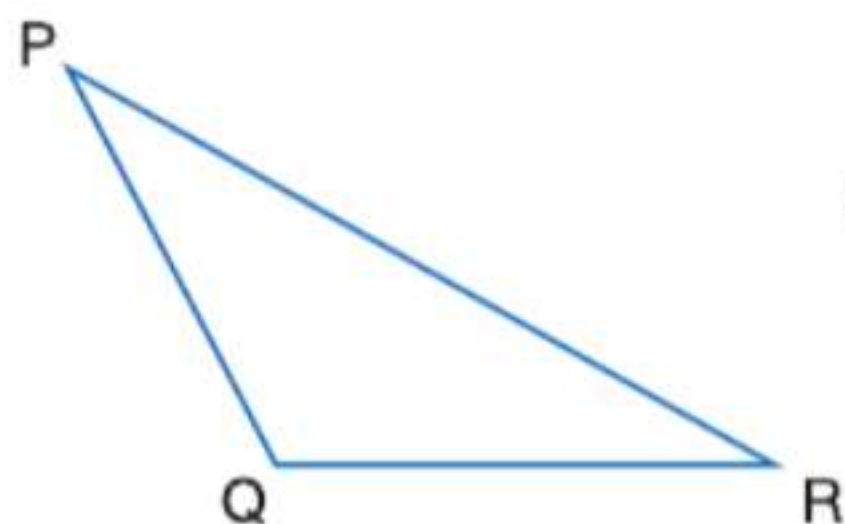
حدد مكان نقطة ثالثة على المستقيم m بحيث تكون واقعة على مسافة واحدة من النقطة B والنقطة C . سمّ هذه النقطة D . ثم ارسم \overleftrightarrow{AD} بحيث يكون $\overleftrightarrow{AD} \perp \overleftrightarrow{BC}$.



قياس \overline{AD} يمثل أقصر مقياس من المواسير ستحتاج المهندسة لوضعه لتوصيل ماسورة الصرف إلى النقطة A .

تمرين موجّه

1. انسخ الشكل. ثم أنشئ وسمّ القطعة المستقيمة التي تمثل المسافة من Q إلى PR .



مهنة من الحياة اليومية

مهندس تنسيق الحدائق

يستمتع مهندسو تنسيق الحدائق بالعمل بأيديهم ويمتلكون مهارات تحليلية قوية. كما أن الرؤية الإبداعية والمهنية الفنية من الصفات المطلوبة في هذه المهنة. وفي المعتاد، يطلب من مهندسي تنسيق الحدائق الحصول على درجة البكالوريوس، ولكن قد تكون درجة الماجستير مطلوبة من أجل تخصصات مثل تصميم ملاعب الجولف.

نصيحة دراسية

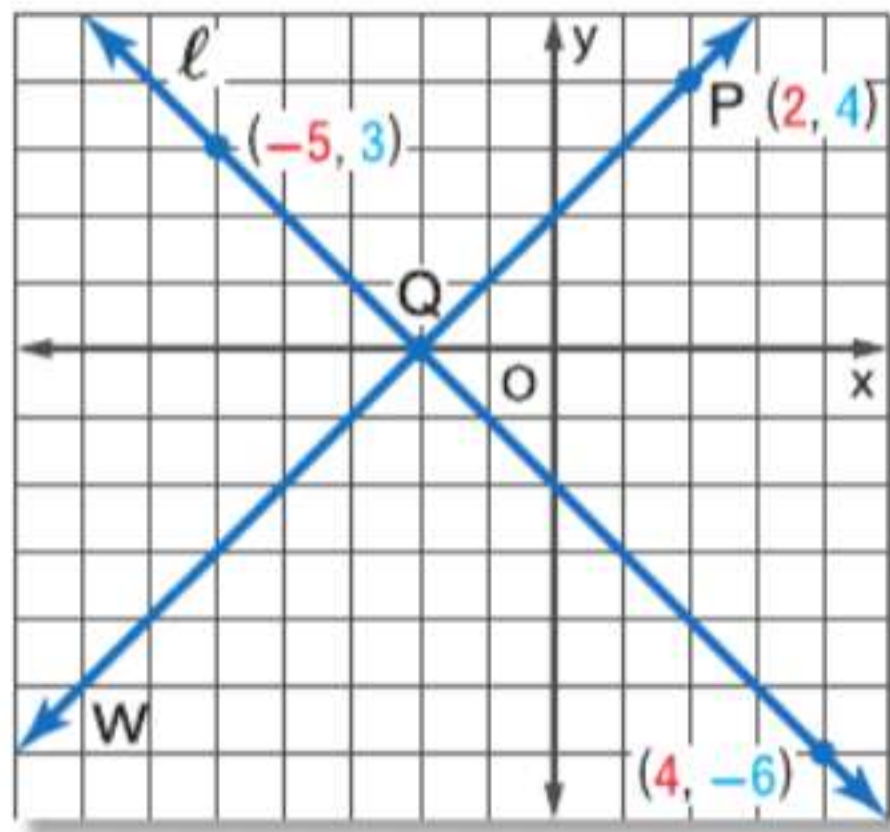
رسم أقصر مسافة يمكنك استخدام أدوات مثل زاوية قطعة ورق لمساعدتك على رسم قطعة مستقيمة عمودية من نقطة إلى مستقيم، ولكن لا يمكن استخدام سوى فرجار ومسطرة عدلة لإنشاء هذه القطعة المستقيمة.

نصيحة دراسية

المسافة إلى المحاور لاحظ أن المسافة من نقطة إلى المحور الأفقي x يمكن تحديدها عن طريق النظر إلى الإحداثي y . والمسافة من نقطة إلى المحور الرأسي y يمكن تحديدها عن طريق النظر إلى الإحداثي x .

مثال 2 المسافة من نقطة إلى مستقيم على المستوى الإحداثي

الهندسة الإحداثية المستقيم l يمر بالنقطتين $(-5, 3)$ و $(4, -6)$. جد المسافة بين المستقيم l والنقطة $P(2, 4)$.



الخطوة 1

جد معادلة هذا المستقيم l .

ابدأ بإيجاد ميل المستقيم

المر بالنقطتين $(-5, 3)$ و $(4, -6)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6 - 3}{4 - (-5)} = \frac{-9}{9} = -1$$

ثم اكتب معادلة هذا المستقيم باستخدام النقطة $(4, -6)$ الموجودة على هذا المستقيم.

$$y = mx + b \quad \text{صيغة الميل و المقطع}$$

$$-6 = -1(4) + b \quad m = -1 \text{ و } (x, y) = (4, -6)$$

$$-6 = -4 + b \quad \text{بسط.}$$

$$-2 = b \quad \text{اجمع 4 لكل طرف.}$$

معادلة المستقيم l هي $y = -x + (-2)$ أو $y = -x - 2$.

الخطوة 2

اكتب معادلة المستقيم w العمودي على المستقيم l المار بالنقطة $P(2, 4)$.

بما أن ميل المستقيم l هو -1 وميل المستقيم w هو 1 . فاكتب معادلة المستقيم w المار بالنقطة $P(2, 4)$ بميل قيمته 1 .

$$y = mx + b \quad \text{صيغة الميل والمقطع}$$

$$4 = 1(2) + b \quad m = -1 \text{ و } (x, y) = (2, 4)$$

$$4 = 2 + b \quad \text{بسط.}$$

$$2 = b \quad \text{اطرح 2 من كل طرف.}$$

معادلة المستقيم w هي $y = x + 2$.

الخطوة 3

حل نظام المعادلات لتحديد نقطة التقاطع.

$$y = -x - 2 \quad \text{المستقيم } l:$$

$$y = x + 2 \quad \text{المستقيم } w:$$

$$2y = 0 \quad \text{اجمع المعادلتين.}$$

$$y = 0 \quad \text{اقسم كل طرف على 2.}$$

جد حل x .

$$0 = x + 2 \quad \text{عوّض 0 عن y في المعادلة الثانية.}$$

$$-2 = x \quad \text{اطرح 2 من كل طرف.}$$

نقطة التقاطع هي $(-2, 0)$. لنفترض أن هذه النقطة هي Q .

الخطوة 4

استخدم قانون المسافة لتحديد المسافة بين $P(2, 4)$ و $Q(-2, 0)$.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad \text{قانون المسافة}$$

$$= \sqrt{(-2 - 2)^2 + (0 - 4)^2} \quad x_1 = 2 \text{ و } x_2 = -2 \text{ و } y_1 = 4 \text{ و } y_2 = 0$$

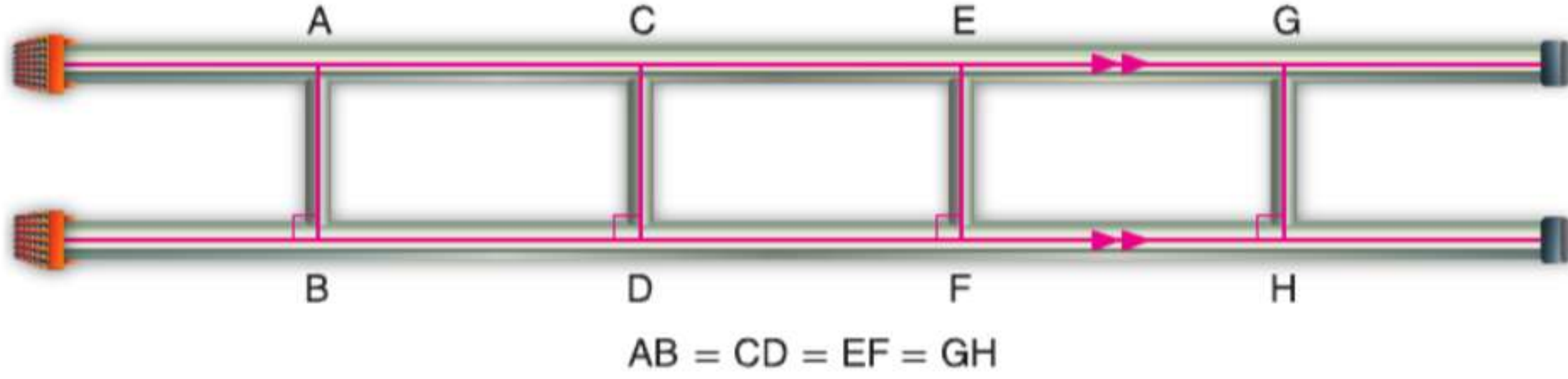
$$= \sqrt{32} \quad \text{بسط.}$$

المسافة بين النقطة والمستقيم هي $\sqrt{32}$ أو حوالي 5.66 وحدة.

تمرين موجّه

2 المستقيم l يحتوي على نقطتين في $(1, 2)$ و $(5, 4)$. فأنشئ خطاً عمودياً على l ويمر بالنقطة $P(1, 7)$. ثم جّد المسافة من P إلى l .

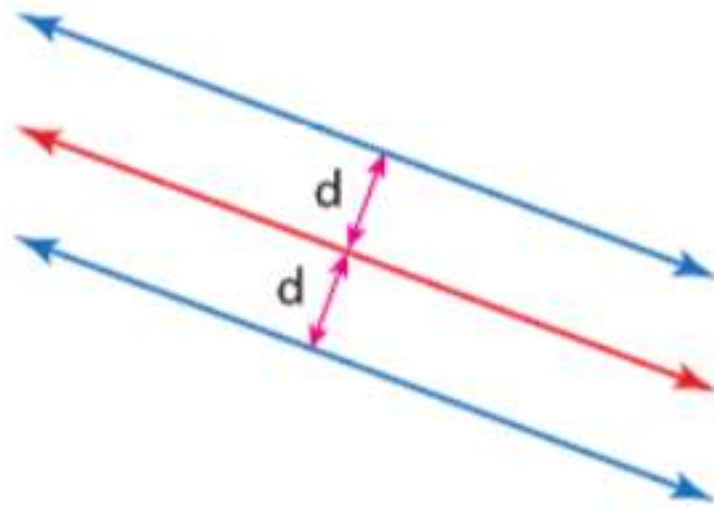
2 المسافة بين المستقيمتين المتوازيتين حسب التعريف، فالمستقيمتان المتوازيتان لا تتقاطعان. ويذكر تعريف بديل أن مستقيمتين في مستوى يكونان متوازيين إذا كانا على **مسافة واحدة من بعضهما البعض من كل مكان**. وعلى مسافة واحدة تعني أن المسافة بين مستقيمتين مقيسه بامتداد مستقيم عمودي على المستقيمتين هي نفسها دائماً.



وهذا يؤدي إلى تعريف المسافة بين مستقيمتين متوازيين.

المفهوم الأساسي المسافة بين المستقيمتين المتوازيتين

المسافة بين مستقيمتين متوازيين هي المسافة العمودية بين أحد المستقيمتين وأي نقطة على المستقيم الآخر.

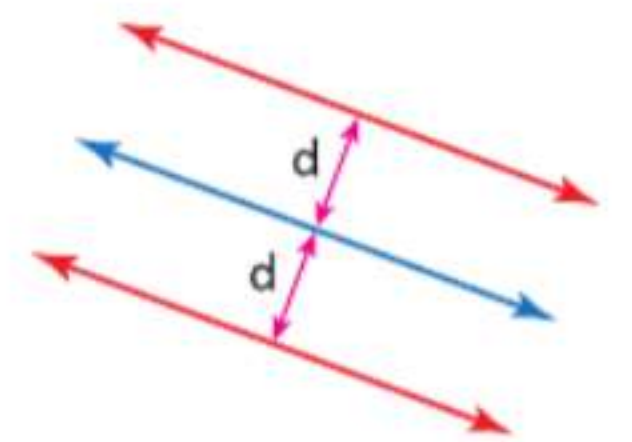


أن المحل الهندسي هو مجموع كل النقاط التي تحقق شرطاً معطى. والمستقيمتان المتوازيتان يمكن وصفها على أنها المحل الهندسي لنقاط في مستوى على مسافة واحدة من مستقيم معطى.

نصيحة دراسية

المحل الهندسي للنقاط على مسافة واحدة من مستقيمتين متوازيين

على العكس. المحل الهندسي للنقاط في مستوى وعلى مسافة واحدة من مستقيمتين متوازيين هو مستقيم ثالث متوازٍ مع المستقيمتين المتوازيين ومتمركز بينهما.



النظرية 13.9 مستقيمتان على مسافة واحدة من مستقيم ثالث

في مستوى. إذا كان مستقيمتان على مسافة واحدة من مستقيم ثالث، فإن المستقيمتين متوازيان.

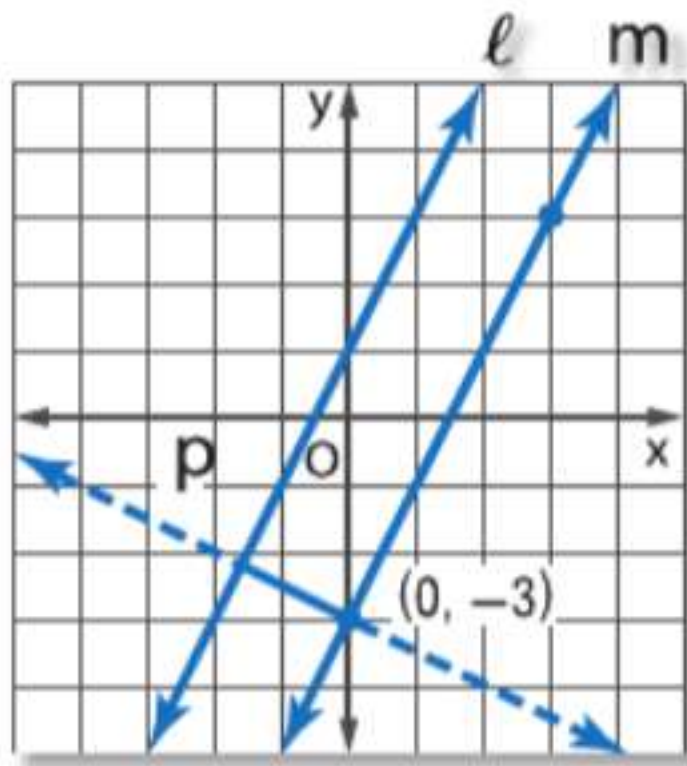
سوف تثبت النظرية 13.9 في التمرين 30.

مثال 3 المسافة بين المستقيمتين المتوازيتين

جّد المسافة بين المستقيمتين المتوازيين l و m باستخدام المعادلتين $y = 2x + 1$ و $y = 2x - 3$ على الترتيب.

ستحتاج إلى حلّ نظام معادلات لإيجاد النقطتين الطرفيتين لقطعة مستقيمة عمودية على كل من l و m . ومن معادلتيهما، نعرف أن ميل المستقيم l والمستقيم m هو 2.

ارسم المستقيم p المار بالتقاطع مع المحور y للمستقيم m $(0, -3)$ والعمودي على المستقيمتين l و m .



الخطوة 1

اكتب معادلة للمستقيم p . مع العلم أن ميل p هو المعكوس الضربي المقابل لـ 2، أو $-\frac{1}{2}$. استخدم طول المقطع من المحور y للمستقيم m . والنقطة $(0, -3)$. بوصفها إحدى النقطتين الطرفيتين للقطعة المستقيمة العمودية.

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \quad \text{صيغة النقطة والميل}$$

$$[y - (-3)] = -\frac{1}{2}(x - 0) \quad x_1 = 0 \text{ و } y_1 = 3 \text{ و } m = -\frac{1}{2}$$

$$y + 3 = -\frac{1}{2}x \quad \text{بسط.}$$

$$y = -\frac{1}{2}x - 3 \quad \text{اطرح 3 من كل طرف.}$$

الخطوة 2

استخدم نظام معادلات لتحديد نقطة تقاطع المستقيمين l و p .

$$l: y = 2x + 1$$

$$p: y = -\frac{1}{2}x - 3$$

$$2x + 1 = -\frac{1}{2}x - 3 \quad \text{عوّض } 2x + 1 \text{ عن } y \text{ في المعادلة الثانية.}$$

$$2x + \frac{1}{2}x = -3 - 1 \quad \text{اجمع الحدود المتشابهة في كل طرف.}$$

$$\frac{5}{2}x = -4 \quad \text{بسط.}$$

$$x = -\frac{8}{5} \quad \text{اضرب كل طرف في } \frac{2}{5}.$$

$$y = -\frac{1}{2}\left(-\frac{8}{5}\right) - 3 \quad \text{عوّض } -\frac{8}{5} \text{ عن } x \text{ في معادلة } p.$$

$$= -\frac{11}{5} \quad \text{بسط.}$$

نقطة التقاطع هي $\left(-\frac{8}{5}, -\frac{11}{5}\right)$ أو $(-1.6, -2.2)$.

استخدم قانون المسافة لتحديد المسافة بين $(0, -3)$ و $(-1.6, -2.2)$.

الخطوة 3

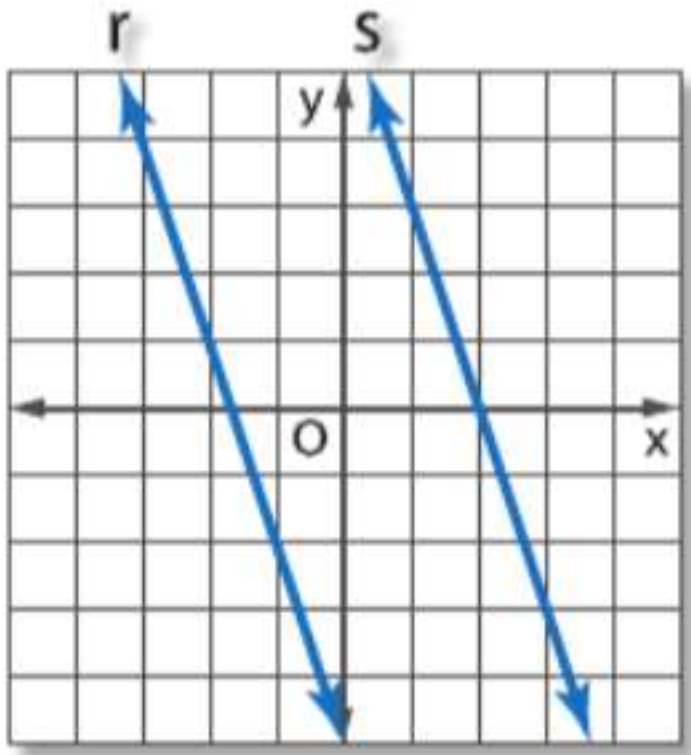
$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad \text{قانون المسافة}$$

$$= \sqrt{(-1.6 - 0)^2 + [-2.2 - (-3)]^2} \quad x_2 = -1.6 \text{ و } x_1 = 0 \text{ و } y_2 = -2.2 \text{ و } y_1 = -3$$

$$\approx 1.8 \quad \text{بسط باستخدام حاسبة.}$$

المسافة بين المستقيمين تبلغ حوالي 1.8 وحدة.

تمرين موجه



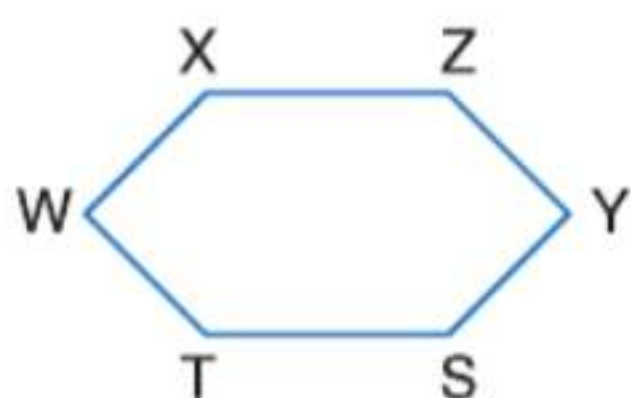
3A. جـد المسافة بين المستقيمين المتوازيين r و s اللذين معادلتاهما هما $y = -3x + 6$ و $y = -3x - 5$ على الترتيب.

3B. جـد المسافة بين المستقيمين المتوازيين a و b اللذين معادلتاهما $x + 3y = -14$ و $x + 3y = 6$ على الترتيب.

مثال 1

انسخ كل شكل. أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثل المسافة المشار إليها.

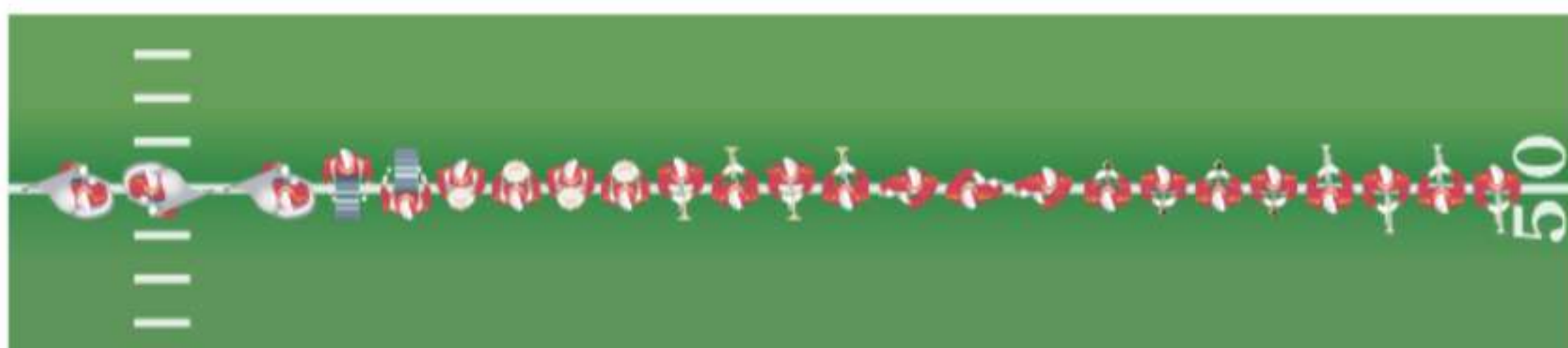
1. \overleftrightarrow{TS} إلى Y



2. \overleftrightarrow{AB} إلى C



3. **البنية** بعد تكوين صف، يستدير كل عضو يحمل عددًا زوجيًا من فرقة موسيقية ليواجه الطرف الأيمن من الملعب ويسير 5 خطوات للأمام مباشرة. وفي الوقت نفسه، يستدير كل عضو يحمل عددًا فرديًا نحو الاتجاه المقابل ويسير 5 خطوات للأمام مباشرة. وبفرض أن كل عضو في الفرقة يغطي المسافة نفسها، فأى شكل سينتج؟ برر إجابتك.



مثال 2

الهندسة الإحداثية جـد المسافة من P إلى l .

4. المستقيم l يحتوي على النقطتين $(4, 3)$ و $(-2, 0)$. والنقطة $P(3, 10)$

5. المستقيم l يحتوي على النقطتين $(-6, 1)$ و $(9, -4)$. والنقطة $P(4, 1)$

6. المستقيم l يحتوي على النقطتين $(4, 18)$ و $(-2, 9)$. والنقطة $P(-9, 5)$

مثال 3

جـد المسافة بين كل زوج من المستقيمتين المتوازيتين باستخدام المعادلات المعطاة.

7. $y = -2x + 4$

$y = -2x + 14$

8. $y = 7$

$y = -3$

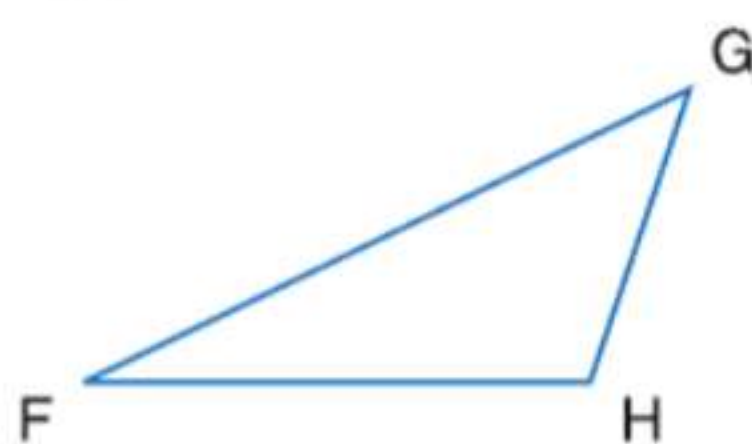
مثال 1

انسخ كل شكل. أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثل المسافة المشار إليها.

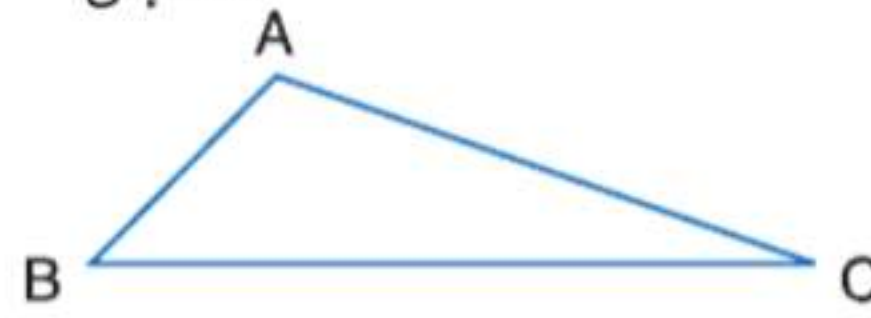
9. \overline{RS} إلى Q



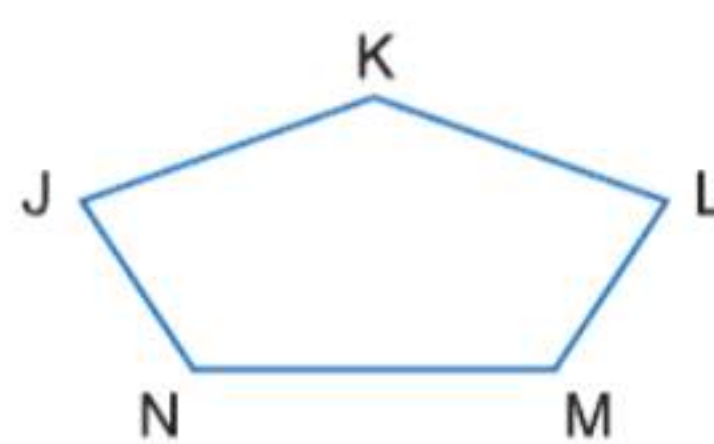
11. \overline{FG} إلى H

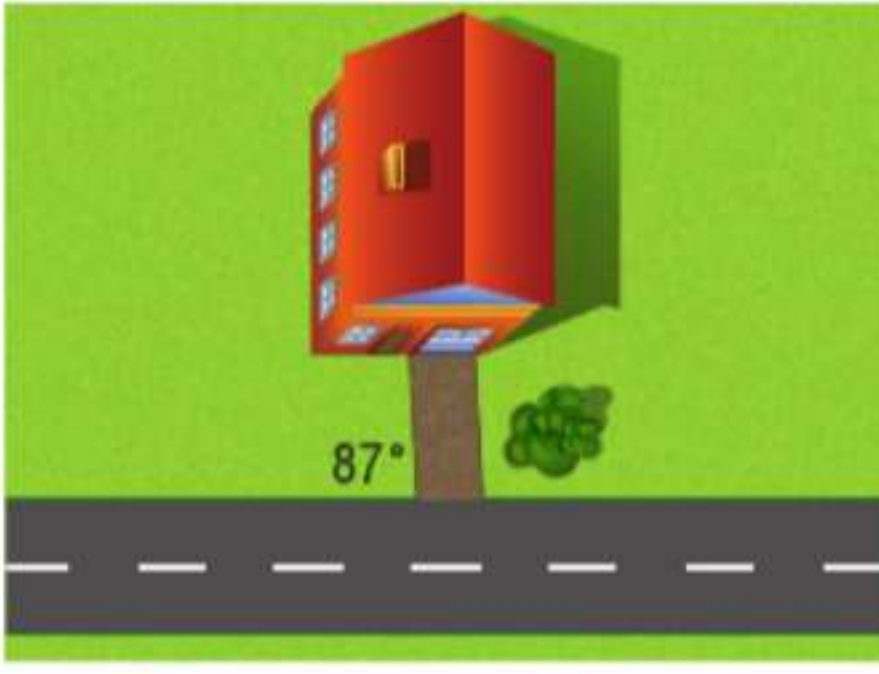


10. \overline{BC} إلى A

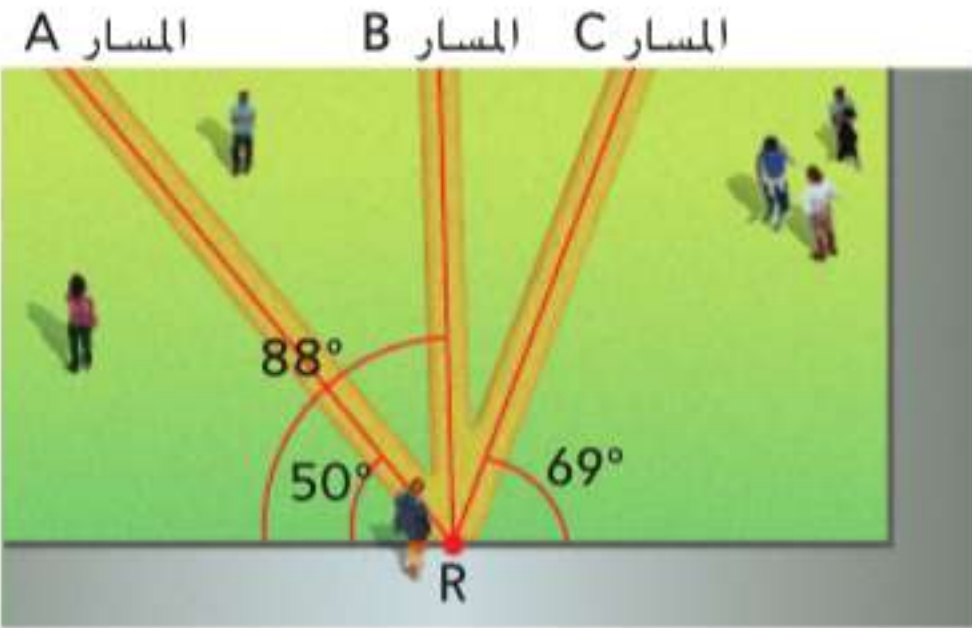


12. \overline{LM} إلى K





13. **مهرات السيارات** في الرسم التخطيطي على اليسار، هل يمر السيارات الموضح هو أقصر ممر محتمل من المنزل إلى الطريق؟ اشرح لماذا أو لماذا لا.



14. **تمثيل النماذج** تُعبّر نسرين الفناء الموجود أمام مدرستها. وثمة ثلاثة مسارات موضحة في الرسم التخطيطي على اليسار. فأَيّ من المسارات الثلاثة الموضحة هو الأقصر؟ اشرح استنتاجك.

مثال 2

الهندسة الإحداثية جـد المسافة من P إلى l .

15. المستقيم l يمر بالنقطتين $(0, -3)$ و $(7, 4)$. والنقطة $P(4, 3)$

16. المستقيم l يمر بالنقطتين $(11, -1)$ و $(-3, -11)$. والنقطة $P(-1, 1)$

17. المستقيم l يمر بالنقطتين $(-2, 1)$ و $(4, 1)$. والنقطة $P(5, 7)$

18. المستقيم l يمر بالنقطتين $(4, -1)$ و $(4, 9)$. والنقطة $P(1, 6)$

19. المستقيم l يمر بالنقطتين $(1, 5)$ و $(4, -4)$. والنقطة $P(-1, 1)$

20. المستقيم l يمر بالنقطتين $(-8, 1)$ و $(3, 1)$. والنقطة $P(-2, 4)$

جـد المسافة بين كل زوج من المستقيمتين المتوازيتين باستخدام المعادلات المعطاة.

مثال 3

21. $y = -2$

$y = 4$

24. $y = \frac{1}{3}x - 3$

$y = \frac{1}{3}x + 2$

27. $y = \frac{1}{4}x + 2$

$4y - x = -60$

22. $x = 3$

$x = 7$

25. $x = 8.5$

$x = -12.5$

28. $3x + y = 3$

$y + 17 = -3x$

23. $y = 5x - 22$

$y = 5x + 4$

26. $y = 15$

$y = -4$

29. $y = -\frac{5}{4}x + 3.5$

$4y + 10.6 = -5x$

30. **البرهان** اكتب برهاناً من عمودين للنظرية 13.9.

جـد المسافة من المستقيم إلى النقطة المعطاة.

31. $y = -3, (5, 2)$

32. $y = \frac{1}{6}x + 6, (-6, 5)$

33. $x = 4, (-2, 5)$



34. **ملصقات** تعلّق نجاة ملصقين على الحائط في غرفتها كما هو موضح. فكيف يمكن لنجاة استخدام المسافات العمودية لتأكيد أن الملصقين متوازيان؟

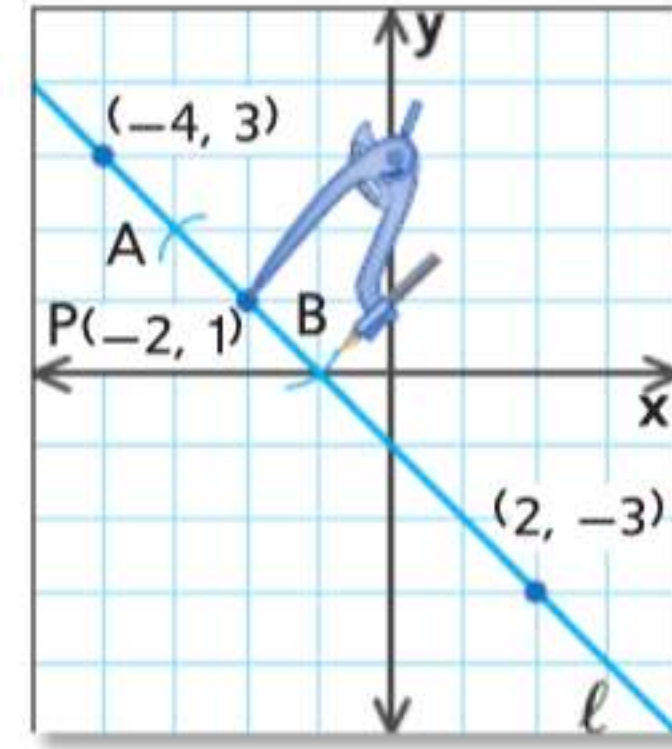


35 روح الدعم بالمدارس يزين عيسى لوحة إعلانات في رواق المدرسة لعرض صور لطلاب يظهرون روح الدعم بالمدرسة. ويقطع طولاً واحداً من الطرف ليتوافق مع عرض الطرف العلوي من اللوحة. ثم يستخدم هذا الشريط المقطوع كقالب لقطع شريط ثان تماماً بنفس الطول من أجل الطرف السفلي. وعند تدبيس الطرف السفلي في مكانه، لاحظ أن الشريط الذي قطعه أقصر بقرابة نصف سنتيمتر. فصف ما الذي يمكنه استنتاجه بشأن لوحة الإعلانات. اشرح استنتاجك.

الإنشاء المستقيم l يمر بالنقطتين عند $(-4, 3)$ و $(2, -3)$. وتقع النقطة $P(-2, 1)$ على المستقيم l . أكمل الشكل التالي.

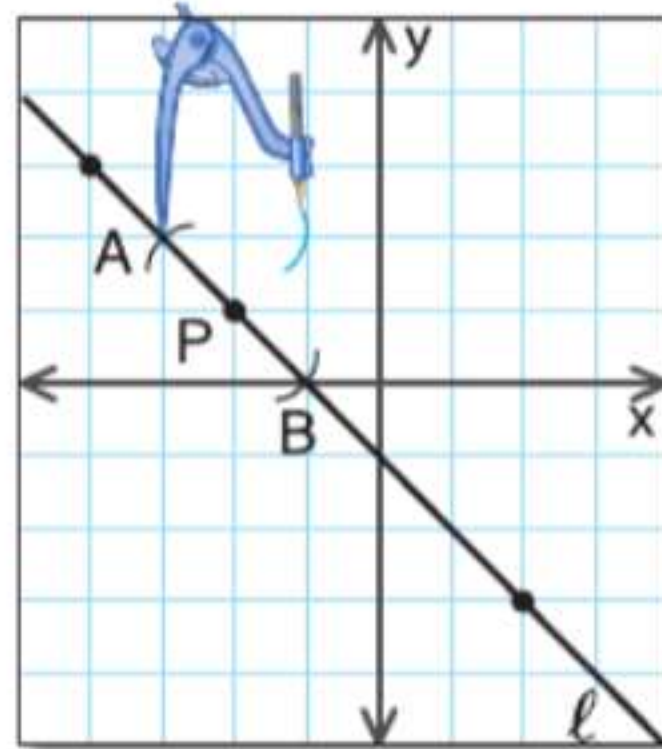
الخطوة 1

مثل بياناً المستقيم l والنقطة P . ضع المنقلة عند النقطة P . وباستخدام وضعية الفرجار نفسها، ارسم أقواساً على يسار ويمين النقطة P . وسمّ هاتين النقطتين A و B .



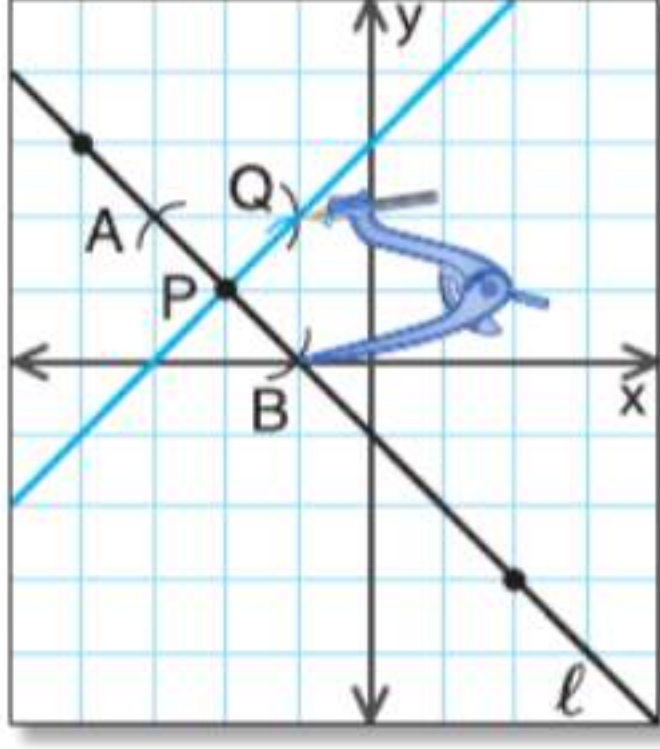
الخطوة 2

افتح الفرجار على وضعية أكبر من AP . وضع الفرجار عند النقطة A وارسم قوساً فوق المستقيم l .



الخطوة 3

باستخدام وضعية الفرجار نفسها، ضع الفرجار عند النقطة B وارسم قوساً فوق المستقيم l . وسمّ نقطة التقاطع Q . ثم ارسم \overleftrightarrow{PQ} .



36. ما العلاقة بين المستقيم l و \overleftrightarrow{PQ} ? تحقق من تخمينك باستخدام ميل المستقيمين.

37. كرر الشكل أعلاه باستخدام مستقيم مختلف ونقطة على ذلك المستقيم.

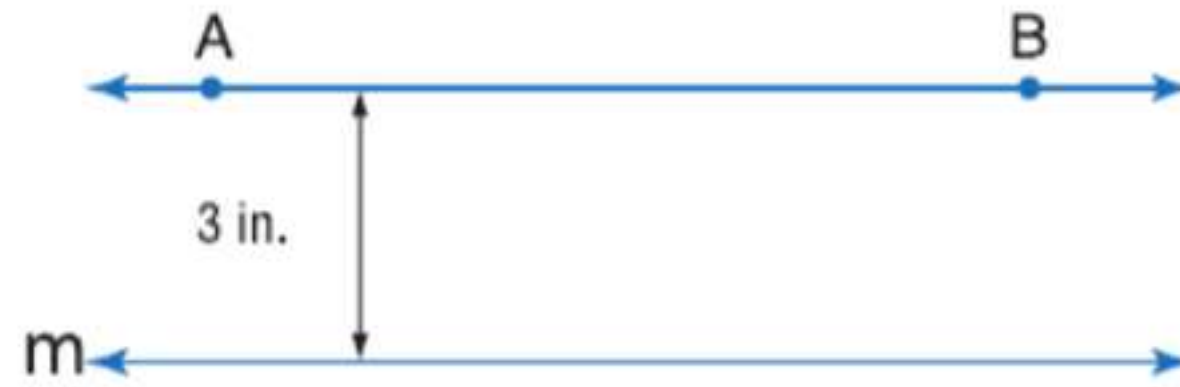
38. **الاستنتاج المنطقي** \overline{AB} لها ميل يساوي 2 ونقطة منتصف $M(3, 2)$. والقطعة المستقيمة العمودية على \overline{AB} لها نقطة منتصف $P(4, -1)$ وتشارك في نقطة طرفية B مع \overline{AB} .

a. مثل بياناً القطعتين المستقيمتين.

b. جد إحداثيات النقطة A والنقطة B .

39. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، ستستكشف مساحات المثلثات المتشكلة بواسطة نقاط على مستقيمتين متوازيتين.

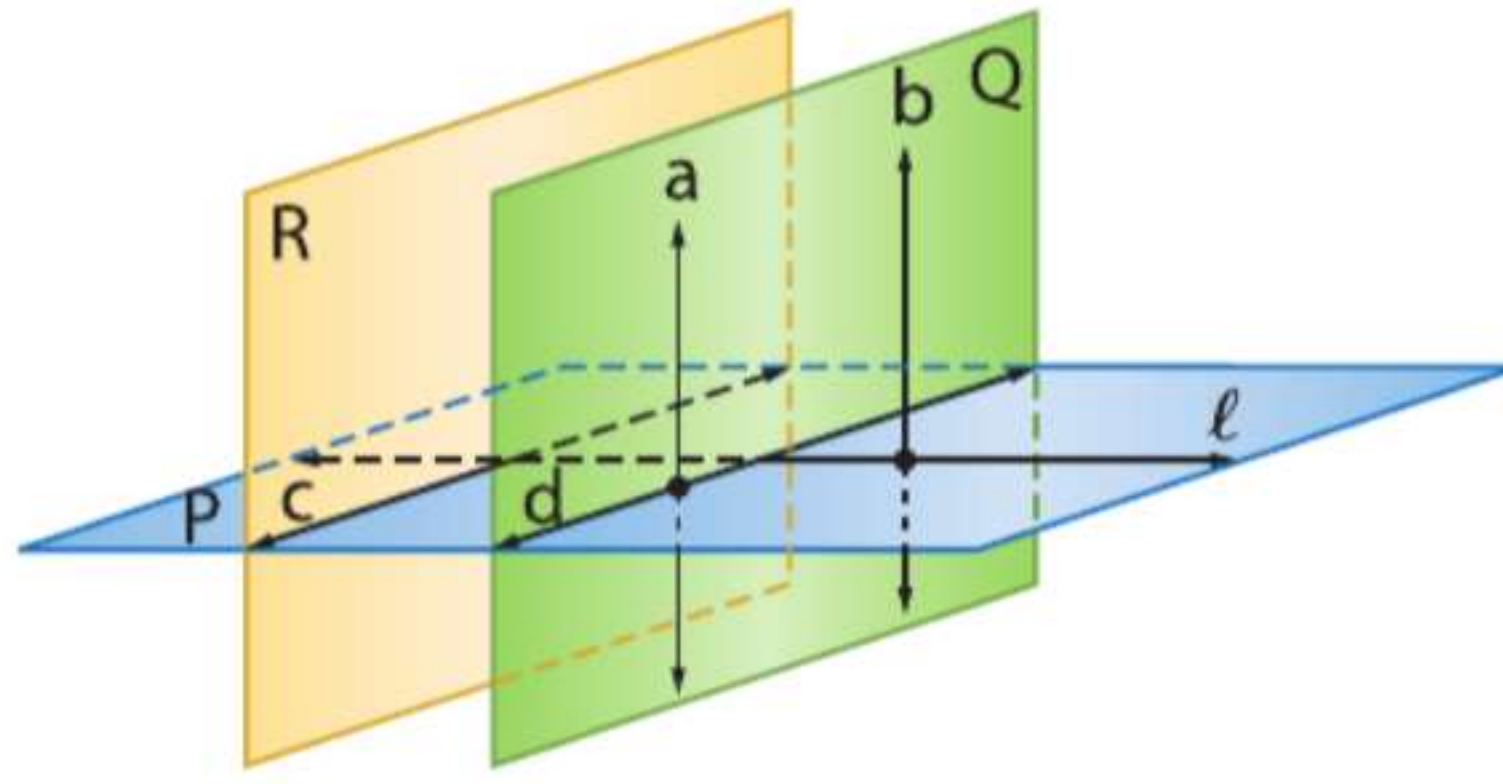
a. هندسياً ارسم مستقيمين متوازيين وسمهما كما هو موضح.



b. لنظيماً أين ستضع النقطة C على المستقيم m لضمان أن المثلث ABC ستكون له أكبر مساحة؟ اشرح استنتاجك.

c. تحليلياً إذا كان $AB = 11$ سنتيمتراً، فما المساحة القصوى للمثلث $\triangle ABC$ ؟

40. **التعامدية والمستويات** اصنع نسخة من الرسم التخطيطي أدناه للإجابة عن كل سؤال، مع وضع علامات على الرسم التخطيطي باستخدام المعلومات المعطاة.



- a. إذا كان مستقيمان عموديين على المستوى نفسه، فإنهما يقعان في مستوى واحد أي متحدا المستوى. وإذا كان كلٌّ من المستقيم a والمستقيم b عموديين على المستوى P ، فماذا ينبغي أن يكون صحيحاً أيضاً؟
- b. إذا قطع مستوى مستويين متوازيين، فإن التقاطعات تشكل مستقيمين متوازيين. وإذا كان المستويان R و Q متوازيين وقطعا المستوى P ، فماذا ينبغي أن يكون صحيحاً أيضاً؟
- c. إذا كان مستويان عموديين على المستقيم ذاته، فهما إذاً متوازيان. وإذا كان كلا المستويين R و Q عموديين على المستقيم l ، فماذا ينبغي أن يكون صحيحاً أيضاً؟

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

41

تحليل الخطأ يرسم عدنان القطعتين المستقيمتين \overline{AB} و \overline{CD} الموضحتين أدناه باستخدام مسطرة عدلة. ويزعم أن هذين المستقيمين، إذا تم تمديدهما، فلن يتقاطعا أبداً. ويزعم حسام أنهما سيتقاطعان. فهل أيٌّ منهما مُحقٌّ برر إجابتك.



42. **تحذّر** صف المحل الهندسي للنقاط التي على مسافة واحدة من مستقيمين متقاطعين، وارسم مثلاً.
43. **تحذّر** لنفترض أن مستقيماً عمودياً على زوج من المستقيمتين المتوازيين يقطع المستقيمين عند النقطتين $(0, 6)$ و $(a, 4)$. فإذا كانت المسافة بين المستقيمين المتوازيين هي $\sqrt{5}$ ، فجد قيمة a ومعادلات المستقيمين المتوازيين.
44. **التبرير** حدد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة أحياناً أم دائماً أم غير صحيحة مطلقاً. اشرح.
يمكن إيجاد المسافة بين مستقيم ومستوى.

45. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم مضلعاً خماسياً غير منتظم باستخدام مسطرة عدلة.

- a. استخدم فرجاراً ومسطرة عدلة لإنشاء مستقيم بين رأس وضلع مقابل لهذه الرأس.
- b. استخدم القياس لتبرير أن المستقيم المنشأ عمودي على الضلع المختار.
- c. استخدم صيغ الرياضيات لتبرير هذا الاستنتاج.

46. **الاستنتاج المنطقي** أعد كتابة النظرية 13.9 بدلالة أن مستويين يقعان على مسافة واحدة من مستوى ثالث. ارسم مثلاً.

47. **الكتابة في الرياضيات** لخص الخطوات اللازمة لإيجاد المسافة بين زوج من المستقيمتين المتوازيين باستخدام معادلات المستقيمين المعطاة.

تدريب على الاختبارات المعيارية

50. الجبر اشترى حسن كينزة صوفية كان عليها تخفيض بنسبة 25% من السعر الأصلي وتخفيض آخر بنسبة 40% من السعر المُخفّض. فإذا كانت الكينزة تكلف في الأصل AED 48، فماذا كان السعر النهائي للكينزة؟

- F AED 14.40 H AED 31.20
G AED 21.60 J AED 36.00

51. SAT/ACT بعد تقسيم عدد N من قطع البسكويت بالتساوي بين 8 أطفال، بقيت 3 قطع. فكم سيكون عدد القطع المتبقية إذا قُسم عدد $(N + 6)$ من قطع البسكويت بالتساوي بين الأطفال الثمانية؟

- A 0 C 2 E 6
B 1 D 4

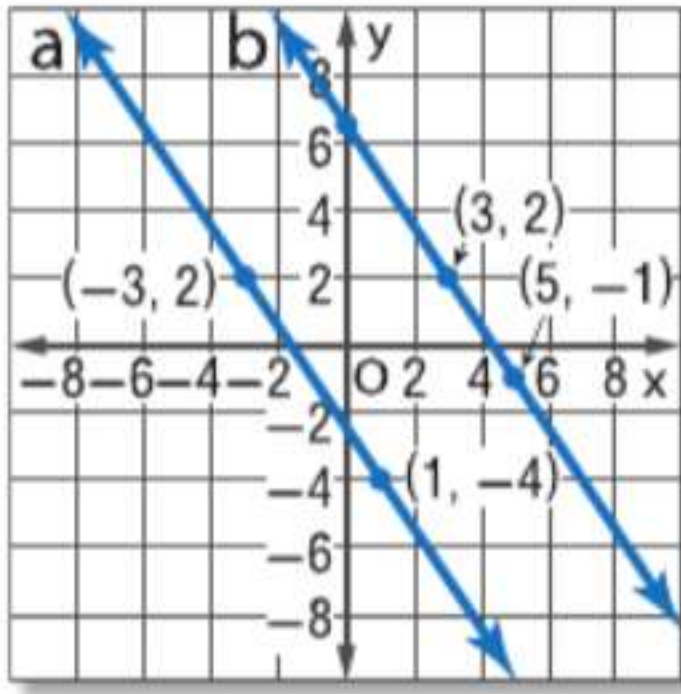
48. إجابة موسعة القطعة المستقيمة AB عمودية على القطعة المستقيمة CD والقطعة المستقيمة AB والقطعة المستقيمة CD ينصفان بعضهما عند النقطة X .

- a. ارسم شكلاً لتمثيل المسألة.
b. جد \overline{BD} إذا كان $AB = 12$ و $CD = 16$.
c. جد \overline{BD} إذا كان $AB = 24$ و $CD = 18$.

49. متنزه المدينة مربع الشكل ومساحته $81,000 \text{ m}^2$. فأَيُّ مما يلي هو الأقرب لطول أحد أضلاع شكل المتنزه؟

- A 100 m C 300 m
B 200 m D 400 m

مراجعة شاملة



52. ارجع إلى الشكل على اليسار. وحدد ما إذا كان $a \parallel b$. برر إجابتك.

اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم ذي الميل المعطى الذي يمر بالنقطة المعطاة.

53. $m: \frac{1}{4}, (3, -1)$
54. $m: 0, (-2, 6)$
55. $m: -1, (-2, 3)$
56. $m: -2, (-6, -7)$

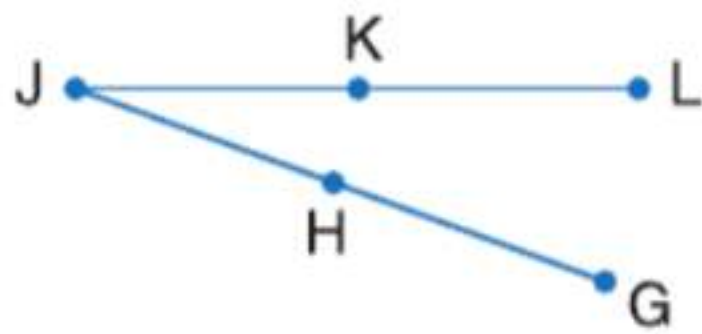
أثبت ما يلي.

57. إذا كان $AB = BC$ فإن $AC = 2BC$.



58. المعطيات: $\overline{JK} \cong \overline{KL}, \overline{HJ} \cong \overline{GH}, \overline{KL} \cong \overline{HJ}$

المطلوب: $\overline{GH} \cong \overline{JK}$



مراجعة المهارات

استخدم قانون المسافة لإيجاد المسافة بين كل زوج من النقاط.

59. $A(0, 0), B(15, 20)$ 60. $O(-12, 0), P(-8, 3)$ 61. $C(11, -12), D(6, 2)$
62. $R(-2, 3), S(3, 15)$ 63. $M(1, -2), N(9, 13)$ 64. $Q(-12, 2), T(-9, 6)$

دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

القواطع

- عندما يقطع قاطع مستقيمين، فتتكون الأنواع التالية من الزوايا: خارجية، وداخلية، وداخلية متتالية، وداخلية متبادلة، وخارجية متبادلة، ومتناظرة.
- إذا قُطع مستقيمان متوازيان بواسطة قاطع، فإن:
 - كل زوج من الزوايا المتناظرة يكون متطابقًا
 - كل زوج من الزوايا الداخلية المتبادلة يكون متطابقًا
 - كل زوج من الزوايا الداخلية المتتالية يكون متكاملًا
 - كل زوج من الزوايا الخارجية المتبادلة يكون متطابقًا

الميل

- الميل m الخاص بمستقيم يحتوي على نقطتين بإحداثيات (x_1, y_1) و (x_2, y_2) هو $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ، حيث $x_1 \neq x_2$.

إثبات توازي المستقيمتين

- إذا قُطع مستقيمان في مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون أيّ مما يلي صحيحًا، فإن المستقيمين متوازيان:
 - زوج من الزوايا المتناظرة متطابق، أو
 - زوج من الزوايا الخارجية المتبادلة متطابق، أو
 - زوج من الزوايا الداخلية المتبادلة متطابق، أو
 - زوج من الزوايا الداخلية المتتالية متكامل
- في مستوى، إذا تعامد مستقيمان على المستقيم نفسه، فإنهما متوازيان.

المسافة

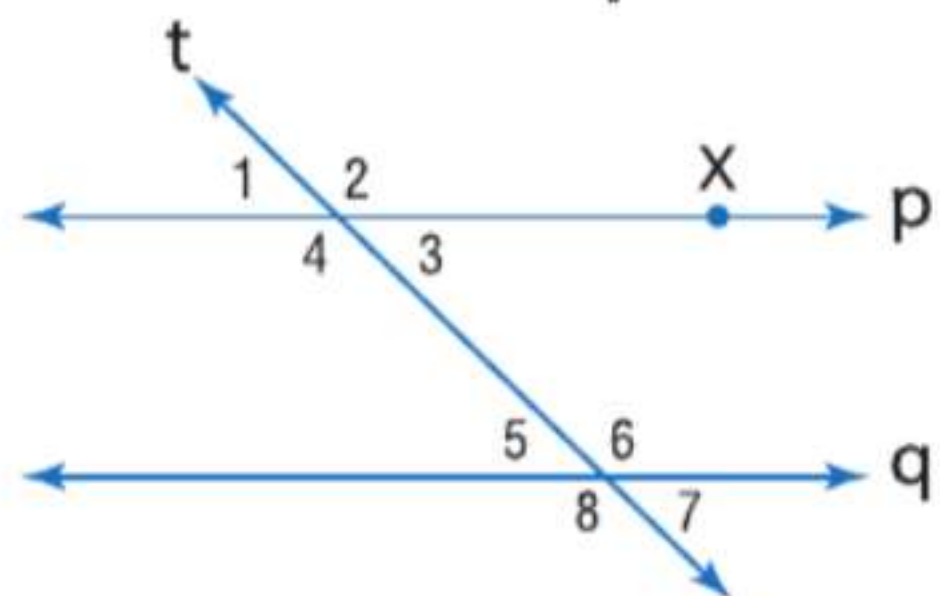
- المسافة من مستقيم إلى نقطة ليست على المستقيم هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من هذه النقطة.
- المسافة بين مستقيمين متوازيين هي المسافة العمودية بين أحد المستقيمين وأي نقطة على المستقيم الآخر.

المفردات الأساسية

- alternate exterior angles زوايا خارجية متبادلة
 alternate interior angles زوايا داخلية متبادلة
 consecutive interior angles زوايا داخلية متتالية
 corresponding angles زوايا متناظرة
 equidistant مسافة متساوية
 parallel lines مستقيمتان متوازيتان
 parallel planes مستويات متوازية
 point-slope form صيغة النقطة والميل
 rate of change معدل التغير
 skew lines مستقيمتان متخالفتان
 slope ميل
 slope-intercept form صيغة الميل والمقطع
 transversal قاطع

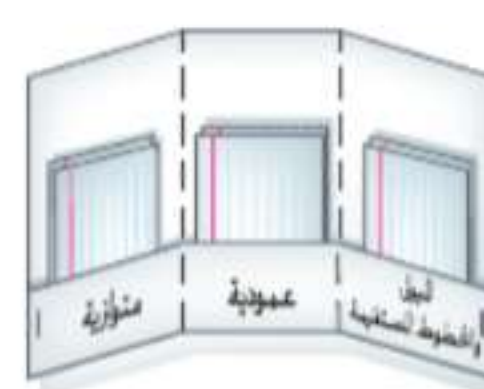
مراجعة المفردات

اذكر إذا ما كانت كل عبارة صحيحة أم خاطئة. فإذا كانت خاطئة، فاستبدل الكلمة أو العدد الذي تحته خط لتكوين عبارة صحيحة.



1. إذا كان $\angle 1 \cong \angle 5$ ، فإن المستقيمين p و q متخالفتان.
2. الزاويتان 4 و 6 زاويتان داخليتان متبادلتان.
3. الزاويتان 1 و 7 زاويتان خارجيتان متبادلتان.
4. إذا كان المستقيمان p و q متوازيين، فإن الزاويتين 3 و 6 متطابقتان.
5. المسافة من النقطة X إلى المستقيم q هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم q من X .
6. المستقيم t يعتبر قاطع المستقيمين p و q .
7. إذا كان $p \parallel q$ ، فإن $\angle 2$ و $\angle 8$ متكاملتان.
8. الزاويتان 4 و 8 زاويتان متناظرتان.

المطويات منظم الدراسة



تأكد من أن المفاهيم الأساسية مدرجة في المطوية.

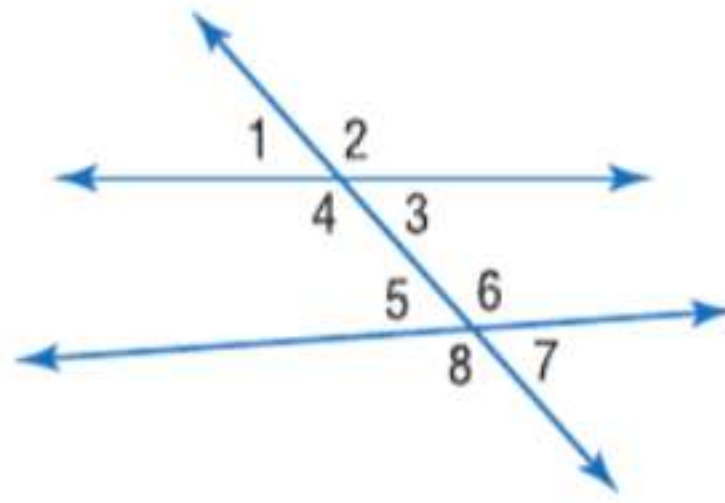
دليل الدراسة والمراجعة تابع

مراجعة درس بدرس

13-1 المستقيمتان المتوازيتان والمتقاطعتان

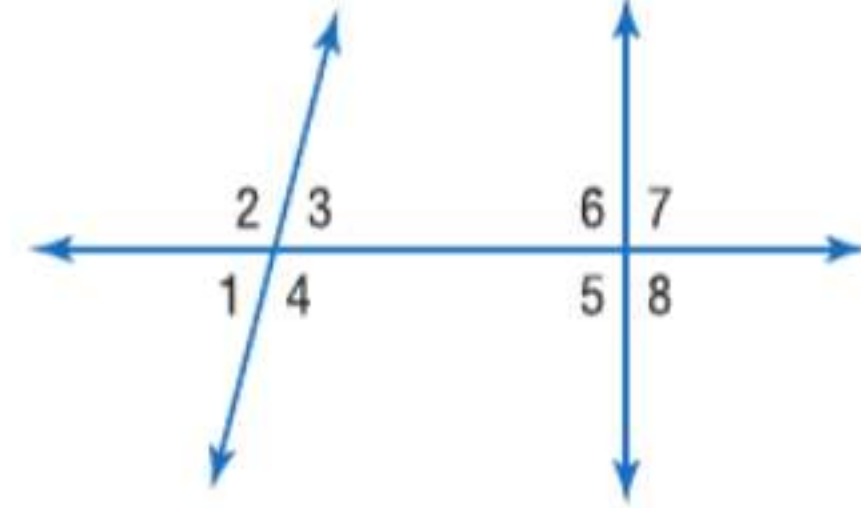
مثال 1

ارجع إلى الشكل أدناه. صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتباره زوج زوايا داخلية متبادلة أو خارجية متبادلة أو متناظرة أو زوايا داخلية متتالية.



- a. $\angle 3$ و $\angle 6$ متتالية داخلية
 b. $\angle 2$ و $\angle 6$ متناظرة
 c. $\angle 1$ و $\angle 7$ متبادلة خارجية
 d. $\angle 3$ و $\angle 5$ متبادلة داخلية

صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتباره زوايا داخلية متبادلة أو خارجية متبادلة أو متناظرة أو زوايا داخلية متتالية.



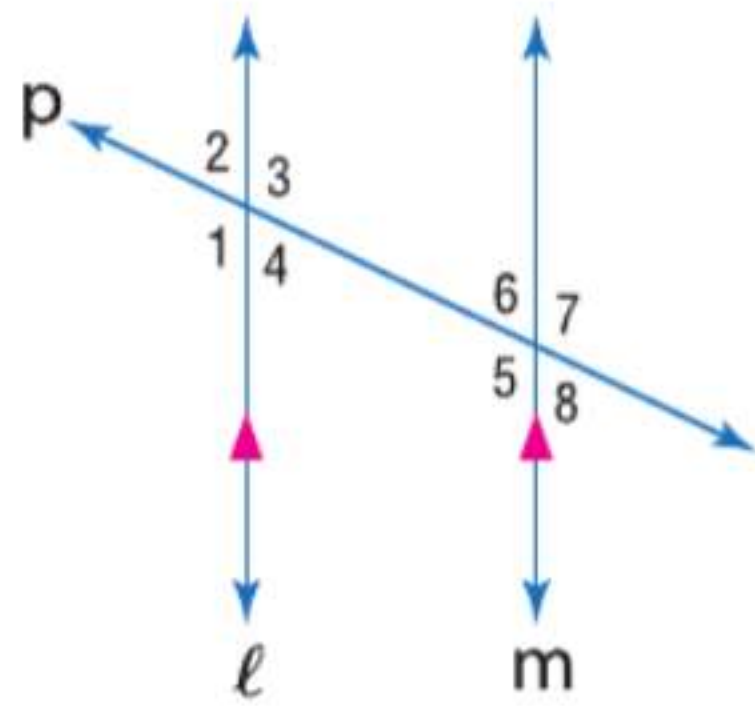
9. $\angle 1$ و $\angle 5$
 10. $\angle 4$ و $\angle 6$
 11. $\angle 2$ و $\angle 8$
 12. $\angle 4$ و $\angle 5$

13. **الجسور** يمتد جسر روبلينج المعلق فوق نهر أوهايو رابطاً مدينة سينسيناتي في ولاية أوهايو بمدينة كوفينجتون بولاية كنتاكي. فصف نوع المستقيمتان المتشكلة بواسطة الجسر والنهر.

13-2 الزوايا والمستقيمتان المتوازيتان

مثال 2

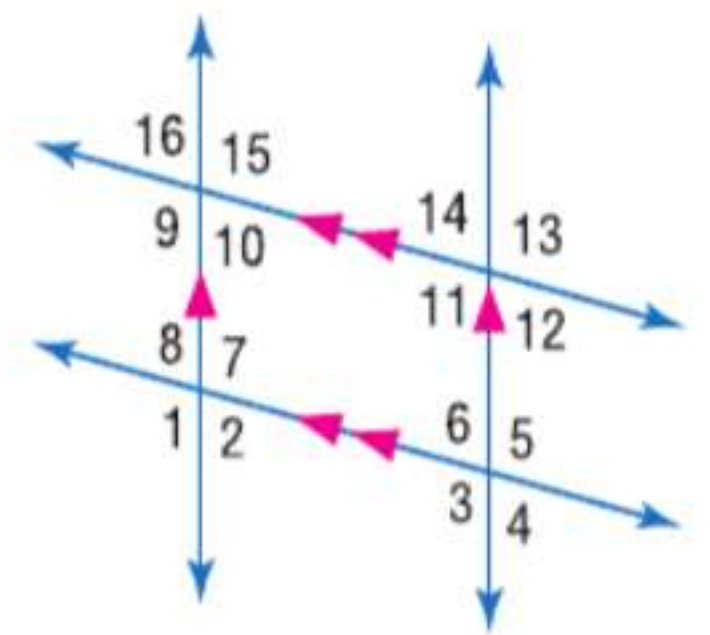
الجبر إذا كان $m\angle 5 = 7x - 5$ وكان $m\angle 4 = 2x + 23$ ، فجد x . اشرح استدلالك.



تعريف تكامل الزوايا \triangle
 $m\angle 4 + m\angle 5 = 180$
 التعويض $(2x + 23) + (7x - 5) = 180$
 بسط $9x + 18 = 180$
 اطرح $9x = 162$
 اقسّم $x = 18$

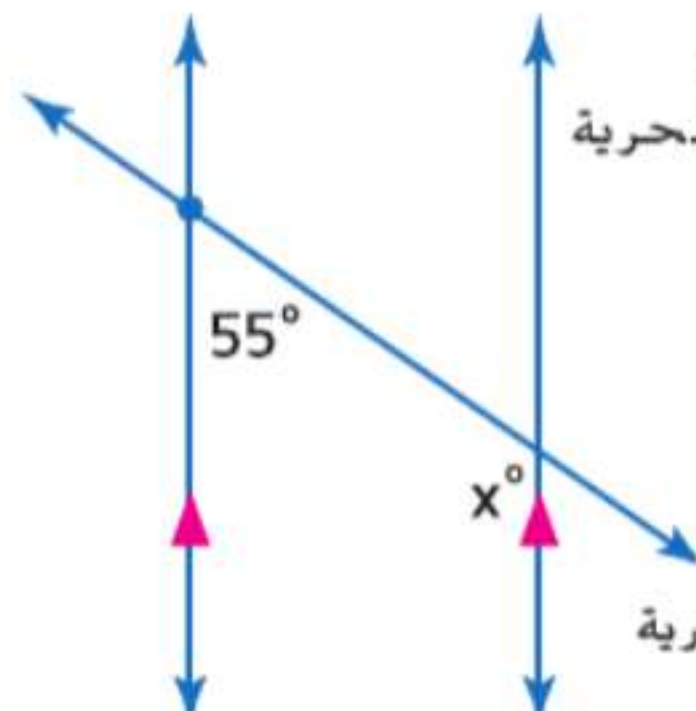
بما أن المستقيمتين l و m متوازيان والزاويتين $\angle 4$ و $\angle 5$ متكاملتان باستخدام نظرية الزوايا الداخلية المتتالية.

في الشكل، $m\angle 1 = 123$. جد قياس كل زاوية. واذكر أي مسلمة (مسلمات) أو نظرية (نظريات) قد استخدمتها.



14. $\angle 5$
 15. $\angle 14$
 16. $\angle 16$
 17. $\angle 11$
 18. $\angle 4$
 19. $\angle 6$

20. **الخرائط** يوضح الرسم التخطيطي تخطيط الشوارع النصر والسلام والحرية فجد قيمة x .



13-3 ميول الخطوط المستقيمة

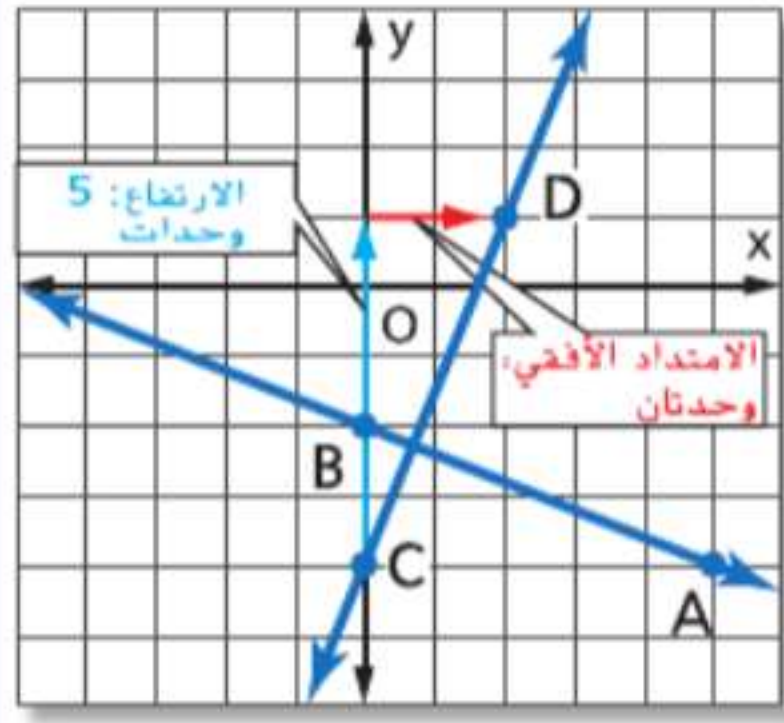
مثال 3

مثّل بيانياً المستقيم الذي يمر بالنقطة $C(0, -4)$ وعمودي على \overleftrightarrow{AB} المار بالنقطتين $A(5, -4)$ و $B(0, -2)$.

ميل \overleftrightarrow{AB} هو $\frac{-2 - (-4)}{0 - 5}$ أو $-\frac{2}{5}$.

بما أن $-\frac{2}{5} \left(\frac{5}{2}\right) = -1$ ، فإن ميل المستقيم العمودي

على \overleftrightarrow{AB} الذي يمر بالنقطة C هو $\frac{5}{2}$.



لتمثيل المستقيم بيانياً، ابدأ عند النقطة C . انتقل لأعلى بمقدار 5 وحدات ثم اليمين بمقدار وحدتين. وسمّ النقطة D وارسم \overleftrightarrow{CD} .

حدد ما إذا كان \overleftrightarrow{AB} و \overleftrightarrow{XY} متوازيين أم متعامدين أم ليس أيًا منهما. مثل كل مستقيم بيانياً للتحقق من صحة إجابتك.

21. $A(5, 3), B(8, 0), X(-7, 2), Y(1, 10)$

22. $A(-3, 9), B(0, 7), X(4, 13), Y(-5, 7)$

23. $A(8, 1), B(-2, 7), X(-6, 2), Y(-1, -1)$

مثّل المستقيم الذي يستوفي كل الشروط بيانياً.

24. يمر بالنقطة $(-3, 4)$ ومتوازٍ مع \overleftrightarrow{AB} بالإحداثي $A(2, 5)$ و $B(9, 2)$

25. يمر بالنقطة $(1, 3)$ وعمودي على \overleftrightarrow{PQ} بالإحداثي $P(4, -6)$ و $Q(6, -1)$

26. **الطائرات** تطير طائراتنا خطوط جوية عابرة للمحيطات على الارتفاع نفسه. وباستخدام صور الأقمار الصناعية، يمكن تحديد موضع الطائرة على مستوى إحداثي. وحددت الرحلة رقم 815 على النقطة $(23, 17)$ والنقطة $(5, 11)$ بينما حددت الرحلة رقم 44 على النقطة $(3, 15)$ والنقطة $(9, 17)$. فحدد ما إذا كان مسارهما متوازيين أم متعامدين أم ليس أيًا منهما.

13-4 معادلات الخط المستقيم

مثال 4

اكتب معادلة للمستقيم المار بالنقطتين $(2, 5)$ و $(6, 3)$ بصيغة الميل والمقطع.

الخطوة 1 جـد ميل المستقيم المار بالنقطتين.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

قانون الميل

$$= \frac{3 - 5}{6 - 2}$$

$$x_1 = 2 \text{ و } y_1 = 5 \text{ و } x_2 = 6 \text{ و } y_2 = 3$$

$$= \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

بسط.

الخطوة 2 اكتب معادلة للمستقيم.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

صيغة النقطة والميل

$$y - 5 = -\frac{1}{2}[x - (2)]$$

$$m = -\frac{1}{2} \text{ و } (x_1, y_1) = (2, 5)$$

$$y - 5 = -\frac{1}{2}x + 1$$

بسط.

$$y = -\frac{1}{2}x + 6$$

اجمع 5 لكل طرف.

اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم ذي الميل المعطى الذي يمر بالنقطة المعطاة.

27. $m = 2, (4, -9)$

28. $m = -\frac{3}{4}, (8, -1)$

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم ذي الميل المعطى والتقاطع مع المحور y .

29. $m: 5$. التقاطع مع المحور $y: -3$

30. $m: \frac{1}{2}$. التقاطع مع المحور $y: 4$

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لكل مستقيم.

31. $(-3, 12)$ و $(15, 0)$ 32. $(-7, 2)$ و $(5, 8)$

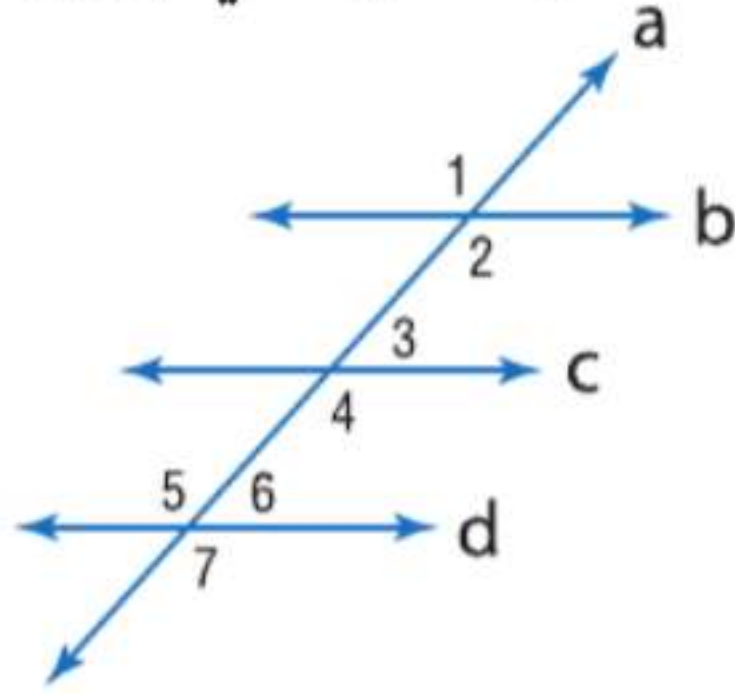
33. **تنظيف النوافذ** تكلف شركة "إيس لخدمة تنظيف النوافذ" مبلغ 50 AED مقابل طلب الحصول على الخدمة و 20 AED مقابل كل ساعة يقضونها في العمل. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع تمثل التكلفة الإجمالية C من حيث عدد الساعات h .

دليل الدراسة والمراجعة تابع

13-5 إثبات توازي المستقيمات

مثال 5

بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وجدت، متوازية. اذكر المسلمة أو النظرية التي تبرر إجابتك.



a. $\angle 1 \cong \angle 7$

$\angle 1$ و $\angle 7$ هما زاويتان داخليتان خارجيتان على المستقيمين d و b .

بما أن $\angle 1 \cong \angle 7$ بناءً على معكوس نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة.

b. $\angle 4 \cong \angle 5$

$\angle 4$ و $\angle 5$ هما زاويتان داخليتان متبادلتان على المستقيمين d و c .

بما أن $\angle 4 \cong \angle 5$ بناءً على معكوس نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة.

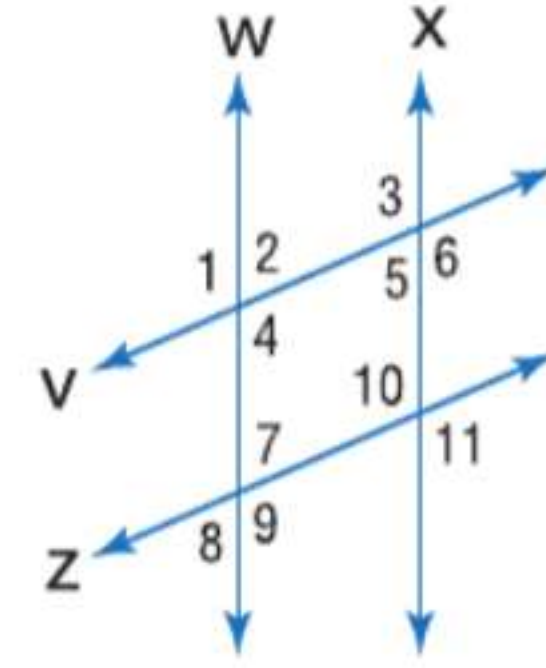
بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وجدت، متوازية. اذكر المسلمة أو النظرية التي تبرر إجابتك.

34. $\angle 7 \cong \angle 10$

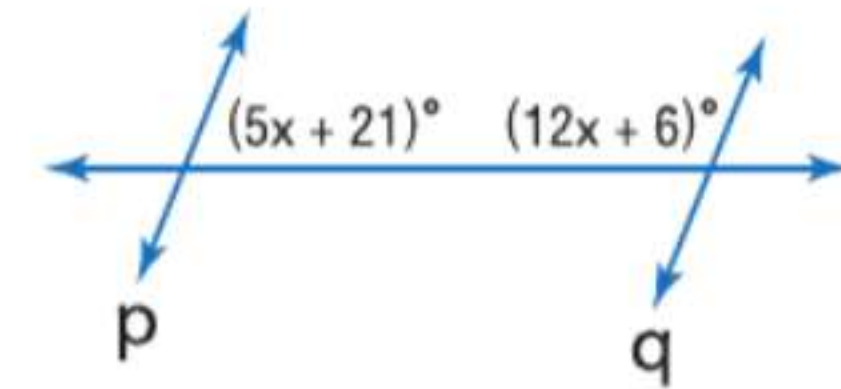
35. $\angle 2 \cong \angle 10$

36. $\angle 1 \cong \angle 3$

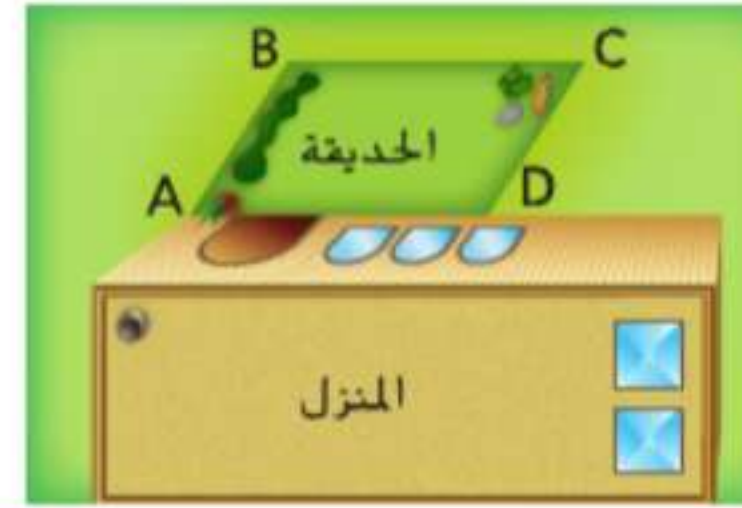
37. $\angle 3 \cong \angle 11$



38. جـد x بحيث يكون $p \parallel q$. حدد المسلمة أو النظرية التي استخدمتها.



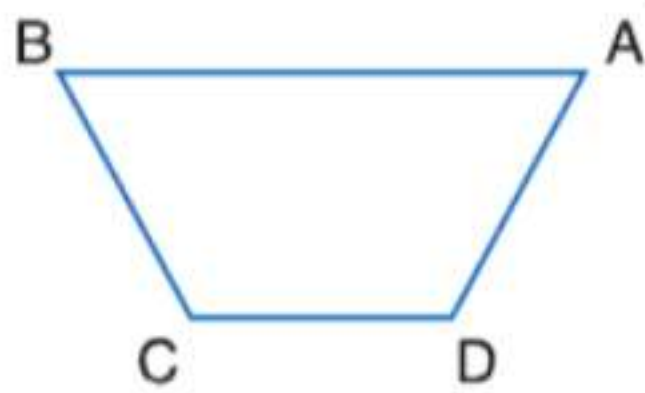
39. تنسيق الحقائق جـد القياس الضروري لـ $m\angle ADC$ بحيث يجعل $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ إذا كان $m\angle BAD = 45$.



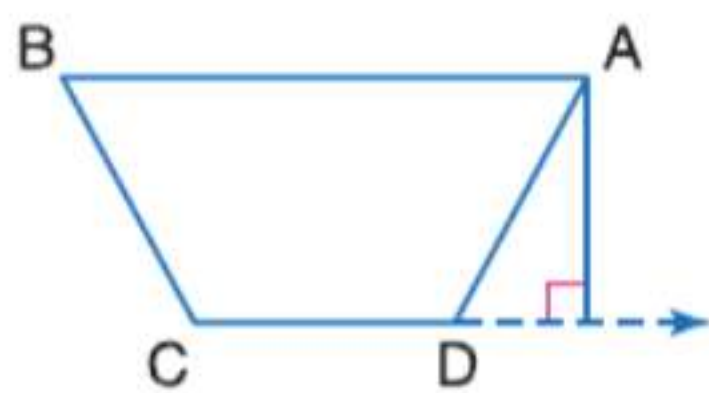
13-6 المتعامدات والمسافة

مثال 6

انسخ الشكل. ارسم القطعة المستقيمة التي تمثل المسافة من النقطة A إلى \overline{CD} .



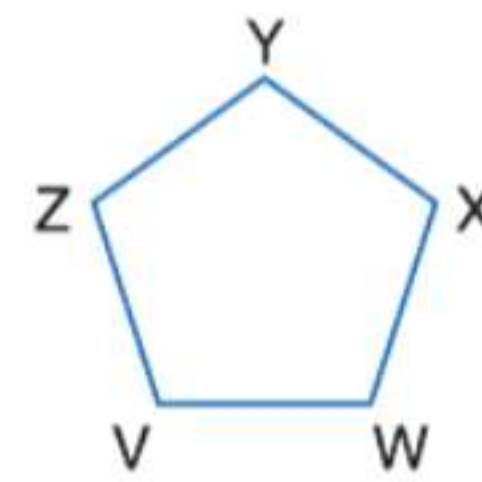
المسافة من مستقيم إلى نقطة ليست على هذا المستقيم هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم المار عبر هذه النقطة.



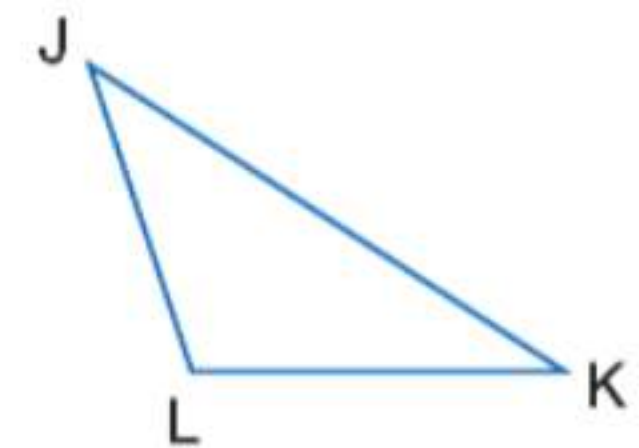
وسع \overline{CD} وارسم القطعة المستقيمة العمودية على \overline{CD} من A.

انسخ كل شكل. ارسم القطعة المستقيمة التي تمثل المسافة المشار إليها.

40. \overline{VW} إلى X



\overline{VW} إلى L



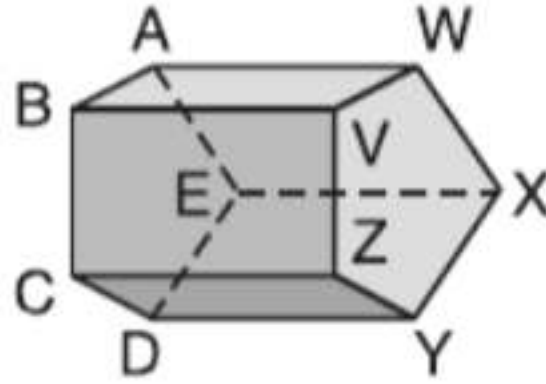
42. ديكور المنزل يرغب حمد في تعليق صفيين من الصور المؤطرة في خطوط متوازية على جدار غرفة معيشته. في البداية، باعد بين المسامير على الجدار في صورة خط مستقيم للصف العلوي. بعد ذلك، علق خيطاً بثقل لتحديد المسقط الرأسى من كل مسمار وقاس مسافة متساوية أسفل كل مسمار من أجل تحديد الصف الثاني. فلماذا يضمن هذا أن صفي الصور سيكونان متوازيين؟

جد المسافة بين كل زوج من الخطوط المتوازية ذات المعادلات المعطاة.

16. $y = x - 11$
 $y = x - 7$

17. $y = -2x + 1$
 $y = -2x + 16$

18. الاختيار من متعدد أي قطعة مستقيمة متخالفة مع \overline{CD} ؟



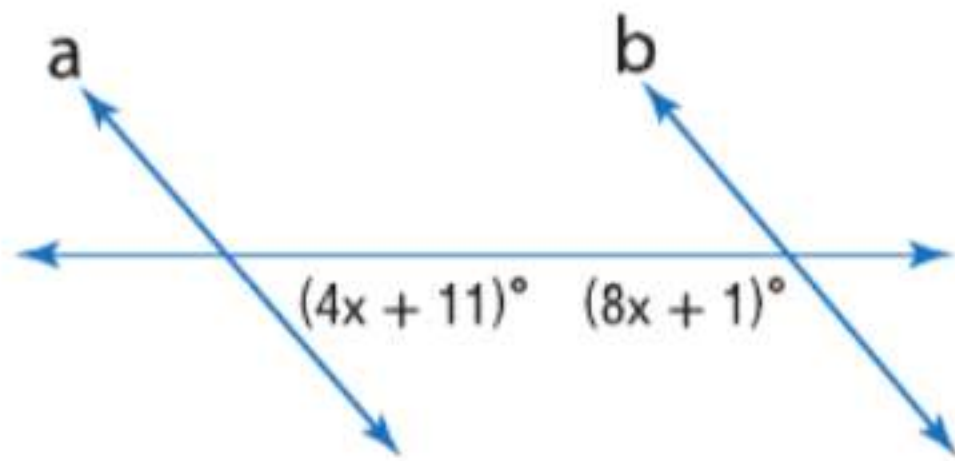
A \overline{ZY}

C \overline{DE}

B \overline{AB}

D \overline{VZ}

19. جد x بحيث يكون $a \parallel b$. حدد المسلمة أو النظرية التي استخدمتها.



الهندسة الإحداثية جد المسافة من P إلى l .

20. المستقيم l المار بالنقطتين $(-4, 2)$ و $(3, -5)$. النقطة $P(1, 2)$

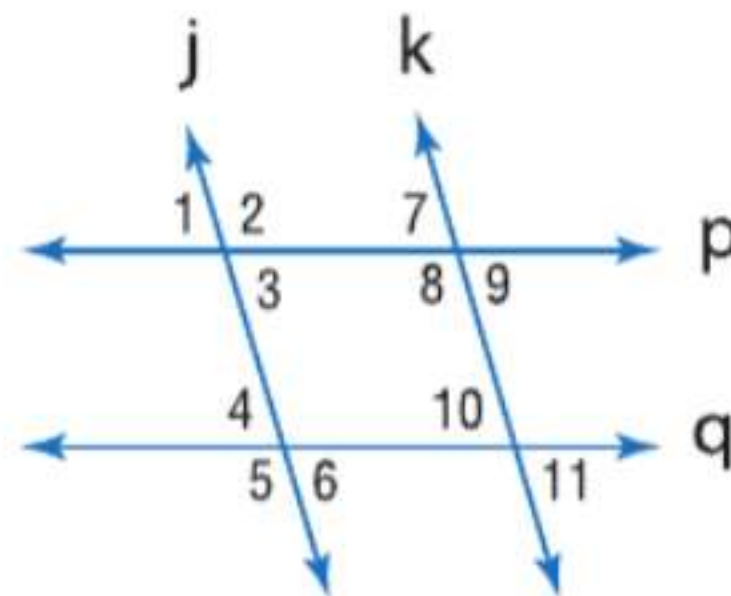
21. المستقيم l يحتوي على النقطتين $(6, 5)$ و $(2, 3)$. النقطة $P(2, 6)$

بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمتين، إن وجدت، متوازيتين. اذكر المسلمة أو النظرية التي تبرر إجابتك.

22. $\angle 4 \cong \angle 10$

23. $\angle 9 \cong \angle 6$

24. $\angle 7 \cong \angle 11$



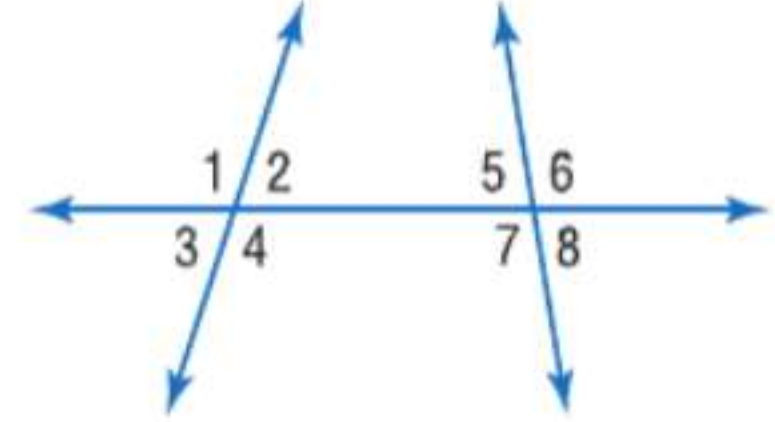
25. **الوظائف** يعمل محمود في متجر للهدايا. وأجره AED 10 لكل ساعة بالإضافة إلى عمولة بنسبة 15% على البضاعة التي يبيعها. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع بحيث تمثل ما يكسبه خلال أسبوع إذا باع بضاعة بقيمة AED 550.

صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتباره زوايا داخلية متبادلة أو خارجية متبادلة أو متناظرة أو داخلية متتالية.

1. $\angle 6$ و $\angle 3$

2. $\angle 4$ و $\angle 7$

3. $\angle 5$ و $\angle 4$



حدد ميل المستقيم الذي يحتوي على النقاط المعطاة.

4. $G(8, 1), H(8, -6)$ 5. $A(0, 6), B(4, 0)$

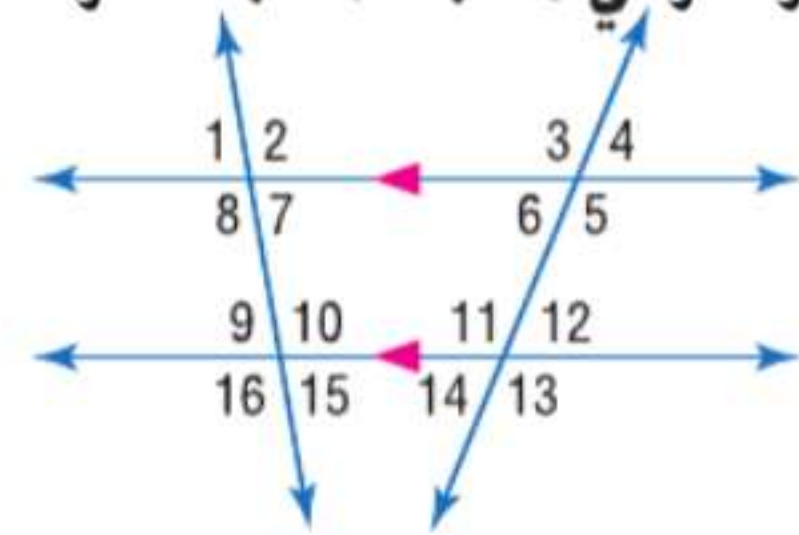
6. $E(6, 3), F(-6, 3)$ 7. $E(5, 4), F(8, 1)$

في الشكل، $m\angle 12 = 42$ و $m\angle 8 = 96$. جد قياس كل زاوية. واذكر أي مسلمة (مسلمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها.

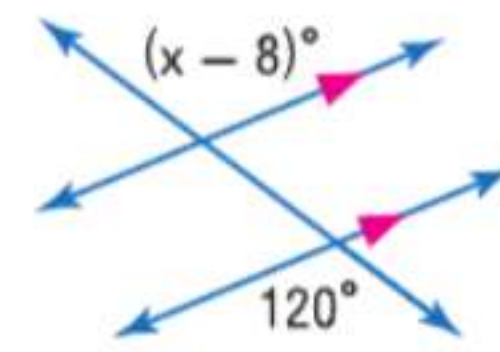
8. $\angle 9$

9. $\angle 11$

10. $\angle 6$



11. جد قيمة x في الشكل أدناه.



12. **اللياقة البدنية** ترغب في الالتحاق بمركز لياقة بدنية.

ويكلف مركز "فيت آن تريم" AED 80 لكل شهر. ويكلف مركز "فيت فور لايف" رسم عضوية لمرة واحدة بقيمة AED 75 و AED 55 لكل شهر.

a. اكتب ومثل بيانياً معادلتين بصيغة الميل والمقطع لتمثيل التكلفة y للحضور في كل مركز لياقة بدنية في فترة x شهر/شهور.

b. هل المستقيمتان التي مثلتها بيانياً في الجزء a متوازيتان؟ اشرح لماذا أو لماذا لا.

c. أي مركز لياقة بدنية يقدم السعر الأفضل؟ اشرح.

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لكل مستقيم موصوف.

13. يمر بالنقطة $(-8, 1)$. وعمودي على المستقيم $y = 2x - 17$

14. يمر بالنقطة $(0, 7)$ ويوازي المستقيم $y = 4x - 19$

15. يمر بالنقطة $(-12, 3)$. وعمودي على المستقيم $y = -\frac{2}{3}x - 11$

التحضير للاختبارات المعيارية

أسئلة الإجابة الشبكية

بالإضافة إلى أسئلة الاختيار من متعدد، والأسئلة ذات الإجابات القصيرة، وأسئلة الإجابة الموسعة، فمن المحتمل أنك ستحل أسئلة الإجابة الشبكية في الاختبارات المعيارية. بعد حل سؤال إجابة شبكية، عليك أن تنسخ إجابتك على ورقة إجابة وتضع علامة في الدوائر الصحيحة على الشبكة لتلائم إجابتك. والإجابات على أسئلة الإجابة الشبكية قد تكون أعدادًا كلية أو كسورًا عشرية أو كسورًا.

1	/	4	
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

الكسور

3	.	5	
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

الكسور العشرية

			3
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

الأعداد الكلية

إستراتيجيات حل الأسئلة ذات الإجابات الشبكية

الخطوة 1

اقرأ المسألة بعناية وحلها.

- تأكد من منطقية إجابتك.
- إذا سمح الوقت، فتحقق من الإجابة.

الخطوة 2

اكتب إجابتك في المربعات المخصصة للإجابة.

- اكتب رقمًا أو رمزًا واحدًا فقط في كل مربع إجابة.
- لا تكتب أي أرقام أو رموز خارج مربعات الإجابة.
- اكتب الإجابة في صورة عدد كلي أو كسر عشري أو كسر.

الخطوة 3

املا الشبكية.

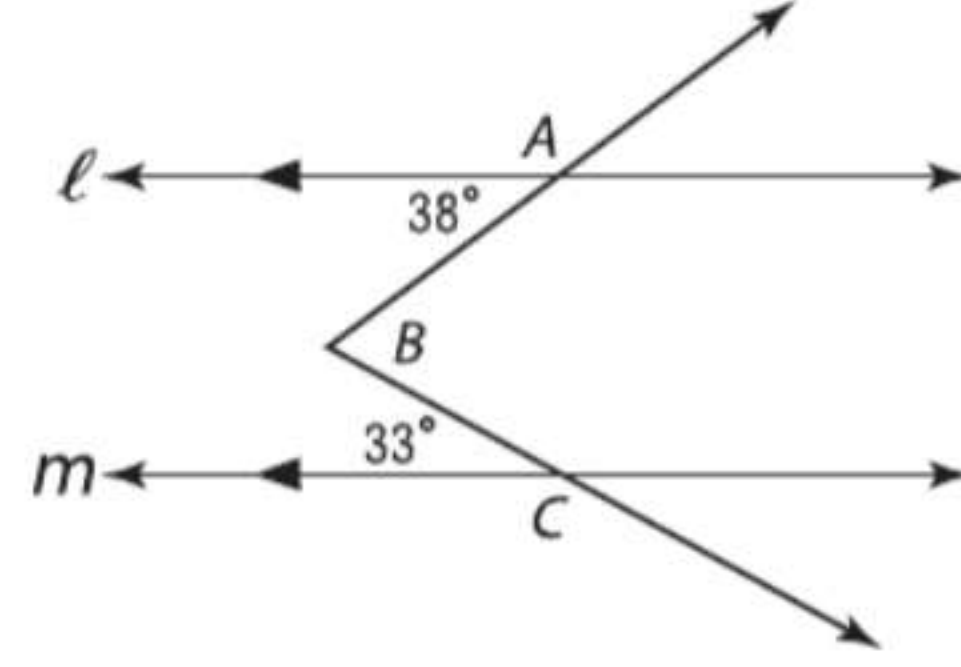
- لا تملأ سوى فقاعة واحدة لكل مربع إجابة كتبت فيه. وتأكد من عدم ملء فقاعة أسفل مربع إجابة فارغ.
- املا كل فقاعة بالكامل وبوضوح.

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. حدد ما تحتاج لمعرفته. ثم استخدم المعلومات الموجودة في المسألة لحلها.

	/	/	
	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

إجابة شبكية في الشكل أدناه. يتم قطع $\angle ABC$ بواسطة المستقيمين المتوازيين l . فما قياس الزاوية $\angle ABC$ ؟ عبر عن إجابتك بالدرجات.

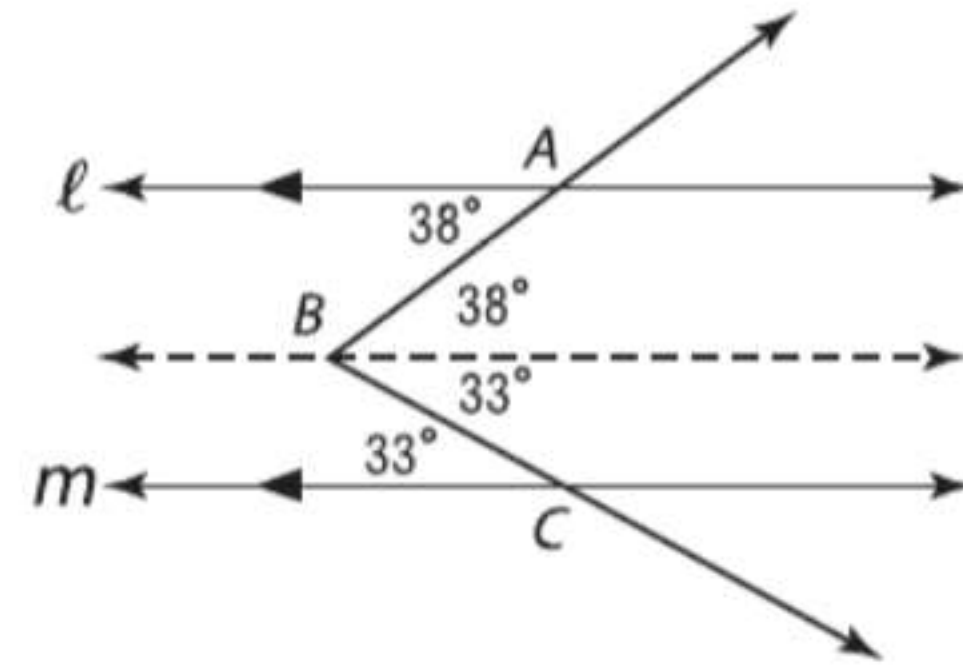


أعد رسم الشكل وأضف مستقيماً ثالثاً موازياً للمستقيمين l ويمر بالنقطة B . جـد قياس الزاوية باستخدام الزوايا الداخلية المتبادلة.

واملاً الشبكة

7	1		
	/	/	
	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

حل المسألة



$$m\angle ABC = 38 + 33 = 71$$

اكتب إجابتك في مربع الإجابة واملاً الشبكة.

تمارين

2. إجابة شبكية حل لإيجاد قيمة x في الشكل أدناه.

اقرأ كل سؤال. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي قدمها المعلم أو في ورقة أخرى.

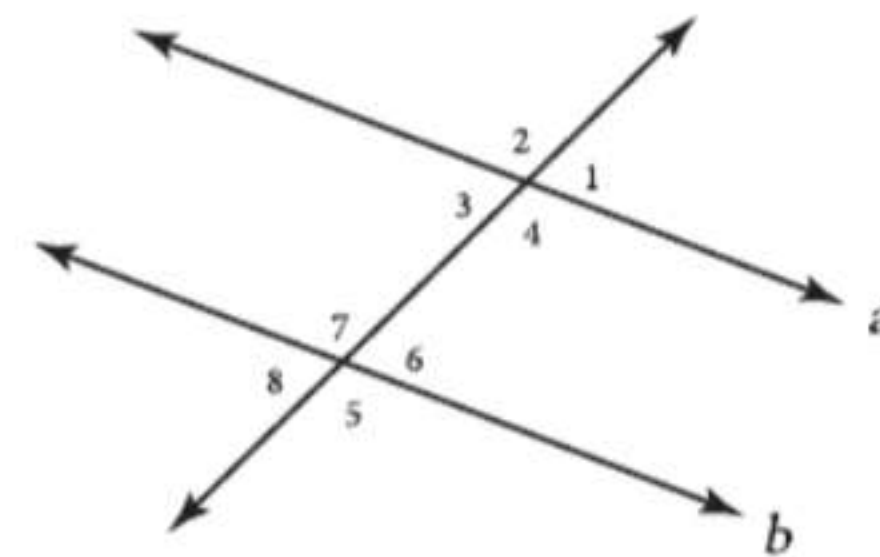
1. إجابة شبكية ما ميل المستقيم المار بالنقطتين $R(-2, 1)$ و $S(10, 6)$ ؟ عبر عن إجابتك في صورة كسر.

تدريب على الاختبارات المعيارية

الاختبار من متعدد

اقرأ كل سؤال. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي قدمها المعلم أو في ورقة أخرى.

1. إذا كان $a \parallel b$ في الرسم التخطيطي أدناه، فأَيُّ مما يلي قد لا يكون صحيحاً؟

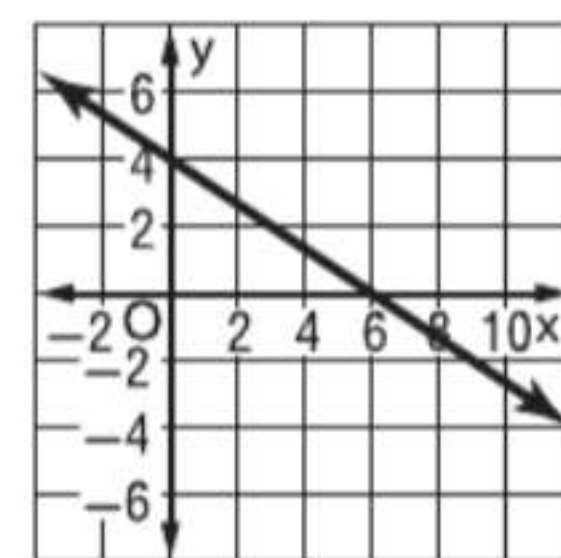


- A $\angle 1 \cong \angle 3$ C $\angle 2 \cong \angle 5$
B $\angle 4 \cong \angle 7$ D $\angle 8 \cong \angle 2$

2. في المتحف، تبلغ تكلفة دخول كل طفل 5.75 AED وكل شخص بالغ 8.25 AED. فكم تبلغ تكلفة دخول أسرة تتألف من فردين بالغين و 4 أطفال؟

- A AED 34.50 C AED 44.50
B AED 39.50 D AED 49.50

3. ما ميل المستقيم؟



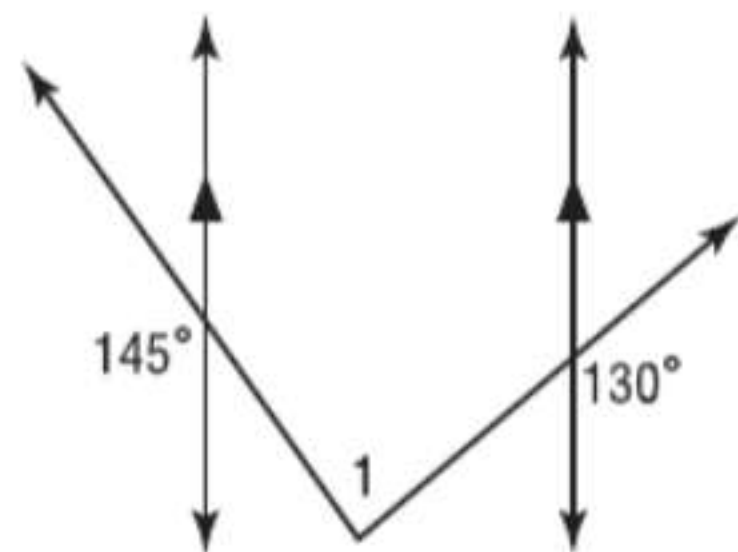
- A $-\frac{2}{3}$ C $-\frac{2}{5}$
B $-\frac{1}{2}$ D $-\frac{1}{6}$

4. المستقيم k يمر بالنقطتين $(4, 1)$ و $(-5, -5)$. جـد المسافة بين المستقيم k والنقطة $F(-4, 0)$.
F 3.3 وحدات H 4.0 وحدات
G 3.6 وحدات J 4.2 وحدات

5. ما التمثيل البياني لأي من المعادلات المستقيم المار بالنقطتين $(-1, -3)$ و $(-2, 3)$ ؟

- F $y = -6x - 9$
G $y = -\frac{1}{4}x + 3$
H $y = 4x - 5$
J $y = \frac{2}{3}x + 1$

6. ما قيمة $m\angle 1$ في الشكل أدناه؟



- F 85 H 95
G 90 J 100

7. يدخر راشد المال لشراء جهاز إستيريو سيارة. وقد ادخر مبلغ 45 AED، ويمكنه ادخار مبلغ 15 AED كل أسبوع. فإذا كان جهاز الإستيريو الذي يريده بسعر 210 AED، فكم أسبوعاً سيستغرق راشد لشراء جهاز الإستيريو؟

- A 10 C 12
B 11 D 13

نصيحة عند حل الاختبار

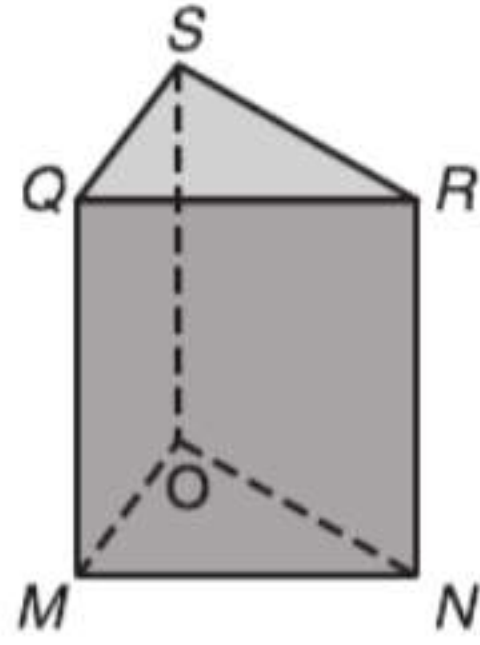
السؤال 6 ارسم رسماً تخطيطياً يمكنك الاستعانة به في حل المسائل. ارسم مستقيماً موازياً ثالثاً يمر برأس الزاوية 1. ثم استخدم خصائص المستقيمتين المتوازيين والقواطع لحل المسألة.

11. اكتب تعبيرًا يصف المساحة بالبوصات المربعة لمثلث ارتفاعه $4c^3d^2$ وقاعدته $3cd^4$.

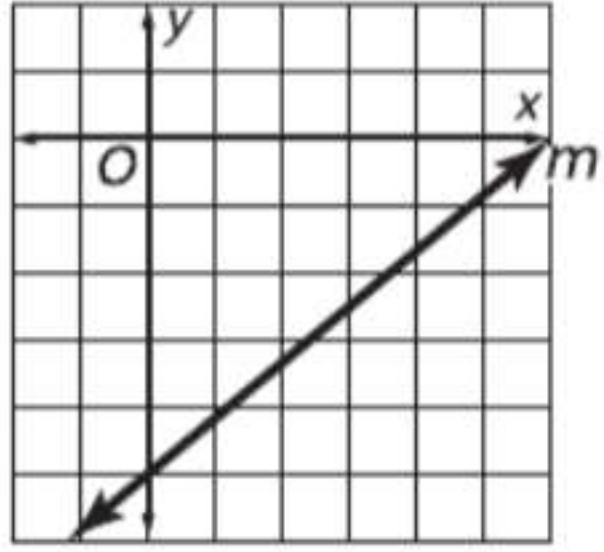
الإجابة الموسعة

دون إجاباتك على ورقة. اكتب الحل هنا.

12. ارجع إلى الشكل لتحديد كل مما يلي.



- a. كل القطع المستقيمة المتوازية مع \overline{MQ}
b. كل المستويات المتقاطعة مع المستوى SRN
c. قطعة مستقيمة متخالفة مع \overline{ON}



13. استخدم هذا التمثيل البياني للإجابة عن كل سؤال.

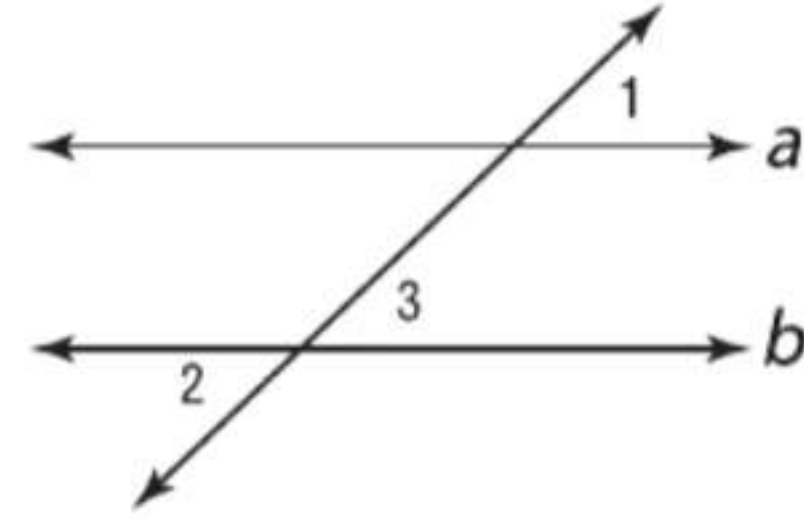
- a. ما معادلة المستقيم m ?
b. ما ميل المستقيم الموازي للمستقيم m ?
c. ما ميل المستقيم العمودي على المستقيم m ?

الإجابة المختصرة/الإجابة الشبكية

اكتب إجاباتك في ورقة الإجابة التي قدمها إليك المعلم أو في ورقة أخرى.

8. إجابة شبكية بالنسبة لمستقيم معطى ونقطة ليست على هذا المستقيم. كم عدد المستقيمتين الموجودتين التي تمر بالنقطة وتتوازي مع المستقيم المعطى؟
9. إجابة شبكية جـد ميل المستقيم المار بالنقطتين (3, 4) و(-2, -5).
10. أكمل البرهان.

المعطيات: $\angle 1 \cong \angle 2$
المطلوب: $a \parallel b$



البرهان:

المبررات	العبارات
1. معطى	1. $\angle 1 \cong \angle 2$
2. ؟	2. $\angle 2 \cong \angle 3$
3. خاصية التعدي	3. $\angle 1 \cong \angle 3$
4. إذا كانت الزوايا المتناظرة متطابقة، فإن المستقيمين متوازيين.	4. $a \parallel b$

المثلثات المتطابقة



السابق

تعرفت على القطع والزوايا واكتشفت العلاقات بين قياساتها.

الحالي

- بعد دراستك لهذه الوحدة ستكون قادرًا على:
 - تطبيق علاقات خاصة بين الزوايا الداخلية والخارجية للمثلثات.
 - تحديد الأجزاء المقابلة للمثلثات المتطابقة وإثبات تطابق المثلثات.
 - التعرف على الخواص الخاصة للمثلثات متساوية الساقين والمثلثات متساوية الأضلاع

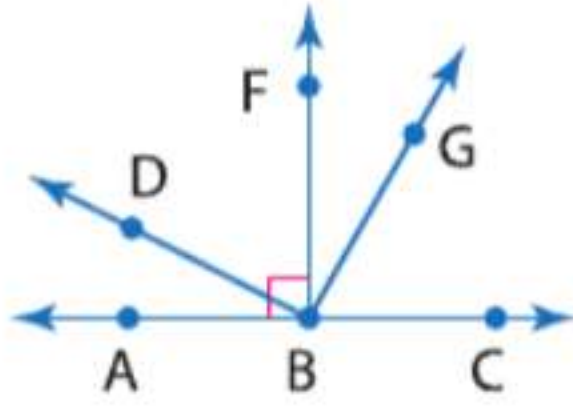
لماذا؟ ▲

● اللياقة تستخدم المثلثات لإضافة قوة إلى الكثير من التركيبات، بما في ذلك معدات اللياقة مثل هياكل الدراجات.

الاستعداد للوحدة

مراجعة سريعة

مثال 1



ضع تصنيفاً لكل زاوية باعتبارها مستقيمة، أو حادة، أو منفرجة.

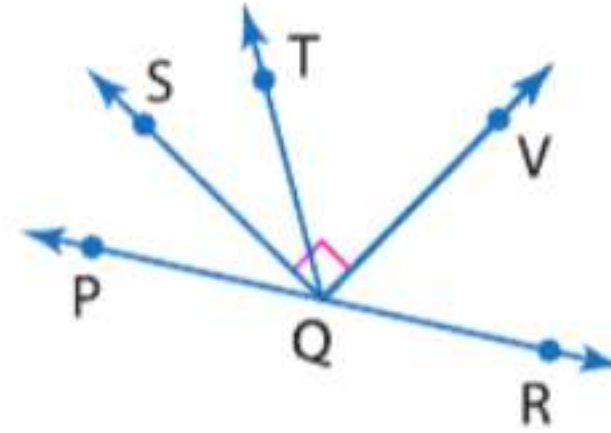
a. $m\angle ABG$

تقع النقطة G في الزاوية $\angle ABG$ على الزاوية القائمة $\angle ABF$ من الخارج؛ ولذلك فإن $\angle ABG$ هي زاوية منفرجة.

b. $m\angle DBA$

تقع النقطة D في الزاوية $\angle DBA$ على الزاوية القائمة $\angle FBA$ من الداخل؛ ولذلك فإن $\angle DBA$ هي زاوية حادة.

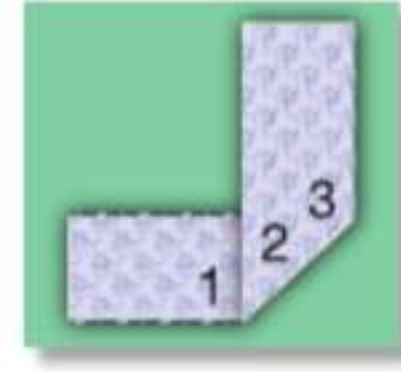
تدريب سريع



ضع تصنيفاً لكل زاوية باعتبارها قائمة، أو حادة، أو منفرجة.

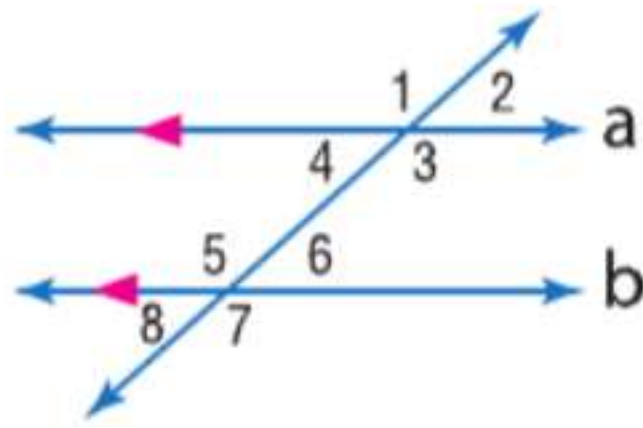
1. $m\angle VQS$ 2. $m\angle TQV$ 3. $m\angle PQV$

4. **أوريفامي** يتضمن فن طي الأوريفامي طي قطعة ورقية بحيث



تشكل الحافة السفلية للقطعة زاوية قائمة مع نفسها. ضع تصنيفاً لكل زاوية باعتبارها قائمة أو حادة أو منفرجة.

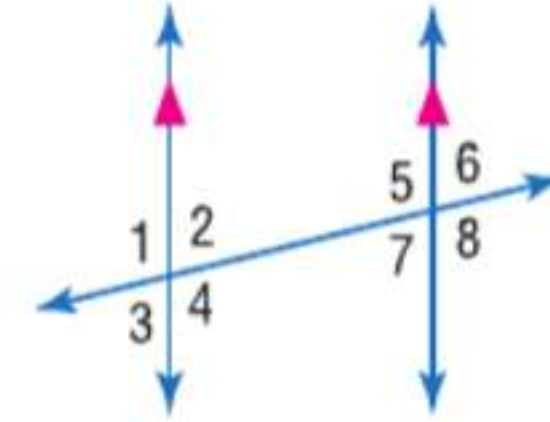
مثال 2



في الشكل، $m\angle 4 = 42$.
جد $m\angle 7$.

$\angle 1$ و $\angle 7$ زاويتان داخليتان متبادلتان، إذا هما متطابقتان. $\angle 1$ و $\angle 4$ زوج خطي، إذا هما متكاملتان. إذا، $\angle 7$ تكمل $\angle 1$. قياس $\angle 7$ هو $42 - 180$ أو 138 .

الجبر استخدم الشكل لإيجاد المتغير المتغيرات المشار إليه. اشرح تبريرك.



5. جد قيمة x إذا كانت $m\angle 3 = x - 12$ و $m\angle 6 = 72$.

6. إذا كانت $m\angle 4 = 2y + 32$ و $m\angle 5 = 3y - 3$ ، فجد قيمة y .

مثال 3

جد المسافة بين $J(5, 2)$ و $K(11, -7)$.

$$\begin{aligned} JK &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} && \text{صيغة المسافة} \\ &= \sqrt{(11 - 5)^2 + [(-7) - 2]^2} && \text{عوّض.} \\ &= \sqrt{6^2 + (-9)^2} && \text{اطرح.} \\ &= \sqrt{36 + 81} = \sqrt{117} && \text{بسط.} \end{aligned}$$

جد المسافة بين كل زوجين من النقاط.

7. $F(3, 6), G(7, -4)$

8. $X(-2, 5), Y(1, 11)$

9. $R(8, 0), S(-9, 6)$

10. $A(14, -3), B(9, -9)$

11. **الخرائط** وضعت إيمان شبكة إحداثية على خريطة إمارة بحيث تمثل كل وحدة 10 km. إذا علمت أن مدينتها تقع عند $(-8, -12)$ وعاصمة الإمارة تقع عند $(0, 0)$. فجد المسافة من مدينتها لعاصمة الإمارة مع التقريب لأقرب جزء من عشرة من الكيلومتر.

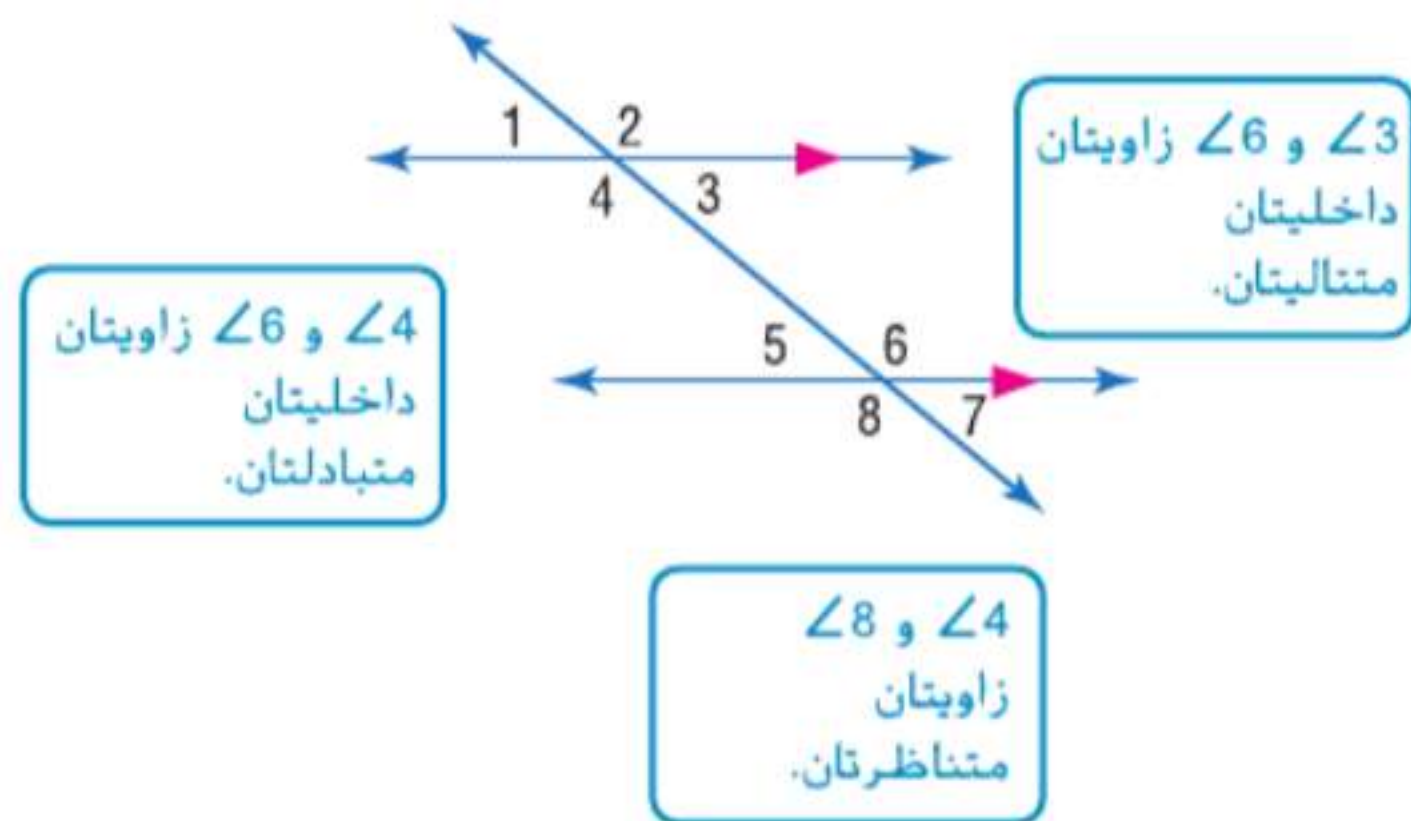
البدء في هذه الوحدة

سوف تتعلم عدة مفاهيم ومهارات ومفردات جديدة أثناء دراستك للوحدة 14. ولكي تستعد، حدّد المفردات المهمّة ونظم مواردك.

المفردات الجديدة

equiangular triangle	مثلث متساوي الزوايا
equilateral triangle	مثلث متساوي الأضلاع
isosceles triangle	مثلث متساوي الساقين
scalene triangle	مثلث مختلف الأضلاع
auxiliary line	خط مساعد
congruent	تطابق
congruent polygons	مضلعات متطابقة
corresponding parts	أجزاء متناظرة
included angle	زاوية محصورة
included side	ضلع محصور
base angle	زاوية قاعدية
transformation	التحويل
preimage	الصورة الأصلية
image	الصورة
reflection	الانعكاس
translation	إزاحة
rotation	الدوران

مراجعة المفردات



المطويات منظم الدراسة

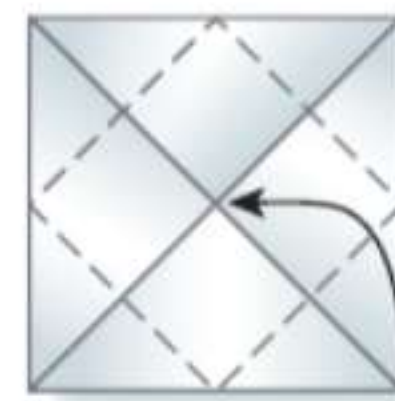
المثلثات المتطابقة شكل المطوية التالية لمساعدتك في تنظيم ملاحظات الوحدة 14 عن المثلثات المتطابقة. وابدأ بورقة قياسها $21 \text{ cm} \times 27.5 \text{ cm}$.



1 **قم** بطيها على شكل مثلث قاعدته مربعة. ثم اقطع قطعة الورق الزائدة التي تكونت من المربع.



2 **افتح** الطي وأعد طيه في الاتجاه المقابل لتشكيل مثلث آخر ونمط الطي X.



3 **افتح** الأركان وقم بطيها نحو النقطة المركزية في الشكل X لتشكيل مربع صغير.



4 **اكتب** على الأظرف كما هو موضح.

تصنيف المثلثات

السابق ..

الحالي ..

لماذا؟ ..

● لقد قست الزوايا وصنفتها.

1 ● تحديد المثلثات وتصنيفها حسب قياس الزوايا.

2 تحديد المثلثات وتصنيفها حسب قياس الأضلاع.

● تم تصميم أبراج البث اللاسلكي لتدعم الهوائيات لبث إشارات المذياع أو التلفاز. يكشف هيكل البرج المعروف عن نمط للدعامات المثلثة.

المفردات الجديدة

مثلث حاد

acute triangle

مثلث متساوي الزوايا

equiangular triangle

مثلث منفرج الزاوية

obtuse triangle

مثلث قائم الزاوية

right triangle

مثلث متساوي الأضلاع

equilateral triangle

مثلث متساوي الساقين

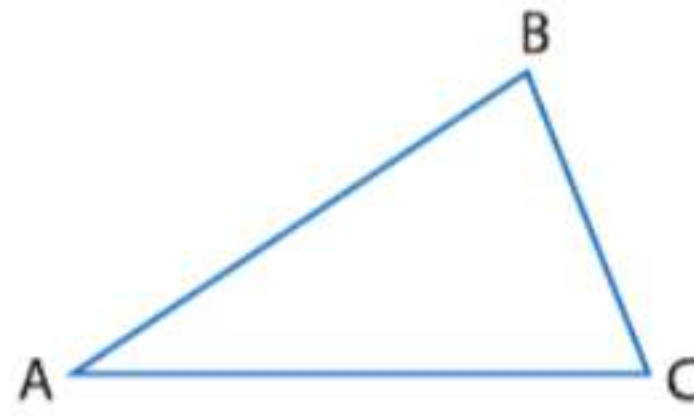
isosceles triangle

مثلث مختلف الأضلاع

scalene triangle

تصميم إنشاءات هندسية للأشكال باستخدام مختلف الأدوات والطرق (الفرجار والمسطرة والخيط والأدوات العاكسة والورق القابل للطي وبرنامج هندسي ديناميكي، وما إلى ذلك).

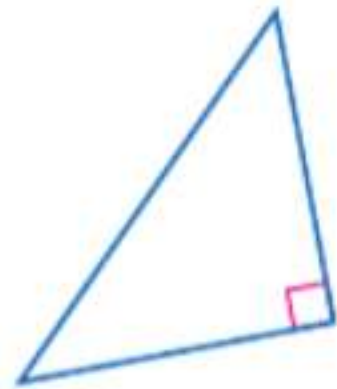
التفكير بطريقة تجريدية وكمية. مراعاة الدقة.

1 تصنيف المثلثات حسب الزوايا تذكر أن المثلث شكل ثلاثي الأضلاع المثلث ABC . يكتب $\triangle ABC$. له أجزاء مسماة باستخدام الأحرف A و B و C .أضلاع $\triangle ABC$ هي \overline{AB} و \overline{BC} و \overline{CA} .الرؤوس هي النقاط A و B و C .الزوايا هي $\angle BAC$ أو $\angle A$ و $\angle ABC$ أو $\angle B$ و $\angle BCA$ أو $\angle C$.

يمكن تصنيف المثلثات بطريقتين - حسب زواياها أو حسب أضلاعها. تحتوي كل المثلثات على زاويتين حادتين على الأقل، لكن الزاوية الثالثة تستخدم في تصنيف المثلث.

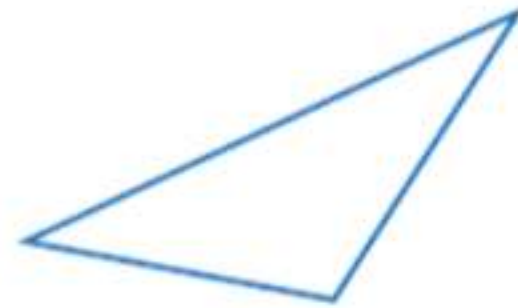
المفهوم الأساسي تصنيفات المثلثات حسب الزوايا

مثلث قائم الزاوية



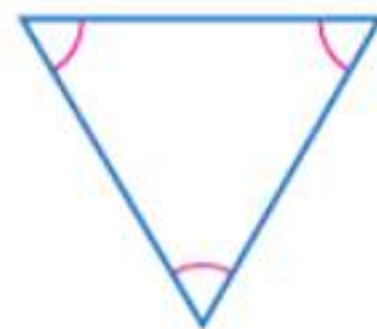
1 زاوية قائمة

مثلث منفرج الزاوية



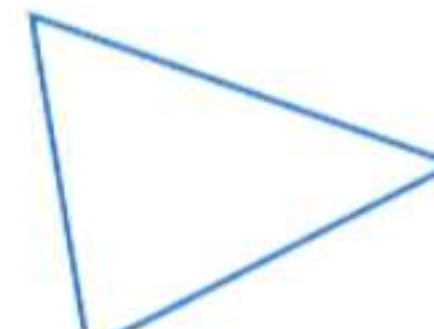
1 زاوية منفرجة

مثلث متساوي الزوايا



3 زوايا حادة متطابقة

مثلث حاد



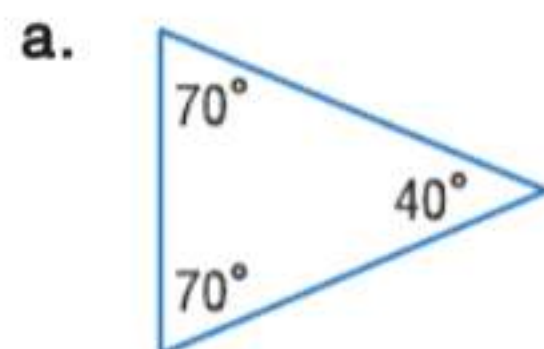
3 زوايا حادة

المثلث متساوي الزوايا هو نوع خاص من المثلث حاد الزاوية.

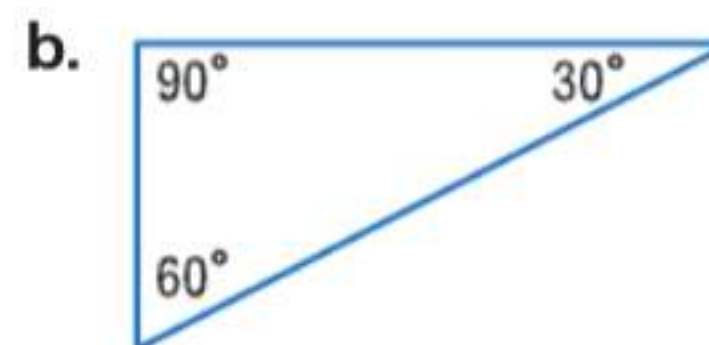
عند تصنيف المثلثات، كن دقيقاً قدر الإمكان. فبينما المثلث الذي يضم ثلاث زوايا حادة متطابقة يعتبر مثلثاً حاد الزاوية، من الأدق تصنيفه على أنه مثلث متساوي الزوايا.

مثال 1 تصنيف المثلثات حسب الزوايا

ضع تصنيفاً لكل مثلث باعتباره حاد الزاوية أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية.



يحتوي المثلث على ثلاث زوايا حادة غير متساوية.

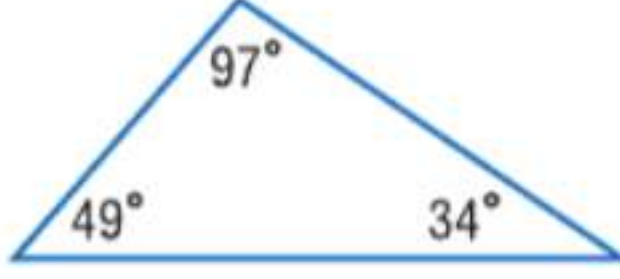


يبلغ قياس إحدى زوايا المثلث 90. ولذلك فهي زاوية قائمة. بما أن المثلث يحتوي على زاوية قائمة، فهو مثلث قائم الزاوية.

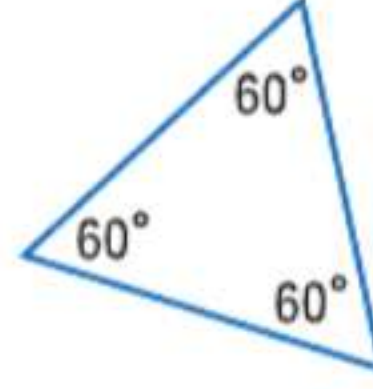
تمرين موجّه

ضع تصنيفاً لكل مثلث باعتباره حاد الزاوية أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية.

1A.



1B.



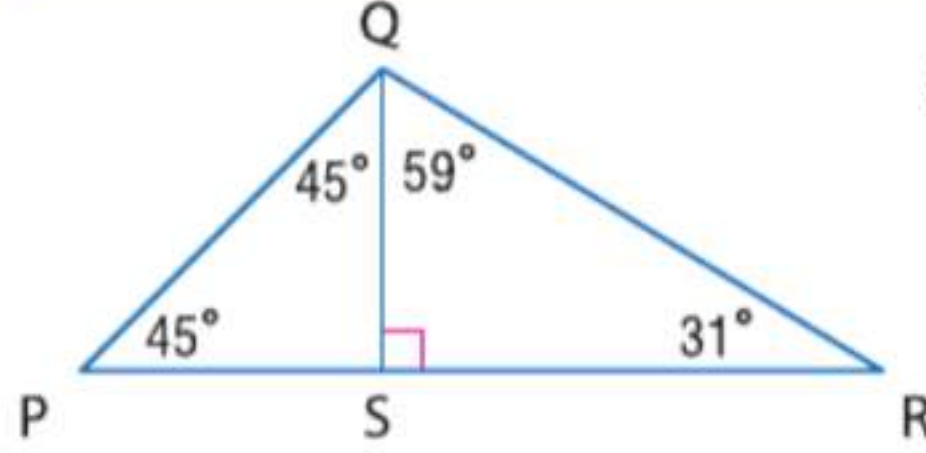
مراجعة المفردات

الزاوية الحادة زاوية بقياس درجة أقل من 90

الزاوية القائمة زاوية بقياس درجة يبلغ 90

الزاوية المنفرجة زاوية بقياس درجة أكبر من 90

مثال 2 تصنيف المثلثات حسب الزوايا داخل الأشكال



ضع تصنيفاً للمثلث $\triangle PQR$ باعتباره حاد الزاوية أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية. اشرح تبريرك.

النقطة S تقع في الزاوية الداخلية لـ $\angle PQR$. إذا حسب مسّمة جمع الزوايا، $m\angle PQR = m\angle PQS + m\angle SQR$. بالتعويض، $m\angle PQR = 45 + 59 = 104$.

بما أن $\triangle PQR$ يحتوي على زاوية منفرجة، فهو مثلث منفرج.

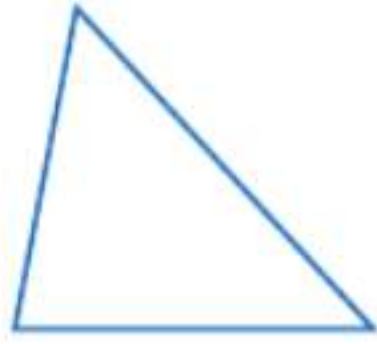
تمرين موجّه

2. استخدم الرسم التخطيطي لتصنيف $\triangle PQS$ باعتباره حاد الزاوية، أو متساوي الزوايا، أو منفرج الزاوية، أو قائم الزاوية. اشرح تبريرك.

2 تصنيف المثلثات حسب الأضلاع يمكن أيضاً تصنيف المثلثات وفقاً لعدد الأضلاع المتطابقة فيها. لتوضيح أن أضلاع المثلث متطابقة، يتم رسم عدد متساوٍ من علامات التجزئة على الأضلاع المتناظرة.

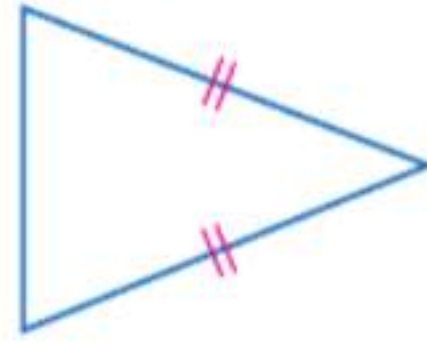
المفهوم الأساسي تصنيفات المثلثات حسب الأضلاع

مثلث مختلف الأضلاع



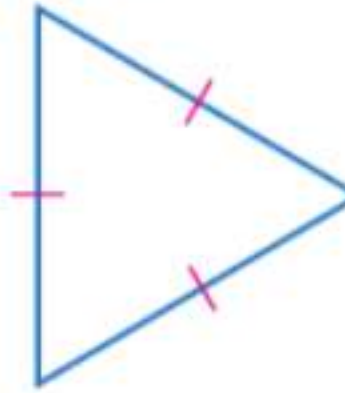
لا توجد أضلاع متطابقة

مثلث متساوي الساقين



ضلعان متطابقان على الأقل

مثلث متساوي الأضلاع



الأضلاع الثلاثة متطابقة

المثلث متساوي الأضلاع نوع خاص من المثلث متساوي الساقين.

مثال 3 من الحياة اليومية تصنيف المثلثات حسب الأضلاع



الموسيقى ضع تصنيفاً لصندوق أصوات العزف الروسي أدناه باعتباره متساوي الأضلاع أو متساوي الساقين أو مختلف الأضلاع.

ضلعان لهما القياس نفسه وهو 40 cm. إذا، المثلث له ضلعان متطابقان. المثلث متساوي الساقين.

تمرين موجّه

3. سلامة القيادة ضع تصنيفاً للزر في الصورة على اليمين حسب أضلاعه.

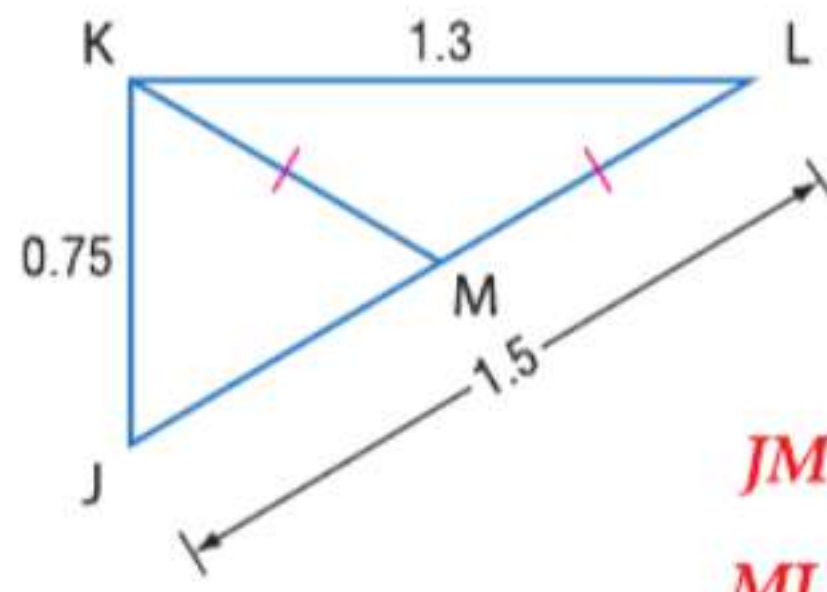


الربط بالحياة اليومية

في الكثير من السيارات، تعمل مصابيح الخطر بالضغط على زر صغير يوجد بالقرب من عمود القيادة. يتخذ المفتاح في العادة شكلاً مألوفاً يشبه المثلث متساوي الأضلاع.

المصدر: جنرال موتورز

مثال 4 تصنيف المثلثات حسب الأضلاع داخل الأشكال



إذا كانت النقطة M هي نقطة المنتصف في \overline{JL} ، فضع تصنيفاً للمثلث $\triangle JKM$ باعتباره متساوي الأضلاع، أو متساوي الساقين، أو مختلف الأضلاع. اشرح تبريرك. حسب تعريف نقطة المنتصف، $JM = ML$.

$$JM + ML = JL \quad \text{مُسَلِّمة جمع القطع المستقيمة}$$

$$ML + ML = 1.5 \quad \text{تعويض}$$

$$2ML = 1.5 \quad \text{بسط.}$$

$$ML = 0.75 \quad \text{اقسم الطرفين على 2.}$$

$$JM = ML \text{ أو } 0.75. \text{ بما أن } KM = ML \text{ و } \overline{KM} \cong \overline{ML} \text{ أو } 0.75.$$

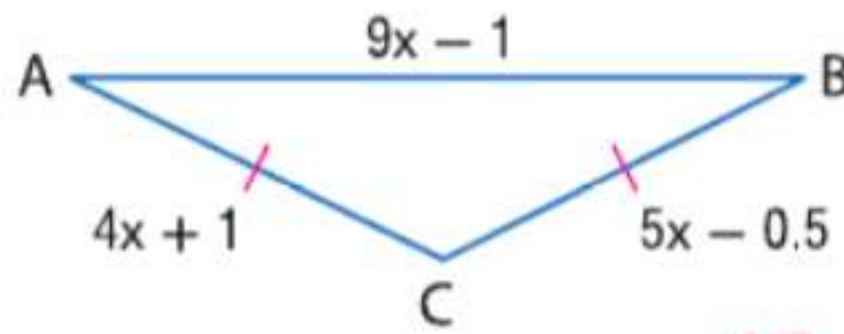
بما أن $KJ = JM = KM = 0.75$ يضم المثلث ثلاثة أضلاع بالقياس نفسه. ولهذا، يضم المثلث ثلاثة أضلاع متطابقة، ولهذا فهو متساوي الأضلاع.

تمرين موجّه

4. صنف $\triangle KML$ باعتباره متساوي الأضلاع، أو متساوي الساقين، أو مختلف الأضلاع. اشرح تبريرك.

يمكنك أيضاً استخدام خواص المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع لإيجاد القيم المفقودة.

مثال 5 إيجاد القيم المفقودة



الجبر جـد قياسات أضلاع المثلث متساوي الساقين ABC

الخطوة 1 جـد قيمة x .

$$AC = CB \quad \text{معطى}$$

$$4x + 1 = 5x - 0.5 \quad \text{التعويض}$$

$$1 = x - 0.5 \quad \text{اطرح } 4x \text{ من كل ضلع.}$$

$$1.5 = x \quad \text{بجمع } 0.5 \text{ إلى كل طرف.}$$

الخطوة 2 قم بالتعويض لإيجاد طول كل ضلع.

$$AC = 4x + 1 \quad \text{معطى}$$

$$= 4(1.5) + 1 = 7 \quad x = 1.5$$

$$CB = AC \quad \text{معطى}$$

$$= 7 \quad AC = 7$$

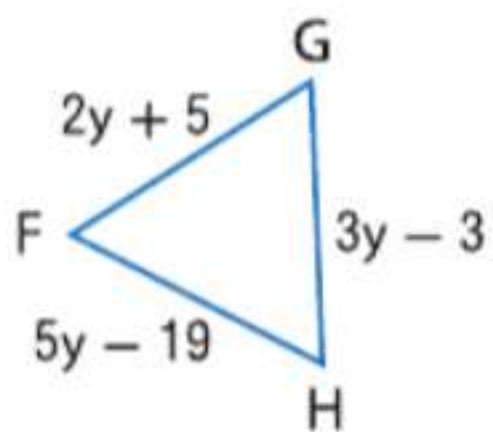
$$AB = 9x - 1 \quad \text{معطى}$$

$$= 9(1.5) - 1 \quad x = 1.5$$

$$= 12.5 \quad \text{بسط.}$$

تمرين موجّه

5. جـد قياس أضلاع المثلث متساوي الأضلاع FGH .

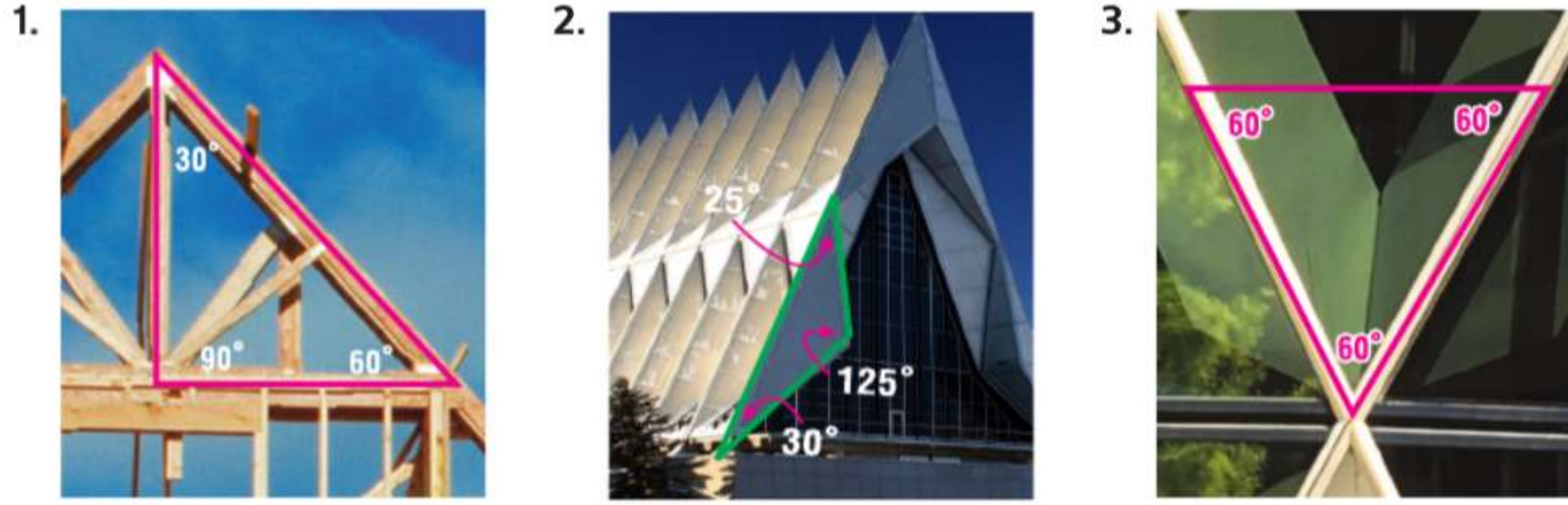


نصيحة دراسية

المثابرة في المثال 5، للتحقق من إجابتك، قم بإجراء اختبار لترى ما إذا كان $CB = AC$ عند وضع 1.5 مكان x في التعبير $CB = 5x - 0.5$. $CB = 5x - 0.5 = 5(1.5) - 0.5 = 7$ ✓

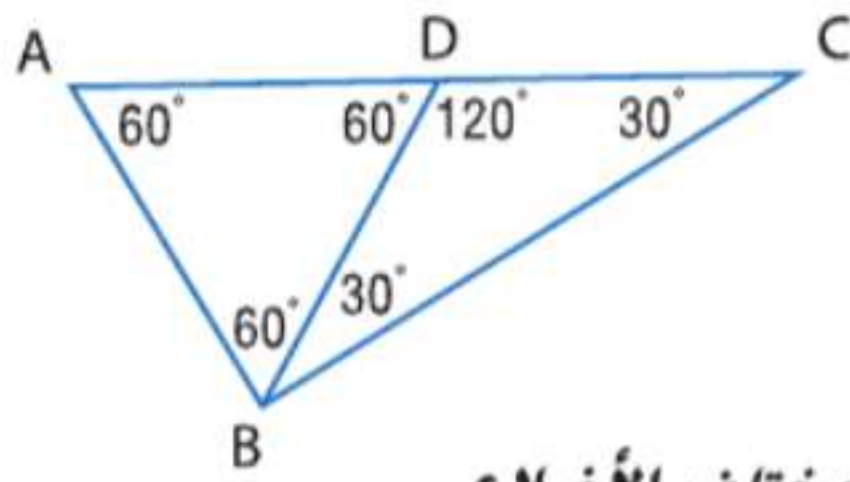
الهندسة المعمارية ضع تصنيفاً لكل مثلث باعتباره حاد الزاوية أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية.

مثال 1



ضع تصنيفاً لكل مثلث باعتباره حاد الزاوية، أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية. اشرح تبريرك.

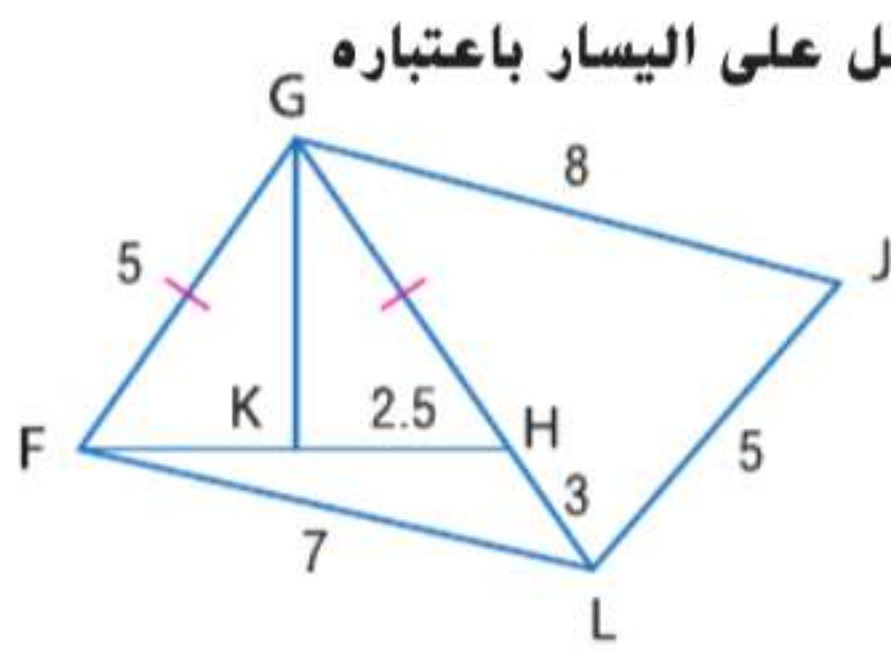
مثال 2



- 4. $\triangle ABD$
- 5. $\triangle BDC$
- 6. $\triangle ABC$

الدقة ضع تصنيفاً لكل مثلث باعتباره متساوي الأضلاع، أو متساوي الساقين، أو مختلف الأضلاع.

مثال 3



إذا كانت النقطة K هي نقطة المنتصف في \overline{FH} ، فضع تصنيفاً لكل مثلث في الشكل على اليسار باعتباره متساوي الأضلاع، أو متساوي الساقين، أو مختلف الأضلاع.

مثال 4

- 9. $\triangle FGH$
- 10. $\triangle GJL$
- 11. $\triangle FHL$

الجبر جد قيمة x المجهولة في قياس الأضلاع لكل مثلث.

مثال 5

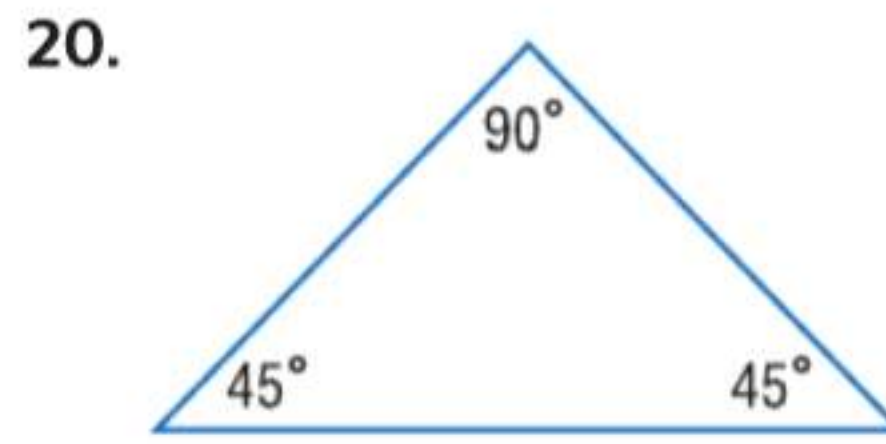
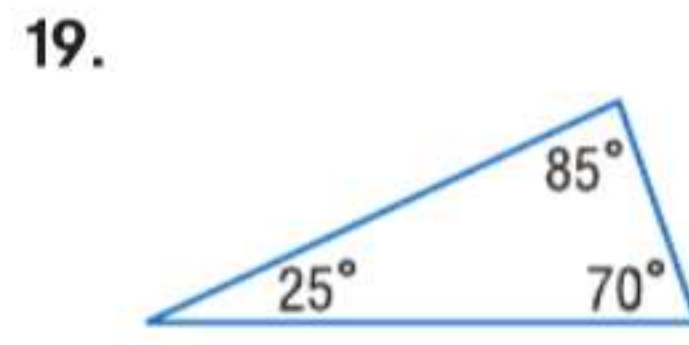
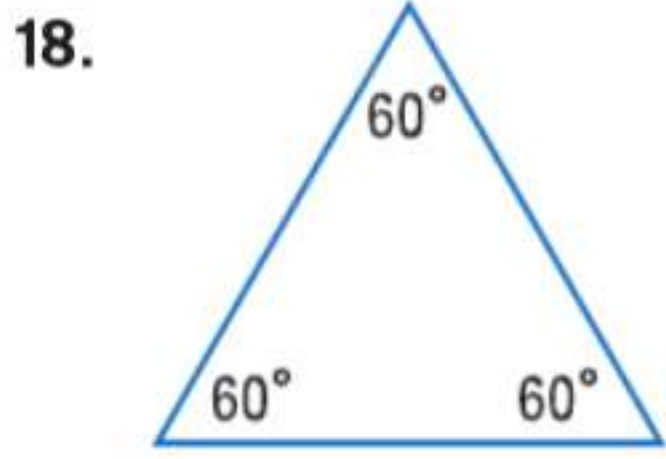
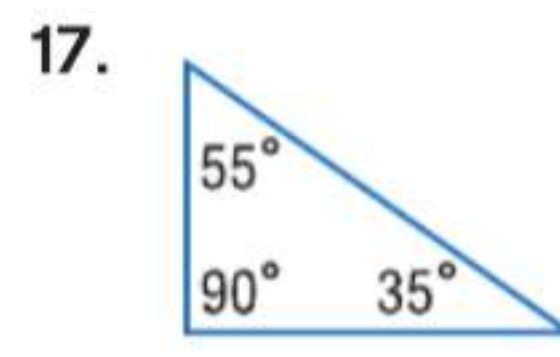
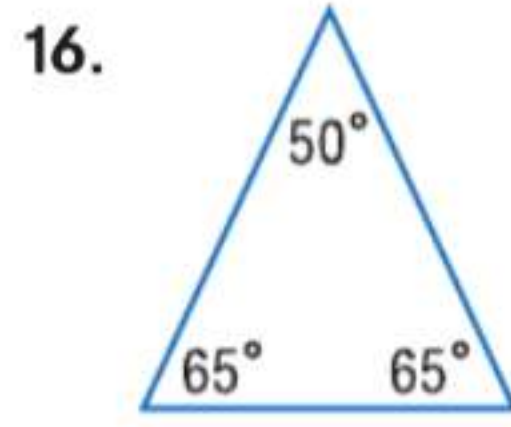
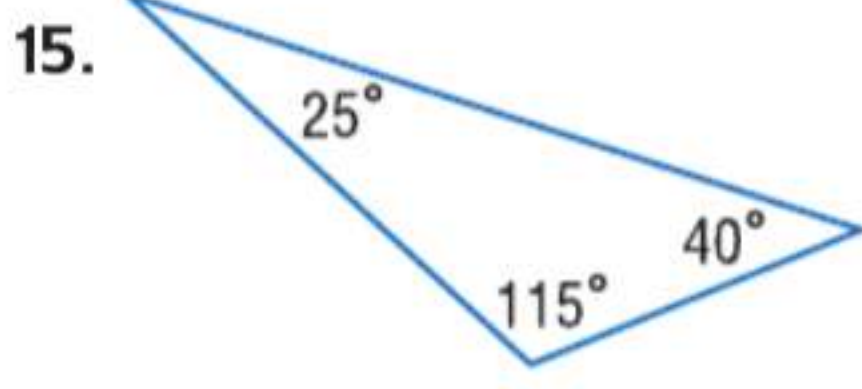


14. مجوهرات افترض أنك تطوي سلكاً من الصلب الذي لا يصدأ لعمل القرط المعروف. الجزء المثلث من القرط عبارة عن مثلث متساوي الساقين. إذا كان مطلوباً 1.5 cm لعمل جزء تعليق القرط، فكم عدد الأفراط التي يمكن عملها من 45 cm من السلك؟ اشرح تبريرك.



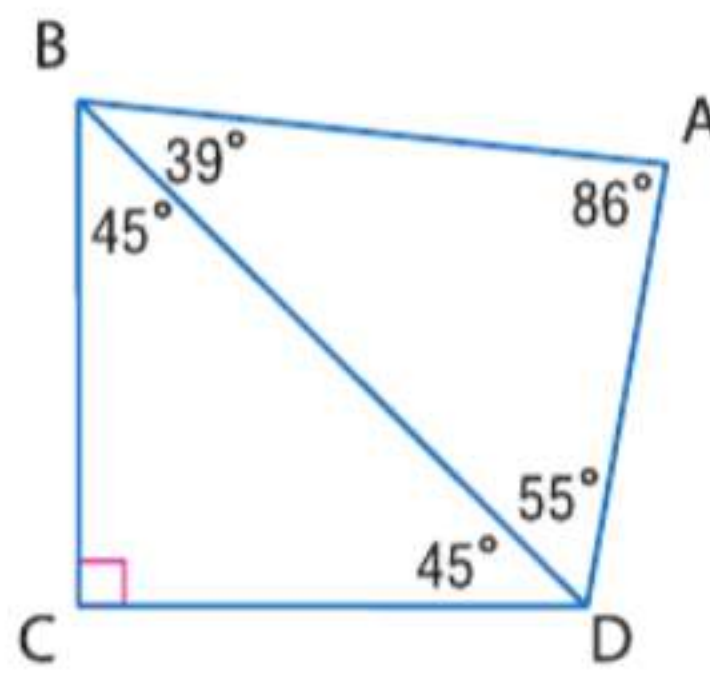
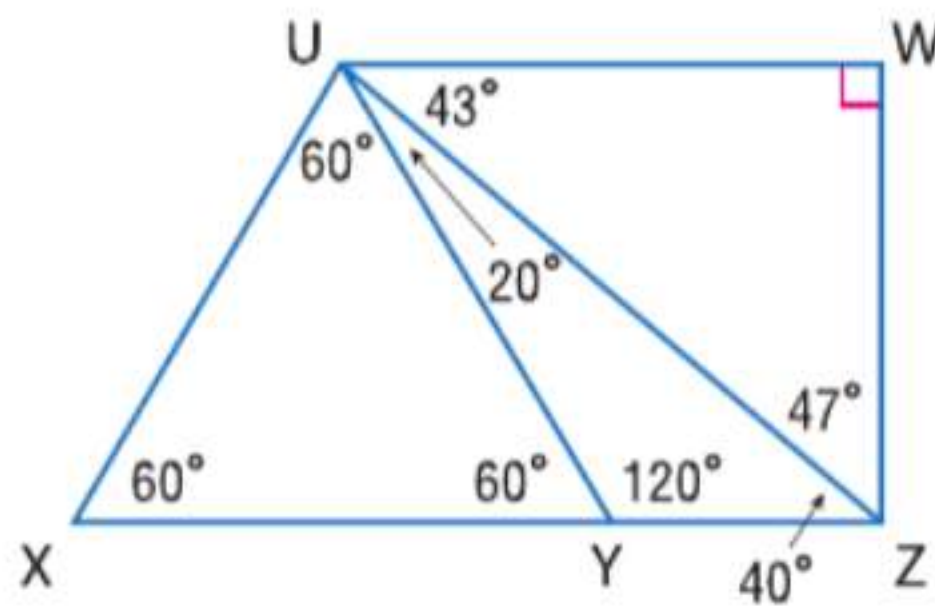
مثال 1

ضع تصنيفاً لكل مثلث باعتباره حاد الزاوية أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية.



الدقة ضع تصنيفاً لكل مثلث باعتباره حاد الزاوية أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية.

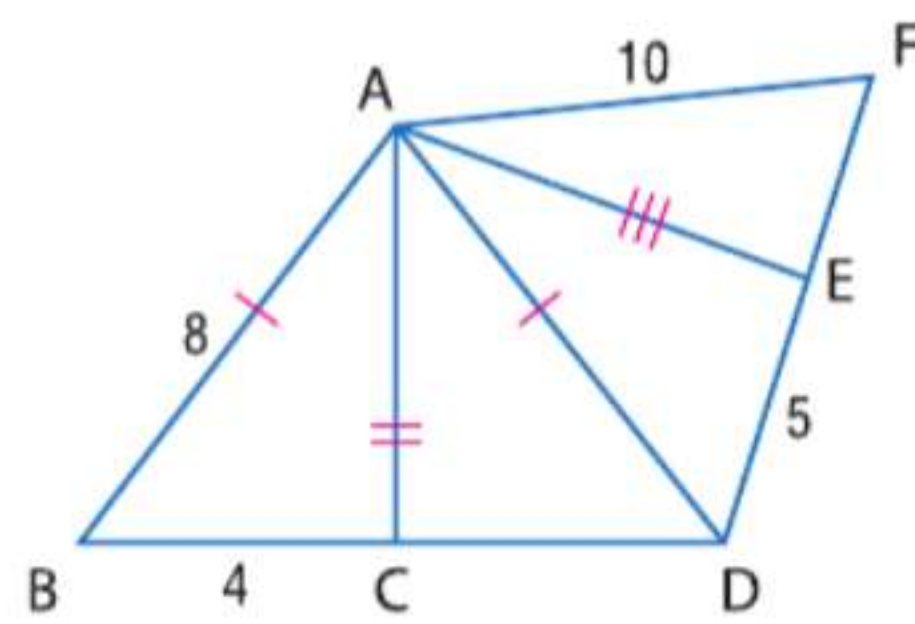
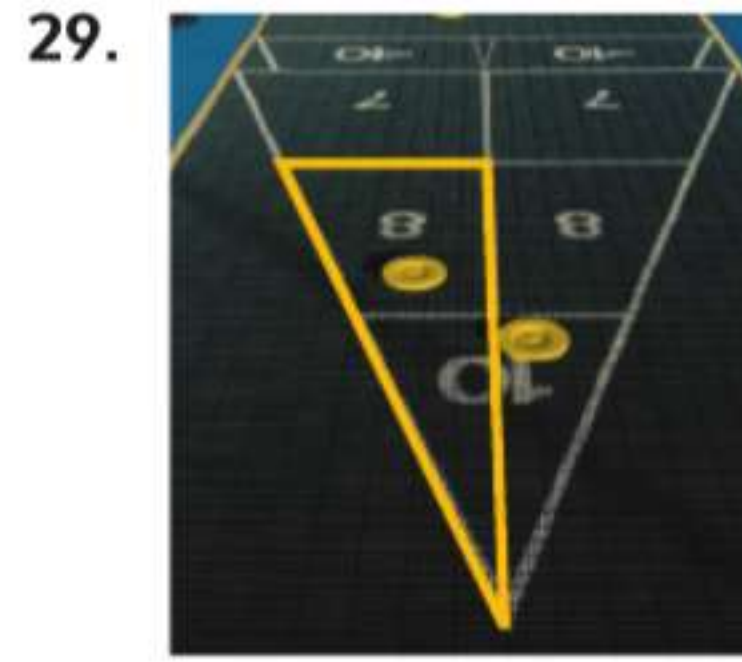
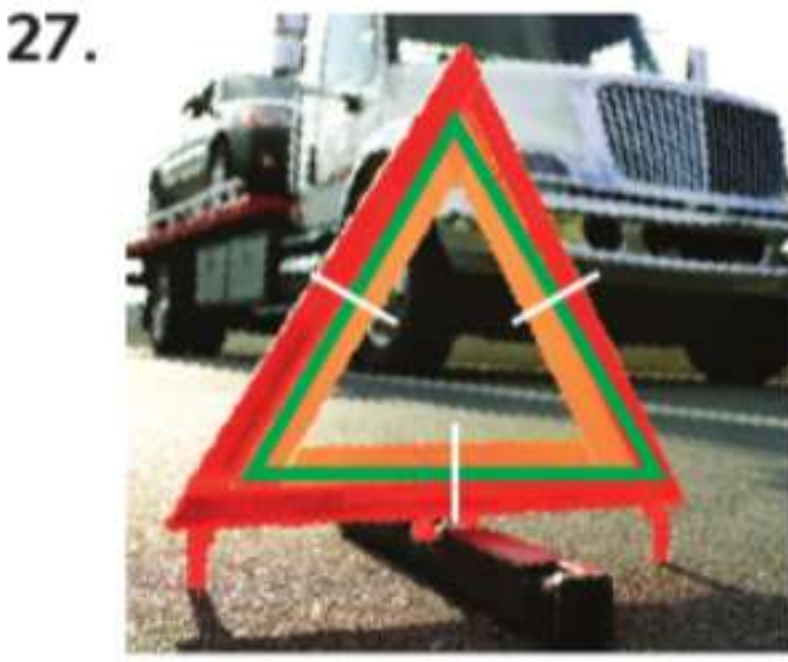
مثال 2



- .21 $\triangle UYZ$
 .22 $\triangle BCD$
 .23 $\triangle ADB$
 .24 $\triangle UXZ$
 .25 $\triangle UWZ$
 .26 $\triangle UXY$

ضع تصنيفاً لكل مثلث باعتباره متساوي الأضلاع، أو متساوي الساقين، أو مختلف الأضلاع.

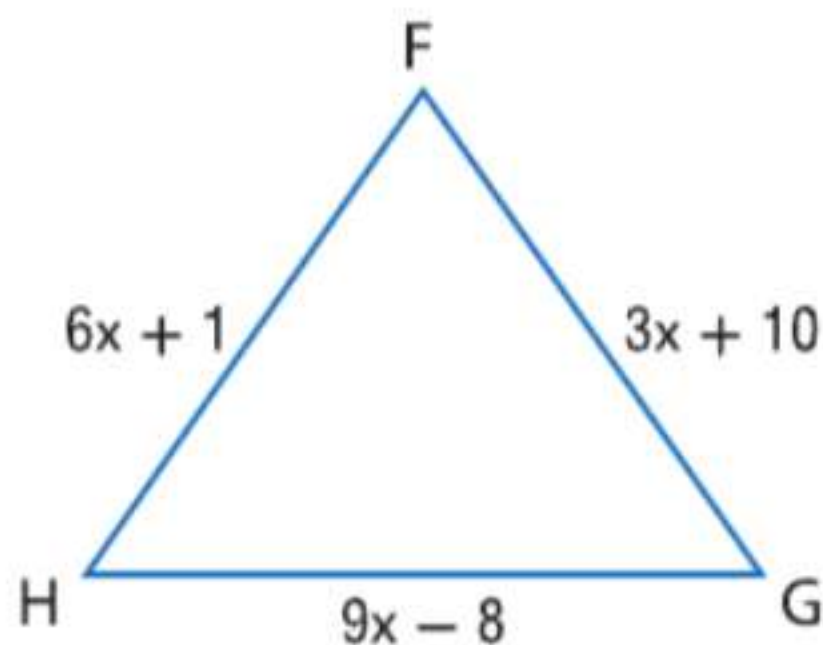
مثال 3



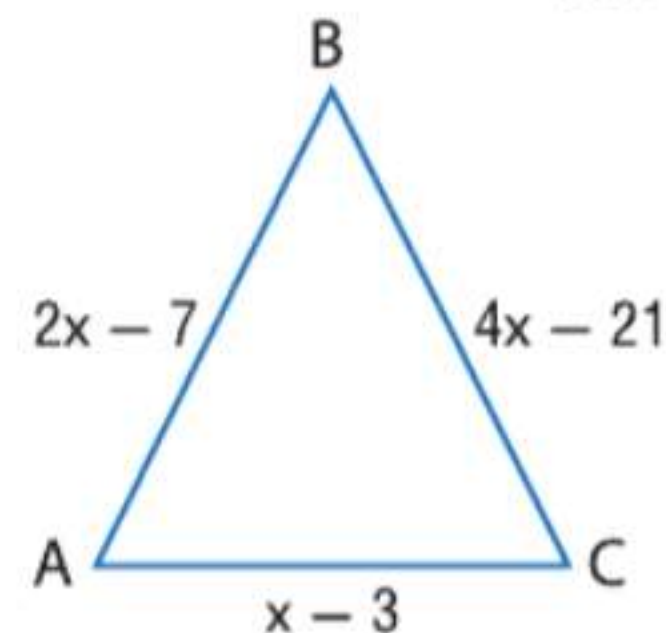
- إذا كانت النقطة C هي نقطة الوسط في \overline{BD} والنقطة E هي نقطة الوسط في \overline{DF} ، فضع تصنيفاً لكل مثلث باعتباره متساوي الأضلاع، أو متساوي الساقين، أو مختلف الأضلاع.
- .30 $\triangle ABC$
 .31 $\triangle AEF$
 .32 $\triangle ADF$
 .33 $\triangle ACD$
 .34 $\triangle AED$
 .35 $\triangle ABD$

مثال 4

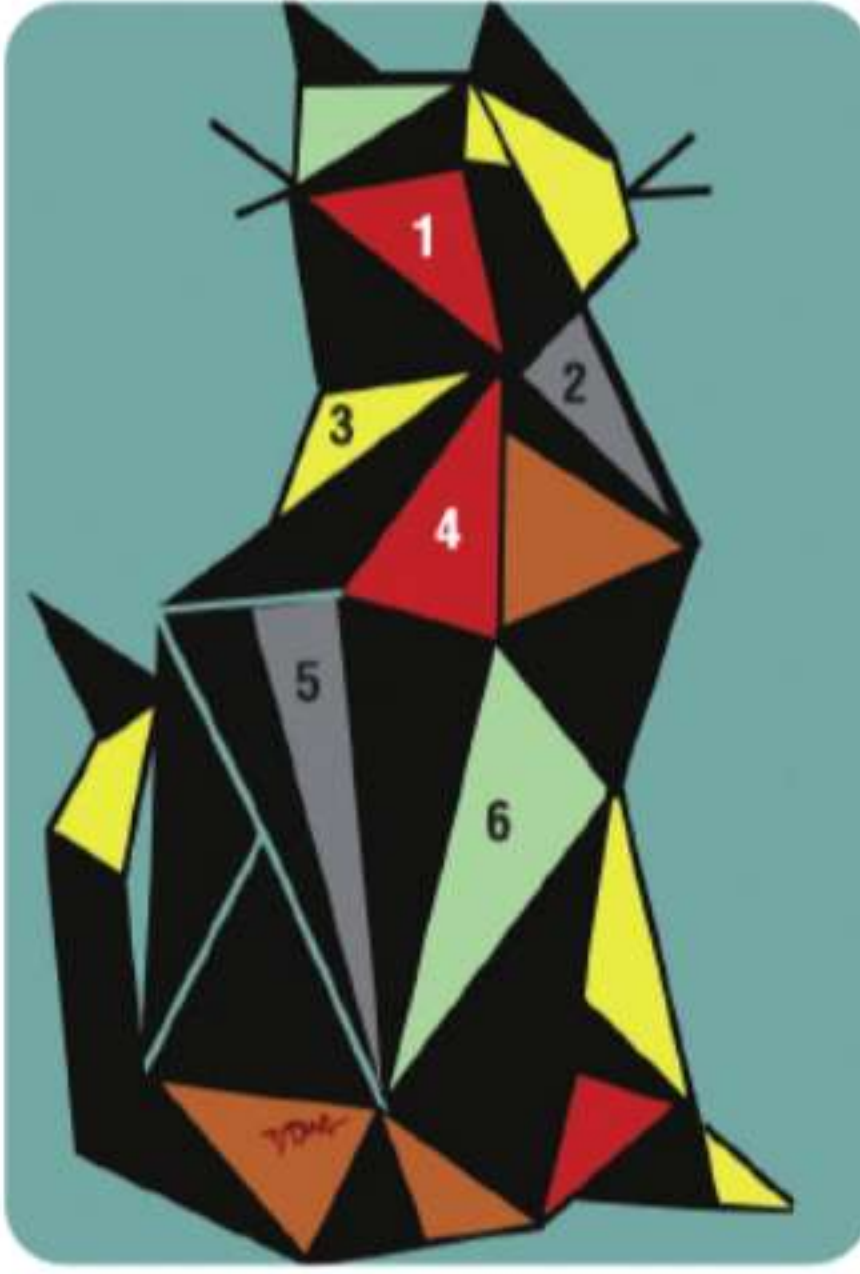
37 الجبر جد قيمة x وطول كل ضلع إذا كان $\triangle FGH$ متساوي الأضلاع.



36 الجبر جد قيمة x وطول كل ضلع إذا كان $\triangle ABC$ متساوي الساقين حيث $\overline{AB} \cong \overline{BC}$.



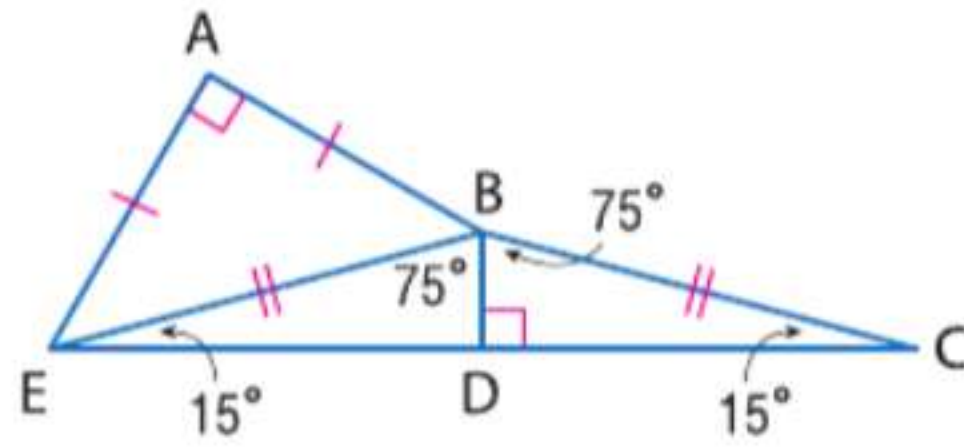
مثال 5



Kat, 2002, by Diana Ong, computer graphic

38. **فن الرسم** راجع الرسم المعروض. صتّف كل مثلث مرّمّم في شكل الطائرة الورقية *Kat* حسب زواياه وأضلاعه. استخدم ركن صفحة الدفتر لتصنيف قياس الزاوية واستخدم مسطرة لقياس الأضلاع.

39. **كليدوسكوب** بيني إبراهيم كليدوسكوبًا مختلف الألوان باستخدام أنبوب بلاستيكي وورق مقوى وقطع من الورق الملون وبلاطة عاكسة 30 cm^2 . سيتم تقطيع البلاطة المربعة إلى شرائح وترتيبها لتشكيل منشور مفتوح بقاعدة تشبه قاعدة مثلث متساوي الأضلاع. اصنع رسماً للمنشور مع تحديد أبعاده. اشرح تبريرك.



الدقة ضع تصنيفًا لكل مثلث في الشكل حسب زواياه وأضلاعه.

$\triangle ABE$.40

$\triangle EBC$.41

$\triangle BDC$.42

هندسة الإحداثيات جد قياس أضلاع $\triangle XYZ$ وضع تصنيفًا لكل مثلث حسب أضلاعه.

43. $X(-5, 9), Y(2, 1), Z(-8, 3)$

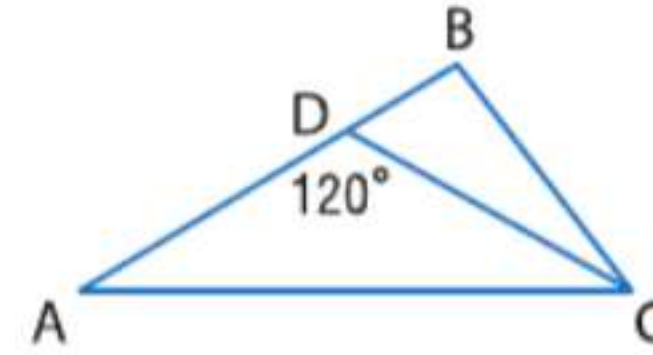
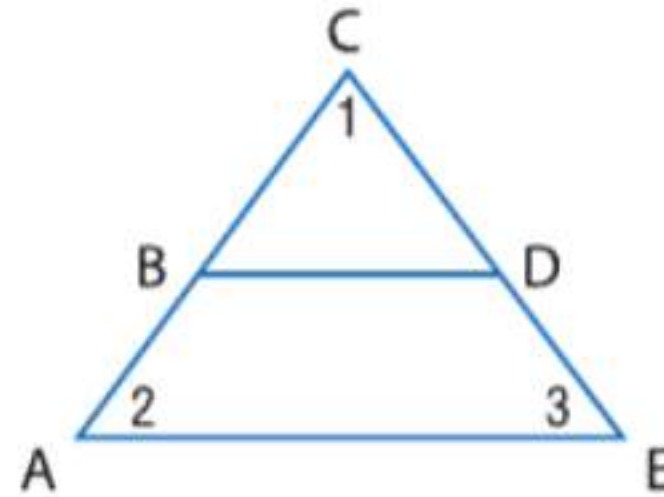
44. $X(7, 6), Y(5, 1), Z(9, 1)$

45. $X(3, -2), Y(1, -4), Z(3, -4)$

46. $X(-4, -2), Y(-3, 7), Z(4, -2)$

48. **البرهان** اكتب برهانًا من عمودين لإثبات أن BCD متساوي الزوايا إذا كان ACE متساوي الزوايا و $\overline{BD} \parallel \overline{AE}$.

47. **البرهان** اكتب برهانًا حُرًا لإثبات أن $\triangle DBC$ حاد الزاوية إذا كان $m\angle ADC = 120$ و $\triangle ABC$ حاد الزاوية



الجبر لكل مثلث، جد x وقياس كل ضلع.

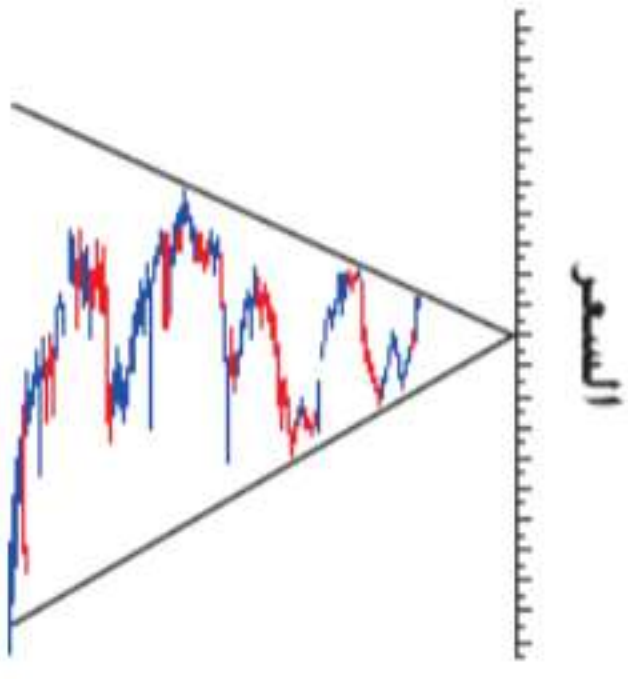
49. $\triangle FGH$ مثلث متساوي الأضلاع حيث $FG = 3x - 10$ و $GH = 2x + 5$ و $HF = x + 20$.

50. $\triangle JKL$ مثلث متساوي الساقين حيث $\overline{JK} \cong \overline{KL}$ و $JK = 4x - 1$ و $KL = 2x + 5$ و $LJ = 2x - 1$.

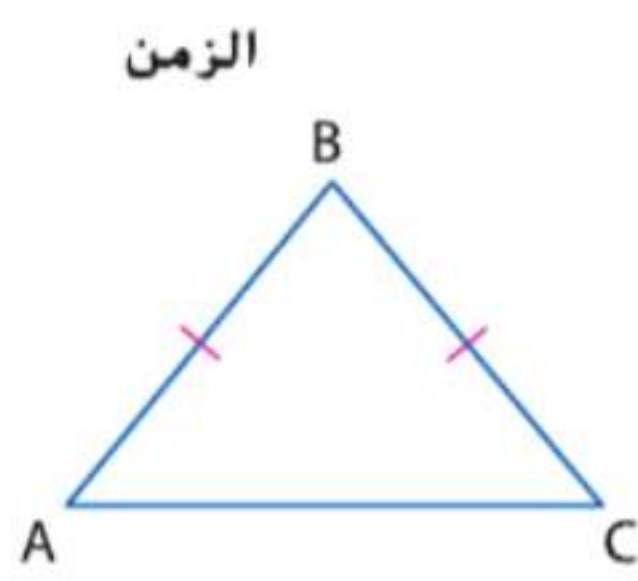
51. $\triangle MNP$ مثلث متساوي الساقين حيث $\overline{MN} \cong \overline{NP}$ أقل باثنين من خمسة مضروبة في x و NP أكثر بسبعة من اثنين مضروبة في x و PM أكثر باثنين من ثلاثة مضروبة في x .

52. $\triangle RST$ مثلث متساوي الأضلاع. RS أكثر بثلاثة من أربعة مضروبة في x و ST أكثر بسبعة من اثنين مضروبة في x و TR أكثر بواحد من خمسة مضروبة في x .

53. **الإنشاء** قم بإنشاء مثلث متساوي الأضلاع. تحقق من إنشائك باستخدام القياس وعلله باستخدام الرياضيات. (تلميح: استخدم الإنشاء في نسخ قطعة مستقيمة.)



54. **الأسهم** يستخدم المحللون الفنيون مخططات بيانية لتحديد الأنماط التي يمكن أن تشير إلى نشاط مستقبلي في أسعار الأسهم. تحقق مخططات المثلثات المتناظرة الفائدة الأكبر عندما يقل التقلب في سعر سهم مع الوقت.
- a. ضع تصنيفًا حسب الأضلاع والزوايا للمثلث الذي يتشكل إذا تم رسم خط رأسي عند أية نقطة على التمثيل البياني. مثلث
- b. كيف يجب أن يتقلب السعر لكي تشكل البيانات مثلثًا منفرج الزاوية؟ ارسم مثالًا لدعم تبريرك.



56. **تحليل الخطأ** تقول أسماء إن $\triangle DFG$ منفرج الزاوية. تختلف معها أمانى، وتشرح أن المثلث يحتوي على زوايا حادة أكثر من الزوايا المنفرجة، فلا بد أنه حاد الزاوية. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح تبريرك.
-
- الدقة** حدد ما إذا كانت العبارات أدناه صحيحة أحيانًا، أم دائمًا، أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح تبريرك.
57. المثلثات متساوية الزوايا تعتبر أيضًا مثلثات قائمة الزاوية.
58. المثلثات متساوية الأضلاع تعتبر متساوية الساقين.
59. المثلثات قائمة الزاوية تعتبر متساوية الأضلاع.
60. **تحد** إذا كان قياس أضلاع مثلث متساوي الأضلاع $5x + 3$ وحدات و $7x - 5$ وحدات. فما محيط المثلث؟ اشرح.
- مسألة غير محددة الإجابة** ارسم مثالًا لكل نوع من المثلثات أدناه باستخدام منقلة ومسطرة. اكتب قياس أضلاع وزوايا كل مثلث. وإن كان ذلك غير ممكن، فاشرح السبب.
61. مختلف الأضلاع قائم الزاوية 62. متساوي الساقين منفرج الزاوية 63. متساوي الأضلاع منفرج الزاوية
64. **الكتابة في الرياضيات** اشرح السبب في أن تصنيف مثلث متساوي الزوايا باعتباره مثلثًا حادًا متساوي الزوايا غير ضروري.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

تدريب على الاختبارات المعيارية

65. ما نوع المثلث الذي يمكن أن يقدم مثالا مضادا على الفرضية أدناه؟

إذا كانت زاويتا مثلث حادتين. فإن قياس الزاوية الثالثة يجب أن يكون أكبر من 90 أو يساويها.

A متساوي الأضلاع
B منفرج الزاوية
C قائم الزاوية
D مختلف الأضلاع

66. الجبر يتكلف قفاز كرة البيسبول في الأصل AED 84.50. اشتراه إسماعيل بخصم 40%. فكم كان مقدار الخصم من السعر الأصلي؟

F AED 50.70
G AED 44.50
H AED 33.80
J AED 32.62

67. الإجابة الشبكية يتدرب أسامة لخوض سباق 20 km. ويركض 7 km أيام الاثنين والثلاثاء والجمعة. و 12 km يومي الأربعاء والسبت. بعد 6 أسابيع من التدريب، كم عدد السباقات التي تساوي ما يفترض أن يكون أسامة قد ركضه حينها؟

68. SAT/ACT ما ميل المستقيم الذي تحدده المعادلة $2x + y = 5$ ؟

A $-\frac{5}{2}$
B -2
C -1
D 2
E $\frac{5}{2}$

مراجعة شاملة

جد المسافة بين كل زوج من الخطوط المتوازية بمراعاة المعادلات المعطاة.

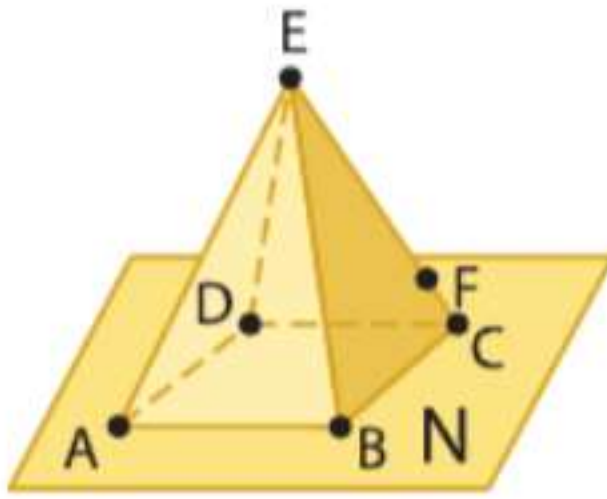
69. $x = -2$
 $x = 5$

70. $y = -6$
 $y = 1$

71. $y = 2x + 3$
 $y = 2x - 7$

72. $y = x + 2$
 $y = x - 4$

73. كرة القدم عند تخطيط ملعب التدريب على كرة القدم، رسم السيد أيمن الخطوط الجانبية أولاً. ثم وضع علامات لزيادات بمقدار 10 أمتار على أحد خطوط الجانب. ثم وضع خطوطاً عمودية على الخطوط الجانبية عند كل علامة على مسافة 10 m. لماذا يضمن هذا توازي خطوط الـ 10 m؟



راجع الشكل الموجود على اليسار.

74. كم عدد المستويات التي تظهر في هذا الشكل؟

75. اذكر اسم تقاطع المستوى AEB مع المستوى N.

76. عيّن ثلاث نقاط تقع على استقامة واحدة.

77. هل النقاط D، E، و C، و B على مستوى واحد؟

مراجعة المهارات

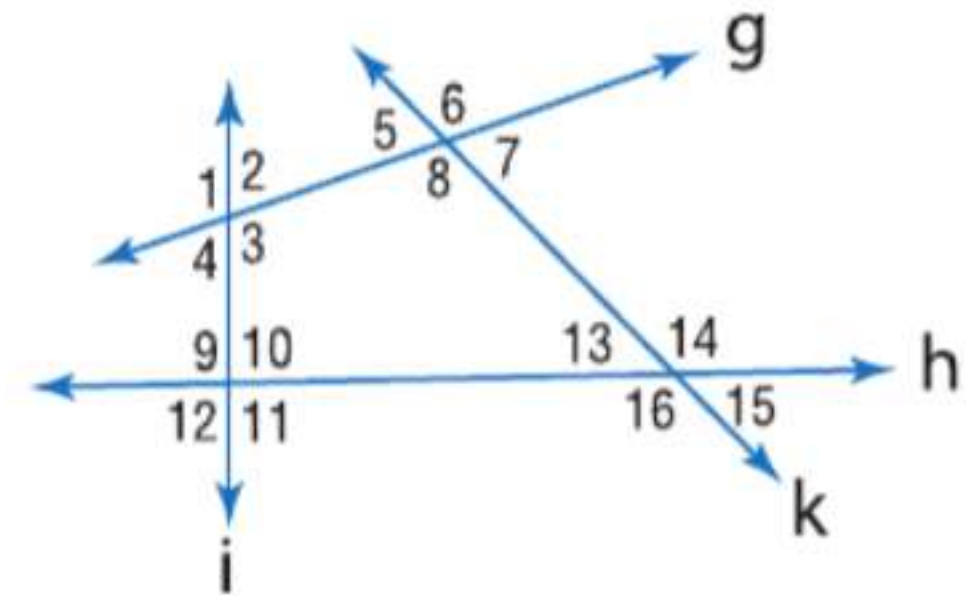
حدد كل زوج من الزوايا باعتباره زوايا داخلية متبادلة، أو زوايا خارجية متبادلة، أو زوايا متناظرة، أو زوايا داخلية متتالية.

78. $\angle 5$ و $\angle 3$

79. $\angle 9$ و $\angle 4$

80. $\angle 11$ و $\angle 13$

81. $\angle 1$ و $\angle 11$





مختبر الهندسة زوايا المثلثات

14-2

الاستكشاف

قم بتصميم إنشاءات هندسية للأشكال باستخدام مختلف الأدوات والطرق (الفرجار والمسطرة والخيط والأدوات العاكسة والورق القابل للطي وبرنامج هندسي ديناميكي، وما إلى ذلك).

في هذا النشاط العملي، ستجد علاقات خاصة بين زوايا المثلثات.

النشاط 1 الزوايا الداخلية لمثلث

الخطوة 1



ارسم عدة مثلثات مختلفة وقصها. واكتب على الرؤوس A و B و C .

الخطوة 2



مع كل مثلث، قم بطي الرأس B لأسفل بحيث يتوازي خط الطي مع \overline{AC} . أعد تسمية الرأس باسم B .

الخطوة 3



ثم قم بطي الرأسين A و C بحيث يقابلان الرأس B . أعد تسمية الرأسين باسم A و C .

تحليل النتائج

1. الزوايا A و B و C تسمى الزوايا الداخلية للمثلث ABC . ما نوع الشكل التي تشكله هذه الزوايا عند ضمها معا في الخطوة 3؟
2. التخمين مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمثلث.

النشاط 2 الزوايا الخارجية لمثلث

الخطوة 1



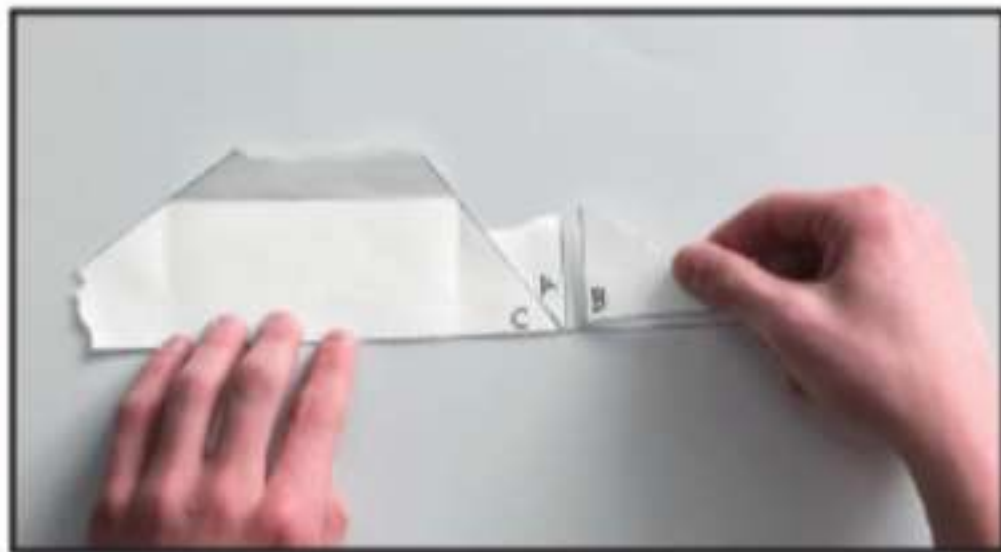
افتح كل مثلث ناتج عن النشاط 1 وضع كلاً منها على قطعة ورق منفصلة. وقم بمد \overline{AC} كما هو موضح.

الخطوة 2



من كل مثلث، اقطع الزاويتين $\angle A$ و $\angle B$.

الخطوة 3



قم بترتيب $\angle A$ و $\angle B$ بحيث تملآن الزاوية المجاورة للزاوية $\angle C$ كما هو موضح.

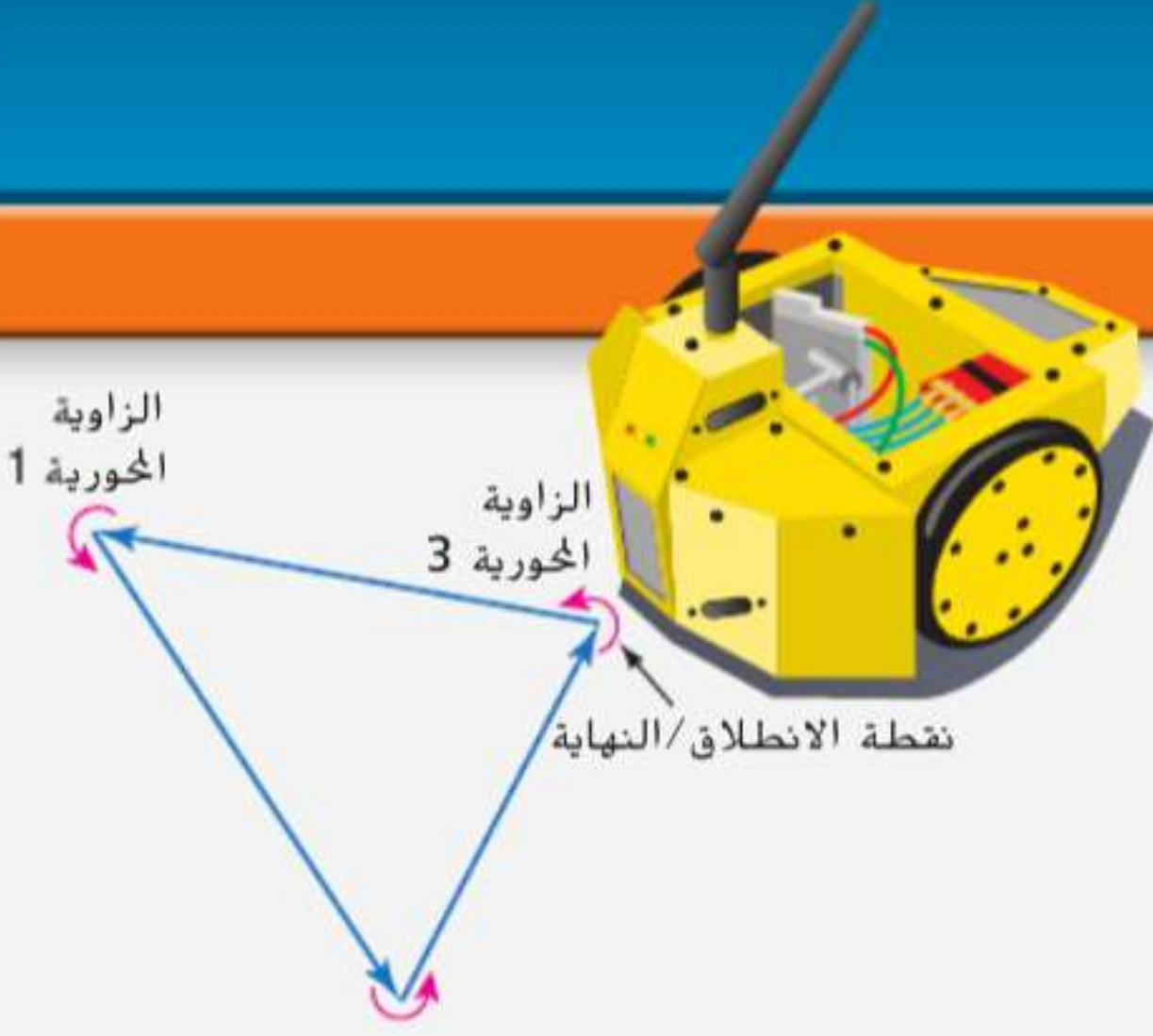
تمثيل النتائج وتحليلها

3. الزاوية المجاورة لـ $\angle C$ تسمى زاوية خارجية للمثلث ABC . خنّ العلاقة بين $\angle A$ و $\angle B$ والزاوية الخارجية عند C .
4. كرر الخطوات في النشاط 2 مع الزاويتين الخارجيتين $\angle A$ و $\angle B$ في كل مثلث.
5. قم بتخمين قياس زاوية خارجية ومجموع قياس الزوايا الداخلية غير المجاورة لها.

زوايا المثلثات

2-14

الدرس



لماذا؟

الحالي

السابق

يرعى معهد ماساتشوستس للتقنية (MIT) المسابقة السنوية للتصميم 2.007 التي يصمم فيها الطلاب إنساناً آلياً ويصنعونه. من بين اختبارات حركات الإنسان الآلي برمجته على التحرك في مسار مثلث. سيظل مجموع قياس الزوايا المحورية التي يجب أن يدور الإنسان الآلي عبرها ثابتاً دائماً.

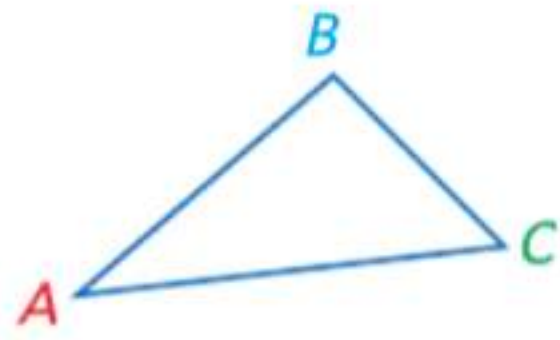
- 1 تطبيق نظرية مجموع زوايا المثلث.
- 2 تطبيق نظرية الزاوية الخارجية.

- 1 لقد صنعت المثلثات حسب أطوال أضلاعها أو قياس زواياها.

1 نظرية مجموع زوايا المثلث

تحدد نظرية مجموع زوايا المثلث العلاقة بين قياس الزوايا الداخلية في أي مثلث.

النظرية 14.1 نظرية مجموع زوايا المثلث

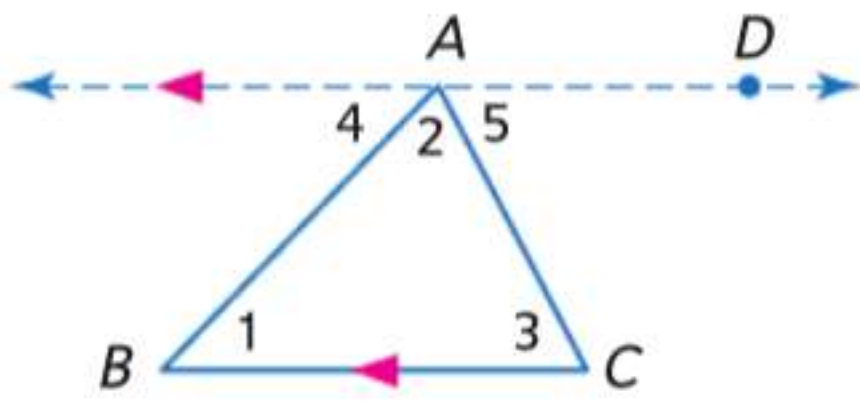


الشرح يبلغ مجموع قياس زوايا المثلث 180.

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180 \quad \text{مثال}$$

تتطلب برهنة نظرية مجموع زوايا المثلث استخدام خط مساعد. **الخط المساعد** خط إضافي أو قطعة إضافية مرسومة في شكل للمساعدة في تحليل العلاقات الهندسية. كما يحدث مع أي عبارة في برهان، يجب عليك أن تعلق أي خواص لخط مساعد رسمته.

البرهان نظرية مجموع زوايا المثلث



المعطيات: $\triangle ABC$

المطلوب: $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180$

البرهان:

المبررات	العبارات
1. المعطيات	1. $\triangle ABC$
2. مسلمة التوازي	2. ارسم \overrightarrow{AD} عبر A بحيث يكون موازياً لـ \overline{BC} .
3. تعريف الزاوية المستقيمة	3. $\angle 4$ و $\angle BAD$ تشكلان زاوية مستقيمة.
4. إذا كان $\angle 2$ تشكلان زاوية مستقيمة، فهما متكاملتان.	4. $\angle 4$ و $\angle BAD$ متكاملتان.
5. تعريف نظرية التكامل \angle	5. $m\angle 4 + m\angle BAD = 180$
6. مسلمة جمع الزوايا	6. $m\angle BAD = m\angle 2 + m\angle 5$
7. التعويض	7. $m\angle 4 + m\angle 2 + m\angle 5 = 180$
8. نظرية \angle الداخلية المتبادلة	8. $\angle 4 \cong \angle 1, \angle 5 \cong \angle 3$
9. تعريف $\cong \angle$	9. $m\angle 4 = m\angle 1, m\angle 5 = m\angle 3$
10. التعويض	10. $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180$

المفردات الجديدة

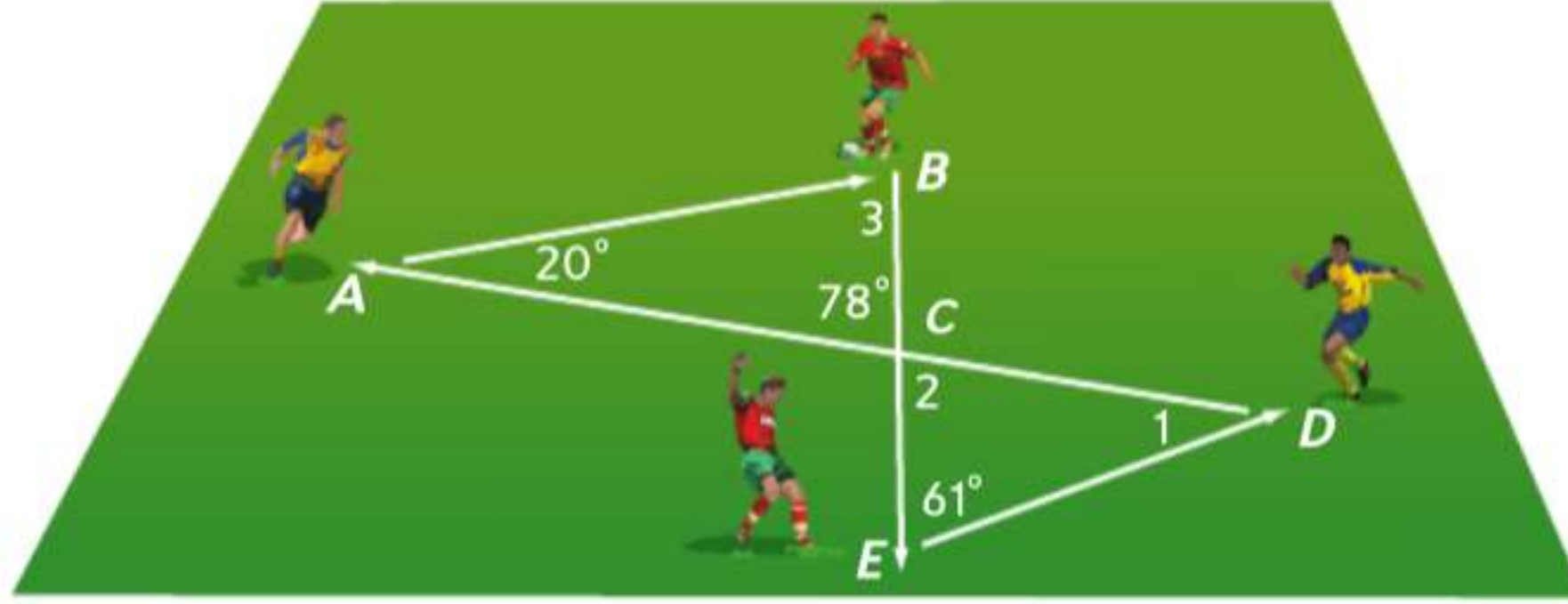
- خط مساعد
auxiliary line
- زاوية خارجية
exterior angle
- زوايا داخلية غير مجاورة
remote interior angles
- البرهان التسلسلي
flow proof
- نتيجة
corollary

فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها. بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

يمكن استخدام نظرية مجموع زوايا المثلث لتحديد قياس الزاوية الثالثة لمثلث عند معرفة قياسي الزاويتين الأخرين.

مثال 1 من الحياة اليومية استخدام نظرية مجموع زوايا المثلث

كرة القدم يوضح الرسم التخطيطي مسار الكرة في تدريب على التمرير لأربعة أصدقاء. جـد قياس كل زاوية مرقمة.



الفهم افحص المعلومات المذكورة في الرسم التخطيطي. أنت تعرف قياسي زاويتين في مثلث واحد وقياس زاوية واحدة فقط في مثلث آخر. أنت تعرف أيضاً أن $\angle ACB$ و $\angle 2$ زاويتان رأسيتان.

التخطيط جـد $m\angle 3$ باستخدام نظرية مجموع زوايا المثلث لأن قياسي زاويتي $\angle ABC$ معلوم. استخدم نظرية الزوايا الرأسية لإيجاد $m\angle 2$. ثم ستكون لديك معلومات كافية لإيجاد قياس $\angle 1$ في $\triangle CDE$.

الحل نظرية مجموع زوايا المثلث $m\angle 3 + m\angle BAC + m\angle ACB = 180$

$$m\angle 3 + 20 + 78 = 180 \quad \text{تعويض}$$

$$m\angle 3 + 98 = 180 \quad \text{بسط.}$$

$$m\angle 3 = 82 \quad \text{اطرح 98 من كل طرف.}$$

$\angle ACB$ و $\angle 2$ زاويتان رأسيتان متطابقتان. إذاً، $m\angle 2 = 78$.

استخدم $m\angle 2$ و $\angle CED$ في $\triangle CDE$ لإيجاد قيمة $m\angle 1$.

$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle CED = 180 \quad \text{نظرية مجموع زوايا المثلث}$$

$$m\angle 1 + 78 + 61 = 180 \quad \text{تعويض}$$

$$m\angle 1 + 139 = 180 \quad \text{بسط.}$$

$$m\angle 1 = 41 \quad \text{اطرح 139 من كل طرف.}$$

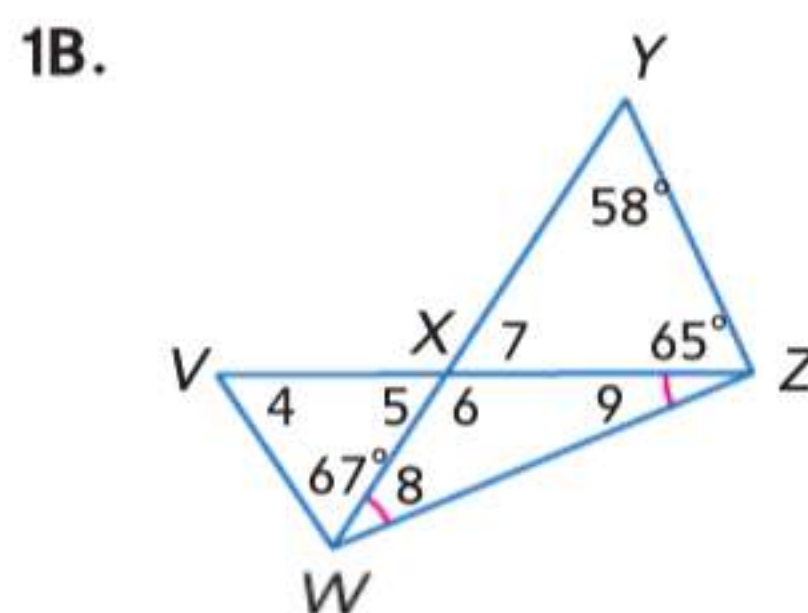
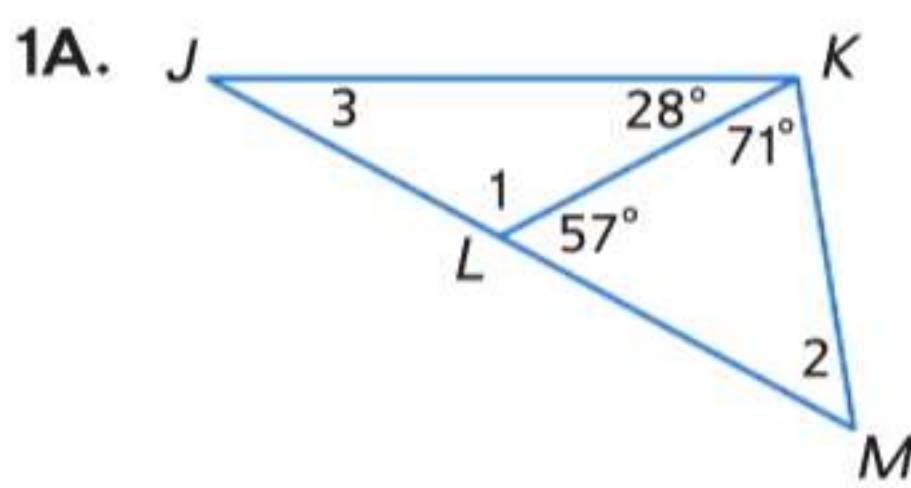
التحقق ينبغي أن يبلغ مجموع قياس زوايا $\triangle ABC$ و $\triangle CDE$ 180.

$$\triangle ABC: m\angle 3 + m\angle BAC + m\angle ACB = 82 + 20 + 78 = 180 \quad \checkmark$$

$$\triangle CDE: m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle CED = 41 + 78 + 61 = 180 \quad \checkmark$$

تمرين موجّه

جـد قياس جميع الزوايا المرقمة.



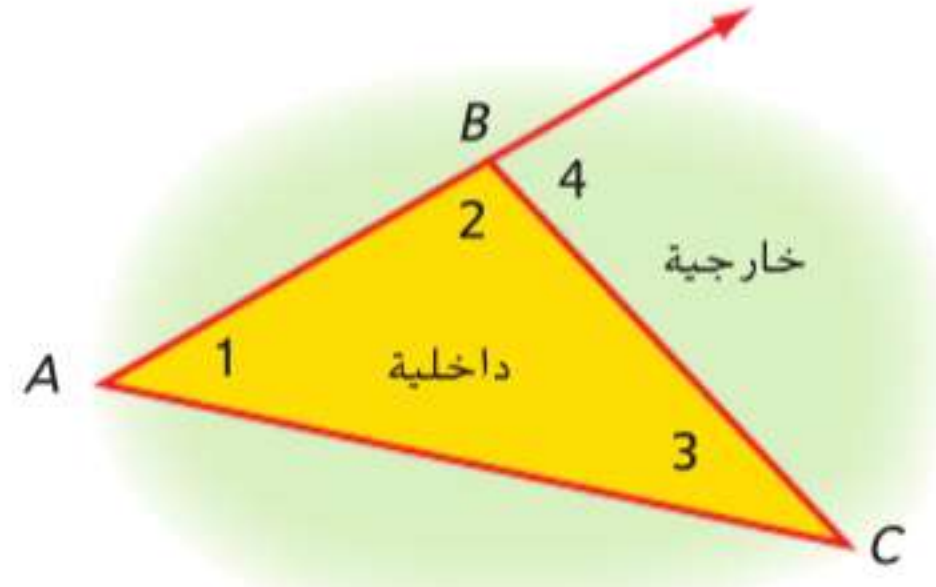
الربط بالحياة اليومية

يتضمن تدريب التمرير والتحرك في كرة القدم عدة جوانب أساسية للتمرير. تأخذ كل التمريرات في هذا التدريب شكل مثلث، وهو أساس كل حركات الكرة. كما أن اللاعبين ملزمون بالتحرك بمجرد تمرير الكرة.

نصيحة في حل المسائل

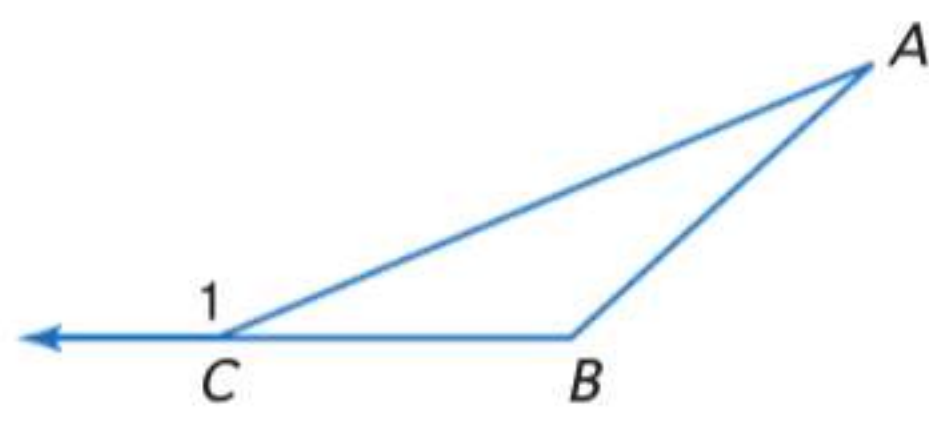
الاستنتاج المنطقي غالباً ما يمكن حل المسألة المعقدة بسهولة أكبر إذا حللتها أولاً إلى أجزاء أسهل في التعامل معها. في المثال 1، قبل أن تتمكن من إيجاد قيمة $m\angle 1$ ، يجب أولاً أن تجد قيمة $m\angle 2$.

2 نظرية الزوايا الخارجية بالإضافة إلى الزوايا الداخلية الثلاث في المثلث، يمكن أن تتشكل **زاوية خارجية** من أحد أضلاع المثلث وامتداد الضلع المجاور. يوجد لكل زاوية خارجية في المثلث **زاويتان داخليتان غير مجاورتين**، أي أنهما لا تجاوران الزاوية الخارجية.



$\angle 4$ هي زاوية خارجية للمثلث $\triangle ABC$. وزاويتاها الداخليتان غير المجاورتين هما $\angle 1$ و $\angle 3$.

النظرية 14.2 نظرية الزوايا الخارجية



قياس الزاوية الخارجية في مثلث يساوي مجموع قياس الزاويتين الداخليتين غير المجاورتين.

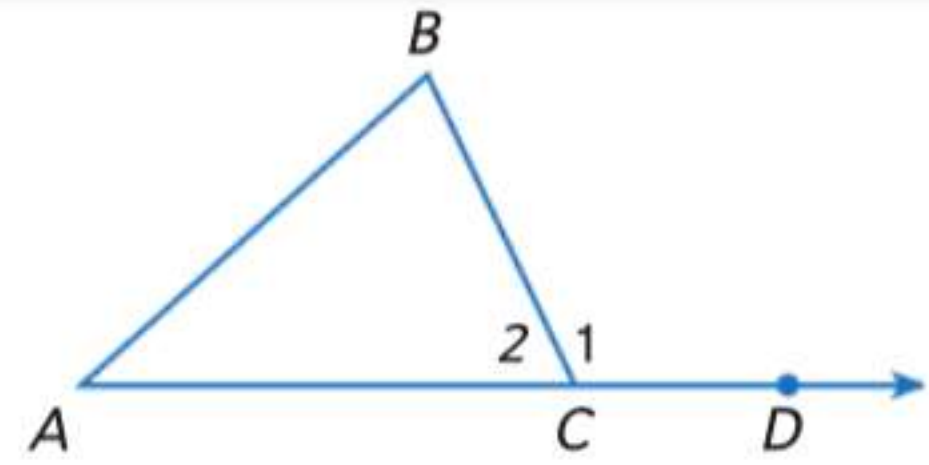
$$m\angle A + m\angle B = m\angle 1 \quad \text{مثال}$$

قراءة في الرياضيات

برهان المخطط التسلسلي يسمى البرهان التسلسلي أحياناً ببرهان المخطط التسلسلي.

يستخدم **البرهان التسلسلي** عبارات مكتوبة بمربعات وأسهم لإظهار التسلسل المنطقي للفرضية. السبب المبرر لكل عبارة مكتوب تحت المربع. يمكنك استخدام البرهان التسلسلي في إثبات نظرية الزوايا الخارجية.

البرهان نظرية الزوايا الخارجية



المعطيات: $\triangle ABC$

المطلوب: $m\angle A + m\angle B = m\angle 1$

البرهان التسلسلي:

$\triangle ABC$
المعطيات

$$m\angle A + m\angle B + m\angle 2 = 180$$

نظرية مجموع زوايا المثلث

$\angle 1$ و $\angle 2$ تشكلان زوجاً خطياً.
تعريف الزوج الخطي

$\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان متكاملتان.

إذا شكلت $\angle 1$ و $\angle 2$ زوجاً خطياً، فإنهما متكاملتان.

$$m\angle 2 + m\angle 1 = 180$$

تحديد الزوايا المتكاملة

$$m\angle A + m\angle B + m\angle 2 = m\angle 2 + m\angle 1$$

التعويض

$$m\angle A + m\angle B = m\angle 1$$

خاصية الطرح في المعادلة

نصيحة دراسية

البراهين التسلسلية يمكن كتابة البراهين التسلسلية رأسياً أو أفقياً.

يمكن أيضاً استخدام نظرية الزوايا الخارجية في إيجاد القياسات الناقصة.

مثال 2 من الحياة اليومية استخدام نظرية الزوايا الخارجية

اللياقة جسد قياس $\angle JKL$ في الوضعية المعروضة التي على شكل مثلث.

$$m\angle KLM + m\angle LMK = m\angle JKL \quad \text{نظرية الزوايا الخارجية}$$

$$x + 50 = 2x - 15 \quad \text{تعويض}$$

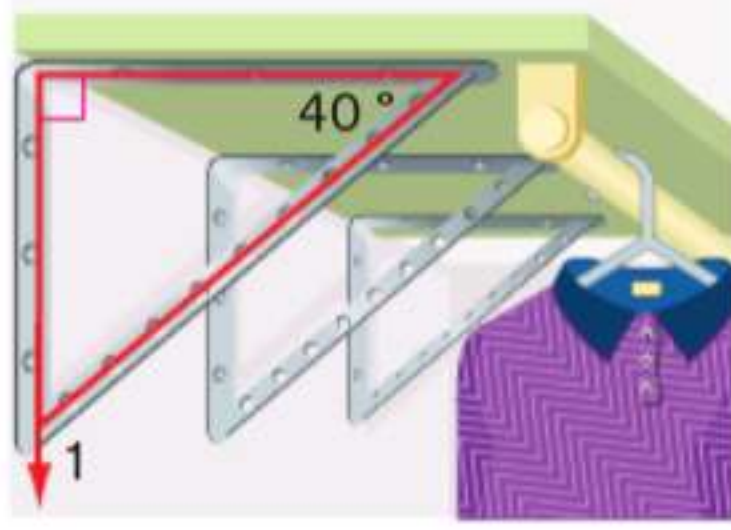
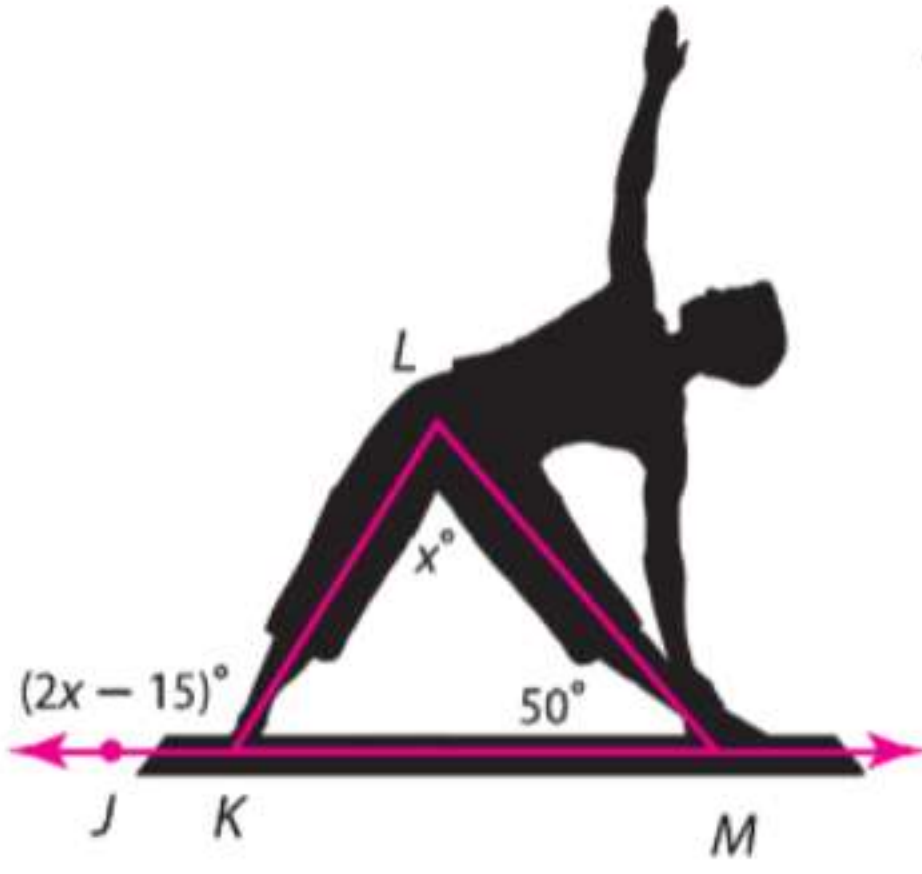
$$50 = x - 15 \quad \text{ب طرح } x \text{ من كل طرف.}$$

$$65 = x \quad \text{ب جمع 15 إلى كل طرف.}$$

إذا، $m\angle JKL = 2(65) - 15 = 115$.

تمرين موجّه

2. ترتيب الخزانة تثبت بثينة ذراع الرف الظاهر في جدار خزانتها. ما قياس $\angle 1$ ، وهي الزاوية التي يشكلها الذراع مع الجدار؟

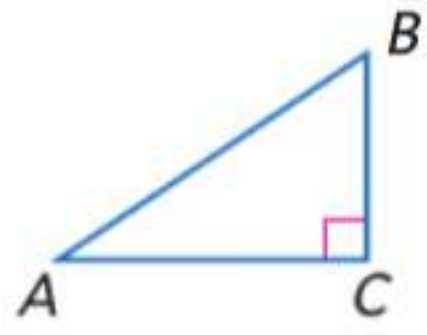


مهنة من الحياة اليومية

المدرب الشخصي يعمل المدربون الشخصيون على توجيه الأفراد وتحفيزهم في نشاطات التمارين. يشرحون عدة تمارين ويساعدون العملاء على تحسين أساليب التدريب لديهم. ويجب أن يحصل المدربون الشخصيون على اعتماد في مجال اللياقة.

النتيجة نظرية لها برهان تأتي كنتيجة مباشرة لنظرية أخرى. كما هو الحال مع النظرية، يمكن استخدام النتيجة كسبب في برهان. تنتج اللوازم أدناه بشكل مباشر عن نظرية مجموع زوايا المثلث.

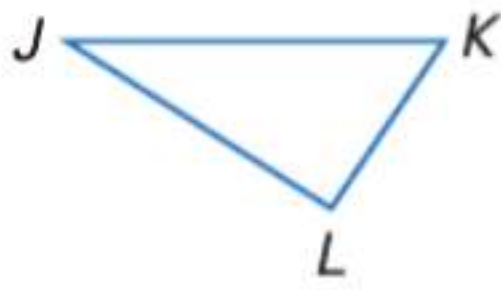
اللوازم نتائج مجموعة زوايا المثلث



14.1 الزاويتان الحادتان في المثلث القائم الزاوية هما زاويتان متممتان.

الاختصار: \triangle الحادة في \triangle قائم متممة.

مثال: إذا كانت زاوية قائمة، فإن $\angle B$ و $\angle A$ متممتان.

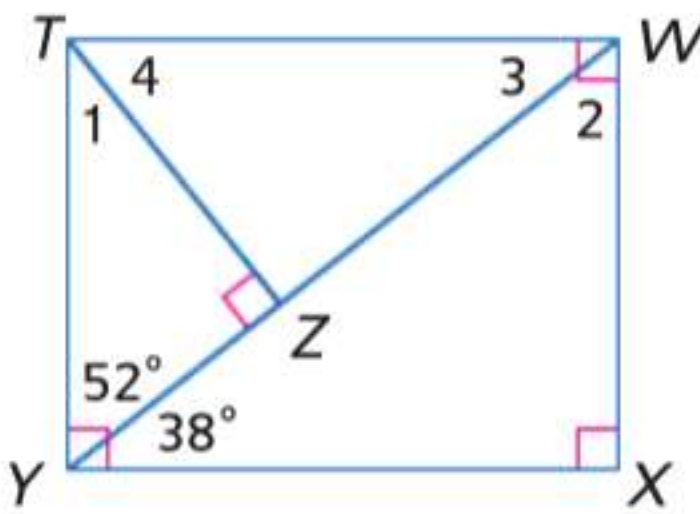


14.2 يمكن أن توجد زاوية واحدة قائمة أو منفرجة بحد أقصى في المثلث.

مثال: إذا كانت $\angle L$ زاوية قائمة أو منفرجة، فإن $\angle J$ و $\angle K$ يجب أن تكونا زاويتين حادتين.

ستبرهن النتيجة 14.1 و 14.2 في التمرينين 34 و 35.

مثال 3 إيجاد قياس الزوايا في المثلثات قائمة الزاوية



$$m\angle 1 + m\angle TYZ = 90$$

$$m\angle 1 + 52 = 90$$

$$m\angle 1 = 38$$

جسد قياس جميع الزوايا المرقمة.

\triangle الزوايا الحادة في \triangle القائم متممة.

التعويض

اطرح 52 من كل طرف.

تمرين موجّه

3A. $\angle 2$

3B. $\angle 3$

3C. $\angle 4$

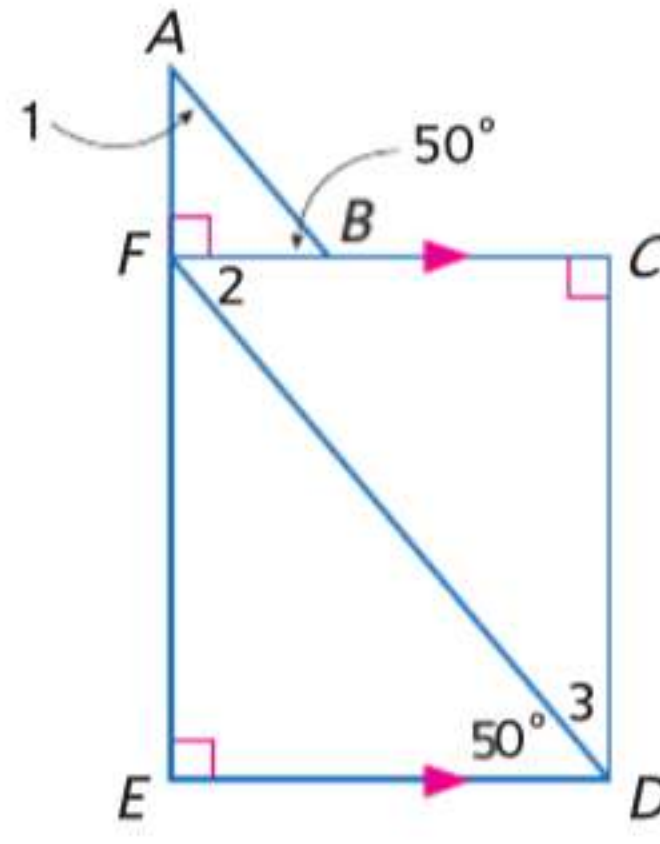
نصيحة دراسية

التحقق من مدى صحة الحل عندما تعمل على إيجاد قياس زاوية أو أكثر في مثلث، تحقق دائماً للتأكد من أن مجموع قياسات الزوايا يبلغ 180.

1.



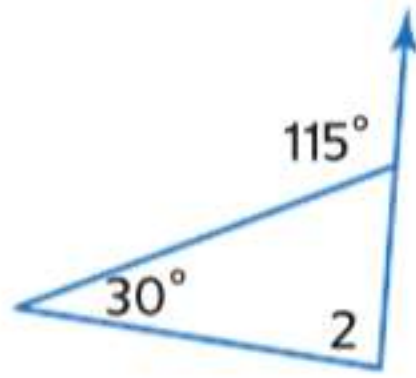
2.



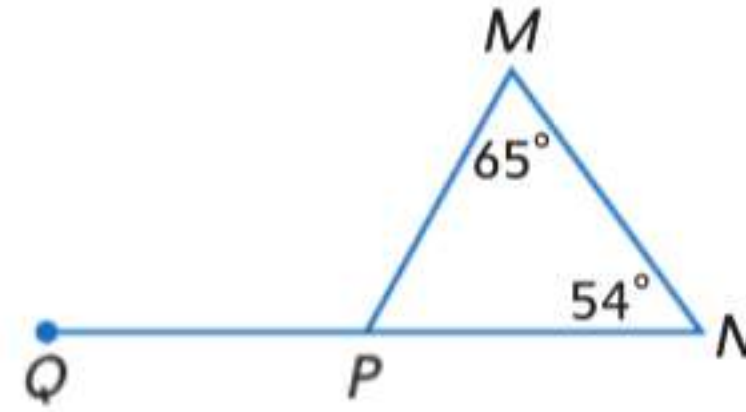
جد قياس كل مما يلي.

مثال 2

3. $m\angle 2$



4. $m\angle MPQ$



المقعد تشكل دعامة مقعد الاسترخاء هذا مثلثاً مع بقية هيكل المقعد كما هو ظاهر. إذا علمت أن $m\angle 4 = 105$ و $m\angle 3 = 48$ فجد كل قياس.



5. $m\angle 4$

6. $m\angle 6$

7. $m\angle 2$

8. $m\angle 5$

الانتظام جد قياس كل مما يلي.

مثال 3

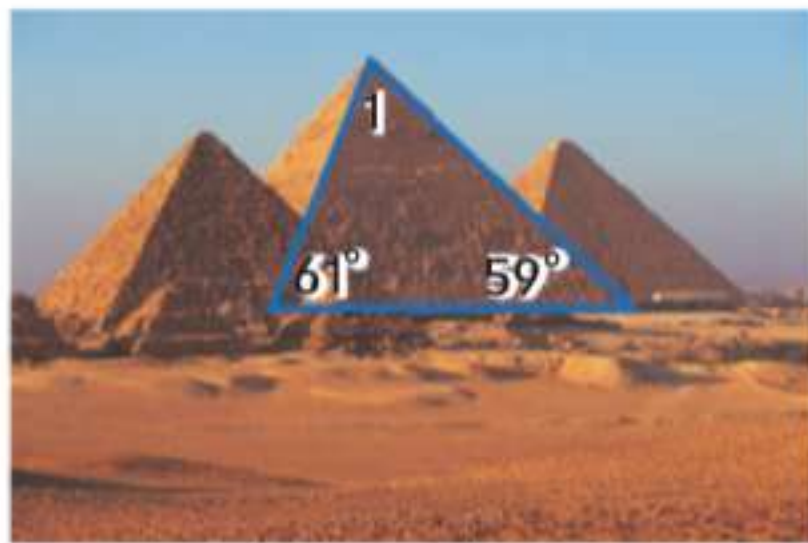
9. $m\angle 1$

10. $m\angle 3$

11. $m\angle 2$



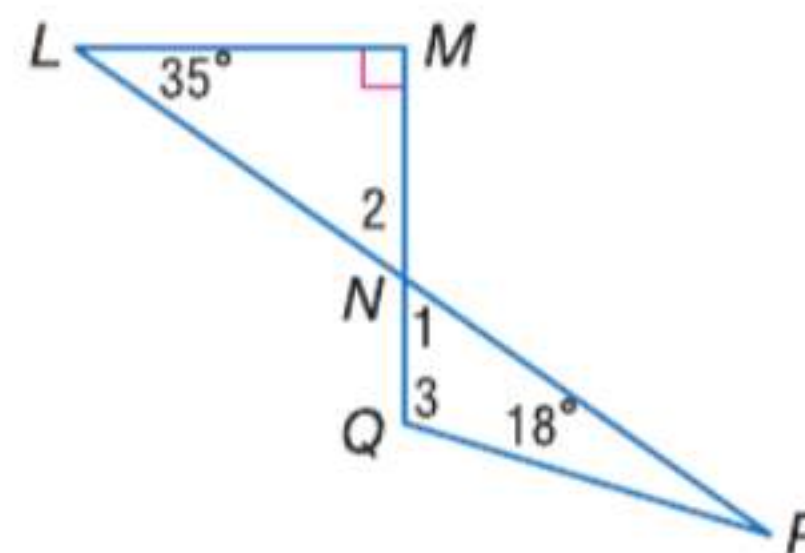
12.



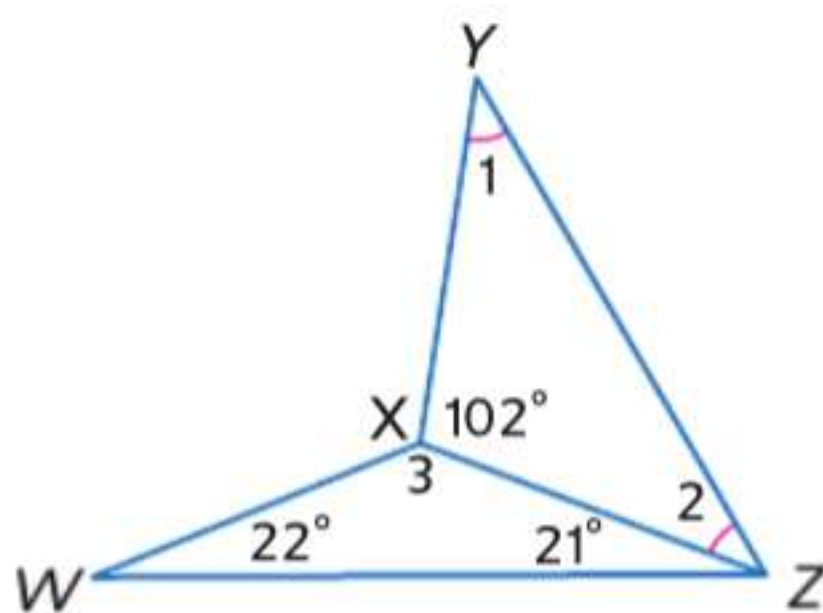
13.



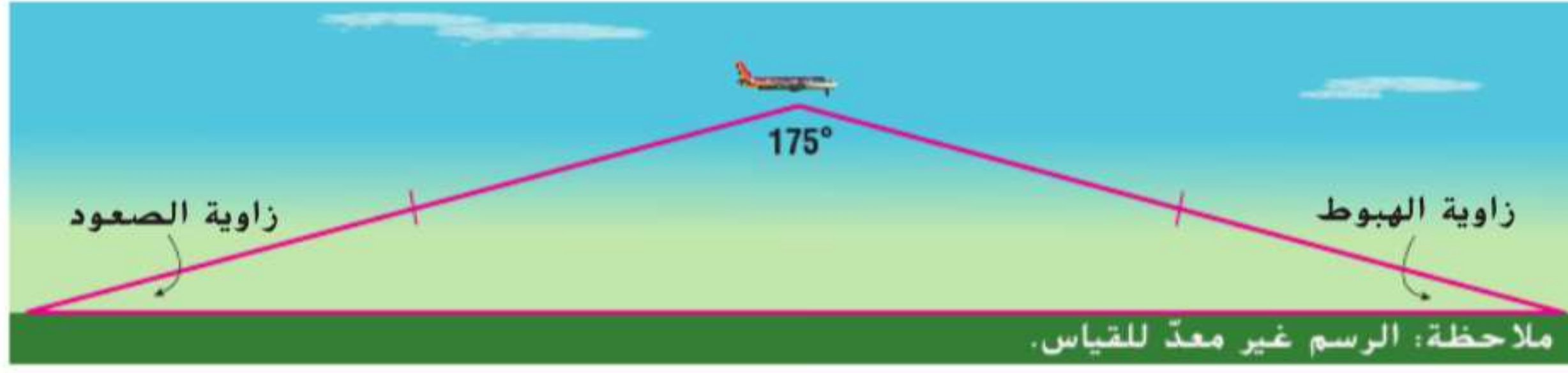
15.



14.



16. **الطائرات** يمكن تمثيل مسار طائرة باستخدام ضلعي مثلث كما هو ظاهر. المسافة التي تقطعها الطائرة أثناء الصعود تساوي المسافة التي تقطعها أثناء الهبوط.



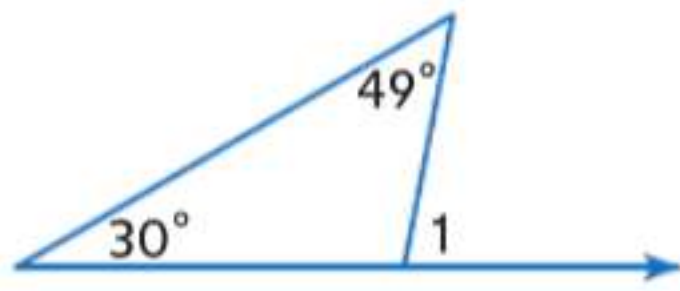
a. ضع تصنيفًا للنموذج باستخدام أضلاعه وزواياه.

b. زاويتا الصعود والهبوط متطابقتان. جـد قياسيهما.

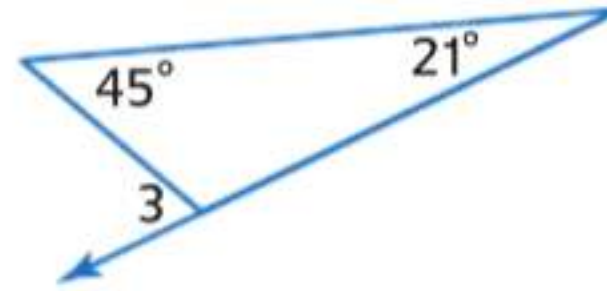
جد قياس كل مما يلي.

مثال 2

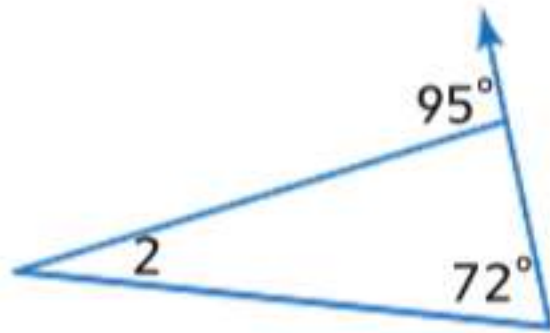
17. $m\angle 1$



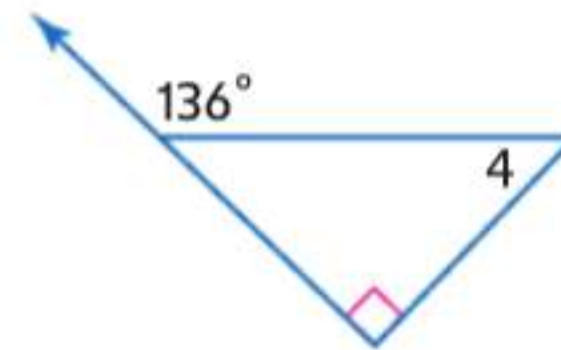
18. $m\angle 3$



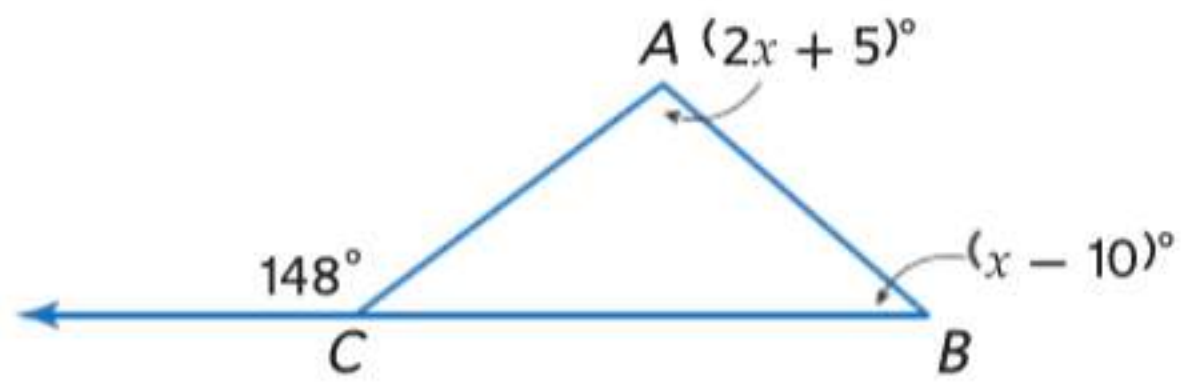
19. $m\angle 2$



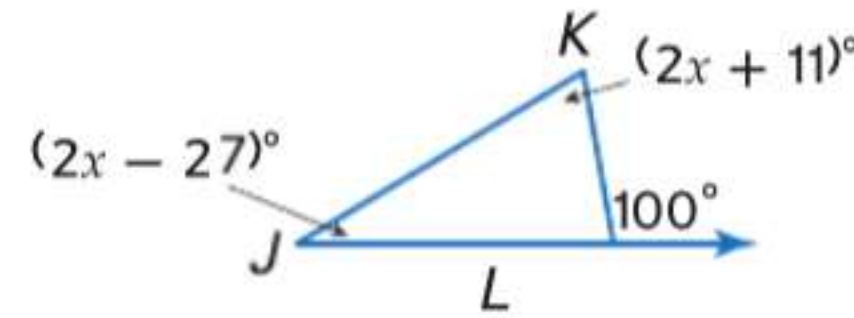
20. $m\angle 4$



21. $m\angle ABC$



22. $m\angle JKL$



23. **منحدر الكرسي المتحرك** افترض أن منحدر الكرسي المتحرك الظاهر يشكل زاوية تبلغ 12° مع الأرض. فما قياس الزاوية التي يشكلها المنحدر مع باب السيارة؟

مثال 3

الانتظام جد قياس كل مما يلي.

24. $m\angle 1$

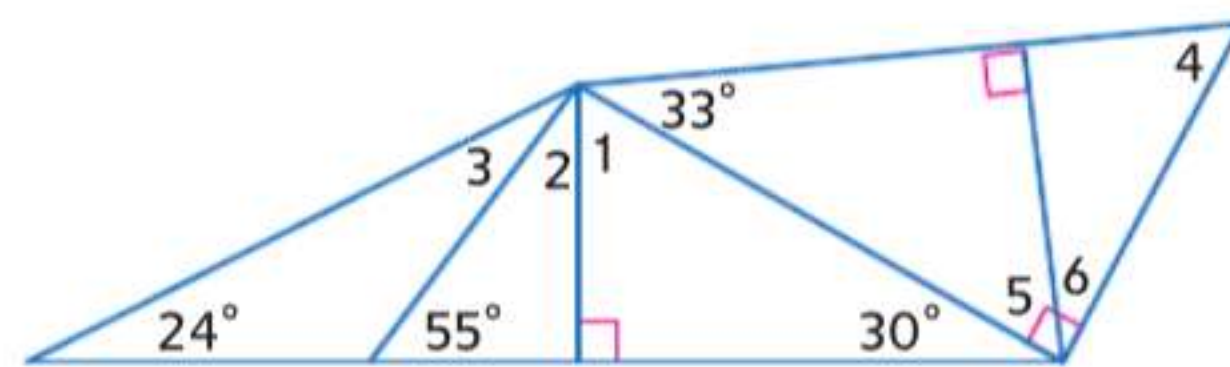
25. $m\angle 2$

26. $m\angle 3$

27. $m\angle 4$

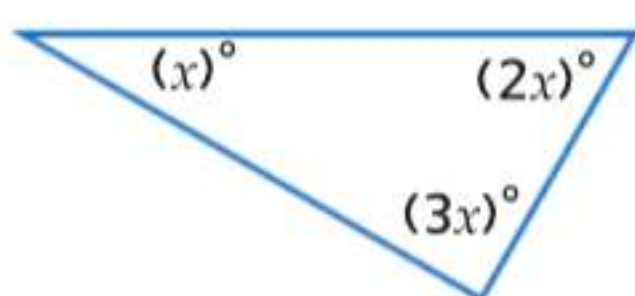
28. $m\angle 5$

29. $m\angle 6$

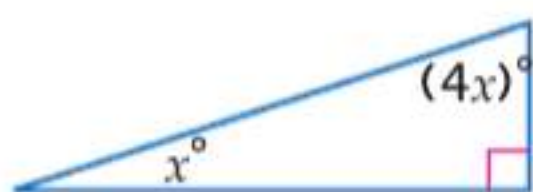


الجبر جد قيمة x . ثم جد قياس كل زاوية.

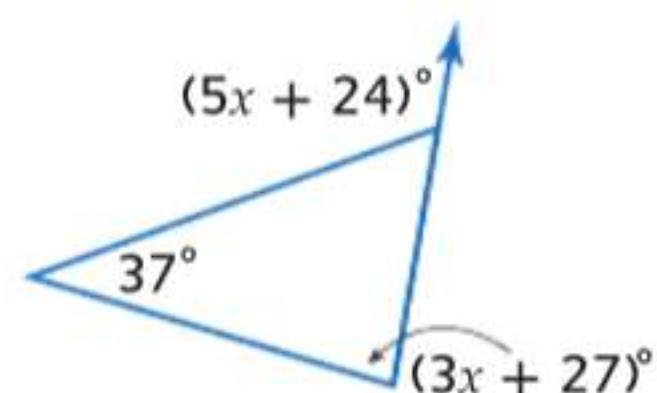
30.



31.



32.



33. **البستنة** قرر أحد مهندسي المناظر الطبيعية ضم دفيئة زراعية مثلثة الشكل إلى حديقة. الشكل هو مثلث متساوي الساقين زاويتي الرأسية ربع زاوية القاعدة. ماذا ينبغي أن يكون قياس كل زاوية؟

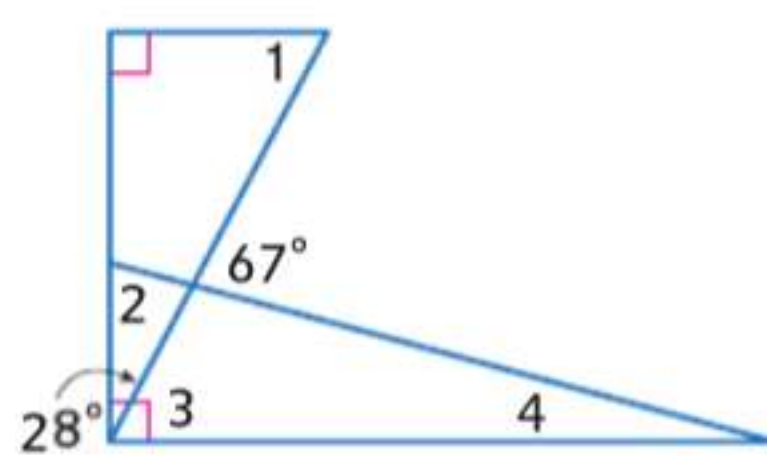
البرهان اكتب النوع المحدد من البراهين.

35. فقرة برهان للنتيجة 14.2

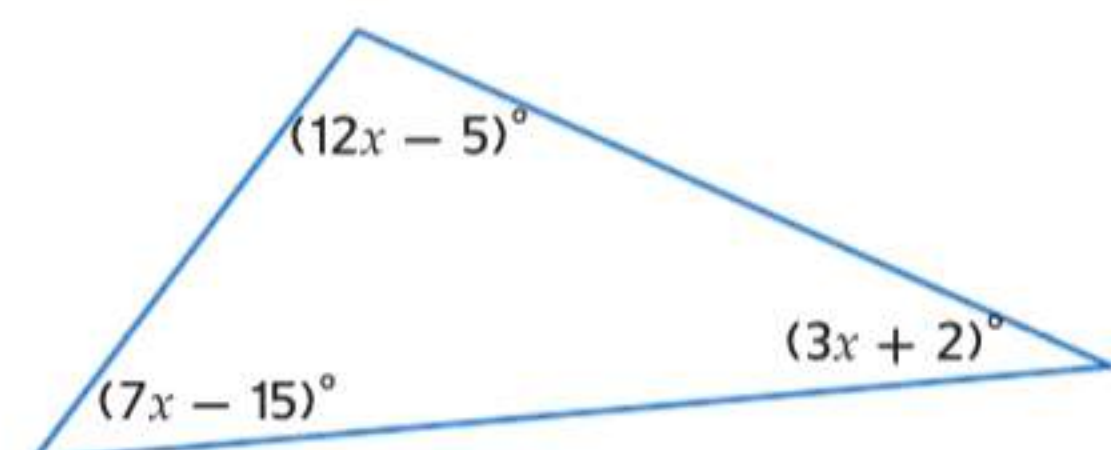
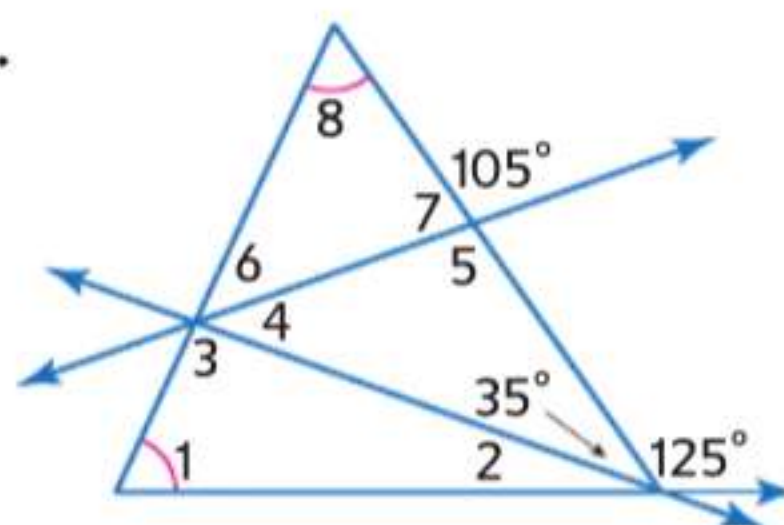
34. البرهان التسلسلي للنتيجة 14.1

الانتظام جد قياس جميع الزوايا المرقمة.

36.



37.



38. **الجبر** صنّف المثلث الموضح حسب زواياه. اشرح تبريرك.

39. **الجبر** يقل قياس الزاوية الحادة الأكبر في المثلث القائم الزاوية بمقدار 12 درجة عن ناتج ضرب أربعة في قياس الزاوية الحادة الأصغر. جد قياس كل زاوية.

40. حدّد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة أم خاطئة. إذا كانت خاطئة فقدم مثالاً مضاداً. وإذا كانت صحيحة، فاذكر فرضية تدعم استنتاجك.

إذا كان مجموع زاويتي حادثين في مثلث أكبر من 90 فالمثلث حاد الزاوية.

41. **الجبر** في $\triangle XYZ$. $m\angle X = 152$ و $m\angle Z = z$ و $m\angle Y = y$. اكتب متباينة لوصف القياسات المحتملة للزاوية $\angle Z$. اشرح تبريرك.

42. **السيارات** راجع الصورة الموجودة على اليسار.

a. جد $m\angle 1$ و $m\angle 2$.

b. إذا كان داعم الغطاء أطول من الداعم المعروف، فما التغير الذي سيحدث في $m\angle 1$ ؟ اشرح.

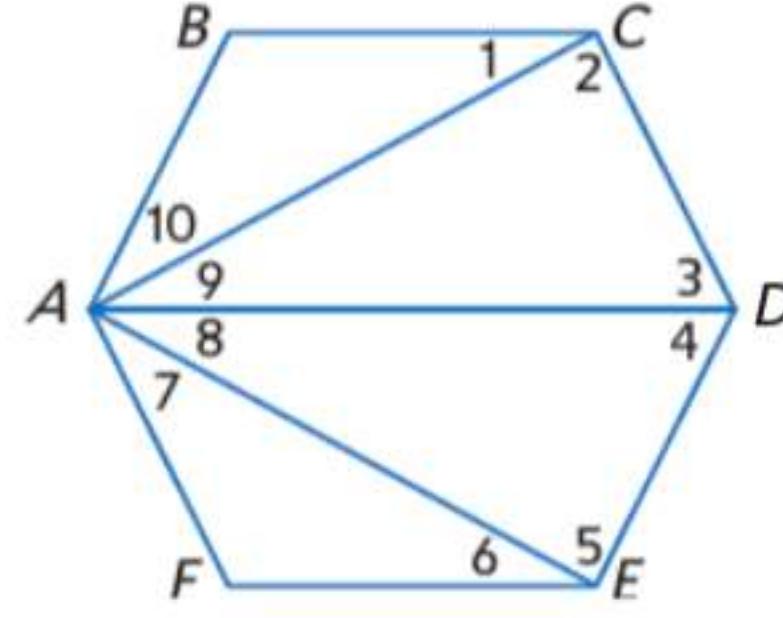
c. إذا كان داعم الغطاء أطول من الداعم المعروف، فما التغير الذي سيحدث في $m\angle 2$ ؟ اشرح.



البرهان اكتب نوع البرهان المحدد.

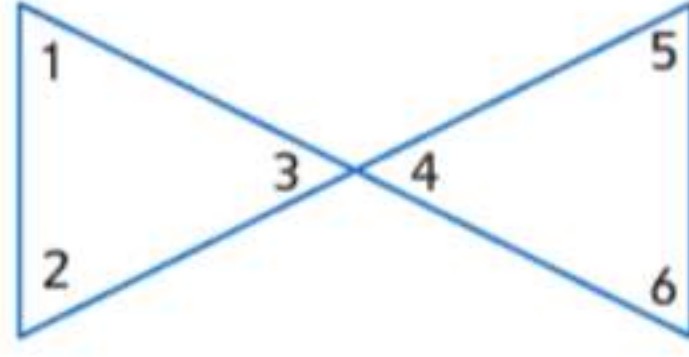
43. برهان من عمودين

المعطيات: شكل خماسي الأضلاع $ABCDEF$.
المطلوب: $m\angle B + m\angle BCD + m\angle CDE + m\angle DEF + m\angle F + m\angle FAB = 720$

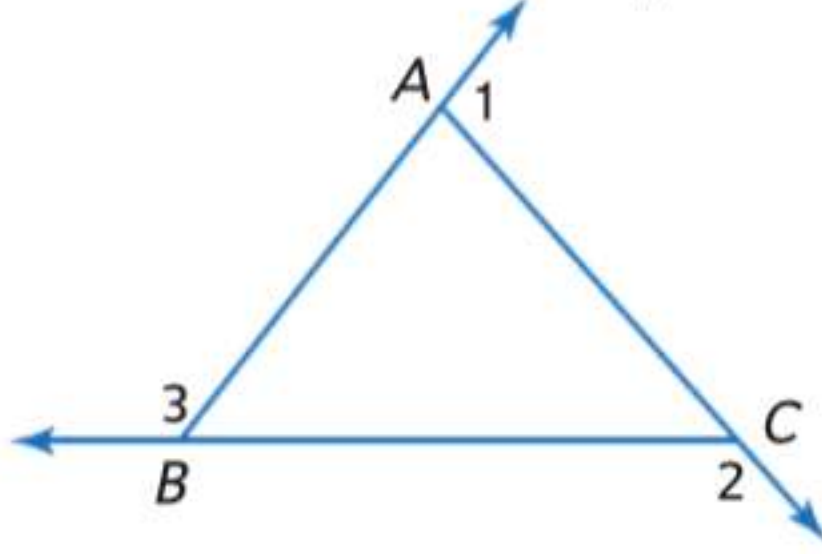


44. برهان حرّ

المعطيات: الصورة على اليسار
المطلوب: $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 5 + m\angle 6$



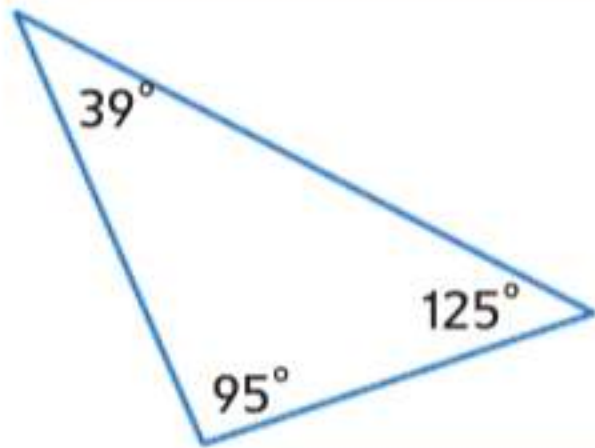
45. التمثيلات المتعددة في هذه المسألة، ستتعرف على مجموع قياس الزوايا الخارجية في مثلث.



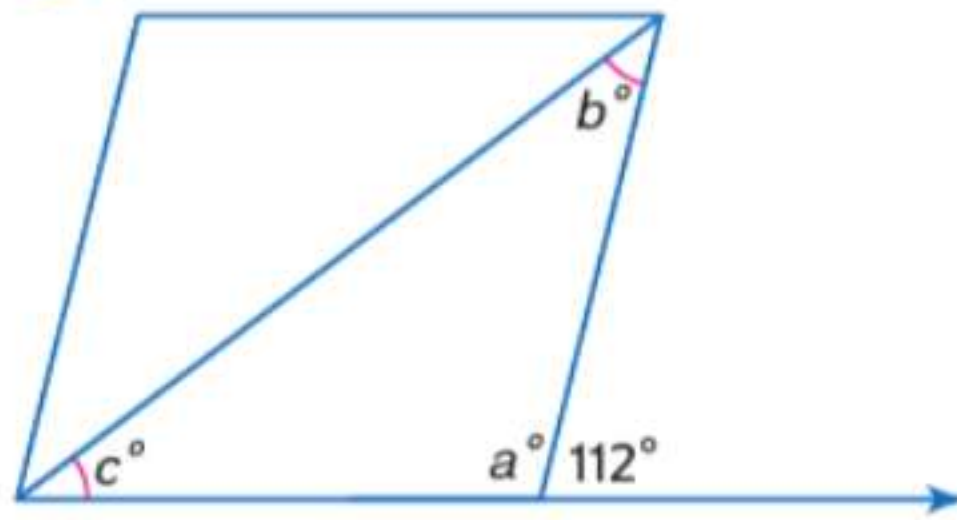
- هندسياً ارسم خمسة مثلثات مختلفة مع تمديد الأضلاع وتسمية الزوايا كما يظهر. احرص على إدراج مثلث منفرج الزاوية ومثلث قائم الزاوية ومثلث حاد الزوايا واحداً من كل نوع على الأقل.
- جدولياً قس الزوايا الخارجية في كل مثلث. وسجل قياسات كل مثلث ومجموع هذه القياسات في جدول.
- لفظياً قم بتخمين مجموع الزوايا الخارجية في مثلث. واكتب تخمينك بكلمات.
- جبرياً ضع صياغة جبرية للتخمين الذي كتبته في الجزء C.
- تحليلياً اكتب برهاناً حرّاً لتخمينك.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

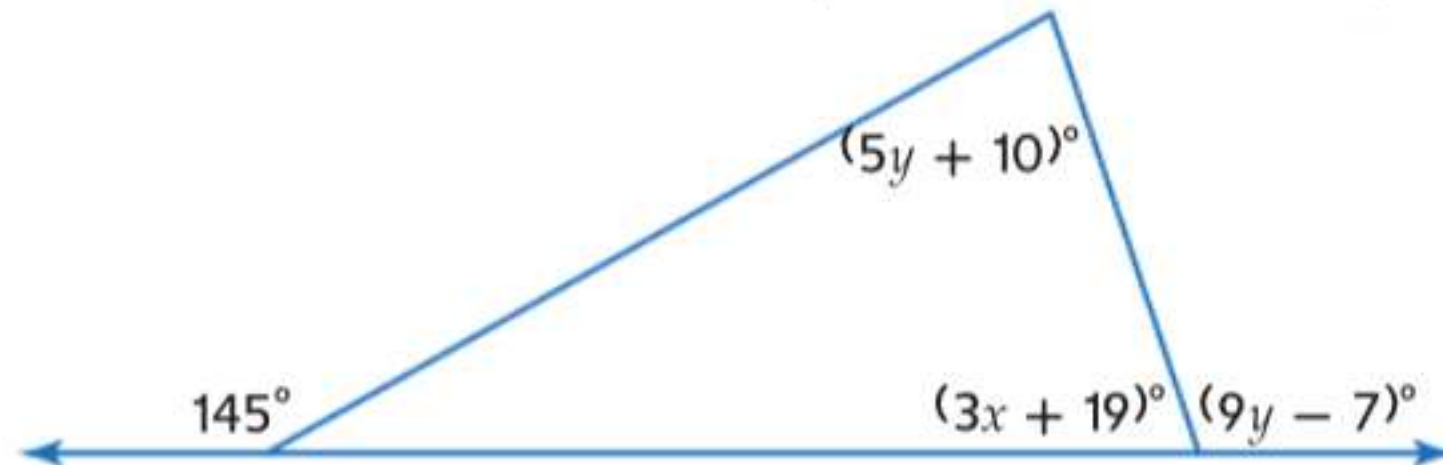
46. تحليل الخطأ قاس بدر زوايا المثلث وأسمائها كما هو ظاهر. ويقول بلال إن قياساً واحداً على الأقل غير صحيح. اشرح بطريقتين مختلفتين على الأقل كيف عرف بلال ذلك.



47. الكتابة في الرياضيات اشرح كيف ستتوصل إلى القياسات الناقصة في الشكل الظاهر.



48. تجد قيم x و y في الشكل أدناه.



49. التبرير إذا كانت الزاوية الخارجية المجاورة للزاوية $\angle A$ زاوية منفرجة، فهل $\triangle ABC$ حاد الزاوية أم قائم الزاوية أم منفرج الزاوية أم لا يمكن تحديد تصنيفه؟ اشرح تبريرك.

50. الكتابة في الرياضيات اشرح السبب في أن المثلث لا يمكن أن يحتوي على زوايا داخلية منفرجة وحادة وقائمة.

تدريب على الاختبارات المعيارية

53. الجبر ما المعادلة التي تعادل $7x - 3(2 - 5x) = 8x$ ؟

- F $2x - 6 = 8$
 G $22x - 6 = 8x$
 H $-8x - 6 = 8x$
 J $22x + 6 = 8x$

54. SAT/ACT يملك جمال 4 ألعاب فيديو أكثر من حارب ونصف ما يملكه حسام. إذا كان مجموع ما معهم يبلغ 24 لعبة فيديو، فكم عدد ما يملكه حسام؟

- A 7
 B 9
 C 12
 D 13
 E 14

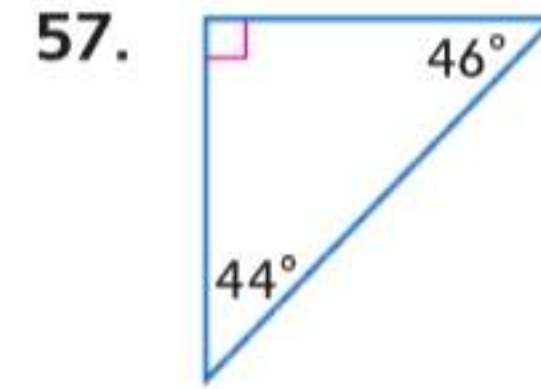
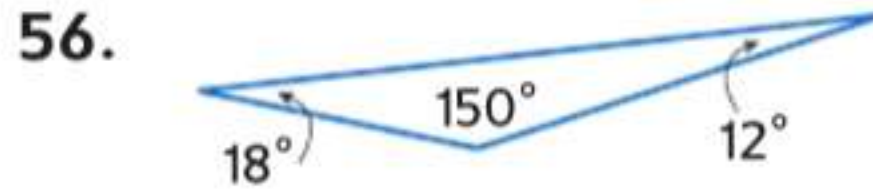
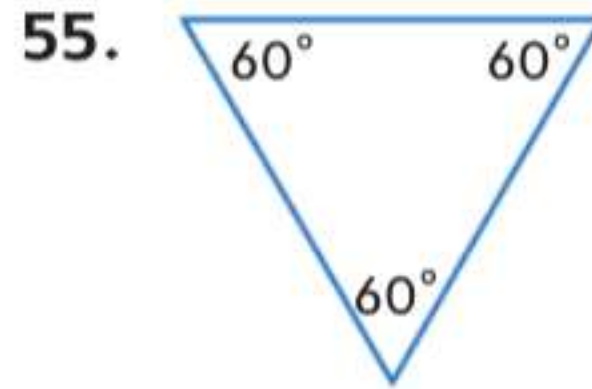
51. الاحتمال يملك السيد جاسم متجر فيديو ويريد إجراء استبيان لعملائه للتوصل إلى نوع الأفلام التي ينبغي أن يشتريها. أي من الخيارات التالية سيمثل الطريقة الأفضل لكي يحصل السيد جاسم على نتائج دقيقة للاستبيان؟

- A إجراء استبيان للعملاء الذين يأتون من الساعة 9 مساءً إلى الساعة 10 مساءً
 B إجراء استبيان للعملاء الذين يأتون في الإجازة الأسبوعية
 C إجراء استبيان للعملاء الذكور
 D إجراء استبيان في أوقات مختلفة من الأسبوع واليوم

52. الإجابة القصيرة يبلغ قياس زاويتين في مثلث 35° و 80° . جد قيم قياس الزوايا الخارجية للمثلث.

مراجعة شاملة

ضع تصنيفاً لكل مثلث باعتباره حاد الزاوية أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية.



هندسة الإحداثيات جد المسافة من P إلى l .

58. المستقيم l يمر بالنقطتين $(0, -2)$ و $(1, 3)$. والنقطة $P(-4, 4)$

59. المستقيم l يمر بالنقطتين $(-3, 0)$ و $(3, 0)$. والنقطة $P(4, 3)$

مراجعة المهارات

اذكر الخاصية التي تعلق كل عبارة.

60. إذا كانت $\frac{x}{2} = 7$ ، فإن $x = 14$.
 61. إذا كانت $x = 5$ و $b = 5$ ، فإن $x = b$.
 62. إذا كانت $XY - AB = WZ - AB$ ، فإن $XY = WZ$.
 63. إذا كانت $m\angle A = m\angle B$ و $m\angle A = m\angle C$ و $m\angle B = m\angle C$.
 64. إذا كانت $m\angle 1 + m\angle 2 = 90$ و $m\angle 2 = m\angle 3$ ، فإن $m\angle 1 + m\angle 3 = 90$.

المثلثات المتطابقة

السابق

تعرفت على المثلثات المتطابقة واستخدمتها.

الحالي

1 ذكر الأجزاء المتناظرة في المضلعات المتطابقة واستخدامها.
2 البرهنة على تطابق المثلثات باستخدام تعريف التطابق.

لماذا؟

تصنع شركات كثيرة أجهزة الاستريو في السيارة بواجهات قابلة للفك كنوع من التأمين ضد السرقة. يجب أن يتطابق شكل الواجهة وحجمها تماما مع المساحة التي يتم تركيبها فيها لكي يتم تركيبها في لوحة عدادات السيارة بالشكل الملائم.



المفردات الجديدة

تطابق congruent
مضلعات متطابقة congruent polygons
أجزاء متناظرة corresponding parts

استخدام تعريف التطابق بدلالة الحركات الصلبة لتوضيح أن المثلثين يكونان متطابقين إذا وفقط إذا كانت أزواج الأضلاع المتناظرة متطابقة وأزواج الزوايا المتناظرة متطابقة.
استخدام معايير التقارب والتشابه بالنسبة للمثلثات لحل المسائل وإثبات العلاقات في الأشكال الهندسية.
مراعاة الدقة.
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 التطابق والأجزاء المتناظرة

إذا كان هناك شكلان هندسيان بنفس الشكل والحجم، فإنهما **متطابقان**.

غير متطابقة	متطابقة
<p>الشكلان 4 و 5 لهما الشكل نفسه تماما لكن ليس القياس نفسه. والشكلان 5 و 6 لهما القياس نفسه ولكن ليس الشكل نفسه.</p>	<p>على الرغم من أن الأشكال 1 و 2 و 3 في أوضاع مختلفة، إلا أن لها نفس الشكل والقياس.</p>

في **المضلعين المتطابقين**، تتطابق جميع أجزاء أحد المضلعين مع **الأجزاء المتناظرة** أو الأجزاء المقابلة في المضلع الآخر. وتشمل هذه الأجزاء المتناظرة الزوايا المتناظرة والأضلاع المتناظرة.

المفهوم الأساسي تعريف المضلعات المتطابقة

الشرح	مثال
يتطابق المضلعان فقط إذا تطابقت أجزاؤهما المتناظرة. <td>الزوايا المتناظرة $\angle A \cong \angle H$ $\angle B \cong \angle J$ $\angle C \cong \angle K$</td>	الزوايا المتناظرة $\angle A \cong \angle H$ $\angle B \cong \angle J$ $\angle C \cong \angle K$
	الأضلاع المتناظرة $\overline{AB} \cong \overline{HJ}$ $\overline{BC} \cong \overline{JK}$ $\overline{AC} \cong \overline{HK}$
	عبارة التطابق $\triangle ABC \cong \triangle HJK$

توجد عبارات تطابق أخرى بالنسبة للمثلثات أعلاه. إن عبارات التطابق الصحيحة للمضلعات المتطابقة تسرد الرؤوس المتناظرة بالترتيب نفسه.

ليست عبارة صحيحة

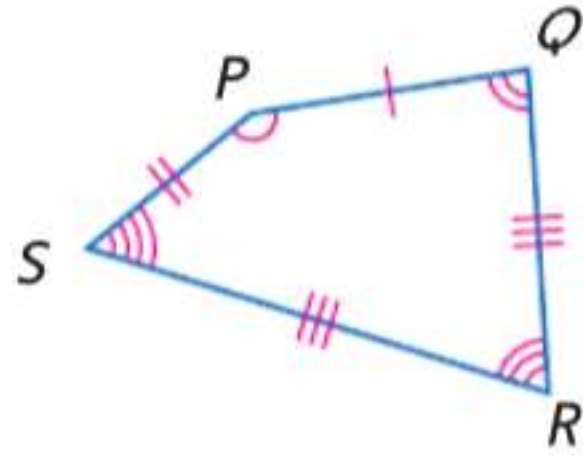
$$\triangle ABC \cong \triangle HKJ$$

عبارة صحيحة

$$\triangle BCA \cong \triangle JKH$$

مثال 1 تحديد الأجزاء المتطابقة المتناظرة

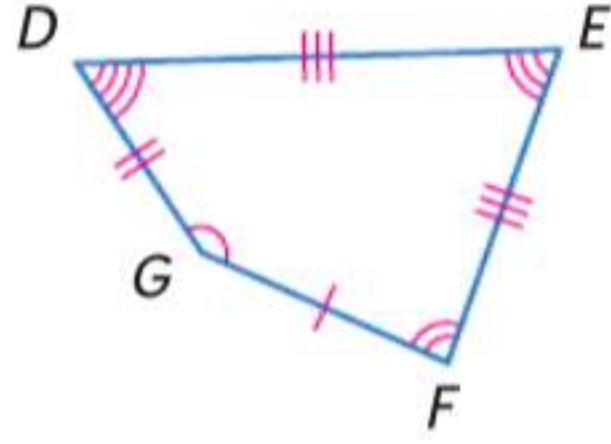
وضح أن الشكلين المضلعين متطابقان عن طريق تحديد جميع الأجزاء المتناظرة المتطابقة. ثم اكتب جملة التطابق.



$$\text{الزوايا: } \angle P \cong \angle R, \angle Q \cong \angle S, \angle R \cong \angle E, \angle S \cong \angle D$$

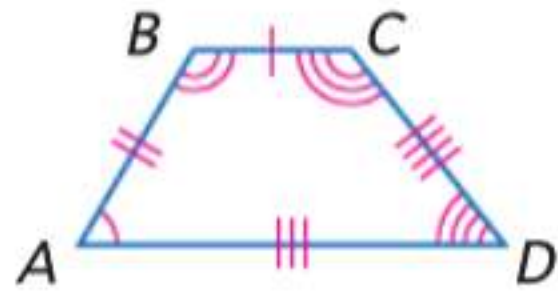
$$\text{الأضلاع: } \overline{PQ} \cong \overline{GF}, \overline{QR} \cong \overline{FE}, \overline{RS} \cong \overline{ED}, \overline{SP} \cong \overline{DG}$$

جميع الأجزاء المتناظرة في المضلعين متطابقة. ولذلك، المضلع PQRS \cong المضلع GFED.

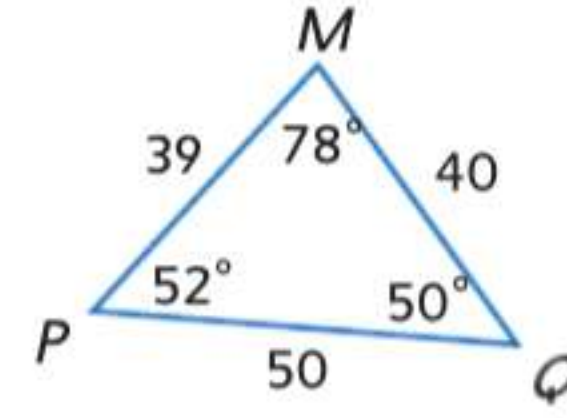
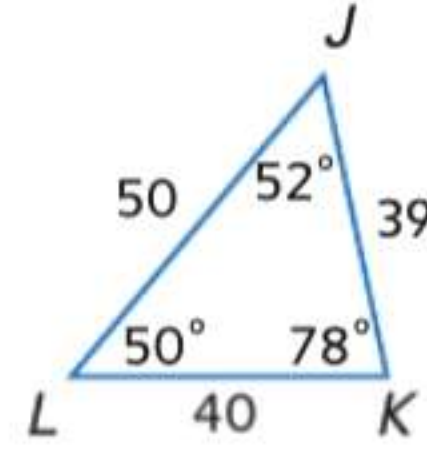
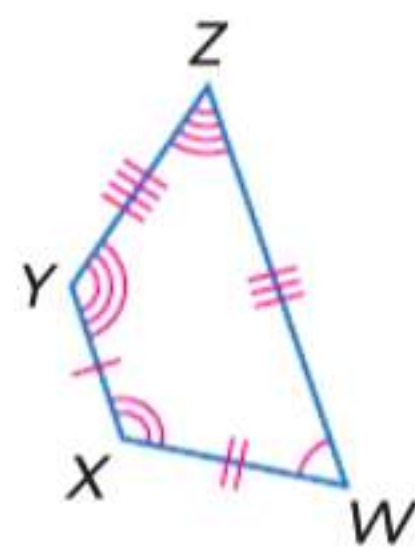


تمرين موجّه

1A.

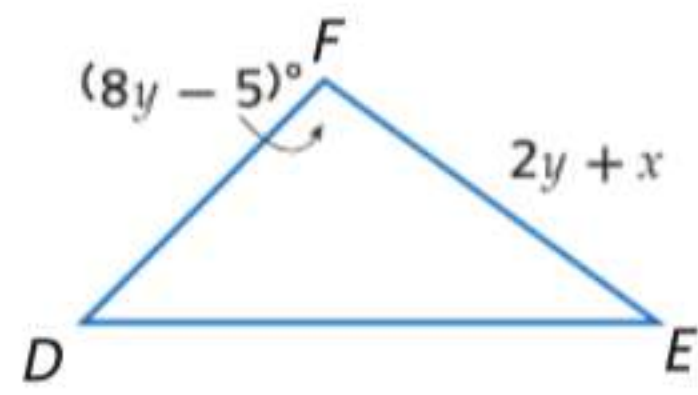
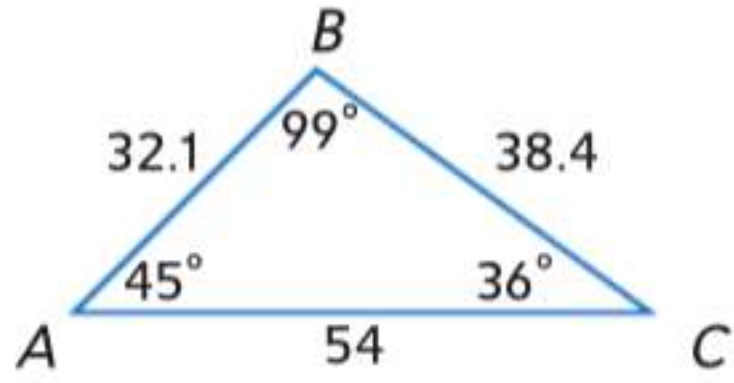


1B.



تعني عبارة "فقط إذا" في تعريف المضلع المتطابق أن كلاً من الشرط وعكسه صحيحان. وعلى هذا، فإذا كان المضلعان متطابقين، فإن أجزاءهما المتناظرة تكون متطابقة. بالنسبة للمثلثات، نقول إن الأجزاء المتناظرة في المثلثات المتطابقة تكون متطابقة.

مثال 2 استخدام الأجزاء المتناظرة في مثلثين متطابقين



في الرسم التخطيطي، $\triangle ABC \cong \triangle DFE$. جد قيمة x و y .

$$\angle F \cong \angle B$$

خاصية الانعكاس في التطابق

$$m\angle F = m\angle B$$

تعريف التطابق

$$8y - 5 = 99$$

تعويض

$$8y = 104$$

$$y = 13$$

اجمع 5 إلى كل طرف.

$$\overline{FE} \cong \overline{BC}$$

اقسم الطرفين على 8.

$$FE = BC$$

خاصية الانعكاس في التطابق

$$2y + x = 38.4$$

تعريف التطابق

$$2(13) + x = 38.4$$

تعويض

$$26 + x = 38.4$$

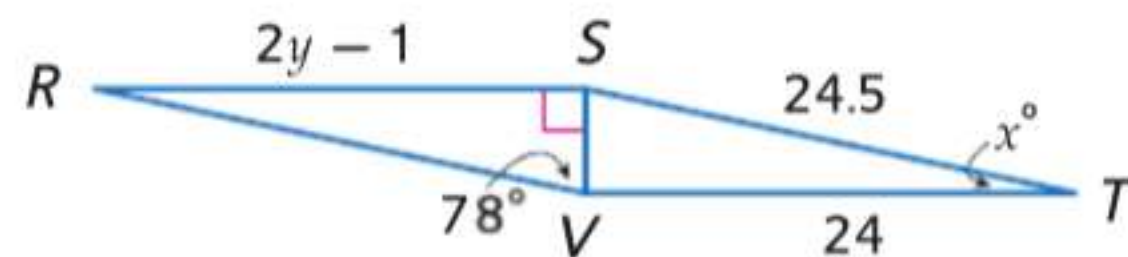
تعويض

$$x = 12.4$$

بسط.

اطرح 26 من كل طرف.

تمرين موجّه



2. في الرسم التخطيطي، $\triangle RSV \cong \triangle TVS$. جد قيمة x و y .

الربط بتاريخ الرياضيات

يوهان كارل فريدريش غاوس

(1777-1855) ابتكر غاوس

رمز التطابق ليوضح أن طرفي

المعادلة متشابهان وإن لم يكونا

متساويين. وتوصل إلى الكثير

من التطورات في الرياضيات

والفيزياء، بما في ذلك برهان

للنظرية الأساسية في الجبر.

المصدر: The Granger Collection, New York

نصيحة دراسية

استخدام عبارة تطابق يمكنك

استخدام عبارة تطابق لتساعدك

على تحديد الأضلاع المتناظرة

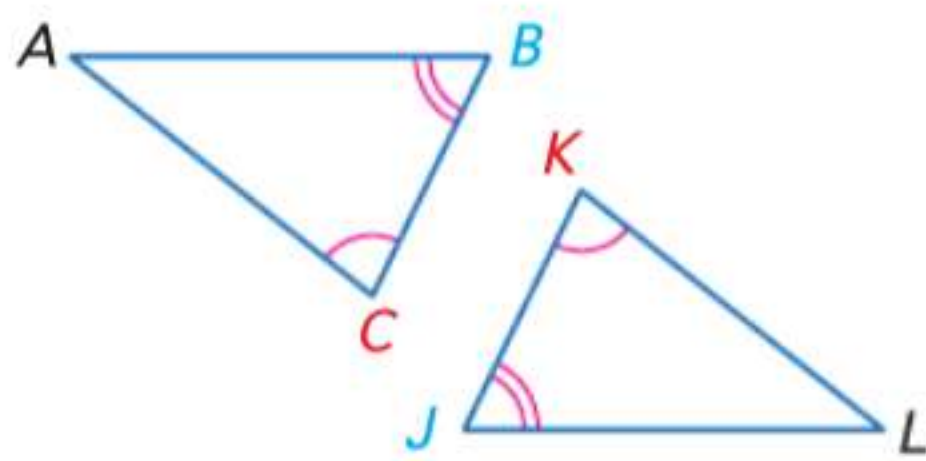
بشكل صحيح.

$$\triangle ABC \cong \triangle DFE$$

$$\overline{BC} \cong \overline{FE}$$

2 البرهنة على تطابق المثلثات تؤدي نظرية مجموع زوايا المثلث إلى نظرية أخرى حول الزوايا في مثلثين.

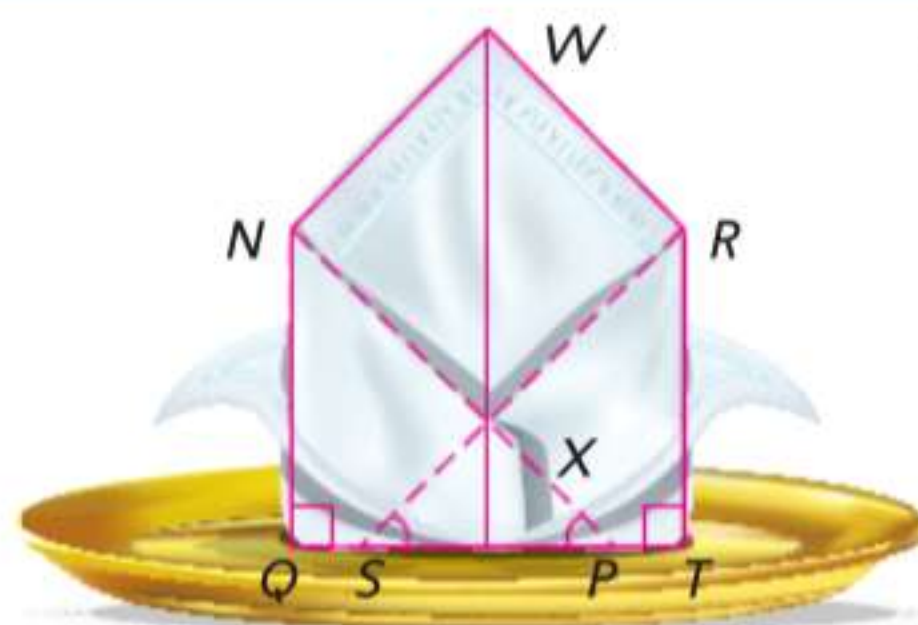
النظرية 14.3 نظرية الزاوية الثالثة



الشرح: إذا كانت زاويتان في مثلث متطابقتين مع زاويتين في مثلث آخر، فعندئذ تتطابق الزاوية الثالثة في المثلثين.
مثال: إذا كانت $\angle A \cong \angle J$ و $\angle B \cong \angle K$ ، إذا $\angle C \cong \angle L$.

ستبرهن على هذه النظرية في التمرين 21.

مثال 3 من الحياة اليومية استخدام نظرية الزاوية الثالثة



تنظيم حفل قرر مخطوطو المائدة الكبرى طي مناديل المائدة على شكل طي الجيب المثلث كي يتمكنوا من وضع هدية صغيرة في الجيب. إذا علمت أن $\angle NPQ \cong \angle RST$ و $m\angle NPQ = 40$ ، فجد $m\angle SRT$.

و بما أن جميع الزوايا القائمة متطابقة، $\angle NPQ \cong \angle RST$ ، وحسب نظرية الزاوية الثالثة، $\angle QNP \cong \angle RTS$ ووفقاً لتعريف التطابق، $m\angle QNP = m\angle TRS$.

$$m\angle QNP + m\angle NPQ = 90 \quad \text{الزاويتان الحادتان في المثلث القائم الزاوية متتامتان.}$$

$$m\angle QNP + 40 = 90 \quad \text{التعويض}$$

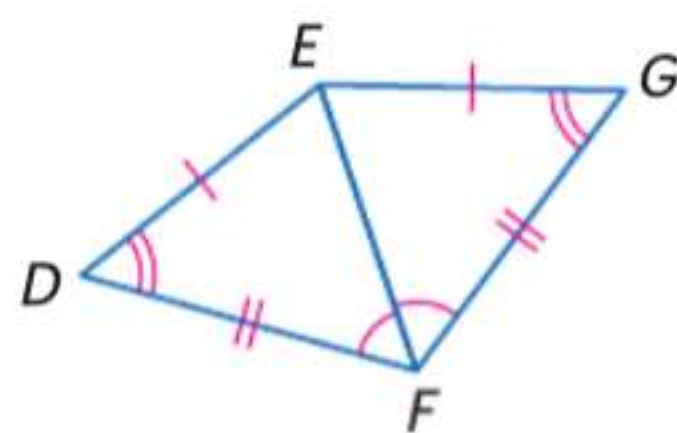
$$m\angle QNP = 50 \quad \text{ب طرح 40 من كل طرف.}$$

$$\text{بالتعويض، } m\angle SRT = m\angle QNP \text{ أو } 50.$$

تمرين موجّه

3. في الرسم التخطيطي أعلاه، إذا كانت $\angle WNX \cong \angle WRX$ و \overline{WX} تنصف $\angle NXR$ و $m\angle WNX = 88$ و $m\angle NXW = 49$ ، فجد $m\angle NWR$. اشرح تبريرك.

مثال 4 البرهنة على أن الزاويتين متطابقتان



اكتب برهاناً من عمودين.

المعطيات: $\overline{DE} \cong \overline{GE}$, $\overline{DF} \cong \overline{GF}$, $\angle D \cong \angle G$,
 $\angle DFE \cong \angle GFE$

المطلوب: $\triangle DEF \cong \triangle GEF$

البرهان:

العبارات

المبررات

1. المعطيات	1. $\overline{DE} \cong \overline{GE}$, $\overline{DF} \cong \overline{GF}$
2. خاصية الانعكاس في التطابق	2. $\overline{EF} \cong \overline{EF}$
3. المعطى	3. $\angle D \cong \angle G$, $\angle DFE \cong \angle GFE$
4. نظرية الزوايا الثالثة	4. $\angle DEF \cong \angle GEF$
5. تعريف المضلعات المتطابقة	5. $\triangle DEF \cong \triangle GEF$

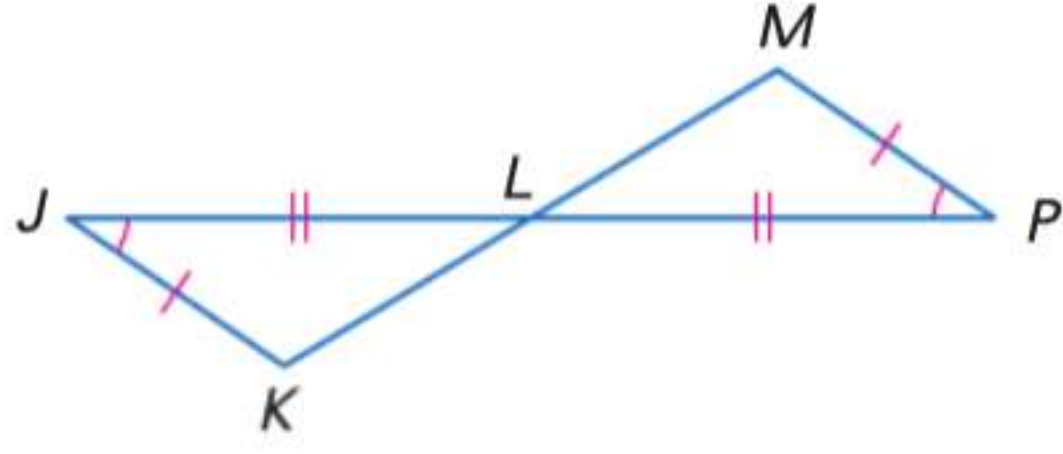
الربط بالحياة اليومية

استخدام بعض المهارات الأساسية في طي المناديل يمكن أن يضيف لمسة أنيقة على أي حفل. الكثير من الطيات تستخدم المثلثات.

نصيحة دراسية

خاصية الانعكاس عندما يشترك مثلثان في ضلع، استخدم خاصية انعكاس التطابق لإثبات أن الضلع المشترك متطابق مع نفسه.

تمرين موجّه



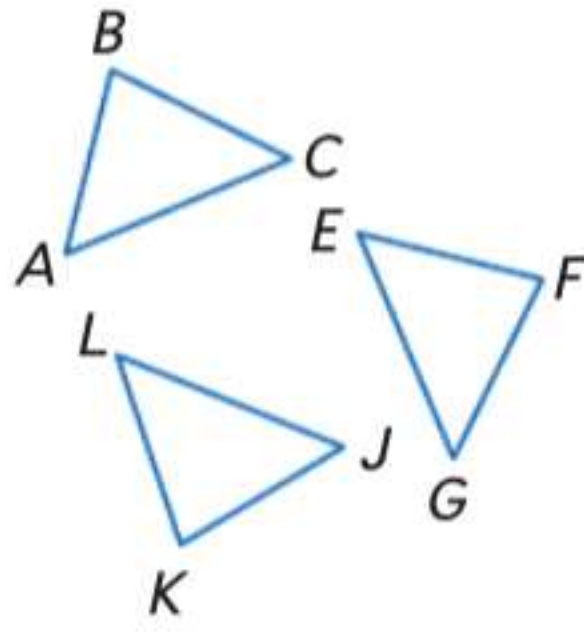
4. اكتب برهاناً من عمودين.

المعطيات: $\angle J \cong \angle P$, $\overline{JK} \cong \overline{PM}$,
 \overline{KM} تنصف L و $\overline{JL} \cong \overline{PL}$

المطلوب: $\triangle JLK \cong \triangle PLM$

مثل تطابق القطع والزوايا، تطابق المثلثات يتمتع بخواص الانعكاس والتناظر والتعدي.

النظرية 14.4 خصائص تطابق المثلث



خاصية انعكاس تطابق المثلث

$$\triangle ABC \cong \triangle ABC$$

خاصية تناظر تطابق المثلث

إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle EFG$ ، فإن $\triangle EFG \cong \triangle ABC$.

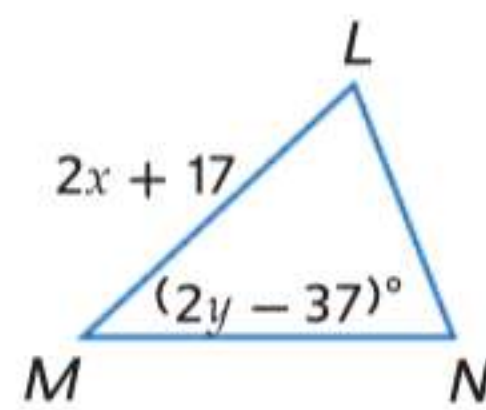
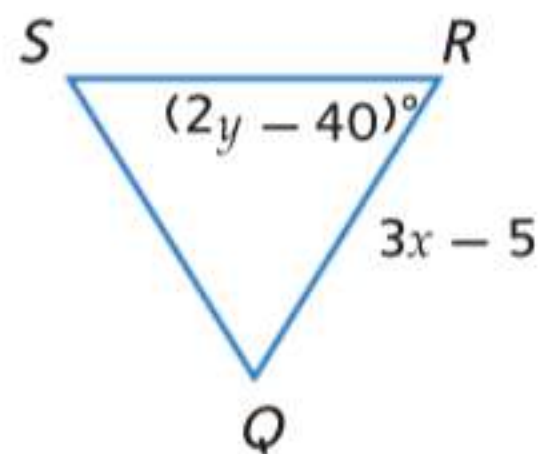
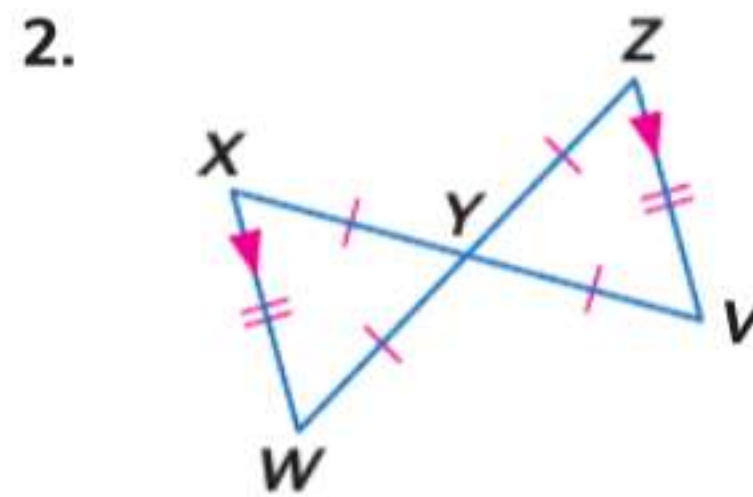
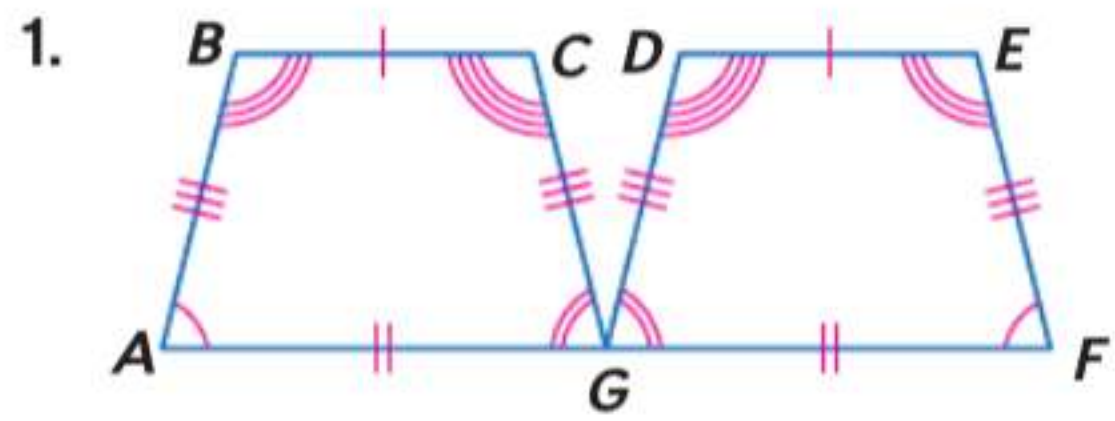
خاصية تعدي تطابق المثلث

إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle EFG$ و $\triangle EFG \cong \triangle JKL$ ، فإن $\triangle ABC \cong \triangle JKL$.

التحقق من فهمك

وضح أن الشكلين المضلعين متطابقان عن طريق تحديد جميع الأجزاء المتناظرة المتطابقة. ثم اكتب عبارة التطابق.

مثال 1



في الشكل، $\triangle LMN \cong \triangle QRS$.

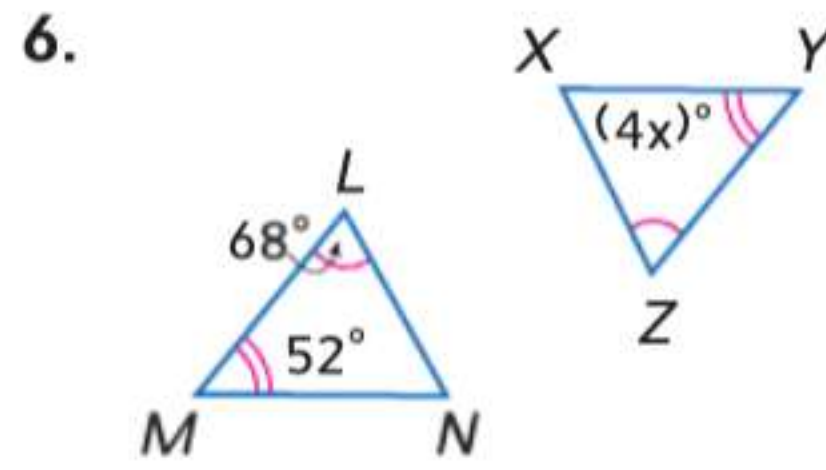
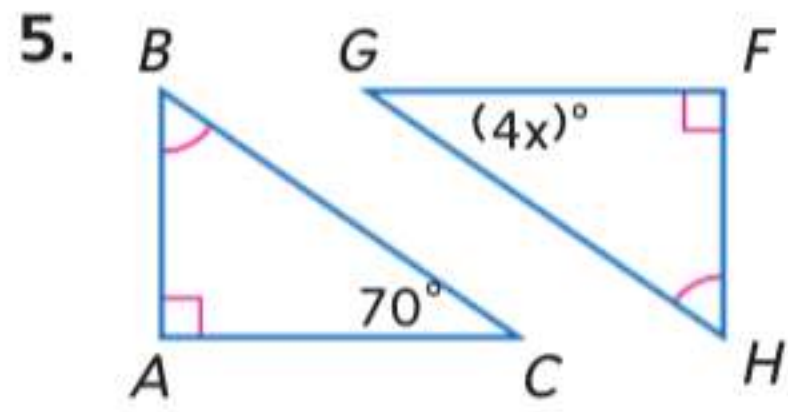
3. جد x .

4. جد y .

مثال 2

مثال 3

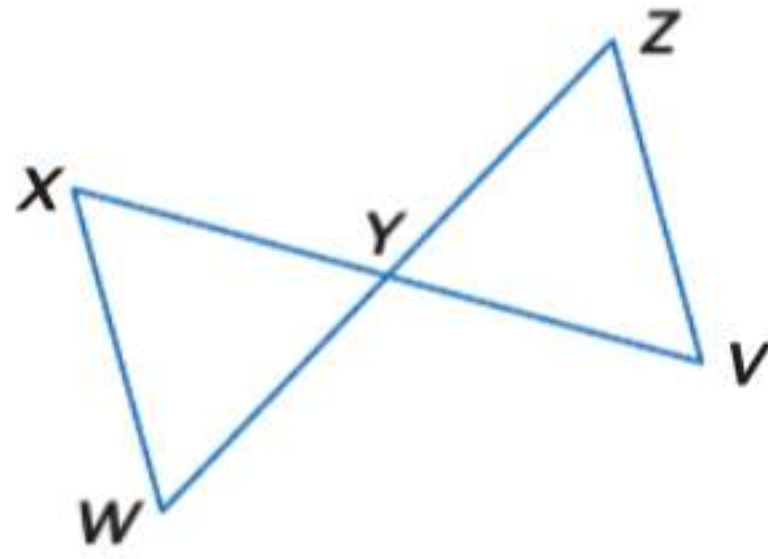
الانتظام جد x . اشرح تبريرك.



مثال 4

7. البرهان اكتب برهانا حُرًا.

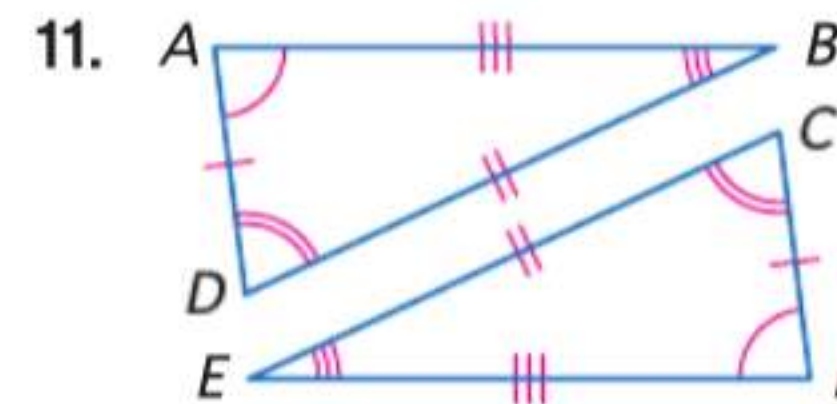
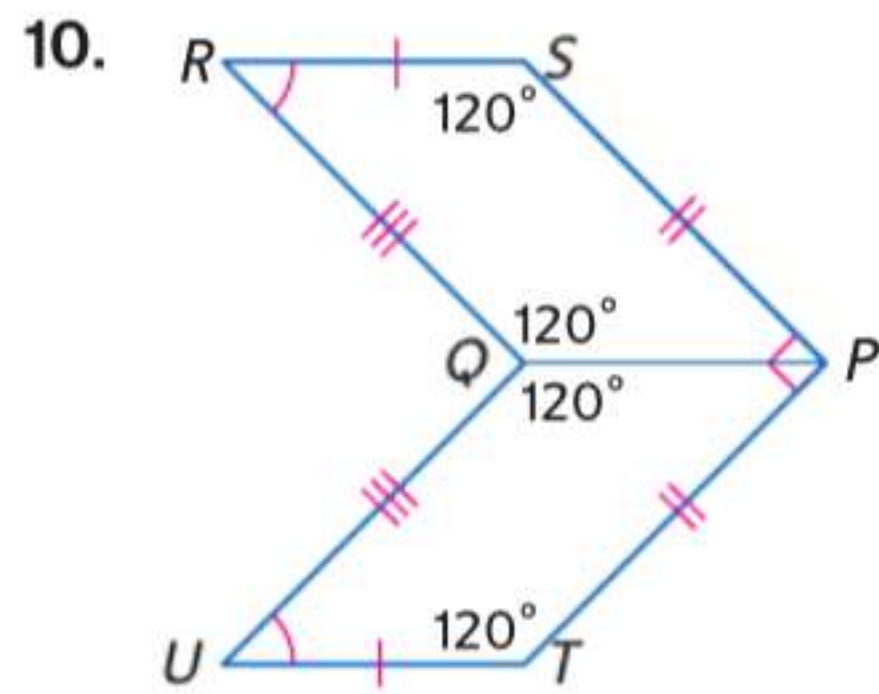
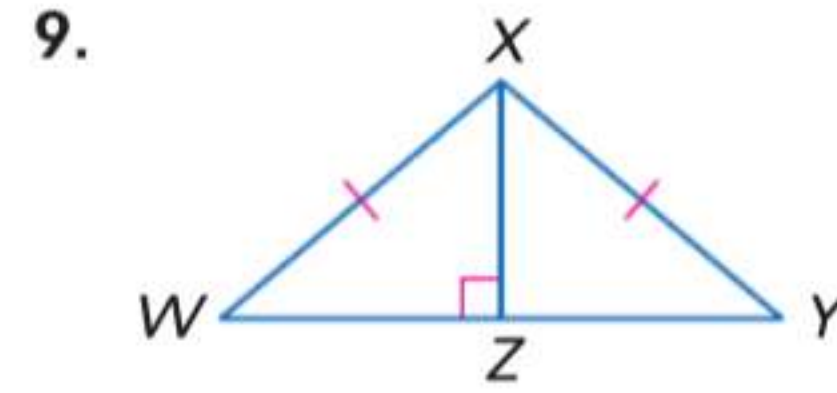
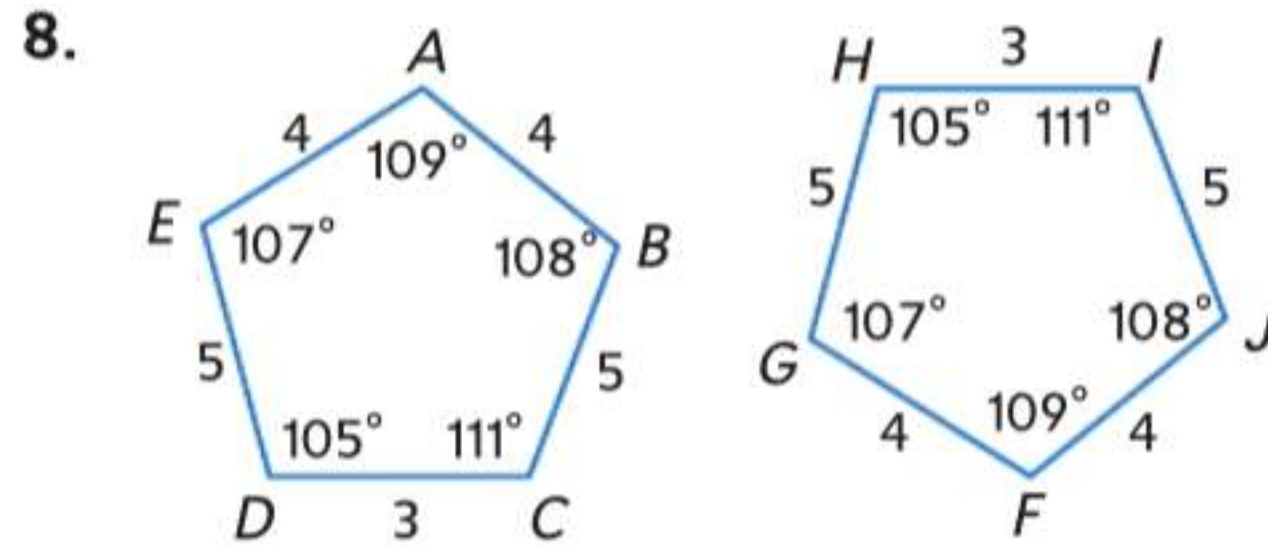
المعطيات: Y هي نقطة منتصف \overline{XV} و \overline{WZ} .
 $\overline{WX} \parallel \overline{ZV}$; $\overline{WX} \cong \overline{ZV}$
 المطلوب: $\triangle WYX \cong \triangle ZYV$



التمرين وحل المسائل

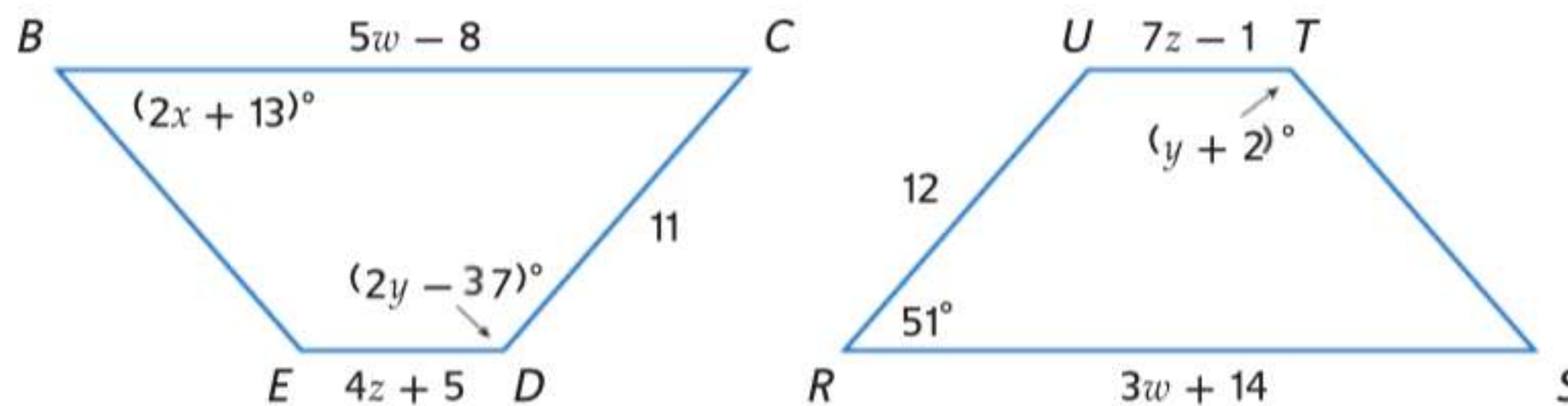
مثال 1

وضح أن الشكلين المضلعين متطابقان عن طريق تحديد جميع الأجزاء المتناظرة المتطابقة. ثم اكتب عبارة التطابق.



مثال 2

المضلع $RSTU \cong BCDE$. جد قيمة كل مما يلي.

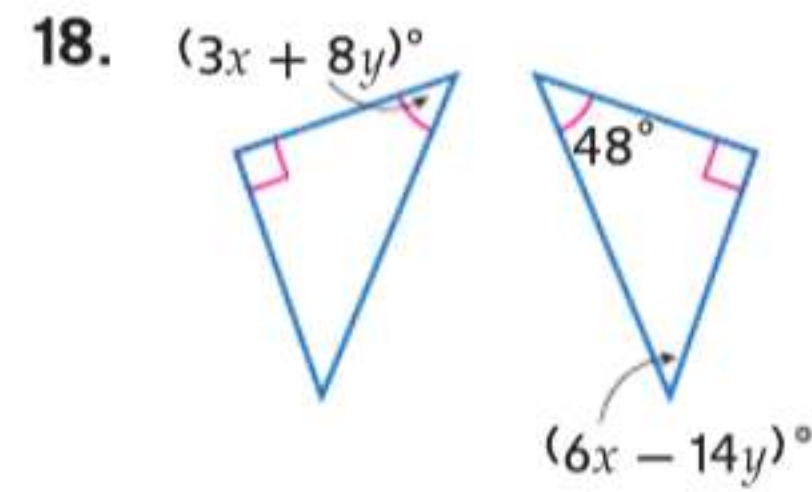
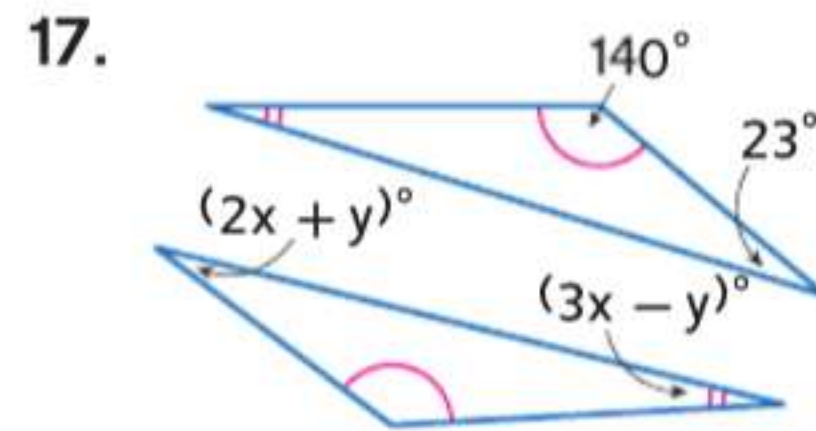
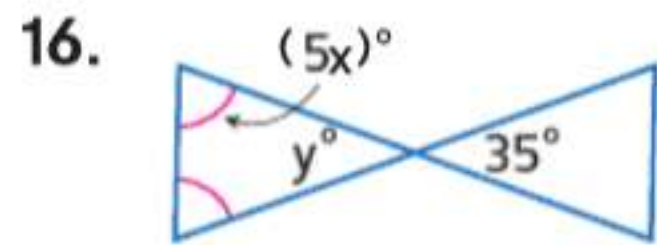


12. x

13. y

14. z

15. w



19. البرهان اكتب برهانا حُرًا للنظرية 14.3.

20. البرهان ضع العبارات المستخدمة في برهنة العبارة أدناه بالترتيب الصحيح. واذكر مبررات كل عبارة.

تطابق المثلثات يكون متناظرًا. (النظرية 14.4)



المعطيات: $\triangle RST \cong \triangle XYZ$

المطلوب: $\triangle XYZ \cong \triangle RST$

البرهان:

$$\begin{aligned} \angle X &\cong \angle R, \angle Y \cong \angle S, \\ \angle Z &\cong \angle T, \overline{XY} \cong \overline{RS}, \\ \overline{YZ} &\cong \overline{ST}, \overline{XZ} \cong \overline{RT} \end{aligned}$$

?

$$\begin{aligned} \angle R &\cong \angle X, \angle S \cong \angle Y, \\ \angle T &\cong \angle Z, \overline{RS} \cong \overline{XY}, \\ \overline{ST} &\cong \overline{YZ}, \overline{RT} \cong \overline{XZ} \end{aligned}$$

?

$$\triangle RST \cong \triangle XYZ$$

?

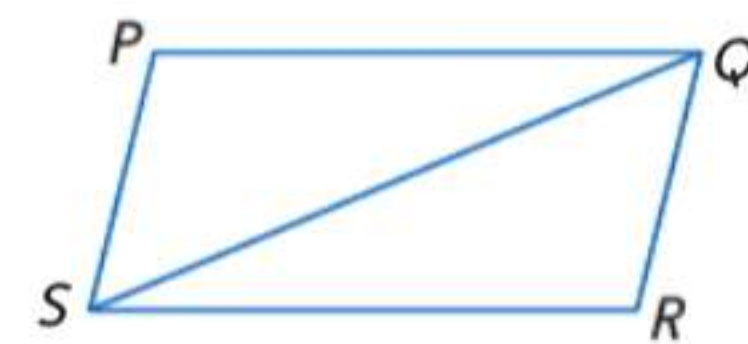
$$\triangle XYZ \cong \triangle RST$$

?

الفرضيات اكتب برهانًا من عمودين.

21. المعطيات: متوازي الأضلاع PQRS

المطلوب: $\triangle PQS \cong \triangle RSQ$

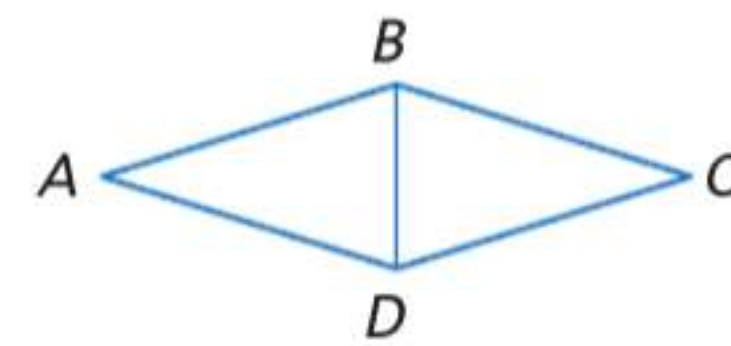


22. المعطيات: $\angle A \cong \angle C$; $\angle ABD \cong \angle CBD$;

$$\angle ADB \cong \angle CDB$$

$$\overline{AB} \cong \overline{CB}; \overline{CD} \cong \overline{AD}$$

المطلوب: $\triangle ABD \cong \triangle CBD$



23. طباعة القمصان تعشق حصة مادة الرياضيات وأرادت الطباعة على القمصان من أجل صديقاتها. وقد ذهبت إلى شركة تطبع على القمصان حسب الطلب. تصميمها موضح على اليسار. ما الخاصية التي تضمن تطابق التصميمات المطبوعة؟



البرهان اكتب النوع المحدد من برهان الجزء المشار إليه في النظرية 14.4.

24. تطابق المثلثات يتسم بالتعدي. (برهان حرّ)

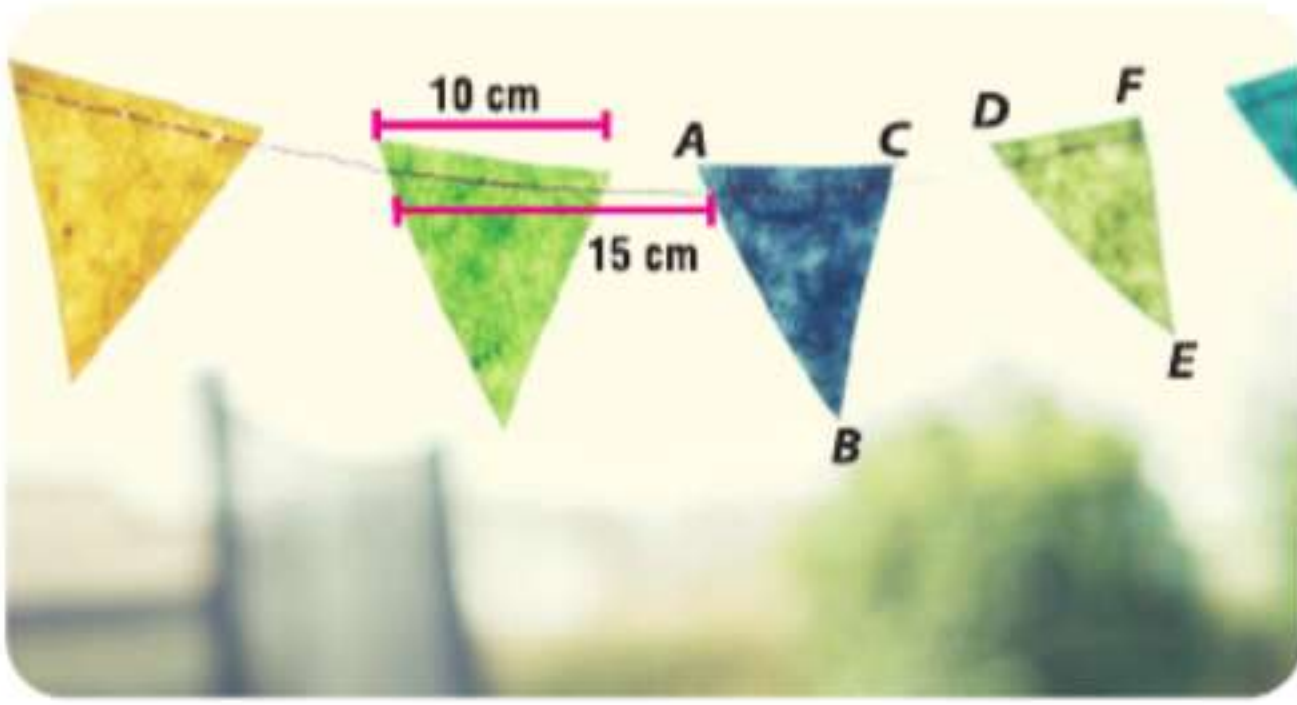
25. تطابق المثلثات يتسم بالانعكاس. (برهان تسلسلي)

الجبر ارسم شكلاً وسّمه لتمثيل المثلثات المتطابقة. ثم جد قيمة x و y .

26. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, $AB = 11$, $AC = 17 + x$, $DF = 2x + 13$, $DE = 3y + 2$

27. $\triangle LMN \cong \triangle RST$, $m\angle L = 51$, $m\angle M = 9y$, $m\angle S = 72$, $m\angle T = 4x + 15$

28. $\triangle JKL \cong \triangle MNP$, $JK = 12$, $LJ = 7$, $PM = 3x - 2$, $m\angle L = 67$, $m\angle K = y + 9$, $m\angle N = 2y - 4$



29. **الأشكال المثلثة** يتولى حسن مسؤولية تطويق منطقة بحبل وتبلغ مساحتها 9 أمتار مربعة لكي تستخدمها الفرقة الموسيقية أثناء تجمع طلابي. ويستخدم سلسلة من المثلثات المتطابقة متساوية الساقين.

a. اذكر سبعة أزواج من القطع المتطابقة في الصورة.

b. إذا كانت المساحة التي يطوقها بحبل مربعة، فما الطول المطلوب لحبل المثلثات؟

c. كم عدد المثلثات التي ستكون في الحبل؟

30. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، ستتعرف على عبارة محيطات المثلثات المتطابقة متساوية.

a. **لفظياً** اكتب عبارة شرطية لتمثيل العلاقة بين محيطي زوج من المثلثات المتطابقة.

b. **لفظياً** اكتب عبارة عكسية لعبارتك الشرطية. هل العكس صحيح أم خطأ؟ اشرح تبريرك.

c. **هندسياً** ارسم مثلثين لهما المحيط ذاته لكنهما غير متطابقين إذا كان ذلك ممكناً. وإن كان ذلك غير ممكن، فاشرح السبب.

d. **هندسياً** ارسم مستطيلين لهما المحيط ذاته لكنهما غير متطابقين إذا كان ذلك ممكناً. وإن كان ذلك غير ممكن، فاشرح السبب.

31. **الأنماط** الإوز الطائر قالب يستخدم كثيراً في صناعة الألبسة.

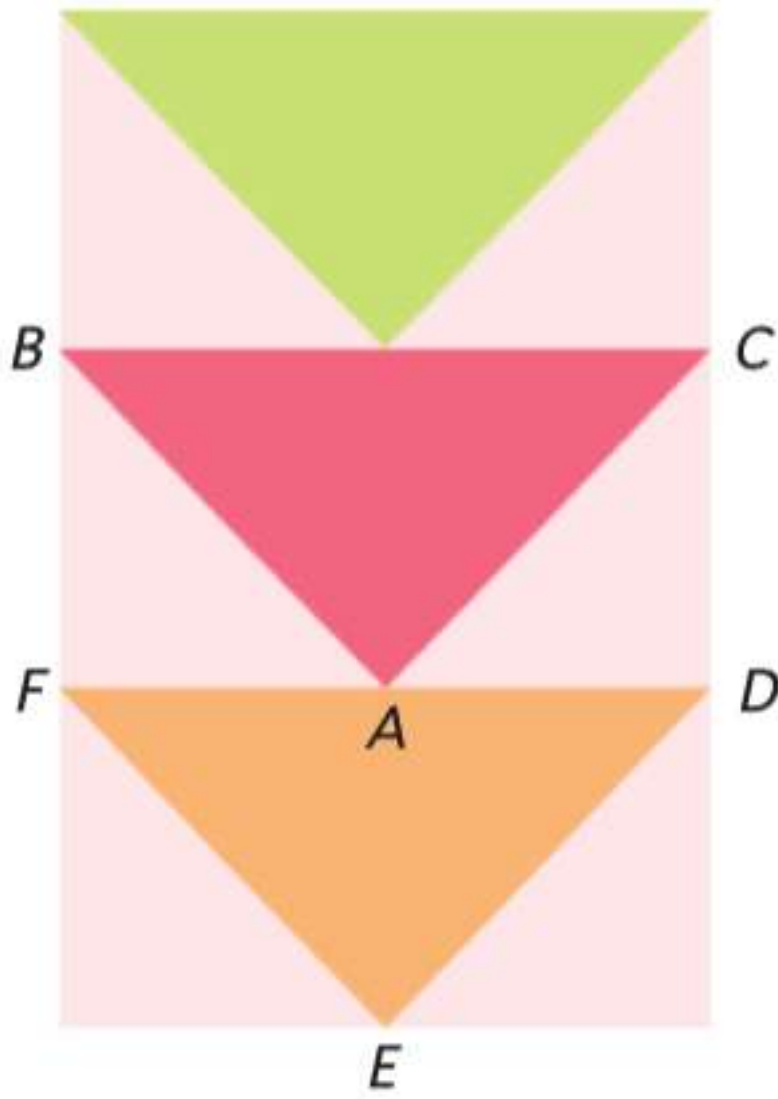
a. ما المضلعان المستخدمان لإنشاء النمط؟

b. اذكر اسم زوج من المثلثات المتطابقة.

c. اذكر اسم زوج من الزوايا المتناظرة.

d. إذا كانت $BC = 4$ ، فما FD ؟ اشرح.

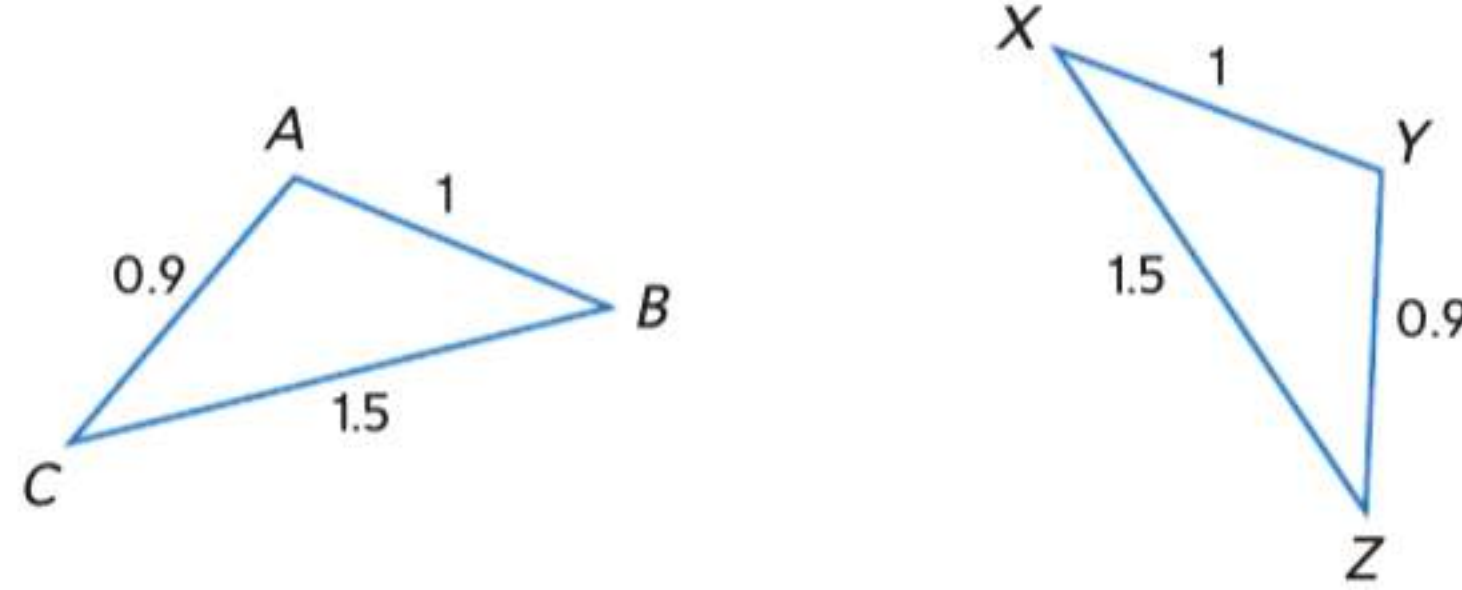
e. ما قياس الزاوية $\angle E$ ؟ اشرح.



32. **الموسيقى** يمكن استخدام أطواق طبلة صوت الباص لإصلاحها. ويجب أن تكون الأطواق بالحجم ذاته. أي قياس ستستخدم لإثبات أن الأطواق متطابقة. اشرح استنتاجك.

33. الكتابة في الرياضيات اشرح سبب أهمية ترتيب الرؤوس عند تسمية المثلثات المتطابقة. اذكر مثالاً لدعم إجابتك.

34. تحليل الخطأ يحدد حمادة ووليد قيماً للأشكال المتطابقة أدناه. يقول حمادة $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ ويقول وليد $\triangle CAB \cong \triangle XYZ$. فهل أيّ منهما على صواب؟



الكتابة في الرياضيات حدّد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة دائماً أم أحياناً أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح تبريرك.

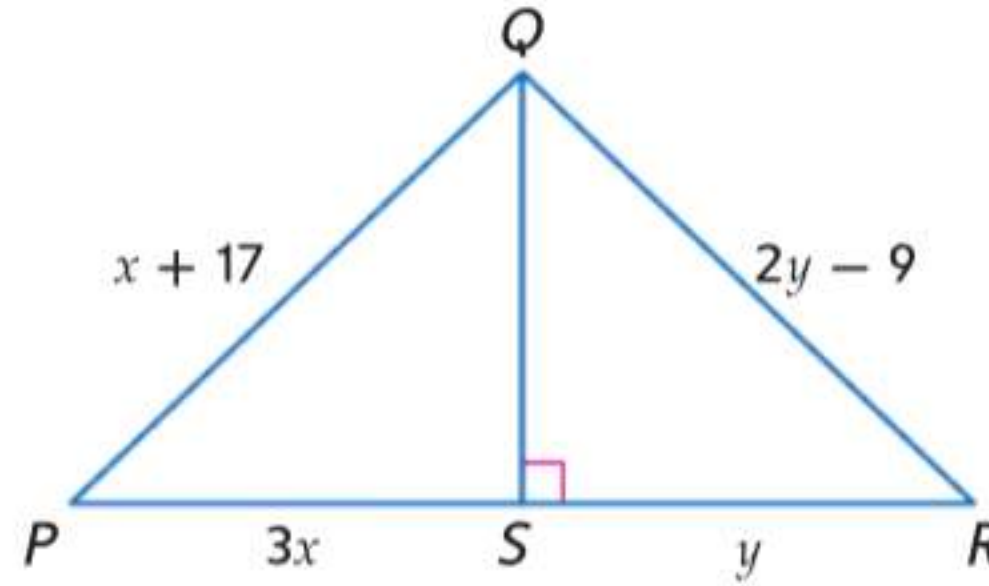
35. المثلثات متساوية الزوايا متطابقة.

36. المثلثان اللذان يتطابق بهما زوجان من الأضلاع المتناظرة وزوج من الزوايا المتناظرة يكونان متطابقين.

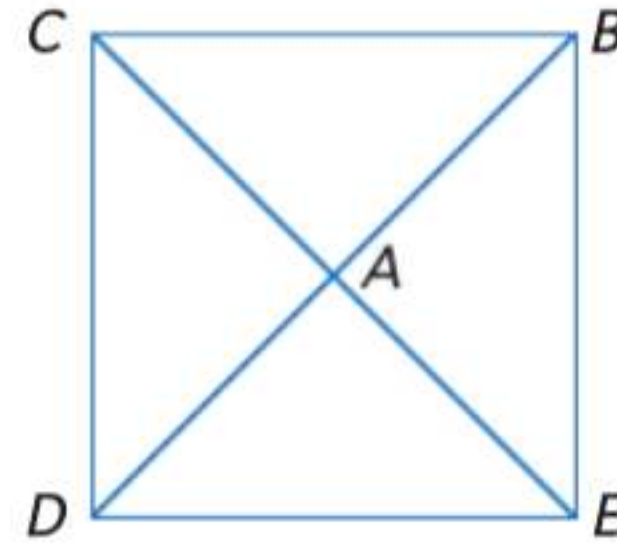
37. المثلثان اللذان يتطابق بهما ثلاثة أزواج من الأضلاع المتناظرة يكونان متطابقين.

38. المثلثان القائمان اللذان يتطابق بهما زوجان من السيقان المتناظرة يكونان متطابقين.

39. تحدّد قيمة x و y إذا كان $\triangle PQS \cong \triangle RQS$



40. تحدّد اكتب برهاناً حرّاً لإثبات أن المثلثات الأربعة الناتجة بواسطة أقطار مربع تكون متطابقة.



تدريب على الاختبارات المعيارية

42. الإجابة الشبكية المثلث ABC متطابق مع $\triangle HIJ$. رؤوس $\triangle ABC$ هي $A(-1, 2)$ و $B(0, 3)$ و $C(2, -2)$. فما قياس ضلع \overline{HJ} ؟

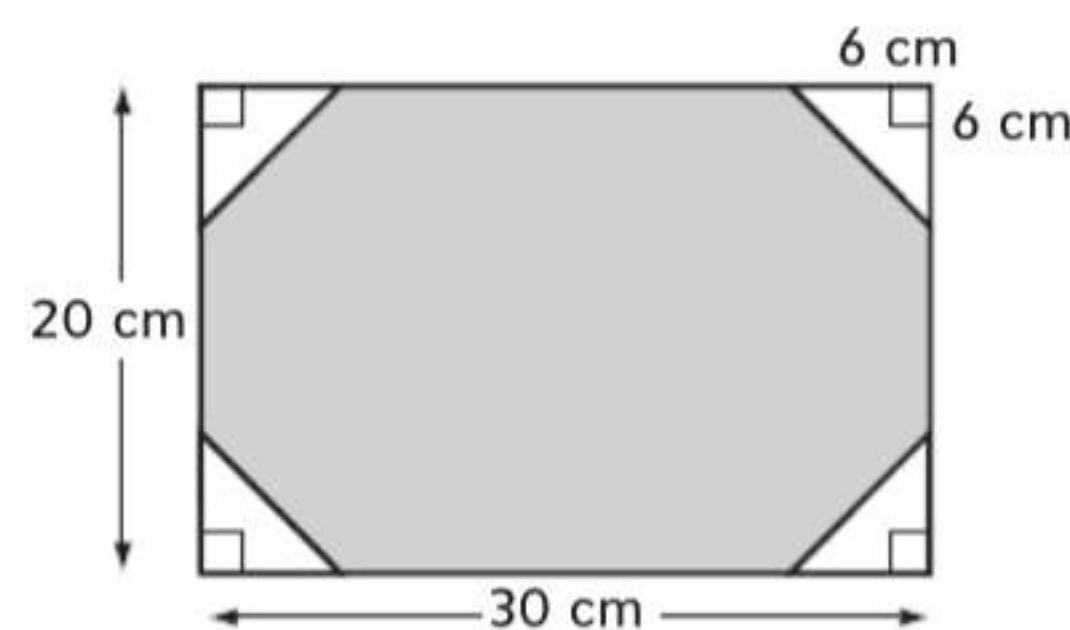
43. الجبر أي مما يلي عامل من عوامل التعبير $x^2 + 19x - 42$ ؟

- F $x + 14$ H $x - 2$
G $x + 2$ J $x - 14$

44. SAT/ACT يقطع حمد مسافة معينة بسرعة 20 km في الساعة ويعود على نفس الطريق بسرعة 65 km/h . فما متوسط سرعته بالكيلومتر في الساعة طوال الرحلة؟

- A 32.5 D 47.5
B 35.0 E 55.3
C 41.0

41. قطع حسن أربعة مثلثات متطابقة من أركان مستطيل ليصنع شكلاً ثمانية كما هو ظاهر بالأدنى. فما مساحة الشكل الثماني؟



- A 456 cm^2 C 552 cm^2
B 528 cm^2 D 564 cm^2

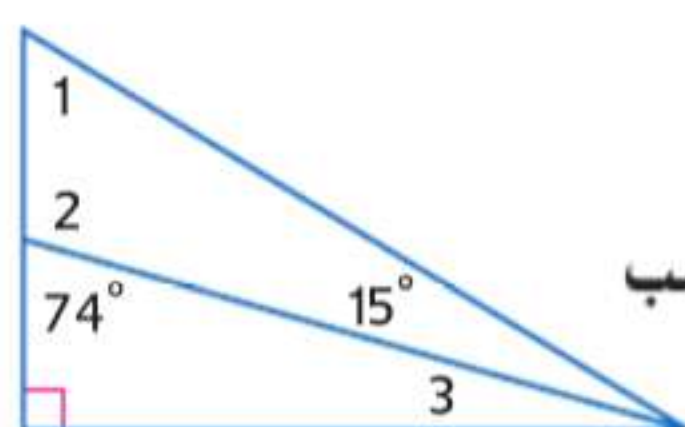
مراجعة شاملة

جد كل قياس في المثلث الذي على اليسار.

45. $m\angle 2$

46. $m\angle 1$

47. $m\angle 3$



هندسة الإحداثيات جد قياسات أضلاع $\triangle JKL$ وضع تصنيفاً لكل مثلث حسب قياسات أضلاعه.

48. $J(-7, 10)$, $K(15, 0)$, $L(-2, -1)$

49. $J(9, 9)$, $K(12, 14)$, $L(14, 6)$

50. $J(4, 6)$, $K(4, 11)$, $L(9, 6)$

51. $J(16, 14)$, $K(7, 6)$, $L(-5, -14)$

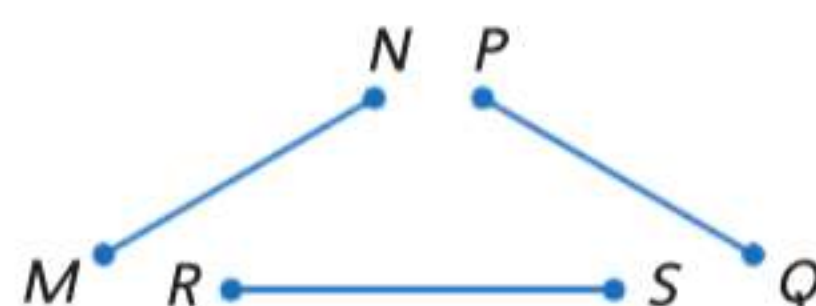
مراجعة المهارات

52. انسخ البرهان مع إكماله.

المعطيات: $\overline{MN} \cong \overline{PQ}$, $\overline{PQ} \cong \overline{RS}$

المطلوب: $\overline{MN} \cong \overline{RS}$

البرهان:



المبررات	العبارات
a. المعطى	a. _____ ؟
_____ ؟	b. $MN = PQ$, $PQ = RS$
_____ ؟	c. _____ ؟
d. تعريف القطع المتطابقة	d. $\overline{MN} \cong \overline{RS}$

إثبات تطابق المثلثات - تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)، تساوي ضلعين وزاوية (SAS)

14-4



لماذا؟

الحالي

السابق

● اللوح المزدوج بهيكل على شكل A يعتبر طريقة مريحة لعرض المعلومات. ولا تقتصر مزاياه على الطي بشكل مسطح للتخزين بسهولة، لكن عند تثبيت الذراع الجانبية في مكانها، يصبح الهيكل قويًا جدًا. وعندما يكون الذراعان الجانبيان بالطول نفسه وعلى المسافة نفسها من أعلى على أي من الجانبين، يشكل الهيكل المفتوح مثلثين متطابقين.

- استخدام مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS) لاختبار تطابق المثلثين.
- استخدام مسلّمة تساوي ضلعين وزاوية (SAS) لاختبار تطابق المثلثين.

● لقد برهنت على تطابق المثلثات باستخدام تعريف التطابق.

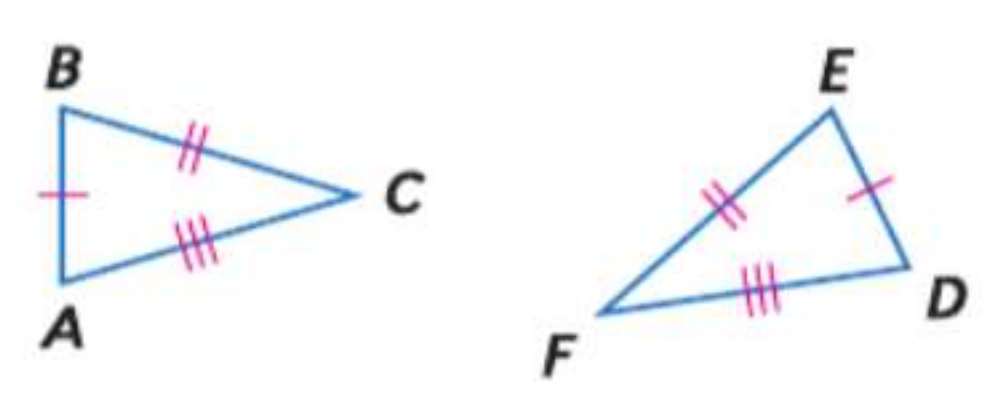
1 مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة SSS في الدرس 3-14، برهنت على أن المثلثين كانا متطابقين بتوضيح أن كل الأزواج الستة من الأجزاء المتناظرة كانت متطابقة. من الممكن البرهنة على تطابق المثلثين باستخدام أزواج أقل. يوضح اللوح المزدوج أنه إذا كان المثلثان بنفس أطوال الأضلاع الثلاثة، فهما متطابقان. ويظهر هذا في المسلّمة أدناه.

المفردات الجديدة

زاوية محصورة
included angle

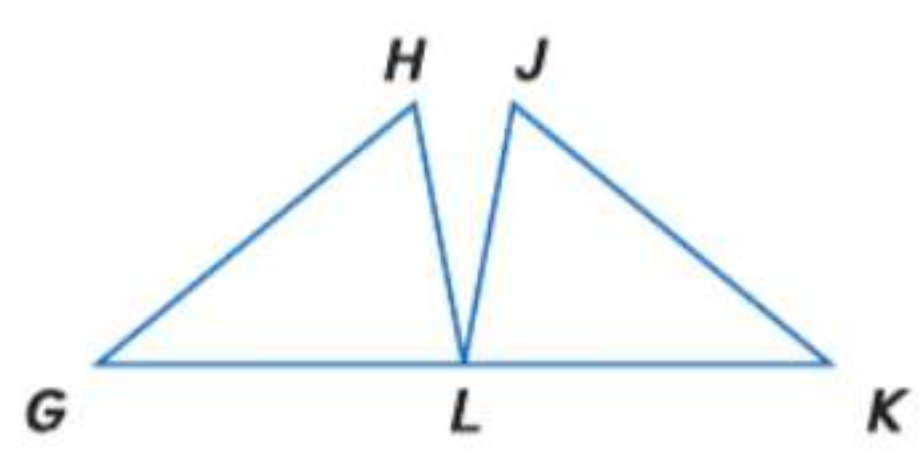
إثبات نظريات حول المثلثات. استخدام معايير التقارب والتشابه بالنسبة للمثلثات لحل المسائل وإثبات العلاقات في الأشكال الهندسية. بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين. فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

المسلّمة 14.1 تطابق بتساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)



إذا كانت ثلاثة أضلاع في مثلث متطابقة مع ثلاثة أضلاع في مثلث آخر، فالمثلثان متطابقان.
مثال إذا كان الضلع $\overline{AB} \cong \overline{DE}$
الضلع $\overline{BC} \cong \overline{EF}$
والضلع $\overline{AC} \cong \overline{DF}$
إذا $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

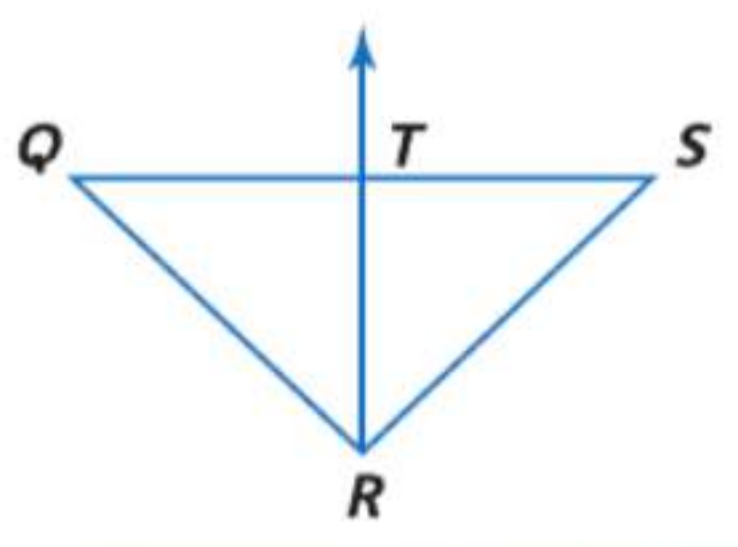
مثال 1 استخدام تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS) للبرهنة على أن المثلثين متطابقان



اكتب برهانًا تسلسليًا.
المعطيات: $\overline{GH} \cong \overline{KJ}$ و $\overline{HL} \cong \overline{JL}$ و L نقطة المنتصف في \overline{GK} .
المطلوب: $\triangle GHL \cong \triangle KJL$
البرهان التسلسلي:



تمرين موجه



1. اكتب برهانًا تسلسليًا.
المعطيات: $\triangle QRS$ متساوي الساقين حيث $\overline{QR} \cong \overline{SR}$
 \overline{RT} ينصف \overline{QS} عند النقطة T.
المطلوب: $\triangle QRT \cong \triangle SRT$

مثال 2 على الاختبار المعياري تسليوي الأضلاع الثلاثة (SSS) على المستوى الإحداثي

إجابة موسعة المثلث ABC رؤوسه $A(1, 1)$ و $B(0, 3)$ و $C(2, 5)$. والمثلث EFG رؤوسه $E(1, -1)$ و $F(2, -5)$ و $G(4, -4)$.

a. ارسم كلا المثلثين على مستوى إحداثي واحد.

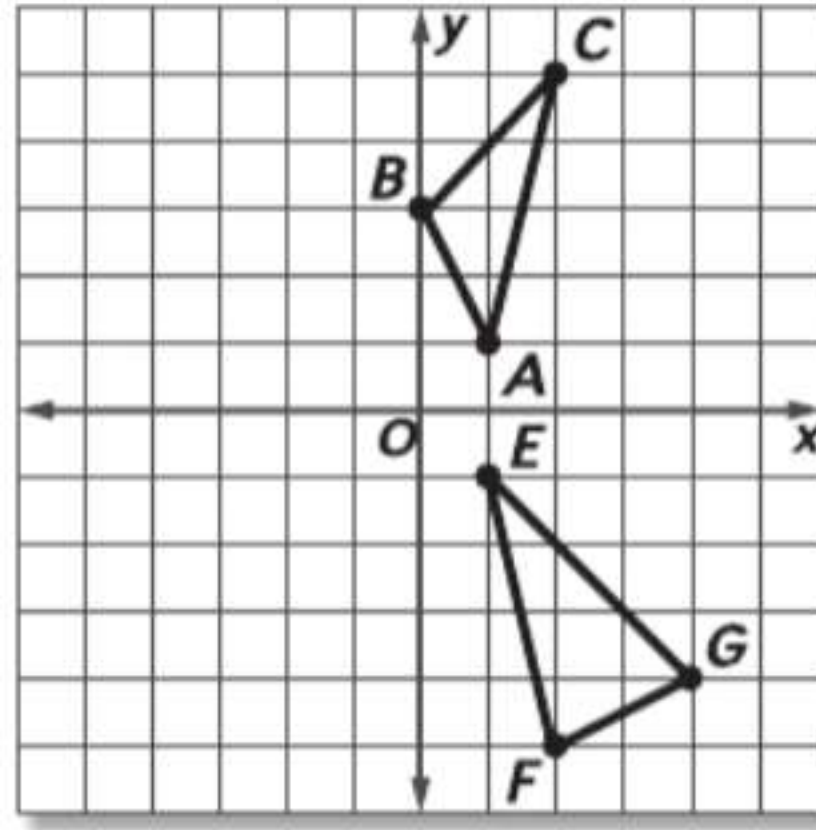
b. استخدم التمثيل البياني لتخمين ما إذا كان المثلثان متطابقين أم لا. اشرح تبريرك.

c. اكتب فرضية منطقية باستخدام هندسة الإحداثيات لدعم التخمين الذي توصلت إليه في الجزء b. قراءة فقرة الاختبار

مطلوب منك ثلاثة أشياء في هذه المسألة. في الجزء a. عليك تصميم تمثيل بياني لكل من $\triangle ABC$ و $\triangle EFG$ على المستوى الإحداثي ذاته. في الجزء b. عليك تخمين أن $\triangle ABC \cong \triangle EFG$ أو $\triangle ABC \not\cong \triangle EFG$ بناءً على التمثيل البياني. وأخيرًا في الجزء c. مطلوب منك إثبات التخمين.

حل فقرة الاختبار

b. يبدو من التمثيل البياني أن المثلثين ليسا بالشكل نفسه. إذا يمكننا تخمين أنهما ليسا متطابقين.



c. استخدم قانون المسافة لبيان عدم تساوي قياس كل الأضلاع المتناظرة.

$$AB = \sqrt{(0-1)^2 + (3-1)^2} \\ = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

$$EF = \sqrt{(2-1)^2 + [-5-(-1)]^2} \\ = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$$

$$BC = \sqrt{(2-0)^2 + (5-3)^2} \\ = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$$

$$FG = \sqrt{(4-2)^2 + [-4-(-5)]^2} \\ = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

$$AC = \sqrt{(2-1)^2 + (5-1)^2} \\ = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$$

$$EG = \sqrt{(4-1)^2 + [-4-(-1)]^2} \\ = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$$

بينما $AB = FG$ و $AC = EF$ و $BC \neq EG$. نظرًا لعدم التطابق بتساوي الأضلاع الثلاثة. $\triangle ABC \not\cong \triangle EFG$.

تمرين موجه

2. المثلث JKL رؤوسه $J(2, 5)$ و $K(1, 1)$ و $L(5, 2)$. والمثلث NPQ رؤوسه $N(-3, 0)$ و $P(-7, 1)$ و $Q(-4, 4)$.

a. مثل المثلثين بيانيًا على مستوى إحداثي واحد.

b. استخدم التمثيل البياني لتخمين ما إذا كان المثلثان متطابقين أم لا. اشرح تبريرك.

c. اكتب فرضية منطقية باستخدام هندسة الإحداثيات لدعم التخمين الذي توصلت إليه في الجزء b.

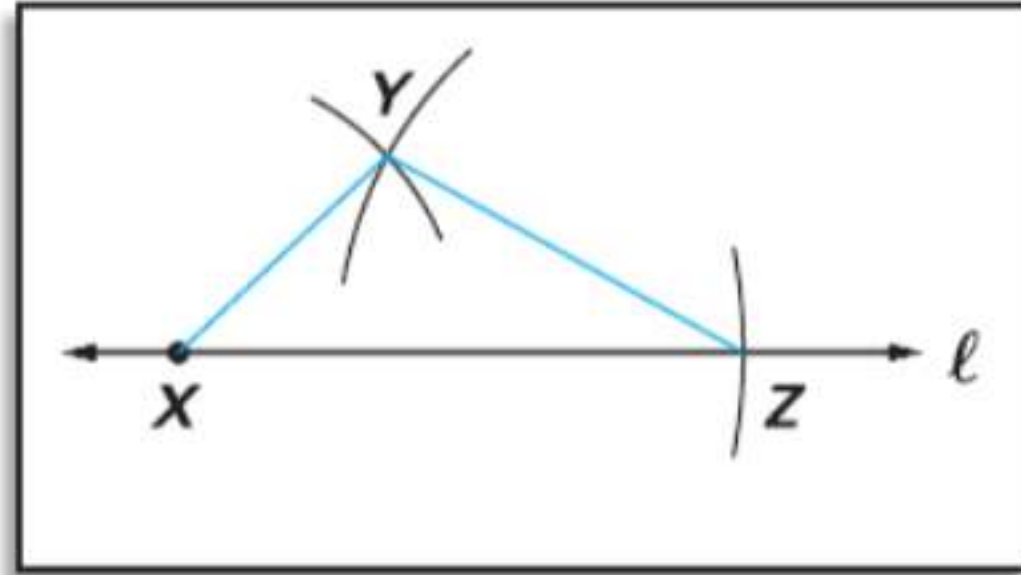
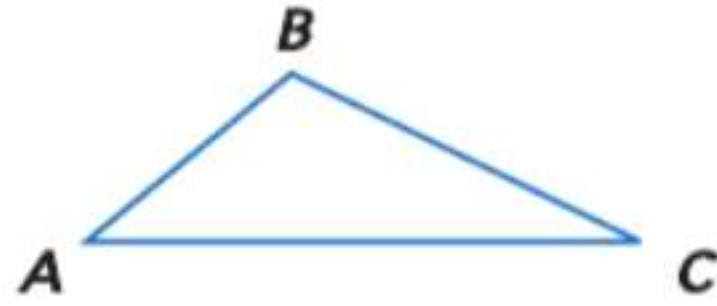
نصيحة عند حل الاختبار

الأدوات عندما تحل المسائل باستخدام المستوى الإحداثي، تذكر أن تستخدم أدوات مثل قوائم المسافة ونقطة المنتصف والميل لحل المسائل والتحقق من حلولك.

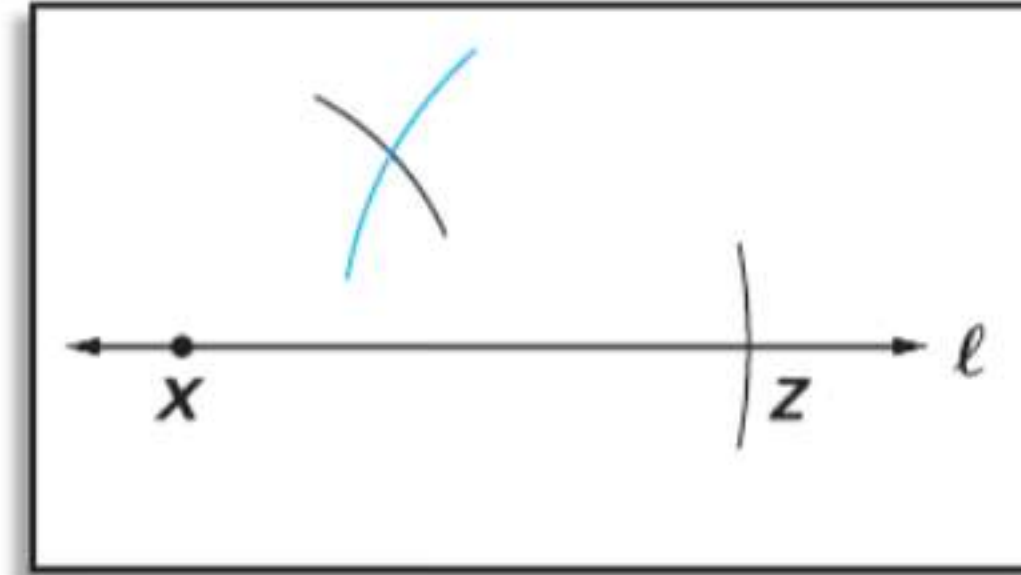
قراءة في الرياضيات

الرموز $\triangle ABC \not\cong \triangle EFG$ تقرأ المثلث ABC ليس مطابقًا للمثلث EFG .

ارسم مثلثا وسمه $\triangle ABC$. ثم استخدم مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة $\triangle XYZ \cong \triangle ABC$ لإنشاء (SSS).



الخطوة 3 اكتب على نقطة تقاطع القوسين Y. ارسم \overline{XY} و \overline{ZY} لتكوين $\triangle XYZ$.

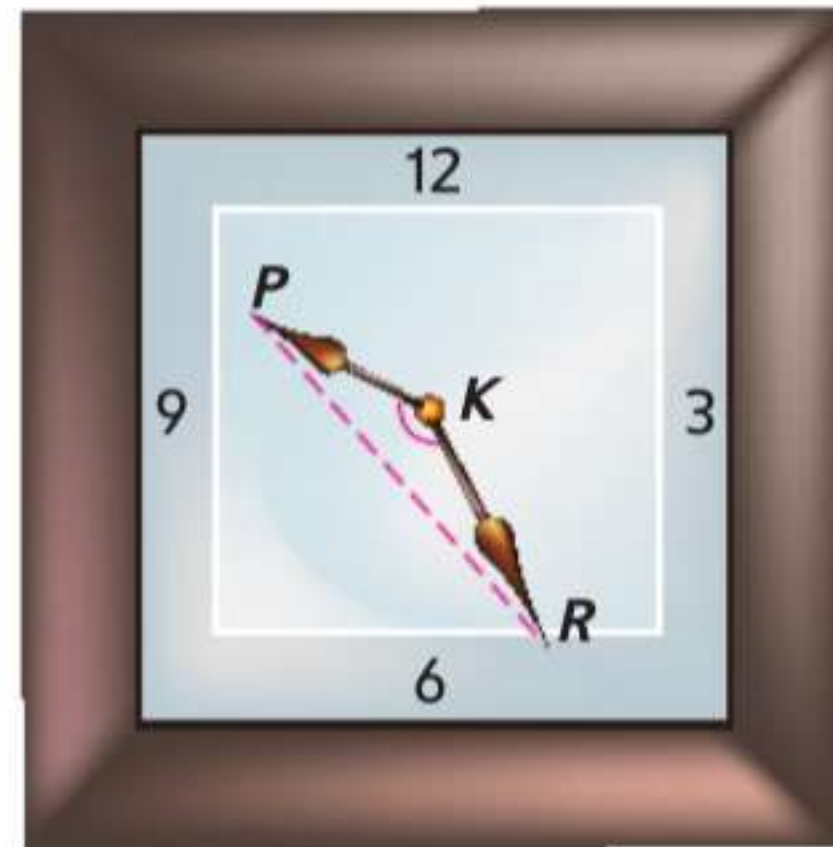
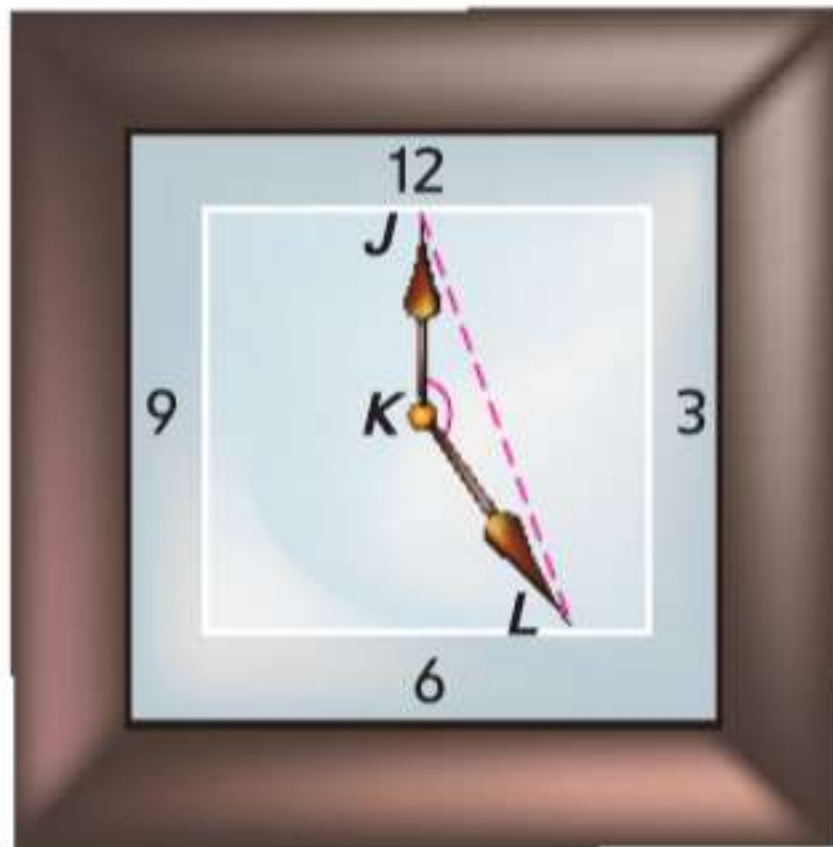


الخطوة 2 قم بإنشاء قوس بنصف القطر AB ومركزه عند النقطة X وقوس آخر بنصف القطر BC ومركزه عند النقطة Z.



الخطوة 1 ارسم النقطة X على المستقيم l. ثم قم بإنشاء $\overline{XZ} \cong \overline{AC}$ على المستقيم l.

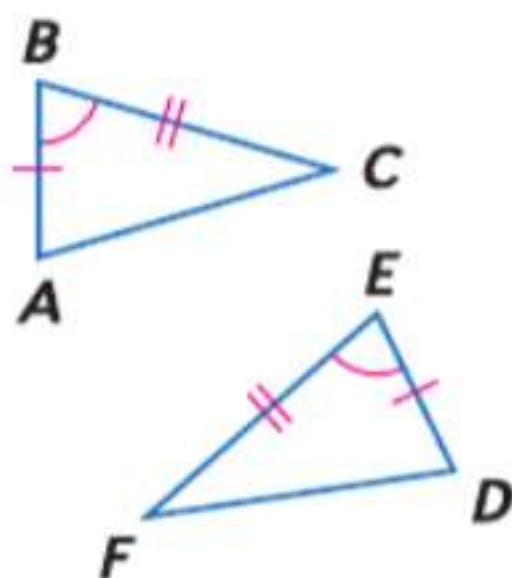
2 مسلّمة تساوي ضلعين وزاوية (SAS) الزاوية التي يشكلها ضلعان متجاوران في مضلع تسمى **زاوية محصورة**. فكر في الزاوية المحصورة JKL التي تشكلها العقارب على الساعة الأولى الظاهرة أدناه. في أي وقت تشكل العقارب زاوية بالقياس نفسه، ستكون المسافة بين طرفي العقربين \overline{JK} و \overline{KL} واحدة.



$$\triangle PKR \cong \triangle JKL$$

أي مثلثين يتشكلان باستخدام نفس أطوال الأضلاع والزاوية المحصورة سيتطابقان. وهذا يوضح المسلّمة التالية.

المسلّمة 14.2 التطابق بتساوي ضلعين وزاوية (SAS)



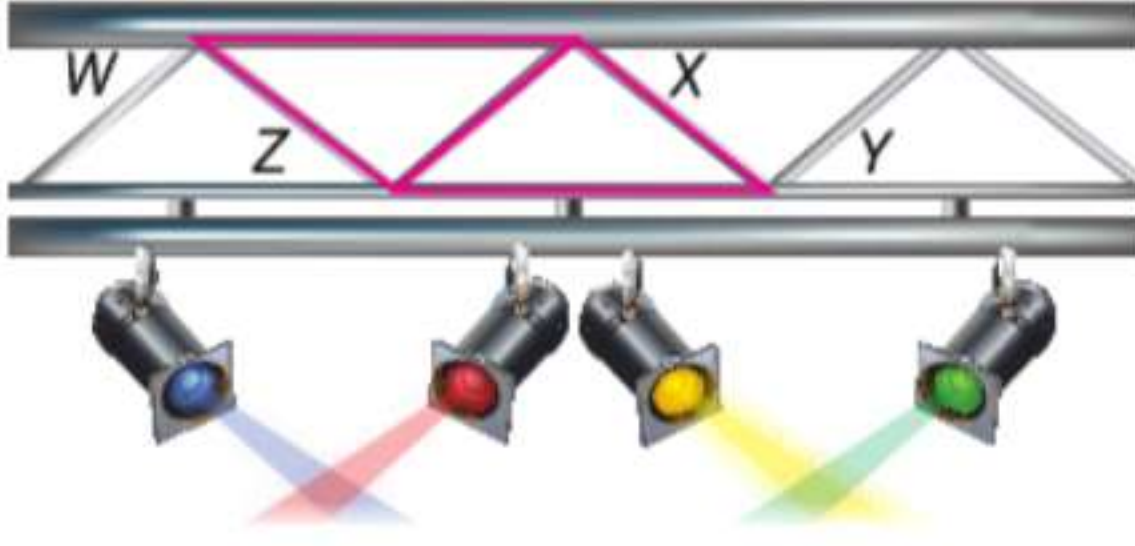
الشرح عند تطابق ضلعين وزاوية المحصورة بينهما في مثلث مع ضلعين والزاوية المحصورة بينهما في مثلث آخر، فيكون المثلثان متطابقين.

مثال إذا كان الضلع $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ والزاوية $\angle B \cong \angle E$ والضلع $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ فإن $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

نصيحة دراسية

مسلمة تساوي ضلعين وزاوية لا يكفي قياس الضلعين والزاوية غير المحصورة للبرهنة على تطابق مثلثين.

مثال 3 من الحياة اليومية استخدام مُسلّمة ضلعين وزاوية لإثبات



الإضاءة تبدو سقالات إضاءة المسرح الموضحة أنها مكونة من مثلثات متطابقة. إذا كان $\overline{WX} \cong \overline{YZ}$ و $\overline{WX} \parallel \overline{ZY}$ ، فاكتب برهاناً من عمودين لإثبات أن $\triangle WXZ \cong \triangle YZX$.

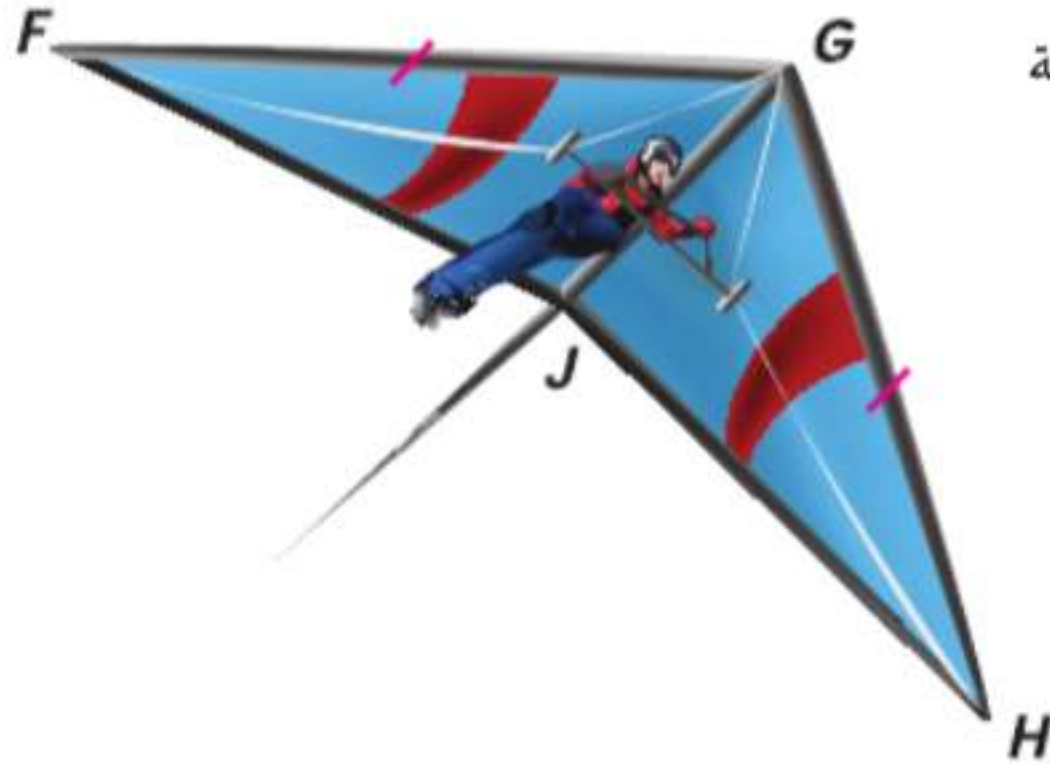
البرهان:

العبارات

المبررات

- | | |
|-------------------------------------|--|
| 1. المعطيات | 1. $\overline{WX} \cong \overline{YZ}$ |
| 2. المعطيات | 2. $\overline{WX} \parallel \overline{ZY}$ |
| 3. نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة | 3. $\angle WXZ \cong \angle XZY$ |
| 4. خاصية الانعكاس في التطابق | 4. $\overline{XZ} \cong \overline{ZX}$ |
| 5. مسلمة تساوي ضلعين وزاوية | 5. $\triangle WXZ \cong \triangle YZX$ |

تمرين موجّه



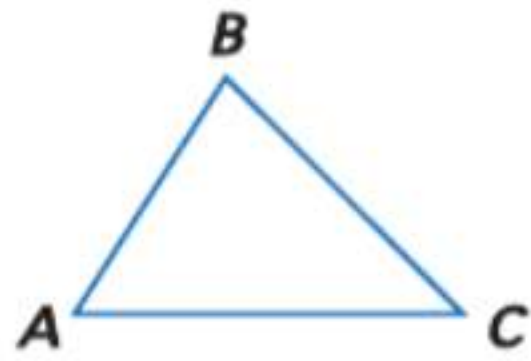
3. الرياضات الخطرة تبدو أجنحة الطيران الشراعي الموضحة كمثلثات متطابقة. إذا كان $\overline{FG} \cong \overline{GH}$ و \overline{JG} تنصف $\angle FGH$ ، فأثبت أن $\triangle FGJ \cong \triangle HGJ$.

مهنة من الحياة اليومية

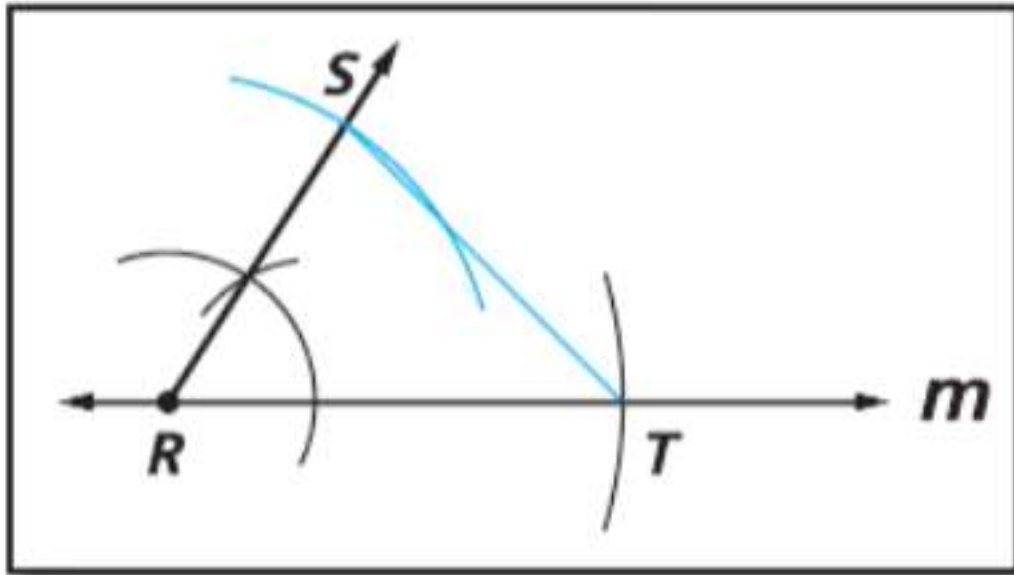
فنيو الإضاءة في مجال تصوير الأفلام. يضع الفنيون أو فنيو الإضاءة ما يتطلبه الفيلم من إضاءة. يتأكد الفنيون أن الزوايا التي تشكلها المصابيح في الأوضاع الصحيحة. قد يكونون حاصلين على درجات علمية جامعية أو من المدارس الفنية أو ربما يكونون قد استكملوا برنامجاً تدريبياً رسمياً.

يمكنك أيضاً إنشاء مثلثين متطابقين على أساس ضلعين والزوايا المحصورة بينهما.

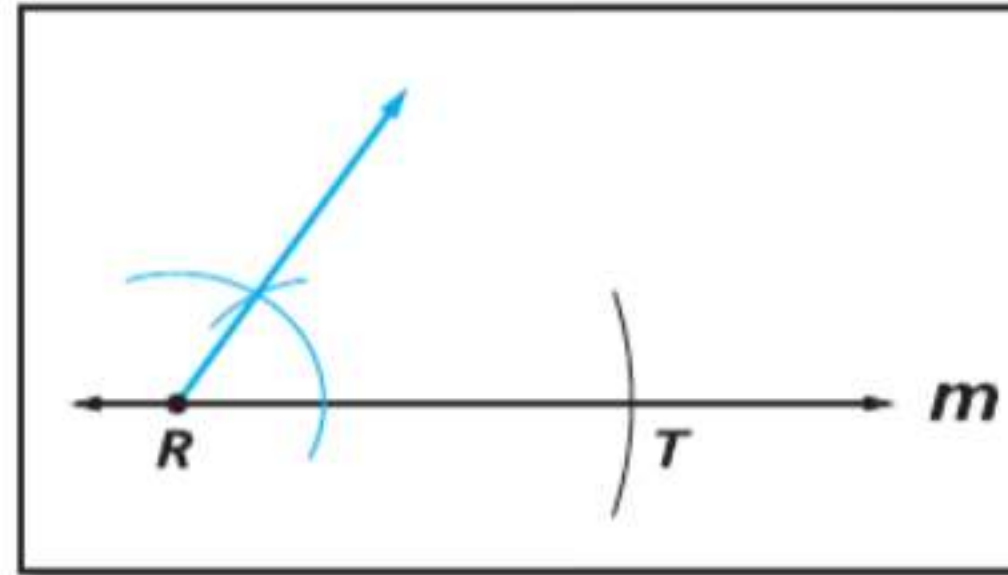
الإنشاء مثلثان متطابقان باستخدام ضلعين والزوايا المحصورة



ارسم مثلثاً وسمه $\triangle ABC$.
ثم استخدم مسلمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SAS) لإنشاء $\triangle RST \cong \triangle ABC$.



الخطوة 3 أنشئ $\overline{RS} \cong \overline{AB}$. ثم ارسم \overline{ST} لتكوين $\triangle RST$.

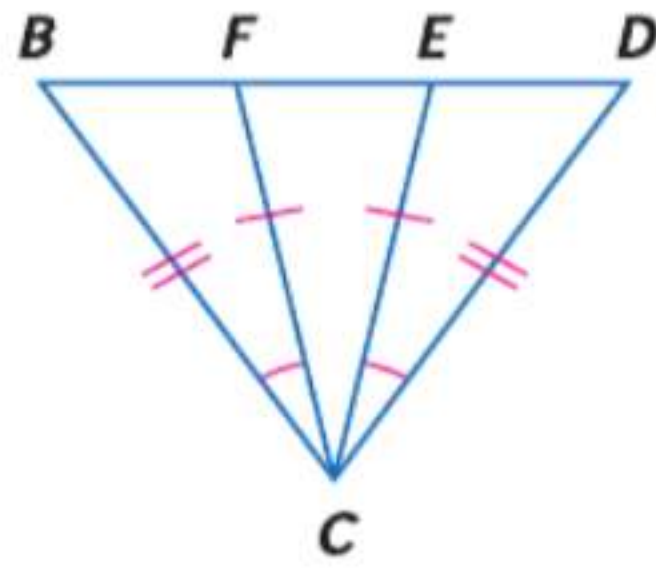


الخطوة 2 أنشئ $\angle R \cong \angle A$ باستخدام \overline{RT} كضلع للزاوية والنقطة R.



الخطوة 1 ارسم النقطة R على المستقيم m. ثم قم بإنشاء $\overline{RT} \cong \overline{AC}$ على المستقيم m.

مثال 4 تسلوي ضلعين وزاوية (SAS) أو تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)



اكتب برهانًا حرًا.

المعطيات: $\overline{BC} \cong \overline{DC}$, $\angle BCF \cong \angle DCE$, $\overline{FC} \cong \overline{EC}$

المطلوب: $\angle CFD \cong \angle CEB$

البرهان:

بما أن $\overline{BC} \cong \overline{DC}$ و $\angle BCF \cong \angle DCE$ و $\overline{FC} \cong \overline{EC}$. إذا $\triangle BCF \cong \triangle DCE$ وفقًا لمسلمة SAS. حسب CPCTC. $\angle CFB \cong \angle CED$.

$\angle CFD$ تشكل زوجًا خطيًا مع $\angle CFB$ ، و $\angle CEB$ تشكل زوجًا خطيًا مع $\angle CED$.

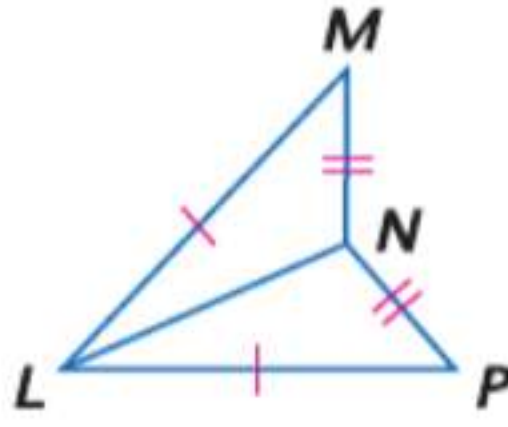
وفقًا لمسلمة نظرية تطابق الزوايا المتكاملة. $\angle CFD$ تكمل $\angle CFB$ و $\angle CEB$ تكمل $\angle CED$. بما أن الزوايا المتكاملة مع زاوية واحدة أو متكاملة مع زوايا متطابقة تكون متطابقة. فإن $\angle CFD \cong \angle CEB$.

تمرين موجّه

4. اكتب برهانًا من عمودين.

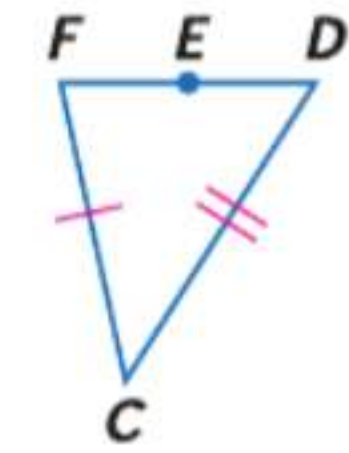
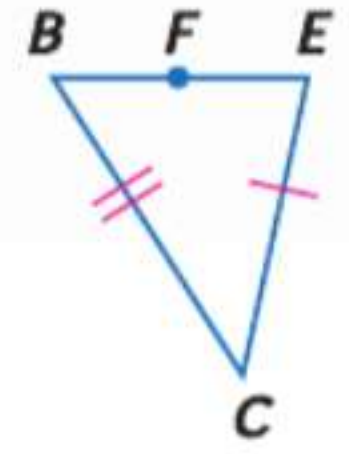
المعطيات: $\overline{MN} \cong \overline{PN}$, $\overline{LM} \cong \overline{LP}$

المطلوب: $\angle LNM \cong \angle LNP$



نصيحة دراسية

الأشكال المتداخلة عندما تتداخل المثلثات. قد يكون من المفيد رسم كل مثلث بشكل منفصل وتسمية الأجزاء المتطابقة. في المثال 4، كان يمكن فصل الشكل كما هو ظاهر.



التحقق من فهمك



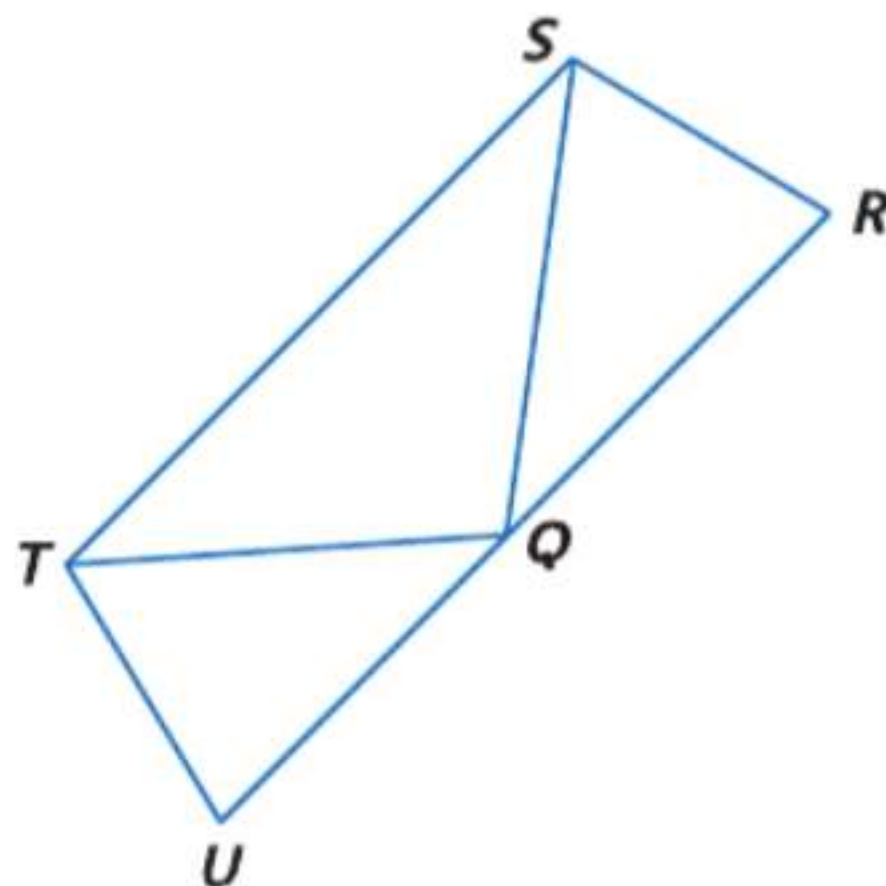
1. الهندسة المعمارية المثلثات شائعة الاستخدام في الهندسة المعمارية لأنها أشكال "ثابتة". كيف تفسر خاصية تطابق المثلثات هذه الخاصية؟ بخلاف الأسقف، اذكر مثالاً واحدًا على الأقل لتطابق المثلثات في منزلك.

مثال 1

2. إجابة موسعة المثلث ABC رؤوسه A(-4, 1) و B(-1, 1) و C(-1, 5) والمثلث XYZ رؤوسه X(4 - 1) و Y(1 - 1) و Z(1 - 5).

مثال 2

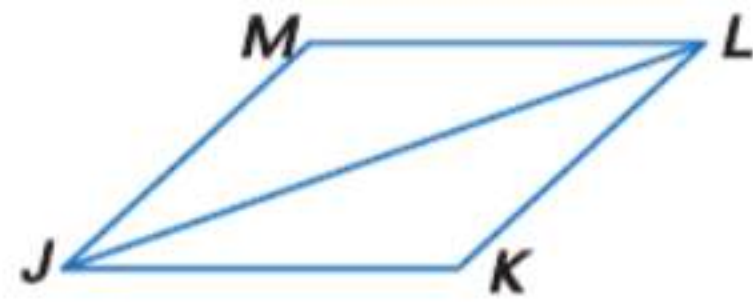
- ارسم كلا المثلثين على مستوى إحداثي واحد.
- استخدم التمثيل البياني لتخمين ما إذا كان المثلثان متطابقين أم لا. اشرح تبريرك.
- اكتب فرضية منطقية باستخدام هندسة الإحداثيات لدعم تخمينك.



3. في الرسم التخطيطي، $\triangle TQR$ متساوي الأضلاع، و $\angle RSQ \cong \angle UTQ$ و $\overline{SR} \cong \overline{TU}$. اكتب برهانًا حرًا لإثبات أن $\triangle RSQ \cong \triangle UTQ$.

مثال 3

مثال 4



4. اكتب برهاناً من عمودين.

المعطيات: $\overline{JK} \cong \overline{LM}$; $\angle KJL \cong \angle MLJ$
المطلوب: $\overline{JM} \cong \overline{LK}$

التمرين وحل المسائل

مثال 1

البرهان اكتب النوع المحدد من البراهين.

5. برهان حرّ

المعطيات: $\overline{XY} \cong \overline{ZW}$

$\overline{XW} \cong \overline{ZY}$

المطلوب: $\triangle XYZ \cong \triangle ZWX$

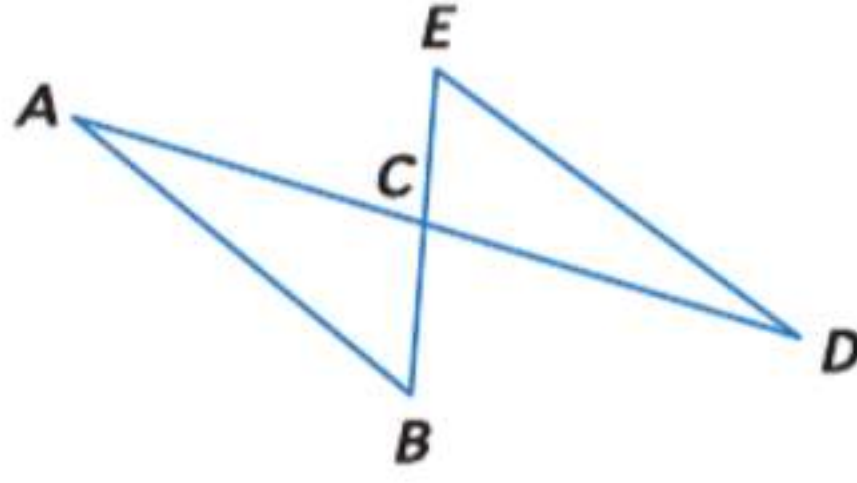


6. برهان من عمودين

المعطيات: C نقطة منتصف كل من

\overline{AD} و \overline{BE}

المطلوب: $\triangle ABC \cong \triangle DCE$



7. **الجسور** يوجد الجسر المعلق أدناه في يوشانغ في مقاطعة خوبي في الصين. والجسر مدعوم باستخدام كابلات من الصلب معلقة من دعامتين خرسانيتين. إذا كانت الدعامتان بالارتفاع نفسه فوق الطريق وعموديتين على الطريق وتلتقي أعلى الكابلات عند نقطة في المنتصف بين الدعامتين، فبرهن على أن المثلثين الظاهرين في الصورة متطابقان.



الاستنتاج المنطقي حدد ما إذا كان $\triangle MNO \cong \triangle QRS$. اشرح.

8. $M(2, 5), N(5, 2), O(1, 1), Q(-4, -4), R(-7, -1), S(-3, 0)$

9. $M(0, -1), N(-1, -4), O(-4, -3), Q(-3, 3), R(-4, 4), S(-3, 7)$

10. $M(0, -3), N(0, 2), O(-3, 1), Q(4, -1), R(6, 1), S(9, -1)$

11. $M(4, 7), N(5, 4), O(2, 3), Q(2, 3), R(3, 0), S(0, -1)$

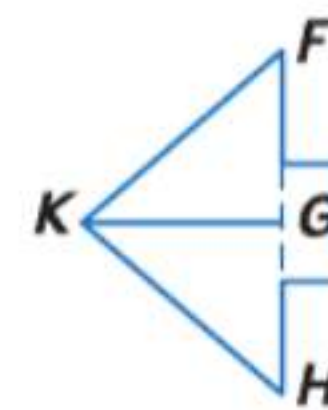
مثال 3

البرهان اكتب النوع المحدد من البراهين.

12. برهان من عمودين

المعطيات: \overline{KG} منتصف عمودي لـ \overline{FH}

المطلوب: $\triangle KGH \cong \triangle KGF$

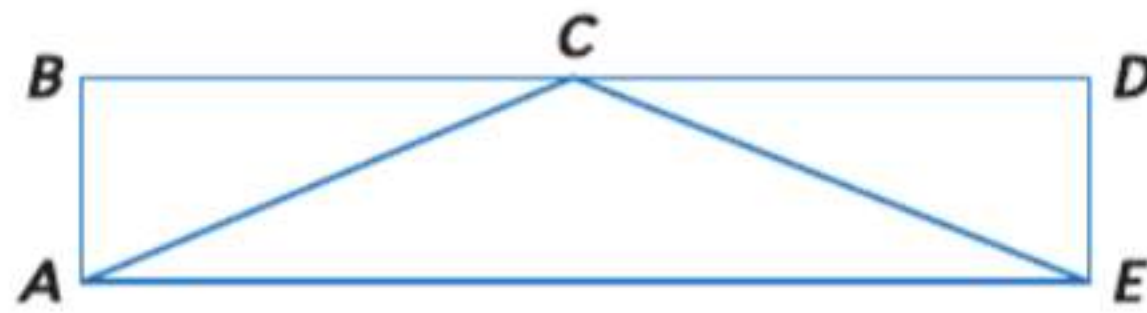


13. برهان حرّ

المعطيات: المستطيل ABDE

C نقطة منتصف \overline{BD}

المطلوب: $\triangle ABC \cong \triangle EDC$



البرهان اكتب النوع المحدد من البراهين.

14. برهان من عمودين

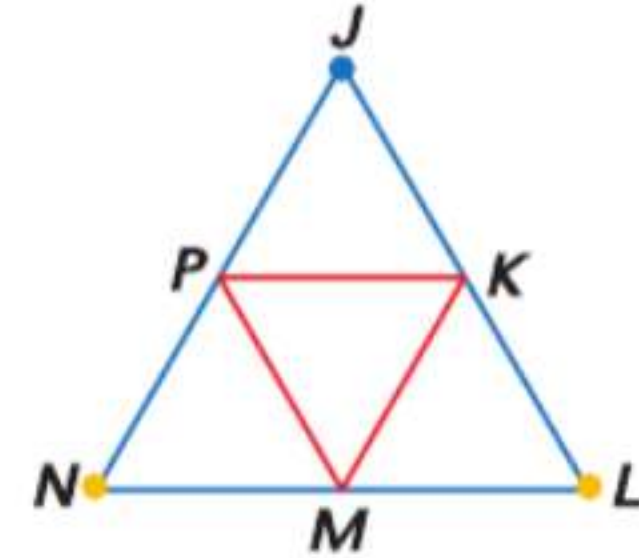
15. برهان حرّ

المعطيات: K نقطة منتصف \overline{JL} ; P

نقطة منتصف \overline{JN} ; M نقطة

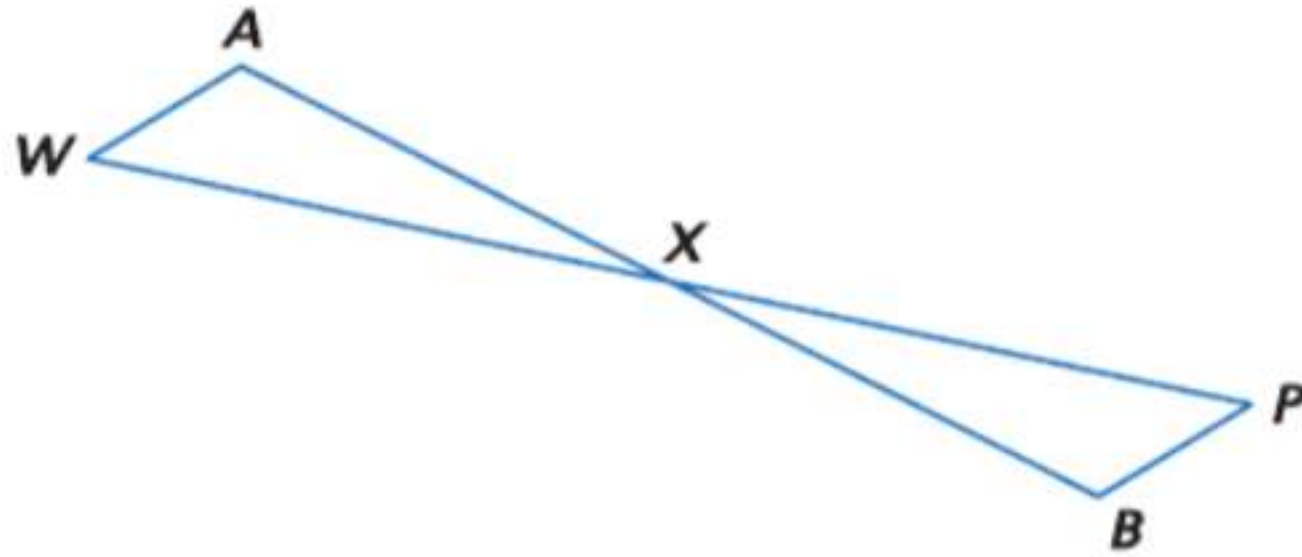
منتصف \overline{NL} ; $\triangle JLN$ متساوي الأضلاع

المطلوب: $\triangle NPM \cong \triangle LKM$



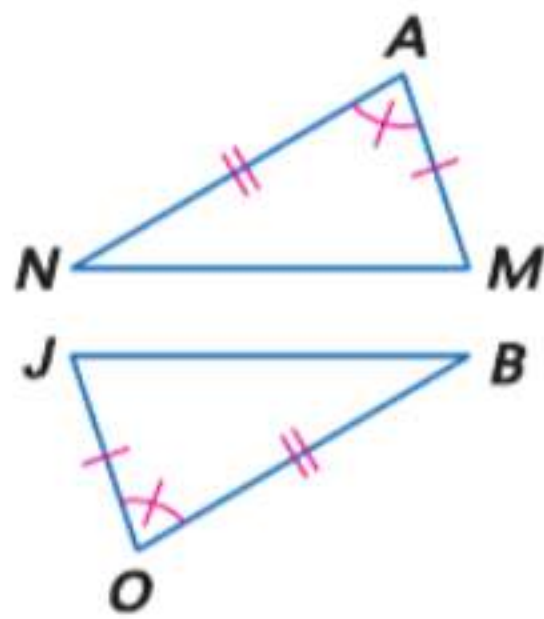
المعطيات: \overline{AB} و \overline{WP} ينصف كل منهما الآخر

المطلوب: $\angle A \cong \angle B$

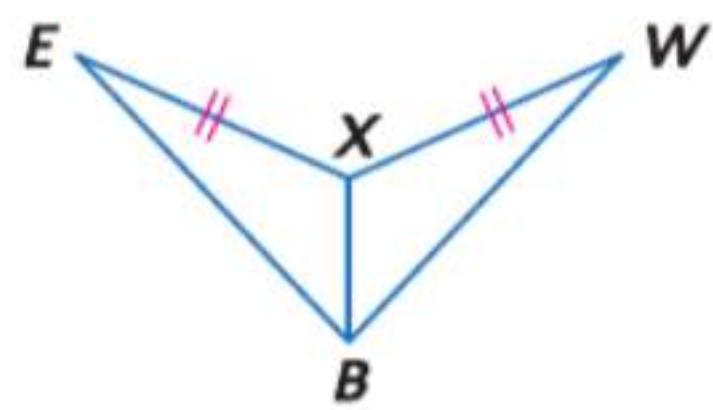


فرضيات حدد المسألة التي يمكن استخدامها لإثبات أن المثلثين متطابقان. وإذا لم يكن ممكناً إثبات التطابق، فاكتب لا يمكن.

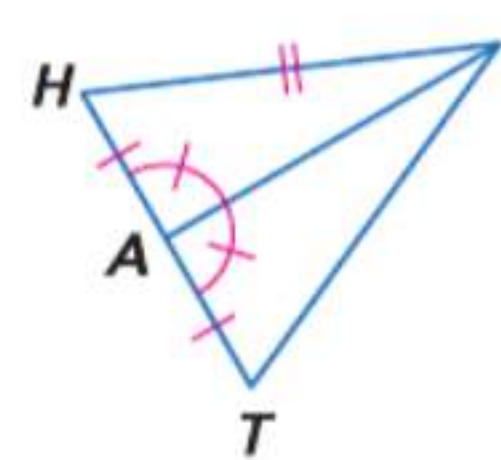
16.



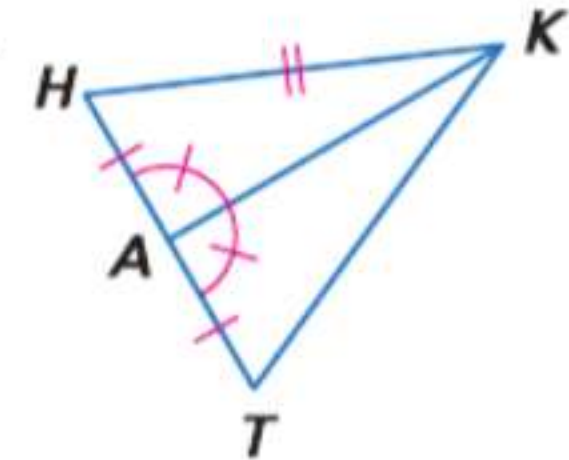
17.



18.



19.



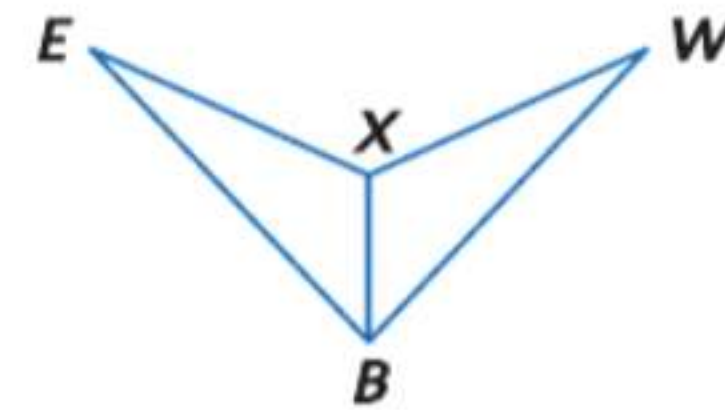
20. **الموسيقى** لتحديد وتيرة معينة، يتم ضبط الوزن على بندول الإيقاع (المسرّع) بحيث يتأرجح بمعدل محدد. أثبت أن المثلثات المتشكلة نتيجة حركة البندول متطابقة، أي أثبت أن $\triangle ABR \cong \triangle CBR$.



البرهان اكتب برهاناً من عمودين.

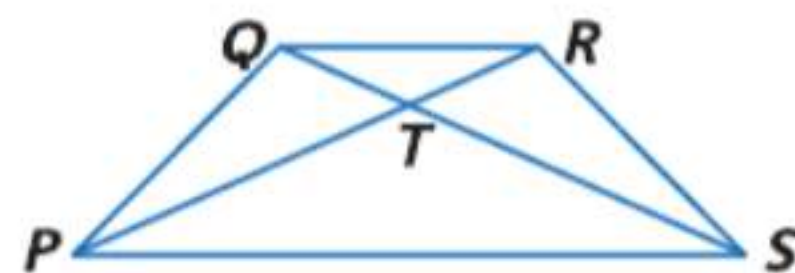
21. المعطيات: \overline{XB} ينصف $\angle EBW$
 $\overline{EB} \cong \overline{WB}$

المطلوب: $\angle E \cong \angle W$

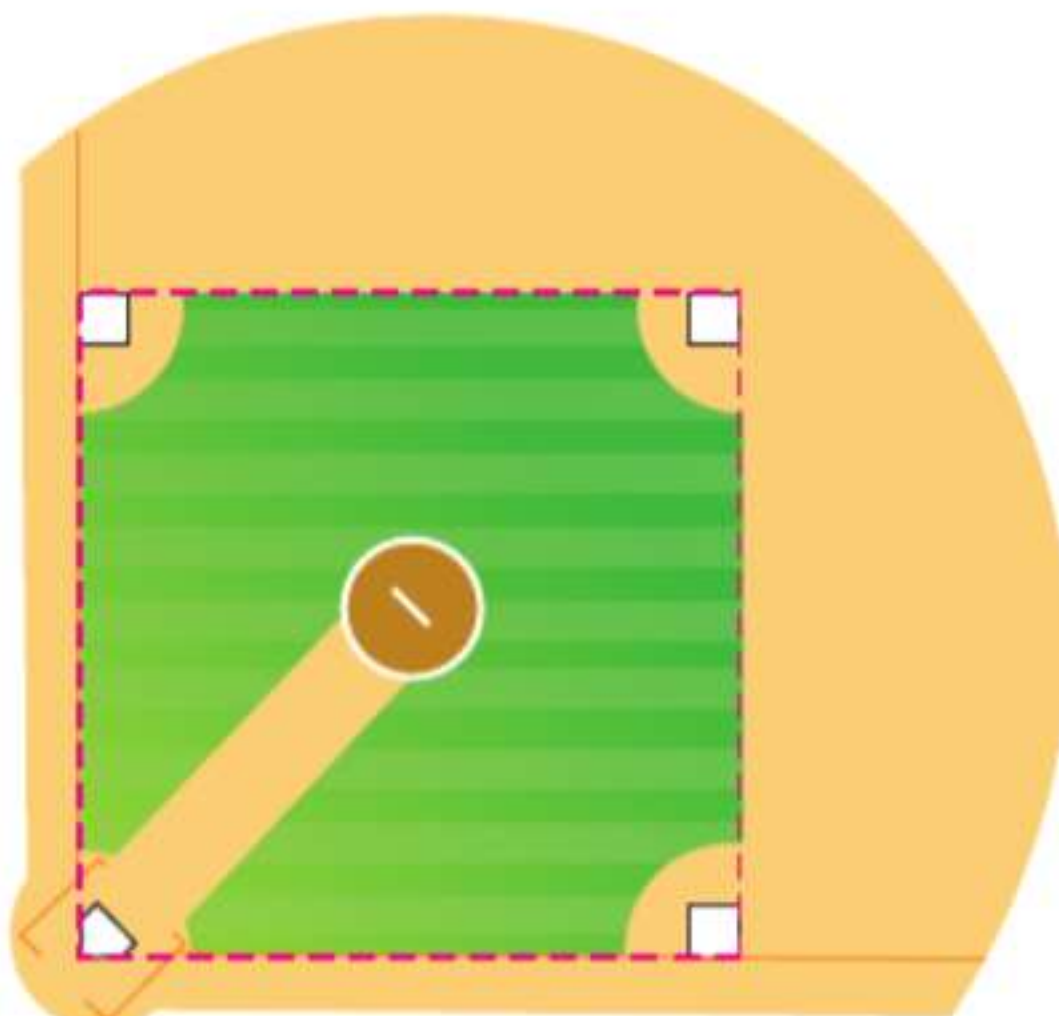


22. المعطيات: شبه منحرف متساوي الساقين PQRS

المطلوب: $\triangle PQR \cong \triangle SRQ$



23. **البيسبول** استخدم الرسم التخطيطي الموضح لملاعب البيسبول.

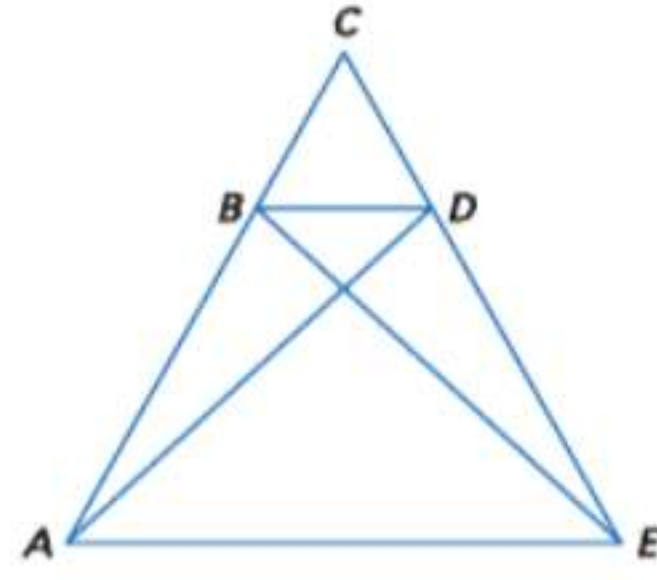


a. اكتب برهاناً من عمودين لإثبات أن المسافة من القاعدة الأولى إلى القاعدة الثالثة هي نفسها المسافة من اللوح الأصلي إلى القاعدة الثانية.

b. اكتب برهاناً من عمودين لإثبات أن الزاوية التي تتشكل من القاعدة الثانية واللوح الأصلي والقاعدة الثالثة هي نفسها الزاوية التي تتشكل من القاعدة الثانية واللوح الأصلي والقاعدة الأولى.

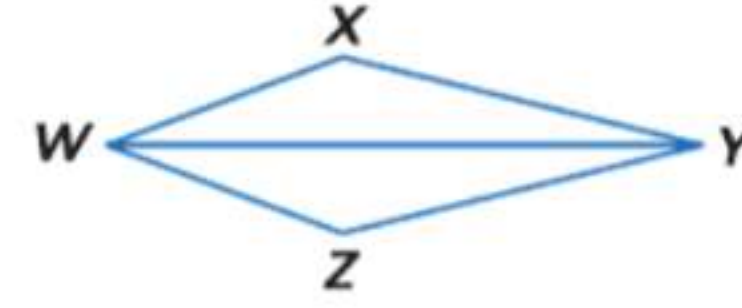
25. المعطيات: $\triangle EAB \cong \triangle DCB$

المطلوب: $\triangle ADE \cong \triangle CED$



24. المعطيات: $\overline{XW} \cong \overline{ZW}, \overline{XY} \cong \overline{ZY}$

المطلوب: $\angle X \cong \angle Z$



26. فرضيات اكتب برهانًا حرًا.

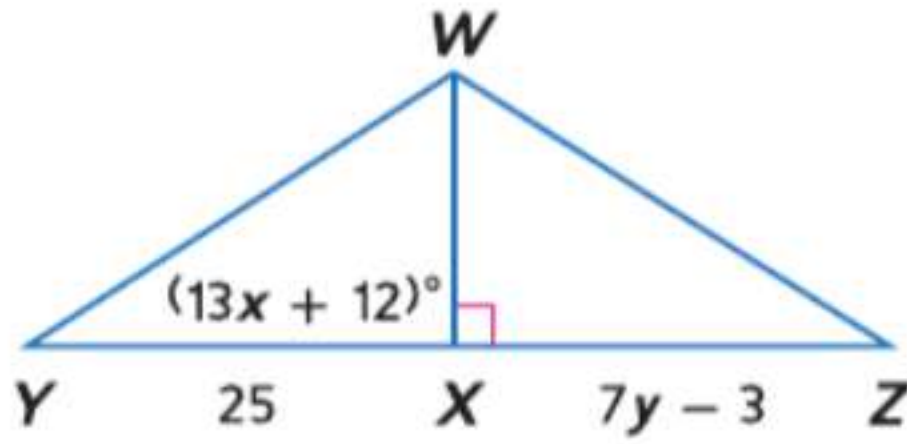
المعطيات: $\overline{BF} \cong \overline{DF}; \overline{FE} \cong \overline{FA}$

$\overline{AB} \cong \overline{ED}$

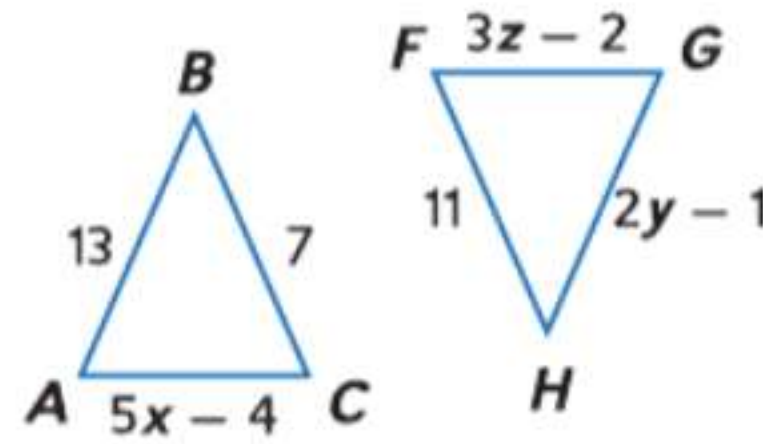
المطلوب: $\triangle ABE \cong \triangle EDA$

الجبر باستخدام خاصية الانعكاس في التطابق، جسد قيم المتغيرات التي تحقق مثلثات متطابقة.

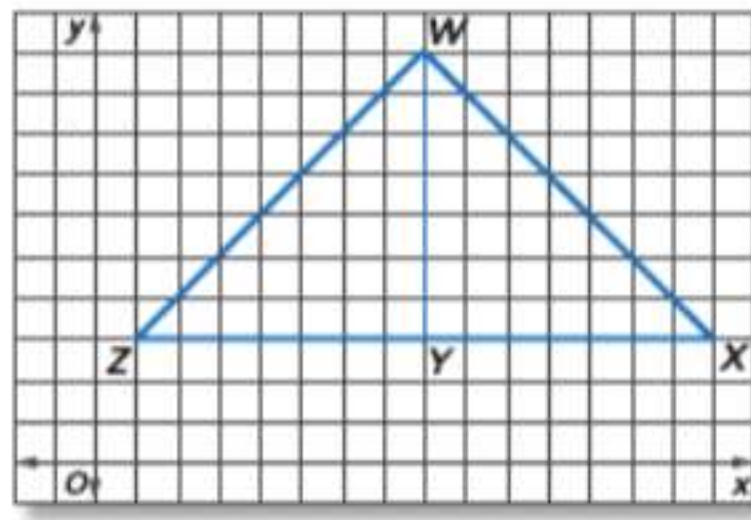
27. $\triangle WXY \cong \triangle WXZ$



28. $\triangle ABC \cong \triangle FGH$



مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا



29. تحدّ راجع التمثيل البياني المعروض.

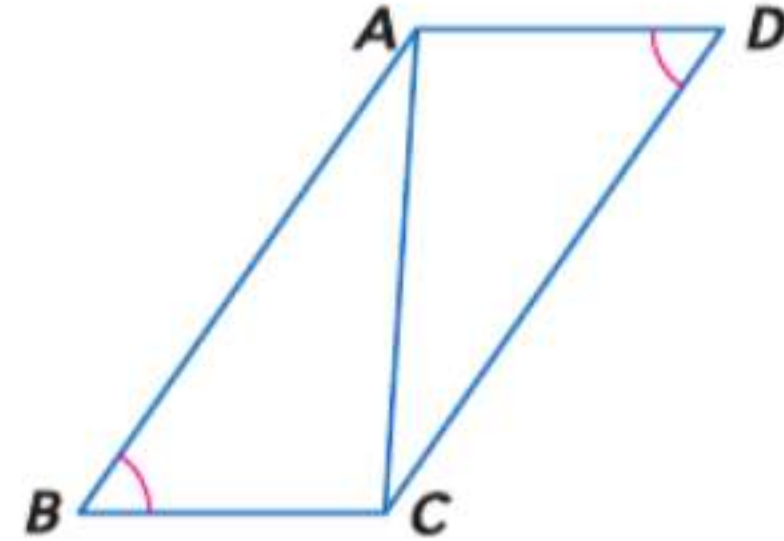
a. صف طريقتين يمكنك استخدامهما للبرهنة على أن $\triangle WYZ$ متطابق مع $\triangle WYX$. لا يجوز لك استخدام مسطرة أو منقلة. أي طريقة أكثر كفاءة برأيك؟ اشرح.

b. هل $\triangle WYX$ و $\triangle WYZ$ متطابقان؟ اشرح تبريرك.

30. التبرير حدد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة أم خاطئة.

وإذا كانت العبارة صحيحة، فاشرح تبريرك. وإذا كانت خاطئة، فاذكر مثالًا مضادًا.

إذا كانت زاويتي القاعدة في مثلث متساوي الساقين بنفس قياس زاويتي القاعدة في مثلث آخر متساوي الساقين، فإن المثلثين متطابقان.



31. تحليل الخطأ تقول خديجة إن

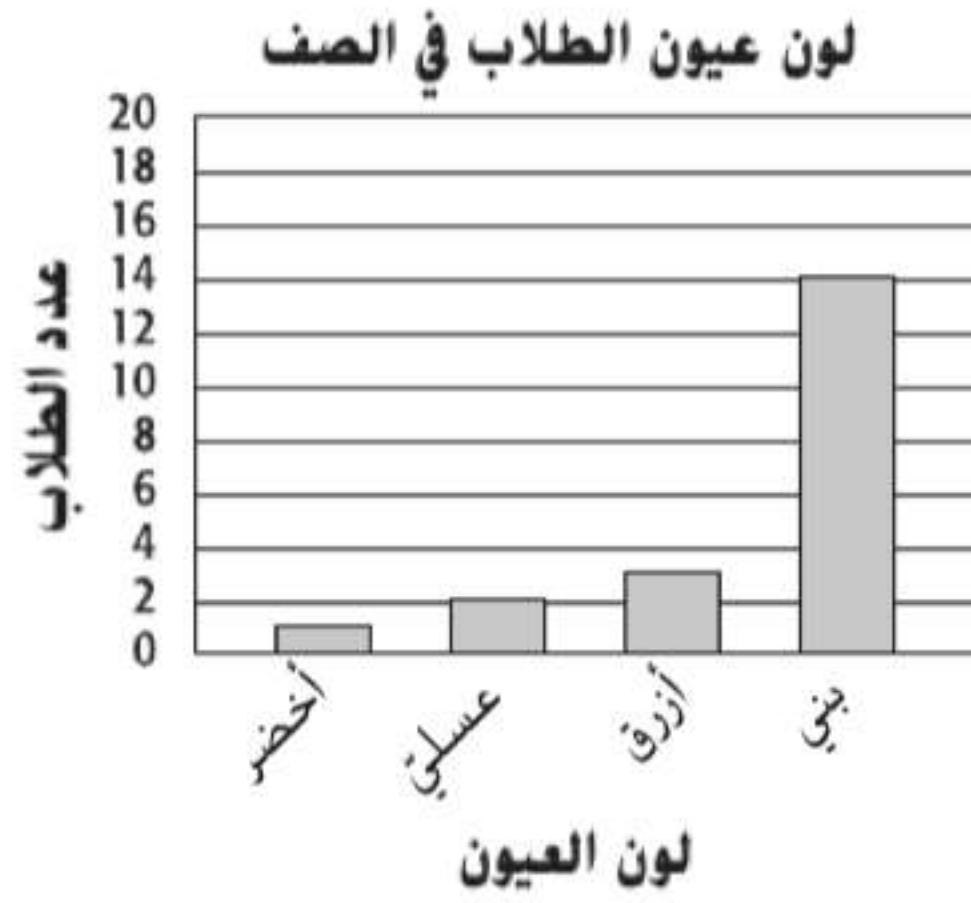
$\triangle ABC \cong \triangle CAD$ حسب المسلمة SSS.

وتختلف معها خولة وتقول إنهما متطابقان حسب مبرهنة SAS. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح.

32. مسألة غير محددة الإجابة استخدم حافة مستقيمة لرسم المثلث منفرج الزاوية ABC. ثم قم بإنشاء $\triangle XYZ$ بحيث يكون متطابقًا مع $\triangle ABC$ باستخدام المسلمة SSS أو SAS. برر إنشاءك رياضيًا وتحقق منه باستخدام القياس.

33. الكتابة في الرياضيات حدّد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة دائمًا أم أحيانًا أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح تبريرك. إذا تطابق زوجان من الأضلاع المتناظرة في مثلثين قائمين، فالمثلثان متطابقان.

36. **إجابة موسعة** يوضح التمثيل البياني أدناه ألوان عيون كل الطلاب في صف دراسي. ما احتمال أن يكون الطالب المختار عشوائيًا من هذا الصف بعينين زرقاوين؟ اشرح تبريرك.



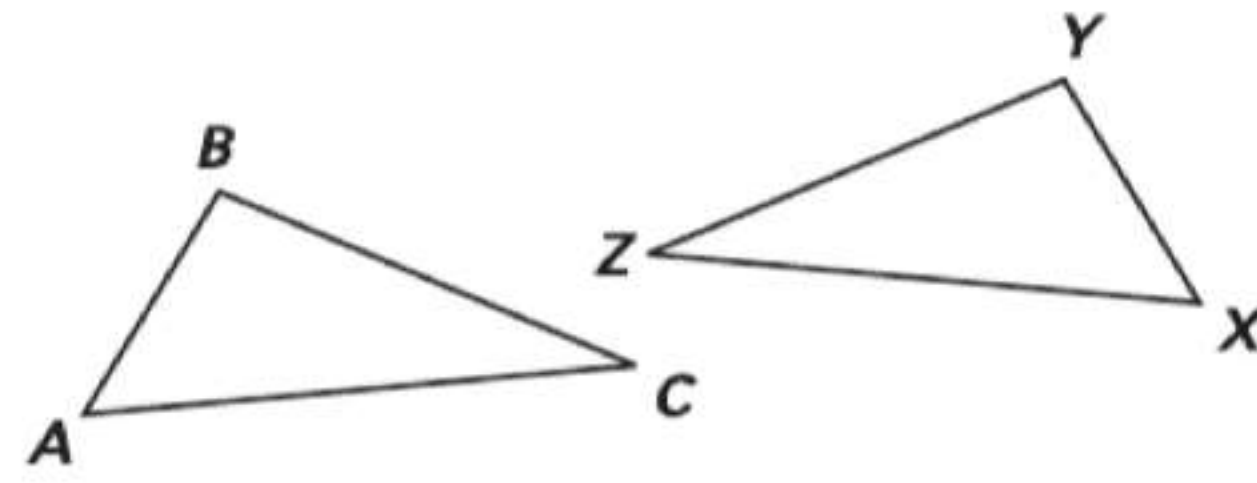
37. SAT/ACT إذا كان $4a + 6b = 6$ و $-2a + b = -7$ فما قيمة a ؟

- A -2
B -1
C 2
D 3
E 4

34. الجبر قطعت عائلة خالد مسافة 300 km بالسيارة لزيارة الجد والجددة. وقام السيد خالد بقيادة السيارة بسرعة 70 km/h لمسافة تعادل 65% من الرحلة و 35 km/h أو أقل لمسافة تعادل 20% من الرحلة المتبقية. بافتراض أن السيد خالد لم يتم بزيادة السرعة مطلقًا عن 70 km/h. فكم عدد الكيلومترات التي قطعها بين 35 km/h و 70 km/h؟

- A 195
B 84
C 21
D 18

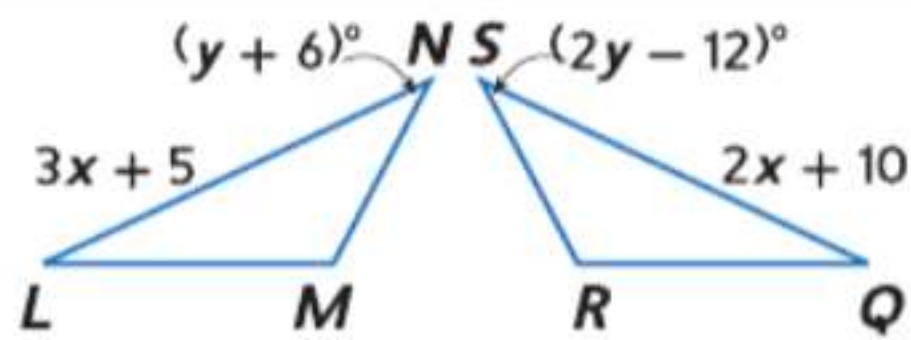
35. في الشكل، $\overline{AC} \cong \overline{XZ}$ و $\angle C \cong \angle Z$.



ما المعلومات الإضافية التي يمكن استخدامها للبرهنة على أن $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ ؟

- F $\overline{BC} \cong \overline{YZ}$
G $\overline{AB} \cong \overline{XY}$
H $\overline{BC} \cong \overline{XZ}$
J $\overline{XZ} \cong \overline{XY}$

مراجعة شاملة



في الرسم التخطيطي، $\triangle LMN \cong \triangle QRS$.

39. جـ y .

38. جـ x .

40. **الفلك** مجموعة الدبة الكبرى جزء من كوكبة الدب الأكبر. تشكل ثلاثة من النجوم الأكثر سطوعًا في الكوكبة $\triangle RSA$. إذا كان $m\angle R = 41$ و $m\angle S = 109$ ، فجد $m\angle A$.

اكتب معادلةً وفق صيغة الميل والمقطع لكل خط.

41. $(-5, -3)$ و $(10, -6)$

42. $(-2, -1)$ و $(4, -1)$

43. $(-8, -5)$ و $(-4, -1)$

مراجعة المهارات

اذكر الخاصية التي تعلق كل عبارة.

45. إذا كان $EF = GH$ و $GH = JK$ ، إذًا $EF = JK$.

44. $AB = AB$

47. إذا كان $XY + 20 = YW$ و $XY + 20 = DT$ ، إذًا $YW = DT$.

46. إذا كان $a^2 = b^2 - c^2$ ، إذًا $b^2 - c^2 = a^2$.



مختبر الهندسة برهنة الإنشاءات

14-4

التوسع

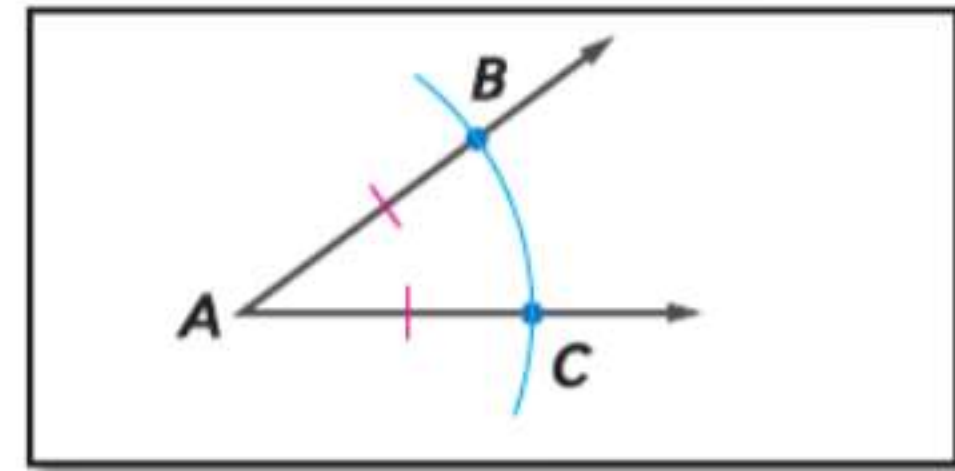
عمل رسومات هندسية للأشكال مستخدماً مختلف الأدوات والطرق (فرجار ومسطرة تقويم، خيط، أدوات عاكسة، ورق قابل للطي، برنامج هندسي ديناميكي، وما إلى ذلك).
استخدام معايير التقارب والتشابه بالنسبة للمثلثات لحل المسائل وإثبات العلاقات في الأشكال الهندسية.

عندما ترسم الإنشاء باستخدام المسطرة والفرجار، فإنك تفترض تطابق القطع التي يتم إنشاؤها باستخدام ضبط واحد للفرجار. يمكنك استخدام هذه المعلومات إلى جانب التعريفات والمسلمات والنظريات للبرهنة على الإنشاءات.

النشاط

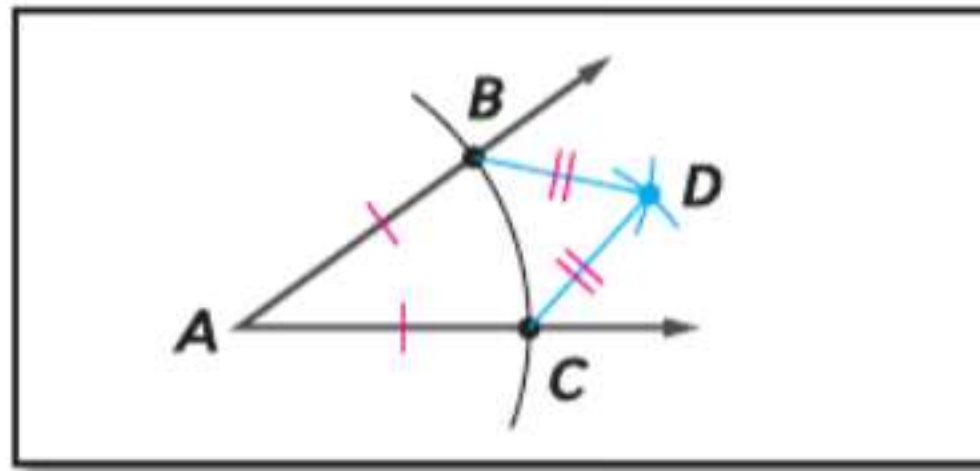
اتبع الخطوات أدناه لتتصيف زاوية. ثم برهن على الإنشاء.

الخطوة 1



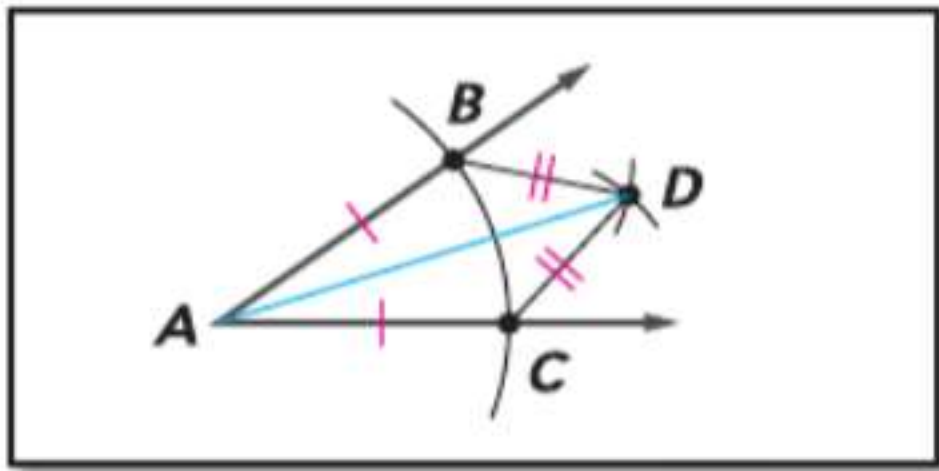
ارسم زاوية بالرأس A . ضع نقطة الفرجار عند A وارسم قوساً يتقاطع مع كلا ضلعي $\angle A$. قم بتسمية النقطتين B و C . ضع علامة على القطع المتطابقة.

الخطوة 2



ضع نقطة الفرجار عند B . وارسم قوساً في $\angle A$. باستخدام نصف القطر نفسه، ارسم قوساً من C يتقاطع مع القوس الأول عند D . ارسم القطعتين \overline{CD} و \overline{BD} . ضع علامة على القطع المتطابقة.

الخطوة 3



ارسم \overline{AD} .

المعطيات: وصف الخطوات والرسم التخطيطي للإنشاء

المطلوب: \overline{AD} ينصف $\angle BAC$.

البرهان:

العبارات

المبررات

- | | |
|--|--|
| 1. تم استخدام إعداد واحد للفرجار من النقطة A لإنشاء النقطتين B و C . | 1. $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ |
| 2. تم استخدام إعداد واحد للفرجار من النقطتين B و C لإنشاء النقطة D . | 2. $\overline{BD} \cong \overline{CD}$ |
| 3. خاصية الانعكاس | 3. $\overline{AD} \cong \overline{AD}$ |
| 4. مسلمة تساوي الأضلاع الثلاثة | 4. $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ |
| 5. مسلمة تطابق الأجزاء المتقابلة في المثلثات المتطابقة | 5. $\angle BAD \cong \angle CAD$ |
| 6. تعريف منصف الزاوية | 6. \overline{AD} ينصف $\angle BAC$. |

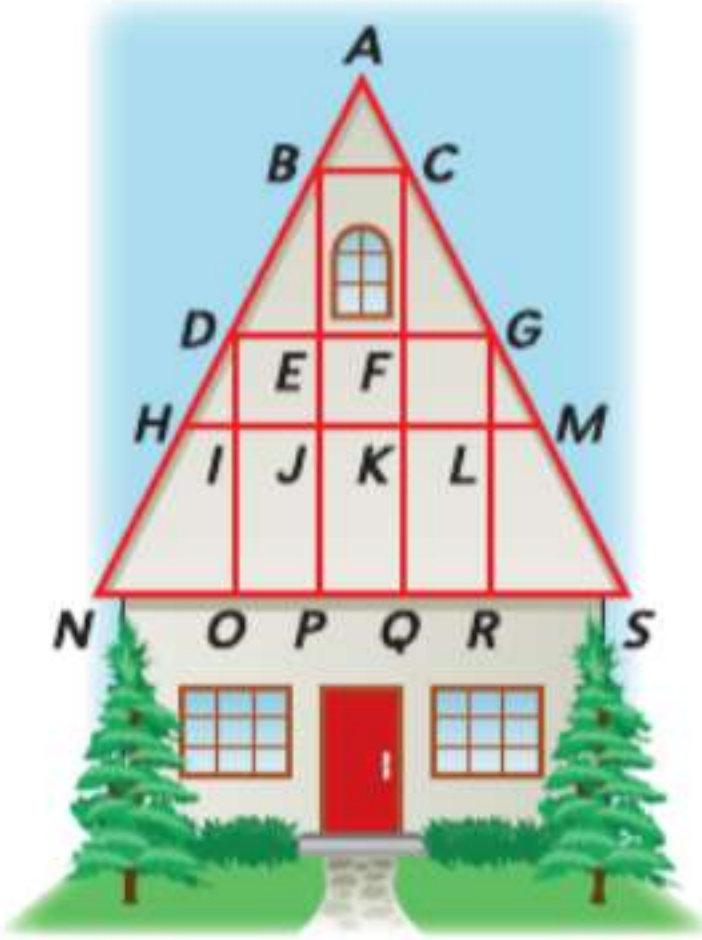
التمارين

1. قم بإنشاء مستقيم يوازي خط معين ويمر بنقطة معينة على المستقيم. واكتب برهاناً من عمودين لإنشائك.
2. قم بإنشاء مثلث متساوي الأضلاع. واكتب برهاناً حراً لإنشائك.
3. **تحدي** أنشئ منصف قطعة يكون عمودياً أيضاً على القطعة واكتب برهاناً من عمودين لإنشائك. (تلميح: ستحتاج إلى استخدام أكثر من زوج من المثلثات المتطابقة).

اختبار منتصف الوحدة

الدروس من 14-1 إلى 14-4

14



14. الهندسة المعمارية يوضح الرسم التخطيطي منزلا بهيكل على شكل A وبه عدة نقاط لها أسماء. افترض أن القطع والزوايا التي تبدو متطابقة في الرسم التخطيطي متطابقة. أوضح أي المثلثات متطابقة.

15. الاختيار من متعدد حدد العبارة الصحيحة إذا علمت أن $\triangle CBX \cong \triangle SML$.

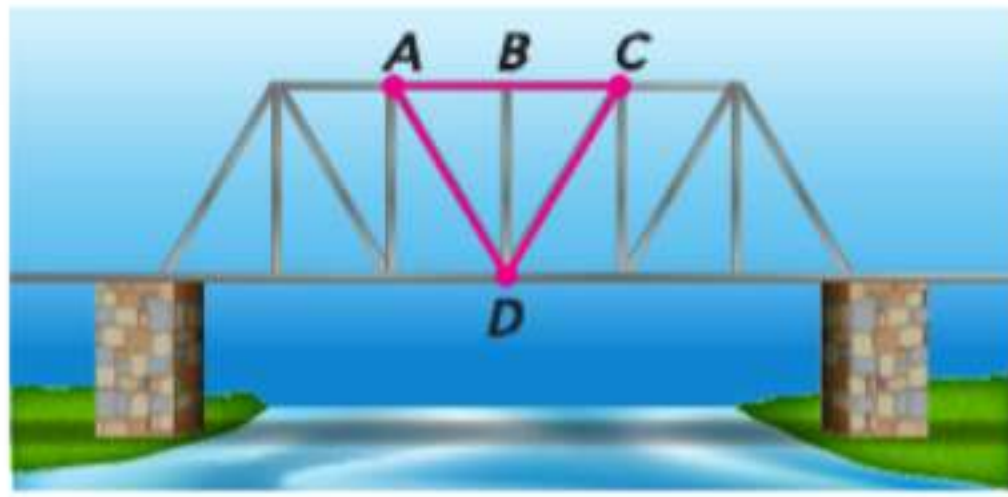
F $\overline{MO} \cong \overline{SL}$

G $\overline{XC} \cong \overline{ML}$

H $\angle X \cong \angle S$

J $\angle XCB \cong \angle LSM$

16. الجسور تظهر أطواق حديدية لجسر في الرسم التخطيطي أدناه. حيث $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ و B نقطة منتصف \overline{AC} . ما الطريقة التي يمكن استخدامها لإثبات أن $\triangle ABD \cong \triangle CBD$ ؟



حدد ما إذا كان $\triangle PQR \cong \triangle XYZ$.

17. $P(3, -5), Q(11, 0), R(1, 6), X(5, 1), Y(13, 6), Z(3, 12)$

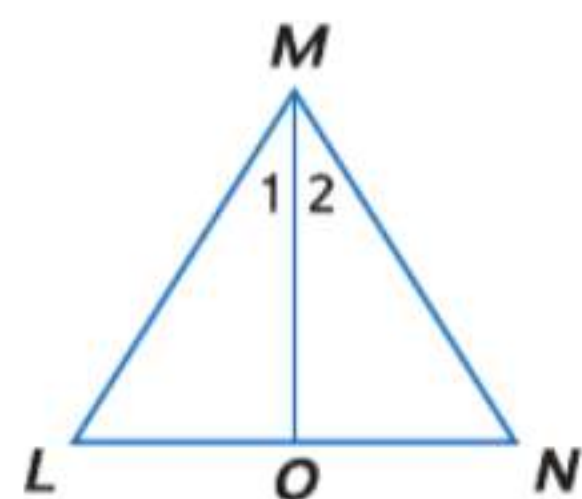
18. $P(-3, -3), Q(-5, 1), R(-2, 6), X(2, -6), Y(3, 3), Z(5, -1)$

19. $P(8, 1), Q(-7, -15), R(9, -6), X(5, 11), Y(-10, -5), Z(6, 4)$

20. اكتب برهانا من عمودين.

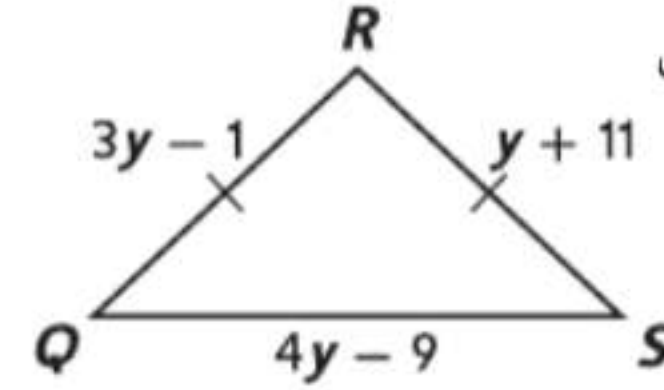
المعطيات: $\triangle LMN$ مثلث متساوي الساقين. حيث $\overline{LM} \cong \overline{NM}$. و \overline{MO} ينصف $\angle LMN$.

المطلوب: $\triangle MLO \cong \triangle MNO$



1. هندسة الإحداثيات حدد تصنيف $\triangle ABC$ بالرؤوس $A(-2, -1)$ و $B(-1, 3)$ و $C(2, 0)$ باعتباره مختلف الأضلاع، أو متساوي الأضلاع، أو متساوي الساقين.

2. الاختيار من متعدد أي مما يلي يمثل قياسات أضلاع مثلث متساوي الساقين $\triangle QRS$ ؟



A 17, 17, 15

C 14, 15, 14

B 15, 15, 16

D 14, 14, 16

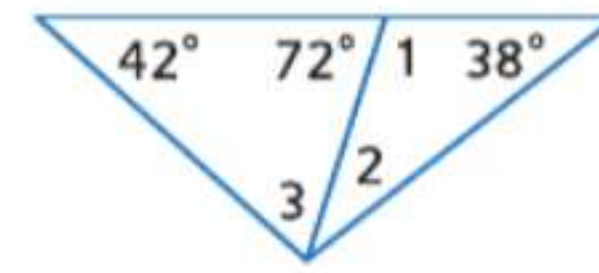
3. الجبر جد قيمة x وطول كل ضلع إذا علمت أن $\triangle WXY$ مثلث متساوي الأضلاع أضلاعه $\overline{WX} = 6x - 12$, $\overline{XY} = 2x + 10$ و $\overline{WY} = 4x - 10$.

جد قياس جميع الزوايا المشار إليها.

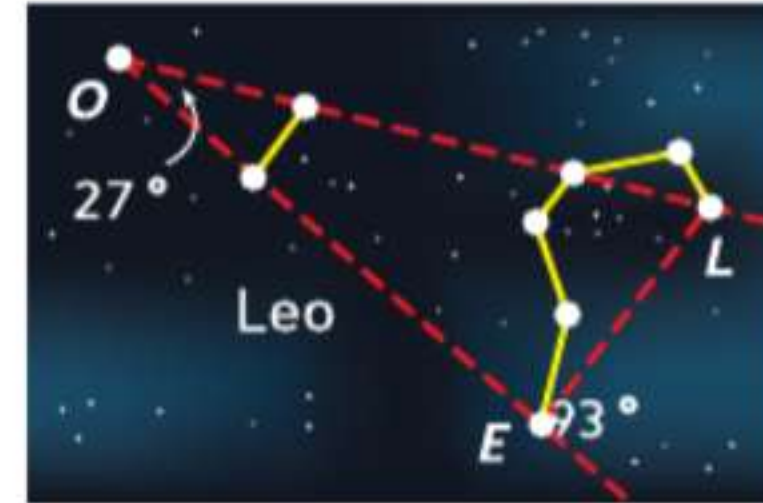
4. $m\angle 1$

5. $m\angle 2$

6. $m\angle 3$



7. فلك ليو هي عبارة عن كوكبة على شكل أسد. تشكل ثلاثة من النجوم الأكثر سطوعا في الكوكبة $\triangle LEO$. إذا كانت الزوايا بالقياسات الموضحة في الشكل. فجد $m\angle OLE$.



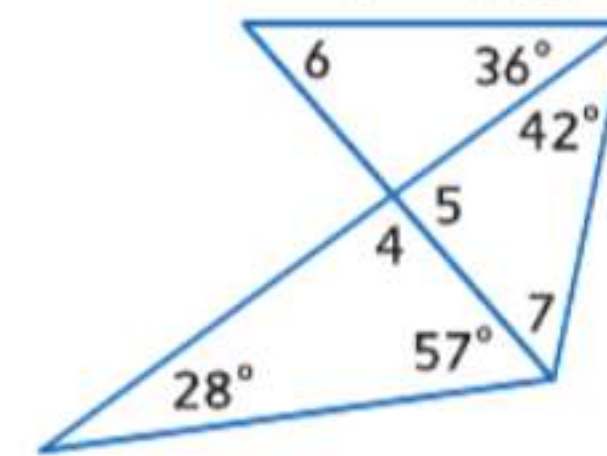
جد قياس جميع الزوايا المرقمة.

8. $m\angle 4$

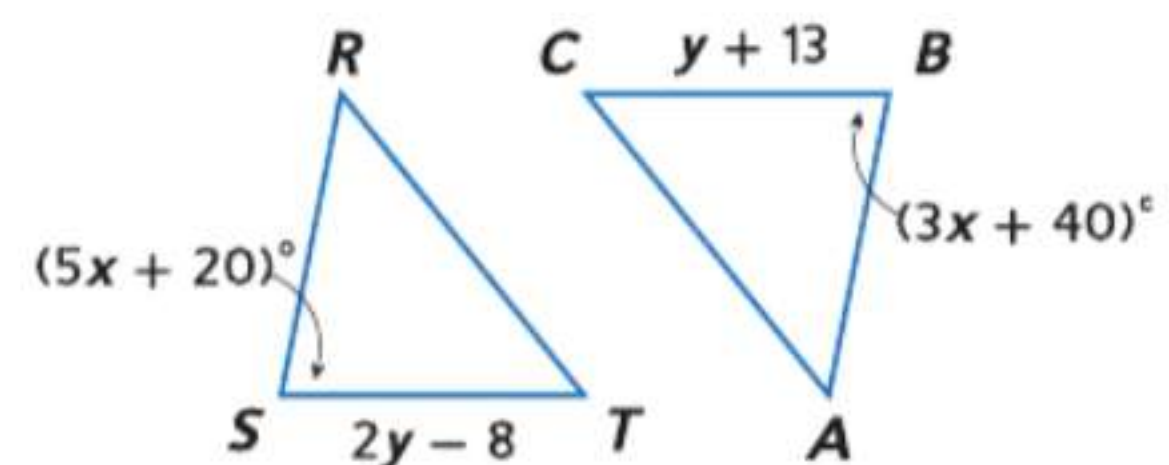
9. $m\angle 5$

10. $m\angle 6$

11. $m\angle 7$



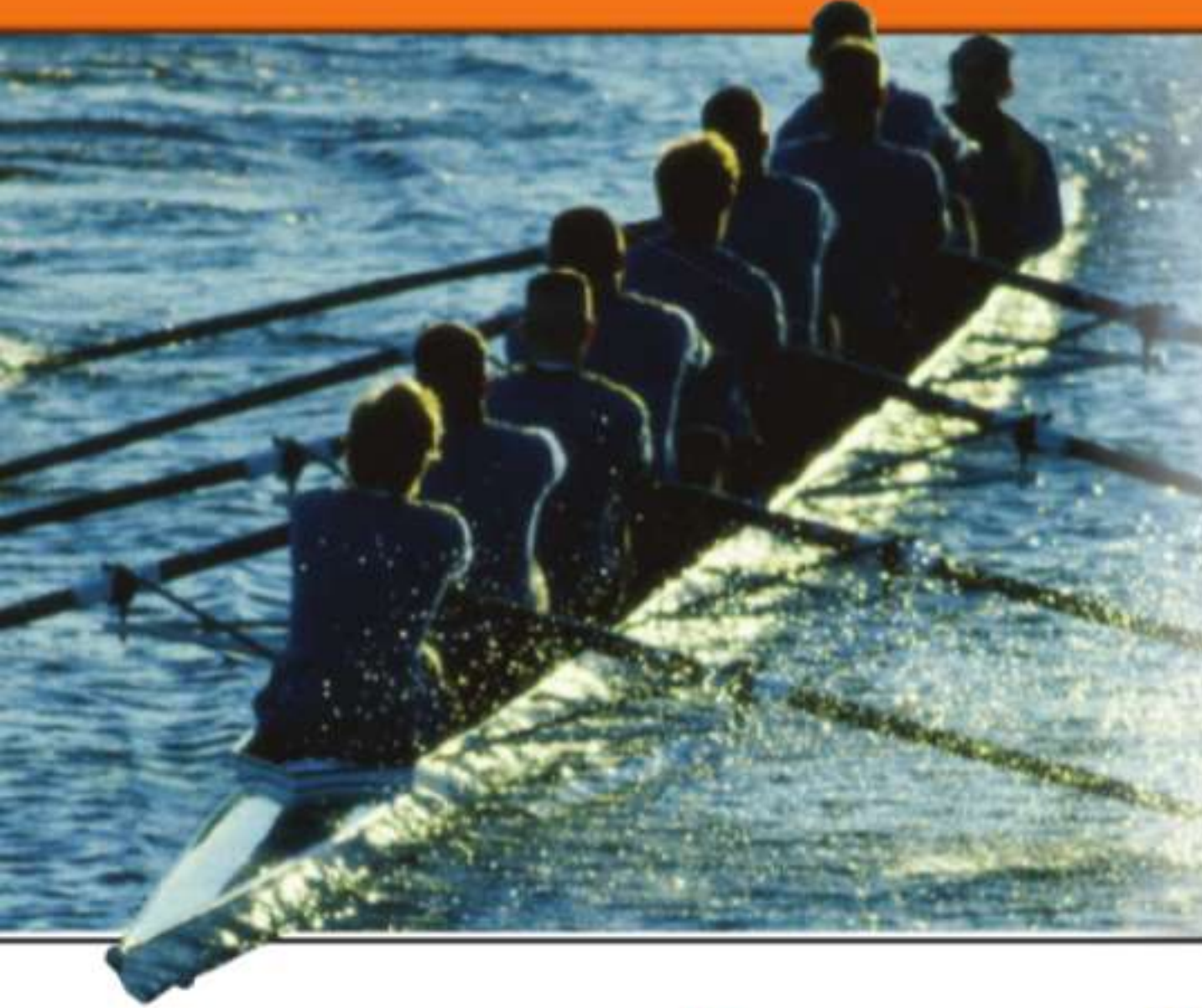
في الرسم التخطيطي، $\triangle RST \cong \triangle ABC$.



13. جد y .

12. جد x .

إثبات تطابق المثلثات - تساوي زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA) و (AAS) وتساوي زاويتين وضلع (AAS)



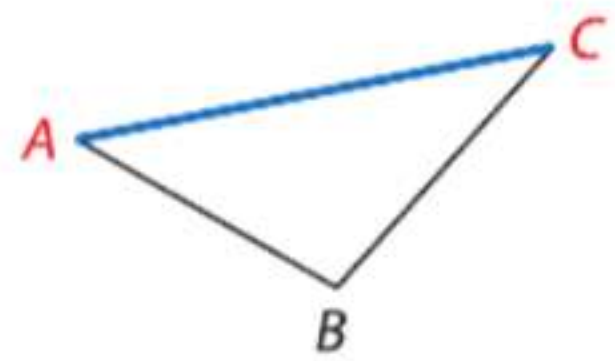
لماذا؟

الحالي

السابق

تتضمن رياضة التجديف بالتمشيط، وتسمى أيضا الطاقم، شخصين أو أكثر يجلسون بمواجهة مؤخرة القارب ويسحب كل مجداف مجدافًا واحدًا. في مسابقات المدرسة الثانوية، يتطلب السباق الذي يسمى ريفاتا في العادة مسطحًا مائيًا يزيد طوله على 1500 متر. يمكن استخدام المثلثات المتطابقة لقياس المسافات التي لا يمكن قياسها مباشرة بسهولة، مثل طول مسار الريفاتا.

- 1 لقد برهنت على تطابق مثلثين باستخدام مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS) وتساوي ضلعين وزاوية (SAS).
- 2 استخدام نظرية تساوي زاويتين وضلع (AAS) لاختبار التطابق.

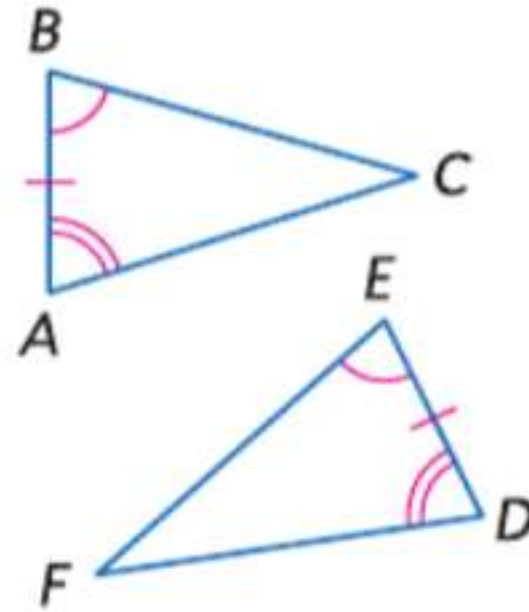


1 مسلّمة زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA)
الضلع المحصور هو الضلع الموجود بين زاويتين متتاليتين في مضلع. في $\triangle ABC$ على اليسار، \overline{AC} هو الضلع المحصور بين $\angle A$ و $\angle C$.

المفردات الجديدة
 ضلع محصور
 included side

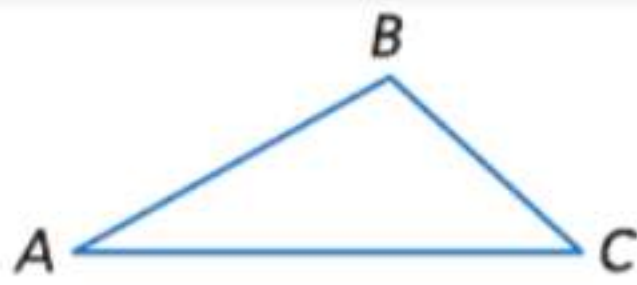
إثبات نظريات حول المثلثات. استخدام معايير التقارب والتشابه بالنسبة للمثلثات لحل المسائل وإثبات العلاقات في الأشكال الهندسية. بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين. استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.

المسلّمة 14.3 تطابق زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA)



عند تطابق زاويتين والضلع المحصور بينهما في مثلث مع زاويتين والضلع المحصور بينهما في مثلث آخر، يكون المثلثان متطابقان. مثال إذا كانت الزاوية $\angle A \cong \angle D$ ، والضلع $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ ، والزاوية $\angle B \cong \angle E$ ، فإن $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

الإنشاء مثلثان متطابقان باستخدام زاويتين والضلع المحصور بينهما



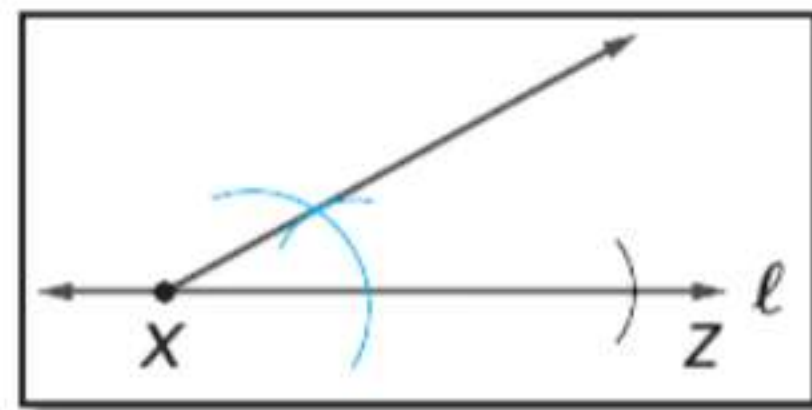
ارسم مثلثًا وسمه $\triangle ABC$. ثم استخدم مسلّمة تساوي زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA) لإنشاء $\triangle XYZ \cong \triangle ABC$.

الخطوة 1



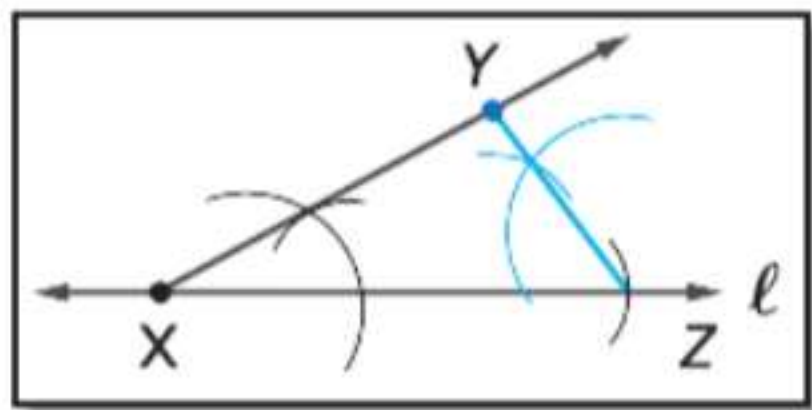
ارسم المستقيم l وحدد النقطة X . وقم بإنشاء \overline{XZ} بحيث $\overline{XZ} \cong \overline{AC}$.

الخطوة 2



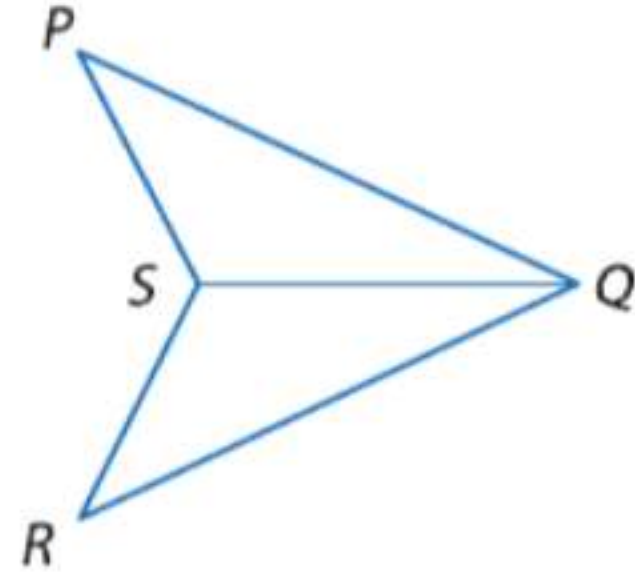
أنشئ زاوية متطابقة مع $\angle A$ عند X باستخدام \overline{XZ} كضلع للزاوية.

الخطوة 3



أنشئ زاوية متطابقة مع $\angle C$ عند Z باستخدام \overline{XZ} كضلع للزاوية. ضع اسمًا للنقطة التي يلتقي عندها الضلعان الجديان للزاوية Y .

مثال 1 استخدام مسلّمة زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA) لإثبات أن المثلثين متطابقان



اكتب برهاناً من عمودين.

المعطيات: QS ينصف $\angle PQR$
 $\angle PSQ \cong \angle RSQ$
 المطلوب: $\triangle PQS \cong \triangle RQS$

البرهان:

المبررات	العبارات
1. المعطيات	1. \overline{QS} ينصف $\angle PQR$: $\angle PSQ \cong \angle RSQ$.
2. تعريف منصف الزاوية	2. $\angle PQS \cong \angle RQS$
3. خاصية الانعكاس في التطابق	3. $\overline{QS} \cong \overline{QS}$
4. مسلّمة زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA)	4. $\triangle PQS \cong \triangle RQS$

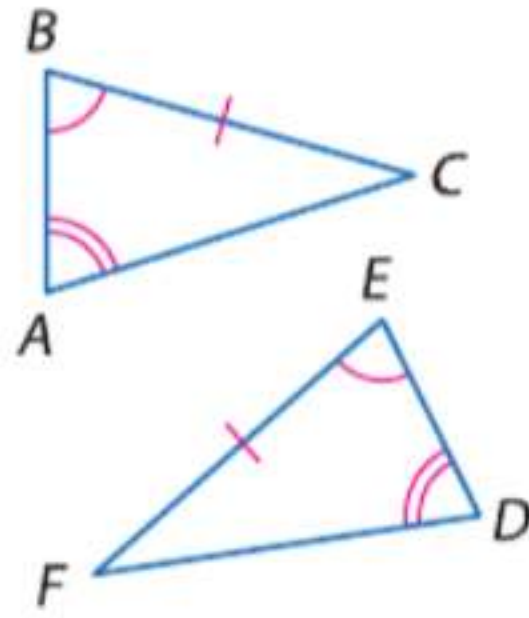
تمرين موجّه

1. اكتب برهاناً تسلسلياً.

المعطيات: \overline{ZX} ينصف $\angle WZY$; \overline{XZ} ينصف $\angle YXW$.
 المطلوب: $\triangle WXZ \cong \triangle XZY$

2 نظرية تساوي زاويتين وضلع غير محصور كاف أيضاً للبرهنة على تطابق مثلثين. تمثل علاقة التطابق هذه نظرية لأنها يمكن البرهنة عليها باستخدام نظرية الزوايا الثالثة.

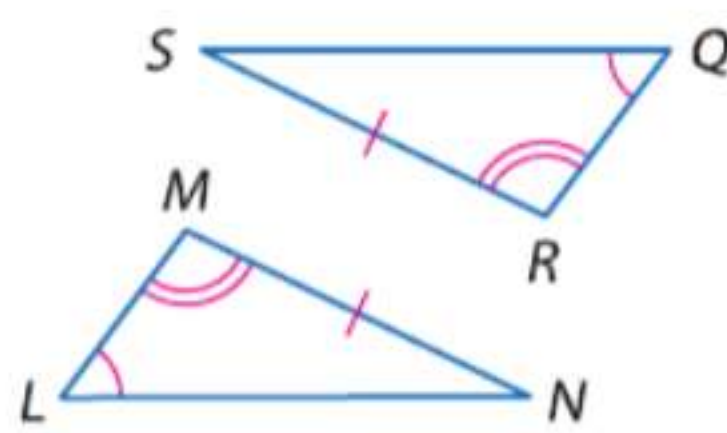
النظرية 14.5 تطابق بتساوي زاويتين وضلع (AAS)



عند تطابق زاويتين والضلع غير المحصور بينهما في مثلث مع زاويتين وضلع مناظرين في مثلث آخر، فالمثلثان متطابقان.

مثال إذا كانت الزاوية $\angle A \cong \angle D$
 الزاوية $\angle B \cong \angle E$
 والضلع $\overline{BC} \cong \overline{EF}$
 فإن $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

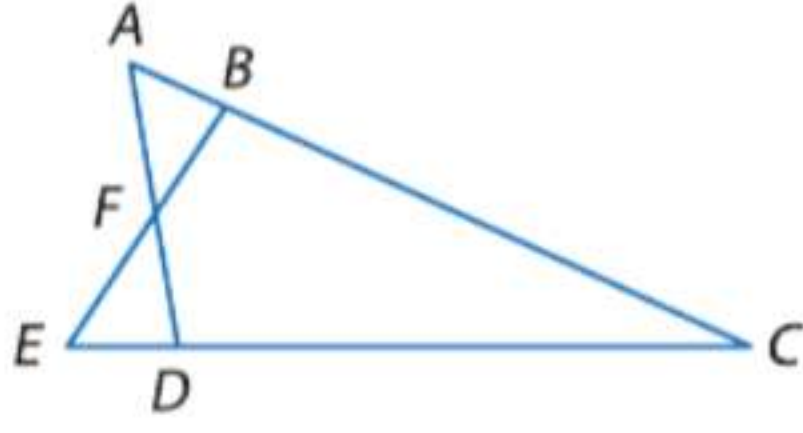
إثبات نظرية زاويتين وضلع



المعطيات: $\angle L \cong \angle Q$, $\angle M \cong \angle R$, $\overline{MN} \cong \overline{RS}$
 المطلوب: $\triangle LMN \cong \triangle QRS$
 البرهان:



مثال 2 استخدام مسلّمة زاويتين و ضلع لإثبات أن المثلثين متطابقان

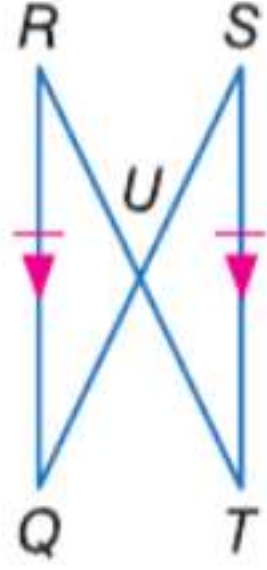


اكتب برهاناً من عمودين.

المعطيات: $\angle DAC \cong \angle BEC$
 $\overline{DC} \cong \overline{BC}$

المطلوب: $\triangle ACD \cong \triangle ECB$

البرهان: نعلم أن $\angle DAC \cong \angle BEC$ و $\overline{DC} \cong \overline{BC}$ حسب خاصية الانعكاس. حسب مسلّمة ضلعين وزاوية، $\triangle ACD \cong \triangle ECB$.



تمرين موجه

2. اكتب برهاناً تسلسلياً.

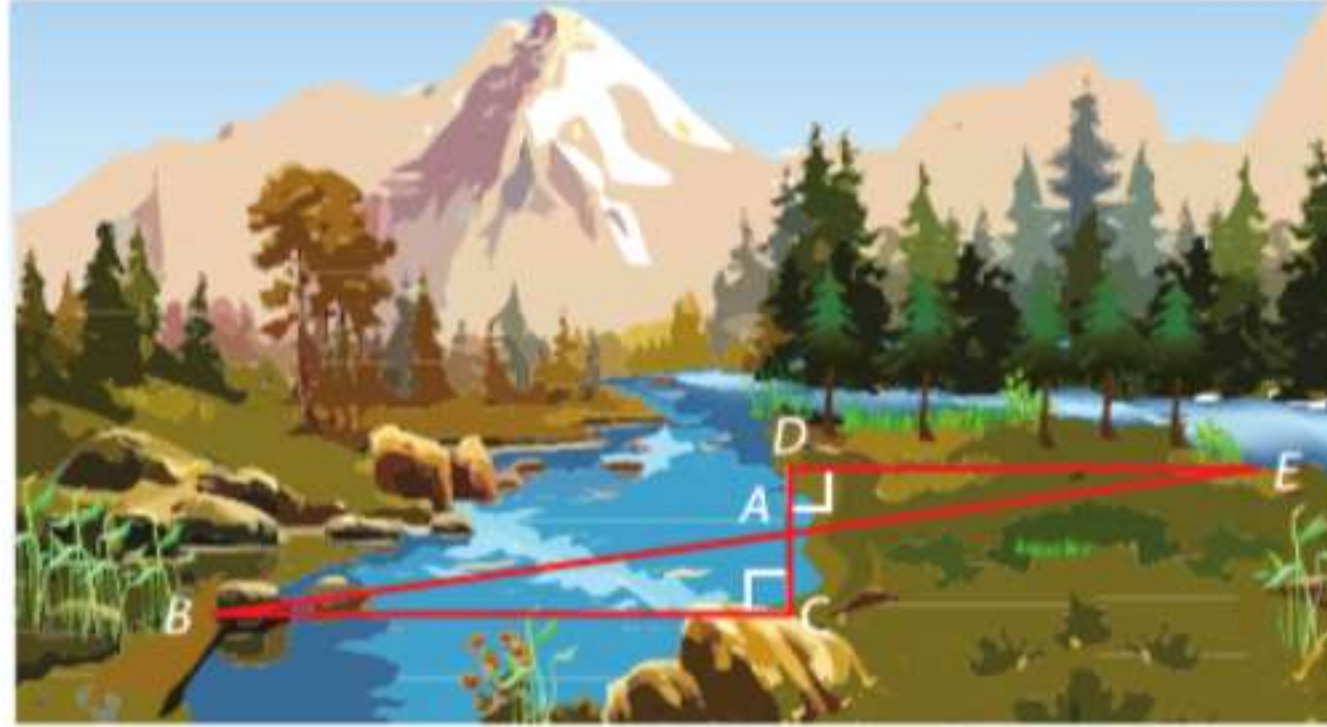
المعطيات: $\overline{RQ} \parallel \overline{ST}$ و $\overline{RU} \cong \overline{TU}$

المطلوب: $\triangle RUQ \cong \triangle TUS$

يمكنك استخدام المثلثات المتطابقة لقياس المسافات التي من الصعب قياسها مباشرة.

مثال 3 من الحياة اليومية تطبيق تطابق المثلثات

الخدمة المجتمعية يعمل خلف ضمن مجموعة للخدمة المجتمعية لبناء جسر يعبر قناة في حديقة محلية. سيغطي الجسر القناة بين النقطتين B و C. حدد خلف النقطة الثابتة D لاستخدامها كنقطة مرجعية بحيث يكون بين القطع العلاقات الموضحة. A نقطة منتصف \overline{CD} و \overline{DE} تساوي 5 أمتار. ما الطول المطلوب للجسر؟



لتحديد طول \overline{CD} ، يجب أن نبرهن أولاً على أن المثلثين اللذين صنعتهما خلف متطابقان.

• بما أن \overline{CB} متعامد على كل من \overline{DE} و \overline{CB} ، تشكل القطع مثلثات قائمة الزاوية كما يظهر على الرسم التخطيطي.

• كل الزوايا القائمة متطابقة، إذاً $\angle BCA \cong \angle EDA$.

• النقطة A هي نقطة المنتصف في \overline{CD} ، إذاً $\overline{CA} \cong \overline{AD}$.

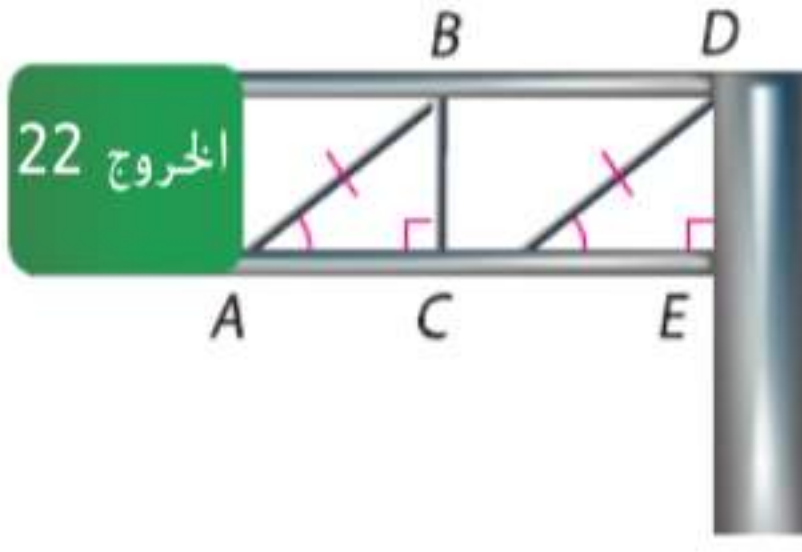
• $\angle BAC$ و $\angle EAD$ زاويتان متقابلتان بالرأس، ولذلك فهما متطابقتان.

ولهذا، وبموجب مسلّمة زاويتين و ضلع محصور بينهما، فإن $\triangle BAC \cong \triangle EAD$.

بما أن $\overline{DE} \cong \overline{CB}$ حسب CPCTC، بما أن قياس \overline{DE} هو 5 m، إذاً قياس \overline{CB} كذلك 5 m. إذاً، الطول المطلوب للجسر هو 5 m.

نصيحة دراسية

تطابق الزوايا الثلاث في المثال 3، $\angle E$ و $\angle B$ متطابقتان حسب نظرية الزوايا الثالثة. إلا أن تطابق الزوايا المتناظرة الثلاثة جميعاً لا يكفي للبرهنة على أن المثلثين متطابقان.



الخروج 22

تمرين موجه

3. في سقالة اللافتة الظاهرة على اليسار،
 $\angle BAC \cong \angle DCE$ ، $\overline{DE} \perp \overline{CE}$ و $\overline{BC} \perp \overline{AC}$
 و $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، واكتب برهان حرّ
 لإثبات أن $\overline{BC} \cong \overline{DE}$.

لقد تعلمت عدة طرق للبرهنة على تطابق المثلثات.

ملخص المفهوم البرهنة على تطابق المثلثات			
ضلع-ضلع-زاوية	زاوية-ضلع-زاوية	ضلع-زاوية-ضلع	ضلع-ضلع-ضلع
تطابق زوجين من الزوايا المتناظرة والضلعين المتناظرين غير المحصورين.	تطابق زوجين من الزوايا المتناظرة والضلعين المحصورين بينهما.	تطابق زوجين من الأضلاع المتناظرة والزواويتين المحصورتين بينهما.	تطابق ثلاثة أزواج من الأضلاع المتناظرة.

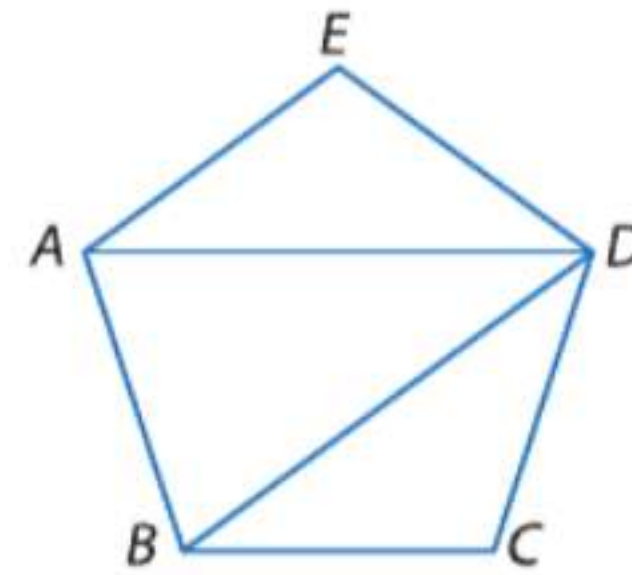
التحقق من فهمك

مثال 1

البرهان اكتب النوع المحدد من البراهين.

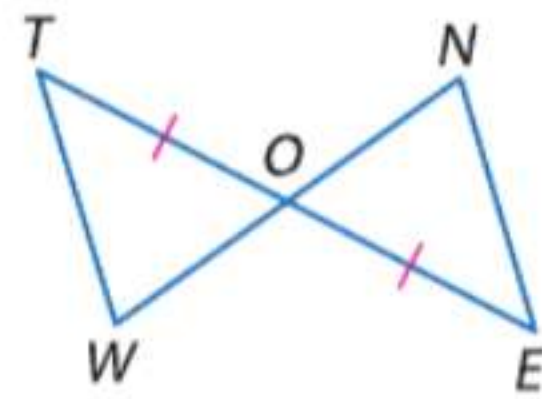
1. برهان تسلسلي

المعطيات: خماسي منتظم $ABCDE$
 المطلوب: $\overline{AD} \cong \overline{DB}$



2. برهان من عمودين

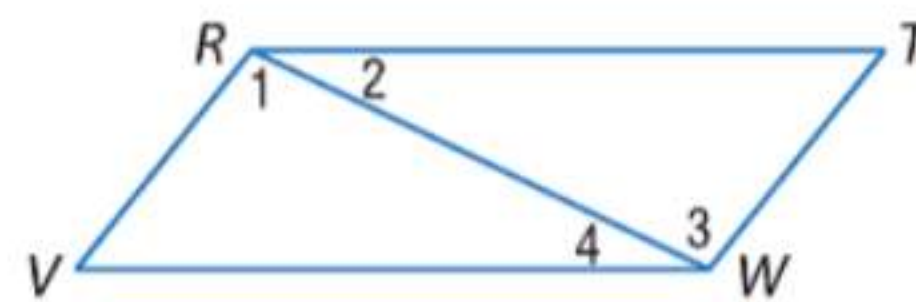
المعطيات: $\overline{WT} \parallel \overline{NE}$; $\overline{TO} \cong \overline{EO}$
 المطلوب: $\triangle WOT \cong \triangle NOE$



مثال 2

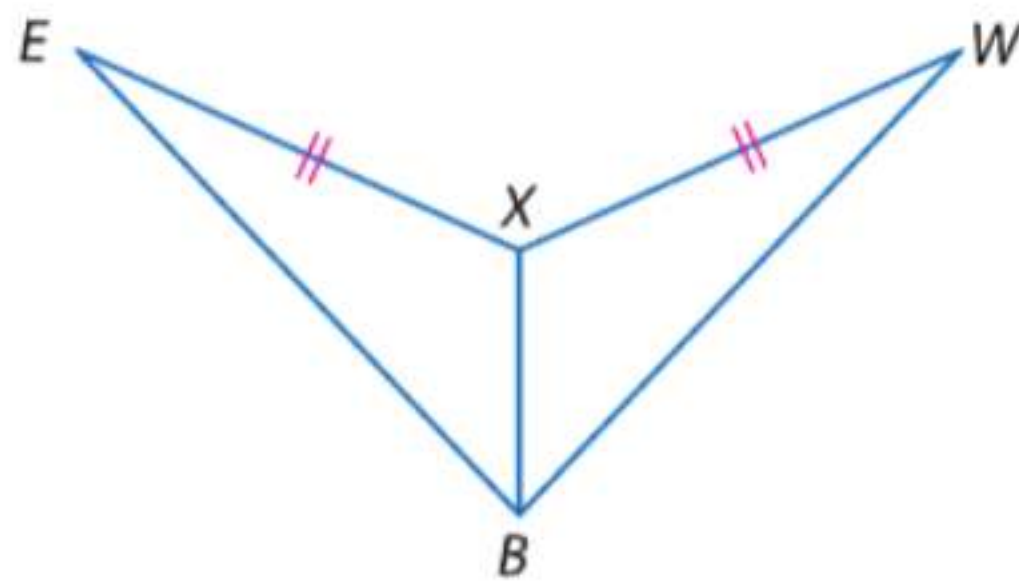
3. برهان حرّ

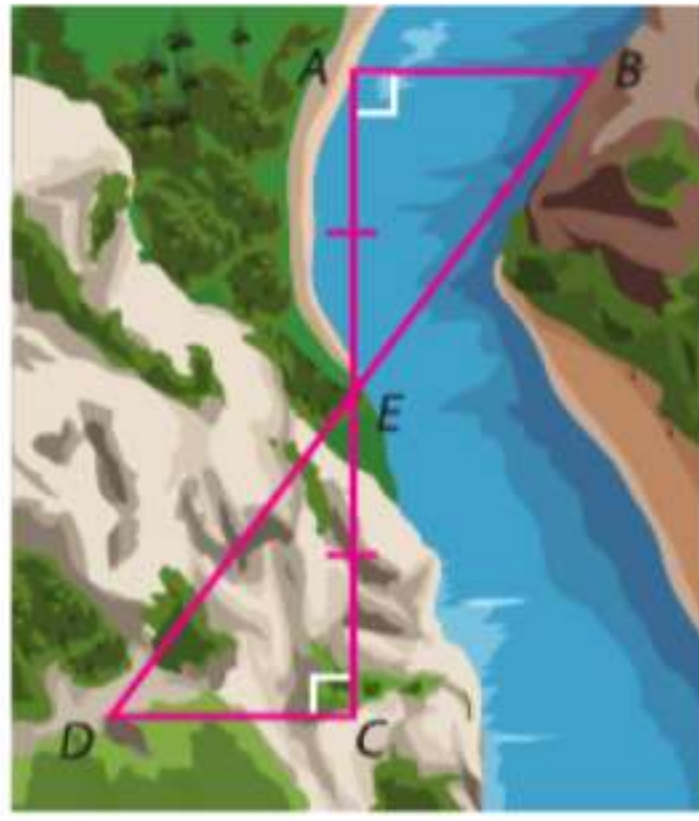
المعطيات: $\overline{RV} \parallel \overline{TW}$; $\overline{RT} \parallel \overline{VW}$
 المطلوب: $\triangle RWV \cong \triangle WRT$



4. برهان من عمودين

المعطيات: \overline{XB} ينصف $\angle EXW$ و $\angle EBW$
 المطلوب: $\triangle EXB \cong \triangle WXB$





5. **بناء الجسور** تحتاج مهندسة مسح إلى إيجاد المسافة من النقطة A إلى النقطة B عبر أحد الأودية. وضعت وتدًا عند A، ووضع زميل لها وتدًا عند B على الجانب الآخر من الوادي. ثم حددت مهندسة المسح النقطة C على نفس الجانب من الوادي الموجود عليه A بحيث $\overline{CA} \perp \overline{AB}$. تم وضع وتد رابع عند E، نقطة منتصف \overline{CA} ، وأخيرًا، تم وضع وتد عند D بحيث إن $\overline{CD} \perp \overline{CA}$ وتقع D، و E، و B على الخط نفسه.

a. اشرح كيف تستطيع مهندسة المسح استخدام المثلثات التي تشكلت لإيجاد AB.

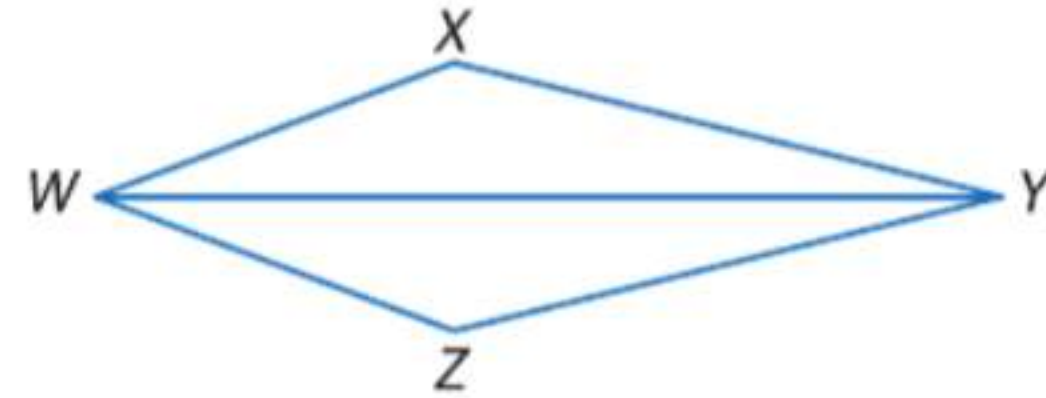
b. إذا كان $AC = 1500$ m و $DC = 690$ m و $DE = 973.5$ m، فما قياس AB؟ اشرح تبريرك.

التمرين وحل المسائل

البرهان اكتب برهانًا حرًا.

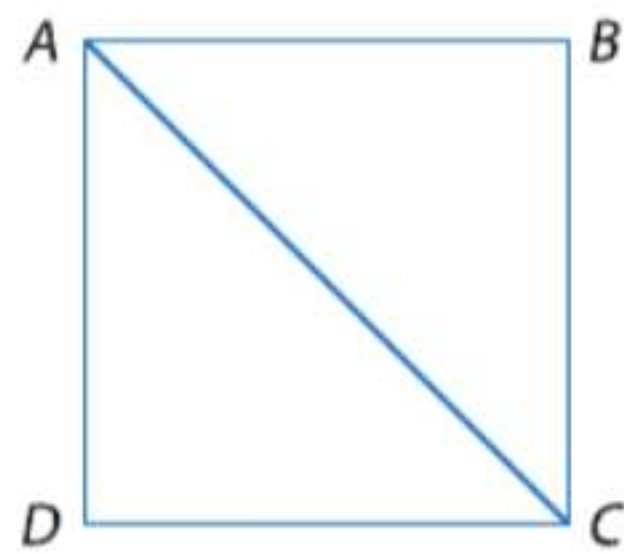
6. **المعطيات:** \overline{WY} ينصف $\angle XWZ$ و $\angle XYZ$

المطلوب: $\triangle WYX \cong \triangle YWZ$



7. **المعطيات:** $\overline{AB} \perp \overline{BC}$; $\overline{AB} \perp \overline{AD}$

المطلوب: $\triangle ACD \cong \triangle CAB$

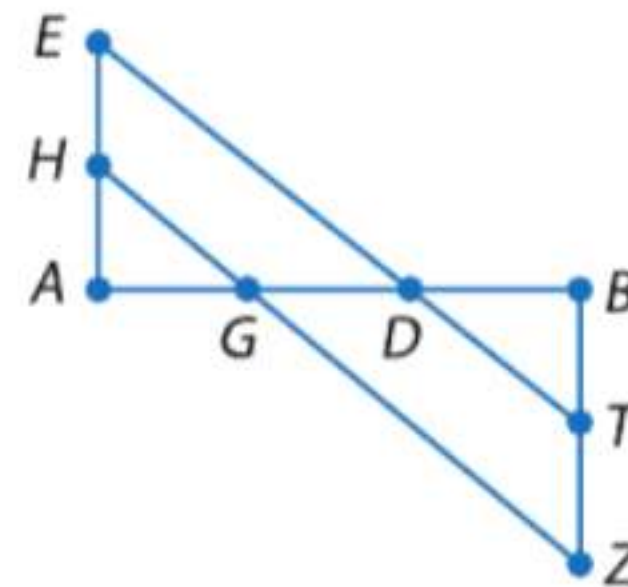


8. **الألعاب** الصورة على اليسار توضح بيت بطاقات. بيت البطاقات هو هيكل ناتج عن تكديس بطاقات اللعب فوق بعضها. اشرح كيف تساعد الخطوط المتوازية والمثلثات المتطابقة من يحاول بناء بيت بطاقات.

البرهان اكتب برهانًا من عمودين.

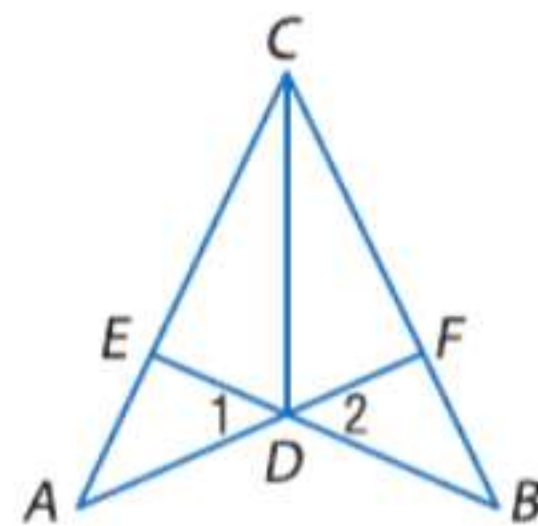
9. **المعطيات:** $\overline{AG} \cong \overline{BD}$; $\angle A \cong \angle B$

المطلوب: $\triangle ADE \cong \triangle BGZ$



10. **المعطيات:** $\triangle CDB \cong \triangle CDA$

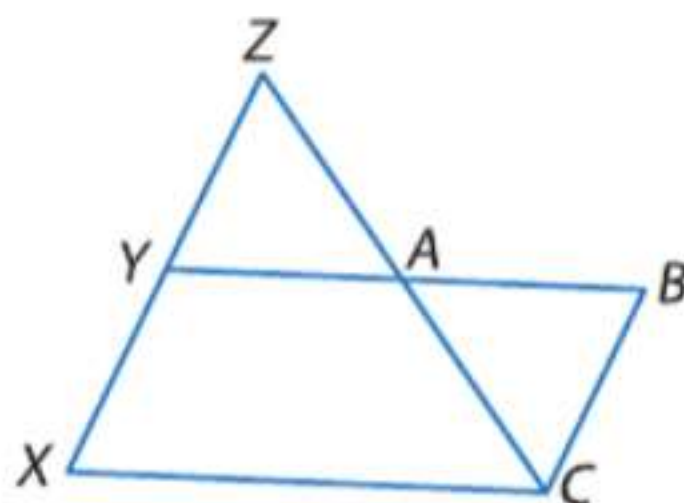
المطلوب: $\triangle ADE \cong \triangle BDF$



11. **فرضيات** اكتب برهانًا تسلسليًا.

المعطيات: $\overline{AY} \cong \overline{BA}$; $\overline{ZX} \parallel \overline{BC}$

المطلوب: $\overline{YZ} \cong \overline{BC}$



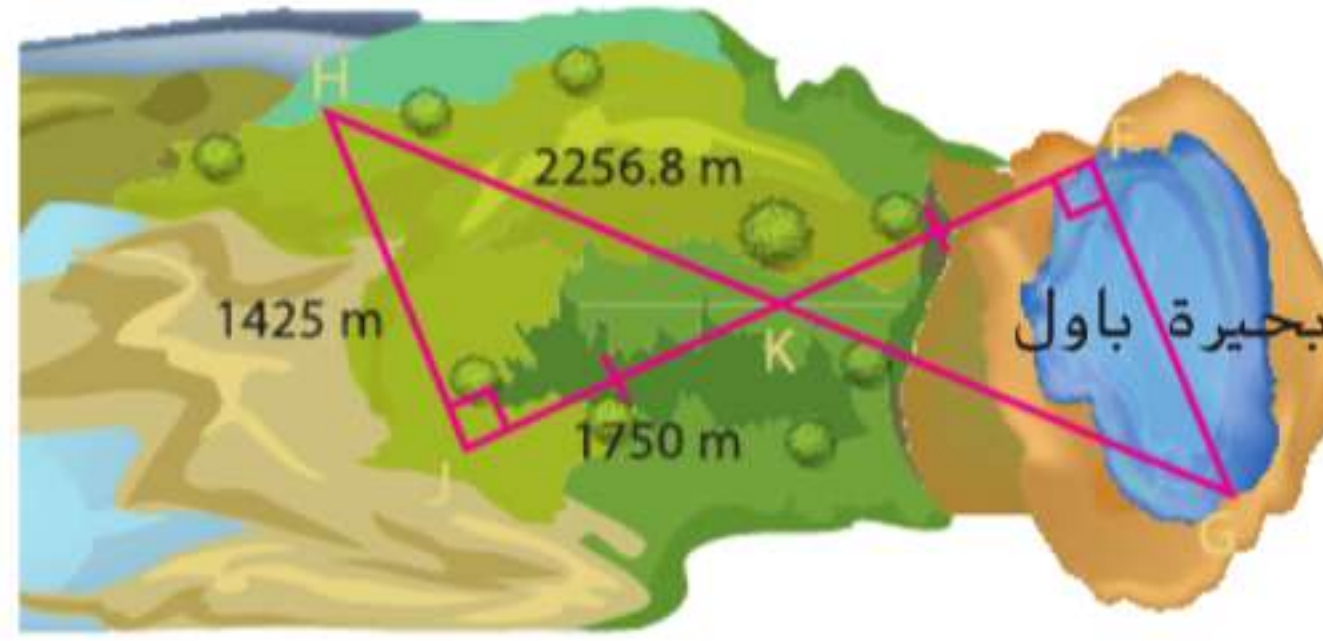
12. البرهان اكتب برهانا تسلسليا.

المعطيات: \overline{XZ} هو المنصف العمودي لـ \overline{WY}

المطلوب: $\angle W \cong \angle Y$

13. **تمثيل النماذج** تريد مدرسة ثانوية أن تقيم سباق تجديف طوله 1500 m على بحيرة باول لكنها غير متأكدة مما إذا كانت البحيرة طويلة بما يكفي. لقياس المسافة عبر البحيرة، يحدد أعضاء الطاقم رؤوس المثلثات أدناه ويتوصلون إلى قياس أطوال $\triangle HJK$ كما يظهر أدناه.

مثال 3

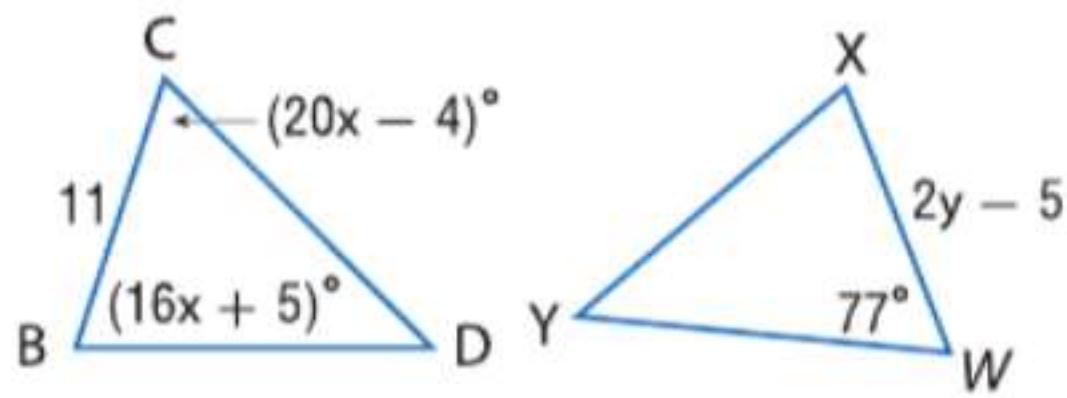


a. اشرح كيف يستطيع فريق الطاقم استخدام المثلثات التي تتشكل لتقدير مسافة FG عبر البحيرة.

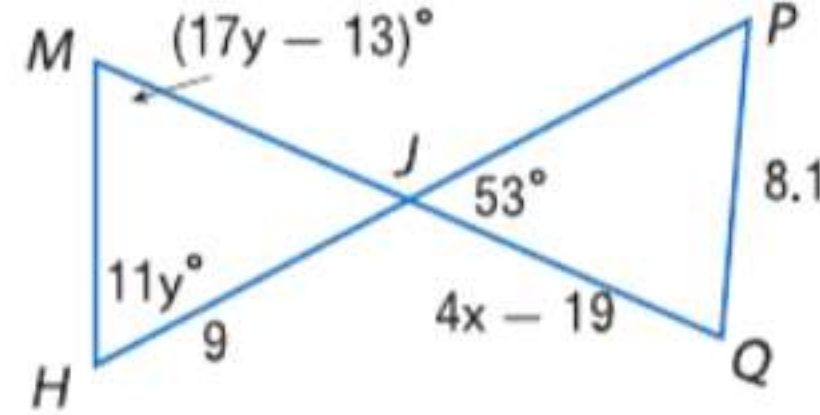
b. باستخدام القياسات المعطاة، هل البحيرة طويلة بما يكفي لكي يستخدمها الفريق كموقع لسباقهم؟

الجبر جد قيمة المتغير الذي يعطي مثلثات متطابقة.

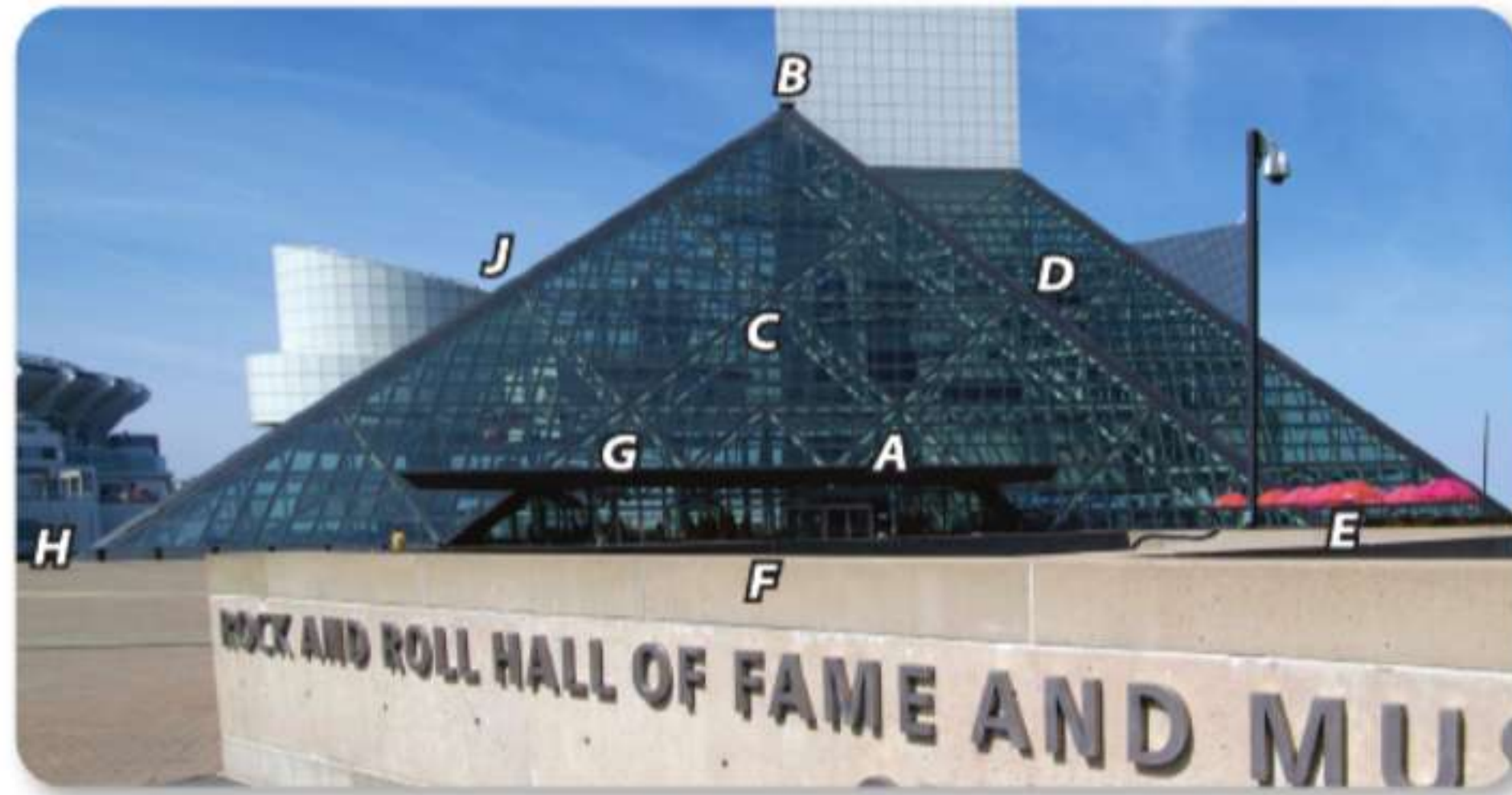
14. $\triangle BCD \cong \triangle WXY$



15. $\triangle MHJ \cong \triangle PQJ$



16. **تصميم المسرح** تبدو الأطواق الحديدية لسقف المسرح المكشوف الظاهر أدناه مكونة من عدة أزواج مختلفة من المثلثات المتطابقة. افترض أن الأطواق الحديدية التي يبدو أنها تقع على خط واحد تقع فعليًا على خط واحد.



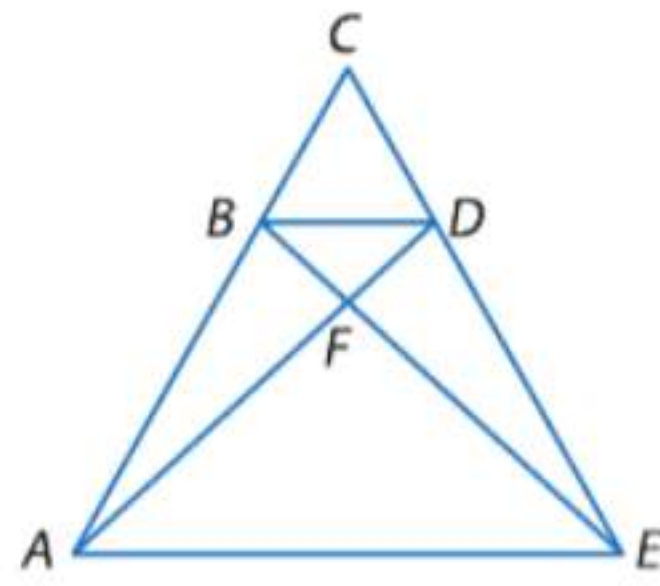
a. إذا كان \overline{AB} ينصف $\angle CAD$ و $\angle CBD$ ، فبرهن على أن $\triangle ABC \cong \triangle ABD$.

b. إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle ABD$ و $\angle FCA \cong \angle EDA$ ، فبرهن على أن $\triangle CAF \cong \triangle DAE$.

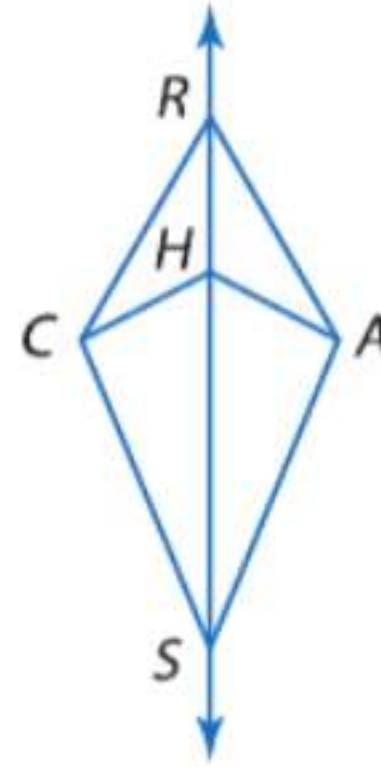
c. إذا كان $\angle BHG \cong \angle BEA$ و $\overline{HB} \cong \overline{EB}$ و $\angle HGB \cong \angle DAB$ و $\angle HGJ \cong \angle EAD$ ، فبرهن على أن $\triangle BHG \cong \triangle BEA$.

البرهان اكتب برهانًا حرًا.

18. المعطيات: $\triangle BDF$ متساوي الأضلاع؛ $\angle DEB \cong \angle BAD$
المطلوب: $\triangle BAD \cong \triangle DEB$



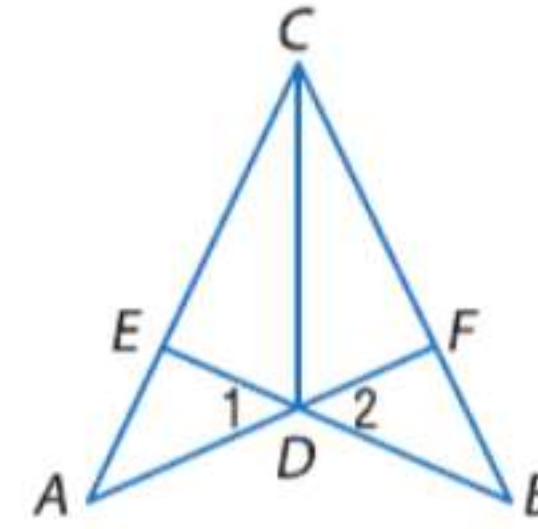
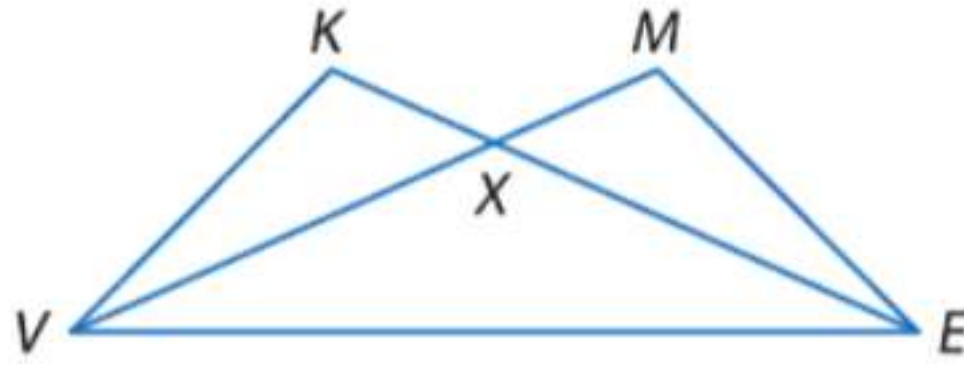
17. المعطيات: \overleftrightarrow{RS} ينصف $\angle CSA$ و $\angle CHA$
المطلوب: $\triangle CHS \cong \triangle AHS$



البرهان اكتب برهانًا من عمودين.

19. المعطيات: $\angle CED \cong \angle CFD$ ؛ \overline{CD} ينصف $\angle ECF$
المطلوب: $\triangle CED \cong \triangle CFD$

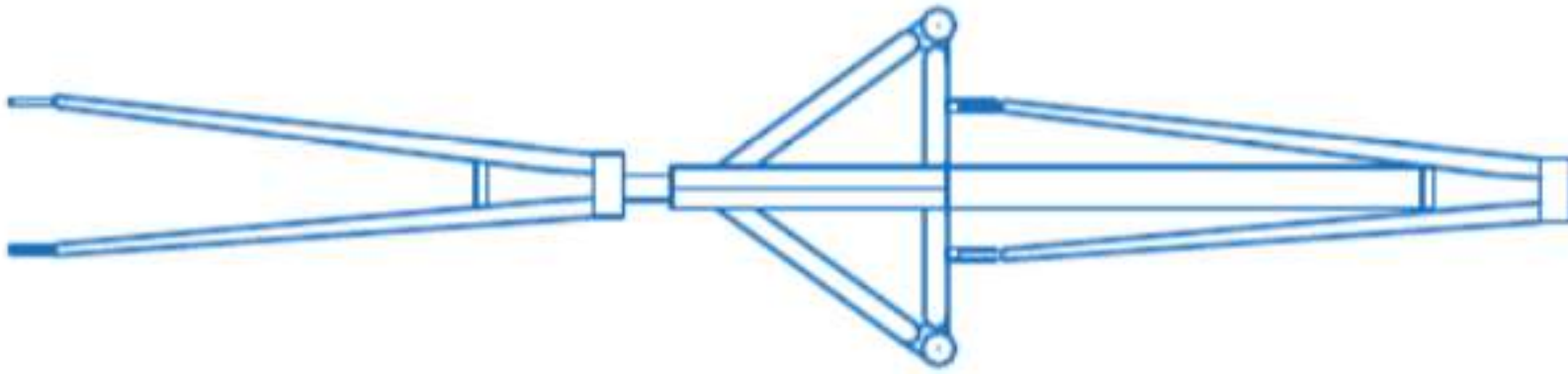
20. المعطيات: $\overline{VK} \perp \overline{KX}$ ؛ $\overline{EM} \perp \overline{MX}$ ؛ $\overline{KX} \cong \overline{MX}$
المطلوب: $\angle V \cong \angle E$



21. **الدراجة الثلاثية** يصور الرسم أدناه هيكل دراجة ثلاثية يتم النظر إليها من الجو.

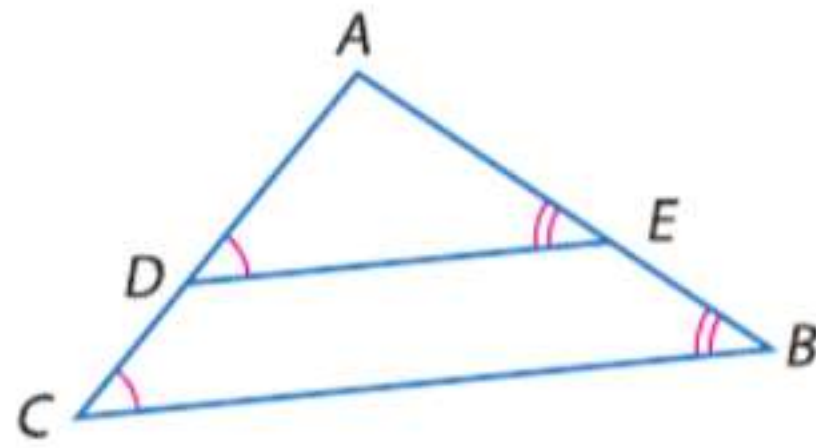
a. خمن نوعين من المثلثات المستخدمة لعمل الهيكل الأساسي.

b. ما المعلومات المطلوبة لإثبات تطابق المثلثات؟



مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

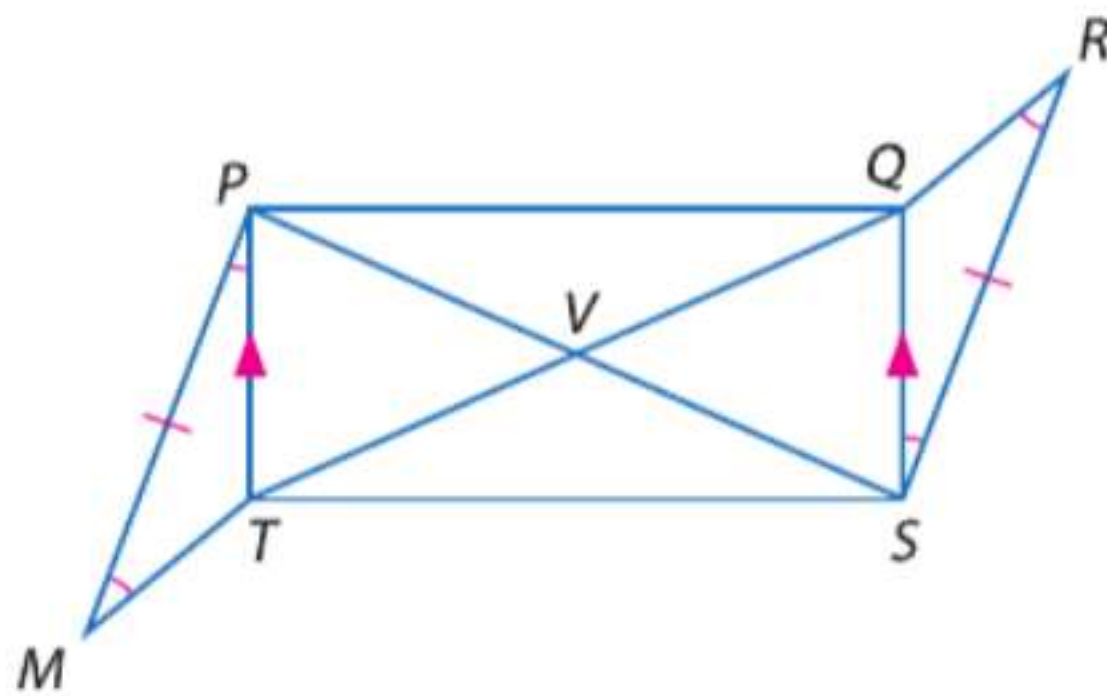
22. **الكتابة في الرياضيات** باستخدام مستطيل، اشرح طريقتين على الأقل لإثبات أن القطر يقسم المستطيل إلى مثلثين متطابقين.



23. **تحليل الخطأ** يقول خليفة إنه من الممكن إثبات أن $\triangle ACB \cong \triangle ADE$ ولكن خميس يختلف معه. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح تبريرك.

24. **التبرير** حدد ما إذا كان يمكن استخدام مسلمة ضلعين وزاوية (SSA) لإثبات تطابق مثلثين. اشرح تبريرك.

25. **تحدد** باستخدام المعلومات المذكورة في الرسم التخطيطي، اكتب برهانًا تسلسليًا يثبت أن $\triangle PVT \cong \triangle SVQ$.



26. **الكتابة في الرياضيات** كيف تعرف الطريقة (مسلمة الأضلاع الثلاثة) ومسلمة زاويتين والضلع المحصور بينهما، إلخ) التي يتم استخدامها عند البرهنة على تطابق المثلثات؟ استخدم مخططًا لشرح تبريرك.

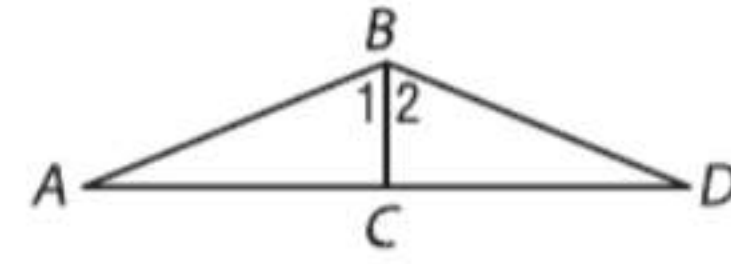
تدريب على الاختبارات المعيارية

29. الجبر إذا كان -7 مضروباً في عدد أكبر من 1، فأبي مما يلي يصف النتيجة؟
 F عدد أكبر من 7
 G عدد يتراوح بين -7 و 7
 H عدد أكبر من -7
 J عدد أقل من -7

30. SAT/ACT $\sqrt{121 + 104} = ?$

- A 15
 B 21
 C 25
 D 125
 E 225

27. المعطيات: \overline{BC} متعامد على \overline{AD} ; $\angle 1 \cong \angle 2$.



ما النظرية أو المسألة التي يمكن استخدامها للبرهنة على أن $\triangle ABC \cong \triangle DBC$ ؟

- A AAS
 B ASA
 C SAS
 D SSS

28. الإجابة القصيرة اكتب تعبيراً يمكن استخدامه لإيجاد قيم $s(n)$ في الجدول.

n	-8	-4	-1	0	1
$s(n)$	1.00	2.00	2.75	3.00	3.25

مراجعة شاملة

حدد ما إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$. اشرح.

31. $A(6, 4)$, $B(1, -6)$, $C(-9, 5)$,
 $X(0, 7)$, $Y(5, -3)$, $Z(15, 8)$

32. $A(0, 5)$, $B(0, 0)$, $C(-2, 0)$,
 $X(4, 8)$, $Y(4, 3)$, $Z(6, 3)$

33. الجبر إذا كان $\triangle RST \cong \triangle JKL$. و $RS = 7$ و $ST = 5$ و $RT = 9 + x$ و $JL = 2x - 10$. و $JK = 4y - 5$. فارسم شكلاً يمثل المثلثات المتطابقة وحدد له اسماً. ثم جـد x و y .

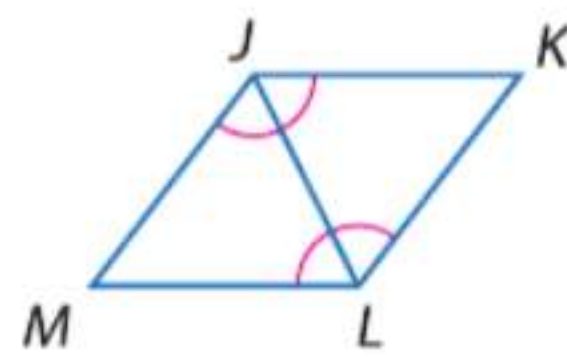
34. المعرفة المالية يتقاضى رشيد 5 AED على طلاء صندوق البريد و 4 AED في الساعة لجز أعشاب حديقة. اكتب معادلة تمثل مقدار المال الذي يستطيع رشيد أن يكسبه من مالك منزل يطلي صندوق بريده ويجز أعشاب حديقته.

مراجعة المهارات

البرهان اكتب برهاناً من عمودين لكلٍ مما يلي.

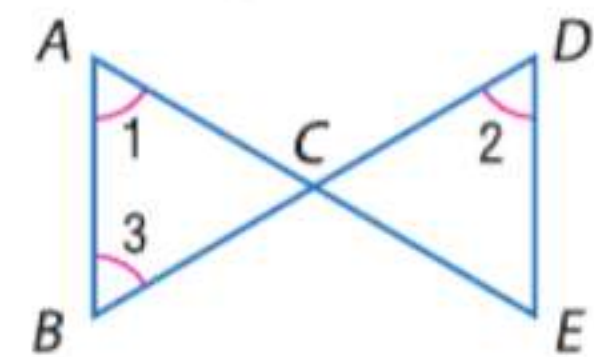
36. المعطيات: $\angle MJK \cong \angle KLM$
 $\angle KLM$ و $\angle LMJ$ متكاملتان.

المطلوب: $\overline{KJ} \parallel \overline{LM}$



35. المعطيات: $\angle 2 \cong \angle 1$
 $\angle 1 \cong \angle 3$

المطلوب: $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$





مختبر الهندسة التطابق في المثلثات قائمة الزاوية

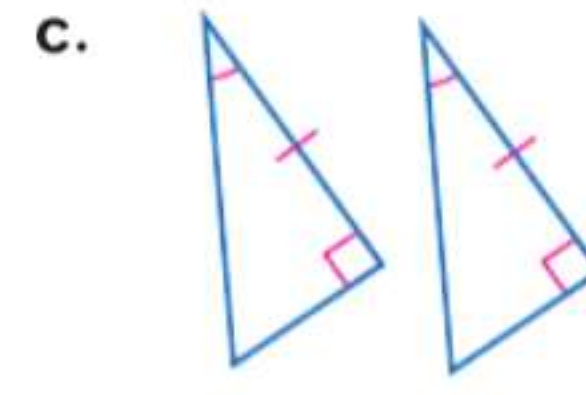
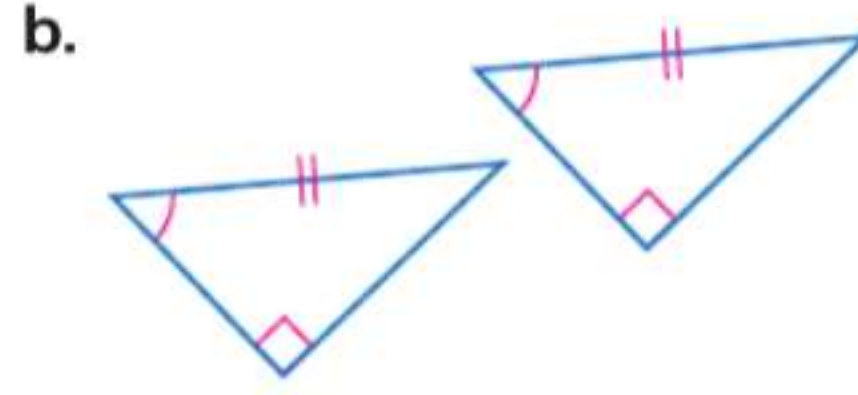
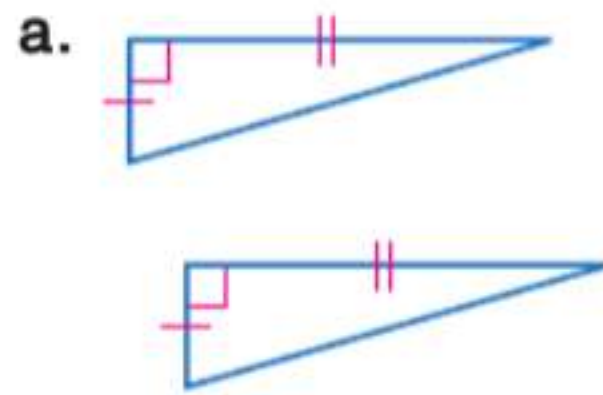
14-5

التجربة

استخدام معايير التطابق والتشابه بالنسبة للمثلثات لحل المسائل وإثبات العلاقات في الأشكال الهندسية.

في الدرسين 14-4 و 14-5، تعلمت نظريات ومسلّمات تبرهن على تطابق المثلثات. كيف يتم تطبيق هذه النظريات والمسلّمات على المثلثات القائمة؟

ادرس كل زوج من المثلثات قائمة الزاوية.

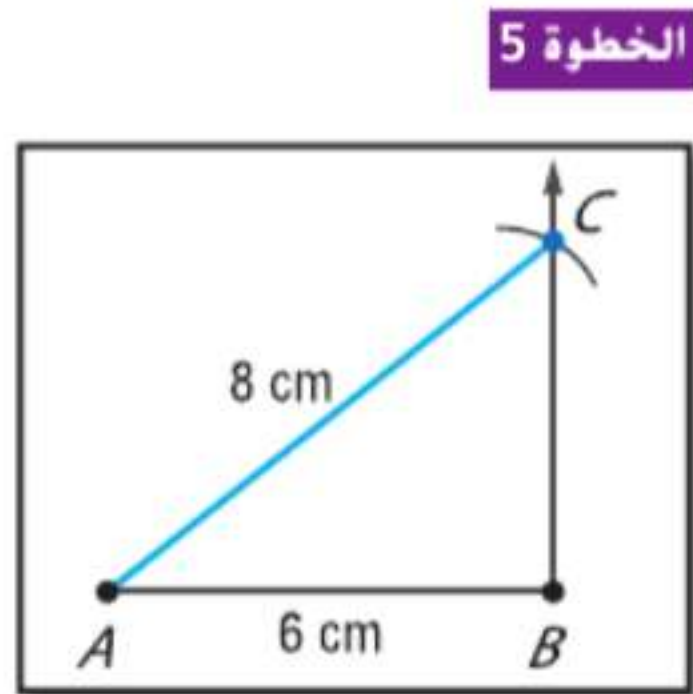


التحليل

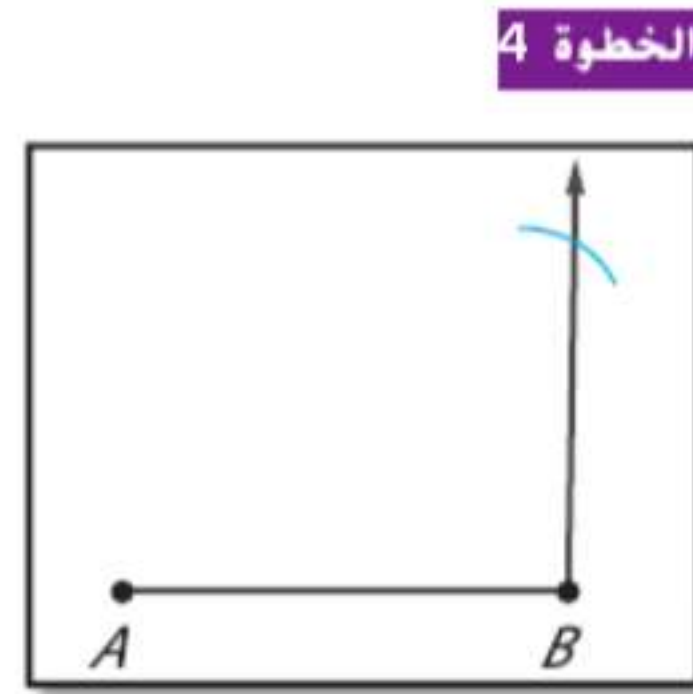
1. هل يتطابق كل زوج من المثلثات؟ إذا كان الأمر كذلك، فما نظرية أو مسلّمات التطابق المستخدمة؟
2. أعد صياغة قواعد التطابق المأخوذة من التمرين 1 باستخدام الساق (L)، أو الوتر (H)، الذي يحل محل الضلع. احذف A لأية زاوية قائمة بما أننا نعلم أن كل المثلثات القائمة الزاوية تحتوي على زاوية قائمة وكل الزوايا القائمة متطابقة.
3. **التخمين** إذا كنت تعلم أن الساقين المتناظرتين في مثلثين قائمي الزاوية متطابقتان، فما المعلومات الأخرى التي تحتاج إليها لإثبات تطابق المثلثين؟ اشرح.

في الدرس 14-5، تعلمت أن SSA ليست اختبارًا صالحًا لتحديد تطابق المثلثات. هل يمكن استخدام SSA في إثبات تطابق المثلثين قائمي الزاوية؟

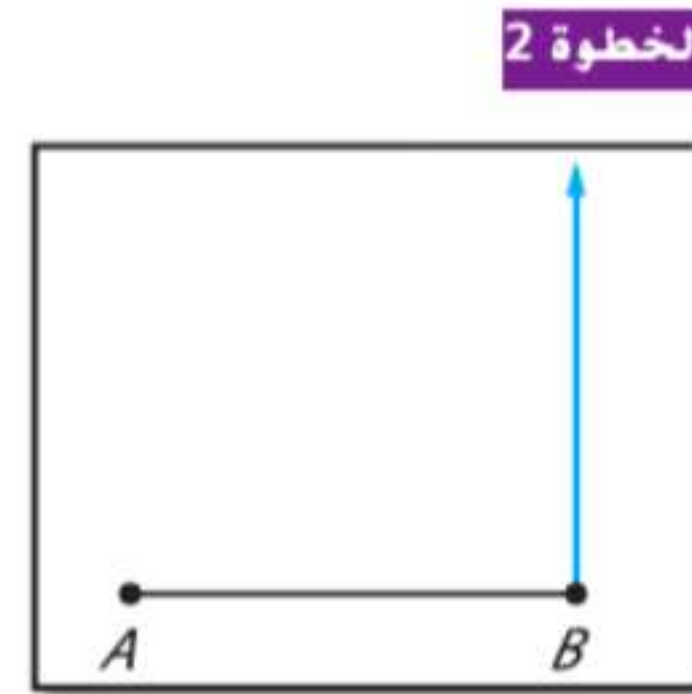
النشاط مسلّمات ضلعين وزاوية (SSA) والمثلثات قائمة الزاوية



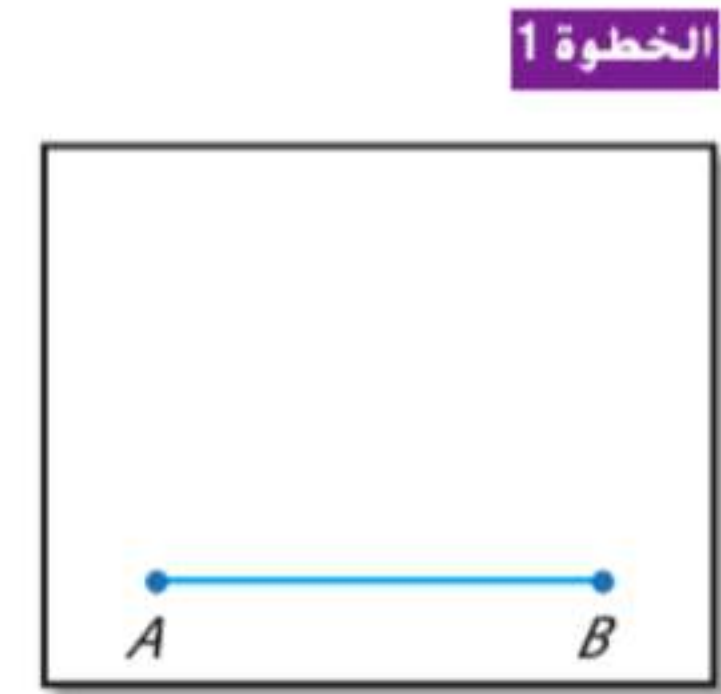
سّم التقاطع C وارسم \overline{AC} لاستكمال $\triangle ABC$.



افتح الفرجار بعرض 8 سم. ضع النقطة عند A وارسم قوسًا يتقاطع مع الشعاع.



استخدم منقلة لرسم شعاع من B متعامد على \overline{AB} .



ارسم \overline{AB} بحيث $AB = 6$ سنتيمترات.

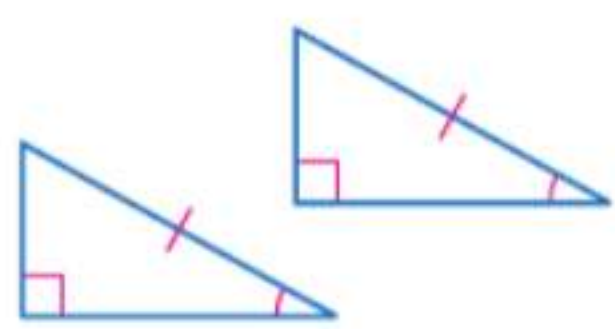
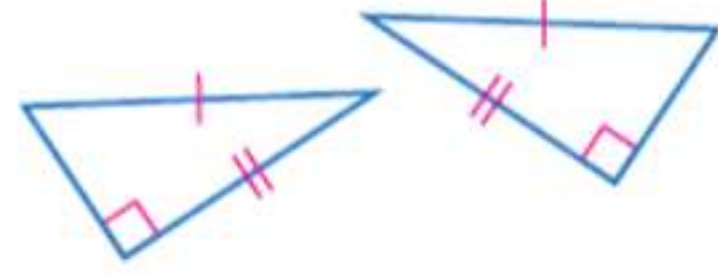
التحليل

4. هل يقدم النموذج مثلثًا متفردًا؟
5. هل يمكنك استخدام طول الوتر وطول الساق لإثبات تطابق المثلثين قائمي الزاوية؟
6. التخمين بخصوص حالة SSA التي تنطبق على المثلثات قائمة الزاوية.

(يتبع في الصفحة التالية)

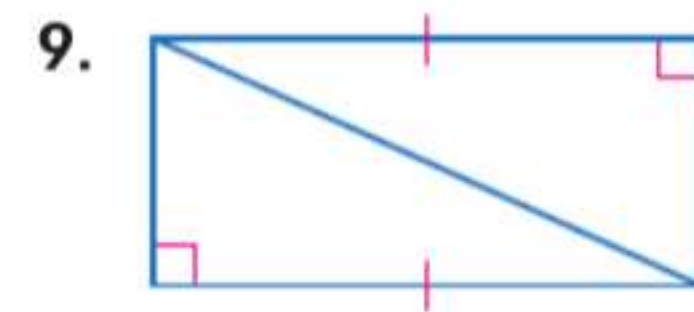
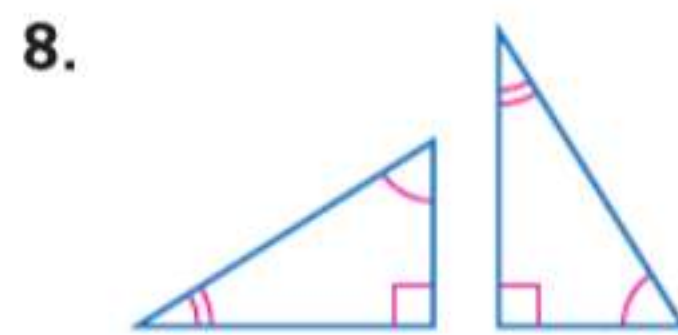
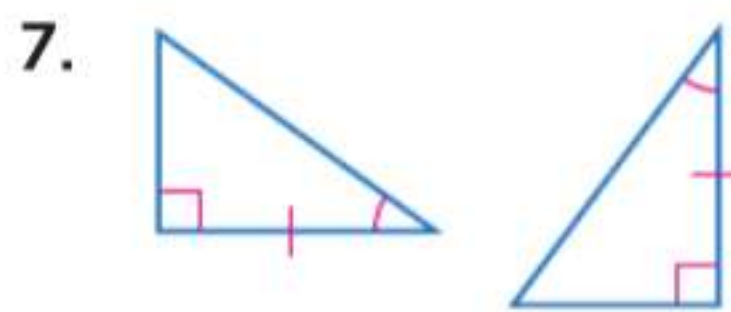
مختبر الهندسة التطابق في المثلثات قائمة الزاوية تابع

يوفر عملك في الصفحة السابقة دليلاً على أربع طرق لإثبات تطابق المثلثات قائمة الزاوية.

النظرية تطابق المثلثات قائمة الزاوية	
	<p>النظرية 14.6 تطابق بتساوي ساقين إذا كانت ساقاً مثلث قائم الزاوية متطابقتين مع الساقين المناظرتين في مثلث آخر قائم الزاوية، فالمثلثان متطابقان. الاختصار LL يرمز إلى تساوي ساقين</p>
	<p>النظرية 14.7 تطابق وتر وزاوية إذا كان الوتر وزاوية حادة في مثلث قائم الزاوية متطابقتين مع الوتر والزاوية الحادة المناظرتين في مثلث آخر قائم الزاوية، فالمثلثان متطابقان. الاختصار HA يرمز إلى وتر وزاوية</p>
	<p>النظرية 14.8 تطابق ساق وزاوية إذا كانت ساق واحدة وزاوية حادة في مثلث قائم الزاوية متطابقتين مع الساق والزاوية الحادة المناظرتين في مثلث آخر قائم الزاوية، فالمثلثان متطابقان. الاختصار LA يرمز إلى ساق وزاوية</p>
	<p>النظرية 14.9 تطابق وتر وساق إذا كان الوتر وساق في مثلث قائم الزاوية متطابقين مع الوتر والساق المناظرتين في مثلث آخر قائم الزاوية، فالمثلثان متطابقان. الاختصار HL يرمز إلى وتر وساق</p>

التمارين

حدد ما إذا كان كل زوجين من المثلثات متطابقين. إذا كان الأمر كذلك، فحدد المسألة أو النظرية المستخدمة.



البرهان اكتب برهاناً لكل مما يلي.

10. النظرية 14.6

12. النظرية 14.8 (تلميح: هناك حالتان محتملتان.)

11. النظرية 14.7

13. النظرية 14.9 (تلميح: استخدم نظرية فيثاغورس)

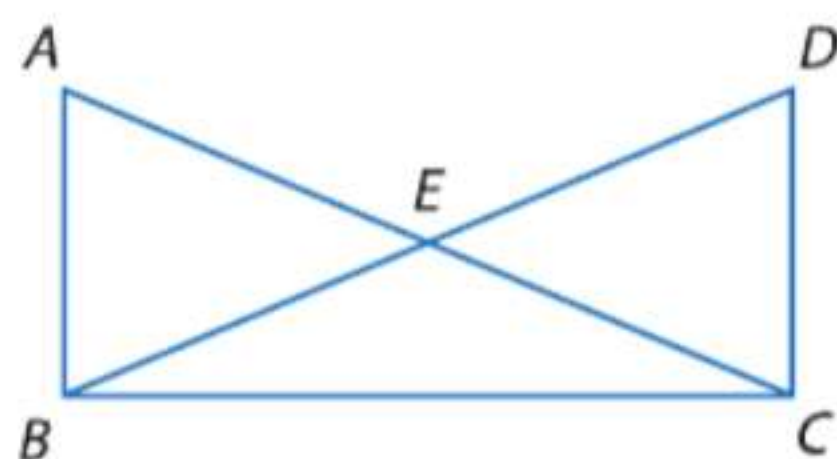
استخدم الشكل على اليسار.

14. المعطيات: $\overline{AB} \perp \overline{BC}$, $\overline{DC} \perp \overline{BC}$
 $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

15. المعطيات: $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AB} \perp \overline{BC}$
نقطة E منتصف \overline{AC} و \overline{BD}

المطلوب: $\overline{AC} \cong \overline{DB}$

المطلوب: $\overline{AB} \cong \overline{DC}$



المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع



لماذا؟

- تحتوي قضبان قطارات الملاهي على دعائم مثلثة بين القضبان للدعم والتثبيت. الدعائم المثلثة التي في الصورة مثلثات متساوية الساقين.

الحالي

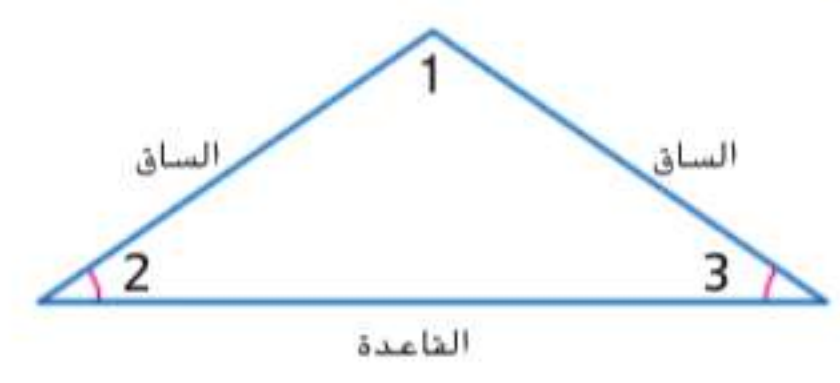
- 1 استخدام خواص المثلثات متساوية الساقين.
- 2 استخدام خواص المثلثات متساوية الأضلاع.

السابق

- تعرفت على المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع.

1 خواص المثلثات متساوية الساقين تذكر أن المثلثات متساوية الساقين تحتوي على ضلعين متطابقين على الأقل. أجزاء المثلث متساوي الساقين لها أسماء خاصة.

يسمى الضلعان المتطابقان **ساق المثلث متساوي الساقين**. والزاوية المحصورة بين الضلعين اللذين يمثلان الساقين تسمى **زاوية الرأس**. ضلع المثلث المقابل لزاوية الرأس يسمى **القاعدة**. الزاويتان المتكومتان من القاعدة والضلعين المتطابقين تسميان **زاويتا القاعدة**.



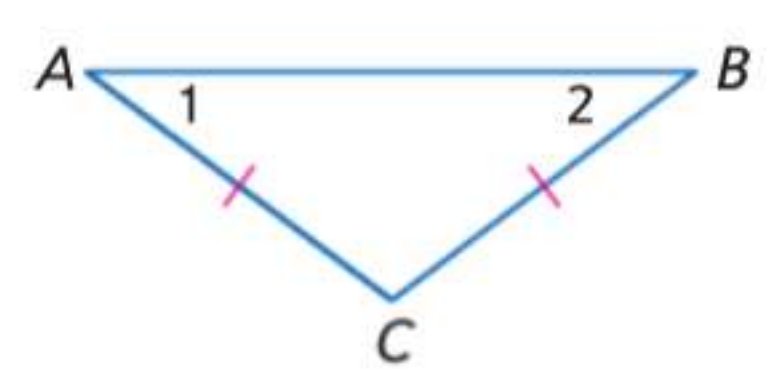
$\angle 1$ هي زاوية الرأس.
 $\angle 2$ و $\angle 3$ زاويتا القاعدة.

المفردات الجديدة

- ساقا المثلث متساوي الساقين
- legs of an isosceles
- زاوية الرأس
- vertex angle
- زاويا القاعدة
- base angles

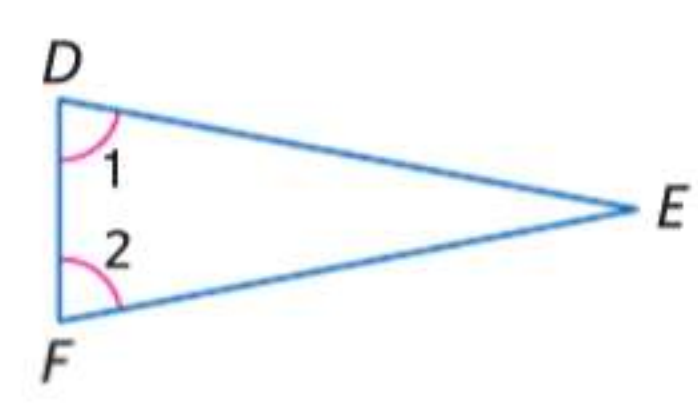
إثبات نظريات حول المثلثات.
عمل رسومات هندسية للأشكال مستخدما مختلف الأدوات والطرق (فرجار ومسطرة تقويم، خيط، أدوات عاكسة، ورق قابل للطي، برنامج هندسي ديناميكي، وما إلى ذلك).
التفكير بطريقة تجريدية وكمية.
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

النظريات المثلث متساوي الساقين



14.10 نظرية المثلث متساوي الساقين إذا كان ضلعان في المثلث متطابقين، فالزاويتان المقابلتان لهذين الضلعين متطابقتان.

مثال إذا كان $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ ، فإن $\angle 2 \cong \angle 1$.

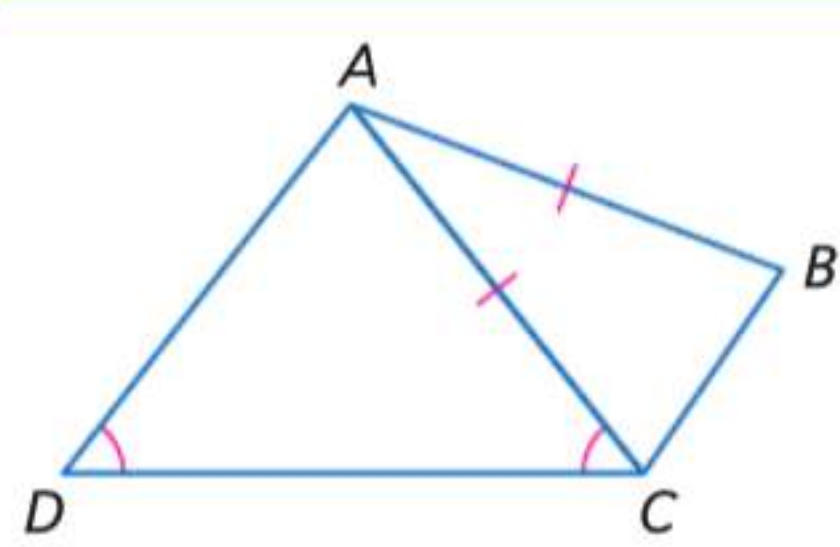


14.11 معكوس نظرية المثلث متساوي الساقين إذا كانت زاويتان في المثلث متطابقتين، فالضلعان المقابلان لهاتين الزاويتين متطابقتان.

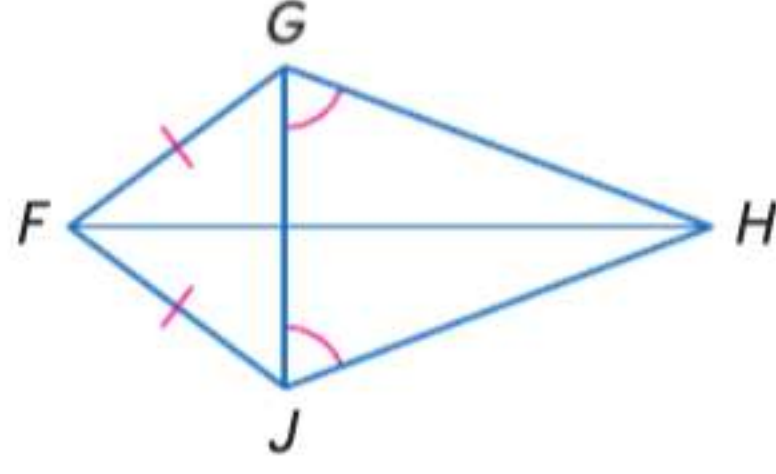
مثال إذا كان $\angle 1 \cong \angle 2$ ، فإن $\overline{FE} \cong \overline{DE}$.

سوف تثبت النظرية 14.11 في التمرين 37.

مثال 1 القطع المتطابقة والزوايا المتطابقة



- اذكر اسم زاويتين متطابقتين ليست عليهما علامة.
 $\angle ACB$ تقابل $\angle B$ و \overline{AC} تقابل \overline{AC} .
إذا $\angle ACB \cong \angle B$.
- اذكر اسم قطعتين متطابقتين ليست عليهما علامة.
 \overline{AD} يقابل $\angle ACD$ و \overline{AC} يقابل $\angle D$.
إذا $\overline{AD} \cong \overline{AC}$.

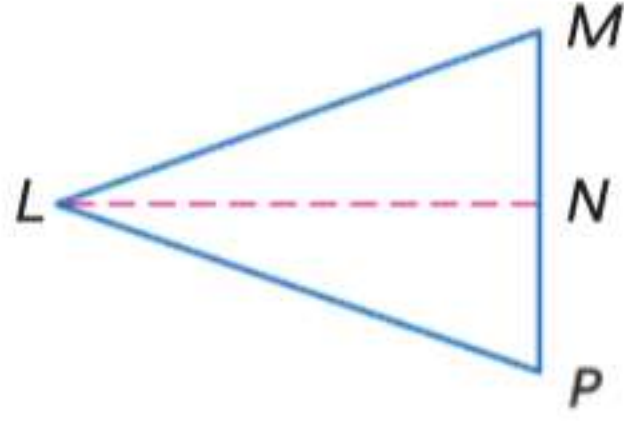


تمرين موجّه

- 1A. اذكر اسم زاويتين متطابقتين ليست عليهما علامة.
1B. اذكر اسم قطعتين متطابقتين ليست عليهما علامة.

للبهنة على نظرية المثلث متساوي الساقين، ارسم خطا مستقيما مساعداً واستخدم المثلثين المتكونين.

البرهان نظرية المثلث متساوي الساقين



المعطيات: $\overline{LM} \cong \overline{LP}$: $\triangle LMP$

المطلوب: $\angle M \cong \angle P$

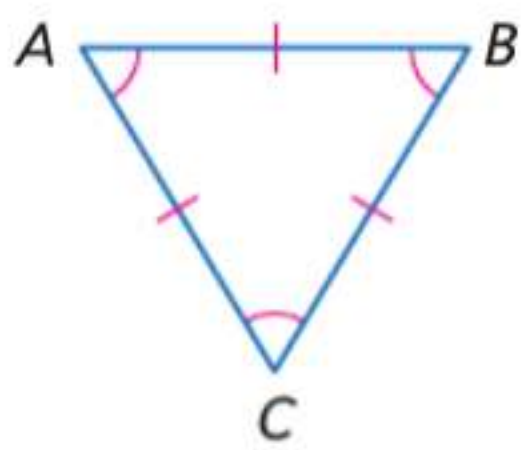
البرهان:

المبررات	العبارات
1. كل قطعة لها نقطة منتصف واحدة فقط.	1. افترض أن N نقطة منتصف \overline{MP} .
2. تحدد نقطتان مستقيما.	2. ارسم قطعة مساعدة \overline{LN}
3. نظرية نقطة المنتصف	3. $\overline{MN} \cong \overline{PN}$
4. خاصية الانعكاس في التطابق	4. $\overline{LN} \cong \overline{LN}$
5. المعطيات	5. $\overline{LM} \cong \overline{LP}$
6. مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)	6. $\triangle LMN \cong \triangle LPN$
7. CPCTC خاصية الانعكاس في التطابق	7. $\angle M \cong \angle P$

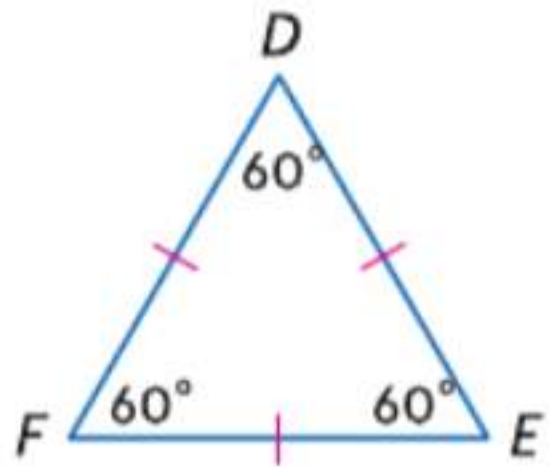
2 خواص المثلثات متساوية الأضلاع

تقود نظرية المثلث متساوي الساقين إلى لازمتين بخصوص زوايا المثلث متساوي الأضلاع.

اللازمات المثلث متساوي الأضلاع



- 14.3 يكون المثلث متساوي الأضلاع فقط إذا كان متساوي الزوايا.
مثال إذا كانت $\angle A \cong \angle B \cong \angle C$. فإن $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CA}$.



- 14.4 يبلغ قياس كل زاوية في المثلث متساوي الأضلاع 60 درجة.
مثال إذا كان $\overline{DE} \cong \overline{EF} \cong \overline{FE}$. فإن $m\angle A = m\angle B = m\angle C = 60$

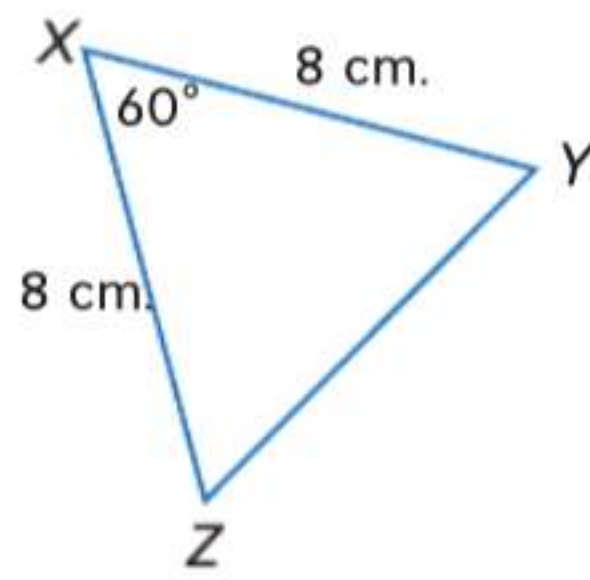
مراجعة المفردات

المثلث متساوي الأضلاع مثلث بثلاثة أضلاع متطابقة

ستبرهن النتيجةين 14.3 و 14.4 في التمرينين 35 و 36.

مثال 2 إيجاد القياسات المجهولة

جد قياس كل مما يلي.



a. $m\angle Y$

بما أن $XY = XZ$, $\overline{XY} \cong \overline{XZ}$. حسب نظرية المثلث متساوي الساقين، زاويتا القاعدة Z و Y متطابقتان، ولذلك $m\angle Z = m\angle Y$. استخدم نظرية مجموع المثلث لكتابة معادلة وحلها لإيجاد $m\angle Y$.

$$m\angle X + m\angle Y + m\angle Z = 180$$

نظرية مجموع المثلث

$$60 + m\angle Y + m\angle Y = 180$$

$$m\angle X = 60, m\angle Z = m\angle Y$$

$$60 + 2(m\angle Y) = 180$$

بسط.

$$2(m\angle Y) = 120$$

اطرح 60 من كل طرف.

$$m\angle Y = 60$$

اقسم كل طرف على 2.

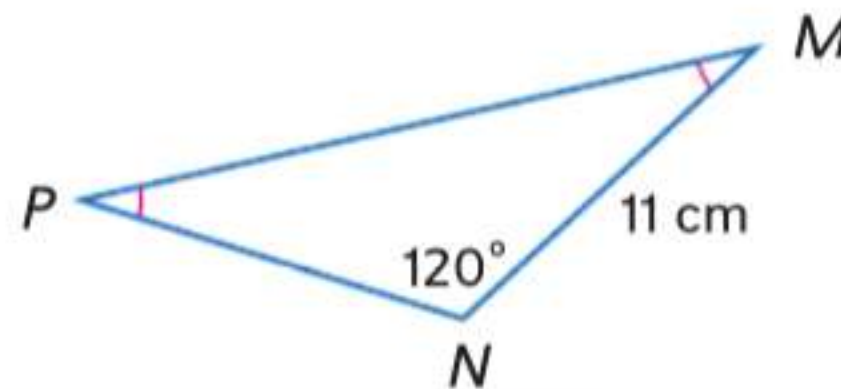
b. YZ

$m\angle Z = m\angle Y$. إذا $m\angle Z = 60$ بالتعويض. بما أن $m\angle X = 60$ وقياس الزوايا الثلاث جميعها يبلغ 60. إذا فالمثلث متساوي الزوايا. بما أن المثلث متساوي الزوايا يكون متساوي الأضلاع أيضا. $XY = XZ = ZY$. بما أن $XY = 8$ سم، $YZ = 8$ سم بالتعويض.

نصيحة دراسية

المثلثات متساوية الساقين
كما اكتشفت في المثال 2،
أي مثلث متساوي الساقين له
زاوية واحدة بقياس 60° يجب
أن يكون مثلثًا متساوي الأضلاع.

تمرين موجّه



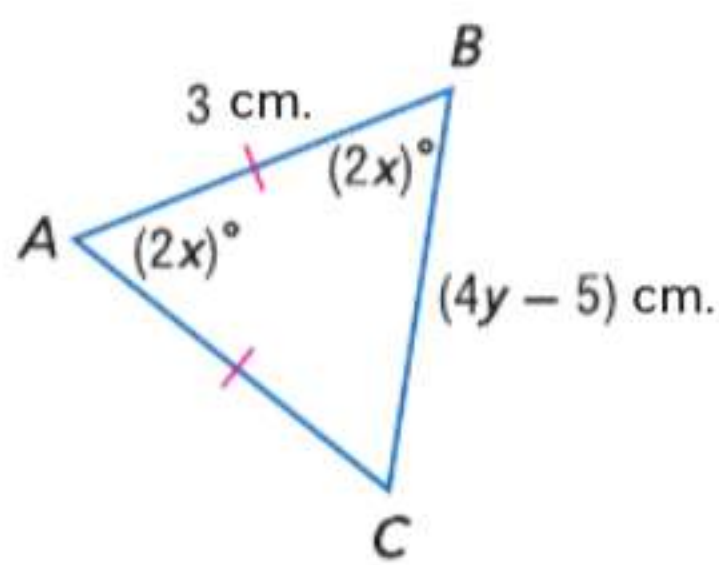
2A. $m\angle M$

2B. PN

يمكنك استخدام خواص المثلثات متساوية الأضلاع والجبر لإيجاد القيم المجهولة.

مثال 3 إيجاد القيم المجهولة

الجبر جد قيمة كل متغير.



بما أن $\angle B = \angle A$ ، $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ وفقًا لعكس نظرية المثلث متساوي الساقين. كل أضلاع المثلث متطابقة. إذا فالمثلث متساوي الأضلاع. يبلغ قياس كل زاوية في المثلث متساوي الأضلاع 60 درجة. إذا $2x = 60$ و $x = 30$.

المثلث متساوي الأضلاع. إذا فكل الأضلاع متطابقة وأطوال كل الأضلاع متساوية.

$$AB = BC \quad \text{تعريف المثلث متساوي الأضلاع}$$

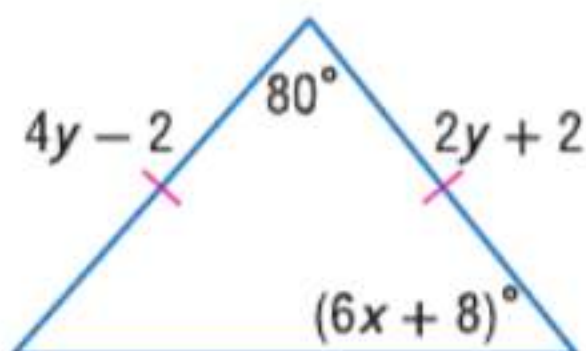
$$3 = 4y - 5 \quad \text{تعويض}$$

$$8 = 4y \quad \text{اجمع 5 على كل طرف.}$$

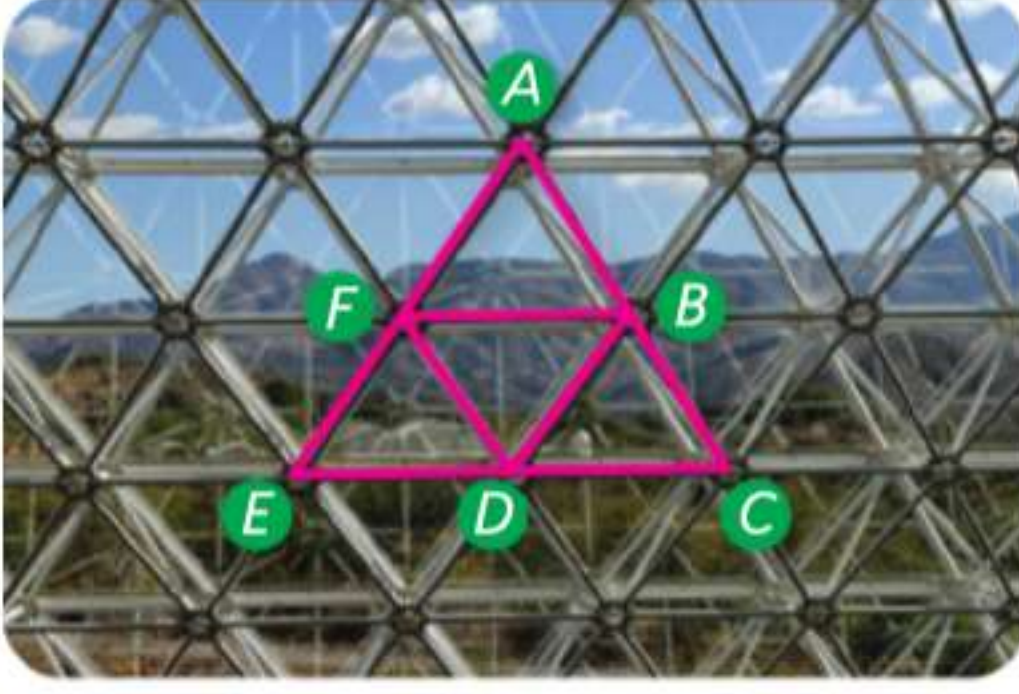
$$2 = y \quad \text{اقسم كل طرف على 4.}$$

تمرين موجّه

3. جد قيمة كل متغير.



مثال 4 من الحياة اليومية تطبيق تطابق المثلثات



البيئة راجع صورة المحيط الحيوي على اليسار.
 $\triangle ACE$ مثلث متساوي الأضلاع. F نقطة منتصف \overline{AC} و D نقطة منتصف \overline{BC} و E نقطة منتصف \overline{AB} . أثبت أن $\triangle FBD$ أيضا متساوي الأضلاع.

المعطيات: $\triangle ACE$ متساوي الأضلاع. F نقطة منتصف \overline{AC} و D نقطة منتصف \overline{BC} و E نقطة منتصف \overline{AB} .

المطلوب: $\triangle FBD$ متساوي الأضلاع.

البرهان:

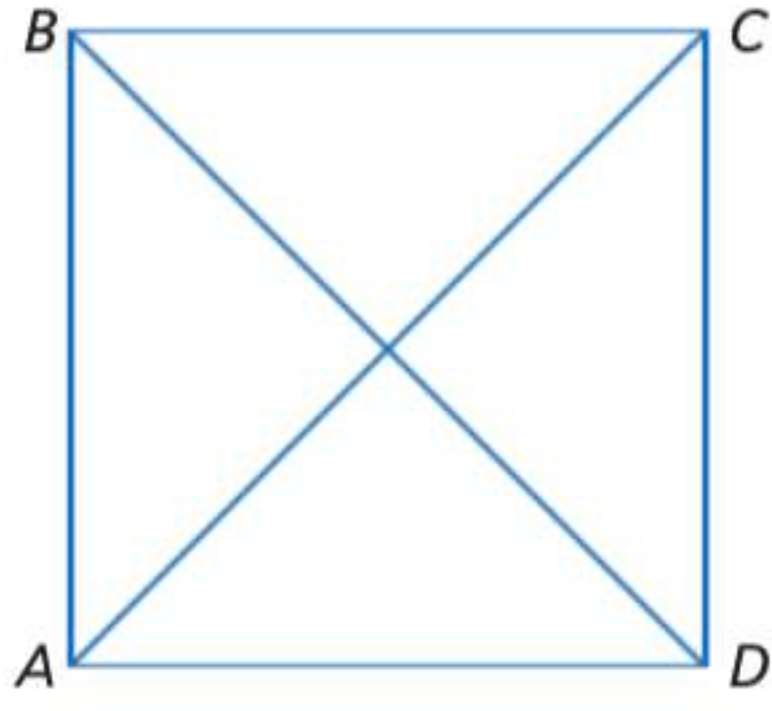
المبررات	العبارات
1. المعطيات	1. $\triangle ACE$ متساوي الأضلاع.
2. المعطيات	2. F نقطة منتصف \overline{AC} و D نقطة منتصف \overline{BC} و E نقطة منتصف \overline{AB} .
3. يبلغ قياس كل زاوية في المثلث متساوي الأضلاع 60 درجة.	3. $m\angle A = 60, m\angle C = 60, m\angle E = 60$
4. تعريف التطابق والتعويض	4. $\angle A \cong \angle C \cong \angle E$
5. تعريف المثلث متساوي الأضلاع	5. $\overline{AE} \cong \overline{EC} \cong \overline{CA}$
6. تعريف التطابق	6. $AE = EC = CA$
7. نظرية نقطة المنتصف	7. $\overline{AF} \cong \overline{FE}, \overline{ED} \cong \overline{DC}, \overline{CB} \cong \overline{BA}$
8. تعريف التطابق	8. $AF = FE, ED = DC, CB = BA$
9. مسلّمة جمع القطع المستقيمة	9. $AF + FE = AE, ED + DC = EC, CB + BA = CA$
10. التعويض	10. $AF + AF = AE, FE + FE = AE, ED + ED = EC, DC + DC = EC, CB + CB = CA, BA + BA = CA$
11. خاصية الجمع	11. $2AF = AE, 2FE = AE, 2ED = EC, 2DC = EC, 2CB = CA, 2BA = CA$
12. خاصية التعويض	12. $2AF = AE, 2FE = AE, 2ED = EC, 2DC = EC, 2CB = CA, 2BA = CA$
13. خاصية التعدي	13. $2AF = 2ED = 2CB, 2FE = 2DC = 2BA$
14. خاصية القسمة	14. $AF = ED = CB, FE = DC = BA$
15. تعريف التطابق	15. $\overline{AF} \cong \overline{ED} \cong \overline{CB}, \overline{FE} \cong \overline{DC} \cong \overline{BA}$
16. مسلّمة ضلعين وزاوية (SAS)	16. $\triangle AFB \cong \triangle EDF \cong \triangle CBD$
17. CPCTC خاصية الانعكاس في التطابق	17. $\overline{DF} \cong \overline{FB} \cong \overline{BD}$
18. تعريف المثلث متساوي الأضلاع	18. $\triangle FBD$ متساوي الأضلاع.

تمرين موجّه

4. إذا علمت أن $\triangle ACE$ متساوي الأضلاع، و $\overline{FB} \parallel \overline{EC}$ و $\overline{FD} \parallel \overline{BC}$ و $\overline{EF} \parallel \overline{BD}$ و D نقطة منتصف \overline{EC} . فأثبت أن $\triangle FED \cong \triangle BDC$.

الربط بالحياة اليومية

المحيط الحيوي 2 هو أكبر نظام بيئي مغلق تماما تم تشييده على الإطلاق، ويغطي مساحة 0.0127 كم مربع في مدينة أوراكل في أريزونا. يبلغ ارتفاع أعلى نقطة في المنشأة البيئية الخاضعة للتحكم 27.3 مترا، وتضم 6500 نافذة تحيط بمساحة حجمها 194.400 مترا مكعب.
 المصدر: جامعة أريزونا



مثال 1

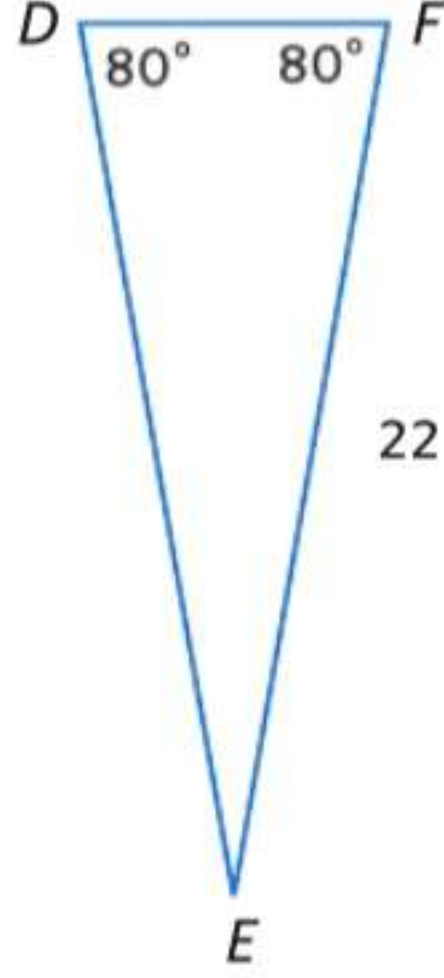
راجع الشكل الموجود على اليسار.

1. إذا كانت $\overline{AB} \cong \overline{AD}$ فاذكر اسم زاويتين متطابقتين.
2. إذا كانت $\angle CAD \cong \angle ACD$ فاذكر قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

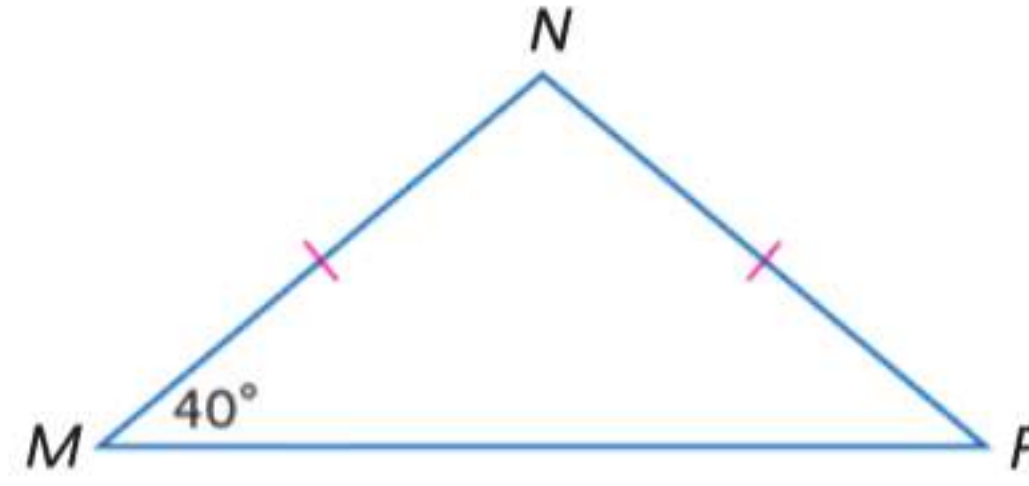
جد قياس كل مما يلي.

مثال 2

3. DE



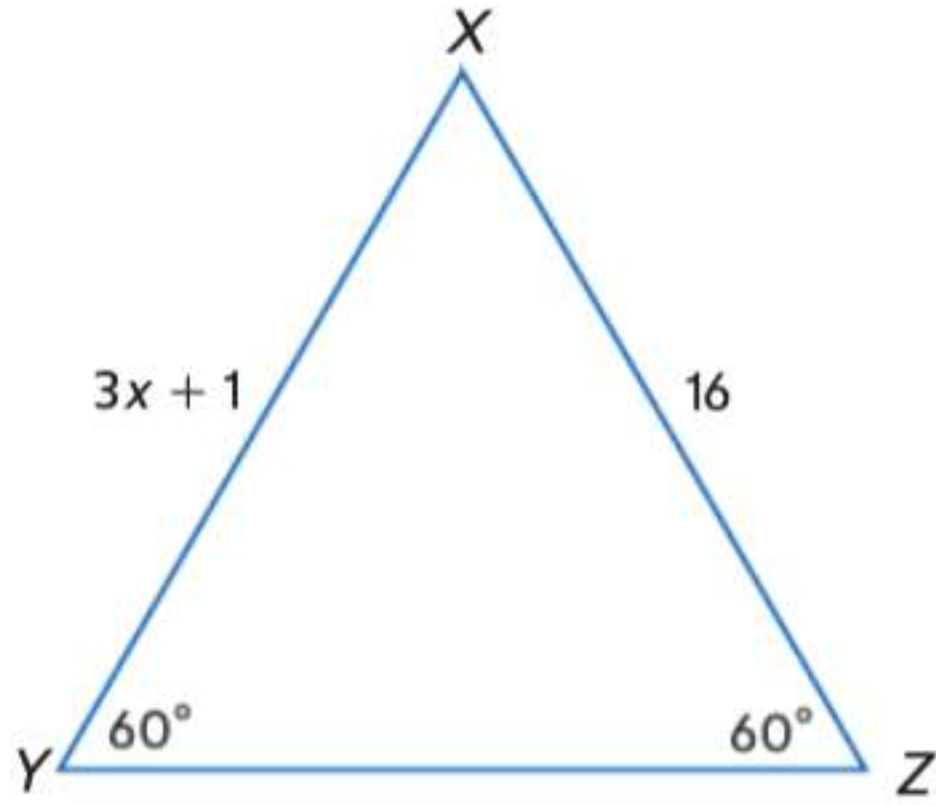
4. $m\angle MPN$



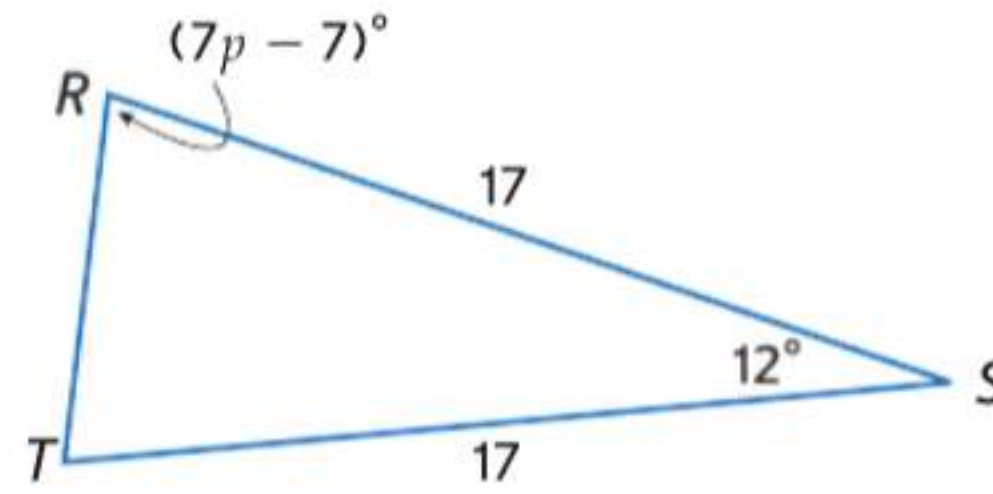
الجبر جد قيمة كل متغير.

مثال 3

5.



6.

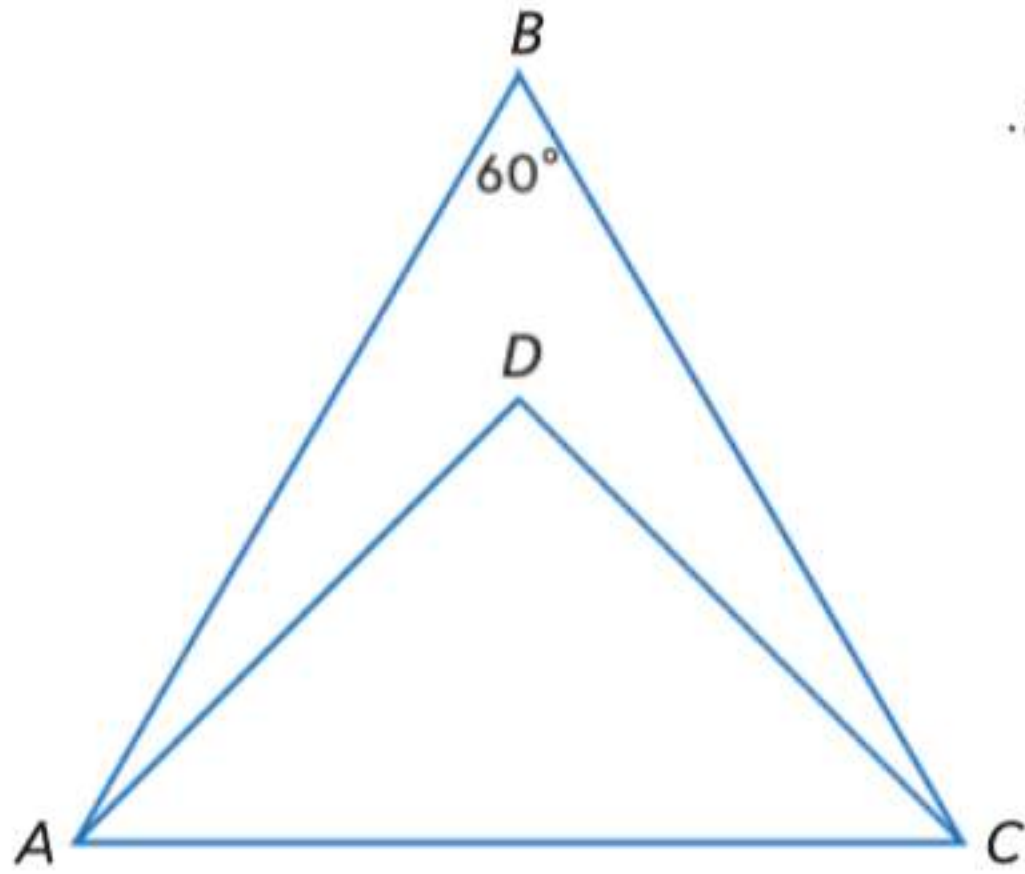


7. البرهان اكتب برهاناً من عمودين.

مثال 4

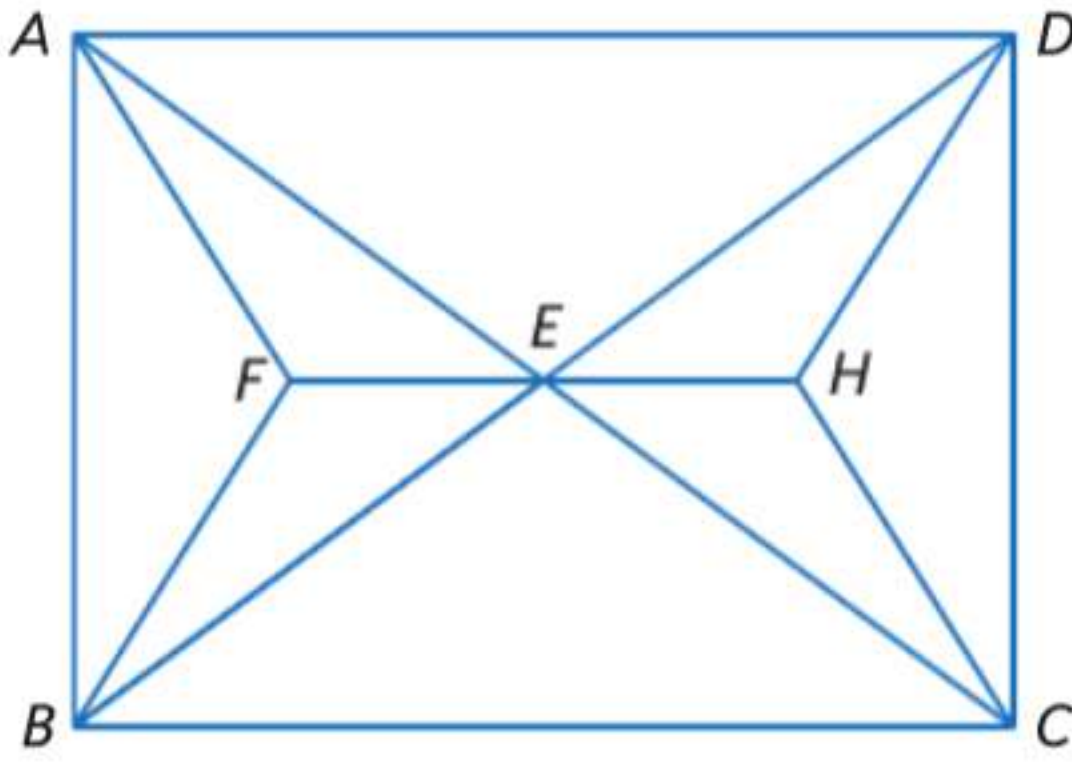
المعطيات: $m\angle ABC = 60$, $\overline{DA} \cong \overline{DC}$, $\angle BAD \cong \angle BCD$.

المطلوب: $\triangle ABC$ متساوي الأضلاع.



مثال 1

راجع الشكل الموجود على اليسار.

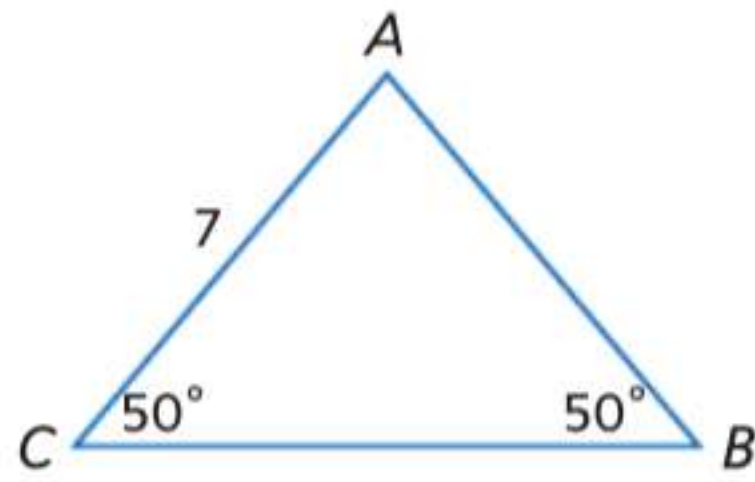


8. إذا كانت $\angle DAE \cong \angle ADE$ ، فاذكر قطعيتين مستقيمتين متطابقتين.
9. إذا كانت $\angle BAF \cong \angle ABF$ ، فاذكر قطعيتين مستقيمتين متطابقتين.
10. إذا كانت $\overline{CE} \cong \overline{BE}$ ، فاذكر اسم زاويتين متطابقتين.
11. إذا كانت $\angle CDE \cong \angle DCE$ ، فاذكر قطعيتين مستقيمتين متطابقتين.
12. إذا كانت $\overline{AE} \cong \overline{DE}$ ، فاذكر اسم زاويتين متطابقتين.
13. إذا كانت $\overline{DH} \cong \overline{CH}$ ، فاذكر اسم زاويتين متطابقتين.

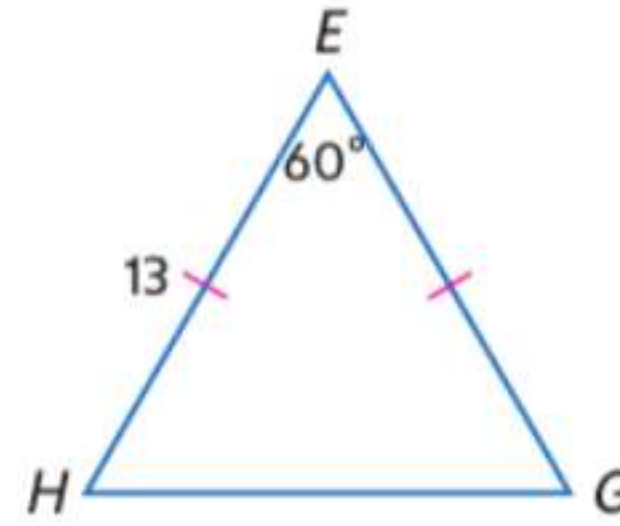
جد قياس كل مما يلي.

مثال 2

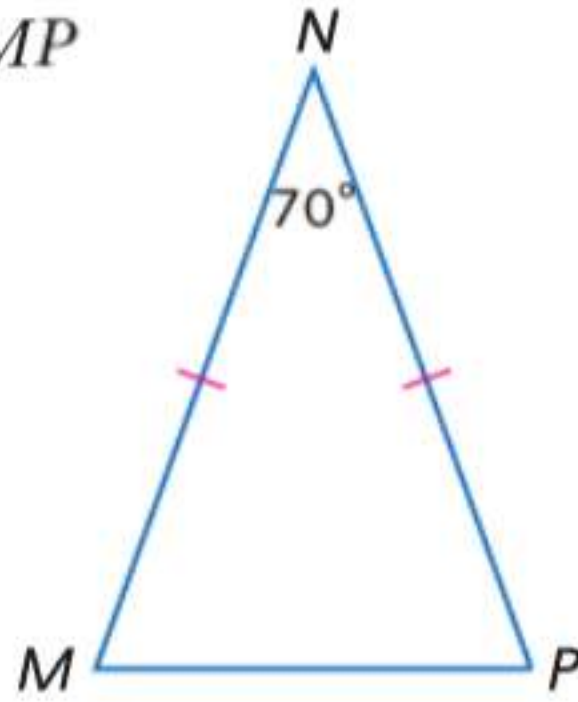
14. AB



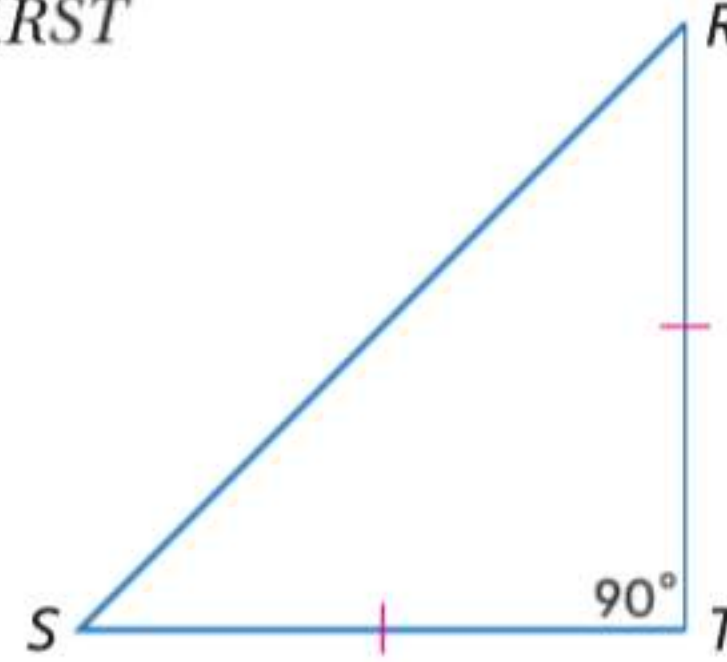
15. HG



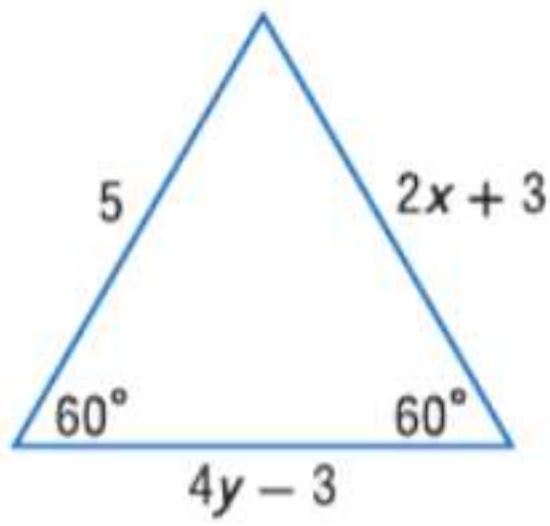
16. $m\angle NMP$



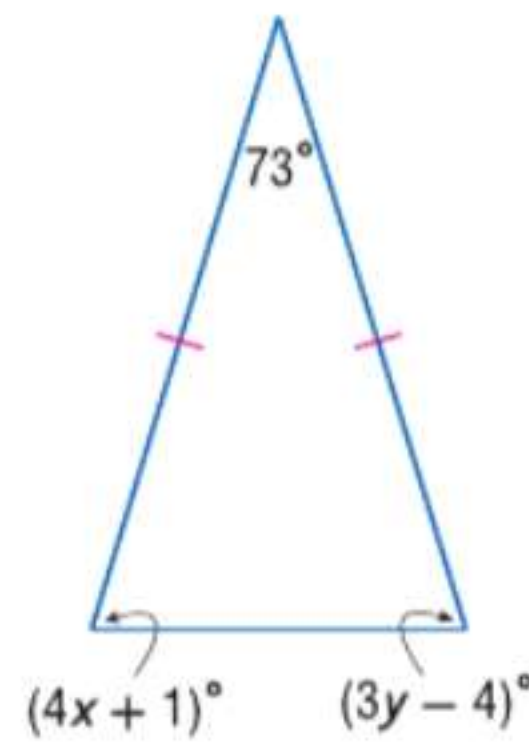
17. $m\angle RST$



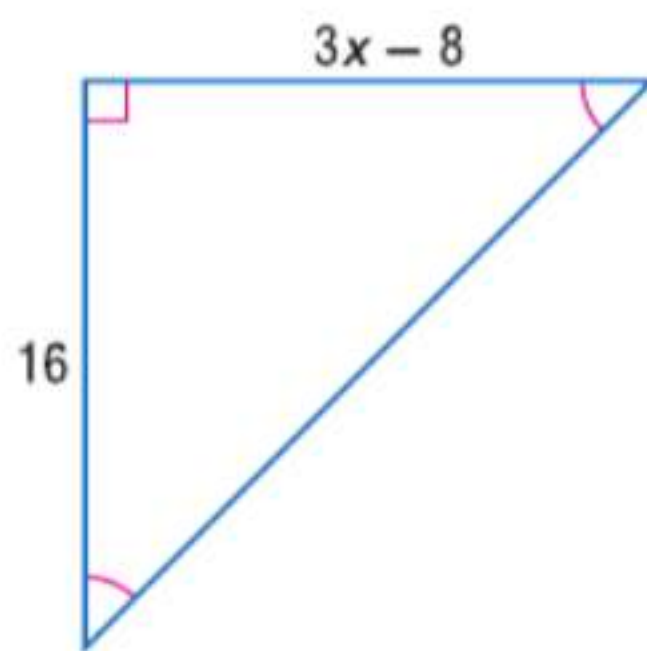
18.



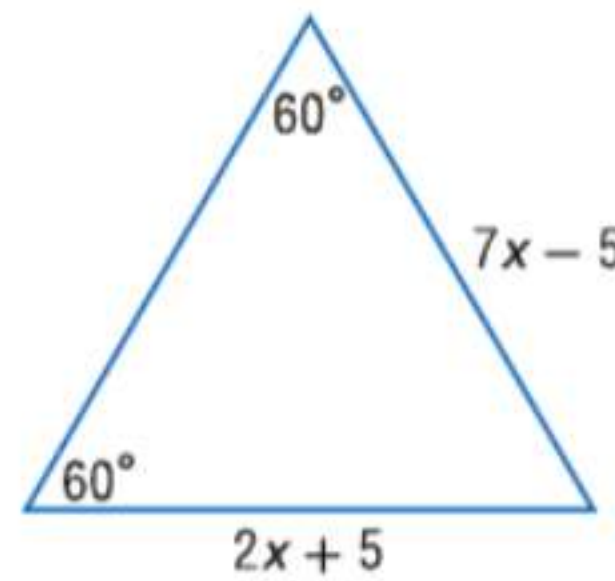
19.



20.



21.



الجبر جد قيمة كل متغير.

مثال 3

البرهان اكتب برهاناً حرّاً.

مثال 4

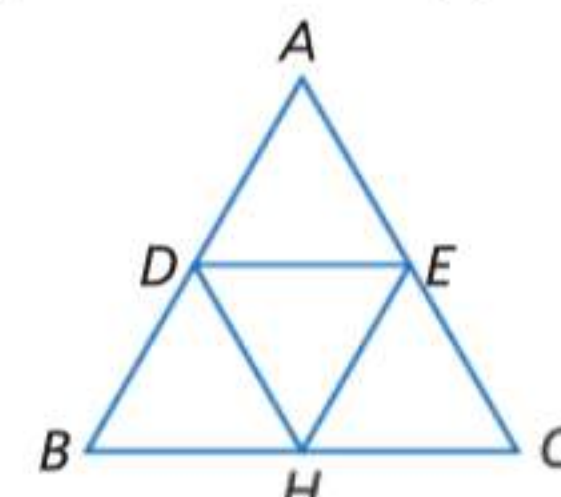
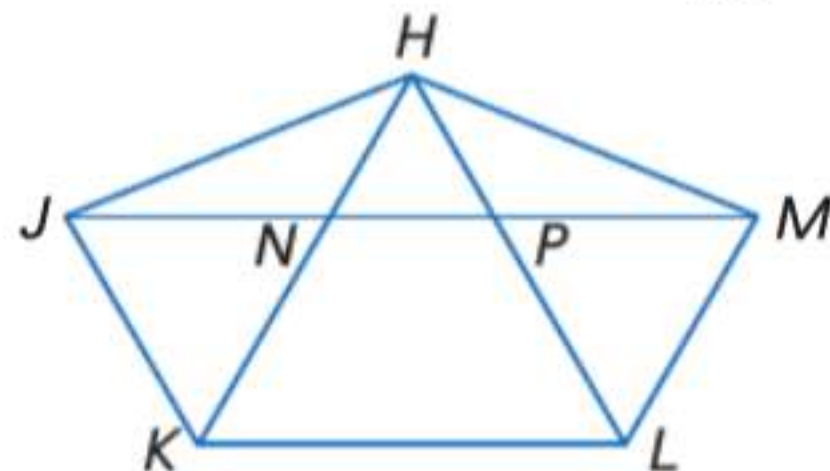
23. المعطيات: $\triangle HNJ \cong \triangle HMP, \triangle JNK \cong \triangle HPL$

22. المعطيات: $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ، $\triangle ABC$ متساوي الأضلاع.

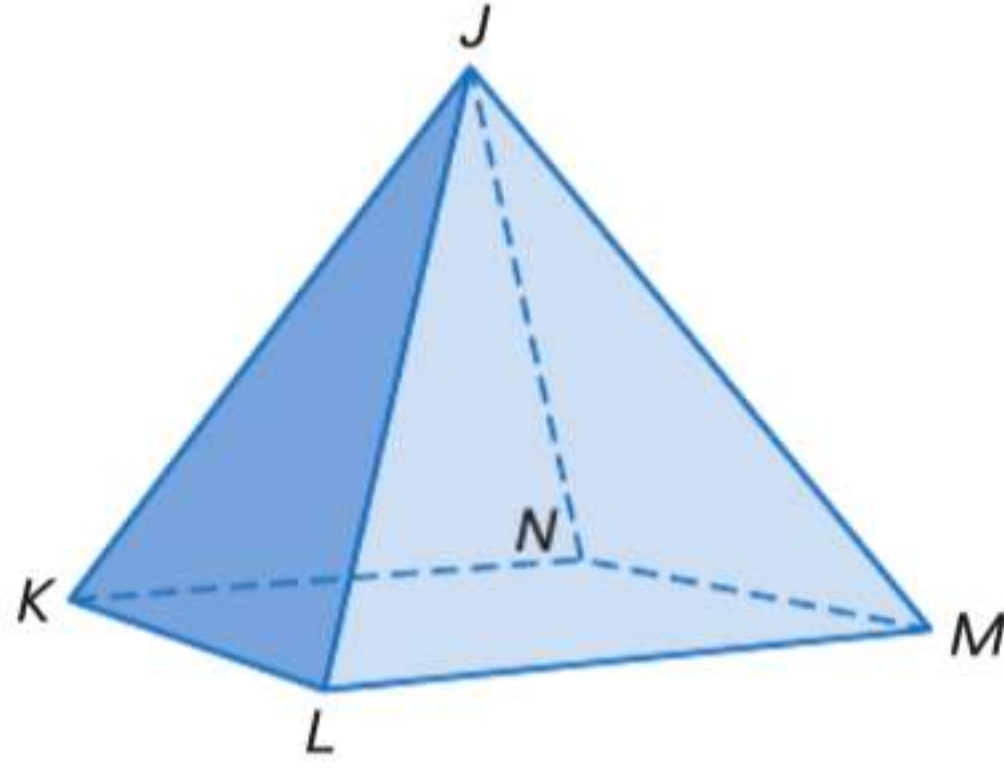
المطلوب: $\triangle DEH$ متساوي الأضلاع.

المطلوب: $\triangle DBH$ متساوي الأضلاع.

المطلوب: $m\angle HKL = m\angle HLK$

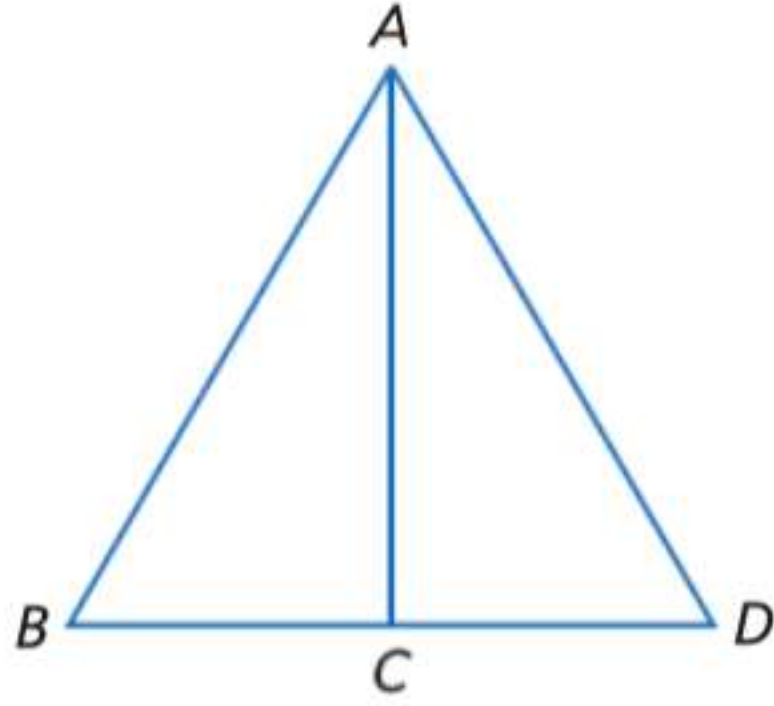


24. **الأهرامات** يتكون الهرم الموضح من 4 مثلثات. إذا كان $\triangle JKL$ و $\triangle JLM$ و $\triangle JMN$: مثلثات متساوية الساقين، فأثبت أن $\triangle JKN$ أيضا متساوي الساقين.



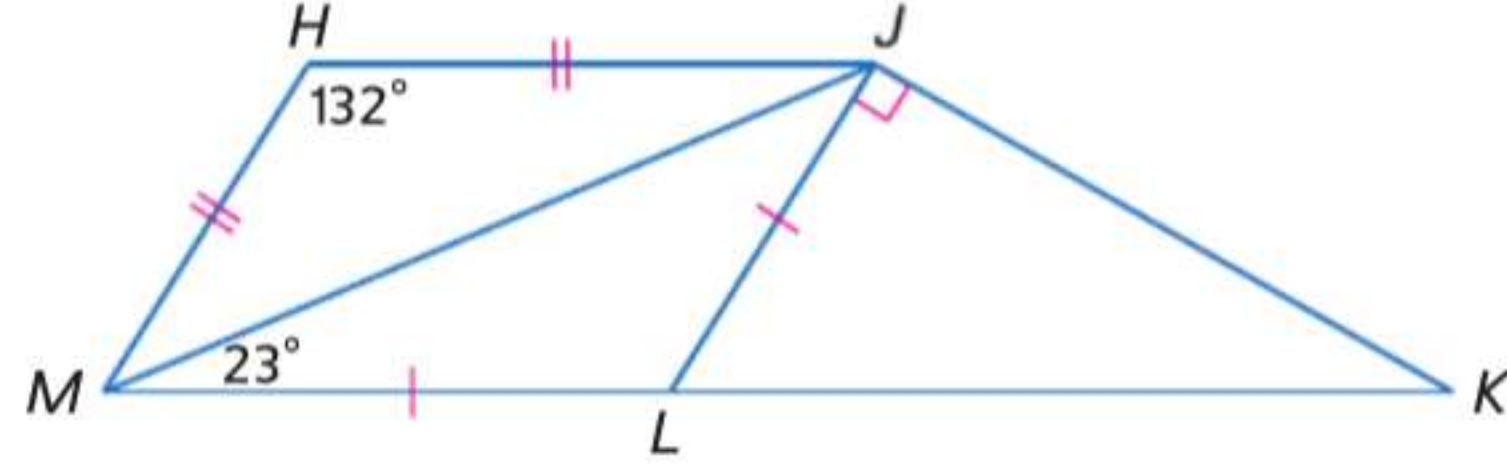
25. **الإنشاء** أنشئ ثلاثة مثلثات مختلفة متساوية الأضلاع. اشرح الطريقة المستخدمة. ثم تحقق من إنشائك باستخدام القياس والرياضيات. ثم أنشئ منصفات زوايا لزاوية من كل مثلث.

26. **البرهان** استنادًا إلى الإنشاء الوارد في التمرين 27، خمن وأثبت العلاقة بين منتصف الزاوية و ضلع المثلث الذي يقطعه.

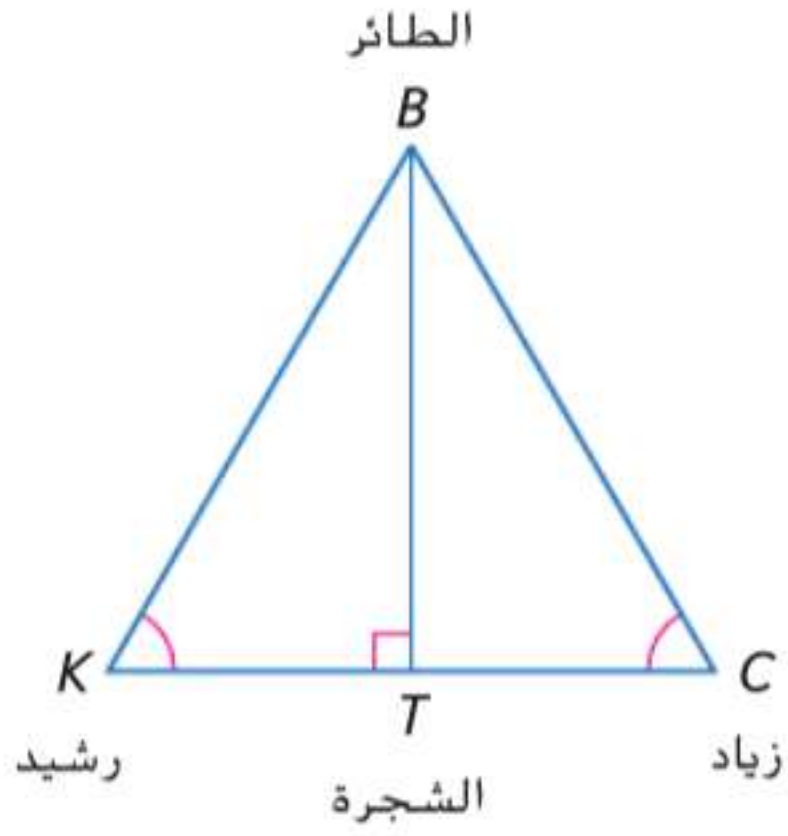


27. $m\angle JLM$
28. $m\angle HJM$
29. $m\angle JKL$
30. $m\angle JLK$

جد قياس كل مما يلي.

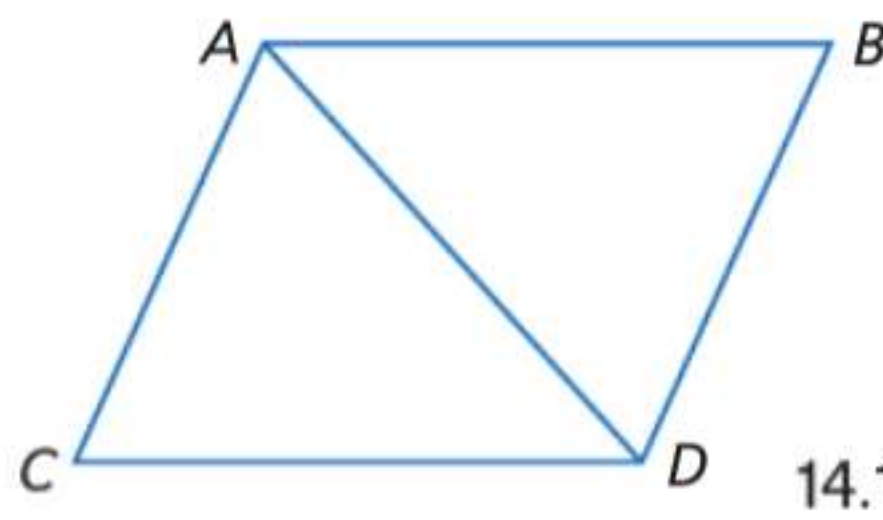


31. **مراقبة الطيور** يراقب رشيد وزياد أحد الطيور أثناء بناء عش على شجرة. إذا كان عليهما استخدام زاوية الارتفاع ذاتها للتمكن من رؤية الطائر، فأثبت أن الشجرة تقع في منتصف المسافة بينهما



32. **المعطيات:** $\triangle ABD$ و $\triangle ACD$ متساويا الساقين و \overline{AB} يوازي \overline{CD} .
المطلوب: $\angle ABD$ و $\angle BAC$ متكاملتان.

البرهان اكتب برهانًا من عمودين لكل نتيجة أو نظرية.

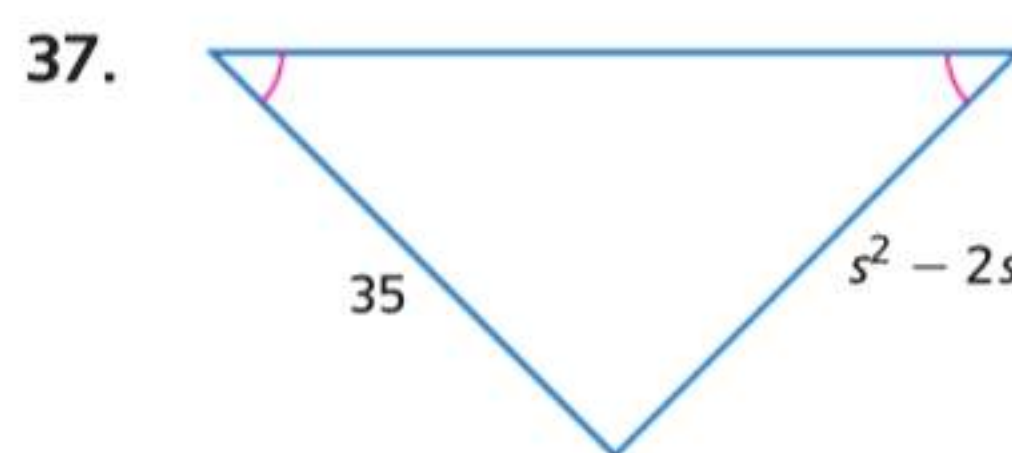
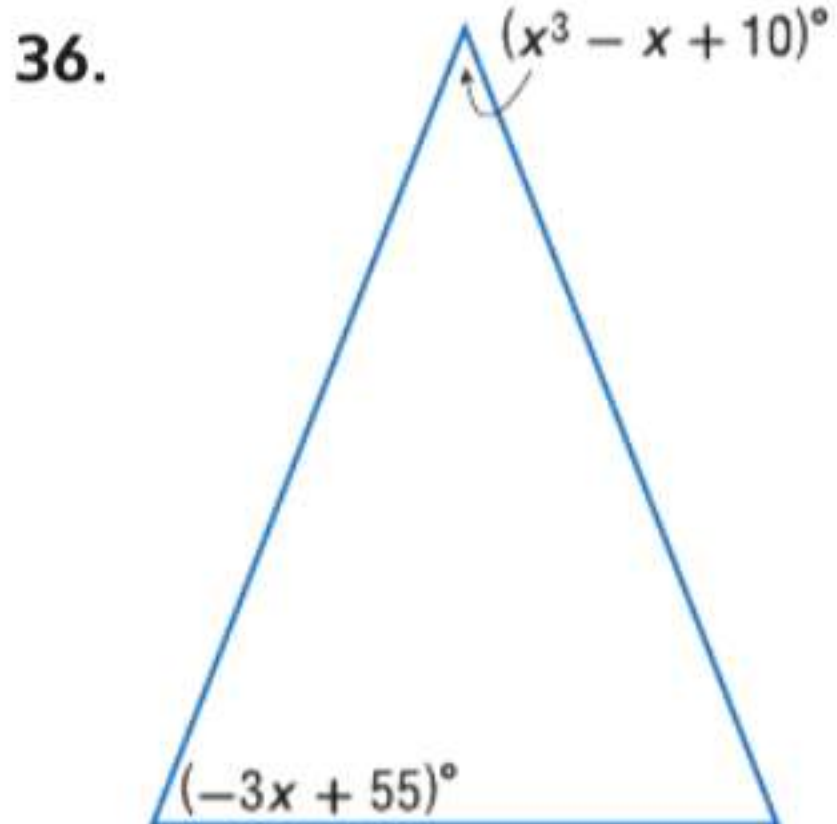


35. نظرية 14.11

34. نتيجة 14.4

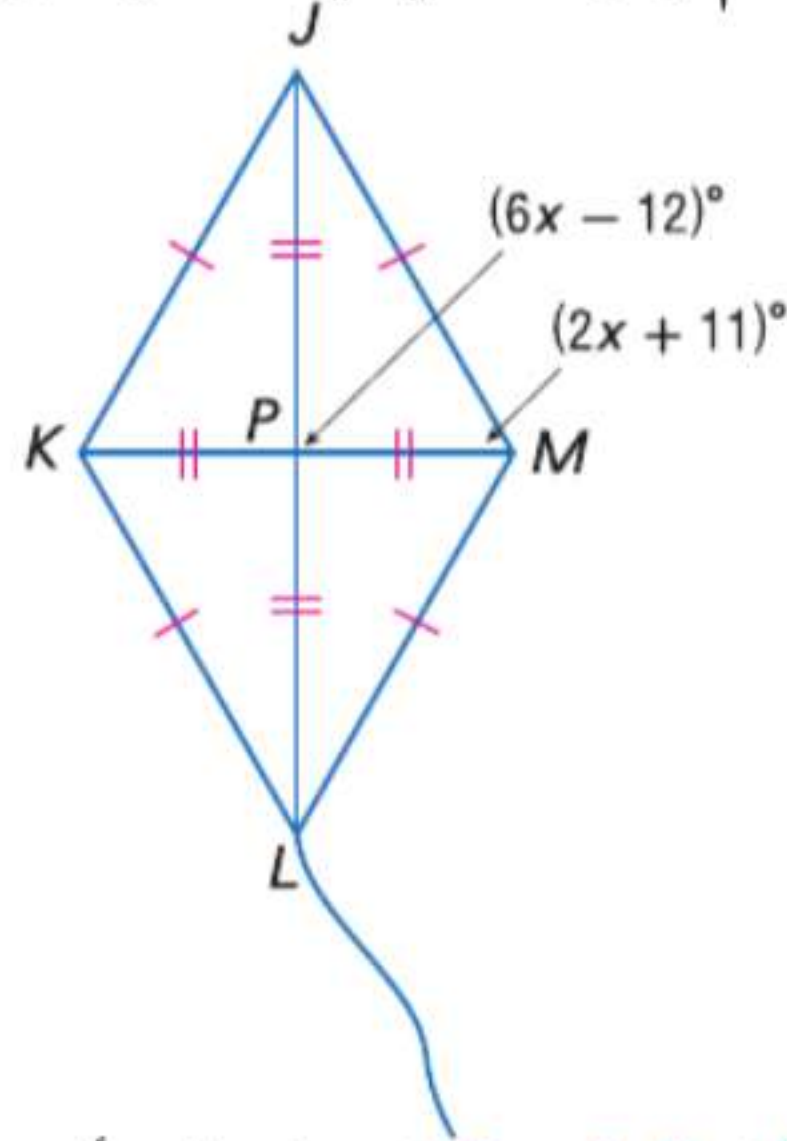
33. نتيجة 14.3

جد قيمة كل متغير.

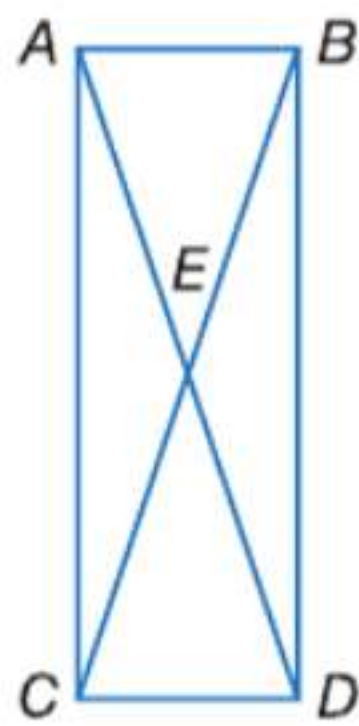


الألعاب استخدم رسماً تخطيطياً للطائرة الورقية الموضحة لإيجاد كل قياس

38. $m\angle JMP$
 39. $m\angle MJK$
 40. $m\angle MKL$
 41. $m\angle KLM$

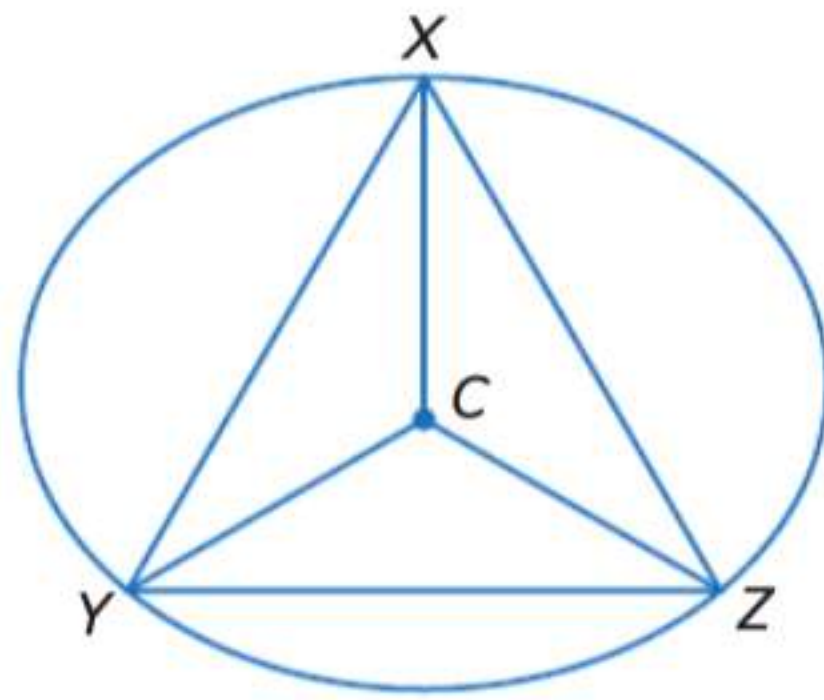


42. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف المثلثات الناشئة من قطري مستطيل.



- a. **هندسياً** استخدم مسطرة ومنقلة لرسم ثلاثة مستطيلات مختلفة وأقطارها. ضع تسميات كما هو موضح.
- b. **جدولياً** استخدم منقلة لقياس وتسجيل $m\angle ACE$ و $m\angle CAE$. استخدم هذه القياسات لإيجاد $m\angle ABE$ و $m\angle BAE$ و $m\angle AEB$ و $m\angle AEC$. رتب النتائج في جدول.
- c. **لفظياً** اشرح كيفية استخدام $m\angle ACE$ و $m\angle CAE$ لإيجاد $m\angle ABE$ و $m\angle BAE$ و $m\angle AEB$ و $m\angle AEC$.
- d. **جبرياً** إذا علمت أن $m\angle CAE = x$ فاكتب تعبيراً لقياس $m\angle ABE$ و $m\angle BAE$ و $m\angle AEB$ و $m\angle AEC$.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

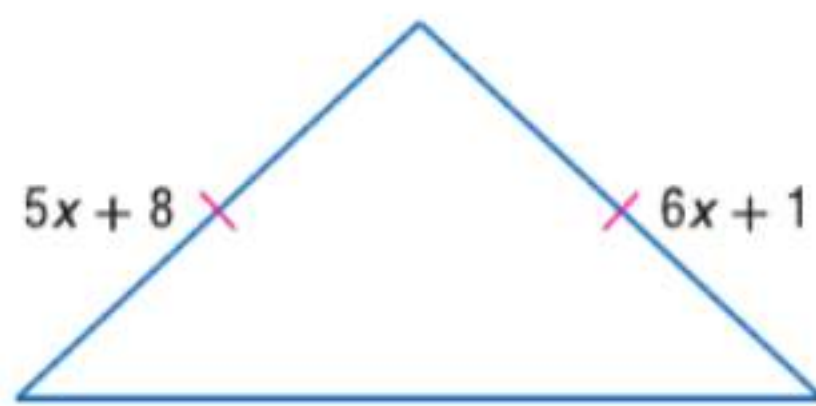


43. **تحديد** $\triangle XYZ$ محاط بدائرة مركزها C كما هو موضح. إذا علمت أن $m\angle YCZ = 120$ و \overline{CZ} ينصف $\angle XZY$ ، فأثبت أن $\triangle XYZ$ متساوي الأضلاع.

التبرير حدد ما إذا كانت العبارات التالية تصح أحياناً أم دائماً أم لا تصح أبداً. اشرح.

44. إذا كان قياس زاوية الرأس في مثلث متساوي الساقين عدداً صحيحاً، فإن قياس كل زاوية قاعدة عدد زوجي.

45. إذا كان قياسا زاويتي القاعدة في مثلث متساوي الساقين عددين زوجيين، فإن قياس زاوية رأسه عدد فردي.

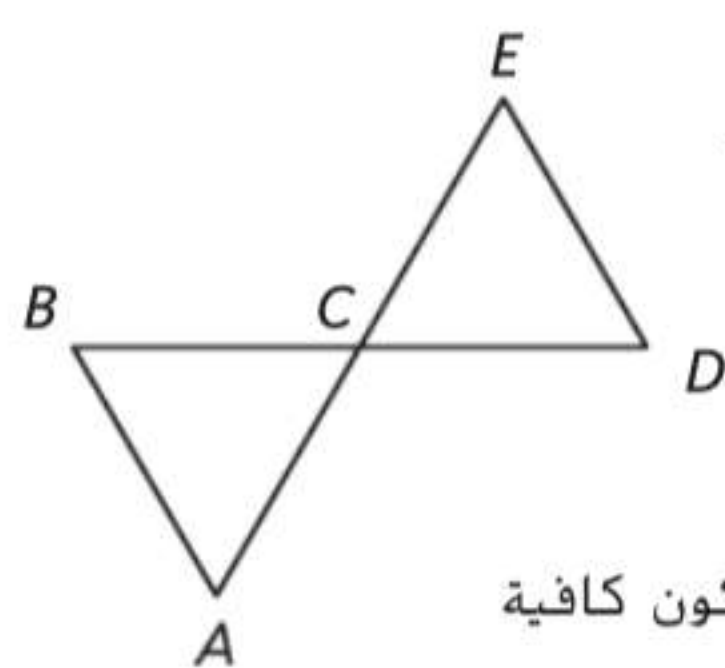


46. **تحليل الخطأ** يحاول سالم وسعيد إيجاد قيمة x في الشكل الموضح. يقول سالم إن $x = 5$ ، بينما يقول سعيد إن $x = 8$. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح تبريرك.

47. **التبرير** إذا كان لديك رسم تخطيطي لمثلث متساوي الساقين، فكم عدد الزوايا التي يجب أن تكون معلومة لإيجاد قياس كل زاوية؟ اشرح تبريرك.

48. **الكتابة في الرياضيات** أين ترى التناظر في المثلثات متساوية الساقين والأضلاع؟

تدريب على الاختبارات المعيارية



51. في الشكل \overline{BD} و \overline{AE} ينصفان بعضهما عند النقطة C .

ما المعلومات الإضافية التي ستكون كافية للبرهنة على أن $\overline{DE} \cong \overline{DC}$ ؟

- F $\angle A \cong \angle BCA$ H $\angle ACB \cong \angle EDC$
G $\angle B \cong \angle D$ J $\angle A \cong \angle B$

52. SAT/ACT إذا كان $x = -3$. إذا $4x^2 - 7x + 5 =$

- A 2 C 20 E 62
B 14 D 42

49. الجبر ما الكمية التي ينبغي إضافتها إلى كلا طرفي هذه المعادلة لاستكمال المربع؟

$$x^2 - 10x = 3$$

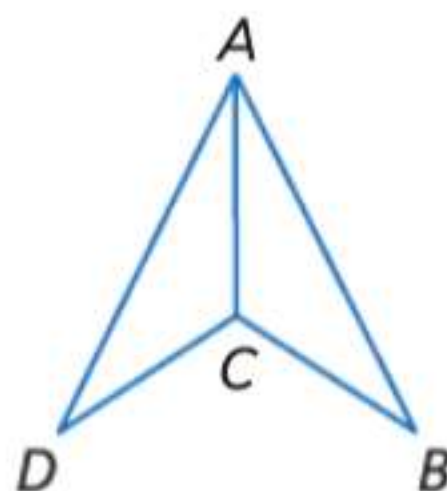
- A -25 C 5
B -5 D 25

50. الإجابة القصيرة في مدرسة تضم 375 طالبًا، يمارس 150 طالبًا الرياضة ويشارك 70 طالبًا في نادي الخدمة الاجتماعية. يمارس 30 طالبًا الرياضة ويشاركون أيضًا في نادي الخدمة الاجتماعية. كم عدد الطلاب غير المشتركين في أي من الرياضة أو نادي الخدمة الاجتماعية؟

مراجعة شاملة

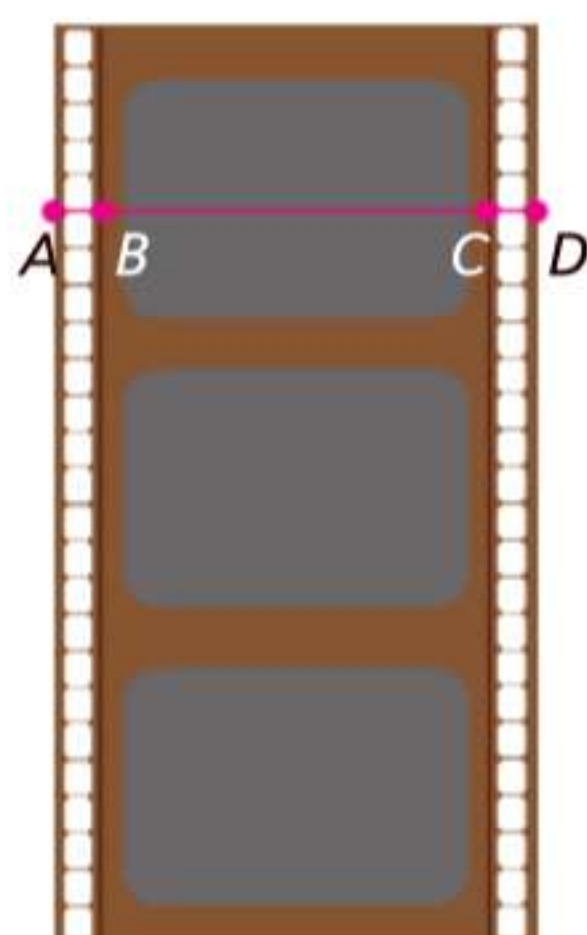
53. إذا كانت $m\angle ADC = 35$ و $m\angle ABC = 35$ و $m\angle DAC = 26$ و $m\angle BAC = 26$ فحدد ما إذا كان $\triangle ADC \cong \triangle ABC$.

حدد ما إذا كان $\triangle STU \cong \triangle XYZ$. اشرح.



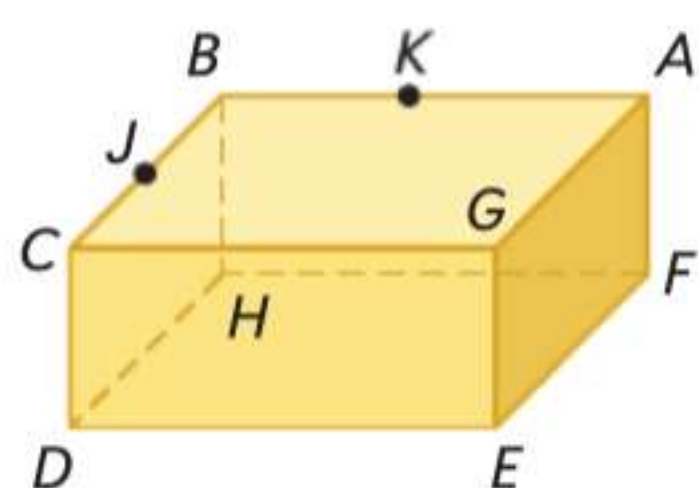
54. $S(0, 5)$, $T(0, 0)$, $U(1, 1)$, $X(4, 8)$, $Y(4, 3)$, $Z(6, 3)$

55. $S(2, 2)$, $T(4, 6)$, $U(3, 1)$, $X(-2, -2)$, $Y(-4, 6)$, $Z(-3, 1)$



56. التصوير يتم إدخال الفيلم عبر الكاميرا التقليدية عن طريق الترسين اللذين يمسكان الثقوب في الفيلم. المسافة من A إلى C تساوي المسافة من B إلى D . أثبت أن الشريطين المثقوبين لهما نفس العرض.

راجع الشكل الموجود على اليسار.

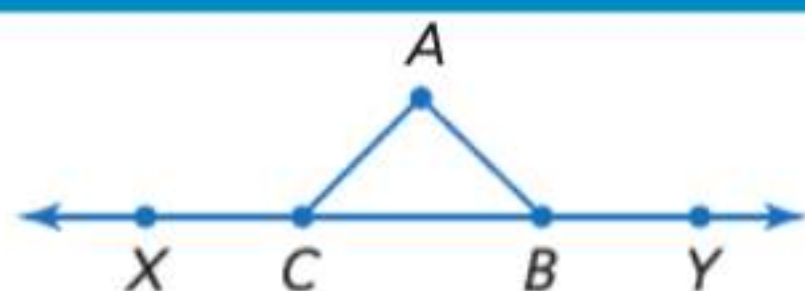


57. كم عدد المستويات التي تظهر في هذا الشكل؟

58. عيّن ثلاث نقاط تقع على استقامة واحدة.

59. هل النقاط A و C و D و J على مستوى إحداثي واحد؟

مراجعة المهارات



60. البرهان إذا كانت $\angle ACB \cong \angle ABC$. فإن $\angle XCA \cong \angle YBA$.



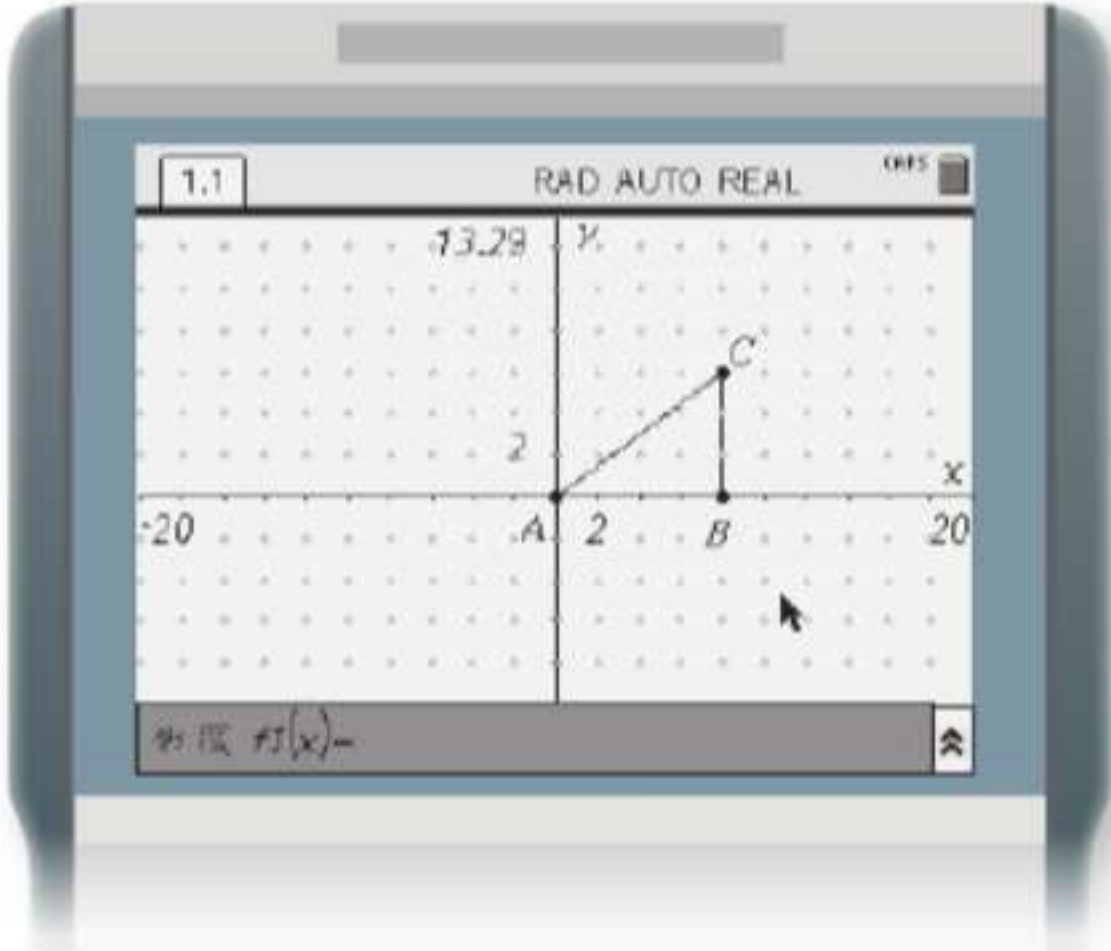
مختبر تقنية التمثيل البياني تحويلات التطابق

14-7

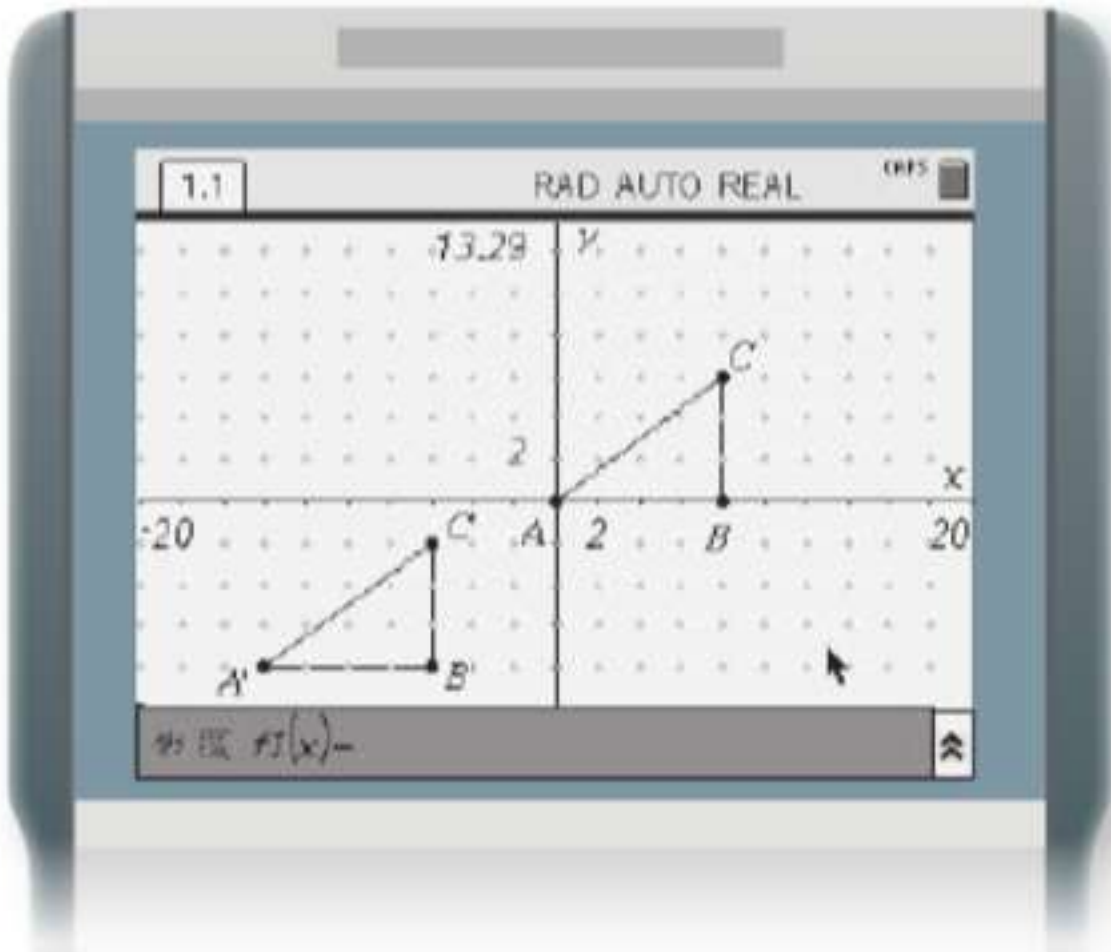
باستخدام شكل هندسي وعملية الدوران أو الانعكاس أو الإزاحة، ارسم الشكل المُحول باستخدام ورق رسم بياني، مثلاً، أو ورق شفاف، أو برنامج هندسة. وحدد تسلسل التحويلات التي تحول شكل معطى إلى آخر. استخدم الوصف الهندسي للحركات الصلبة لتحويل الأشكال هندسيًا وتوقع تأثير الحركة الصلبة المعلومة على الشكل المعطى؛ وبافتراض وجود شكلين، استخدم تعريف التطابق بدلالة الحركات الصلبة لتحديد ما إذا كان الشكلان متطابقين.

يمكنك استخدام تقنية TI-Nspire لإجراء تحويلات على المثلثات في المستوى الإحداثي واختبار التطابق.

النشاط 1 إزاحة مثلث واختبار التطابق

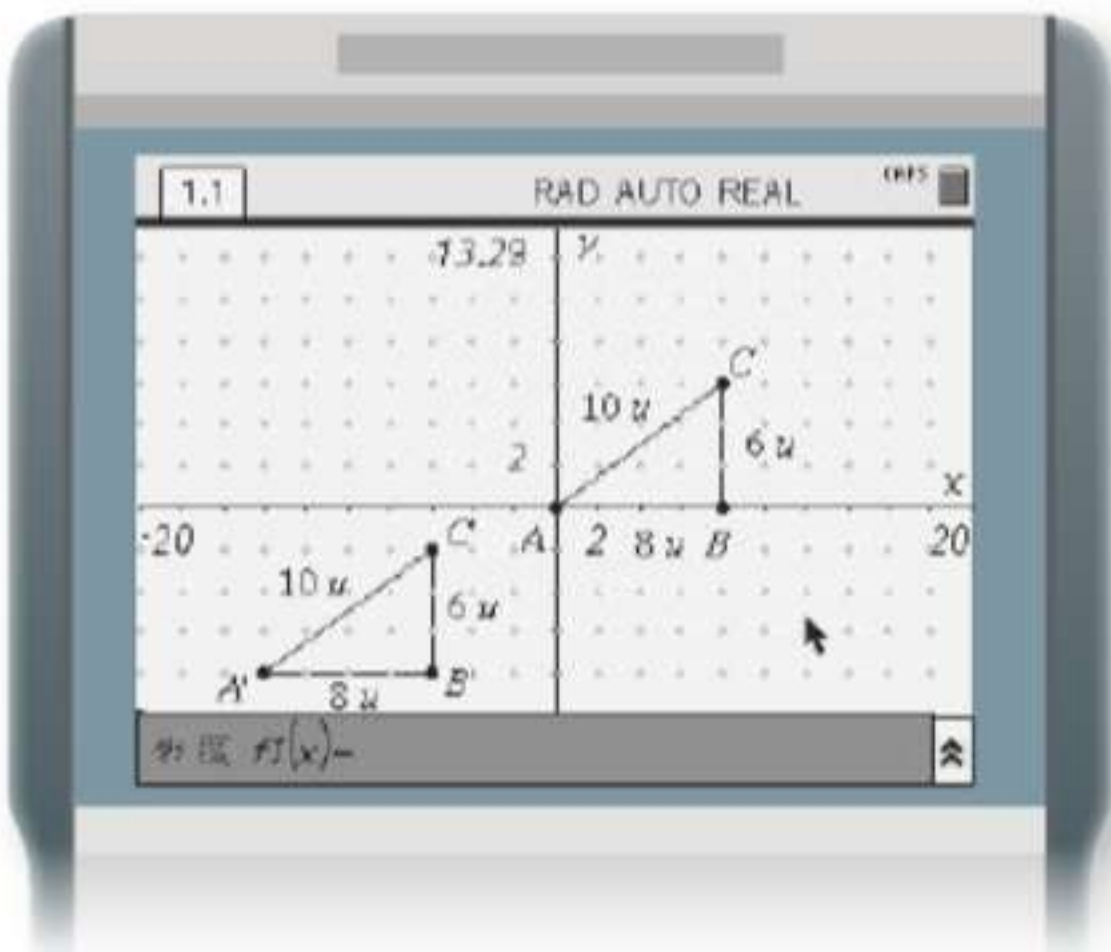


الخطوة 1 افتح صفحة **Graphs** (تمثيلات بيانية) جديدة. واختر **Show Grid** (إظهار الشبكة) من القائمة **View** (عرض). واستخدم القائمة **Window/Zoom** (نافذة/تكبير/تصغير) لضبط حجم النافذة.



الخطوة 2 اختر **Triangle** (مثلث) من قائمة **Shapes** (أشكال) وارسم مثلثًا قائم الزاوية بساقين بقياس 6 وحدات و 8 وحدات كما هو موضح عن طريق وضع النقطة الأولى عند (0, 0) والنقطة الثانية عند (8, 0) والنقطة الثالثة عند (8, 6). واستخدم الأداة **Text** (نص) من القائمة **Actions** (إجراءات) لتسمية رؤوس المثلث **A** و **B** و **C**.

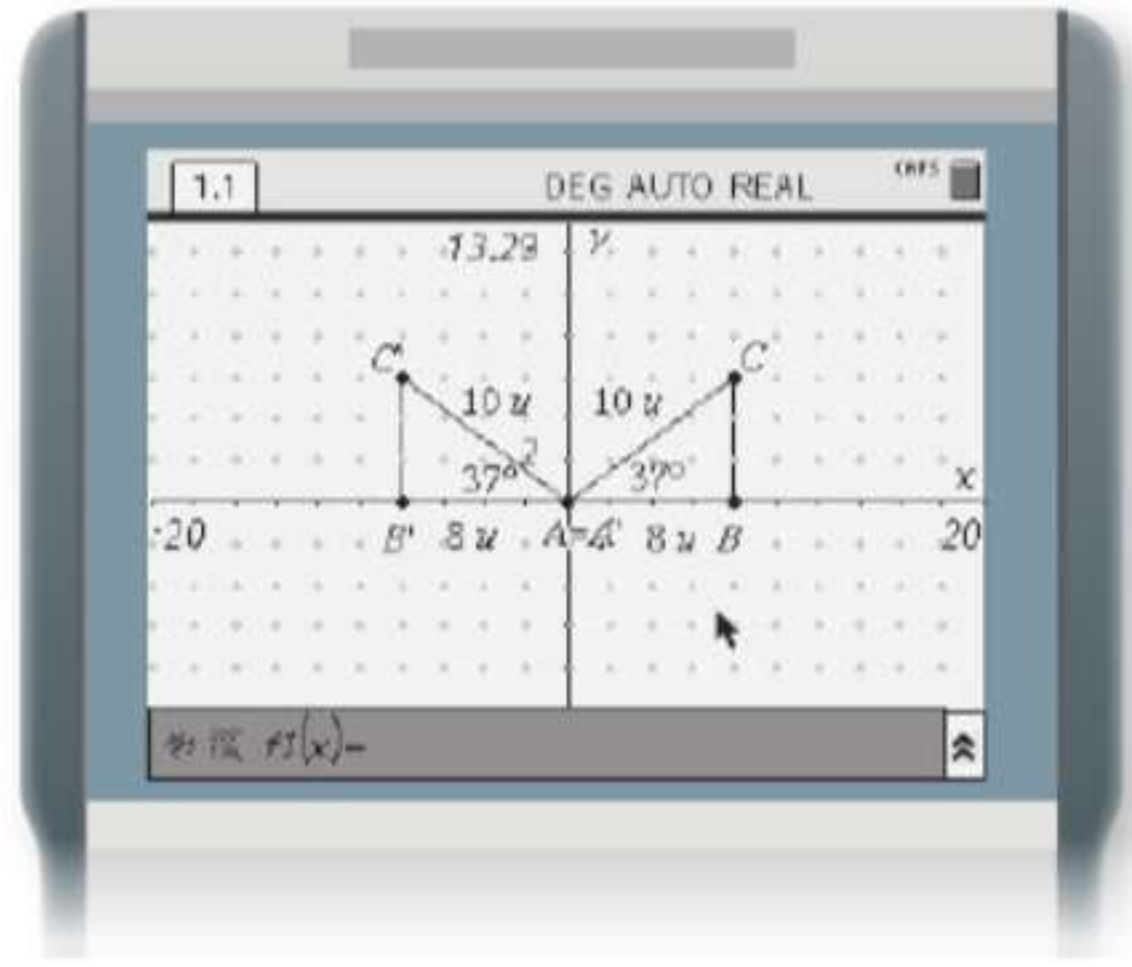
الخطوة 3 اختر **Translation** (إزاحة) من القائمة **Transformation** (تحويل). ثم اختر $\triangle ABC$ والنقطة **A**. قم بإزاحة أو تحريك المثلث قائم الزاوية 8 وحدات لأسفل و 14 وحدة لليسار. قم بتسمية الرؤوس المناظرة للصورة **A'** و **B'** و **C'**.



الخطوة 4 للتحقق من أن $\triangle A'B'C'$ يطابق $\triangle ABC$. اختر **Length** (الطول) من قائمة **Measurement** (قياس). ثم اختر أي نقطتين طرفيتين واضغط على مفتاح **ENTER** لتحديد طول القطعة. وكرر هذا مع كل القطع في كل مثلث.

بالإضافة إلى قياس الأطوال، يمكن أيضا استخدام تقنية TI-Nspire لقياس الزوايا. ويسمح لك هذا باستخدام اختبارات أخرى لتطابق المثلثات تتضمن قياس الزوايا.

النشاط 2 عكس مثلث واختبار التطابق



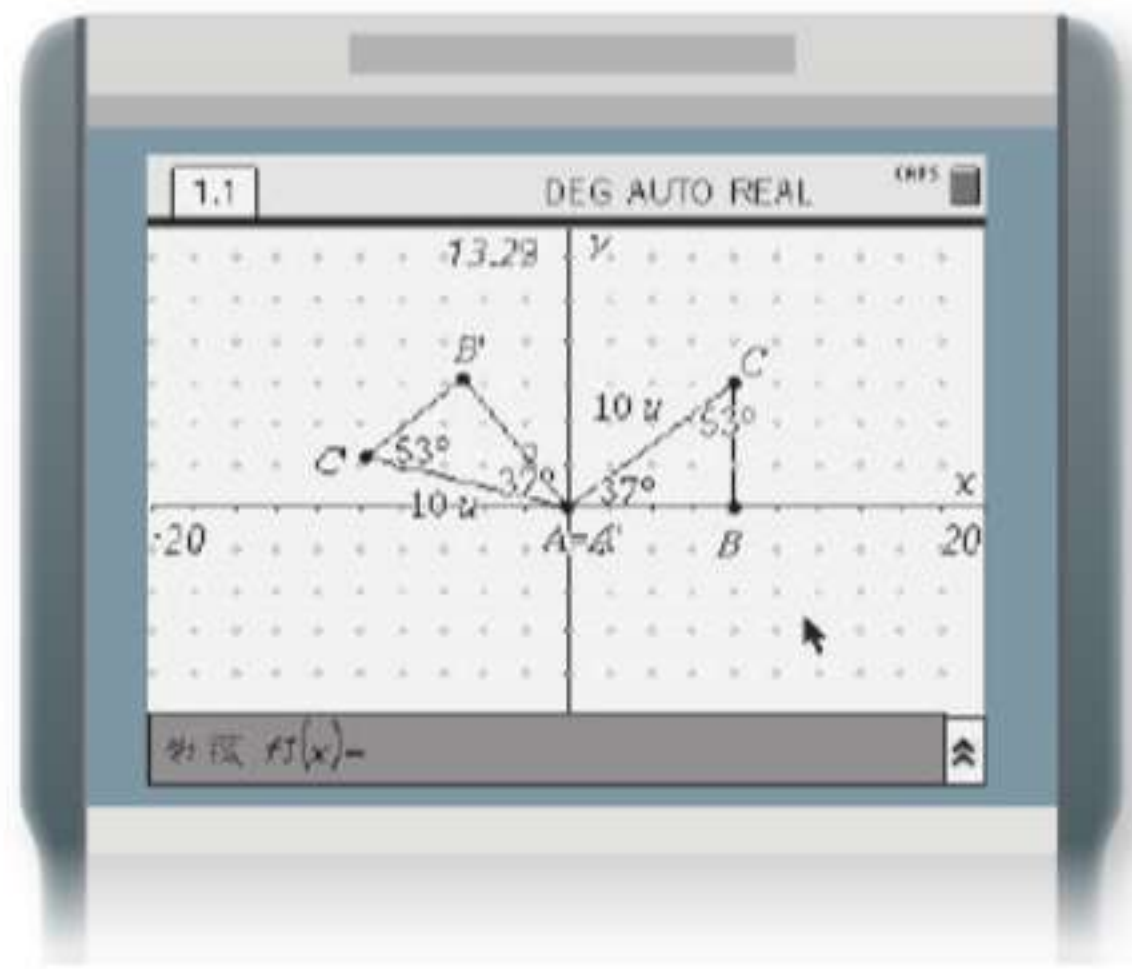
الخطوة 1 افتح صفحة **Graphs** (تمثيلات بيانية) جديدة. واعرض الشبكة وأعد رسم $\triangle ABC$ من النشاط 1.

الخطوة 2 اختر **Reflection (انعكاس)** من قائمة **Transformation (تحويل)** ثم اختر $\triangle ABC$ ثم المحور y لعكس أو قلب $\triangle ABC$ في المحور y . قم بتسمية الرؤوس المتناظرة للصورة A' و B' و C' .

الخطوة 3 استخدم الأداة **Angle (زاوية)** من القائمة **Measurement** (قياس) لإيجاد $m\angle A$ و $m\angle A'$. استخدم الأداة **Length (طول)** من القائمة **Measurement (قياس)** لإيجاد AB و $A'B'$ و AC و $A'C'$.

لدوران شكل حول نقطة الأصل باستخدام تقنية TI-Nspire. استخدم أداة **Rotation (دوران)** لتحديد الشكل ثم النقطة $(0, 0)$ ثم ارسم زاوية الدوران.

النشاط 3 دوران مثلث واختبار التطابق



الخطوة 1 افتح صفحة **Graphs** (تمثيلات بيانية) جديدة. واعرض الشبكة وأعد رسم $\triangle ABC$ من النشاط 1.

الخطوة 2 اختر **Rotation (دوران)** من القائمة **Transformation (تحويل)** ثم اختر $\triangle ABC$. واختر نقطة الأصل واكتب عددًا لزاوية الدوران.

الخطوة 3 استخدم الأداة **Angle (زاوية)** من القائمة **Measurement** (قياس) لإيجاد $m\angle A$ و $m\angle A'$ و $m\angle C$ و $m\angle C'$. استخدم الأداة **Length (طول)** من القائمة **Measurement (قياس)** لإيجاد AC و $A'C'$.

تحليل النتائج

حدد ما إذا كان $\triangle ABC$ و $\triangle A'B'C'$ متطابقين. اشرح تبريرك.

3. النشاط 3

2. النشاط 2

1. النشاط 1

4. اشرح السبب في أن $\triangle A'B'C'$ في النشاط 3 لا يبدو متطابقًا مع $\triangle ABC$.

5. **التخمين** كرر الأنشطة 1-3 باستخدام مثلث مختلف XYZ . حلل نتائجك وقارنها بالنتائج الموجودة في التمارين 1-3. خمن العلاقة بين مثلث وصورته المتحولة بسبب الإزاحة أو الانعكاس أو الدوران.

6. هل المقاييس والملاحظات التي دونتها في الأنشطة 1-3 تمثل برهانًا للتخمين الذي قمت به في التمرين 5؟ اشرح.

تحويلات التطابق



لماذا؟

الحالي

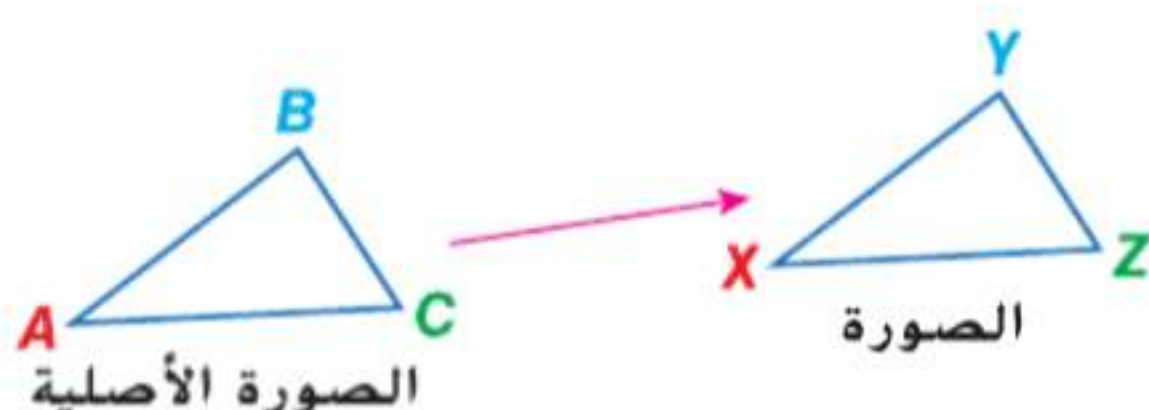
السابق

- كثيرًا ما تستخدم صناعة الملابس مطبوعات تعرض أنماطًا. يتم إنشاء الكثير من هذه الأنماط عن طريق أخذ شكل وتحريكه لإنشاء شكل آخر في موقع مختلف أو قلب الشكل لإنشاء صورة معكوسة أو دوران الشكل الأصلي لإنشاء شكل جديد.

- 1 تحديد الانعكاس والإزاحة والدوران.
- 2 التحقق من التطابق بعد تحويل تطابق.

- لقد برهنت على تطابق مثلثين.

1 تحديد تحويلات التطابق التحويل هو عملية تخطط شكلاً هندسيًا أصليًا. أي الصورة الأصلية، إلى شكل جديد يطلق عليه **الصورة**. ويستطيع التحويل أن يغير الموضع أو الحجم أو الشكل.



يمكن توضيح التحويل باستخدام سهم. تبين لك عبارة التحويل $\triangle ABC \rightarrow \triangle XYZ$ أن **A** تتحول إلى **X** و **B** تتحول إلى **Y** و **C** تتحول إلى **Z**.

أما **تحويل التطابق**، الذي يسمى أيضًا **التحويل الثابت** أو **تساوي الأبعاد**، هو التحويل الذي قد يختلف موضع الصورة فيه عن موضع الصورة الأصلية لكن يظل الشكلان متطابقين. والأنواع الرئيسية الثلاثة لتحويلات التطابق ظاهرة بالأسفل.

المفردات الجديدة

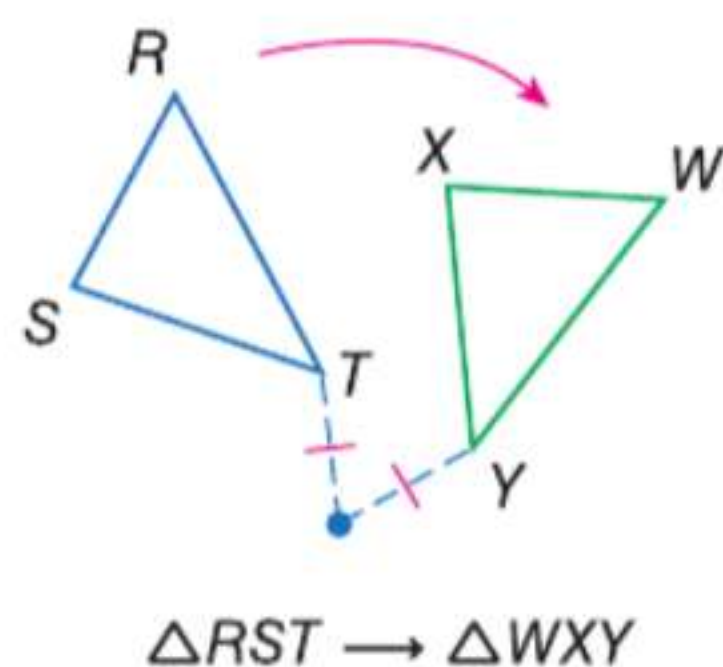
- التحويل transformation
- الصورة الأصلية preimage
- الصورة image
- تحويل التطابق congruence transformation
- تساوي الأبعاد isometry
- الانعكاس reflection
- إزاحة translation
- دوران rotation

استخدام الوصف الهندسي للحركات الصلبة لتحويل الأشكال هندسيًا وتوقع تأثير الحركة الصلبة المعطاة؛ على الشكل المعطى؛ وبافتراض وجود شكلين، استخدام تعريف التطابق بدلالة الحركات الصلبة لتحديد ما إذا كان الشكلان متطابقين. استخدام تعريف التطابق بدلالة الحركات الصلبة لتوضيح أن المثلثين يكونان متطابقين إذا فقط إذا كانت أزواج الأضلاع المتناظرة متطابقة وأزواج الزوايا المتناظرة متطابقة. فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها. محاولة إيجاد البنية واستخدامها.

المفهوم الأساسي الانعكاس والإزاحة والدوران

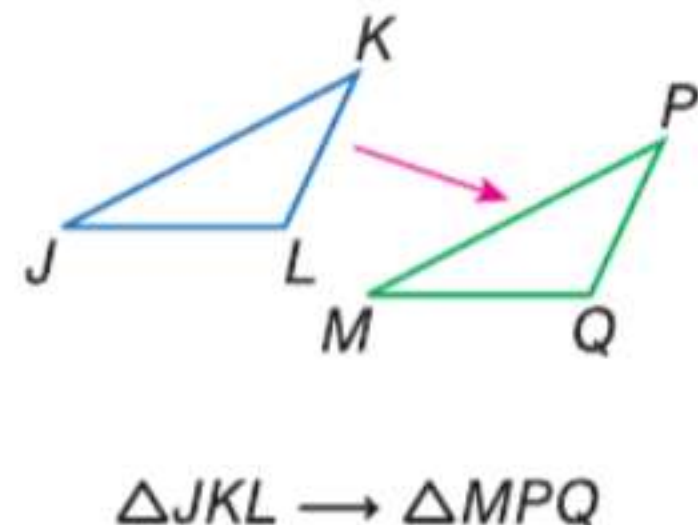
يعتبر **الدوران** أو الاستدارة تحويلًا حول نقطة ثابتة تسمى مركز الدوران بزاوية معينة وفي اتجاه معين. وتقع كل نقطة في الشكل الأصلي وصورته تقع على مسافة واحدة من المركز.

مثال



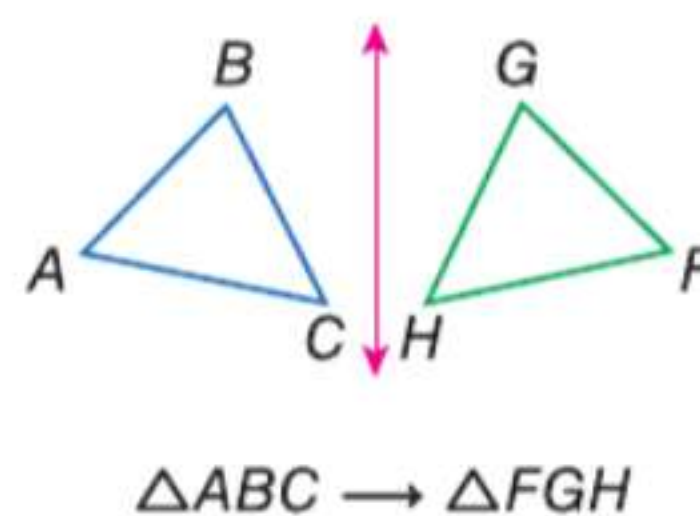
تعتبر **الإزاحة** أو التحريك تحويلًا يؤدي إلى تحريك كل نقاط الشكل الأصلي للمسافة نفسها وفي الاتجاه نفسه.

مثال



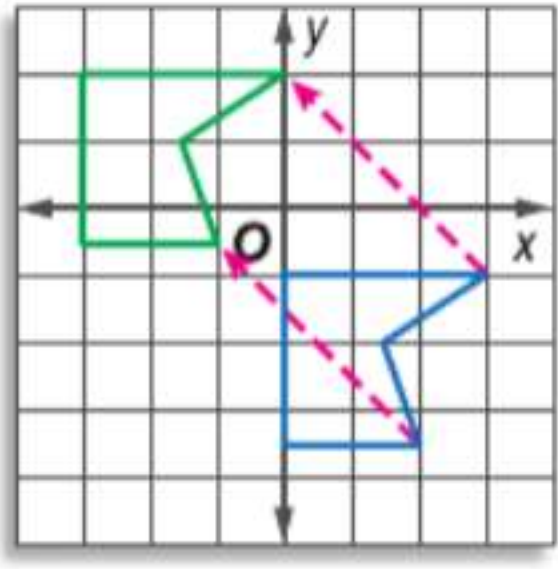
يعتبر **الانعكاس** أو القلب تحويلًا على خط يسمى خط الانعكاس. وتقع كل نقطة في الصورة الأصلية وصورتها على مسافة واحدة من خط الانعكاس.

مثال



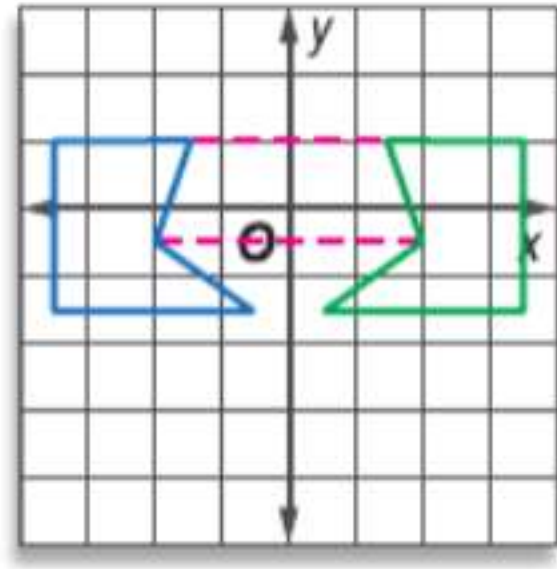
مثال 1 تحديد تحويلات التطابق

حدد نوع تحويل التطابق الظاهر باعتباره انعكاساً أو إزاحة أو دوراناً.



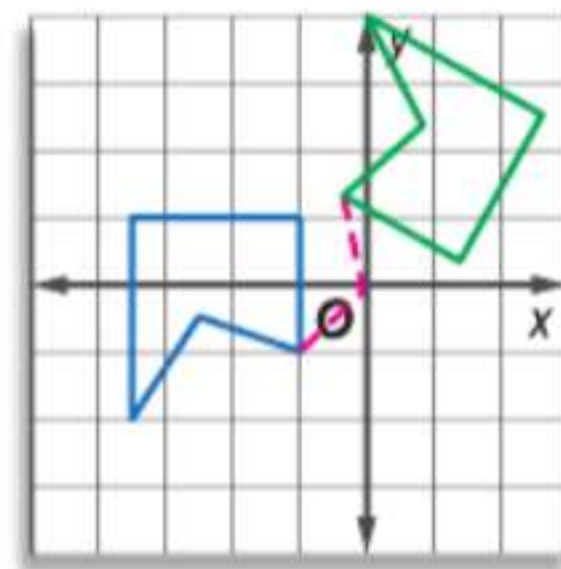
.c

يقع كل رأس وصورته في الموضع نفسه، لكن بعد 3 وحدات إلى اليسار و 3 وحدات لأعلى. هذه إزاحة.



.b

يقع كل رأس وصورته على مسافة واحدة من المحور الرأسي y . هذا انعكاس.



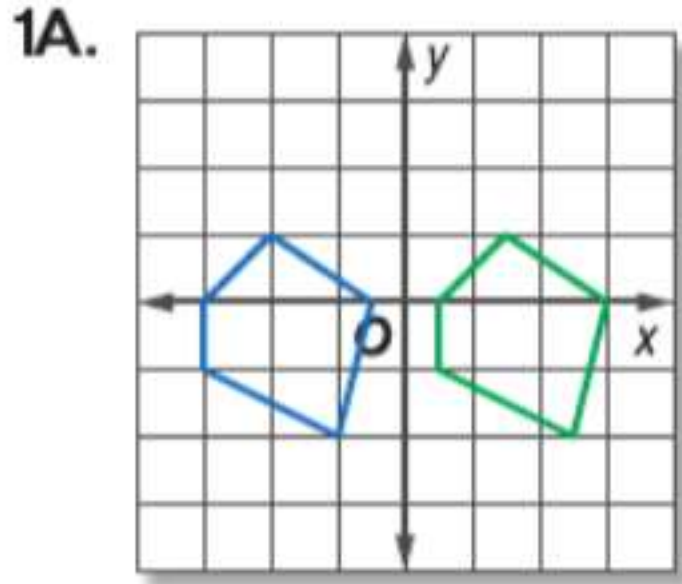
.a

يقع كل رأس وصورته على مسافة واحدة من نقطة الأصل. والزوايا المتكونة من كل زوج من النقاط المتناظرة ونقطة الأصل تكون متطابقة. هذا دوران.

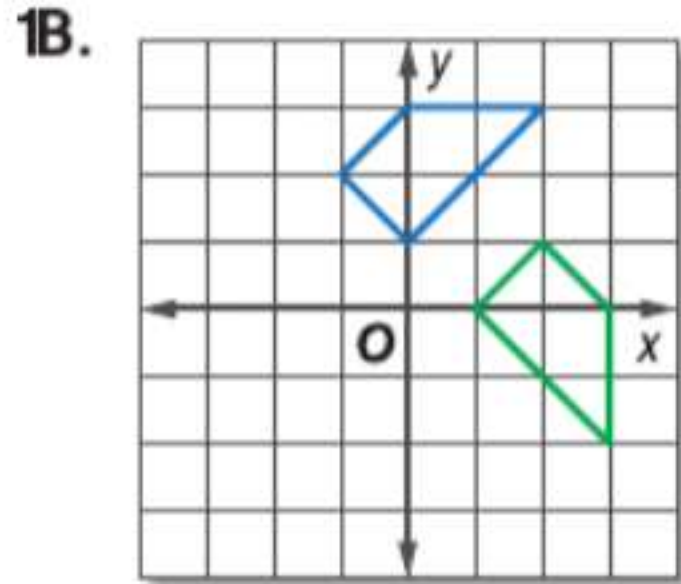
نصيحة دراسية

التحويلات لا تحافظ كل التحويلات على التطابق. والتحويلات التي لا تغير حجم الشكل أو شكله هي فقط التي تعتبر تحويلات تطابق.

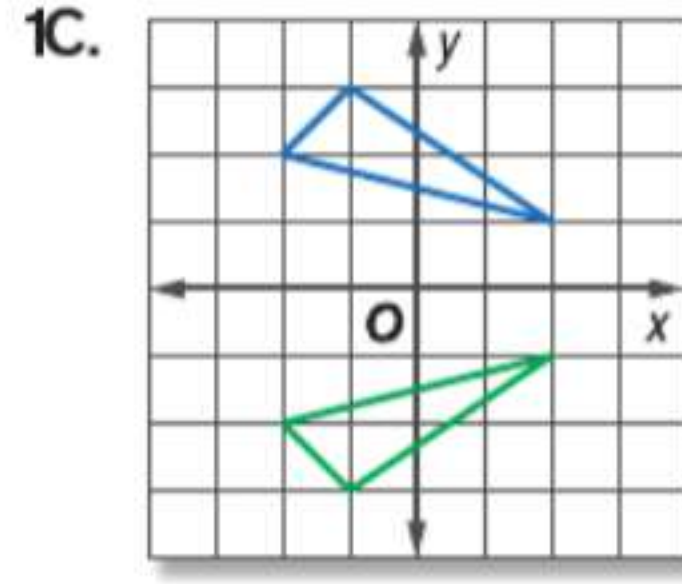
تمرين موجّه



1A.



1B.

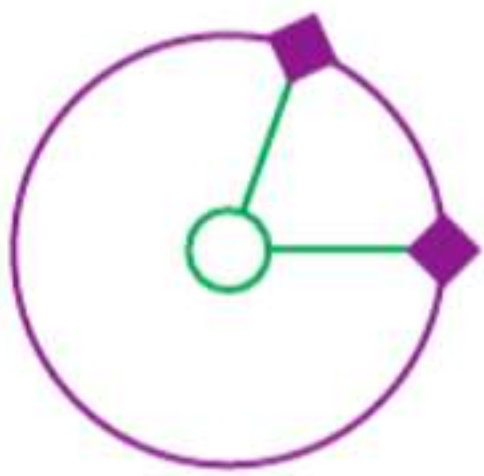


1C.

يمكن تمثيل بعض الحركات أو الأجسام في الحياة اليومية بالتحويلات.

مثال 2 من الحياة اليومية تحديد تحويل في الحياة اليومية

الألعاب راجع المعلومات المبينة في الجانب الأيسر. حدد نوع تحويل التطابق الظاهر في الرسم التخطيطي باعتباره انعكاساً أو إزاحة أو دوراناً.



يعطي موضع الوزن في أوقات مختلفة مثلاً على الدوران. ومركز الدوران هو كاحل الشخص.

تمرين موجّه

حدد نوع تحويل التطابق الظاهر باعتباره انعكاساً أو إزاحة أو دوراناً.



2A.



2B.



الربط بالحياة اليومية

تتضمن اللعبة الظاهرة أعلاه ربط وزن بحلقة تستطيع وضعها حول كاحلك. وعندما يمر الحبل من أمام قدمك الأخرى، تقفز فوقه.

2 التحقق من التطابق يمكنك التحقق من أن الانعكاس والإزاحة والدوران للمثلثات تنتج مثلثات متطابقة باستخدام مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS).

مثال 3 التحقق من التطابق بعد التحويل

المثلث XZY بالرؤوس $X(2, -8)$ و $Z(6, -7)$ و $Y(4, -2)$ تحويل للمثلث $\triangle ABC$ بالرؤوس $A(2, 8)$ و $B(6, 7)$ و $C(4, 2)$. مثل الشكل الأصلي وصورته بيانياً. وحدد التحويل، وتحقق من أنه تحويل تطابق.

الفهم مطلوب منك أن تحدد نوع التحويل - انعكاس أو إزاحة أو دوران. ثم عليك إثبات أن الشكلين متطابقين.

التخطيط استخدم صيغة المسافة لإيجاد قياس كل ضلع. ثم أثبت أن المثلثين متطابقان بموجب SSS.

الحل مثل بيانياً كل شكل. التحويل يبدو انعكاساً على المحور الرأسي x جـد قياس أضلاع كل مثلث.

$$AB = \sqrt{(6 - 2)^2 + (7 - 8)^2} = \sqrt{17}$$

$$BC = \sqrt{(6 - 4)^2 + (7 - 2)^2} = \sqrt{29}$$

$$AC = \sqrt{(4 - 2)^2 + (2 - 8)^2} = \sqrt{40}$$

$$XZ = \sqrt{(6 - 2)^2 + [-7 - (-8)]^2} = \sqrt{17}$$

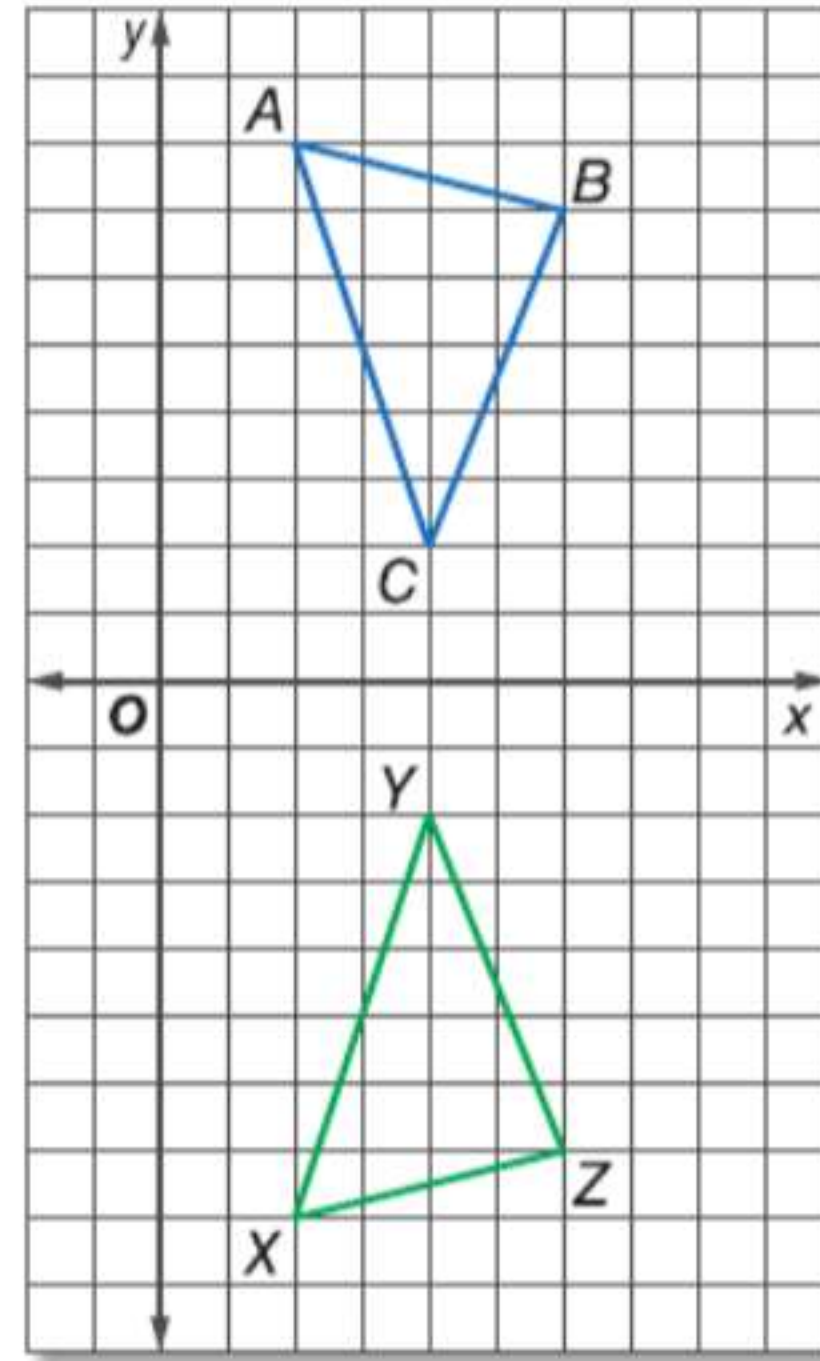
$$ZY = \sqrt{(6 - 4)^2 + [-7 - (-2)]^2} = \sqrt{29}$$

$$XY = \sqrt{(2 - 4)^2 + [-8 - (-2)]^2} = \sqrt{40}$$

بما أن $AB = XZ$ و $BC = ZY$ و $AC = XY$. إذاً

$\overline{AB} \cong \overline{XZ}$ و $\overline{BC} \cong \overline{ZY}$ و $\overline{AC} \cong \overline{XY}$. حسب

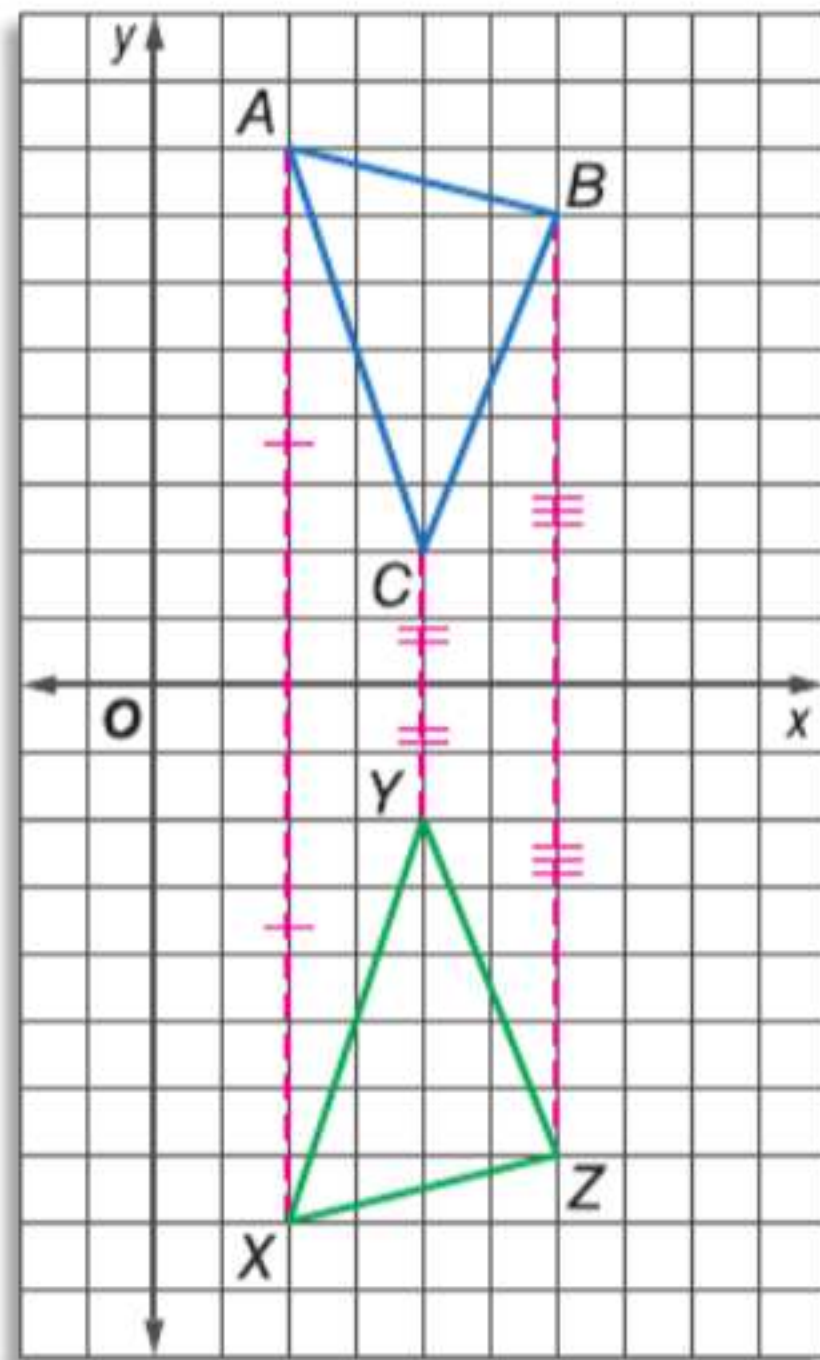
مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS). $\triangle ABC \cong \triangle XZY$.



نصيحة دراسية

تساوي الأبعاد كما يحافظ التماثل على التطابق. يحافظ تساوي الأبعاد المباشر أيضاً على اتجاه الأحرف أو ترتيبها. يؤدي تساوي الأبعاد غير المباشر أو العكسي إلى تغيير هذا الترتيب، مثل تغييره من الحركة في اتجاه عقارب الساعة إلى الحركة عكس اتجاه عقارب الساعة.

التحقق استخدم تعريف الانعكاس. استخدم مسطرة لقياس ومقارنة القطع التي تربط كل رأس وصورته بخط التناظر. هذه القطع متطابقة. إذا فالمثلثات متطابقة. ✓

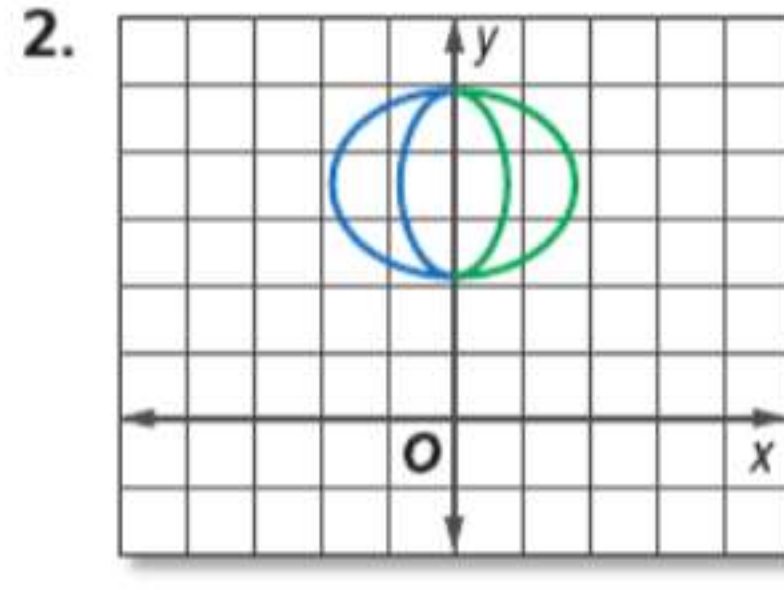
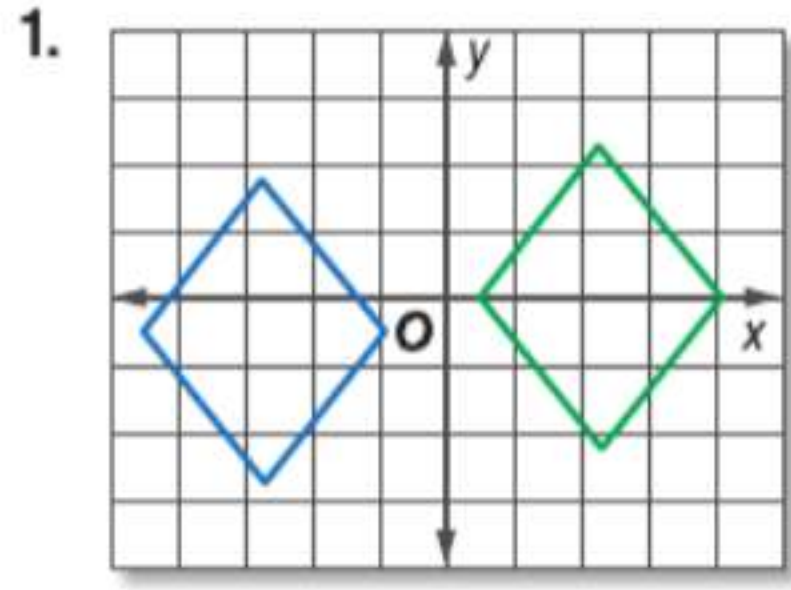


تمرين موجّه

3. المثلث JKL بالرؤوس $J(-2, 2)$ و $K(-8, 5)$ و $L(-4, 6)$ تحويل للمثلث $\triangle PQR$ بالرؤوس $P(2, -2)$ و $Q(8, -5)$ و $R(4, -6)$. مثل الشكل الأصلي وصورته بيانياً. وحدد التحويل، وتحقق من أنه تحويل تطابق.

مثال 1

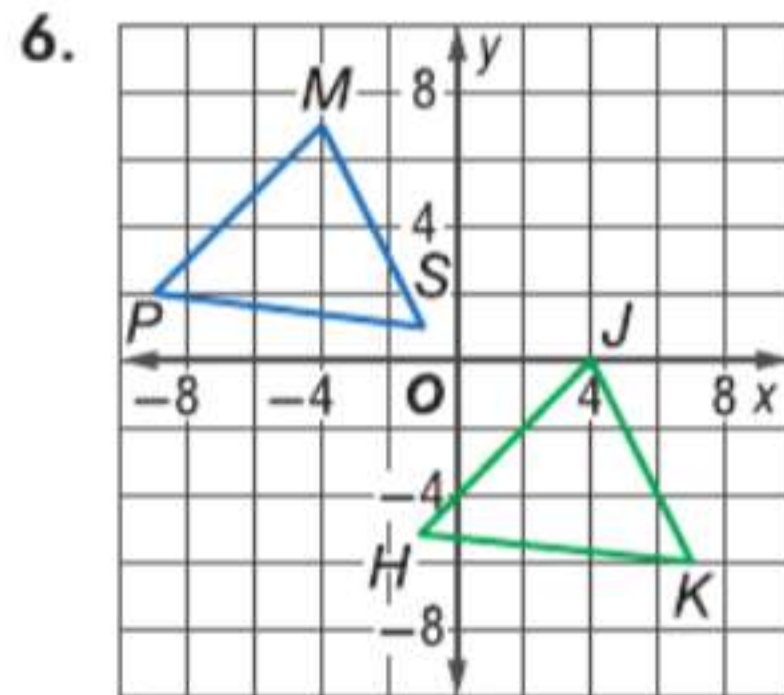
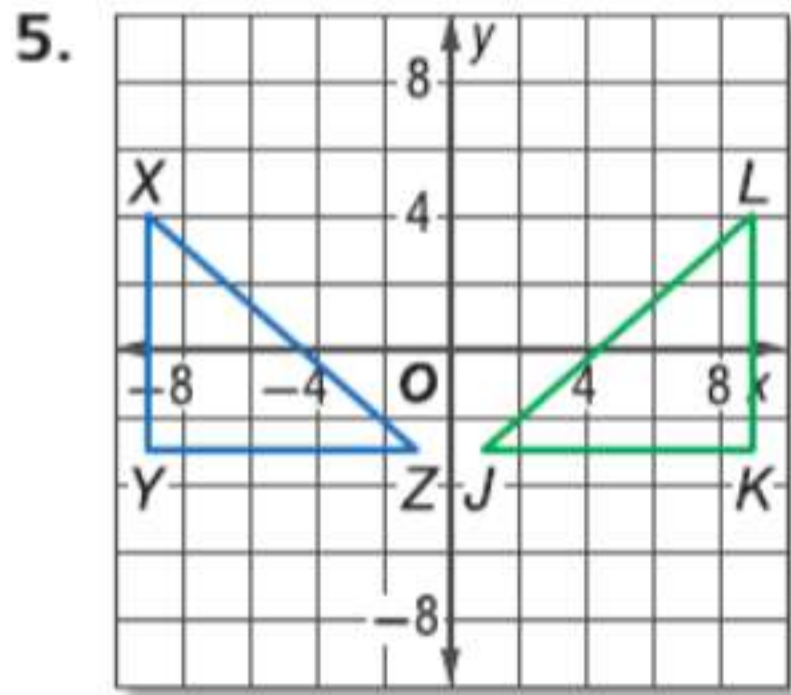
حدد نوع تحويل التطابق الظاهر باعتباره انعكاساً أو إزاحة أو دوراناً.



مثال 2

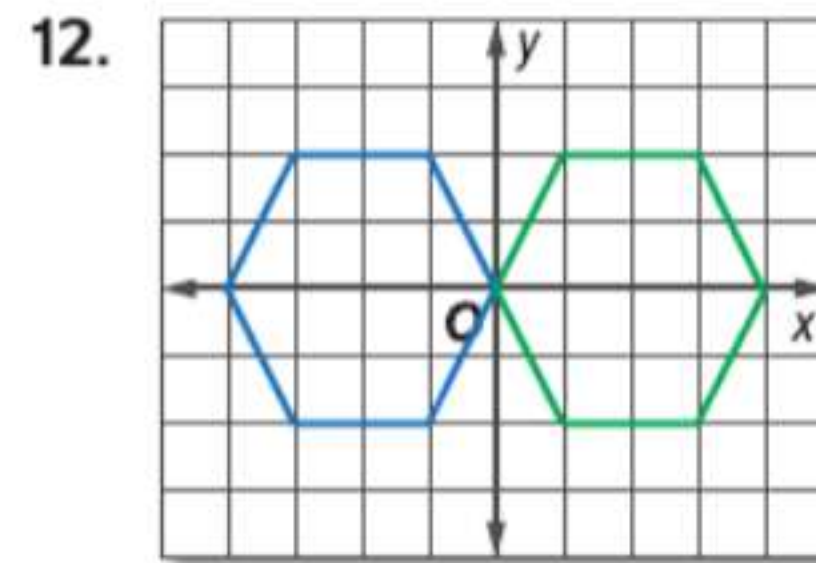
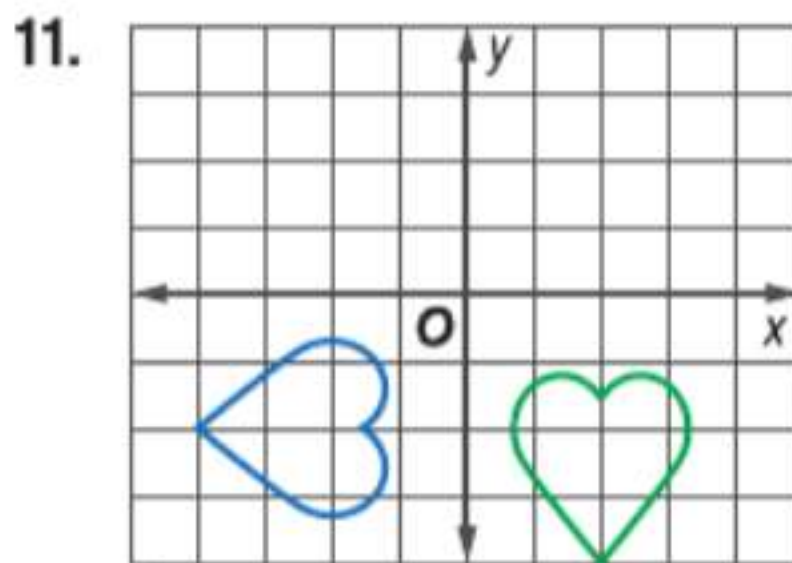
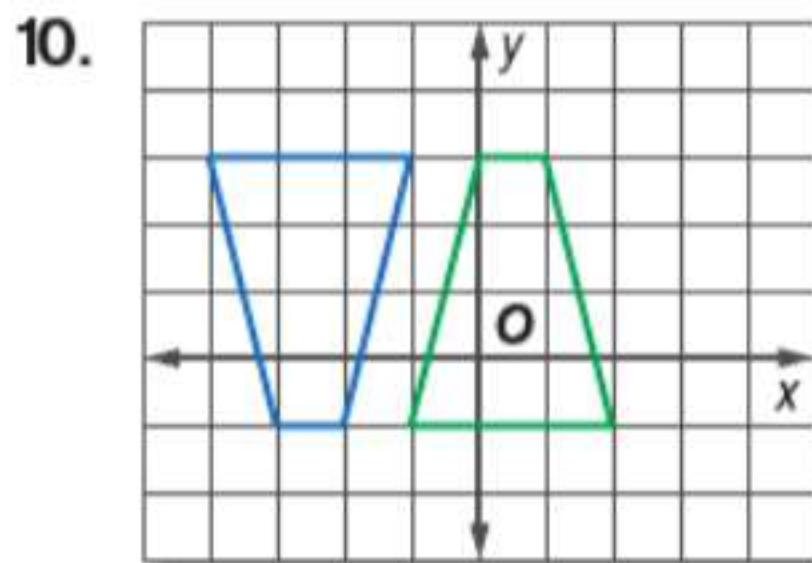
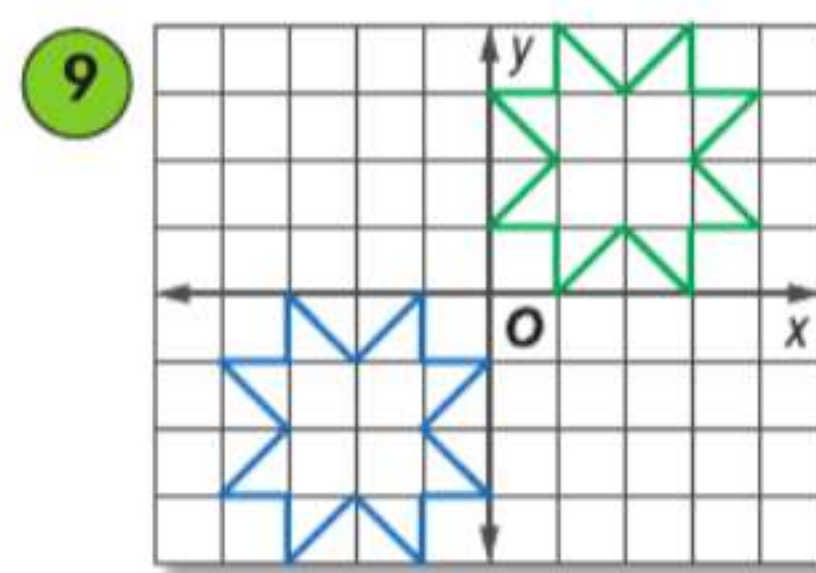
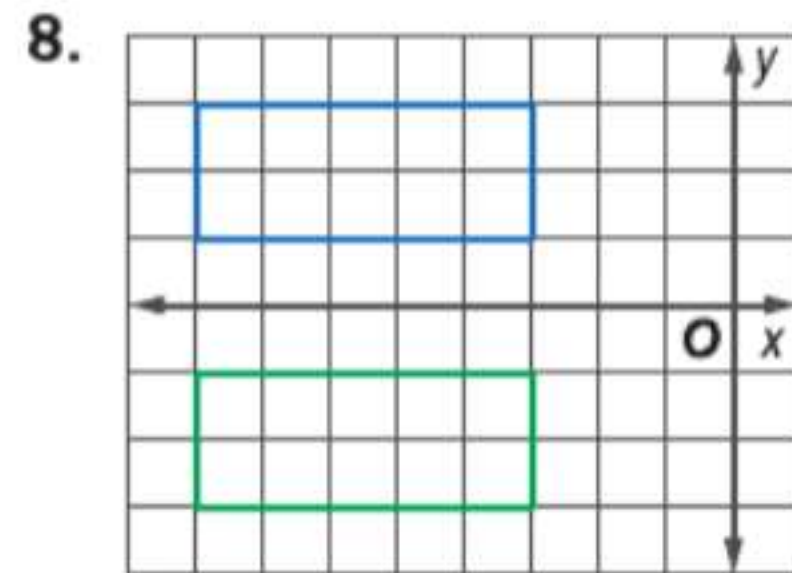
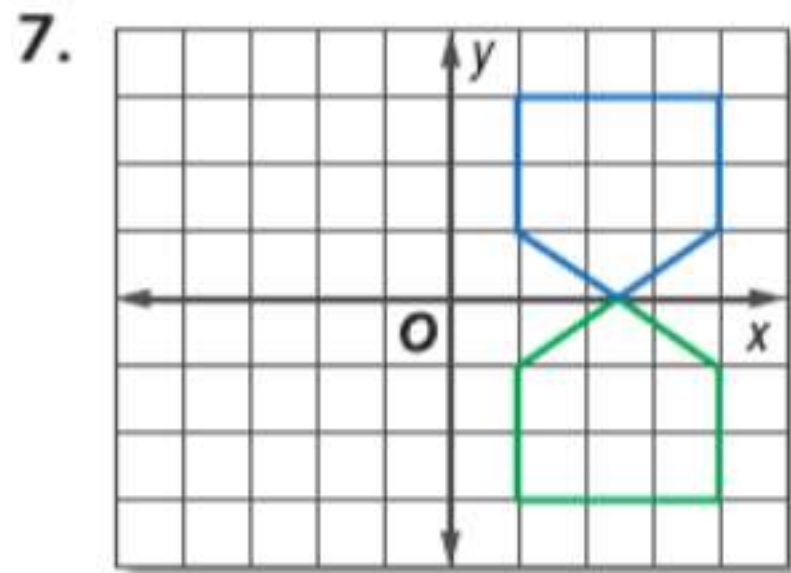
الهندسة الإحداثية حدد كل تحويل، وتحقق من أنه تحويل تطابق.

مثال 3

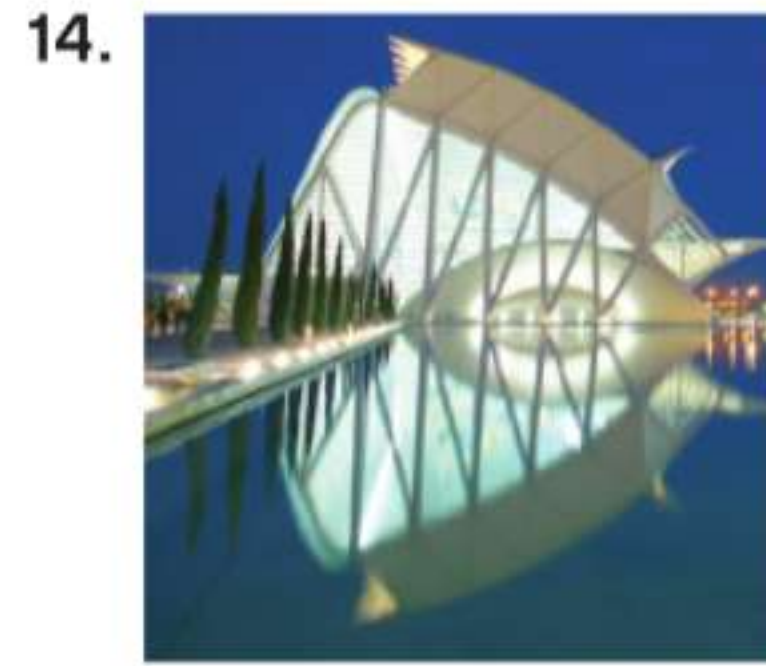


مثال 1

البنية حدد نوع تحويل التطابق الظاهر باعتباره انعكاساً أو إزاحة أو دوراناً.



حدد نوع تحويل التطابق الظاهر في كل صورة باعتباره انعكاساً أو إزاحة أو دوراناً.



الهندسة الإحداثية مثل بياناً كل زوج من المثلثات بالرؤوس المعطاة. ثم حدد التحويل الهندسي وتحقق من أنه عبارة عن تحويل هندسي متطابق.

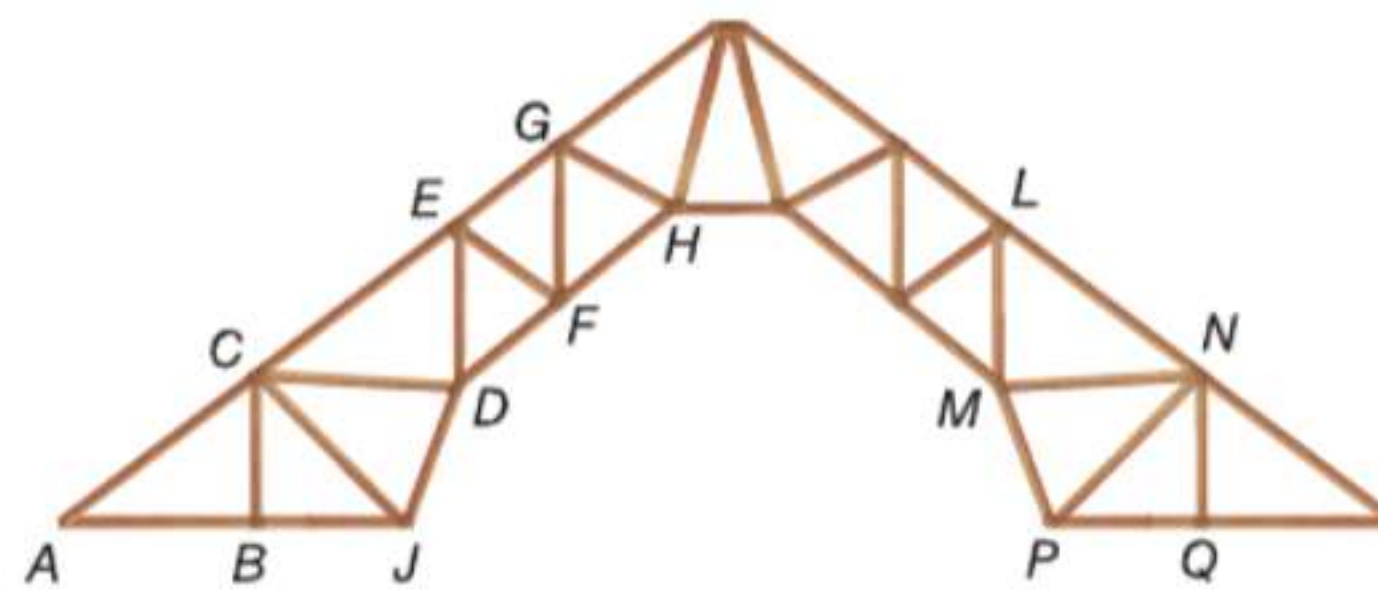
17. $M(-7, -1), P(-7, -7), R(-1, -4);$
 $T(7, -1), V(7, -7), S(1, -4)$

18. $A(3, 9), B(3, 7), C(7, 7);$
 $S(3, 5), T(3, 3), R(7, 3)$

19. $A(-4, 5), B(0, 2), C(-4, 2);$
 $X(-5, -4), Y(-2, 0), Z(-2, -4)$

20. $A(2, 2), B(4, 7), C(6, 2);$
 $D(2, -2), F(4, -7), G(6, -2)$

الإنشاء حدد نوع تحويل التطابق الذي تم علي كل مثلث محدد لإنشاء المثلث الآخر في الطوق الحديدي بالضلعين المماثلين الأيسر والأيمن الظاهرين أدناه.



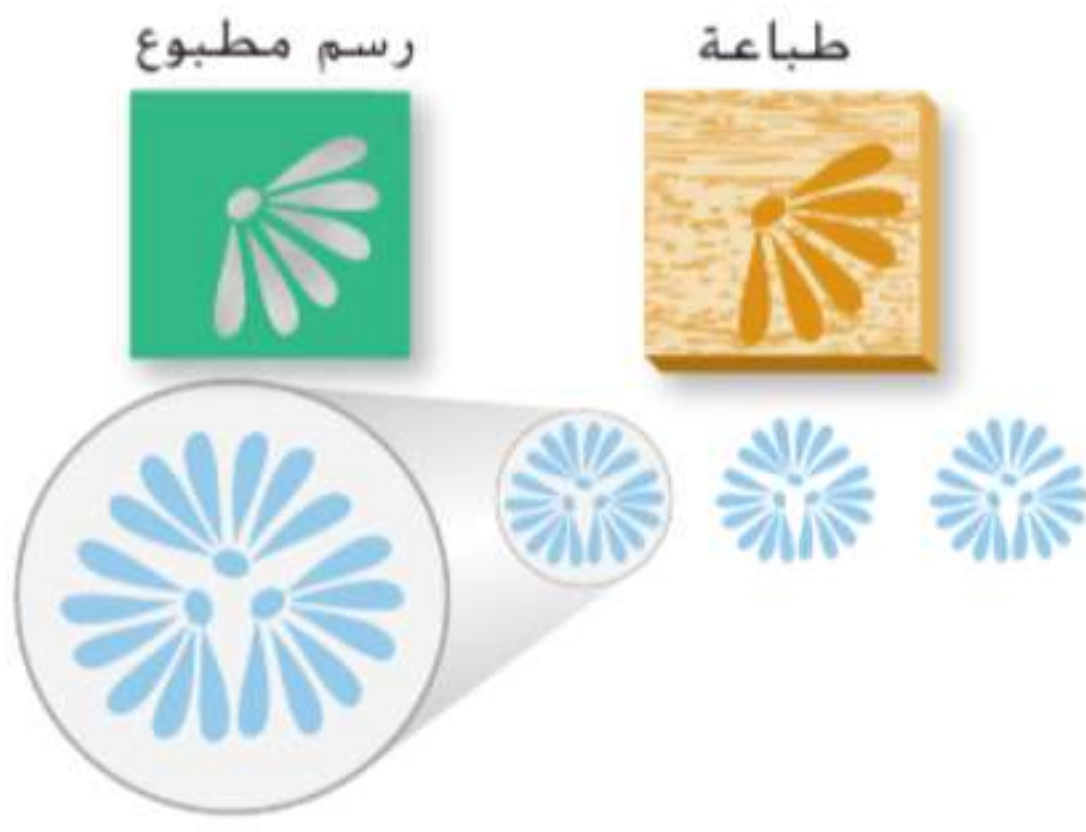
21. $\triangle NMP$ إلى $\triangle CJD$ 22. $\triangle EFD$ إلى $\triangle HF$ إلى $\triangle CBJ$ $\triangle NQP$

الألعاب الترفيهية حدد نوع تحويل التطابق الظاهر في كل صورة باعتباره انعكاساً أو إزاحة أو دوراناً.



27. المدرسة حدد التحويلات المستخدمة لفتح قفل توفيق على خزانة. حدد خط التناظر أو مركز الدوران إذا كان ذلك ملائماً.

28. البنية حدد الحروف الكبيرة في الأبجدية الإنجليزية التي لها خطوط انعكاس رأسية و/أو أفقية.



- 29 **الديكور** تعيد غاية ترتيب ديكورات غرفة نومها. تستطيع استخدام رسوم مطبوعة أو طباعة لإنشاء التصميم المعروض.
- a. إذا استخدمت غاية الرسم المطبوع، فما نوع التحويل المستخدم لإنتاج كل زهرة في التصميم؟
- b. ما نوع التحويل المستخدم إذا استخدمت الطباعة لإنتاج كل زهرة في التصميم؟

30. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف العلاقة بين الأزواج المرتبة لشكل وصورته بعد الإزاحة.

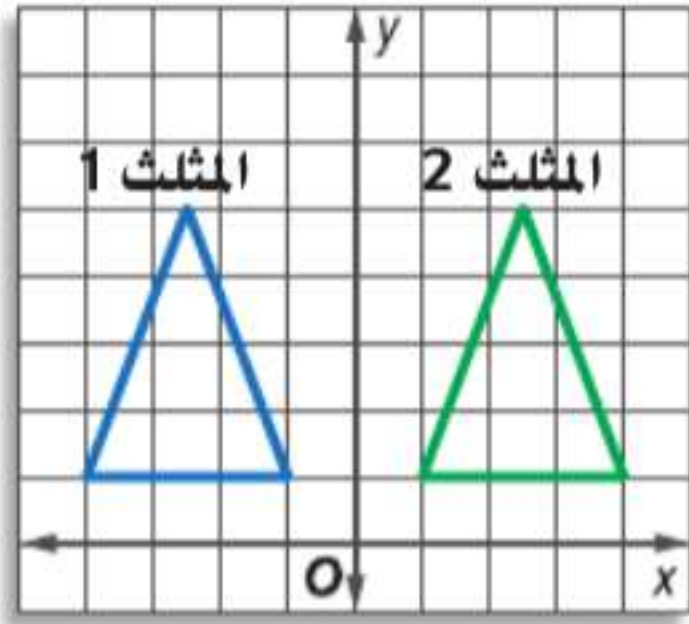
- a. هندسيًا ارسم المستطيلين المتطابقين $WXYZ$ و $ABCD$ على مستوى إحداثي.
- b. لفظيًا كيف تصل من رأس على $ABCD$ إلى الرأس المناظرة على $WXYZ$ باستخدام حركة أفقية ورأسية فقط؟

المستطيل $ABCD$	التحويل	المستطيل $WXYZ$
$A(? , ?)$	$(x_1 + ? , y_1 + ?)$	$W(? , ?)$
$B(? , ?)$	$(x_1 + ? , y_1 + ?)$	$X(? , ?)$
$C(? , ?)$	$(x_1 + ? , y_1 + ?)$	$Y(? , ?)$
$D(? , ?)$	$(x_1 + ? , y_1 + ?)$	$Z(? , ?)$

c. جدولياً انسخ الجدول الموضح. استخدم مستطيلك لتمثيل الإحداثيات الأفقية والإحداثيات الرأسية والقيمة المجهولة في عمود التحويل.

d. جبرياً رمز الدالة $(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$. حيث a و b عدنان حقيقيان. يمثل تحولاً من مجموعة إحداثيات إلى مجموعة أخرى. استكمل الرمز التالي الذي يمثل قاعدة الإزاحة $ABCD \rightarrow WXYZ: (x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا



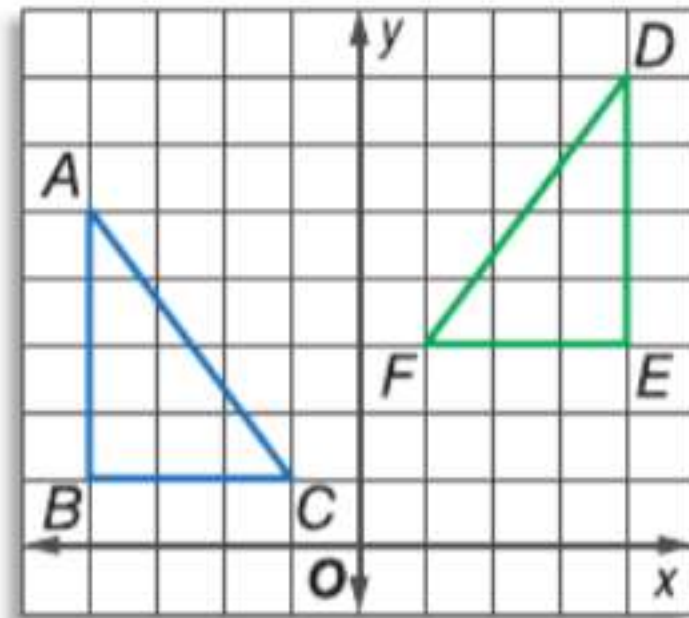
31. **تحديد** استخدم الرسم التخطيطي إلى اليسار.
- a. حدد تحويلين للمثلث 1 يمكن أن يؤدي إلى المثلث 2.
- b. ما الذي يجب أن يكون صحيحاً في المثلثين لكي يؤدي أكثر من تحويل واحد على الصورة الأصلية إلى الصورة نفسها؟ اشرح تبريرك.



32. **التبرير** التمديد نوع آخر من التحويل. في الرسم التخطيطي، تم تمديد قصاصة ورقية صغيرة لتنتج قصاصة ورقية أكبر. اشرح السبب في أن التمديدات ليست تحويل تطابق.

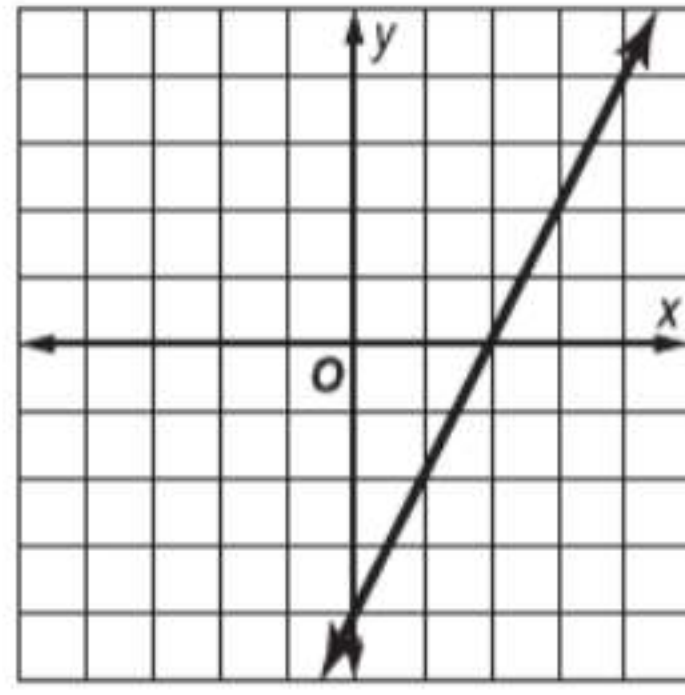
مسألة غير محددة الإجابة اذكر مثالا من الحياة اليومية لكل مما يلي، بخلاف الأمثلة المذكورة في هذا الدرس.

33. الانعكاس 34. الإزاحة 35. الدوران



36. **الكتابة في الرياضيات** في الرسم التخطيطي على اليسار $\triangle DEF$ يُسمى الانعكاس الانزلاقي للمثلث $\triangle ABC$. بناء على الرسم التخطيطي، عرف الانعكاس الانزلاقي. هل يعتبر الانعكاس الانزلاقي تحويل تطابق؟ ضع تعريفاً لتحويل التطابق في إجابتك. اشرح تبريرك.

39. انظر إلى التمثيل البياني أدناه. ما ميل الخط المبين؟



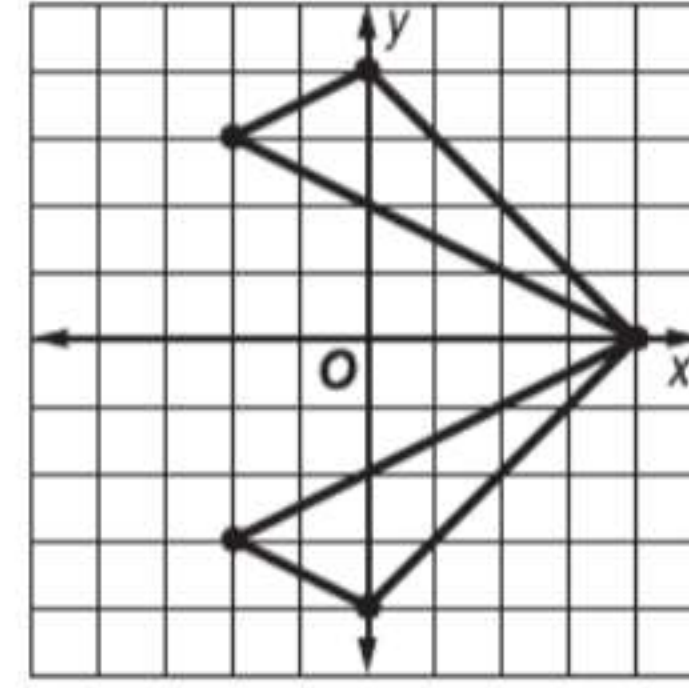
- F -2 H 1
G -1 J 2

40. SAT/ACT ما تقاطع المحور الرأسي y مع الخط الذي تحدده المعادلة $3x - 4 = 12y - 3$ ؟

- A -12 D $\frac{1}{4}$
B $-\frac{1}{12}$ E 12
C $\frac{1}{12}$

37. الإجابة القصيرة تتسوق علياء لشراء كرسي مكتب جديد من متجر يقدم تخفيضاً يبلغ 50% على كراسي المكتب. ومعها أيضاً إيصال بخصم 50% على أي شيء. تعتقد علياء أنها تستطيع الآن أن تحصل على كرسي المكتب مجاناً. هل هذا صحيح؟ إذا لم يكن كذلك، فماذا ستكون النسبة المئوية للخصم الذي ستحصل عليه في وجود كل من التخفيض والإيصال؟

38. حدد تحويل التطابق الظاهر.

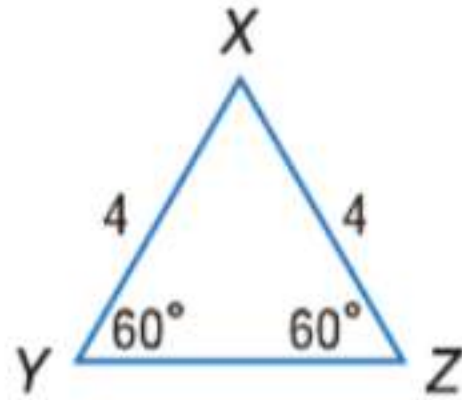


- A تمديد
B انعكاس
C دوران
D إزاحة

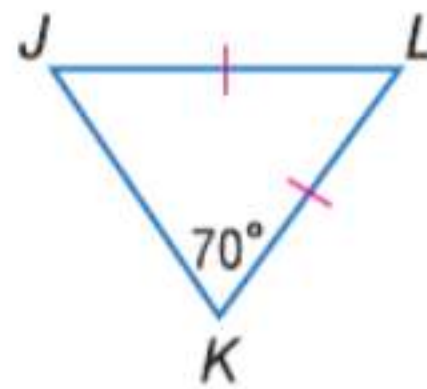
مراجعة شاملة

جد قياس كل مما يلي.

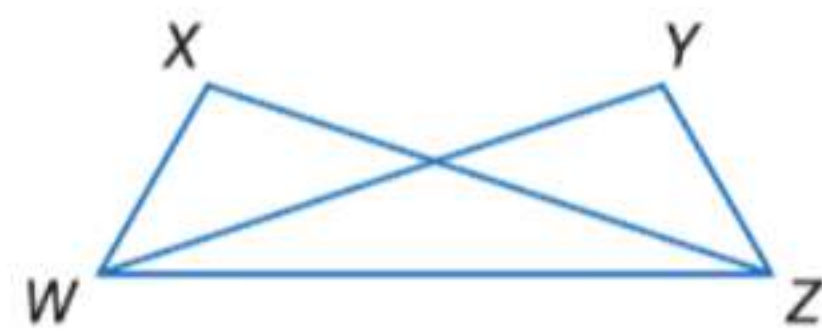
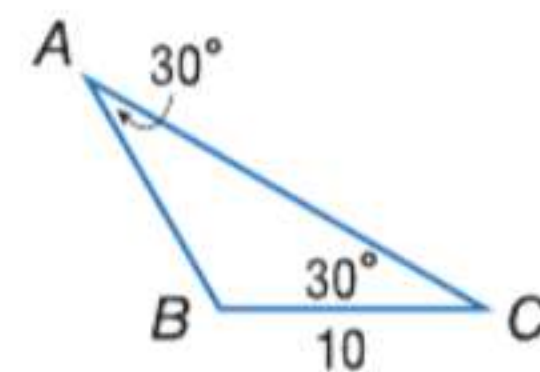
41. YZ



42. $m\angle JLK$



43. AB



44. البرهان اكتب فقرة برهانا حراً.
المعطيات: $\angle YWZ \cong \angle XZW$ و $\angle YZW \cong \angle XWZ$
المطلوب: $\triangle WXZ \cong \triangle ZYW$

مراجعة المهارات

حدد إحداثيات نقطة المنتصف في قطعة بالنقاط النهائية المعطاة.

45. A(10, -12), C(5, -6) 46. A(13, 14), C(3, 5) 47. A(-28, 8), C(-10, 2)
48. A(-12, 2), C(-3, 5) 49. A(0, 0), C(3, -4) 50. A(2, 14), C(0, 5)

المثلثات والبرهان الإحداثي



.. لماذا؟

.. الحالي

.. السابق

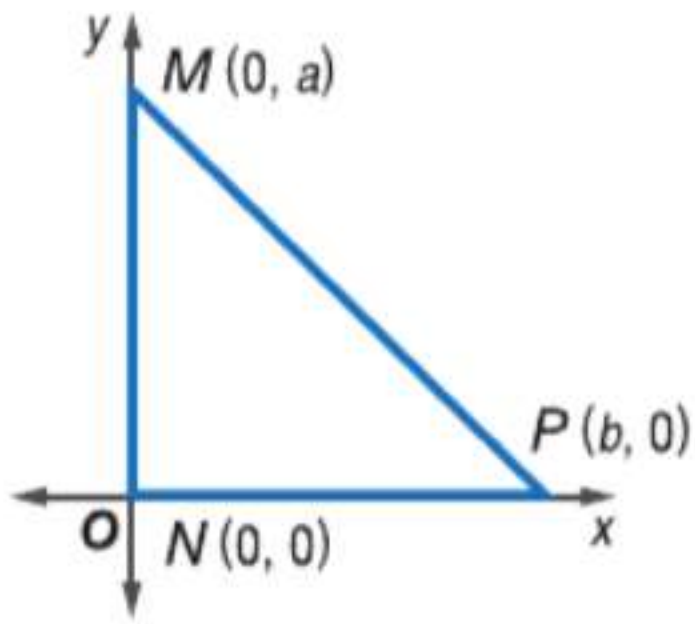
- لقد استخدمت الهندسة الإحداثية لإثبات تطابق المثلثات.
- تحديد موقع المثلثات وكتابة أسمائها للاستخدام في البراهين الإحداثية.
- كتابة البراهين الإحداثية.

1 تحديد موقع المثلثات وكتابة أسمائها كما هو الحال مع نظم تحديد المواقع العالمية، تتيح معرفة إحداثيات الشكل في مستوى إحداثي إمكانية أن نتعرف على خصائصه وتوصل إلى استنتاجات بشأنه. **البراهين الإحداثية** تستخدم الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر لإثبات المفاهيم الهندسية. والخطوة الأولى في برهان إحداثي هي وضع الشكل على المستوى الإحداثي.

المفردات الجديدة

البرهان الإحداثي
coordinate proof

مثال 1 تحديد موقع مثلث وتسميته



حدد موقع المثلث قائم الزاوية MNP واسمه على المستوى الإحداثي بحيث يصل طول الساق MN إلى a من الوحدات وطول الساق NP إلى b من الوحدات.

- سيكون طول (أطوال) الضلع (الأضلاع) الموازي للمحاور أسهل في التحديد من طول (أطوال) الضلع (الأضلاع) الذي ليس موازيًا لمحور. بما أن هذا مثلث قائم الزاوية، يمكن تحديد موقع ضلعين على محور.
- سيتيح وضع الزاوية القائمة للمثلث، $\angle N$ ، عند نقطة الأصل إمكانية وضع الساقين بمحاذاة المحورين الأفقي x والرأسي y .
- ضع المثلث في الربع الأول.
- بما أن M على المحور y ، فإحداثي x لها هو 0 . وإحداثي y هو a لأن طول الساق a وحدات.
- بما أن P على المحور x ، فإحداثي y هو 0 . وإحداثي x هو b لأن طول الساق b وحدات.

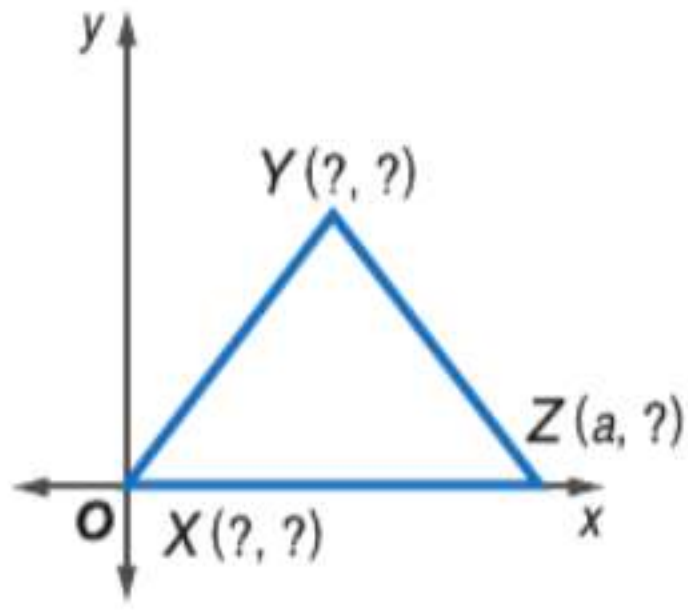
تمرين موجّه

1. حدد موقع المثلث متساوي الساقين JKL واسمه على المستوى الإحداثي بحيث يصل طول قاعدته \overline{JL} إلى a وحدات وتقع رأسه K على المحور الرأسي y ويبلغ ارتفاع المثلث b وحدات.

المفهوم الأساسي وضع المثلثات على المستوى الإحداثي

- الخطوة 1 استخدم نقطة الأصل ك رأس أو مركز للمثلث.
- الخطوة 2 ضع ضلعًا واحدًا على الأقل في المثلث على محور.
- الخطوة 3 حافظ على المثلث داخل الربع الأول إذا كان ذلك ممكنًا.
- الخطوة 4 استخدم الإحداثيات التي تجعل الحسابات بسيطة قدر الإمكان.

مثال 2 تحديد الإحداثيات المجهولة



عين الإحداثيات المجهولة للمثلث متساوي الساقين XYZ .

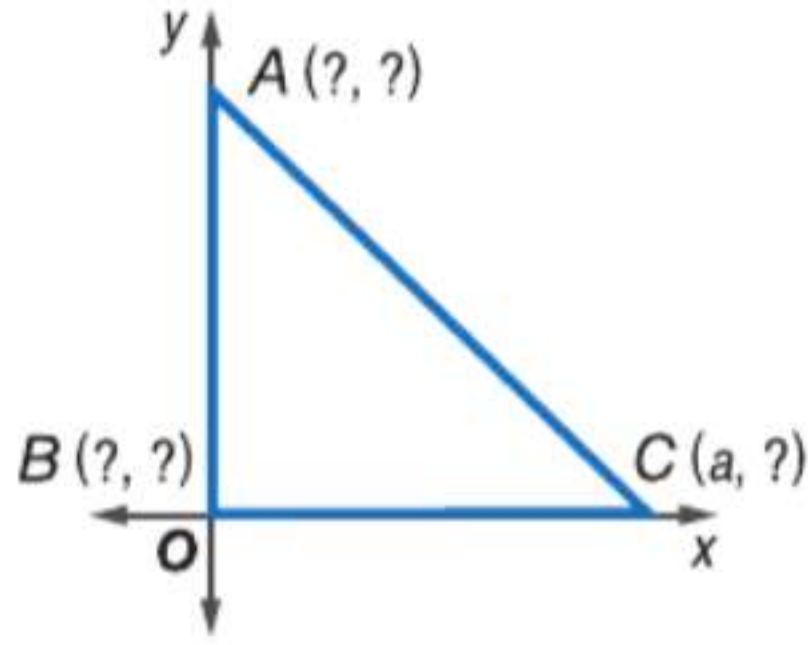
يقع الرأس X عند نقطة الأصل؛ وإحداثياته هي $(0, 0)$.

يقع الرأس Z على المحور X . إذا إحداثي y هو 0 . إحداثيات الرأس Z هي $(a, 0)$.

$\triangle XYZ$ متساوي الساقين. إذا باستخدام قطعة رأسية من Y إلى المحور X ونظرية الوتر-الساق تثبت أن إحداثي X لـ Y في منتصف المسافة بين 0 و a أو $\frac{a}{2}$. لا يمكننا كتابة إحداثي Y بدلالة a . إذا نسميها b . إحداثيات النقطة Y هي $(\frac{a}{2}, b)$.

تمرين موجّه

2. عين الإحداثيات المجهولة للمثلث متساوي الساقين القائم الزاوية ABC .



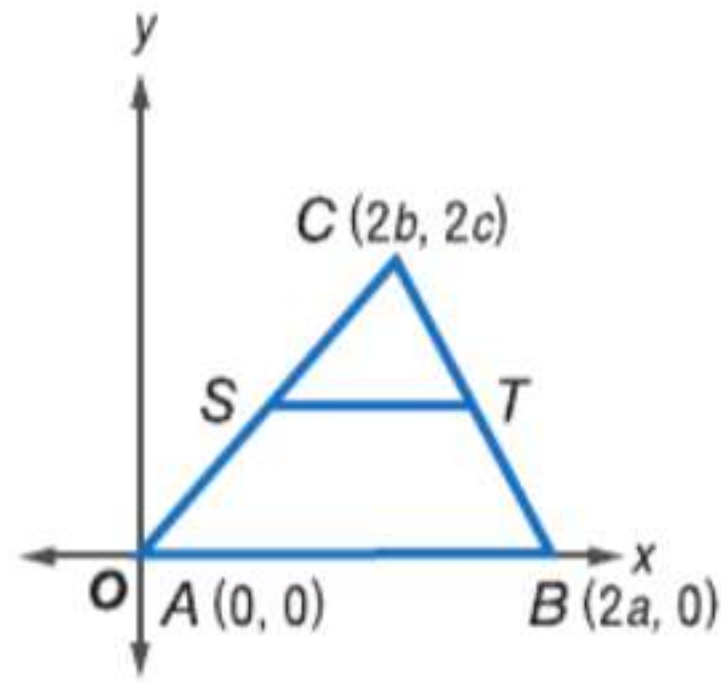
نصيحة دراسية

الزاوية القائمة تقاطع المحورين الأفقي x والرأسي y يشكل زاوية قائمة. ولهذا فهو مكان مناسب لتحديد موقع الزاوية القائمة في شكل مثل المثلث قائم الزاوية.

2 كتابة البراهين الإحداثية بعد وضع مثلث على المستوى الإحداثي وتسميته. يمكننا استخدام البراهين الإحداثية للتحقق من الخصائص وبرهنة النظريات.

مثال 3 كتابة برهان إحداثي

اكتب برهاناً إحداثياً لتوضيح أن القطعة المستقيمة الموصلة بين نقطتي المنتصف في ضلعين لمثلث تتوازي مع الضلع الثالث.



ضع رأساً عند نقطة الأصل واكتب عليها A . استخدم إحداثيات تمثل مضاعفات العدد 2 لأن قانون نقطة المنتصف يتضمن قسمة مجموع الإحداثيات على 2.

المعطيات: $\triangle ABC$

S نقطة منتصف \overline{AC} .

T نقطة منتصف \overline{BC} .

المطلوب: $\overline{ST} \parallel \overline{AB}$

البرهان:

حسب قانون نقطة المنتصف. إحداثيات S هي $\frac{2b+0}{2}$ و $\frac{2c+0}{2}$ أو (b, c) وإحداثيات T هي $\frac{2a+2b}{2}$ و $\frac{0+2c}{2}$ أو $(a+b, c)$.

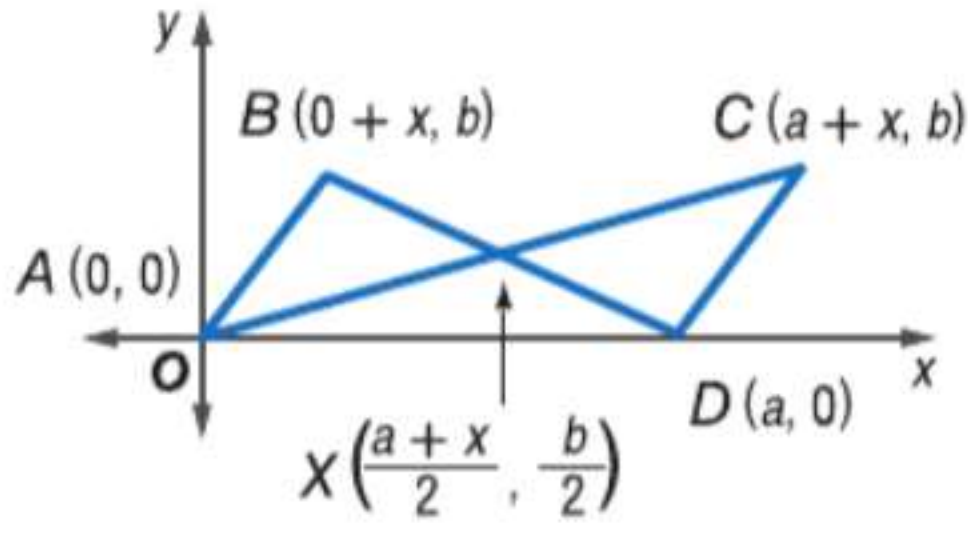
حسب قانون الميل. فإن ميل \overline{ST} هو $\frac{c-c}{a+b-b}$ و 0 وميل \overline{AB} هو $\frac{0-0}{2a-0}$ أو 0 .

بما أن \overline{ST} و \overline{AB} لهما الميل نفسه. فإن $\overline{ST} \parallel \overline{AB}$.

نصيحة دراسية

البرهان الإحداثي تسري الإرشادات والأساليب المستخدمة في هذا الدرس على كل الأشكال المضلعة. وليس المثلثات فقط.

تمرين موجّه

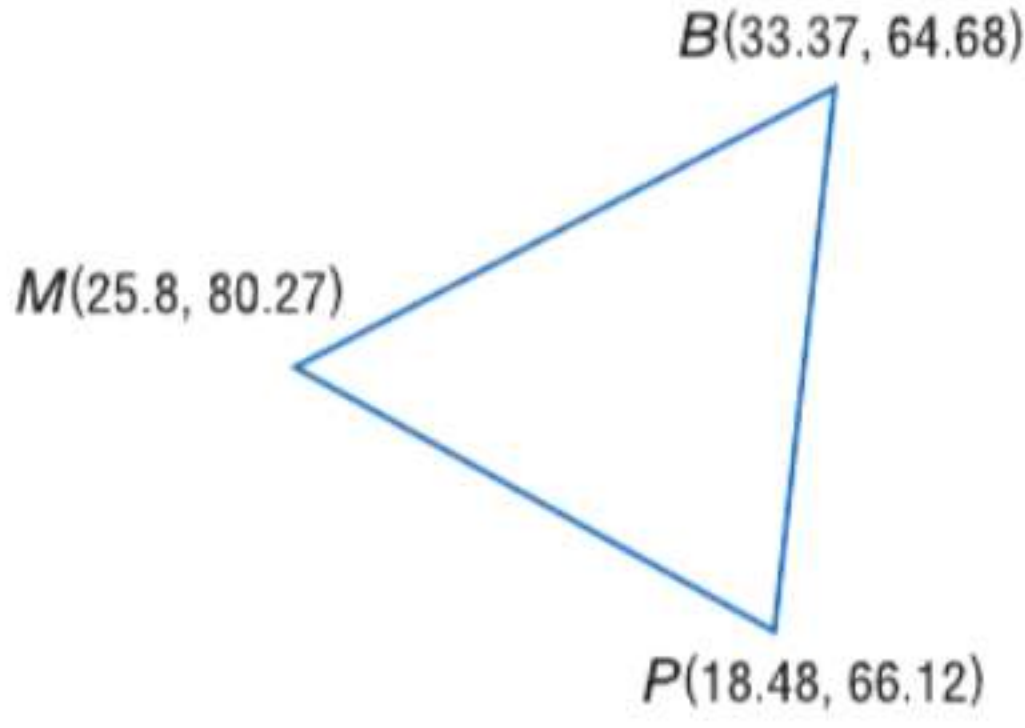


3. قم بكتابة برهان إحدائي لإثبات أن $\triangle ABX \cong \triangle CDX$.

الأساليب المستخدمة مع البراهين الإحدائية يمكن استخدامها في حل مسائل من الحياة اليومية.

مثال 4 من الحياة اليومية تصنيف المثلثات

الجغرافيا مثلث برمودا منطقة يحيط بها ميامي وفلوريدا وسان خوان وبورتوريكو وبرمودا. الإحداثيات التقريبية لكل موقع بالترتيب هي $25.8^\circ\text{N } 80.27^\circ\text{W}$ و $18.48^\circ\text{N } 66.12^\circ\text{W}$ و $33.37^\circ\text{N } 64.68^\circ\text{W}$. اكتب برهانًا إحدائيًا لإثبات أن مثلث برمودا مختلف الأضلاع.



الخطوة الأولى هي تعيين إحداثيات كل موقع. افترض أن M تمثل ميامي و B تمثل برمودا و P تمثل بورتوريكو.

إذا لم يكن أي ضلعين في $\triangle MPB$ متطابقين، فإن مثلث برمودا مختلف الأضلاع. استخدم قانون المسافة وحاسبة لإيجاد المسافة بين كل موقع.

$$MB = \sqrt{(33.37 - 25.8)^2 + (64.68 - 80.27)^2} \approx 17.33$$

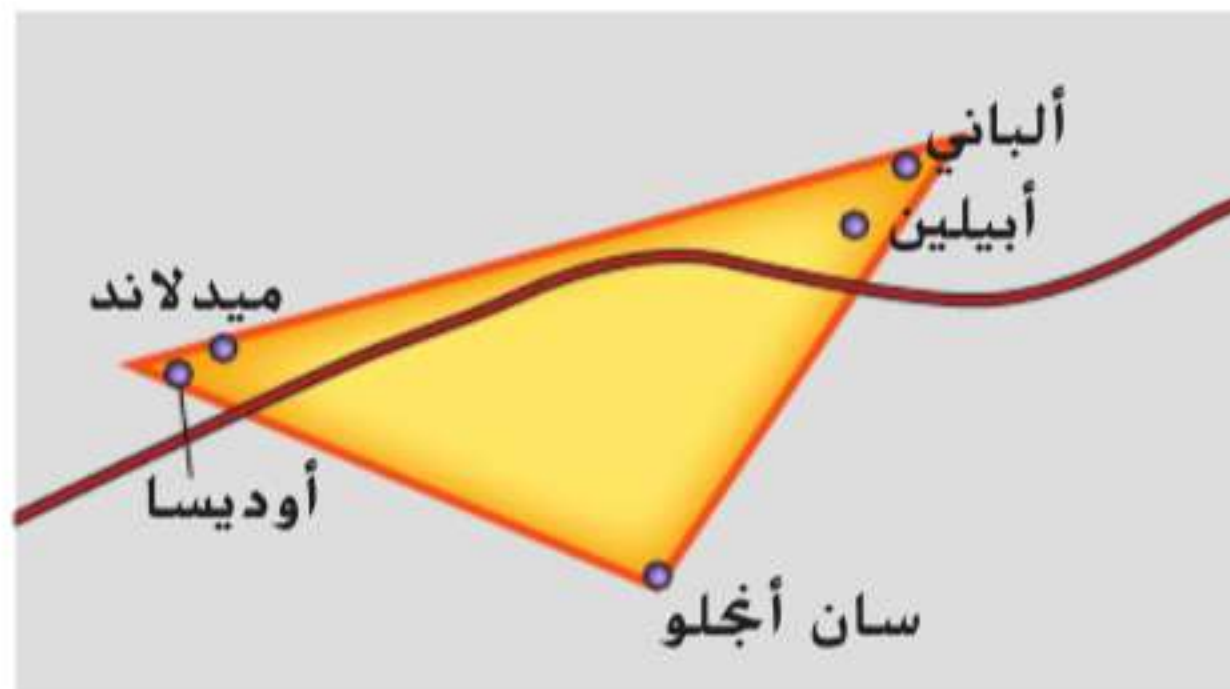
$$MP = \sqrt{(25.8 - 18.48)^2 + (80.27 - 66.12)^2} \approx 15.93$$

$$PB = \sqrt{(33.37 - 18.48)^2 + (64.68 - 66.12)^2} \approx 14.96$$

بما أن كل ضلع له طول مختلف، فإن $\triangle MPB$ مختلف الأضلاع. ولهذا، مثلث برمودا مختلف الأضلاع.

تمرين موجّه

4. **جغرافيا** في عام 2006، تعاونت مجموعة من متاحف الفن لتشكيل مثلث تكساس الغربي (West Texas Triangle) للترويج إلى مجموعاتهم الفنية. تشكلت هذه المنطقة من مدن أوديسا وسان أنجلو. الإحداثيات التقريبية لكل موقع بالترتيب هي $31.9^\circ\text{N } 102.3^\circ\text{W}$ و $32.7^\circ\text{N } 99.3^\circ\text{W}$ و $31.4^\circ\text{N } 100.5^\circ\text{W}$. اكتب برهانًا إحدائيًا لإثبات أن مثلث تكساس الغربي متساوي الساقين تقريبًا.



الربط بالحياة اليومية

اختفت أكثر من 50 سفينة و 20 طائرة بشكل غامض في قطاع من شمال المحيط الأطلنطي أمام ساحل أمريكا الشمالية والمعروف باسم مثلث برمودا.

المصدر: موسوعة برينانكا

التحقق من فهمك

مثال 1

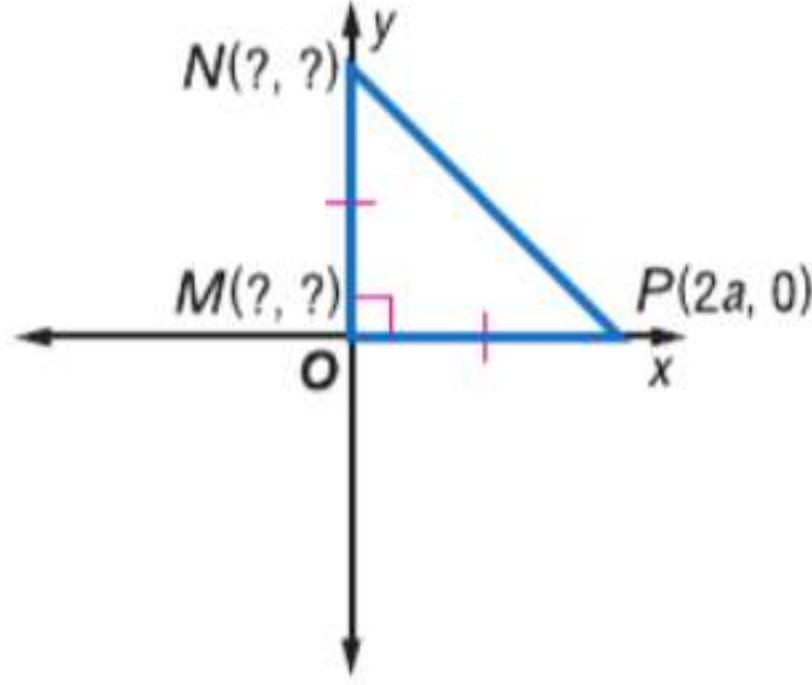
ضع كل نقطة مما يلي على المستوى الإحداثي ثم سمّها.

- المثلث متساوي الساقين $\triangle ABC$ بقاعدة \overline{BC} طولها $4a$ وحدات.
- المثلث قائم الزاوية $\triangle FGH$ بساقين \overline{FG} و \overline{GH} بحيث طول الساق \overline{FG} هو $3a$ وحدات وطول الساق \overline{GH} هو $5b$ وحدات

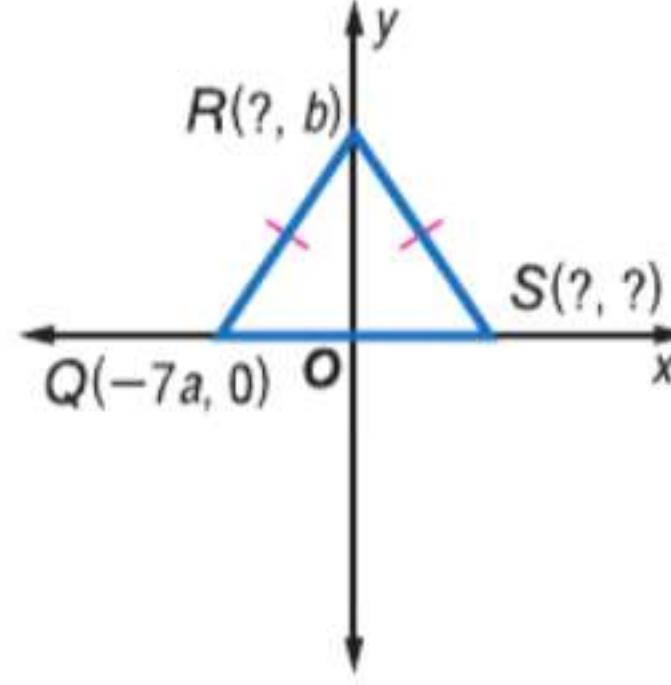
مثال 2

عيّن الإحداثي (الإحداثيات) المجهول لكل مثلث.

3.

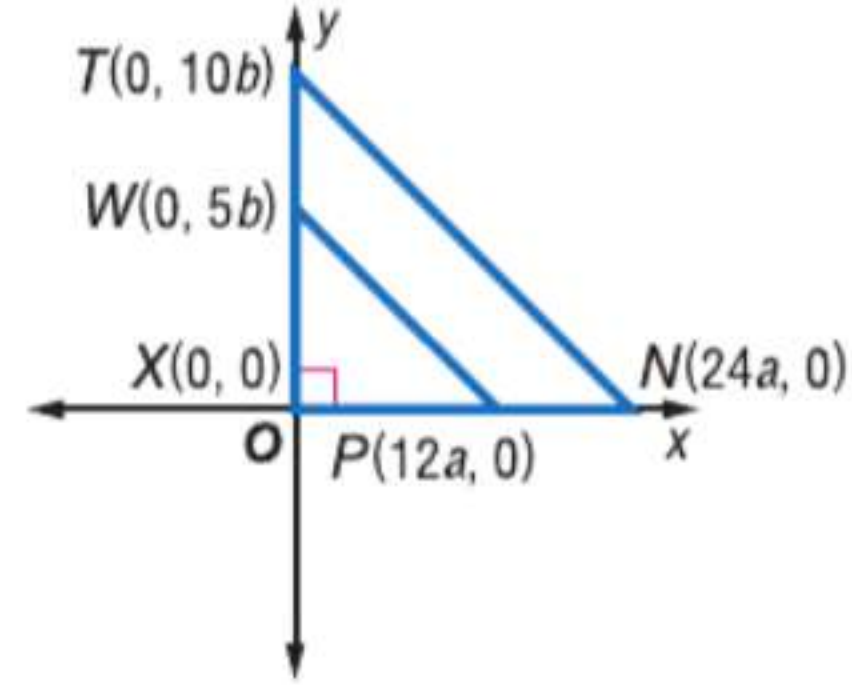


4.



مثال 3

5. قم بكتابة برهان إحدائي لإثبات أن $\triangle WXY$ يشبه $\triangle TXZ$.



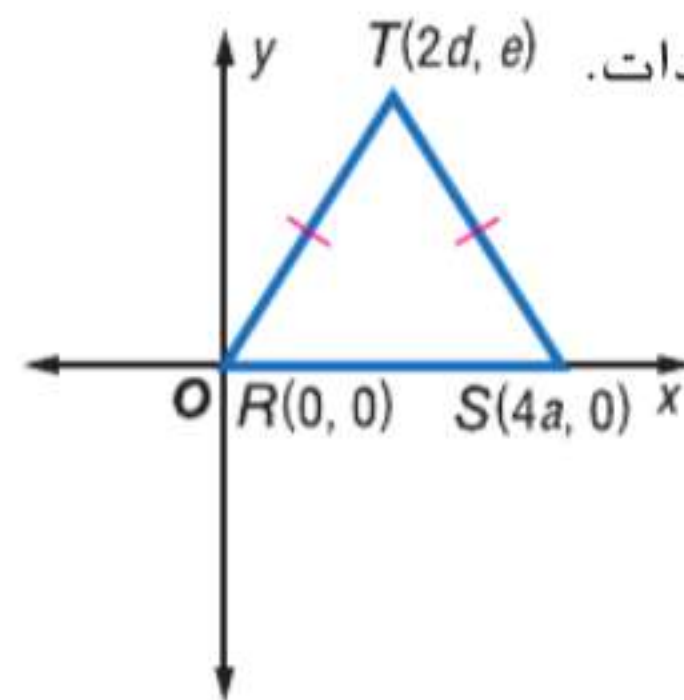
مثال 4

- الدورة الأولمبية خلال رحلة الشعلة الأولمبية من أولمبيا في اليونان إلى دورة الألعاب الشتوية 2010. مرت الشعلة بمدينة لندن في إنجلترا وشلالات نياغرا وأونتاريو وانتهى بها المطاف في فانكوفر في كولومبيا البريطانية. الإحداثيات التقريبية لكل موقع بالترتيب هي 42.9°N و 81.2°W و 43.1°N و 79.1°W و 49.3°N و 123.1°W . قم بكتابة برهان إحدائي لإثبات أن هذه النقاط الثلاث الواقعة في مسار الشعلة تشكل مثلثاً مختلف الأضلاع.

التمرين وحل المسائل

مثال 1

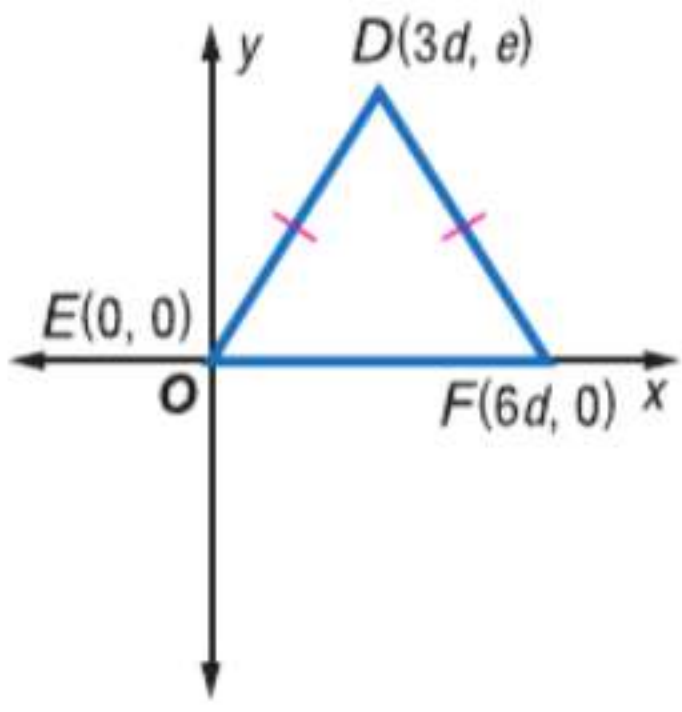
ضع كل نقطة مما يلي على المستوى الإحداثي ثم سمّها.



- متساوي الأضلاع قائم الزاوية $\triangle RST$ طول وتره \overline{RS} يساوي $4d$ وحدات.
- قائم الزاوية $\triangle JKL$ بالساقين \overline{JK} و \overline{KL} . بحيث طول \overline{JK} يبلغ a وحدات وطول \overline{KL} 4 أضعاف طول \overline{JK} .

- متساوي الأضلاع $\triangle XYZ$ بأضلاع طولهما $\frac{1}{4}c$ وحدات.

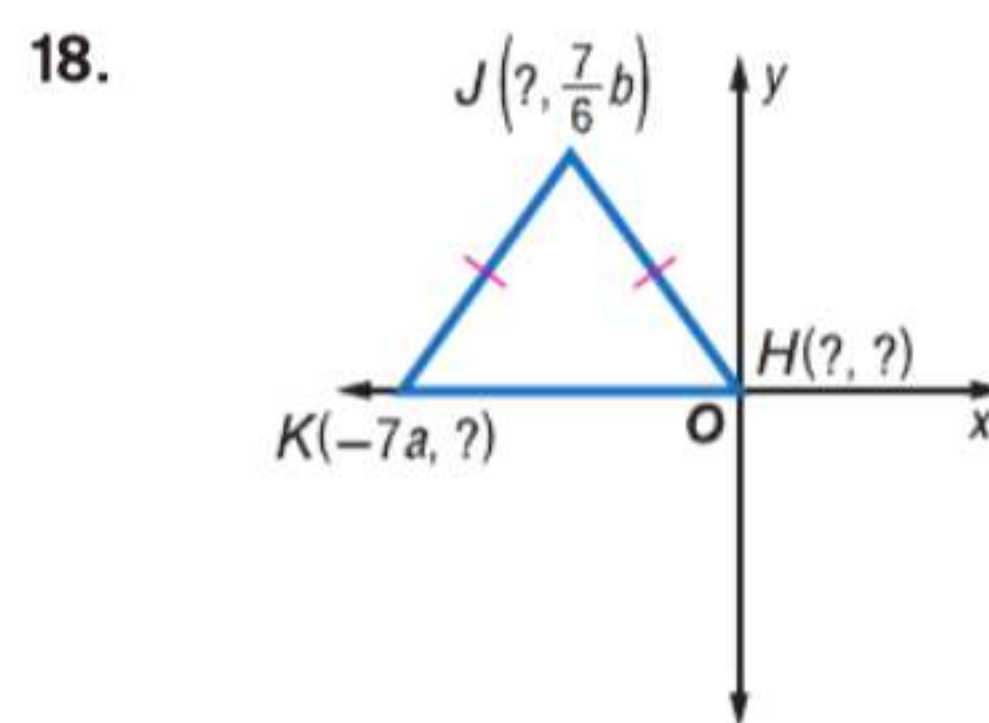
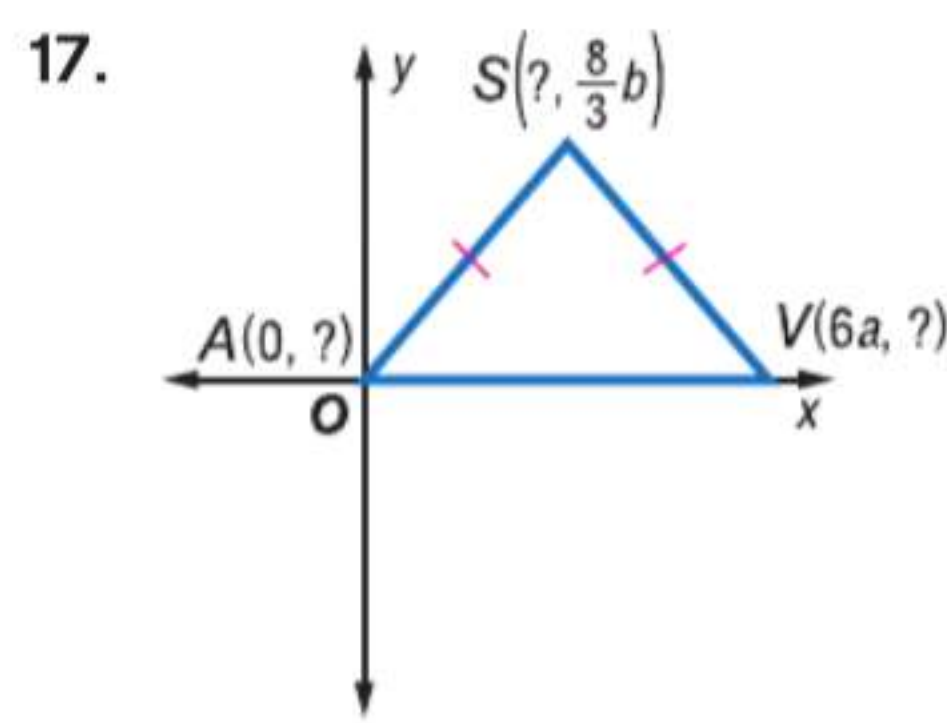
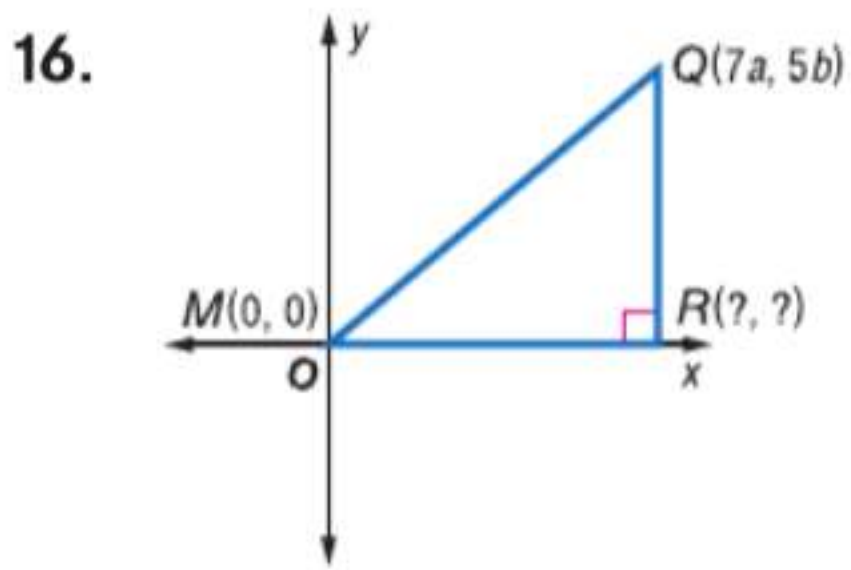
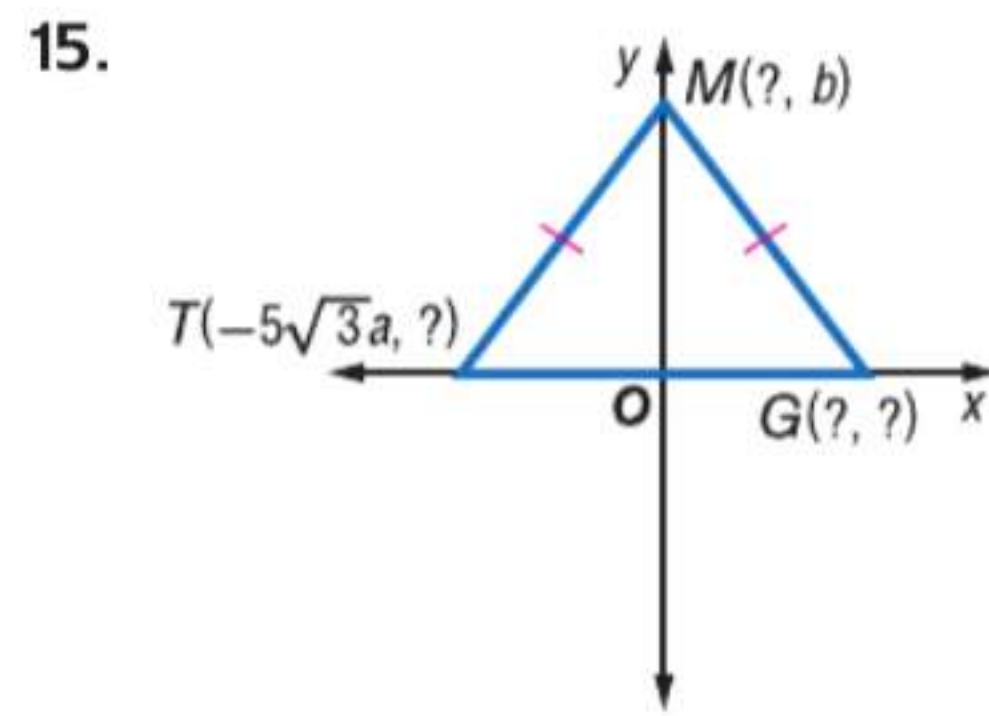
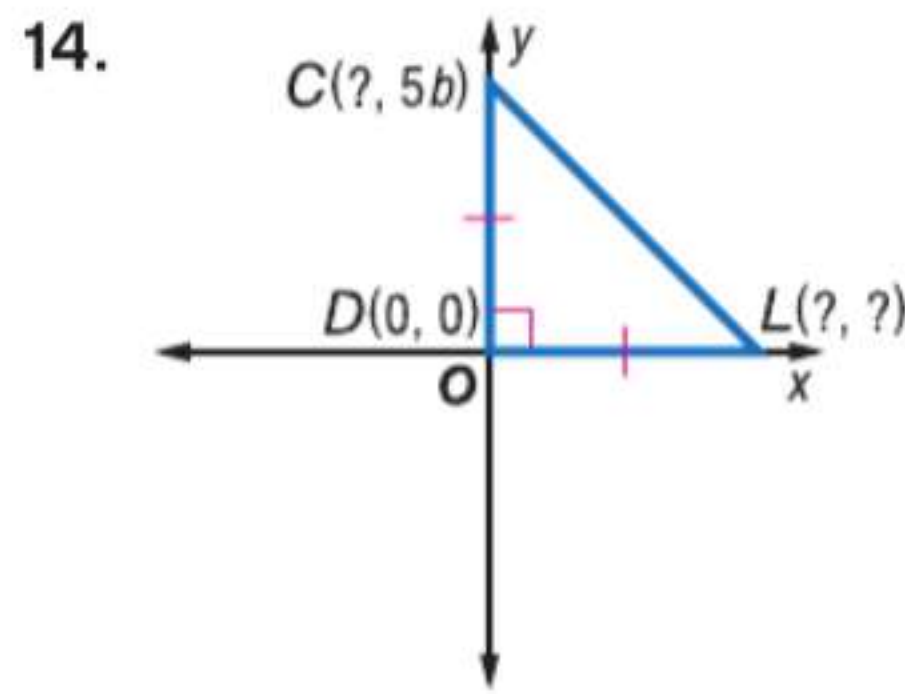
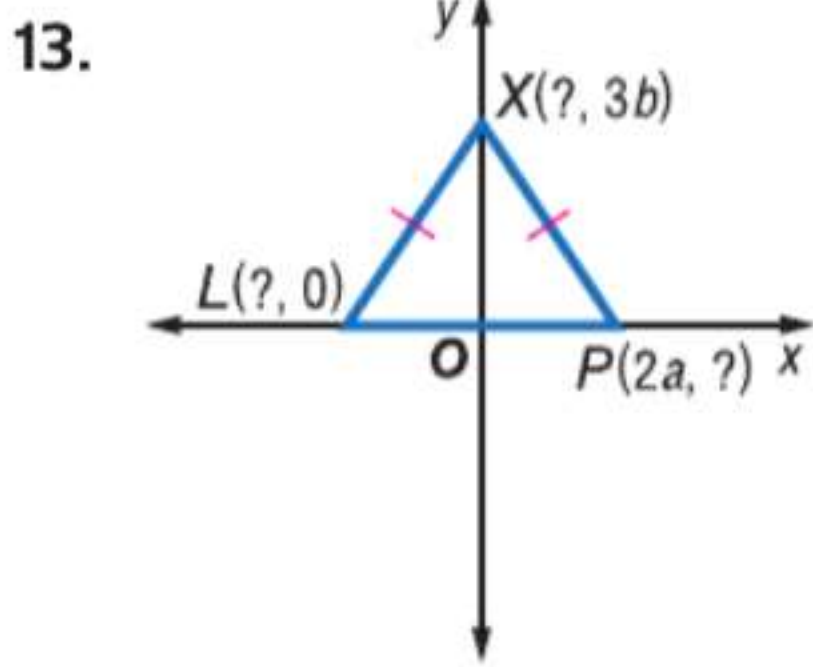
11. متساوي الساقين $\triangle DEF$ بساقين \overline{DE} و \overline{DF} مع قاعدة طولها $6d$ وحدات.



12. قائم الزاوية $\triangle MNP$ بوتر \overline{MN} . طول \overline{MP} يبلغ $2a$ وحدات وطول \overline{NP} يبلغ $4b$ وحدات.

مثال 2

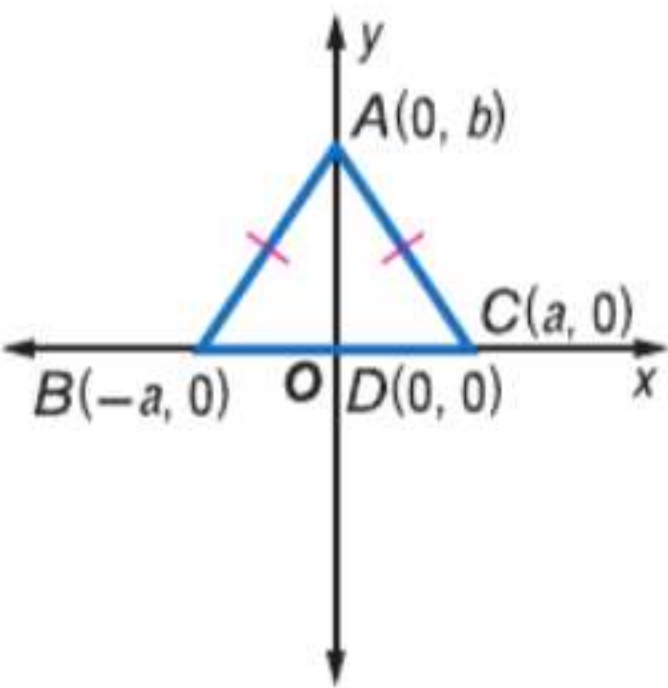
عين الإحداثي (الإحداثيات) المجهول لكل مثلث.



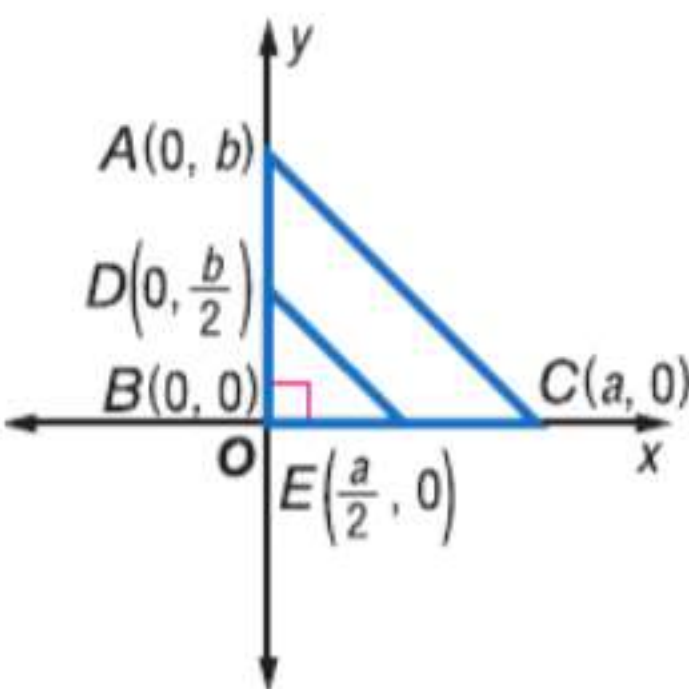
البرهان اكتب برهانًا إحدائيًا لكل عبارة. -

مثال 3

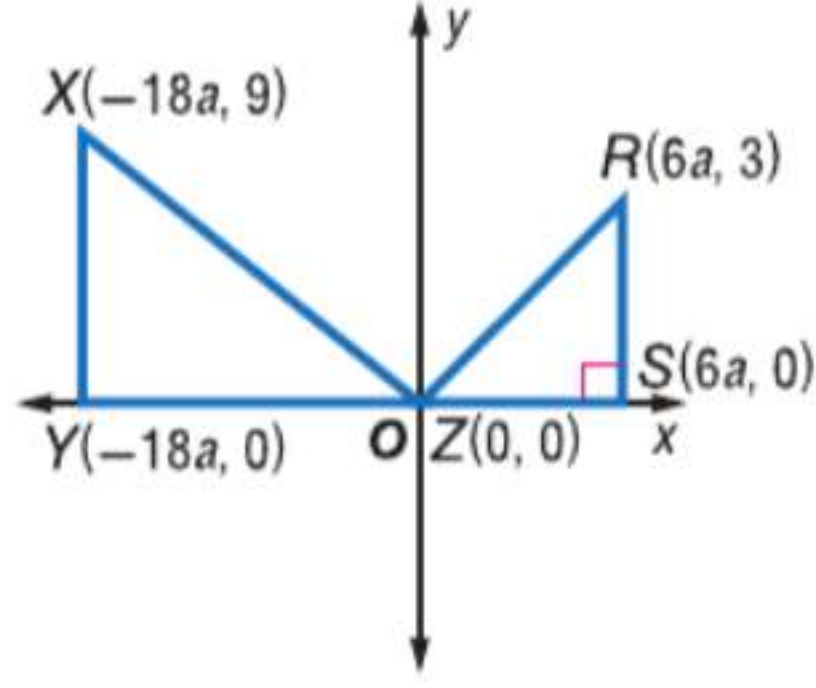
19. عند رسم الارتفاع في مثلث متساوي الساقين، يتكون مثلثين متطابقين.



20. القطعة المستقيمة التي تصل بين نقطتي منتصف ساقي مثلث قائم الزاوية توازي الوتر.



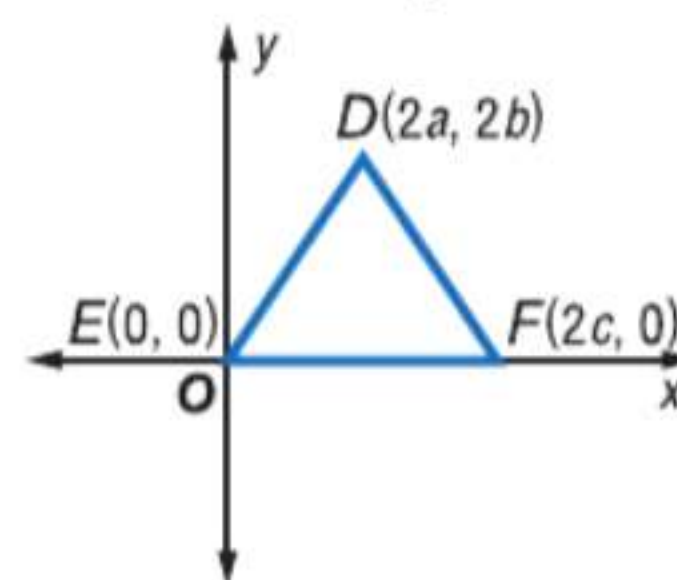
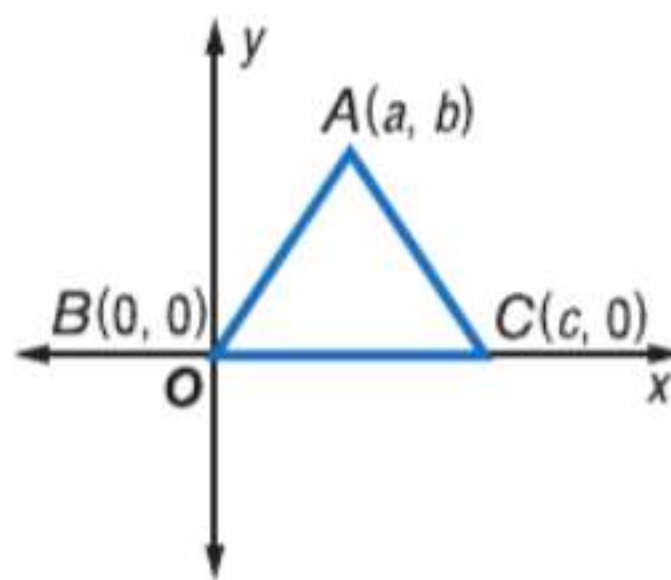
البرهان اكتب برهاناً إحدائياً لكل عبارة.
21. ΔXYZ يشبه ΔRSZ .



22. $R(-3, -3), S(3, -3), T(0, 3\sqrt{3} - 3)$ تشكل مثلثاً متساوي الأضلاع.
23. **كرة القدم** فريق ولاية أوهايو في كولومبوس، أوهايو وفريق ولاية بنسلفانيا في يونيفرستي بارك، بنسلفانيا وفريق نورث ويسترن في إيفانستون، إلينوي هم جميعاً جزء من مجموعة العشرة الكبار. الإحداثيات التقريبية لكل موقع بالترتيب هي $39.98^\circ N$ و $82.98^\circ W$ و $79^\circ N$ و $77.86^\circ W$ و $41.88^\circ N$ و $87.62^\circ W$ ما نوع المثلث المتشكل بهذه المدن الثلاث؟
24. **كرة الطائرة** سلطان وجمال وصالح جميعاً في فريق واحد في لعبة كرة الطائرة. يقف جمال عند نقطة الأصل وسلطان عند $(4, 3)$ وصالح عند $(0, 5)$. قم بكتابة برهان إحدائياً لإثبات أن المثلث المكون بواسطة فريق كرة الطائرة متساوي الأضلاع.
- ارسم ΔXYZ ووجد ميل كل ضلع في المثلث. حدد ما إذا كان المثلث قائم الزاوية أم لا. اشرح.
25. $X(0, 0), Y(2a, 3b), Z(3a, 2b)$
26. $X(0, 0), Y(7c, 3), Z(-3c, 7c^2)$
27. **الملاهي** طارق في مدينة الملاهي ويريد ركوب الأفعوانية ودوامة الخيول وسيارات التصادم. إذا علمت أن الأفعوانية تقع عند $(2, -1)$ ودوامة الخيول تقع عند $(3, 3)$ وسيارات التصادم تقع عند $(-2, 0)$. فقم بكتابة برهان إحدائياً لإثبات أن الشكل المكون بالألعاب الثلاث قائم الزاوية.
28. **البرهان** قم بكتابة برهان إحدائياً لإثبات أن ΔABC مثلث مختلف الأضلاع إذا علمت أن الرؤوس هي $A(0, 0)$ و $B(3a, 5a)$ و $C(-2a, 8a)$.
29. **الماراثون الثلاثي** تشارك فتحية في ماراثون ثلاثي. تقع نقطة البداية عند نقطة الأصل. خلال الشوط الأول من الماراثون الثلاثي، تركض فتحية لمسافة 10 km باتجاه الشرق ثم تركب الدراجة لمسافة 40 km باتجاه الشمال وفي الشوط الأخير تسبح لمسافة 1.5 km باتجاه الشمال. قم بكتابة برهان إحدائياً لإثبات أن المثلث المتكون من نقطة البداية وبداية ركوب الدراجة ونهاية السباحة هو مثلث مختلف الأضلاع.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

30. **التبرير** إذا علمت أن نقطة الأصل هي نقطة منتصف وتر مثلث قائم الزاوية رأسه عند $(-4, 2)$ و $(4, 2)$. فجد الرأس الثالثة.
31. **تحديد** قم بكتابة برهان إحدائياً لإثبات أنه في حالة ضرب كل إحداثي من إحداثيات x وإحداثيات y في 2، فإن الشكل الناتج يشبه المثلث الأصلي.



32. **التبرير** إذا علمت أن ΔABC مثلث متساوي الساقين قائم الزاوية والإحداثيات هي $A(0, 0)$ و $B(4, 0)$. فكم عدد النقاط المختلفة التي يمكن أن تقع C عندها على المستوى الإحداثي؟



مختبر الهندسة إنشاء المنصفات

14-9A

الاستكشاف

عمل رسومات هندسية للأشكال مستخدماً مختلف الأدوات والطرق (فرجار ومسطرة تقويم، خيط، أدوات عاكسة، ورق قابل للطي، برنامج هندسي ديناميكي، وما إلى ذلك).

يمكن استخدام طي الأوراق لإنشاء قطع مستقيمة خاصة في المثلثات.

الإنشاء منصف عمودي

أنشئ منصفاً عمودياً على أحد أضلاع المثلث.

الخطوة 1



ارسم $\triangle MPQ$ ، وقم بتسميته وقصه.

الخطوة 2



اطو المثلث إلى نصفين على طول \overline{MQ} بحيث تلامس الرأس M الرأس Q .

الخطوة 3



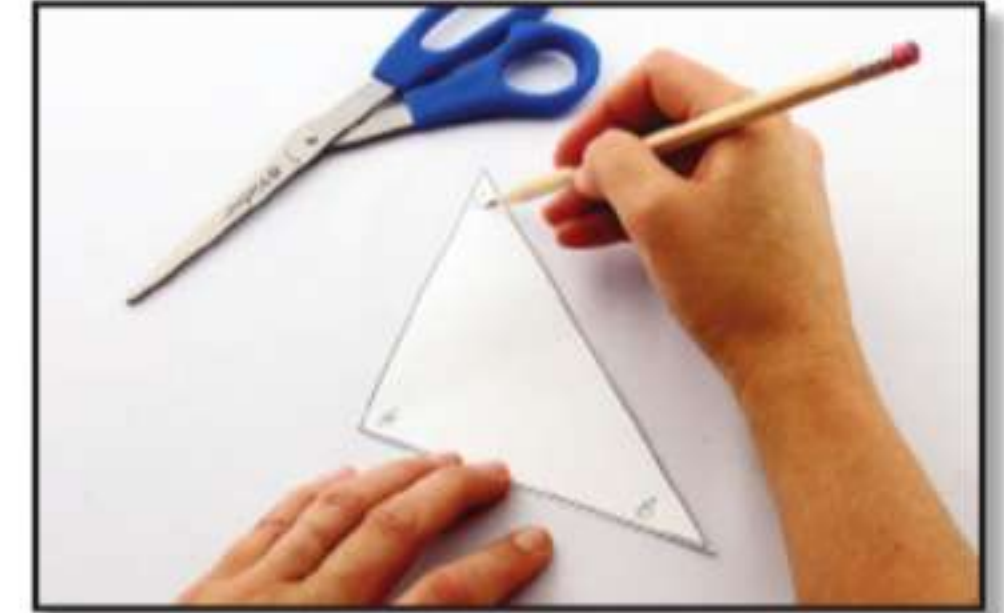
استخدم مسطرة تقويم لرسم \overline{AB} بطول الطي. \overline{AB} هو المنصف المتعامد لـ \overline{MQ} .

منصف زاوية المثلث هو مستقيم يمر برأس المثلث ويقسمها إلى زاويتين متساويتين.

الإنشاء منصف الزاوية

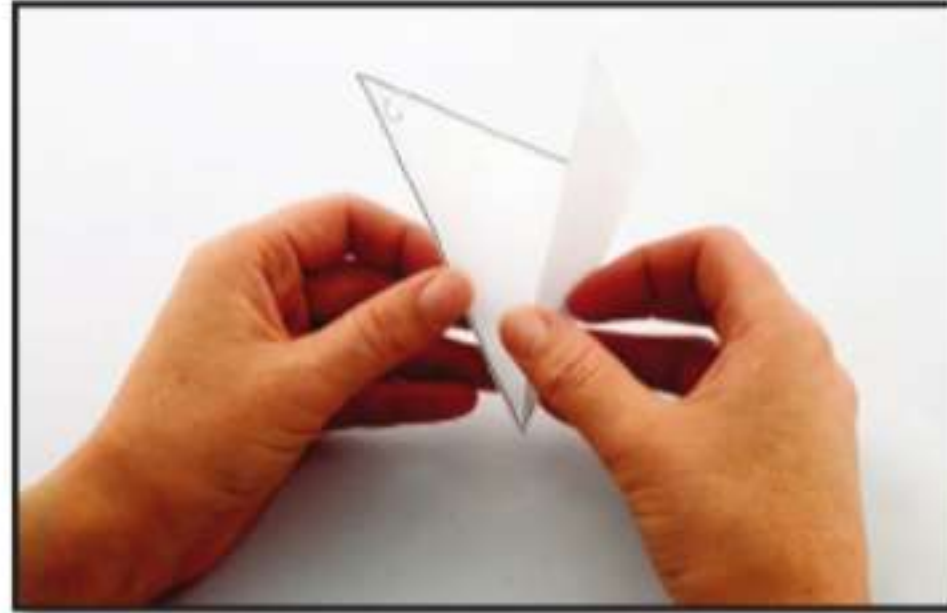
أنشئ منصف زاوية لمثلث.

الخطوة 1



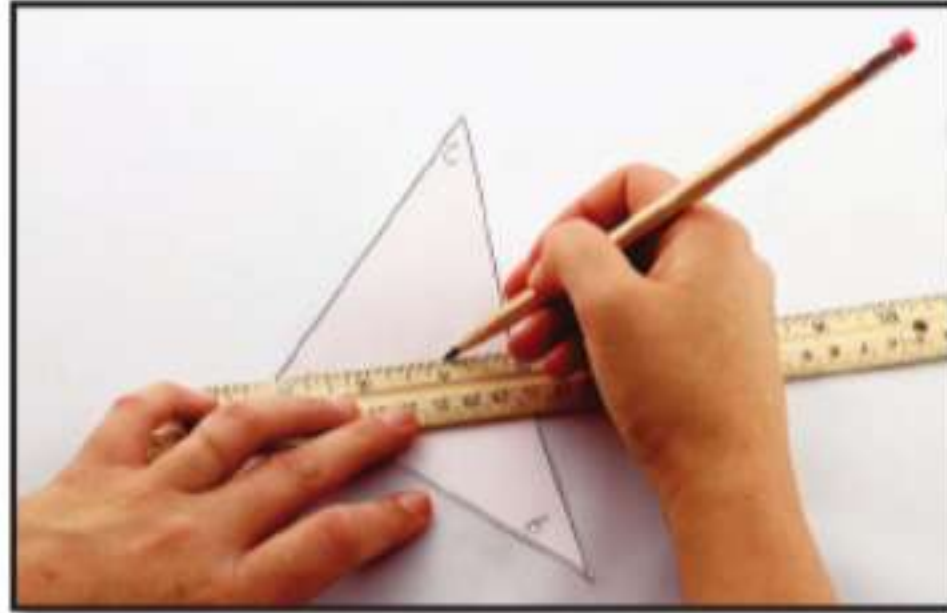
ارسم $\triangle ABC$ وقم بتسميته وقصه.

الخطوة 2



اطو المثلث إلى نصفين من الرأس A بحيث يكون الضلعان \overline{AB} و \overline{AC} محاذيين لبعضهما.

الخطوة 3



حدد النقطة L في الثنية على طول الحافة \overline{BC} . استخدم مسطرة تقويم لرسم \overline{AL} بطول الطي. \overline{AL} هو منصف الزاوية للمثلث $\triangle ABC$.

التمثيل والتحليل

1. أنشئ المنصف العمودي لضلعي $\triangle MPQ$ الآخرين ومنصف الزاوية للزاويتين الأخرين للمثلث. ما الذي تلاحظه بشأن التقاطعات؟

كرر هذا التمرين مع نوعي المثلثين الآخرين.

2. حاد

3. منفرج

4. قائم



مختبر الهندسة إنشاء الوسيطات والارتفاعات

14-9B

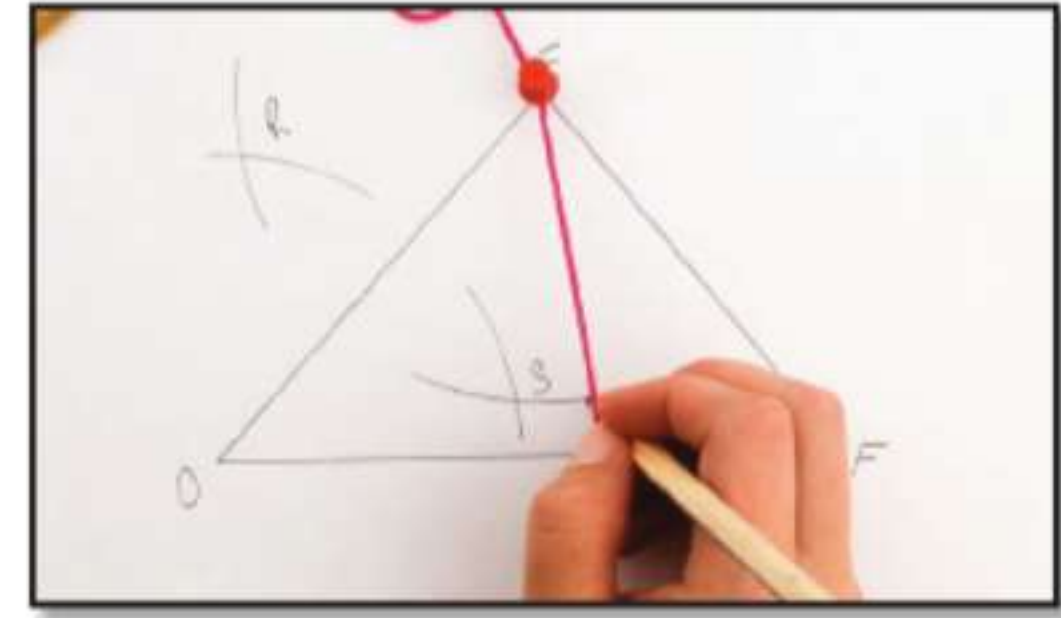
الإستراتيجيات

عمل رسومات هندسية للأشكال مستخدماً مختلف الأدوات والطرق (فرجار ومسطرة تقويم، خيط، أدوات عاكسة، ورق قابل للطي، برنامج هندسي ديناميكي، وما إلى ذلك).

وسيط المثلث هو عبارة عن قطعة مستقيمة طرفها رأس المثلث والطرف الآخر هو منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس. يمكنك إنشاء وسيط من خلال تحديد نقطة منتصف على قطعة مستقيمة. اربط طرف خيط حول قلم رصاص. واستخدم دبوساً لتثبيت الخيط بالرأس.

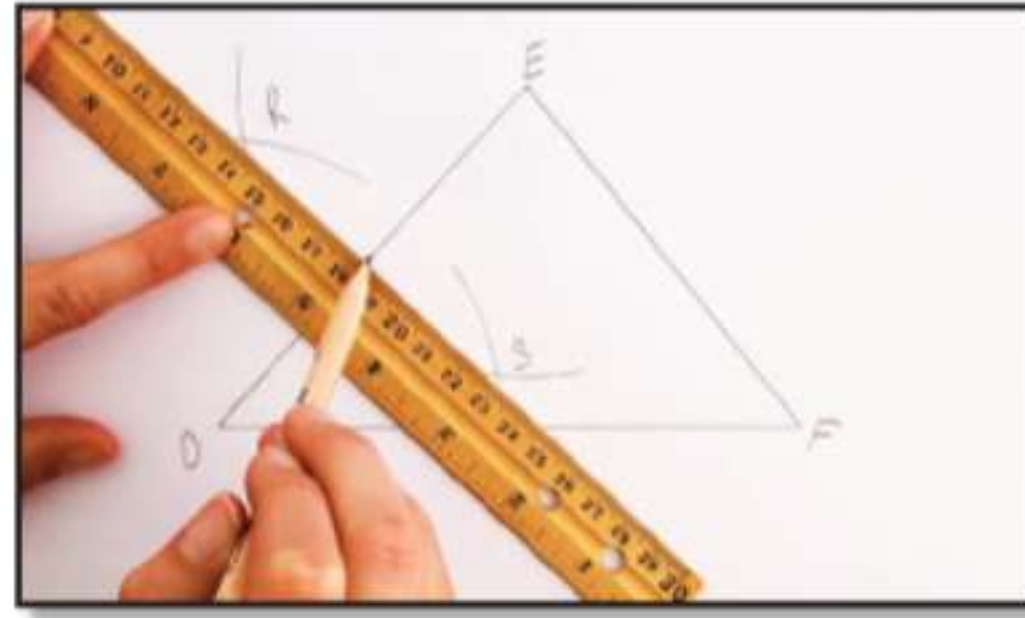
الإنتشاء 1 وسيط المثلث

الخطوة 1



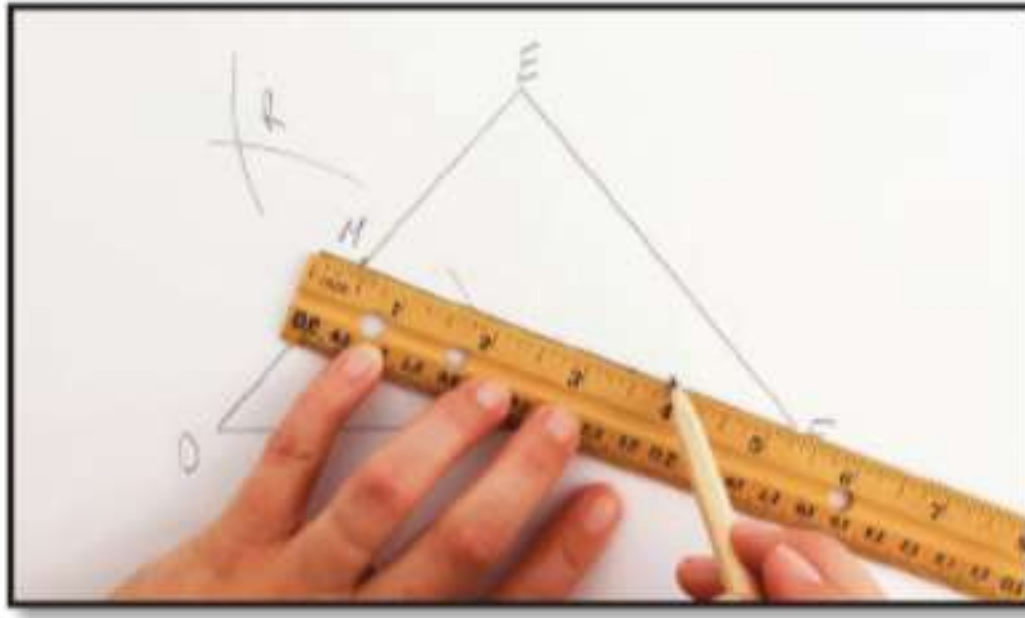
ضع الدبوس على الرأس D ثم على الرأس E لرسم أقواس متقاطعة أعلى وأسفل \overline{DE} . سمّ نقاط التقاطع R و S .

الخطوة 2



استخدم مسطرة تقويم لإيجاد النقطة حيث \overline{RS} يتقاطع مع \overline{DE} . سمّ النقطة M . وهي نقطة منتصف \overline{DE} .

الخطوة 3

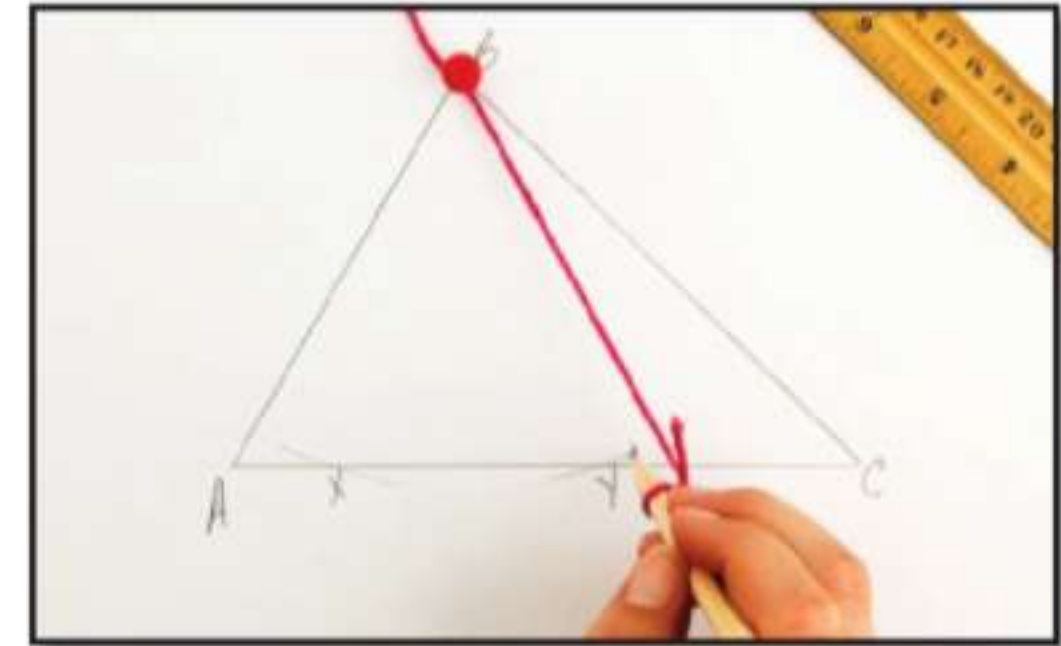


ارسم مستقيماً يمر خلال F و M . \overline{FM} هو وسيط $\triangle DEF$.

ارتفاع المثلث هو عبارة عن قطعة مستقيمة من رأس مثلث إلى الضلع المقابل ويكون عمودياً على الضلع المقابل.

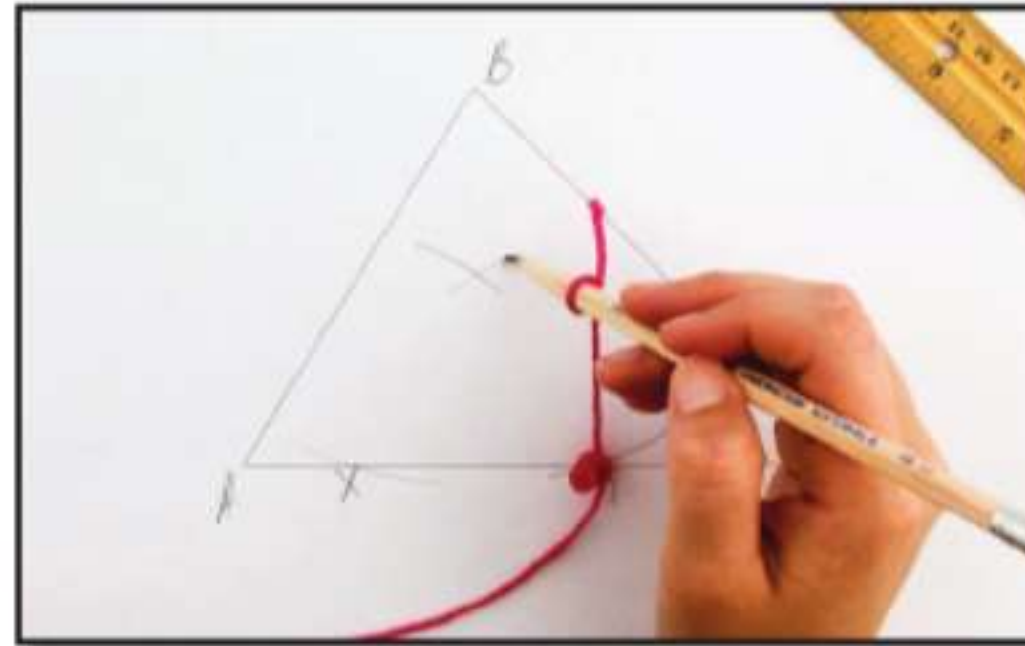
الإنتشاء 2 ارتفاع المثلث

الخطوة 1



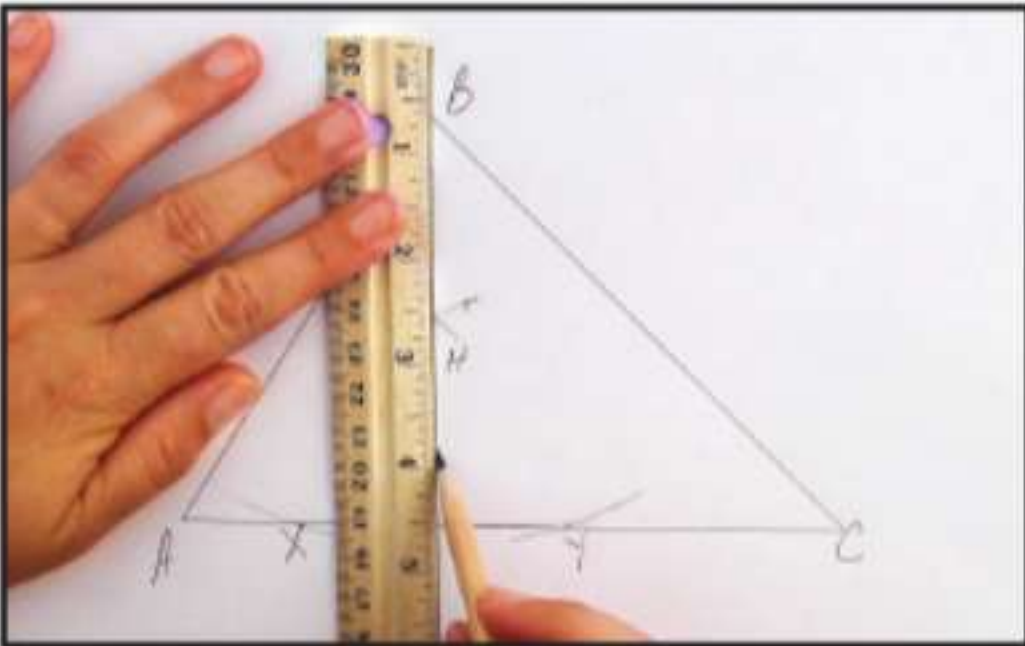
ضع الدبوس على الرأس B لرسم أقواس متقاطعة أعلى وأسفل \overline{AC} . اكتب على نقطتي تقاطع القوسين مع الضلعين X و Y .

الخطوة 2



عدّل طول الخيط بحيث يكون أكبر من $\frac{1}{2}XY$. ثبت المسامير على X وارسم قوساً فوق \overline{AC} . استخدم نفس طول الخيط لرسم قوس من Y . سمّ نقطة تقاطع الأقواس H .

الخطوة 3



استخدم مسطرة تقويم لرسم \overline{BH} . سمّ النقطة D . حيث تتقاطع \overline{BH} مع \overline{AC} . النقطة D . \overline{BD} هو ارتفاع $\triangle ABC$ ومتعامد على \overline{AC} .

التهليل والتحليل

1. أنشئ وسيطين لضلعين آخرين في $\triangle DEF$. ما الذي تلاحظه بشأن وسيطات المثلث؟
2. أنشئ ارتفاعين للضلعين الآخرين في $\triangle ABC$. ما الذي تلاحظه؟



مختبر تقنية التمثيل البياني متباينة المثلث

14-9C

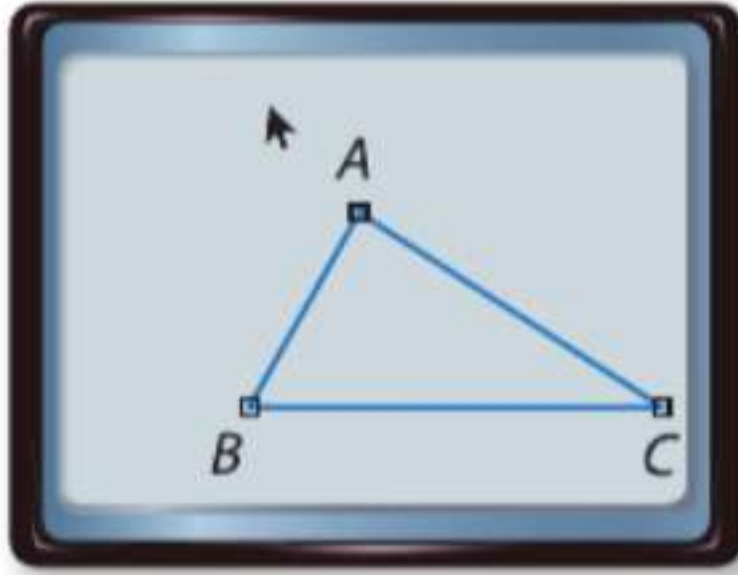
الاستكشاف

عمل رسومات هندسية للأشكال مستخدماً مختلف الأدوات والطرق (فرجار ومسطرة تقويم، خيط، أدوات عاكسة، ورق قابل للطي، برنامج هندسي ديناميكي، وما إلى ذلك).

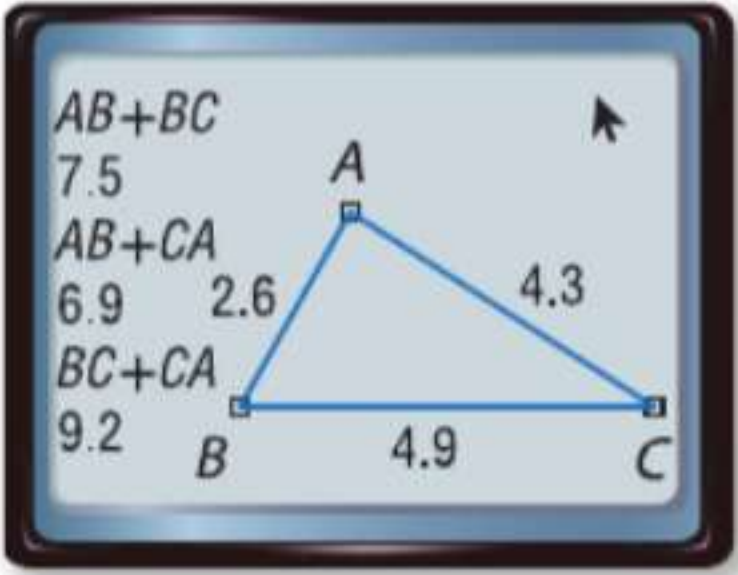
يمكنك استخدام تطبيق Cabri™ Jr على حاسبة التمثيل البياني TI-83/84 Plus لاكتشاف خواص المثلثات.

النشاط 1

قم بعمل مثلث. لاحظ العلاقة بين مجموع طولي ضلعين وطول الضلع الآخر.



الخطوة 1



الخطوتان 2 و 3

الخطوة 1 قم بعمل مثلث باستخدام أداة المثلث في القائمة F2. ثم استخدم أداة Alph-Num في القائمة F5 لتسمية الرؤوس بالرموز A، B، و C.

الخطوة 2 أدخل إلى أداة المسافة والطول التي تظهر باسم D. & Length تحت Measure في القائمة F5. استخدم الأداة لقياس كل ضلع في المثلث.

الخطوة 3 اعرض $AB + BC$ و $AB + CA$ و $BC + CA$ باستخدام أداة Calculate في القائمة F5. اكتب القياسات.

الخطوة 4 انقر واسحب الرؤوس لتغيير شكل المثلث.

تحليل النتائج

1. استبدل كل \bullet بالرموز $<$ ، أو $>$ ، أو $=$ لجعل العبارة صحيحة.
 $AB + BC \bullet CA$ $AB + CA \bullet BC$ $BC + CA \bullet AB$
 2. انقر فوق الرؤوس واسحبها لتغيير شكل المثلث. ثم راجع إجاباتك على التمرين 1. ما الذي تلاحظه؟
 3. انقر فوق النقطة A واسحبها بحيث تقع فوق المستقيم BC. ما الذي تلاحظه في AB و BC و CA؟ هل A، B، و C رؤوس مثلث؟ اشرح.
 4. **التخمين** حول مجموع أطوال ضلعين من مثلث وطول الضلع الثالث.
 5. هل المقاييس والملاحظات التي دونتها في النشاط والتمارين 1-3 تمثل برهاناً للتخمين الذي قمت به في التمرين 4؟ اشرح.
 6. استبدل كل \bullet بالرموز $>$ ، أو $<$ ، أو $=$ لجعل العبارة صحيحة.
 $|AB - BC| \bullet CA$ $|AB - CA| \bullet BC$ $|BC - CA| \bullet AB$
- ثم انقر واسحب الرؤوس لتغيير شكل المثلث وراجع إجاباتك. ما الذي تلاحظه؟
7. كيف تمكنت من استخدام ملاحظاتك لتحديد الأطوال المحتملة للضلع الثالث بالمثلث من خلال معرفة طولي الضلعين الآخرين؟

مساحة متوازي الأضلاع والمثلث

السابق

الحالي

لماذا؟

لقد وجدت مساحات المستطيلات والمربعات.

1 إيجاد محيط ومساحة متوازي الأضلاع.
2 إيجاد محيط ومساحة المثلث.

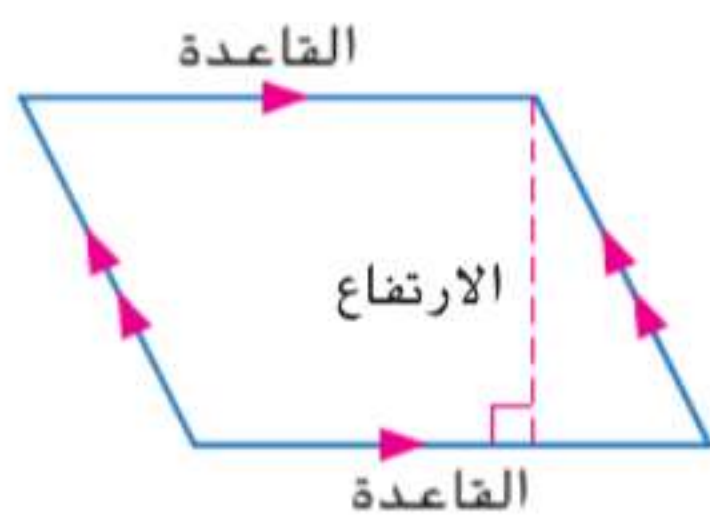
● لغز تانجرام هو لغز صيني قديم يمكن إعادة ترتيبه لتكوين صور مختلفة مثل الحيوانات الموضحة. تبقى مساحة اللغز ثابتة قبل الترتيب وبعده. وهي مجموع مساحات القطع.



المفردات الجديدة

قاعدة متوازي الأضلاع
base of a parallelogram
ارتفاع متوازي الأضلاع
height of a parallelogram
قاعدة المثلث
base of a triangle
ارتفاع المثلث
height of a triangle

استخدام الإحداثيات لحساب محيطات المضلعات ومساحات المثلثات والمستطيلات مثل استخدام قانون المسافة. فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها. محاولة إيجاد البنية واستخدامها.



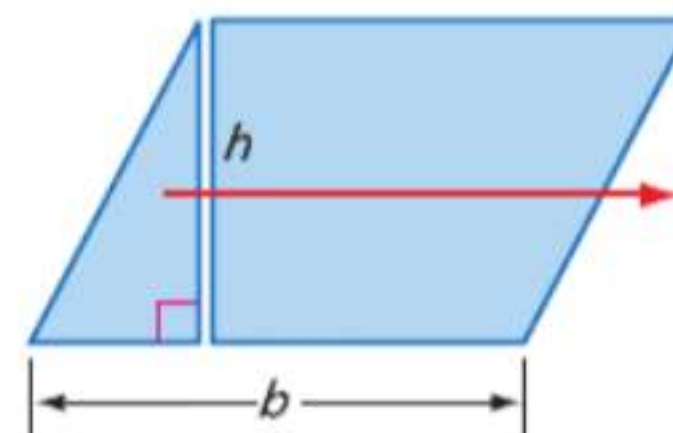
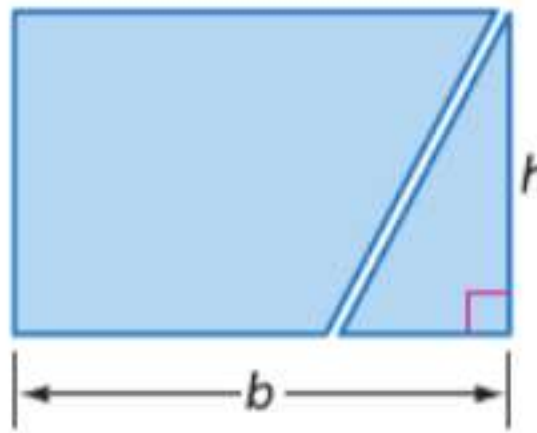
1 **مساحة متوازي الأضلاع** متوازي الأضلاع هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان. وأي ضلع في متوازي الأضلاع يمكن تسميته **قاعدة متوازي الأضلاع**. ارتفاع متوازي الأضلاع هو المسافة العمودية بين أي قاعدتين متوازيتين.

يمكنك استخدام المسلمة التالية لوضع صيغة لمساحة متوازي الأضلاع.

المسلمة 14.4 مسلمة جمع المساحات

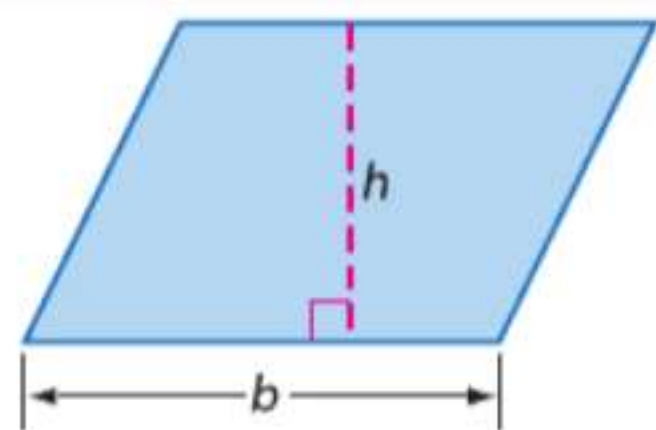
مساحة منطقة هي مجموع مساحات الأجزاء غير المتداخلة بها.

في الشكل أدناه، تم قص مثلث قائم الزاوية من أحد أضلاع متوازي أضلاع وإزاحته إلى الضلع الآخر كما هو موضح لتكوين مستطيل بنفس القاعدة والارتفاع.



تذكر من السابق أن مساحة المستطيل هي ناتج ضرب القاعدة في الارتفاع. وحسب مسلمة جمع المساحات، متوازي أضلاع قاعدته b وارتفاعه h له نفس مساحة مستطيل قاعدته b وارتفاعه h .

المفهوم الأساسي مساحة متوازي الأضلاع

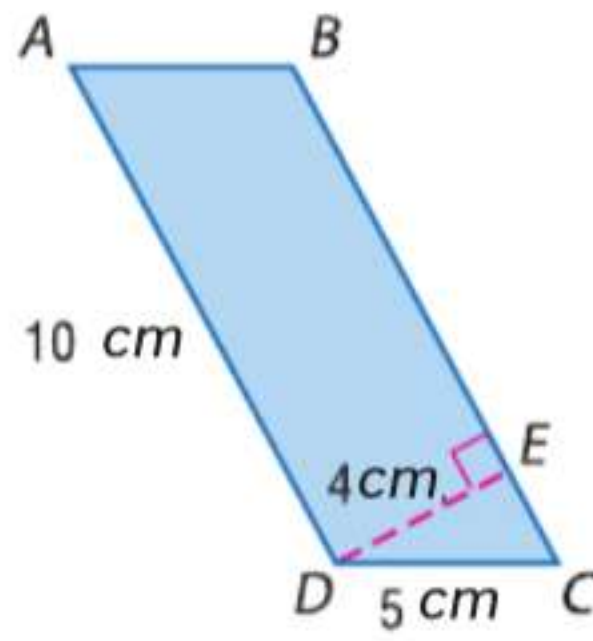


المساحة A لمتوازي الأضلاع هي ناتج ضرب القاعدة b في الارتفاع المناظر لها h .

$$A = bh$$

الرموز

مثال 1 محيط ومساحة متوازي الأضلاع



جد محيط ومساحة $\square ABCD$.

المحيط

بما أن الأضلاع المتقابلة متطابقة في متوازي الأضلاع،
إذا $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ و $\overline{BC} \cong \overline{AD}$. إذا $AB = 5 \text{ cm}$ و $BC = 10 \text{ cm}$

$$\text{محيط } \square ABCD = AB + BC + DC + AD \\ 5 + 10 + 5 + 10 = 30 \text{ cm}$$

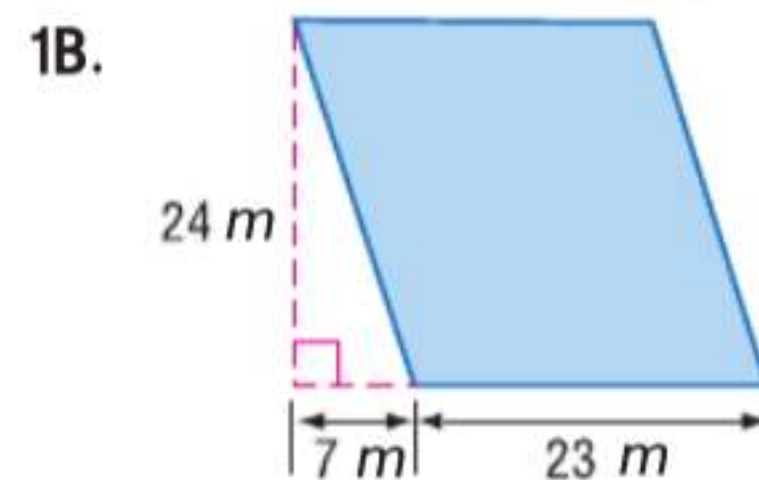
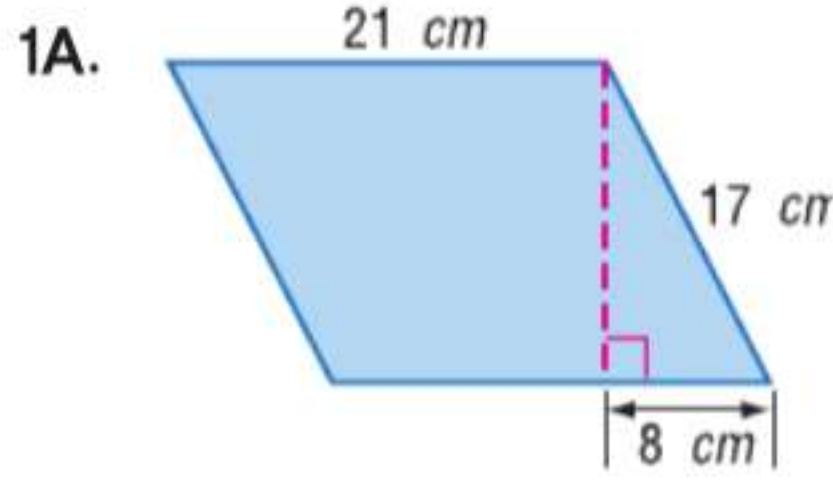
المساحة

الارتفاع المذكور، DE ، هو 4 cm . \overline{BC} هي القاعدة وتبلغ 10 cm .

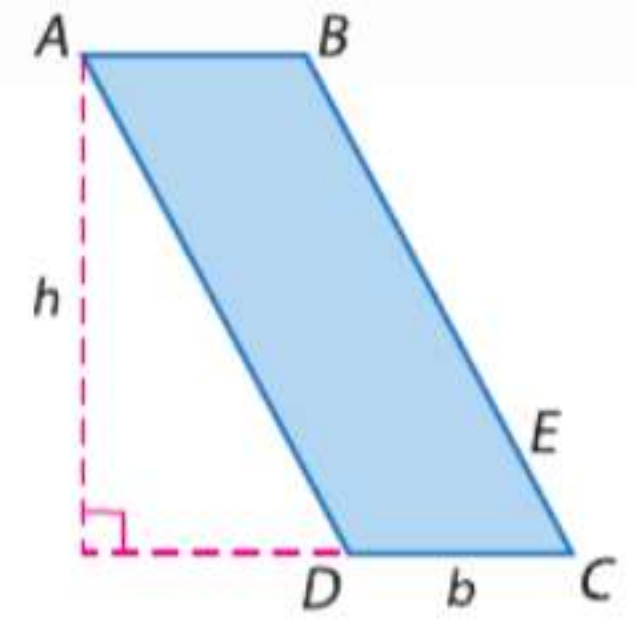
$$A = bh \\ = (10)(4) = 40 \text{ cm}^2 \quad \text{مساحة متوازي الأضلاع} \quad b = 10 \text{ و } h = 4$$

تمرين موجّه

جد محيط كل متوازي أضلاع ومساحته.



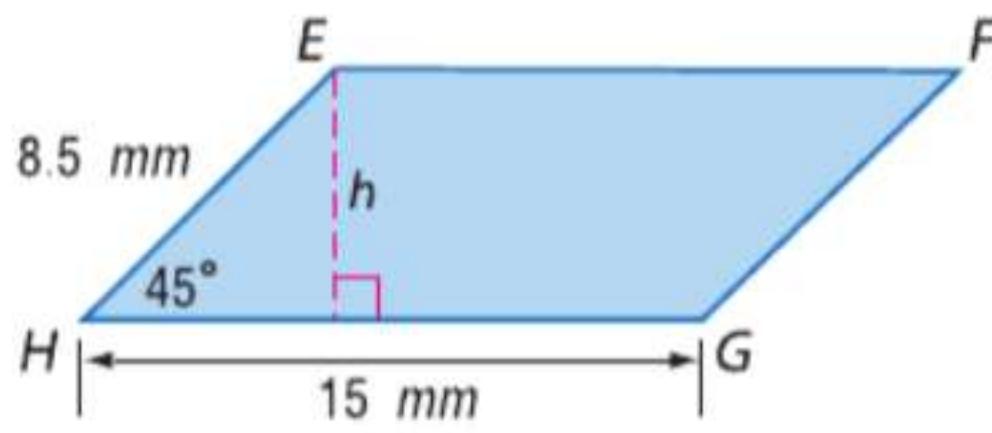
نصيحة دراسية
ارتفاعات الأشكال يمكن حساب ارتفاع شكل عن طريق مد قاعدة. في المثال 1، يمكن قياس ارتفاع $\square ABCD$ الناظر للقاعدة \overline{DC} من خلال مد \overline{DC} .



يمكنك استخدام حساب المثلثات لحساب مساحة متوازي الأضلاع.

مثال 2 مساحة متوازي الأضلاع

جد مساحة $\square EFGH$.



الخطوة 1 استخدم المثلث الذي يبلغ قياس زواياه $45^\circ - 90^\circ$ لإيجاد الارتفاع h لمتوازي الأضلاع.

تذكر أنه إذا كان قياس الساق المقابلة للزاوية 45° هو h ، فإن قياس الوتر هو $h\sqrt{2}$.

$$h\sqrt{2} = 8.5 \\ h = \frac{8.5}{\sqrt{2}} \approx 6 \text{ mm} \quad \text{تقريبًا}$$

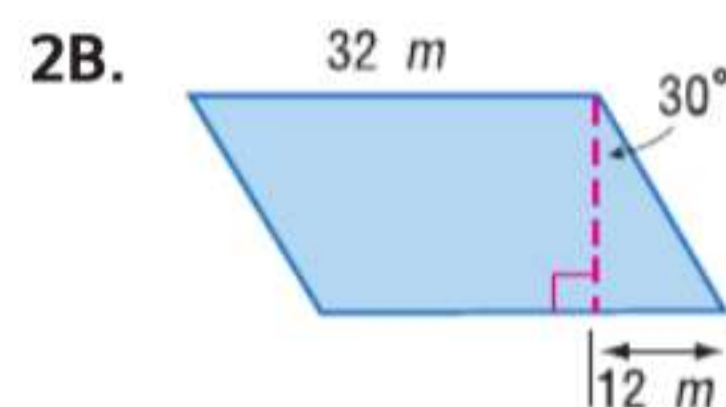
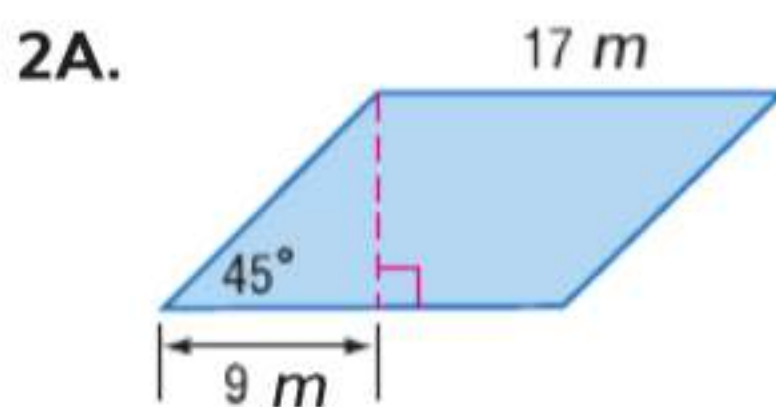
استبدل 8.5 بقياس الوتر.
اقسم كل طرف على $\sqrt{2}$.

الخطوة 2 جد المساحة.

$$A = bh \\ \approx (15)(6) = 90 \text{ mm}^2 \quad \text{مساحة متوازي الأضلاع} \quad b = 15 \text{ و } h \approx 6$$

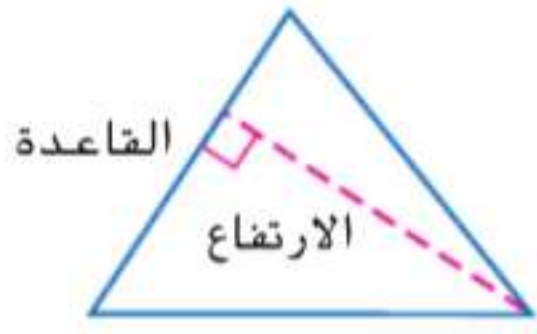
تمرين موجّه

جد مساحة كل متوازي أضلاع. قرب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.



انتبه!

الدقة تذكر أنه يتم قياس المحيط باستخدام الوحدات الخطية مثل البوصة والسنتيمتر. ولكن يتم قياس المساحة باستخدام الوحدات المربعة مثل القدم المربع والمليمتر المربع.



2 مساحة المثلث كما هو الحال مع قاعدة متوازي الأضلاع، **قاعدة المثلث** يمكن أن تكون أي ضلع. **ارتفاع المثلث** هو طول ارتفاع مرسوم من قاعدة معينة.

يمكنك استخدام المسلّمة التالية لوضع صيغة لمساحة المثلث.

مراجعة المفردات

ارتفاع المثلث قطعة مستقيمة ممتدة من أحد الرؤوس إلى المستقيم المحتوي على الضلع المقابل، كما أنها عمودية على المستقيم المحتوي على هذا الضلع

المسلّمة 14.5 مسلّمة تطابق المساحات

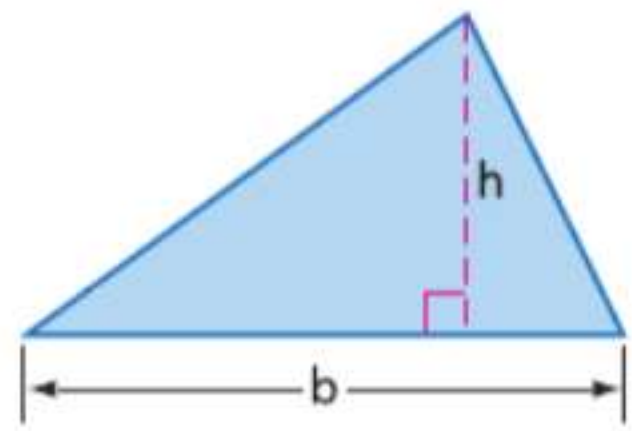
إذا كان شكلان متطابقتين، فسيكون لهما المساحة ذاتها.

في الشكل أدناه، تم قص متوازي أضلاع إلى نصفين بطول القطر لتكوين مثلثين متطابقين بنفس القاعدة والارتفاع.



حسب مسلّمة تطابق المساحات، المثلثان المتطابقان لهما نفس المساحة. إذا، مثلث قاعدته b وارتفاعه h تبلغ مساحته نصف مساحة متوازي أضلاع قاعدته b وارتفاعه h .

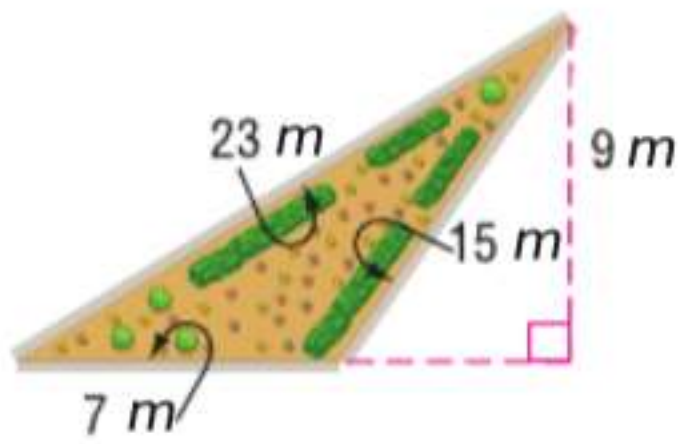
المفهوم الأساسي مساحة المثلث



الشرح المساحة A للمثلث هي نصف ناتج ضرب القاعدة b في الارتفاع المناظر h .

الرموز $A = \frac{bh}{2}$ أو $A = \frac{1}{2}bh$

مثال 3 من الحياة اليومية محيط ومساحة المثلث



البستنة أمير يحتاج كمية كافية من النشارة لتغطية الحديقة المثلثة الموضحة وكمية كافية من حجارة الممشى لعمل حدود لها. إذا علمت أن كيساً واحداً من النشارة يغطي 12 m^2 وكل حجر من أحجار الممشى يغطي 10 cm من الحد، فكم عدد أكياس النشارة وأحجار الممشى التي يجب عليه شراؤها؟

الخطوة 1 جـد محيط الحديقة.

$$23 + 15 + 7 = 45 \text{ m}$$

الخطوة 2 جـد مساحة الحديقة.

$$A = \frac{1}{2}bh$$

مساحة المثلث

$$= \frac{1}{2}(7)(9) = 31.5 \text{ m}^2 \quad b = 7 \text{ و } h = 9$$

الخطوة 2 استخدم تحليل الوحدات لتحديد المطلوب من كل عنصر.

أحجار الممشى

أكياس النشارة

$$45 \text{ m} \cdot \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \cdot \frac{1 \text{ stone}}{10 \text{ cm}} = 450 \text{ حجراً} \quad 31.5 \text{ m}^2 \cdot \frac{1 \text{ bag}}{12 \text{ m}^2} = 2.625 \text{ من الأكياس}$$

قرب عدد الأكياس للأعلى بحيث تكون هناك كمية كافية من النشارة. سوف يحتاج إلى 3 أكياس من النشارة و 135 من أحجار الممشى.

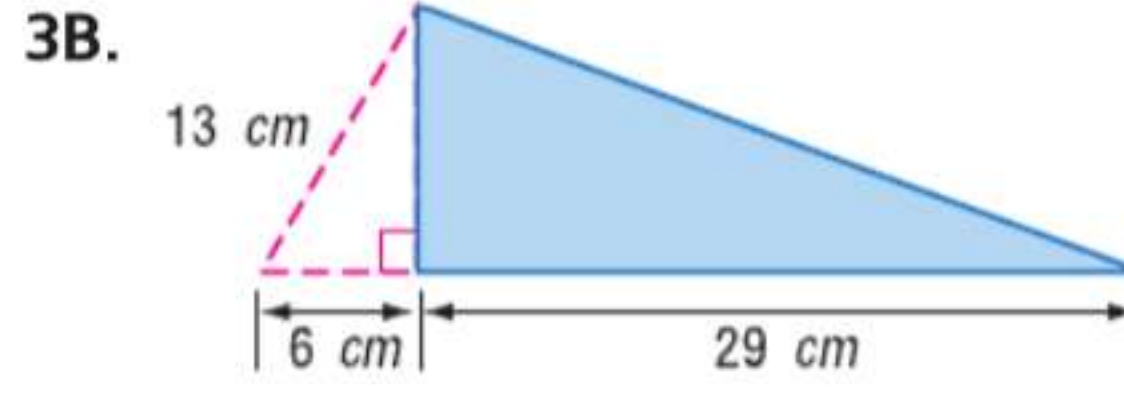
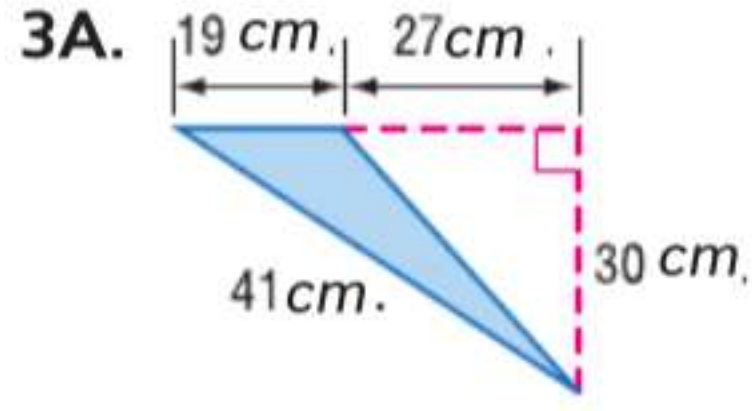


الربط بالحياة اليومية

يمكن للحدائق المثلثة أن تشكل بؤرة في المناظر الطبيعية أو تنتج ببساطة من تقاطع الممرات.

تمرين موجّه

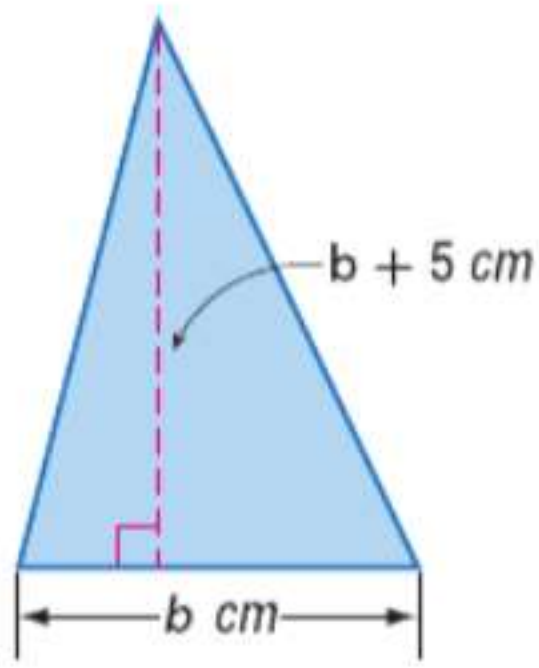
جد محيط كل مثلث ومساحته.



يمكنك استخدام الجبر للحل لإيجاد القياسات غير المعلومة في متوازيات الأضلاع والمثلثات.

مثال 4 استخدام المساحة لإيجاد القياسات المجهولة

الجبر ارتفاع مثلث يزيد عن قاعدته بمقدار 5 cm ومساحة المثلث 52 cm^2 .
جد القاعدة والارتفاع.



الخطوة 1 اكتب تعابير لتمثيل كل قياس.

افترض أن b تمثل قاعدة المثلث. إذا، الارتفاع يساوي $b + 5$.

الخطوة 2 استخدم صيغة مساحة المثلث لإيجاد b .

$$A = \frac{1}{2}bh$$

$$52 = \frac{1}{2}b(b + 5)$$

$$104 = b(b + 5)$$

$$104 = b^2 + 5b$$

$$0 = b^2 + 5b - 104$$

$$0 = (b + 13)(b - 8)$$

$$b + 13 = 0 \quad \text{و} \quad b - 8 = 0$$

$$b = -13 \quad b = 8$$

مساحة المثلث

استبدل A بـ 52 و h بـ $b + 5$.

اضرب كل طرف في 2.

خاصية التوزيع

اطرح 104 من كل طرف.

حلل إلى العوامل.

خاصية ناتج الضرب الصفري

حل لإيجاد b .

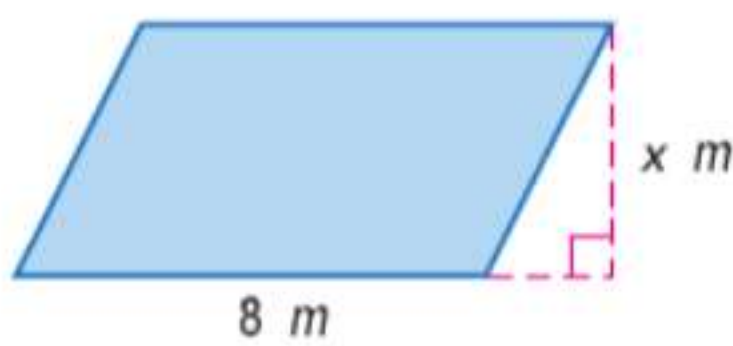
الخطوة 3 استخدم التعابير من الخطوة 1 لإيجاد كل قياس.

بما أن الطول لا يمكن أن يكون بالسالب، إذاً قياس القاعدة 8 cm وقياس الارتفاع $8 + 5$ أو 13 cm.

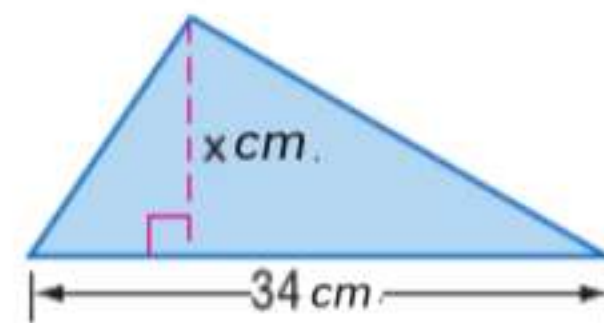
تمرين موجّه

الجبر جد قيمة x .

4A. $A = 148 \text{ m}^2$



4B. $A = 357 \text{ cm}^2$

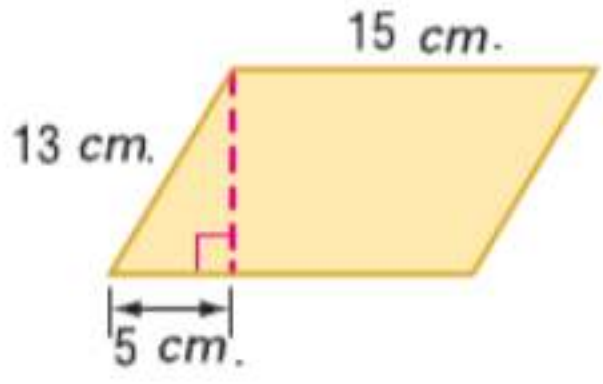
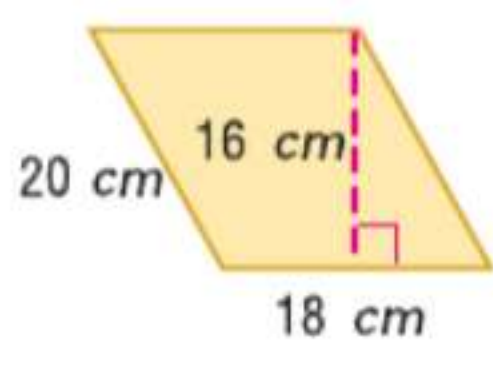
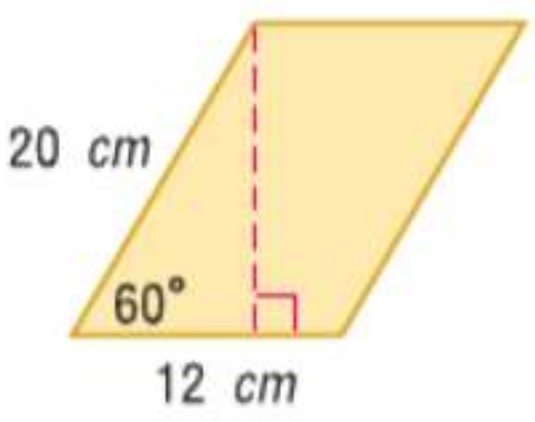
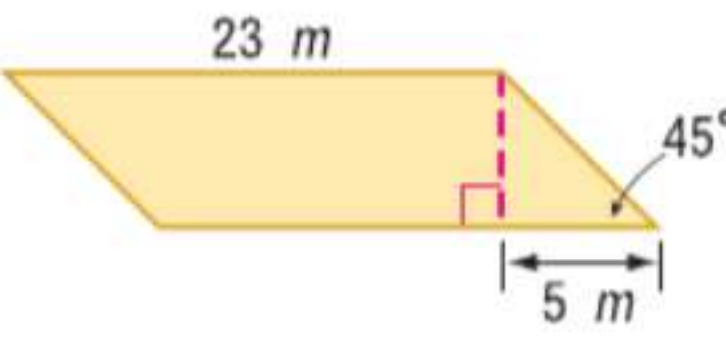
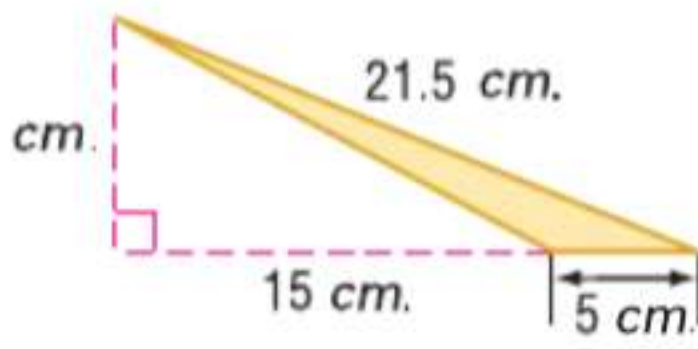
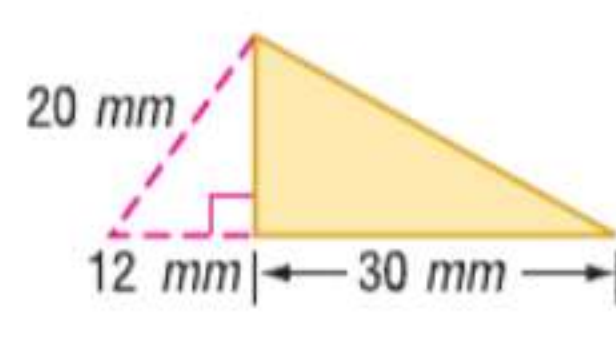


4C. الجبر قاعدة متوازي أضلاع ضعف ارتفاعه. إذا علمت أن مساحة متوازي الأضلاع 72 cm^2 . فجد القاعدة والارتفاع.

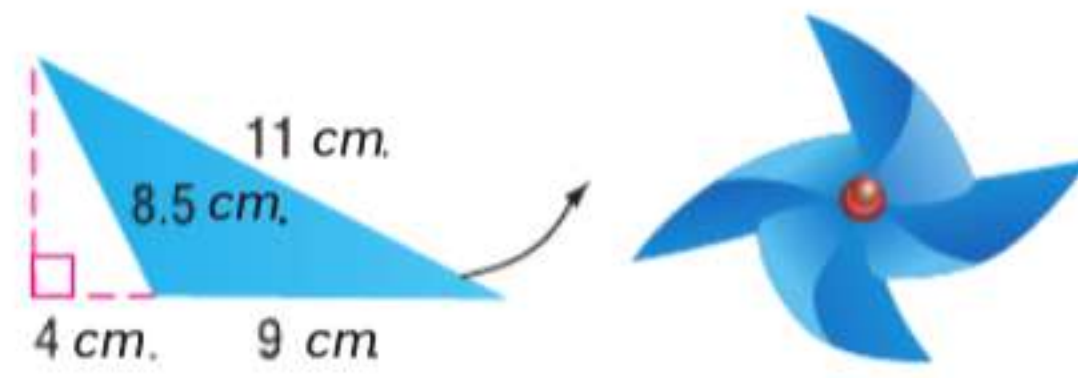
نصيحة دراسية

خاصية ناتج الضرب الصفري إذا كان ناتج ضرب عاملين يساوي 0، فأحدهما على الأقل يجب أن يساوي 0.

جد محيط ومساحة كل متوازي أضلاع أو مثلث. قَرِّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 

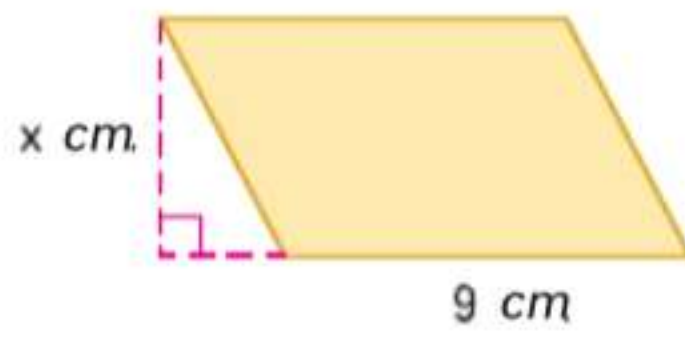
7. **الحرف اليدوية** يصنع عبد الرحمن وعبد الرحيم المراوح الورقية. كل مروحة مكونة من 4 مثلثات بالأبعاد الموضحة. جد محيط ومساحة كل مثلث.



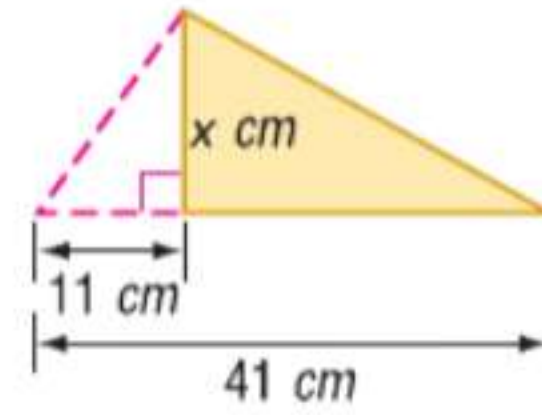
جد قيمة x .

مثال 4

8. $A = 153 \text{ cm}^2$

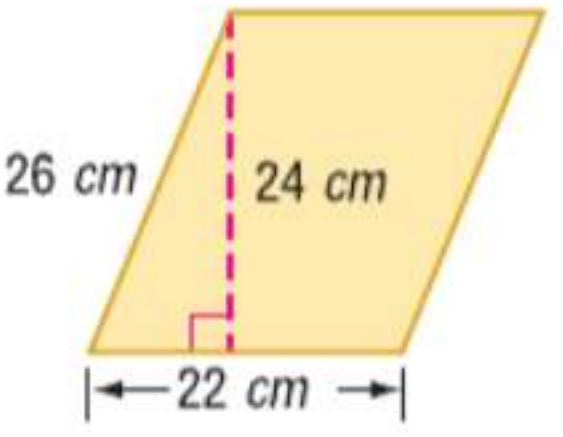
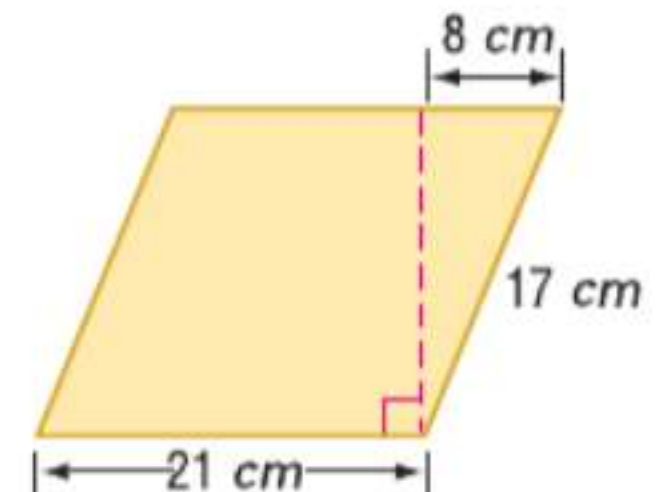
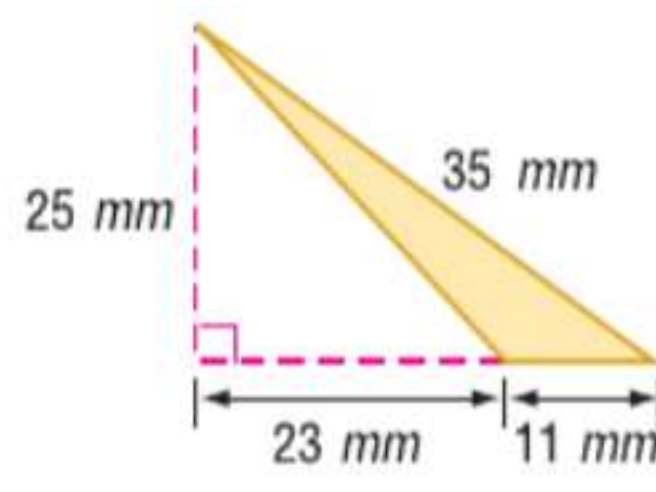
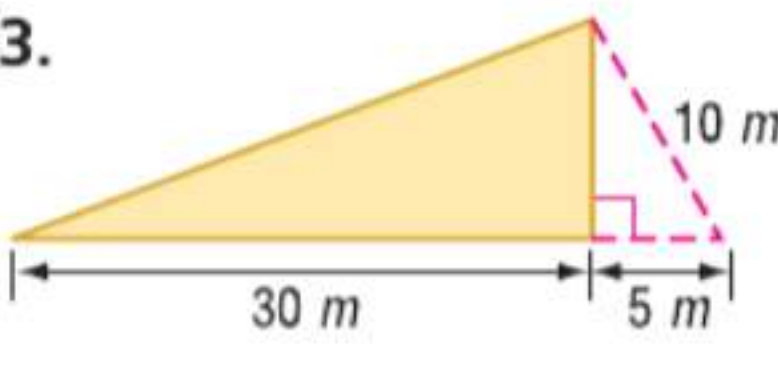
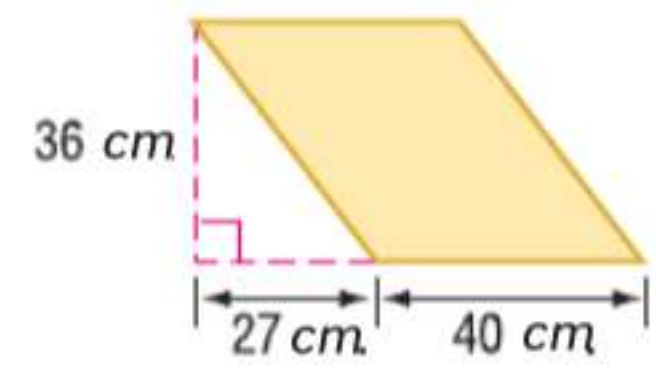
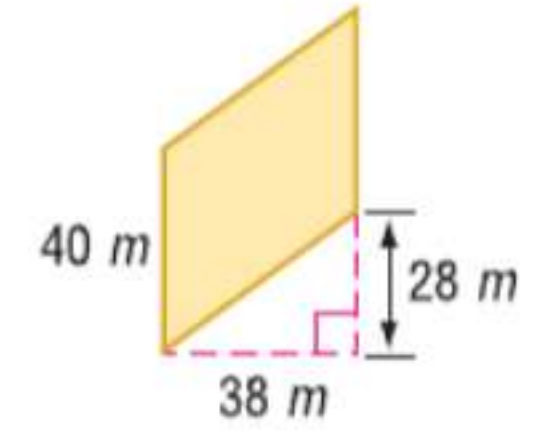


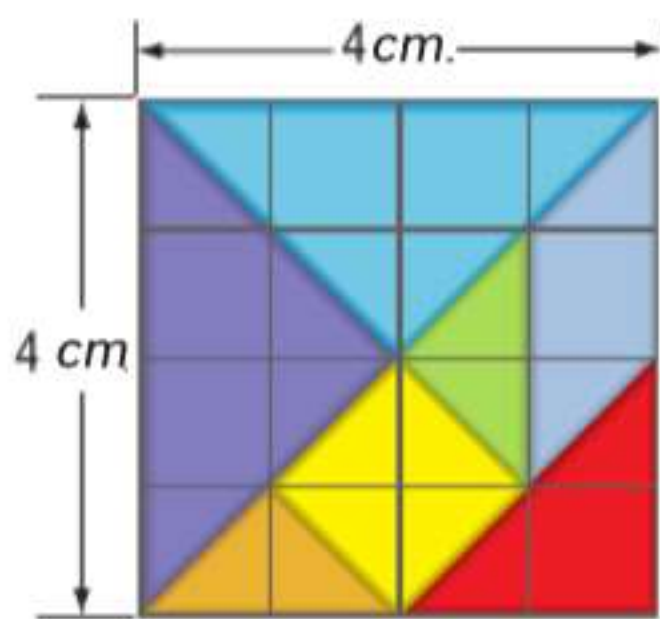
9. $A = 165 \text{ cm}^2$



التمرين وحل المسائل

البنية جد محيط ومساحة كل متوازي أضلاع أو مثلث. قَرِّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

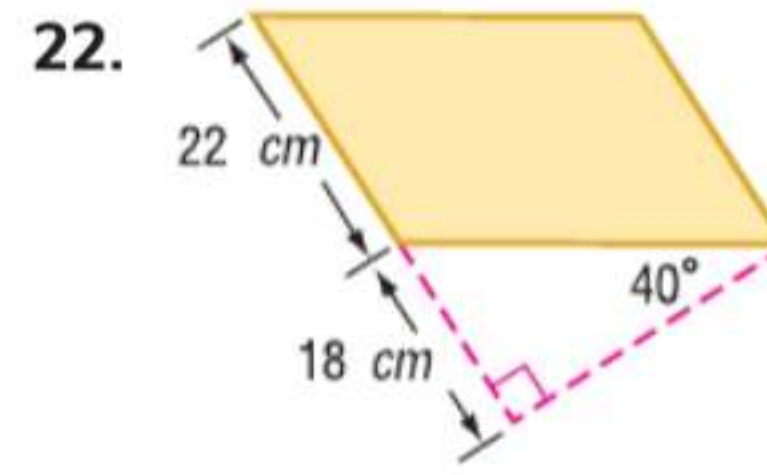
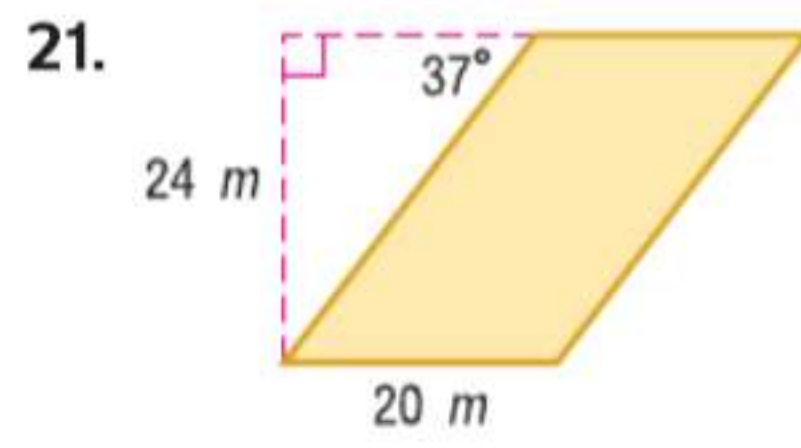
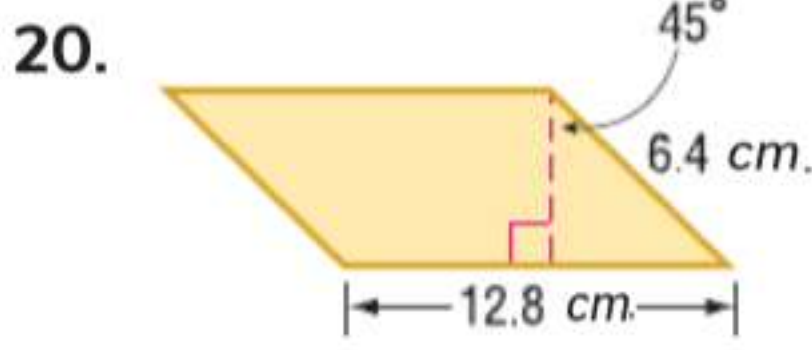
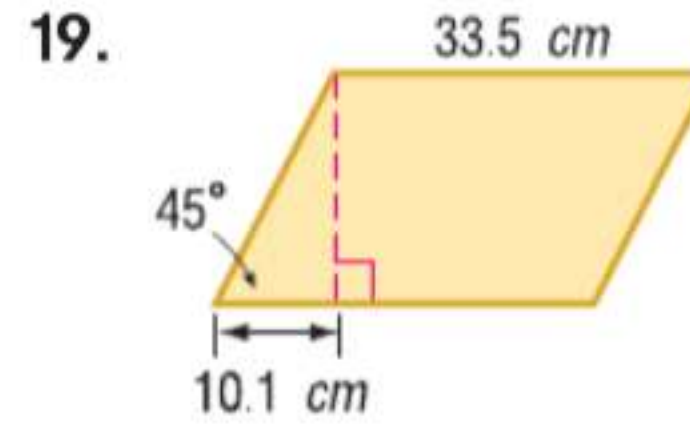
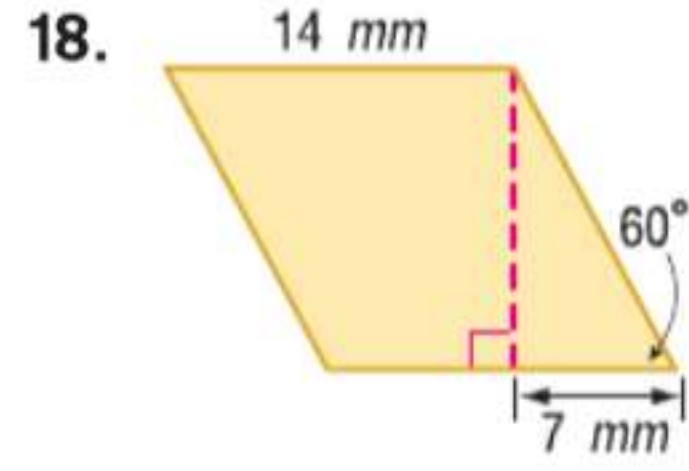
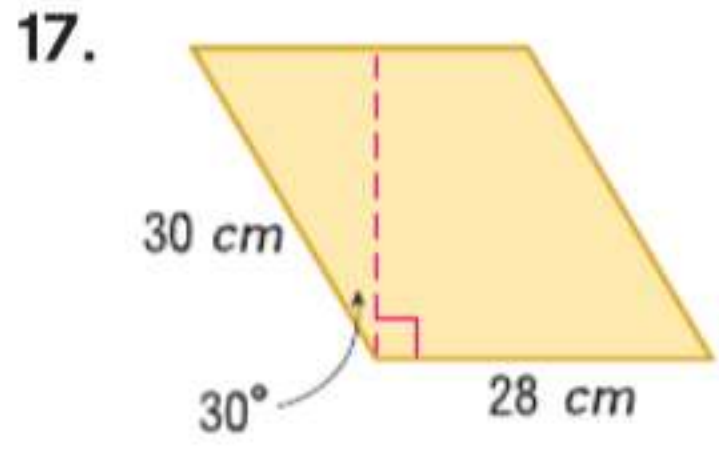
10. 
11. 
12. 
13. 
14. 
15. 



16. **أفزاز تانجرام** مساحة لغز تانجرام الموضح 4 cm^2 .

- جد محيط ومساحة المثلث الأرجواني. قَرِّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.
- جد محيط ومساحة متوازي الأضلاع الأزرق. قَرِّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.

البنية جـد مساحة كل متوازي أضلاع. قَرِّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.



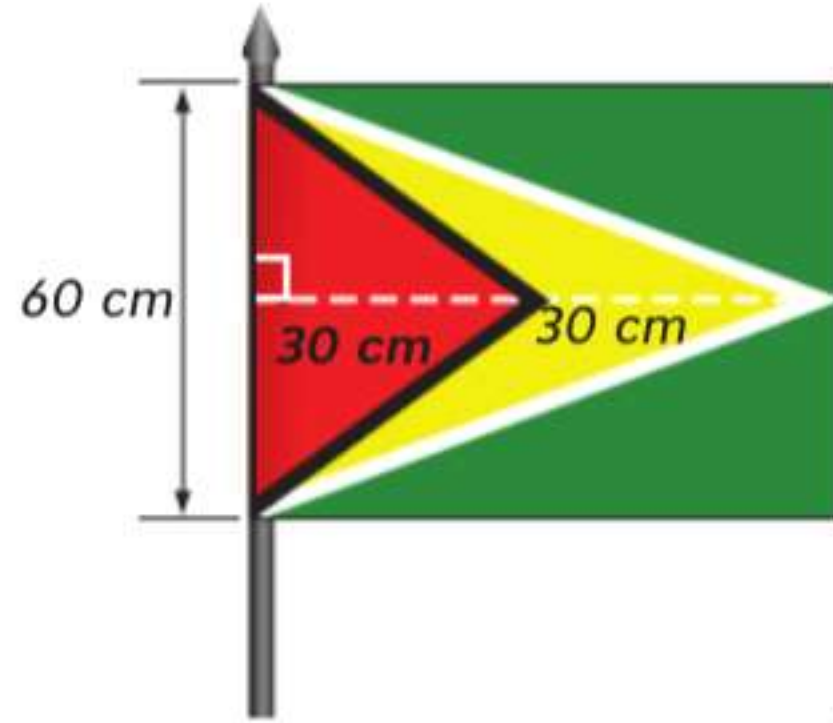
23. **الطقس** كثيرًا ما يتم عرض مناطق ترقب الأعاصير على خرائط الطقس باستخدام متوازيات أضلاع. ما مساحة المنطقة المتأثرة بإعلان ترقب الأعاصير الموضح؟ قَرِّب إلى أقرب كيلومتر مربع.

24. ارتفاع متوازي أضلاع يزيد عن قاعدته بمقدار 4 mm. إذا علمت أن مساحة متوازي الأضلاع 221 mm² مربعًا، فجد القاعدة والارتفاع.

25. ارتفاع متوازي أضلاع يساوي ربع قاعدته. إذا علمت أن مساحة متوازي الأضلاع 36 cm²، فجد القاعدة والارتفاع.

26. قاعدة مثلث مثلي ارتفاعه. إذا علمت أن مساحة المثلث 49 m²، فجد القاعدة والارتفاع.

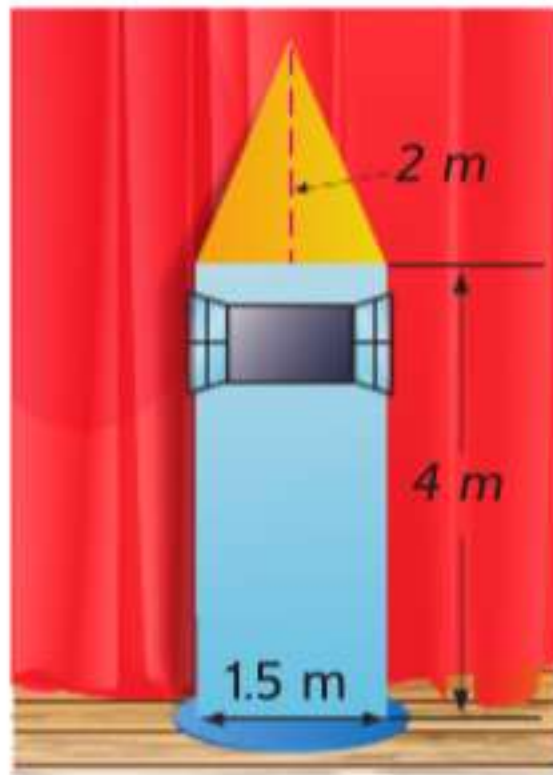
27. ارتفاع مثلث أقصر من قاعدته بمقدار 3 m. إذا علمت أن مساحة المثلث 44 m²، فجد القاعدة والارتفاع.



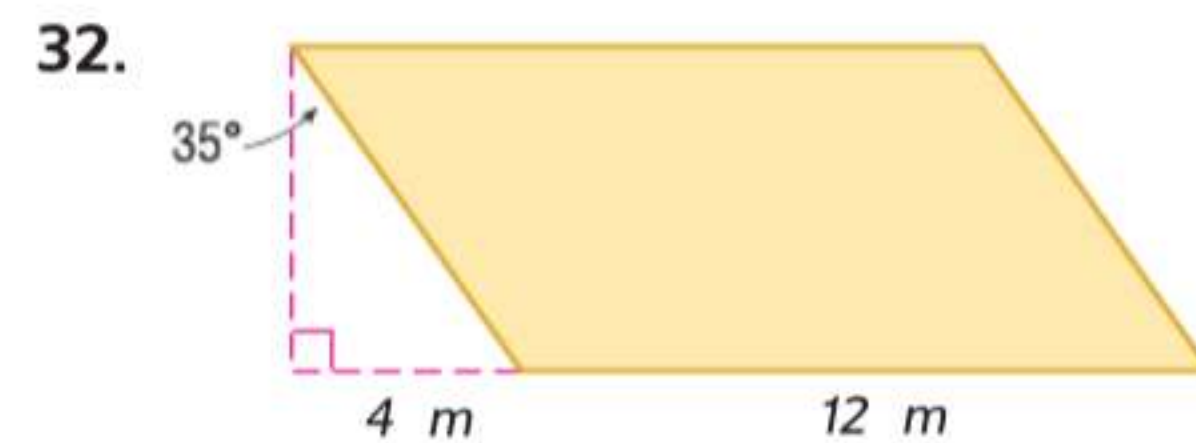
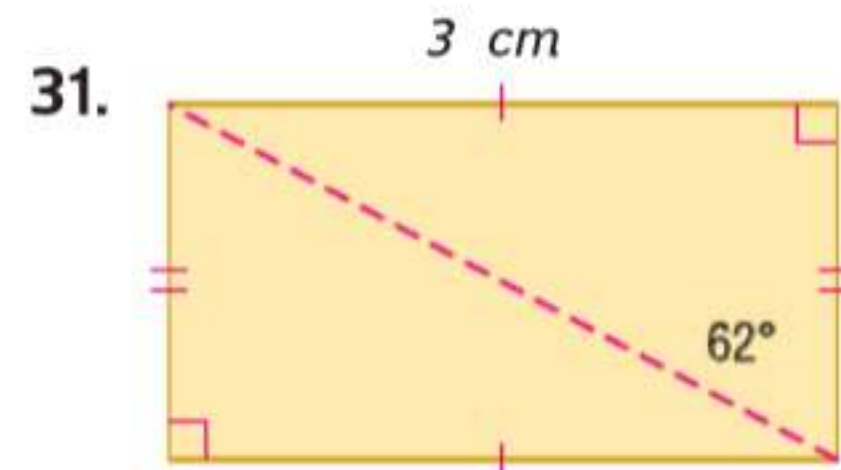
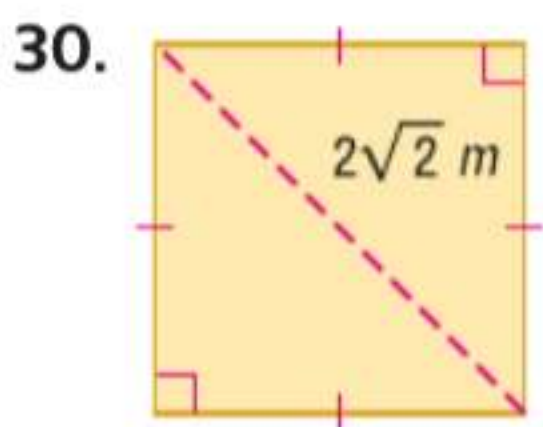
28. **الأعلام** يريد عمر صنع نسخة مطابقة للعلم الوطني لغينيا. a. ما مساحة قطعة القماش المطلوبة للمنطقة الحمراء والصفراء؟

b. إذا علمت أن تكلفة القماش AED 3.99 للمتر المربع لكل لون وقد اشترى كمية القماش المطلوبة بالضبط، فكم سيتكلف العلم؟

29. **دراما** ليلي مسؤولة عن تصميم الديكور للأداء الفني لمسرحية روميو وجوليت في مدرستها. يغطي لتر واحد من الطلاء 7 m². فكم عدد اللترات المطلوبة من كل لون إذا علمت أن السقف والبرج يتطلب كل منهما 3 طبقات من الطلاء؟



جد محيط ومساحة كل شكل. قَرِّب النتيجة إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.



الهندسة الإحداثية جـد مساحة كل شكل. وشرح الطريقة المستخدمة.

33 $\square ABCD$ به الرؤوس $A(4, 7)$ و $B(2, 1)$ و $C(8, 1)$ و $D(10, 7)$

34 $\triangle RST$ به الرؤوس $R(-8, -2)$ و $S(-2, -2)$ و $T(-3, -7)$

35. **صيغة هيرون** تربط صيغة هيرون أطوال أضلاع مثلث بمساحته. والصيغة هي $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$. حيث s هو نصف محيط المثلث و a و b و c أطوال الأضلاع.

a. استخدم صيغة هيرون لإيجاد مساحة مثلث أطوال أضلاعه 7 و 10 و 4.

b. أثبت أن المساحة التي تم إيجادها للمثلث قائم الزاوية 5-12-13 هي ذاتها باستخدام صيغة هيرون وباستخدام صيغة مساحة المثلث التي تعلمت سابقًا في هذا الدرس.

36 **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف العلاقة بين مساحة مثلث ومحيطه.

a. **جبريًا** مستطيل محيطه 12 وحدة. إذا كان طوله x وعرضه y . فاكتب معادلتين لمحيطه ومساحته.

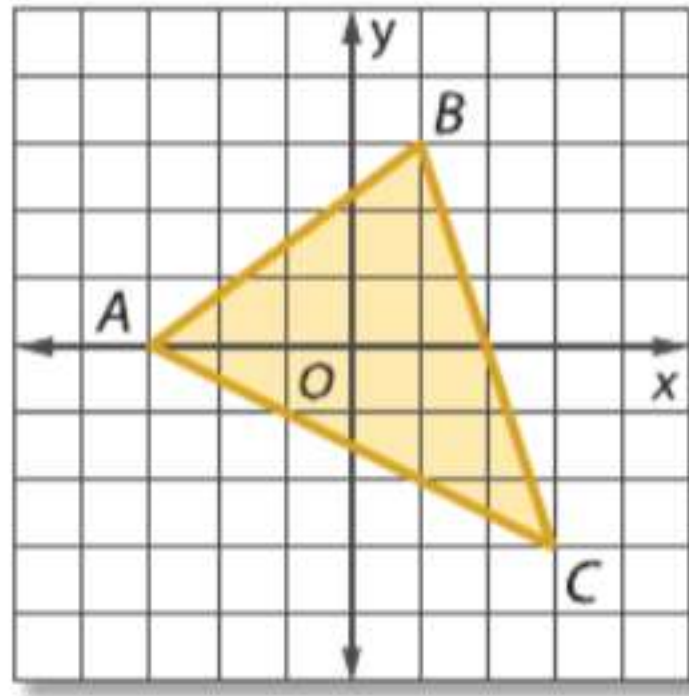
b. **جدوليًا** ضع في جدول جميع القيم المحتملة من الأعداد الكلية لطول المستطيل وعرضه ووجد مساحة كل زوج.

c. **بيانيًا** مثل بيانيًا مساحة المستطيل بالنسبة إلى طوله.

d. **لفظيًا** صف كيفية تغير مساحة المستطيل بتغير طوله.

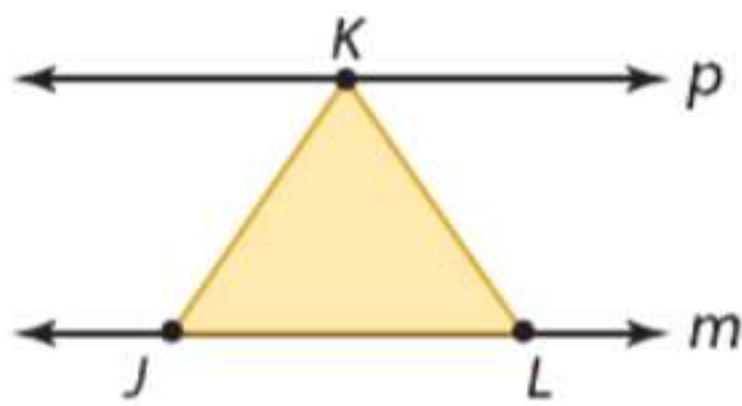
e. **تحليليًا** لأي قيم الطول والعرض من الأعداد الكلية ستكون المساحة أكبر ما يكون؟ أقل ما يكون؟ اشرح تبريرك.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

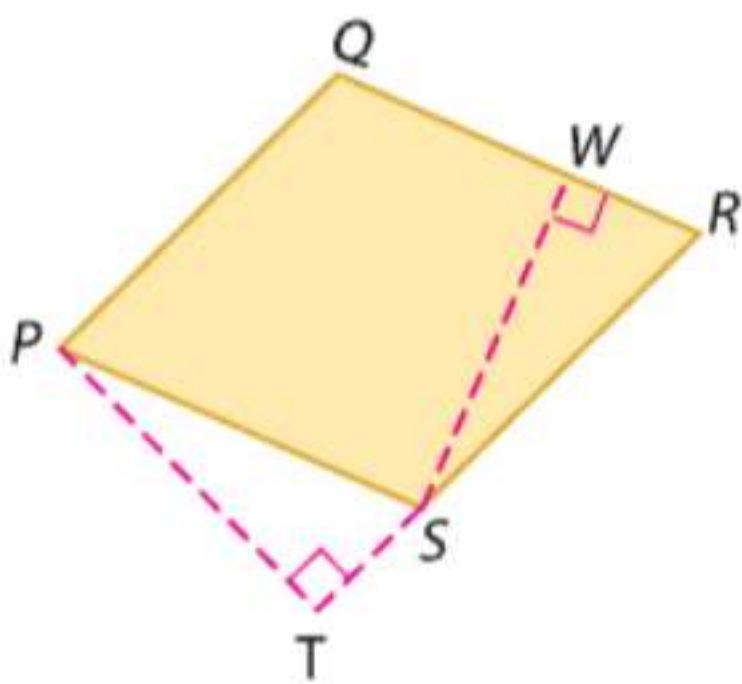


37. **تحديد** جـد مساحة $\triangle ABC$ الممثل بيانيًا على اليسار. اشرح طريقته.

38. **فرضيات** هل سيكون محيط متوازي الأضلاع غير المستطيل دائمًا أم أحيانًا أم لن يكون مطلقًا أكبر من محيط مستطيل بنفس المساحة والارتفاع؟ اشرح.



39. **الكتابة في الرياضيات** تقع النقطتان J و L على المستقيم m . وتقع النقطة K على المستقيم p . إذا علمت أن المستقيمين m و p متوازيان، فصف كيفية تغير مساحة $\triangle KJL$ بينما تتحرك K على طول المستقيم p .

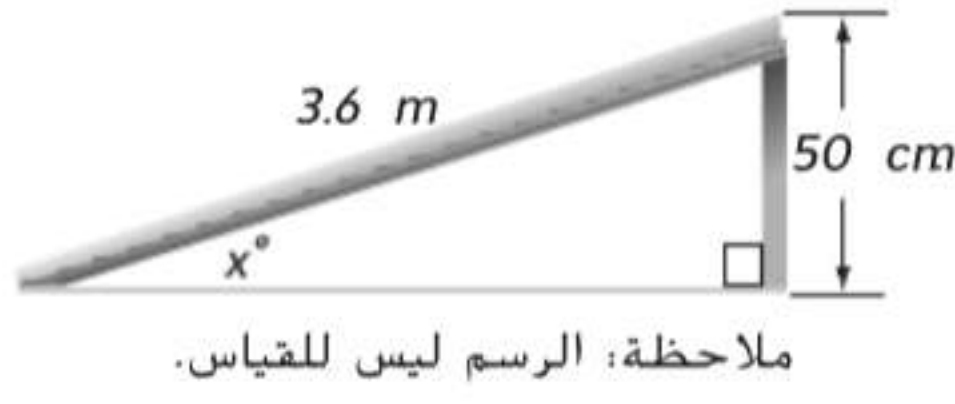


40. **مسألة غير محددة الإجابة** مساحة مضلع 35 وحدة مربعة. الارتفاع 7 وحدات. ارسم ثلاثة مثلثات وثلاثة متوازيات أضلاع مختلفة تحقق المتطلبات. واذكر القاعدة والارتفاع بكل منها.

41. **الكتابة في الرياضيات** صف طريقتين مختلفتين لاستخدام القياس لإيجاد مساحة متوازي أضلاع PQRS.

تدريب على الاختبارات المعيارية

44. تم إنشاء منحدر للكراسي المتحركة بارتفاع 50 سم وطول 3.6 أمتار كما هو موضح. ما قياس الزاوية x التي يصنعها المنحدر مع الأرض، إلى أقرب درجة؟

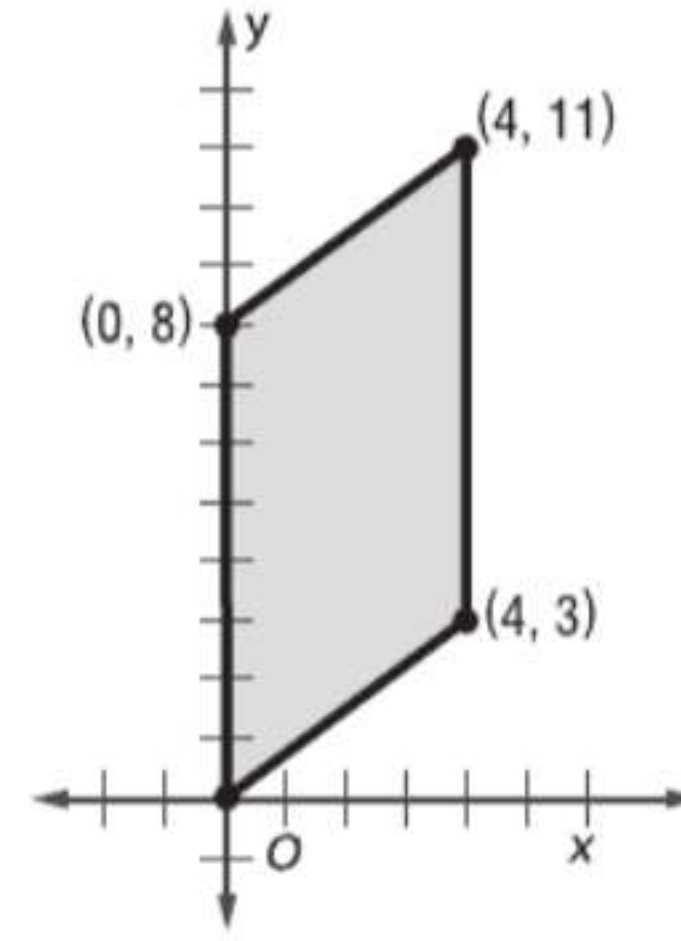


- F 8 H 37
G 16 J 53

45. SAT/ACT صيغة تحويل الدرجة المئوية إلى درجة فهرنهايت هي $F = \frac{9}{5}C + 32$. حيث تمثل F درجة فهرنهايت و C الدرجة المئوية. أي مما يلي الدرجة المئوية المكافئة لدرجة 86° فهرنهايت؟

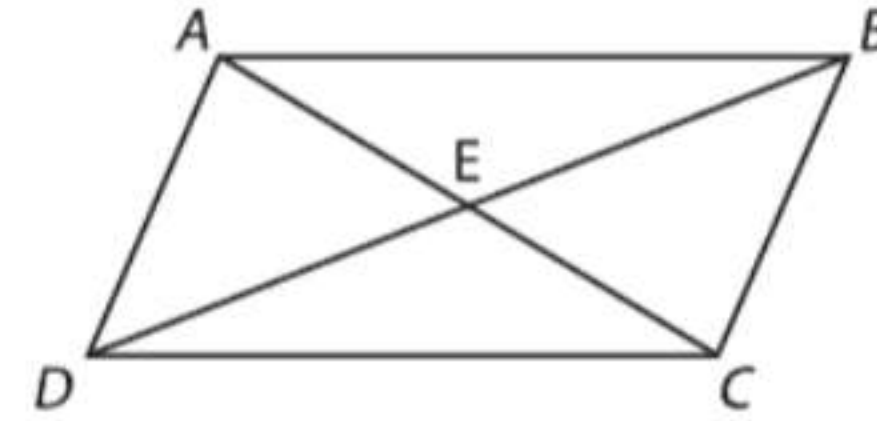
- A 15.7° C D 122.8° C
B 30° C E 186.8° C
C 65.5° C

42. ما المساحة بالوحدات المربعة لمتوازي الأضلاع الموضح؟



- A 12 C 32
B 20 D 40

43. الإجابة الشبكية في متوازي الأضلاع $ABCD$. \overline{AC} و \overline{BD} يتقاطعان عند E . إذا علمت أن $AE = 9$ و $BE = 3x - 7$ و $DE = x + 5$. فجد x .



مراجعة شاملة

حدد العينة والمجتمع الإحصائي لكل حالة. ثم صف إحصاء العينة ومعلمة المجتمع الإحصائي.

46. الملاهي تم سؤال عينة منتظمة من 250 ضيفاً عن مقدار المال الذي تم إنفاقه في أكشاك بيع الوجبات الخفيفة داخل الملاهي. وتم حساب متوسط المبلغ.

47. حفل التخرج تم إجراء استطلاع مع عينة عشوائية من 100 طالب في الصف الثاني عشر بمدرسة البراء بن عازب الثانوية. وحساب المتوسط الحسابي للمبلغ الذي تم إنفاقه على حفل التخرج لكل طالب.

جد معكوس كل دالة مما يلي.

48. $f(x) = 2x - 14$

49. $f(x) = 17 - 5x$

50. $f(x) = \frac{1}{4}x + 3$

51. $f(x) = -\frac{1}{7}x - 1$

52. $f(x) = \frac{2}{3}x + 6$

53. $f(x) = 12 - \frac{3}{5}x$

مراجعة المهارات

جد قيمة كل تعبير إذا كان $a = 2$ و $b = 6$ و $c = 3$.

54. $\frac{1}{2}ac$

55. $\frac{1}{2}cb$

56. $\frac{1}{2}b(2a + c)$

57. $\frac{1}{2}c(b + a)$

58. $\frac{1}{2}a(2c + b)$

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

تصنيف المثلثات

- يمكن تصنيف المثلثات حسب زواياها بأنها حادة أو منفرجة أو قائمة وحسب أضلاعها بأنها مختلفة الأضلاع أو متساوية الساقين أو متساوية الأضلاع.

زوايا المثلثات

- قياس الزاوية الخارجية يساوي مجموع قياس الزاويتين الداخليتين غير المجاورتين.

المثلثات المتطابقة

- SSS: إذا كانت كل الأضلاع المتناظرة في مثلثين متطابقة، فالمثلثان متطابقان.
- SAS: عند تطابق زوجين من الأضلاع المتناظرة في مثلثين والزاويتين المحصورتين بينهما، فالمثلثان متطابقان.
- ASA: عند تطابق زوجين من الزوايا المتناظرة في مثلثين والضلعين المحصورين بينهما، فالمثلثان متطابقان.
- AAS: عند تطابق زوجين من الزوايا المتناظرة في مثلثين وزوج مناظر من الأضلاع غير المحصورة، فالمثلثان متطابقان.

المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع

- زوايا قاعدة المثلث متساوي الساقين متطابقة ويكون المثلث متساوي الأضلاع إذا كان متساوي الزوايا.

التحويلات والبراهين الإحداثية

- في تحويل التطابق، قد يختلف موضع الصورة عن الصورة الأصلية، لكن الشكلين يظلان متطابقين.
- البراهين الإحداثية تستخدم الجبر لإثبات المفاهيم الهندسية.

المطويات • منظم الدراسة

تأكد من تدوين المفاهيم الأساسية في المطوية.



المفردات الأساسية

البرهان التسلسلي flow proof	مثلث حاد acute triangle
ارتفاع متوازي الأضلاع height of a parallelogram	خط مساعد auxiliary line
ارتفاع المثلث height of a triangle	زوايا القاعدة base angles
زاوية محصورة included angle	قاعدة متوازي الأضلاع base of a parallelogram
ضلع محصور included side	قاعدة المثلث base of a triangle
مثلث متساوي الساقين isosceles triangle	تحويل التطابق congruence transformation
مثلث منفرج الزاوية obtuse triangle	مضلعات متطابقة congruent polygons
الانعكاس reflection	البرهان الإحداثي coordinate proof
زوايا داخلية غير مجاورة remote interior angles	نتيجة corollary
مثلث قائم الزاوية right triangle	أجزاء متناظرة corresponding parts
الدوران rotation	مثلث متساوي الزوايا equiangular triangle
مثلث مختلف الأضلاع scalene triangle	مثلث متساوي الأضلاع equilateral triangle
إزاحة translation	زاوية خارجية exterior angle
زاوية الرأس vertex angle	

مراجعة المفردات

حدّد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة أم خاطئة. إن كانت خاطئة، فاستبدل الكلمة أو العبارة التي تحتها خط لجعل الجملة صحيحة.

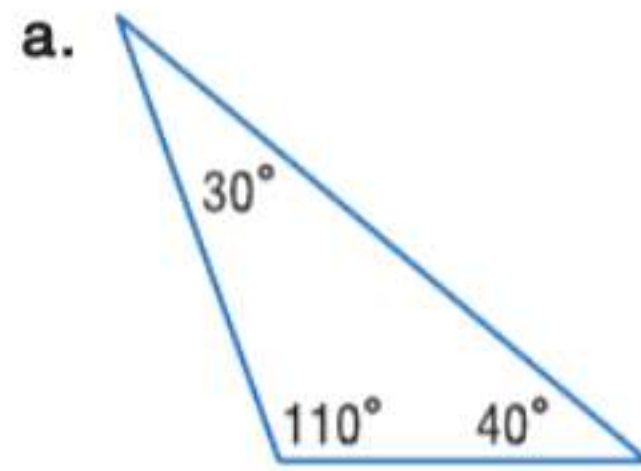
1. المثلث متساوي الزوايا مثال أيضا على المثلث حاد الزاوية.
2. المثلث الذي يحتوي على زاوية قياسها أكبر من 90° مثلث قائم الزاوية.
3. المثلث متساوي الأضلاع دائما ما يكون متساوي الزوايا.
4. يحتوي المثلث مختلف الأضلاع على ضلعين متطابقين على الأقل.
5. زوايا الرأس في المثلث متساوي الساقين تكون متطابقة.
6. الضلع المحصور هو الضلع الموجود بين زاويتين متتاليتين في مضلع.
7. الأنواع الثلاثة من تحويلات التطابق هي الدوران والانعكاس والإزاحة.
8. يؤدي الدوران إلى تحريك كل نقاط شكل ما للمسافة نفسها وفي الاتجاه نفسه.
9. البرهان التسلسلي يستخدم الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر لإثبات المفاهيم الهندسية.
10. قياس الزاوية الخارجية في مثلث يساوي مجموع قياسات زاويتيته الداخليتين غير المجاورتين.

مراجعة درس بدرس

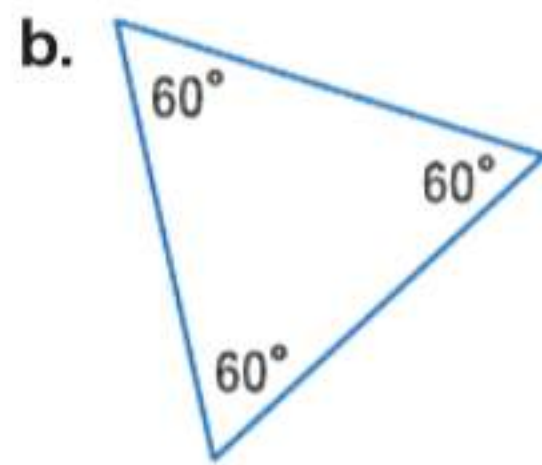
14-1 تصنيف المثلثات

مثال 1

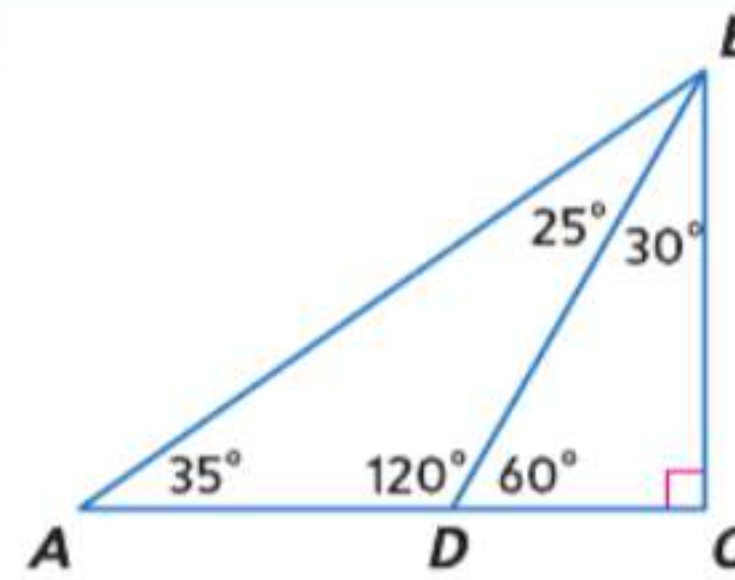
ضع تصنيفاً لكل مثلث باعتباره حاد الزاوية، أو متساوي الزوايا، أو منفرج الزاوية، أو قائم الزاوية.



بما أن المثلث يحتوي على زاوية منفرجة، فهو مثلث منفرج.



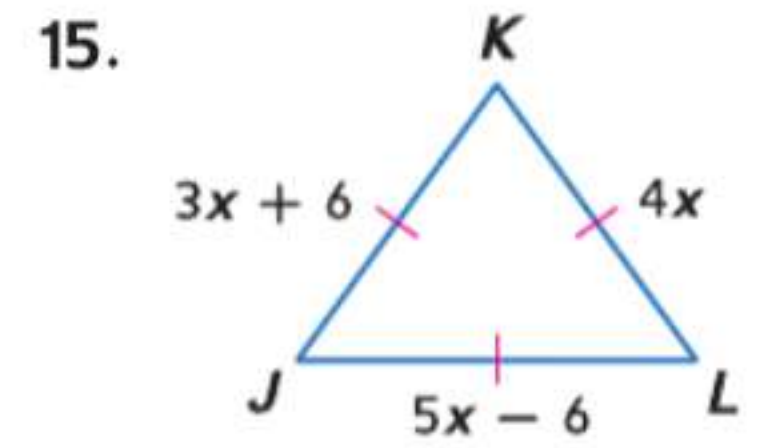
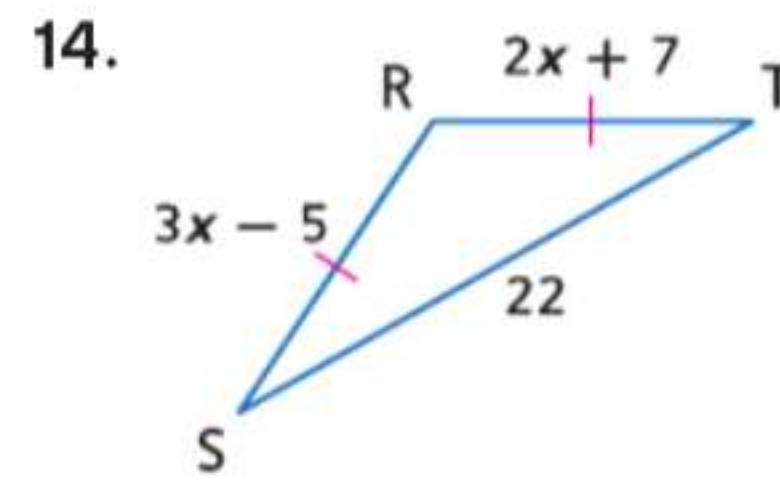
يحتوي المثلث على ثلاث زوايا حادة تتساوى جميعها. إنه مثلث متساوي الزوايا.



ضع تصنيفاً لكل مثلث باعتباره حاد الزاوية، أو متساوي الزوايا، أو منفرج الزاوية، أو قائم الزاوية.

11. $\triangle ADB$
12. $\triangle BCD$
13. $\triangle ABC$

الجبر جد قيمة x وقياس الأضلاع المجهولة لكل مثلث.

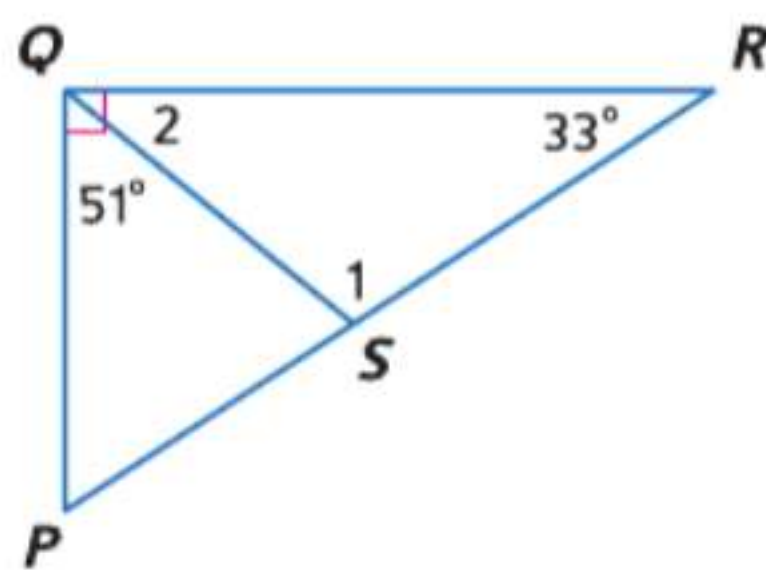


16. **الخرائط** المسافة من شيكاغو إلى كليفلاند إلى سينسيناتي ثم العودة إلى شيكاغو تبلغ 1,440 km. تزيد المسافة من شيكاغو إلى كليفلاند 80 km على المسافة من سينسيناتي إلى شيكاغو، وتقل المسافة من كليفلاند إلى سينسيناتي 80 km عن المسافة من سينسيناتي إلى شيكاغو. جد كل مسافة وضع تصنيفاً للمثلث المتشكل من المدن الثلاث.

14-2 زوايا المثلثات

مثال 2

جد قياس جميع الزوايا المرقمة.



$$m\angle 2 + m\angle PQS = 90$$

$$m\angle 2 + 51 = 90$$

$$m\angle 2 = 39$$

$$m\angle 1 + m\angle 2 + 33 = 180$$

$$m\angle 1 + 39 + 33 = 180$$

$$m\angle 1 + 72 = 180$$

$$m\angle 1 = 108$$

تعويض

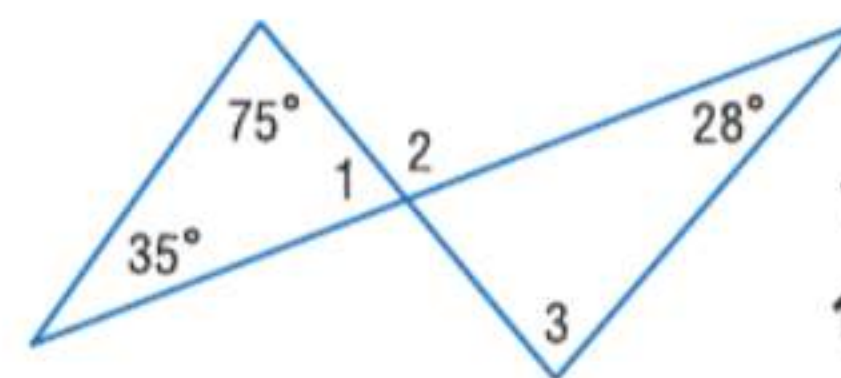
اطرح 51 من كل طرف.

نظرية مجموع المثلث

تعويض

بسط.

اطرح.



جد قياس جميع الزوايا المرقمة.

17. $\angle 1$

18. $\angle 2$

19. $\angle 3$

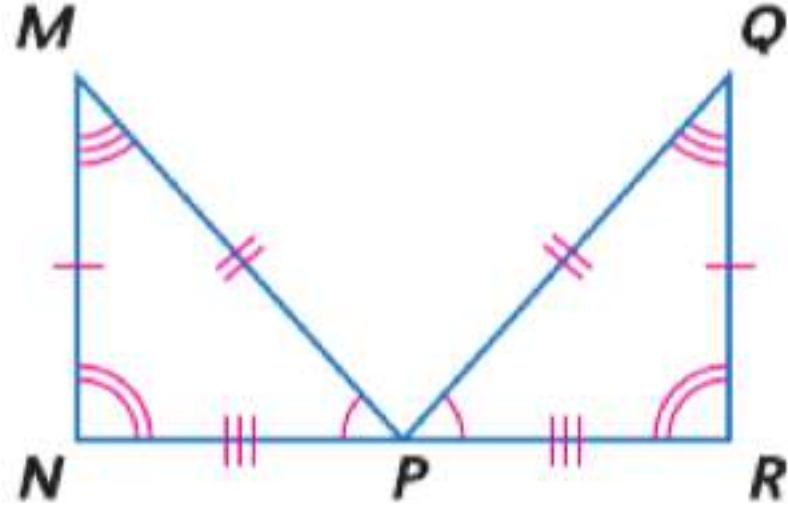
20. **المنزل** دعامة السقف في منزل عبد الكريم على شكل مثلث متساوي الساقين بزاويتي قاعدة بالقياس 38° . جد x .



المثلثات المتطابقة | 4-3

مثال 3

أثبت أن الشكلين المضلعين متطابقان عن طريق تحديد جميع الأجزاء المتناظرة المتطابقة. ثم اكتب جملة التطابق.

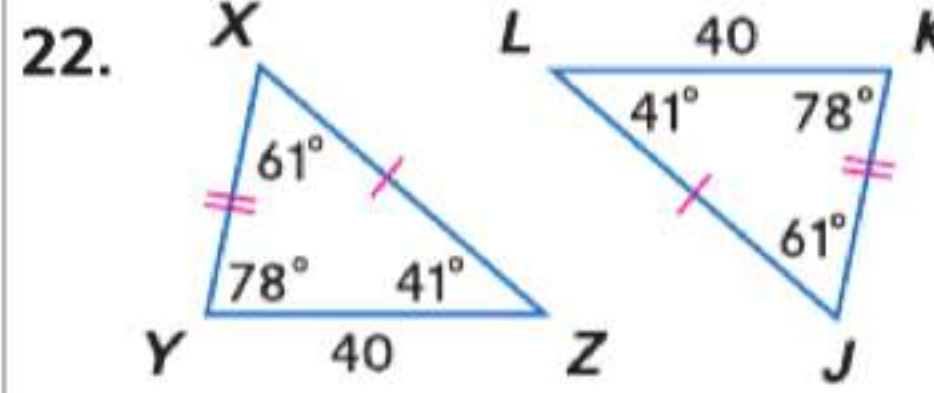
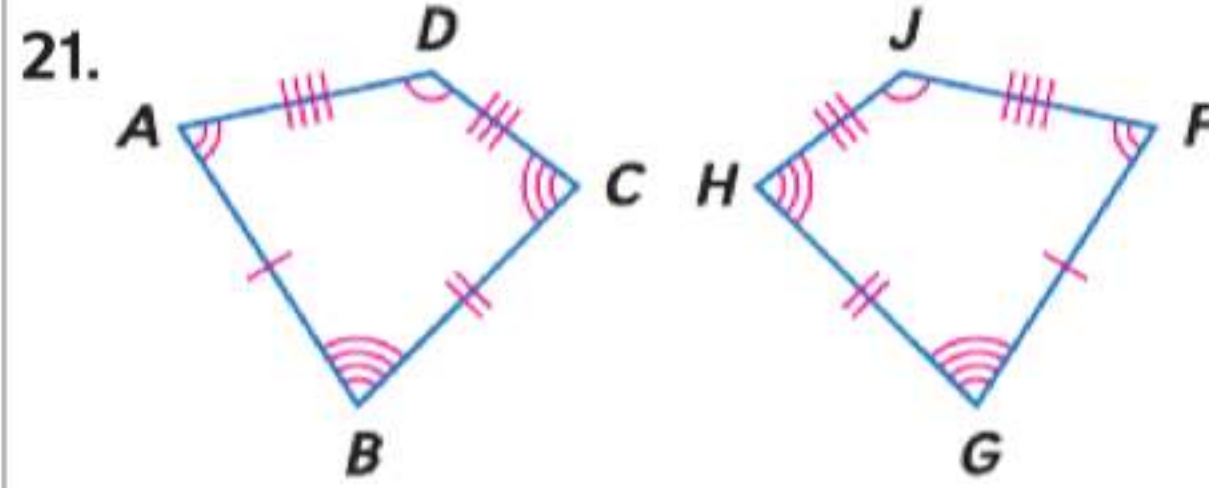


الزوايا: $\angle N \cong \angle R, \angle M \cong \angle Q, \angle MPN \cong \angle QPR$

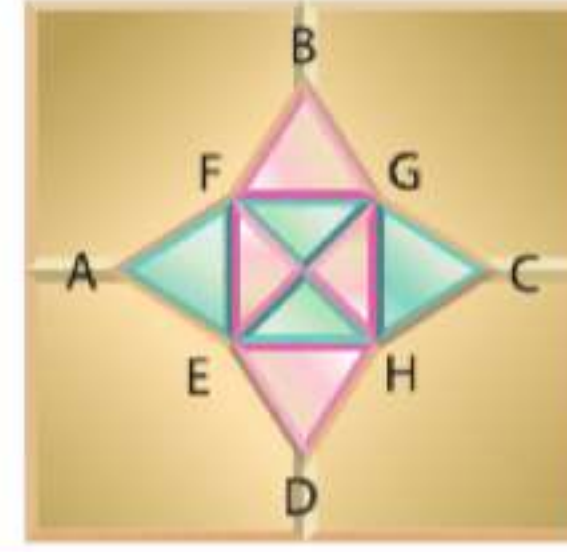
الأضلاع: $\overline{MN} \cong \overline{QR}, \overline{MP} \cong \overline{QP}, \overline{NP} \cong \overline{RP}$

كل الأجزاء المتناظرة في المثلثين متطابقة. ولذلك، $\triangle MNP \cong \triangle QRP$.

أثبت أن الشكلين المضلعين متطابقان عن طريق تحديد جميع الأجزاء المتناظرة المتطابقة. ثم اكتب جملة التطابق.



23. تركيب البلاط موضح هنا جزء من تركيب بلاط. عين المثلثات التي تبدو متطابقة.



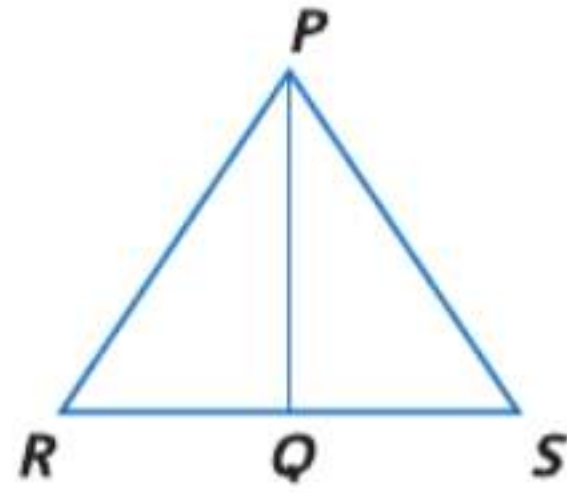
14-4 إثبات تطابق المثلثات — تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)، تساوي ضلعين وزاوية (SAS)

مثال 4

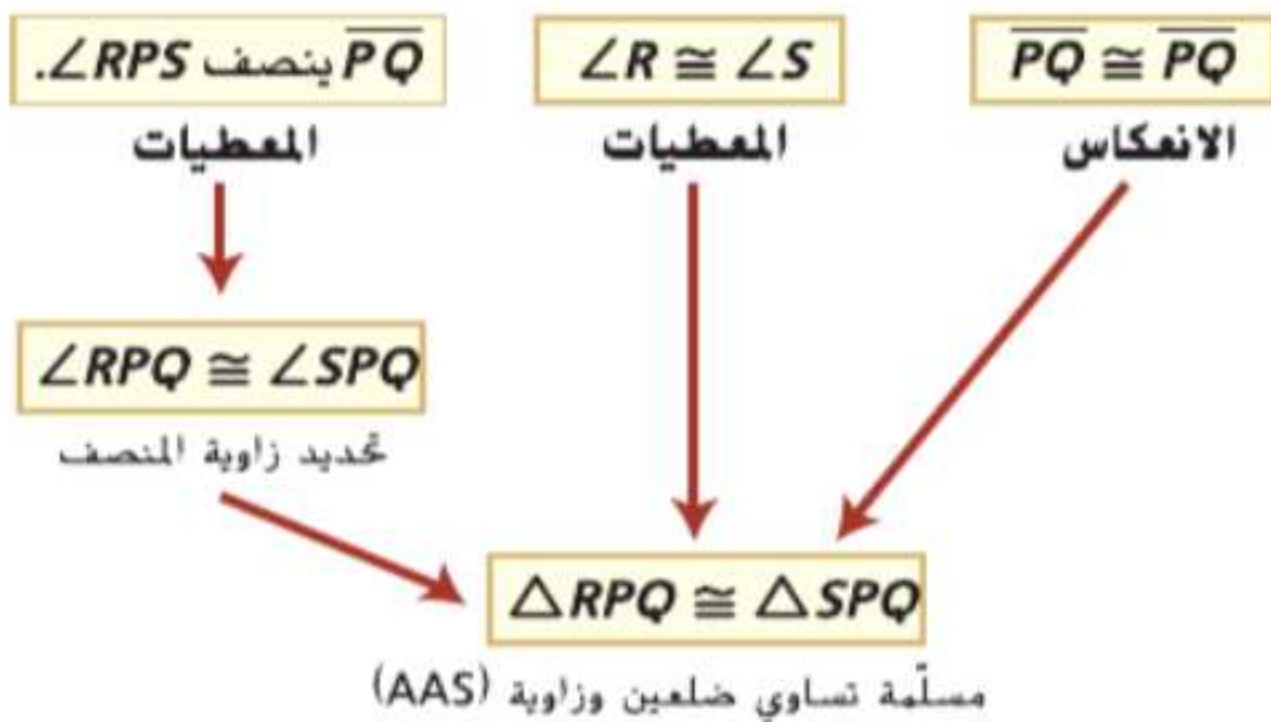
اكتب برهانا تسلسلياً.

المعطيات: \overline{PQ} ينصف $\angle RPS$.
 $\angle R \cong \angle S$

المطلوب: $\triangle RPQ \cong \triangle SPQ$



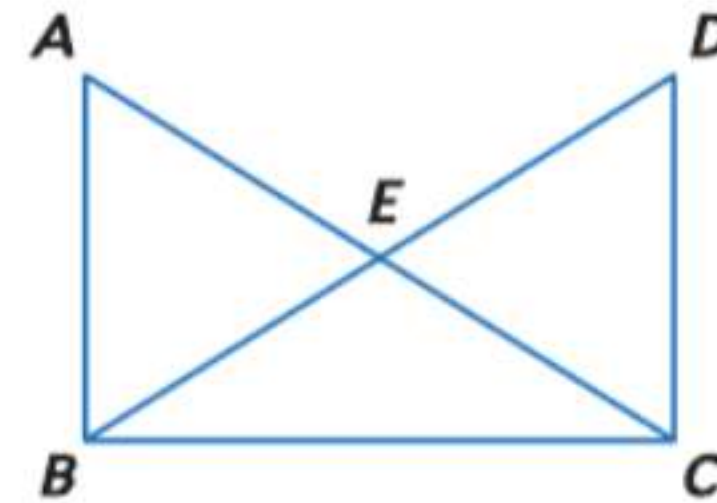
البرهان التسلسلي:



اكتب برهانا من عمودين.

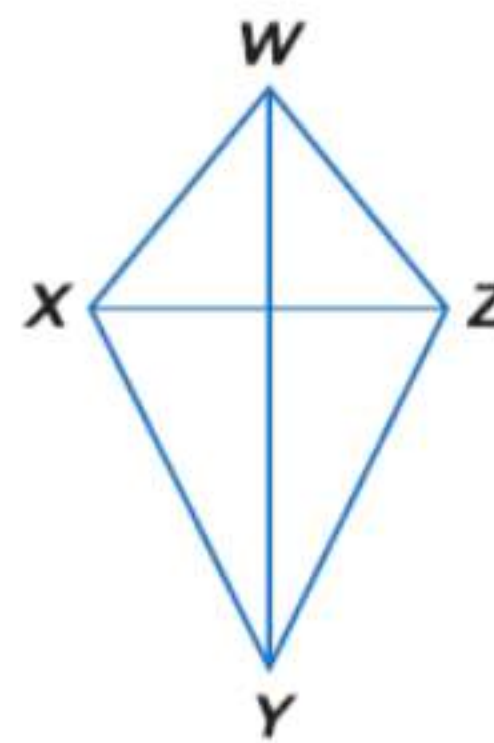
24. المعطيات: $\overline{AB} \parallel \overline{DC}, \overline{AB} \cong \overline{DC}$

المطلوب: $\triangle ABE \cong \triangle CDE$



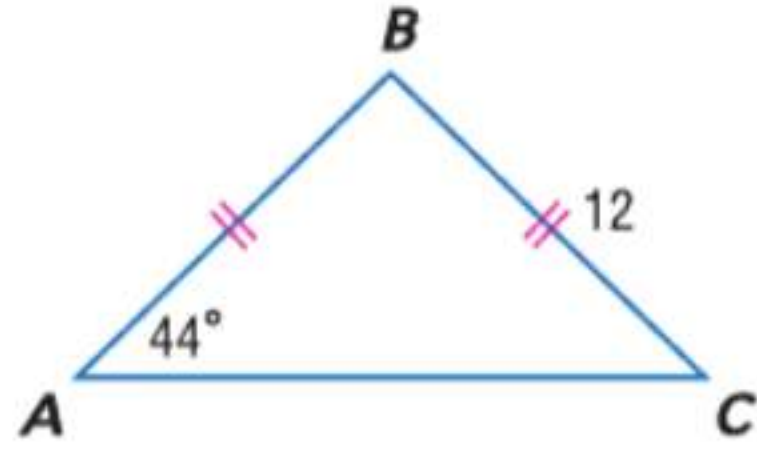
25. الطائرات الورقية طائرة عبد الله

الورقية موضحة في الشكل على اليسار. إذا علمت أن \overline{WY} ينصف $\angle XYZ$ و $\angle XWZ$. فأثبت أن $\triangle WXY \cong \triangle WZY$.



14-6 المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع

مثال 5



جدد قياس كل مما يلي.

a. $m\angle B$

بما أن $AB = BC$, $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ حسب نظرية المثلث متساوي الساقين، زاويتا القاعدة A و C متطابقتان. إذا $m\angle A = m\angle C$. استخدم نظرية مجموع المثلث لكتابة معادلة وحلها لإيجاد $m\angle B$.

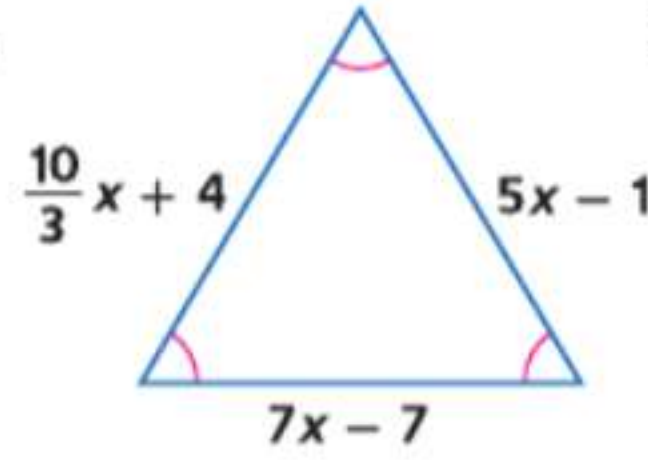
$$\begin{aligned} \text{نظرية مجموع المثلث} \quad m\angle A + m\angle B + m\angle C &= 180 \\ 44 + m\angle B + 44 &= 180 \quad m\angle A = m\angle C = 44 \\ 88 + m\angle B &= 180 \quad \text{بسط.} \\ m\angle B &= 92 \quad \text{اطرح.} \end{aligned}$$

b. AB

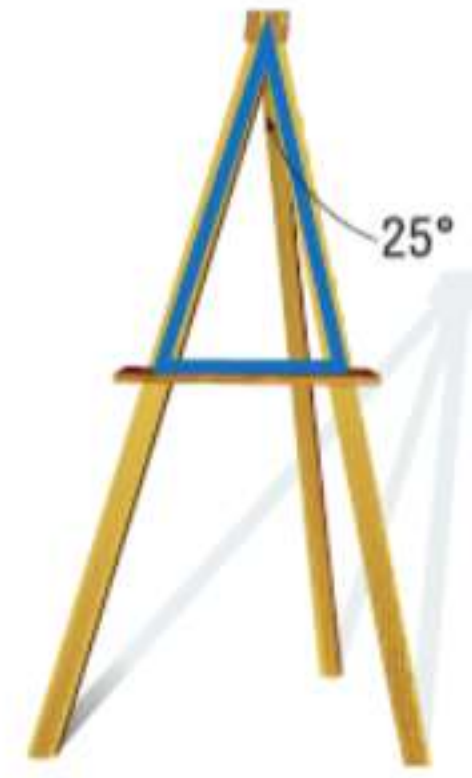
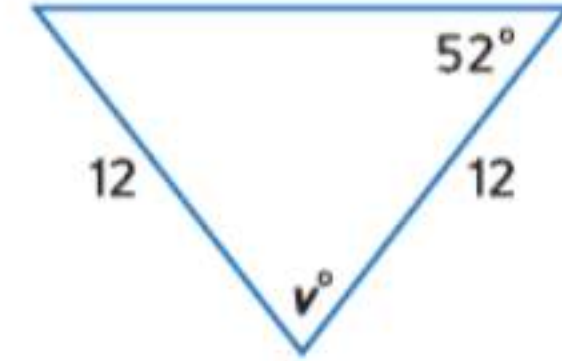
$AB = BC$. إذا $\triangle ABC$ متساوي الساقين. بما أن $BC = 12$. إذا $AB = 12$ بالتعويض.

جدد قيمة كل متغير.

26.



27.



28. الرسم ترسم فوزية باستخدام حامل رسم خشبي. يشكل قضيب الدعم في الحامل مع الدعامتين الأماميتين مثلثا متساوي الساقين. وفقا للشكل أدناه، ما قياس زاويتي القاعدة في المثلث؟

14-7 تحويلات التطابق

مثال 6

المثلث RST بالرؤوس $R(4, 1)$ و $S(2, 5)$ و $T(-1, 0)$ تحويل للمثلث $\triangle CDF$ بالرؤوس $C(1, -3)$ و $D(-1, 1)$ و $F(-4, -4)$. حدد التحويل، وتحقق من أنه تحويل تطابق. مثل بيانًا كل شكل. التحويل يبدو إزاحة. جدد أطوال أضلاع كل مثلث.

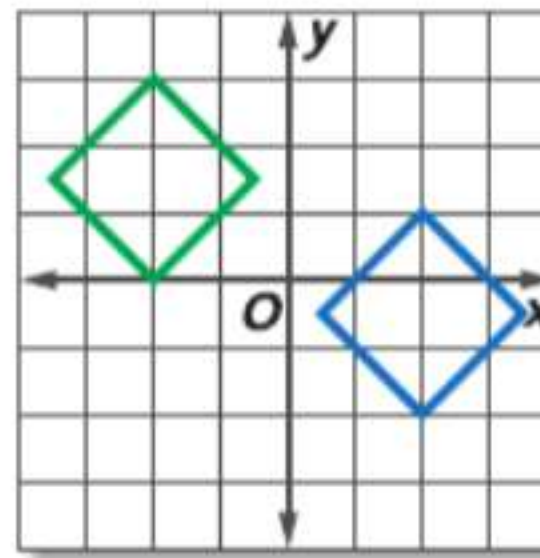
$$\begin{aligned} RS &= \sqrt{(4-2)^2 + (1-5)^2} = \sqrt{20} \\ TS &= \sqrt{(-1-2)^2 + (0-5)^2} = \sqrt{34} \\ RT &= \sqrt{(-1-4)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{26} \\ CD &= \sqrt{(-1-1)^2 + [1-(-3)]^2} = \sqrt{20} \\ DF &= \sqrt{[-4-(-1)]^2 + (-4-1)^2} = \sqrt{34} \\ CF &= \sqrt{(-4-1)^2 + [-4-(-3)]^2} = \sqrt{26} \end{aligned}$$

بما أن كل رأس في $\triangle CDF$ قد تعرض لتحويل بمقدار 3 وحدات لليمين و 4 وحدات لأعلى، فهذه إزاحة.

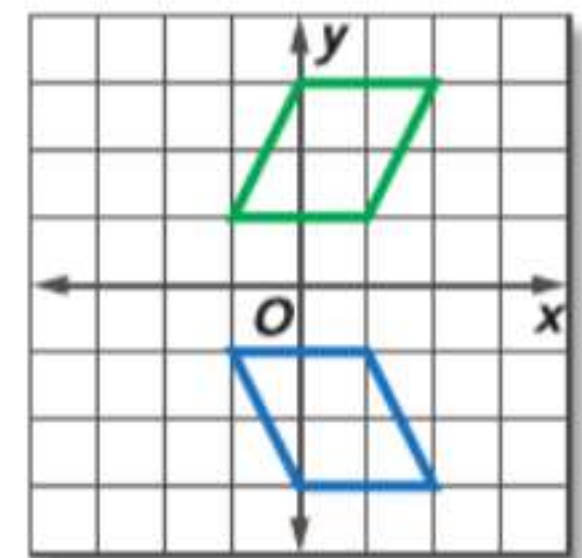
بما أن $RS = CD$ و $TS = DF$ و $RT = CF$. إذا $\overline{RS} \cong \overline{CD}$, $\overline{TS} \cong \overline{DF}$ و $\overline{RT} \cong \overline{CF}$. حسب مسلمة تطابق الأضلاع الثلاثة (SSS). $\triangle RST \cong \triangle CDF$.

حدد نوع تحويل التطابق الظاهر باعتباره انعكاسا، أو تحويلاً، أو دوراناً.

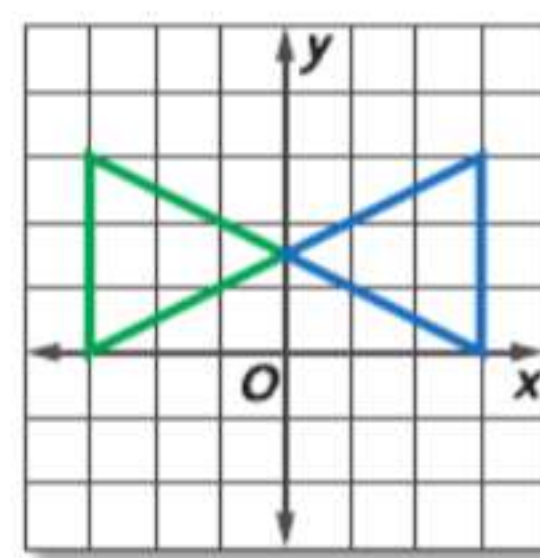
29.



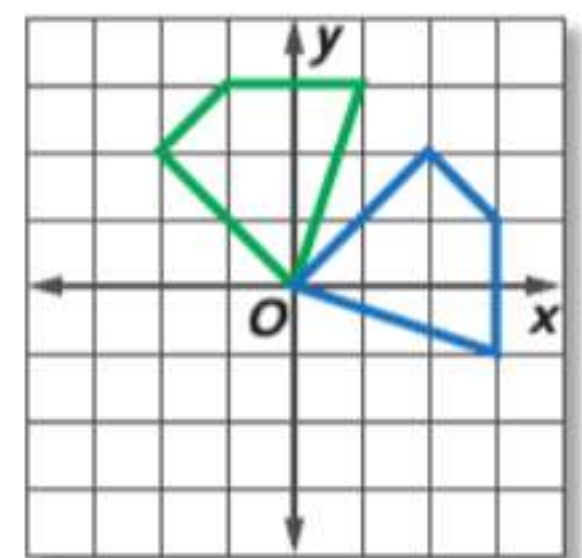
30.



31.



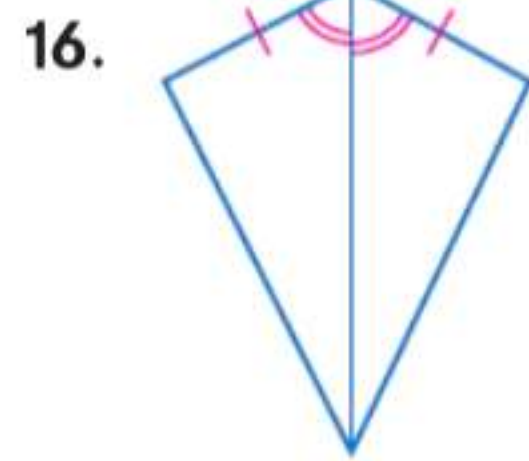
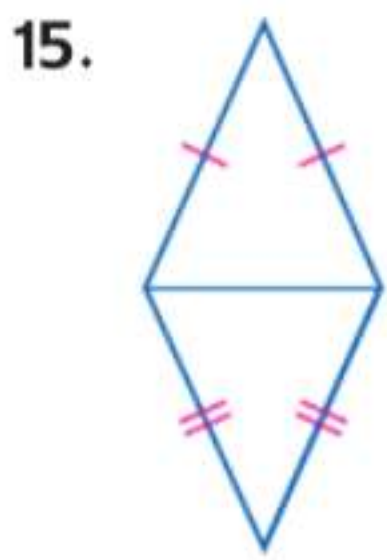
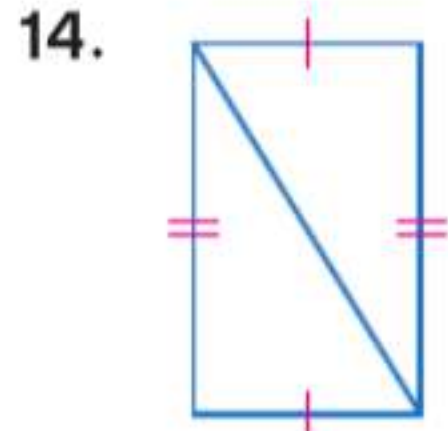
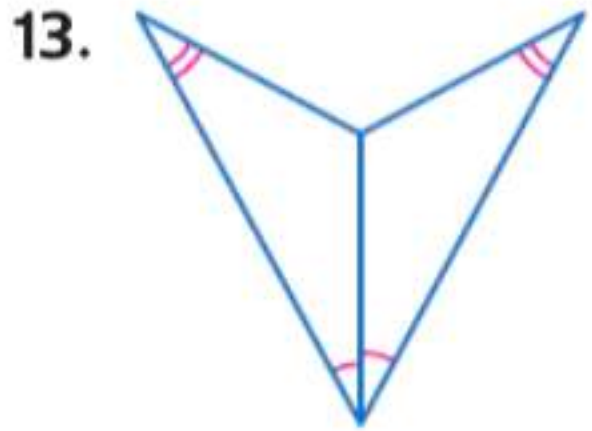
32.



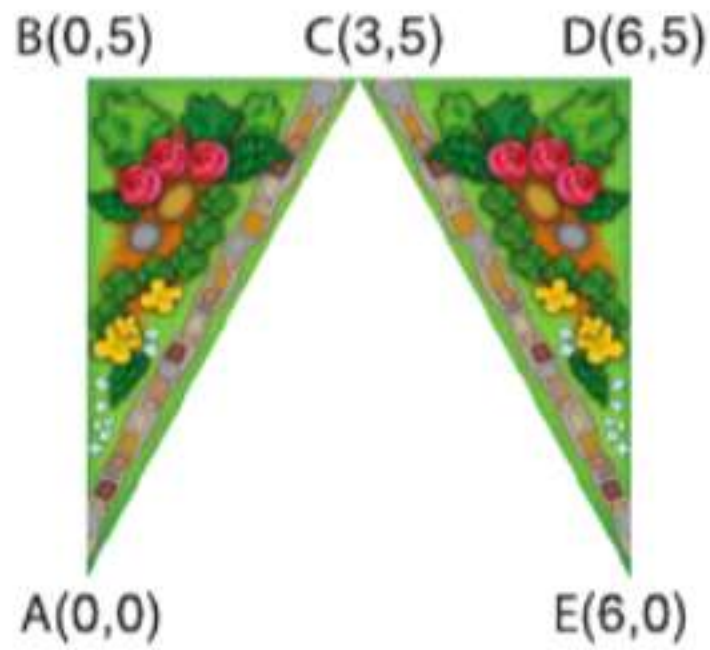
33. المثلث ABC بالرؤوس $A(1, 1)$ و $B(2, 3)$ و $C(3, -1)$ هو تحويل للمثلث $\triangle MNO$ بالرؤوس $M(-1, 1)$ و $N(-2, 3)$ و $O(-3, -1)$. مثل الشكل الأصلي وصورته بيانًا. وحدد التحويل، وتحقق من أنه تحويل تطابق.

12. حدد ما إذا كان $\triangle TJD \cong \triangle SEK$ إذا علمت $T(-4, -2)$, $J(0, 5)$, $D(1, -1)$, $S(-1, 3)$, $E(3, 10)$, $K(4, 4)$. اشرح.

حدد المسألة التي يمكن استخدامها لإثبات تطابق كل زوج من المثلثات. وإذا لم يكن ممكناً إثبات التطابق، فاكتب لا يمكن.



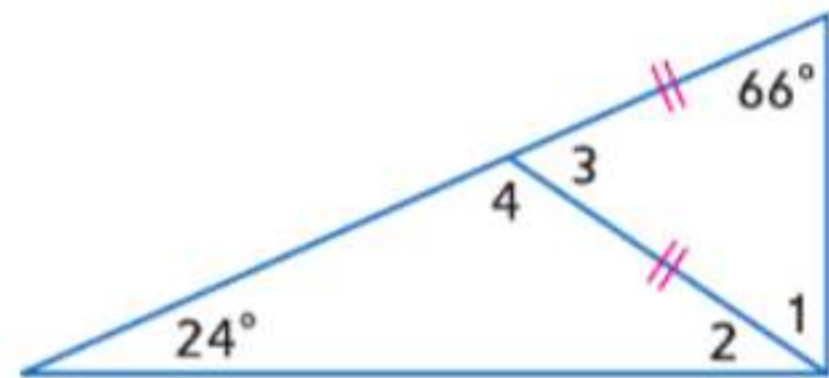
17. المناظر الطبيعية وضعت موزة تصميمًا لحديقة تتكون من منطقتين مثلثتين تم عرضهما أدناه. النقاط هي $A(0, 0)$ و $B(0, 5)$ و $C(3, 5)$ و $D(6, 5)$ و $E(6, 0)$. عيّن نوع تحويل التطابق للصورة الأصلية $\triangle ABC$ إلى $\triangle EDC$.



جد قياس جميع الزوايا المرقمة.

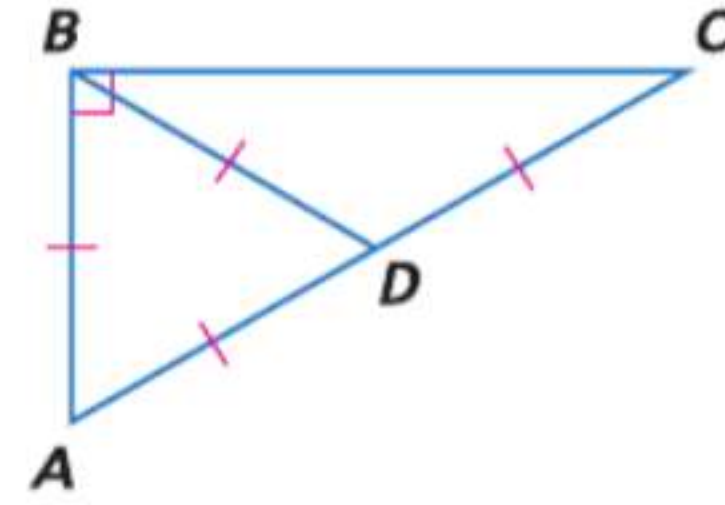
18. $\angle 1$

19. $\angle 2$



20. البرهان $\triangle ABC$ مثلث متساوي الساقين قائم الزاوية بالوتر \overline{AB} . M نقطة منتصف \overline{AB} . قم بكتابة برهان إحداثي لإثبات أن \overline{CM} متعامد على \overline{AB} .

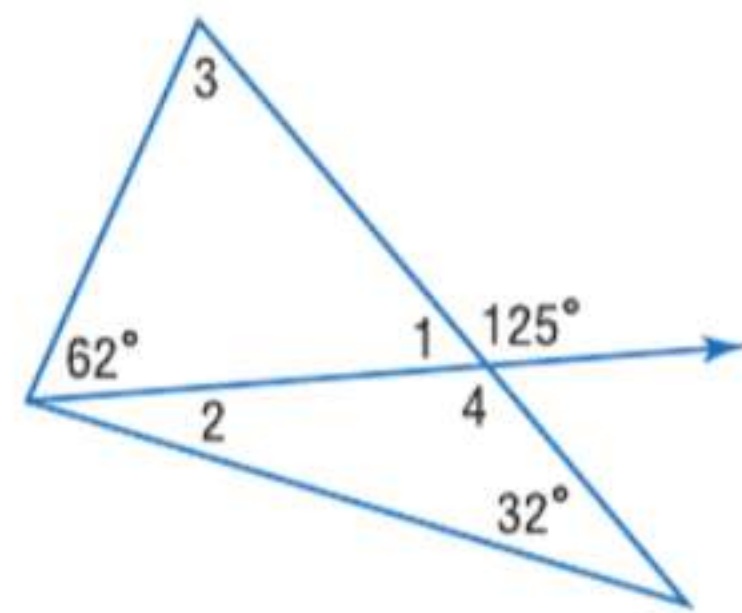
ضع تصنيفاً لكل مثلث باعتباره حاد الزاوية، أو متساوي الأضلاع، أو منفرج الزاوية، أو قائم الزاوية.



1. $\triangle ABD$

2. $\triangle ABC$

3. $\triangle BDC$



جد قياس جميع الزوايا المرقمة.

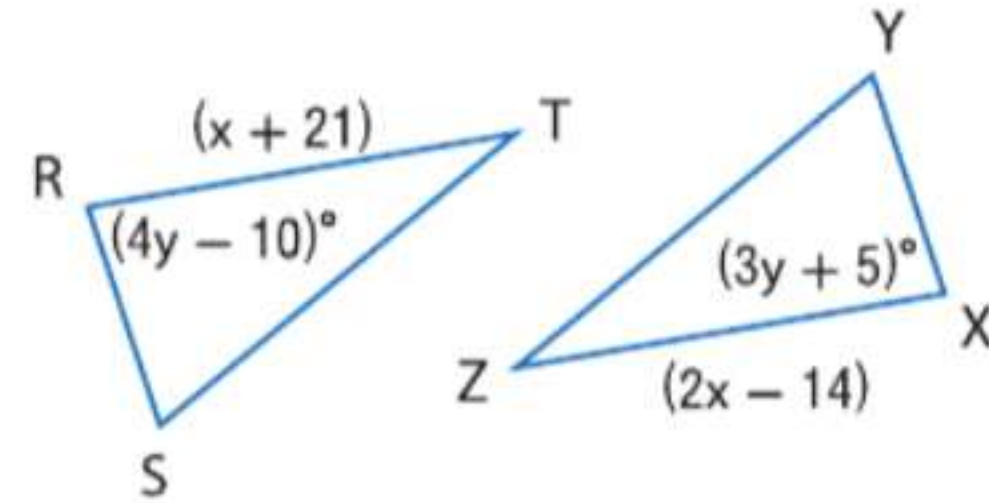
4. $\angle 1$

5. $\angle 2$

6. $\angle 3$

7. $\angle 4$

في الرسم التخطيطي، $\triangle RST \cong \triangle XYZ$.

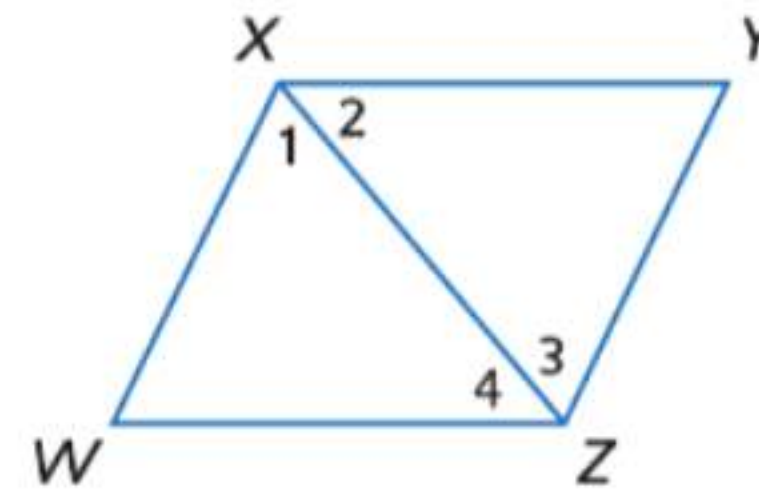


8. جد x .

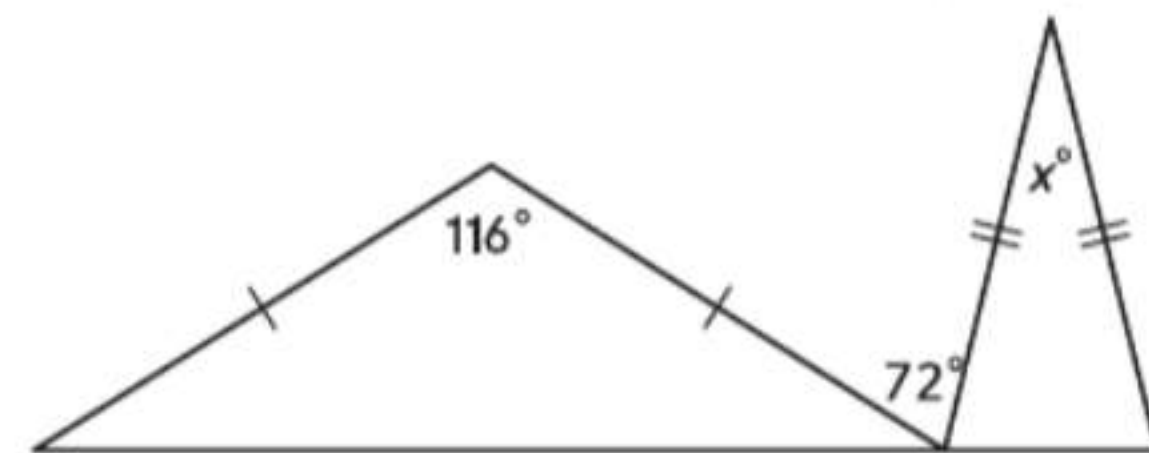
9. جد y .

10. البرهان اكتب برهاناً تسلسلياً.

المعطيات: $\overline{XY} \parallel \overline{WZ}$ and $\overline{XW} \parallel \overline{YZ}$
المطلوب: $\triangle XWZ \cong \triangle ZYX$



11. الاختيار من متعدد جد x .



A 36

C 28

B 32

D 22

التحضير للاختبارات المعيارية



الأسئلة ذات الإجابات القصيرة

تتطلب منك الأسئلة ذات الإجابات القصيرة أن تقدم حلاً للمسألة إلى جانب الطريقة و/أو التفسير و/أو التعليل المستخدم للوصول إلى الحل.

يتم تقييم الأسئلة ذات الإجابات القصيرة في العادة باستخدام **معياري**. أو دليل رصد الدرجات.

فيما يلي مثال على معيار رصد درجات سؤال قصير الإجابة.

معايير رصد الدرجات		النقاط
المعايير		
الدرجة الكاملة	الإجابة صحيحة ويتوفر تفسير كامل يوضح كل خطوة.	2
درجة جزئية	<ul style="list-style-type: none"> الإجابة صحيحة ولكن التفسير غير كامل. الإجابة غير صحيحة ولكن التفسير صحيح. 	1
بدون درجة	إما أن الإجابة غير مذكورة أو غير منطقية.	0

إستراتيجيات حل الأسئلة ذات الإجابات القصيرة

الخطوة 1

اقرأ المسألة لتصل إلى فهم ما تحاول حله.

- حدد الحقائق ذات الصلة.
- ابحث عن الكلمات الأساسية ومصطلحات الرياضيات.

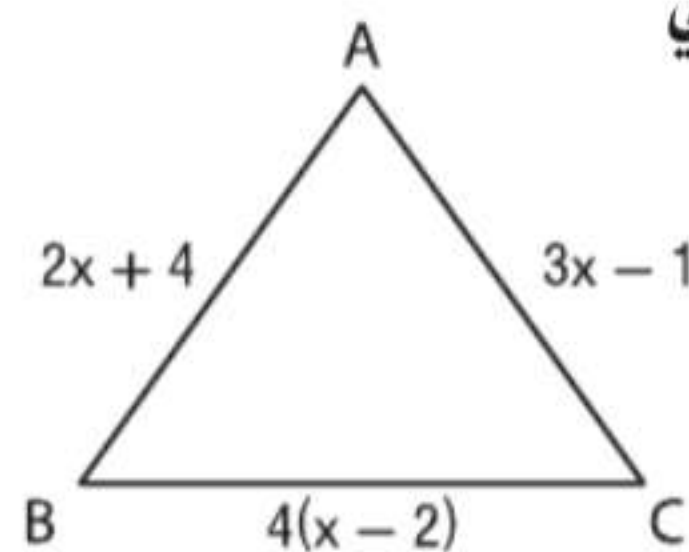
الخطوة 2

ضع خطة وجد حل المسألة.

- اشرح تبريرك أو اذكر أسلوبك لحل المسألة.
- اعرض كل عملك أو خطواتك.
- تحقق من إجابتك إذا سمح الوقت.

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. وحدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها. واكتب الحل هنا.



المثلث ABC متساوي الساقين وقاعدته هي \overline{BC} . ما محيط المثلث؟

اقرأ المسألة بعناية. علمت أن المثلث $\triangle ABC$ متساوي الساقين وقاعدته هي \overline{BC} . مطلوب منك إيجاد محيط المثلث.

ضع خطة وجد حل المسألة.

ساقا المثلث متساوي الساقين متطابقان.

إذا، $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ أو $AB = AC$. حل لإيجاد x .

$$\begin{aligned} AB &= AC \\ 2x + 4 &= 3x - 1 \\ 2x - 3x &= -1 - 4 \\ -x &= -5 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

ثم جد طول كل ضلع.

$$\text{وحدة } BA = 4 + (5)2 = 41$$

$$\text{وحدة } AC = 3(5) - 1 = 14$$

$$\text{وحدة } BC = 4(5 - 2) = 12$$

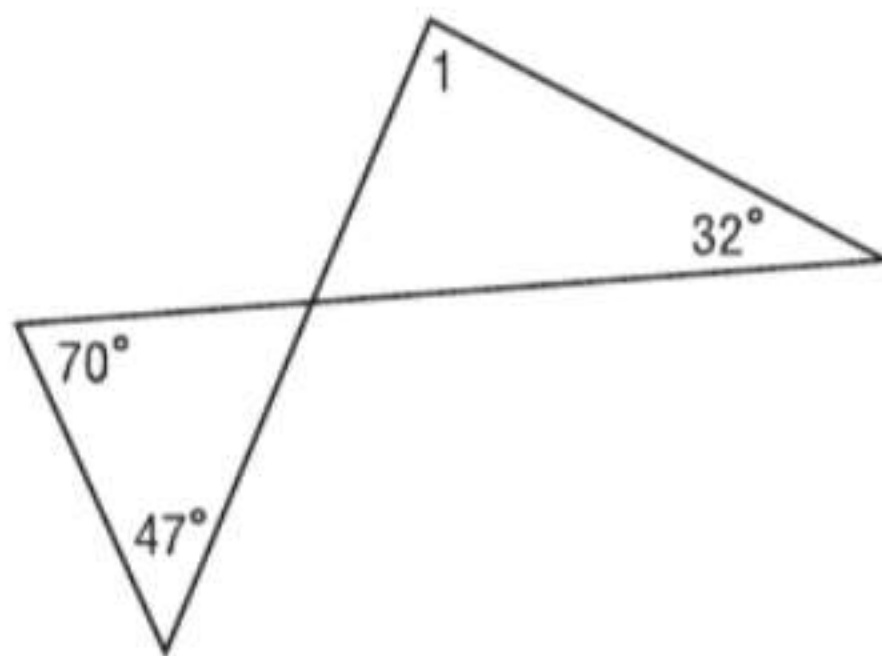
محيط $\triangle ABC$ يساوي وحدة $14 + 14 + 12 = 40$.

تم بوضوح ذكر الخطوات والحسابات والتبرير. وقد توصل الطالب أيضا إلى الإجابة الصحيحة. إذا، تستحق هذه الإجابة النقطتين بالكامل.

التمارين

3. يريد مزارع تجهيز حظيرة للدجاج على شكل مستطيل مساحته 6 m^2 . ويريد أن يوفر المال بشراء أقل قدر ممكن من السياج لإحاطة المساحة. فما الأبعاد بأعداد كلية والتي ستتطلب أقل كمية من السياج؟

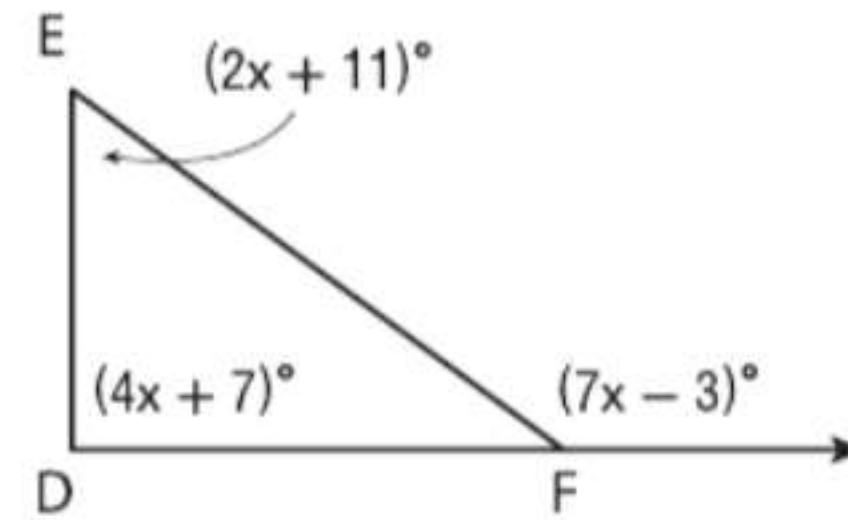
4. ما قياس $m\angle 1$ بالدرجات؟



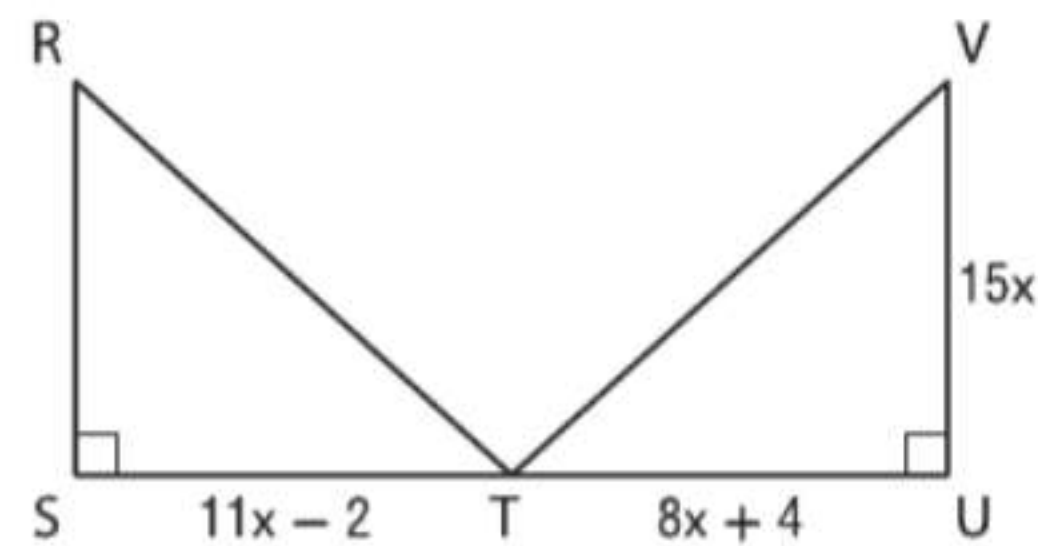
5. اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين $(2, 4)$ و $(0, -2)$.

اقرأ كل مسألة وحدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها. واكتب الحل هنا.

1. صنّف $\triangle DEF$ وفقاً لقياسات زواياه.

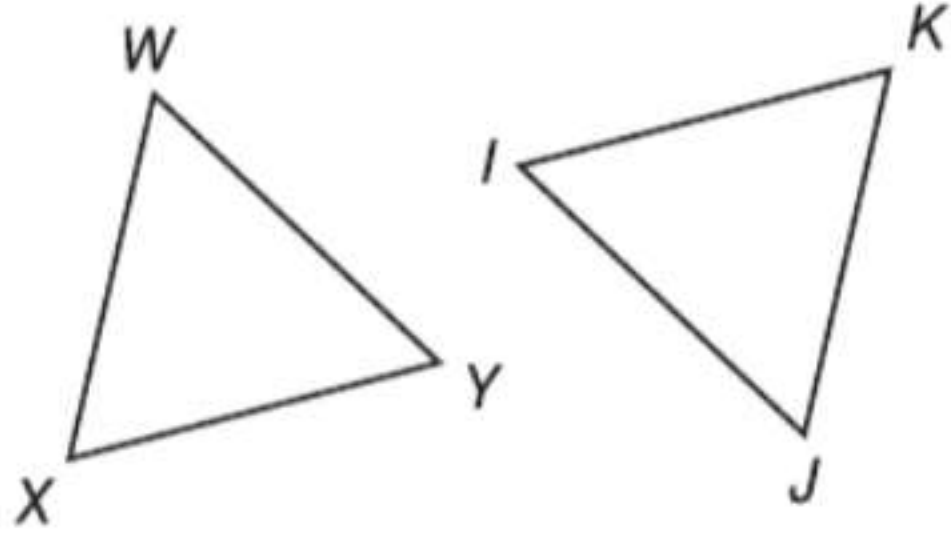


2. في الشكل أدناه، $\triangle RST \cong \triangle VUT$. ما مساحة $\triangle RST$ ؟



تدريب على الاختبارات المعيارية

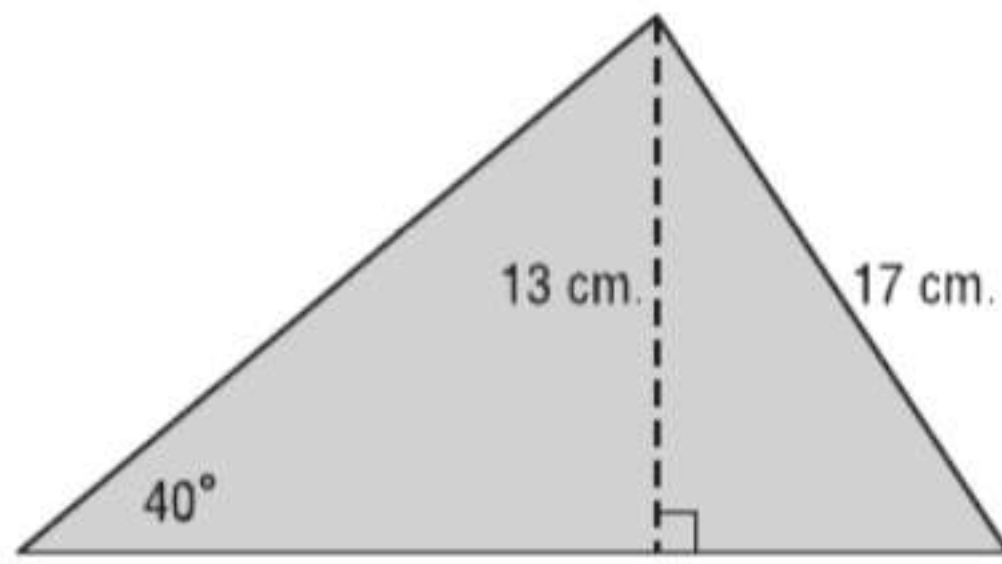
4. المعطيات: $\overline{WX} \cong \overline{JK}$, $\overline{YX} \cong \overline{IK}$, $\angle X \cong \angle K$



أي مما يلي يذكر التطابق الصحيح للمثلثين؟

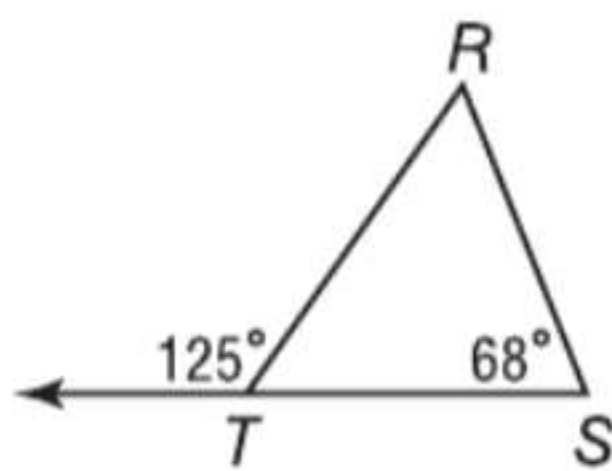
- F $\triangle WXY \cong \triangle KIJ$
- G $\triangle WXY \cong \triangle IKJ$
- H $\triangle WXY \cong \triangle JKI$
- J $\triangle WXY \cong \triangle IJK$

5. ما مساحة المثلث أدناه؟ قَرِّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.



- A 110.5 cm^2
- B 144.2 cm^2
- C 164.5 cm^2
- D 171.9 cm^2

6. ما قياس الزاوية R أدناه؟



- F 57°
- G 59°
- H 65°
- J 68°

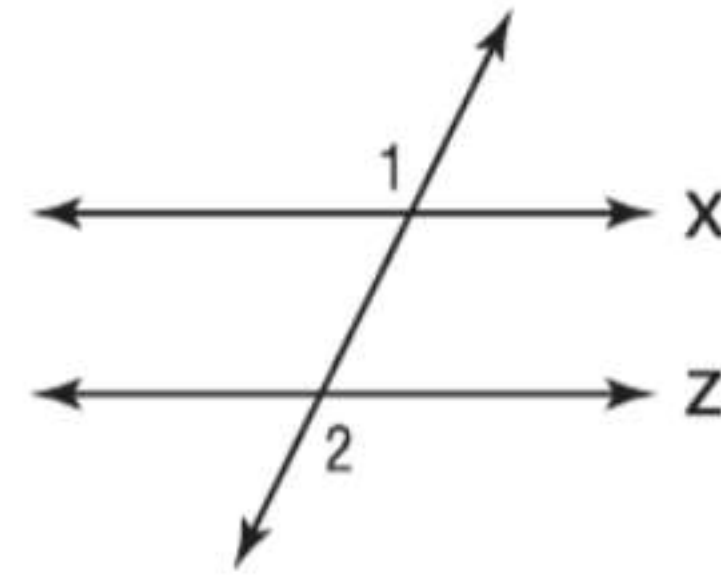
7. افترض أن إحدى زاويتي القاعدة في مثلث متساوي الساقين بقياس 44° . فما قياس زاوية الرأس؟

- A 108°
- B 92°
- C 56°
- D 44°

الاختيار من متعدد

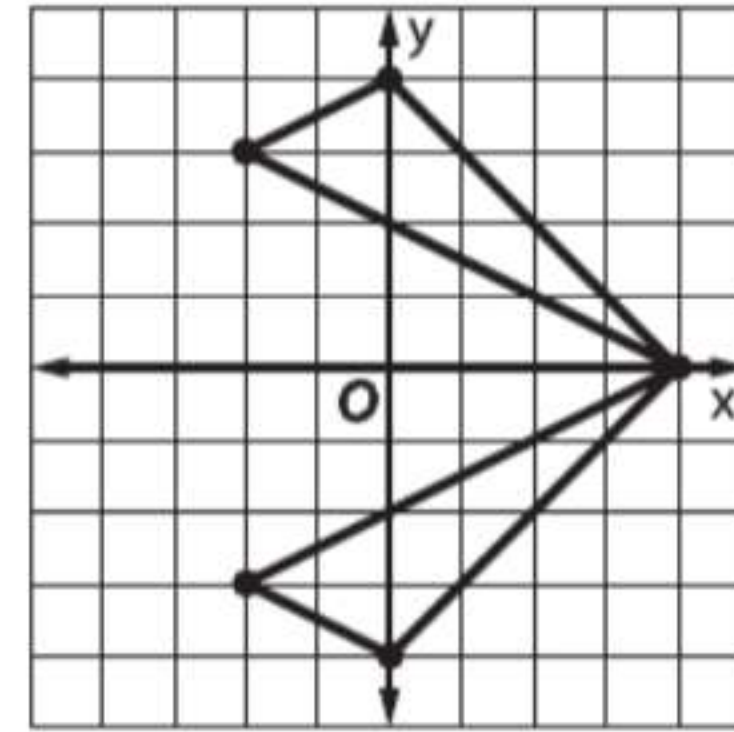
اقرأ كل سؤال، ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي يقدمها لك معلمك أو في أي ورقة أخرى.

1. إذا كانت $m\angle 1 = 110^\circ$. فما القياس الذي يجب أن تبلغه $m\angle 2$ ليكون الخطان المستقيمان X و Z متوازيين؟



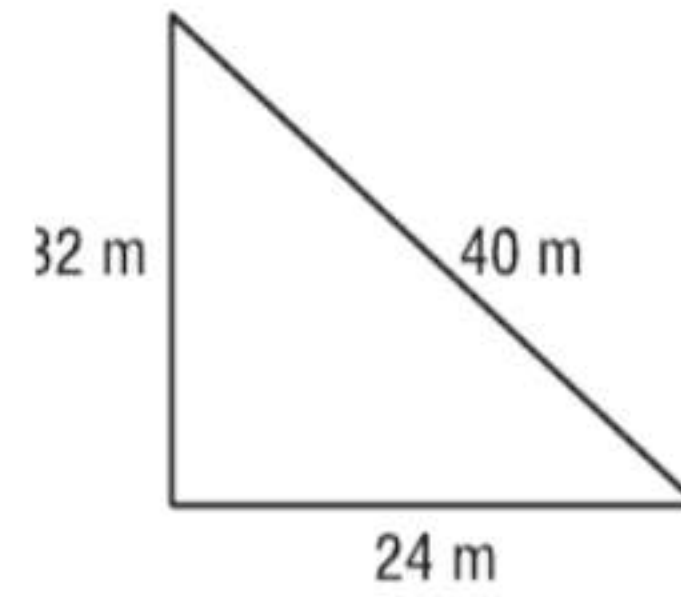
- A 30°
- B 60°
- C 70°
- D 110°

2. أي من المصطلحات التالية يمثل الوصف الأمثل للتحويل أدناه؟



- F التمديد
- G الانعكاس
- H الدوران
- J الإزاحة

3. ضع تصنيفًا للمثلث أدناه وفقًا لأطوال أضلعه.



- A متساوي الأضلاع
- B متساوي الساقين
- C قائم الزاوية
- D مختلف الأضلاع

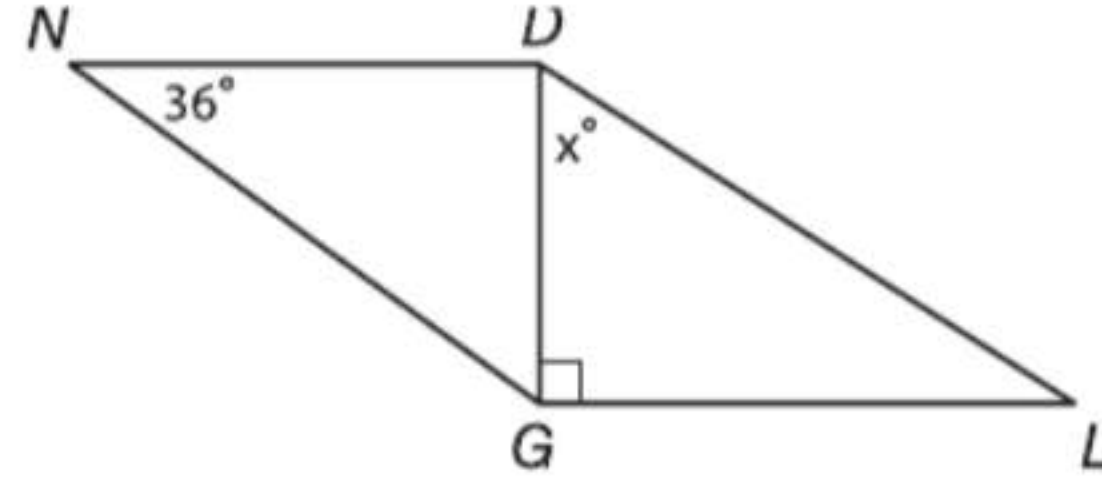
نصيحة عند حل الاختبار

السؤال 3 اقرأ نص المسألة بعناية للتأكد من أنك تختار الإجابة الصحيحة.

الإجابة القصيرة/الإجابة الشبكية

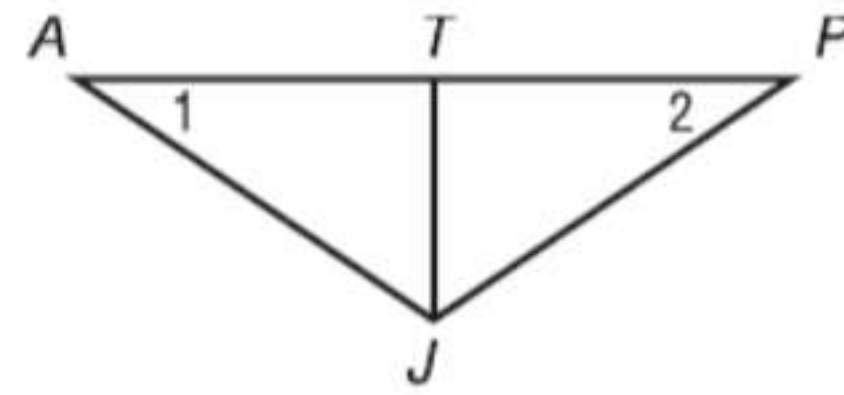
اكتب الإجابات في ورقة الإجابة التي قدمها إليك المعلم أو في ورقة أخرى.

8. الإجابة الشبكية في الشكل أدناه،
ما قيمة x ؟ $\triangle NDG \cong \triangle LGD$



9. الإجابة الشبكية افترض أن المستقيم l يحتوي على النقاط A و B و C . إذا علمت أن $AB = 7$ سم و $AC = 32$ سم، والنقطة B بين النقطتين A و C ، فما طول \overline{BC} ؟ اكتب الإجابة بالسنتيمتر.

10. استخدم الشكل والمعلومات المذكورة أدناه.

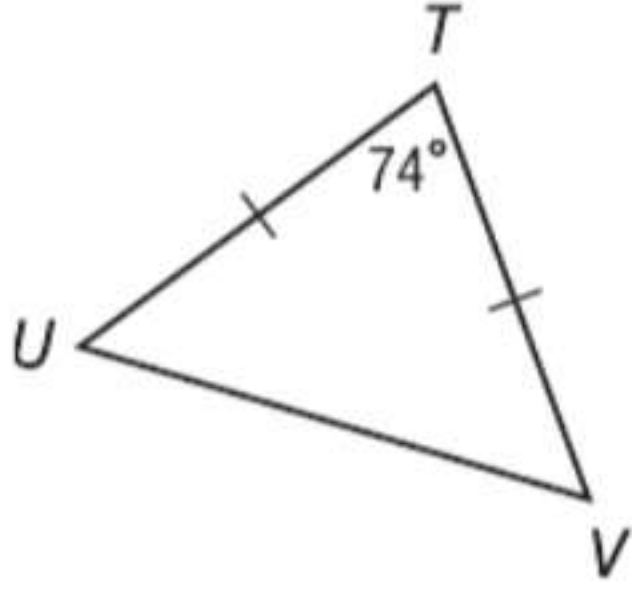


المعطيات: $\overline{JT} \perp \overline{AP}$
 $\angle 1 \cong \angle 2$

ما نظرية التطابق التي يمكنك استخدامها لإثبات أن $\triangle PTJ \cong \triangle ATJ$ فقط باستخدام المعطيات؟ اشرح.

11. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع تمثل المستقيم المار بالنقطتين $(0, 3)$ و $(4, -5)$.

12. الإجابة الشبكية جـ $m\angle TUV$ في الشكل.



13. افترض أن ضلعين في المثلث ABC متطابقان مع ضلعين في المثلث MNO . افترض أيضا أن إحدى الزوايا غير المحصورة في $\triangle ABC$ متطابقة مع إحدى الزوايا غير المحصورة في $\triangle MNO$. هل المثلثان متطابقان؟ إذا كانا كذلك، فاكتب برهانًا حُرًا يوضح التطابق. وإذا لم يكونا كذلك، فارسم مثالًا مضادًا.

الإجابة الموسعة

دوّن إجاباتك على ورقة. واكتب الحل هنا.

14. استخدم شبكة إحداثيات لكتابة برهان لإثبات العبارة التالية.
إذا كانت رؤوس المثلث هي $A(0, 0)$ و $B(2a, b)$ و $C(4a, 0)$ فإن المثلث متساوي الساقين.

a. ارسم الرؤوس على شبكة إحداثيات لتمثيل المسألة.

b. استخدم قانون المسافة لكتابة تعبير AB .

c. استخدم قانون المسافة لكتابة تعبير BC .

d. استخدم النتائج من الجزأين b و c لوضع استنتاج بشأن $\triangle ABC$.

التناسب والتشابه



السابق

لقد درست موضوع النسبة والتناسب واستخدمته في تطبيقات من الحياة اليومية.

الحالي

بعد دراستك لهذه الوحدة ستكون قادرًا على:

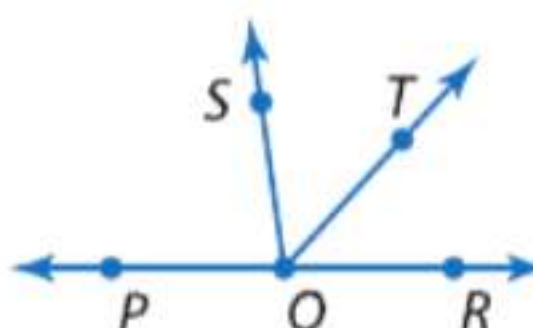
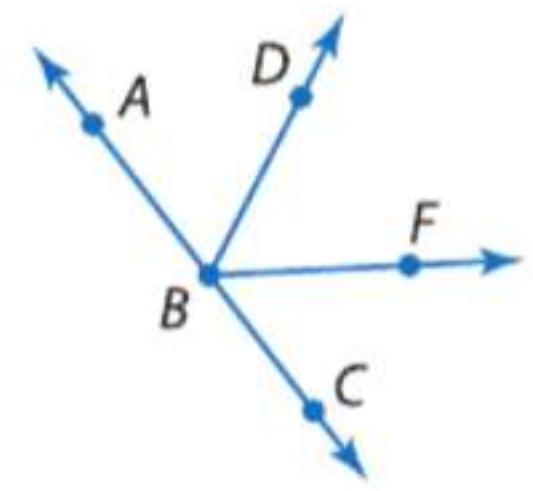
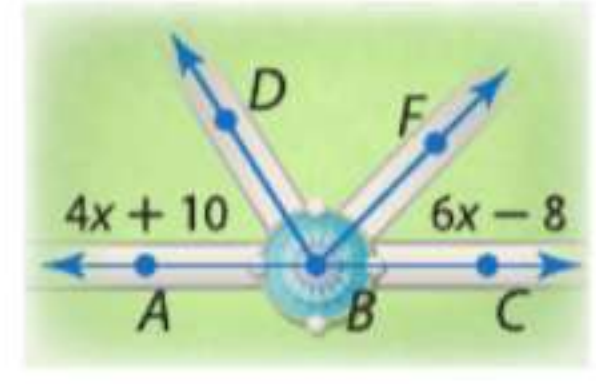
- تحديد المضلعات المتشابهة واستخدام النسبة والتناسب في حل المسائل.
- تحديد واستخدام تحويلات التشابه.
- استخدام النماذج المقياسية/المصغرة والرسومات ذات المقياس النسبي في حل المسائل.

لماذا؟ ▲

الرياضة يمكن استخدام المثلثات المتشابهة في الرياضة لوصف مسار كرة، مثل التمريرة المرتدة التي تنتقل من شخص لآخر.

الاستعداد للوحدة

1 خيار الكتاب المدرسي أجب عن أسئلة التدريب السريع التالية. يرجى الرجوع إلى الجزء "مراجعة سريعة" للحصول على المساعدة.

مراجعة سريعة	تدريب سريع
<p>مثال 1</p> <p>حلّ المعادلة</p> $\frac{4x-3}{5} = \frac{2x+11}{3}$ <p>المعادلة الأصلية</p> $\frac{4x-3}{5} = \frac{2x+11}{3}$ <p>الضرب التبادلي</p> $3(4x-3) = 5(2x+11)$ <p>خاصية التوزيع</p> $12x-9 = 10x+55$ <p>خاصية الإضافة.</p> $2x = 64$ <p>بسط.</p> $x = 32$	<p>حلّ كل من المعادلات التالية.</p> <ol style="list-style-type: none"> $\frac{3x}{8} = \frac{6}{x}$ $\frac{7}{3} = \frac{x-4}{6}$ $\frac{x+9}{2} = \frac{3x-1}{8}$ $\frac{3}{2x} = \frac{3x}{8}$ <p>5. التعليم نسبة الطلاب إلى المعلمين في إحدى المدارس الثانوية هي 17 إلى 1. فإذا كان عدد الطلاب في المدرسة هو 1,088 طالبًا، فكم يبلغ عدد المعلمين؟</p>
<p>مثال 2</p> <p>في الشكل التالي، \overrightarrow{OP} و \overrightarrow{OR} شعاعان متعاكسان و \overrightarrow{OT} ينصف $\angle SQR$. إذا كان $m\angle SQR = 6x + 8$ و $m\angle TQR = 4x - 14$، فجد $m\angle SQT$.</p>  <p>بما أن \overrightarrow{TO} ينصف $\angle SQR$، فإن $m\angle SQR = 2(m\angle TQR)$.</p> <p>تعريف منصف \angle</p> $m\angle SQR = 2(m\angle TQR)$ <p>بالتعويض</p> $6x + 8 = 2(4x - 14)$ <p>خاصية التوزيع</p> $6x + 8 = 8x - 28$ <p>اطرح.</p> $-2x = -36$ <p>بسط.</p> $x = 18$ <p>بما أن \overrightarrow{TO} ينصف $\angle SQR$، فإن $m\angle SQT = m\angle TQR$.</p> <p>تعريف منصف \angle</p> $m\angle SQT = m\angle TQR$ <p>بالتعويض</p> $m\angle SQT = 4x - 14$ $m\angle SQT = 58$	<p>الجبر في الشكل التالي، \overrightarrow{BA} و \overrightarrow{BC} شعاعان متعاكسان و \overrightarrow{BD} ينصف $\angle ABF$.</p>  <p>6. إذا كان $m\angle ABD = x + 14$ و $m\angle ABF = 3x - 8$، فجد $m\angle ABD$.</p> <p>7. إذا كان $m\angle ABF = 10x - 1$ و $m\angle FBC = 2x + 25$، فجد $m\angle DBF$.</p> <p>8. المناظر الطبيعية يخطط مهندس مناظر طبيعية لإضافة أرصفة حول نافورة كما هو مبين في الشكل التالي. إذا كان \overrightarrow{BA} و \overrightarrow{BC} شعاعين متقابلين و \overrightarrow{BD} ينصف $\angle ABF$، فجد $m\angle FBC$.</p> 

البدء في هذه الوحدة

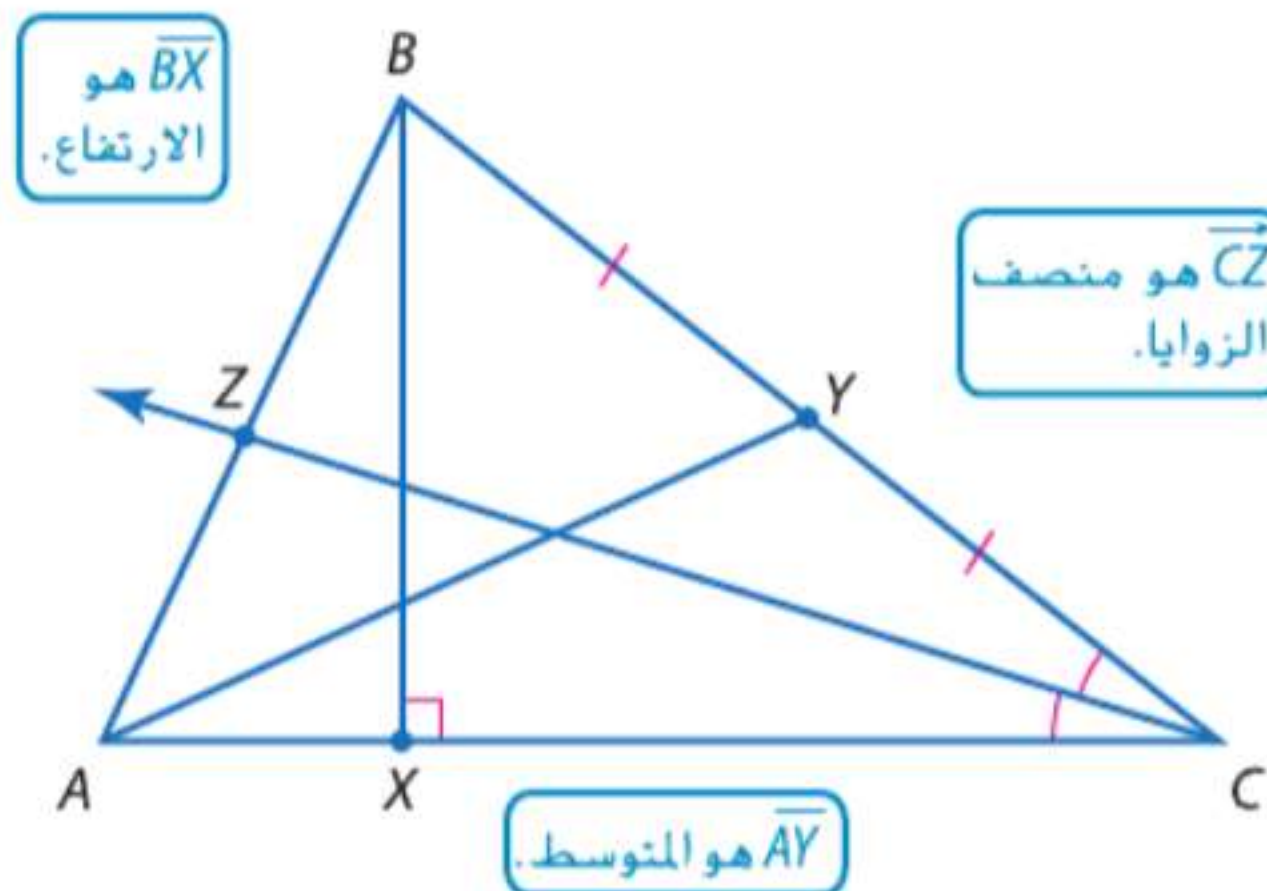
سوف تتعلم عدة مفاهيم ومهارات ومفردات جديدة خلال دراستك لهذه الوحدة. للاستعداد، حدد المصطلحات المهمة ونظم مواردك. قد ترغب بالرجوع إلى وحدات سابقة لمراجعة المهارات المطلوبة.

المفردات الجديدة

نسبة ratio
تناسب proportion
طرفا التناسب extremes
وسطا التناسب means
الضرب التبادلي cross products
المضلعات المتشابهة similar polygons
معامل المقياس scale factor
تغيير الأبعاد (التمدد) dilation
تشابه similarity
تحويل transformation
تكبير enlargement
تصغير reduction
نموذج مقياسي/مصغر scale model
رسم مقياسي scale drawing

مراجعة المفردات

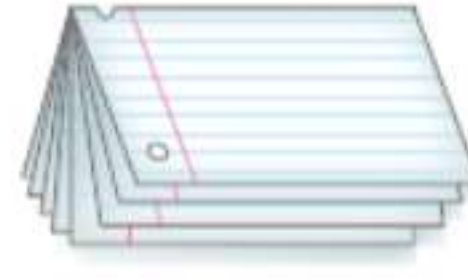
الارتفاع هو عبارة عن طول القطعة المستقيمة من أحد رؤوس المثلث وعمودية على الضلع المقابل للرأس.
منتصف الزوايا هو عبارة عن شعاع يقسم الزاوية إلى زاويتين متطابقتين.
المتوسط هو عبارة عن قطعة مستقيمة مرسومة من أحد رؤوس المثلث وتصل إلى منتصف الضلع المقابل للرأس.



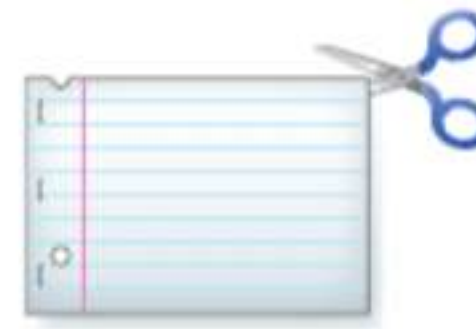
المطويات منظم الدراسة

التناسب والتشابه اصنع هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك على هذه الوحدة فيما يتعلق بالتناسب، والمضلعات المتشابهة، وتحويلات التشابه. ابدأ باستخدام أربع ورقات من الدفتر.

1 قم بطي الورقات الأربع عند المنتصف.



2 اقطع بطول الحافة العلوية المطوية للورقات. استخدم الدبابيس عند الجانب لتكوين كتاب.



3 اقطع الجانب الأيمن من كل ورقة لعمل تبويب لكل درس.



4 اكتب على كل تبويب رقم الدرس، كما هو موضح.



النسب والتناسب

السابق ..

الحالي ..

لماذا؟ ..

لقد قمت بحل المسائل بكتابة معادلات وحلها.

1 كتابة النسبة.

2 كتابة تناسب وإيجاد حلها.

نسبة الطول إلى العرض في شاشة التلفاز أو الكمبيوتر هي طول الشاشة مقسوما على عرضها. شاشة التلفزيون القياسية لها نسبة طول إلى عرض تساوي $\frac{4}{3}$ أو 4:3. بينما شاشة التلفزيون عالية الدقة (HDTV) تصل نسبة طولها إلى عرضها 16:9.

المفردات الجديدة

نسبة ratio

النسب الموسعة/الممتدة extended ratios

تناسب proportion

طرفا التناسب extremes

وسطا التناسب means

نواتج الضرب التبادلي cross products

ممارسات في الرياضيات

محاولة إيجاد البنية واستخدامها. البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك.



1 كتابة النسب واستخدامها **النسبة** عبارة عن مقارنة كميتين باستخدام القسمة. يمكن التعبير عن نسبة الكميتين a و b بالصورة a إلى b أو $a : b$ أو $\frac{a}{b}$. حيث $b \neq 0$. النسب يعبر عنها عادةً في أبسط صورة. نسبة البعدين 32:18 و 16:9 متساوية.

$$\frac{\text{طول الشاشة}}{\text{عرض الشاشة}} = \frac{32 \text{ in.}}{18 \text{ in.}} \quad \text{اقسم الوحدات}$$

$$= \frac{32 \div 2}{18 \div 2} = \frac{16}{9} \quad \text{اقسم على العوامل المشتركة}$$

مثال 1 من الحياة اليومية كتابة النسب وتحويلها لأبسط صورة

الألعاب الرياضية متوسط عدد النقاط للاعب السلة هو نسبة عدد الأهداف ذات النقطتين إلى عدد الأهداف ذات الثلاث نقاط. وقد حقق عبد الله لاعب فريق الأهلي أعلى متوسط للنقاط في أحد المواسم الرياضية إذا أحرز عبد الله 521 هدفاً ذو ثلاث نقاط و 181 هدفاً ذو نقطتين، احسب متوسط نقاط عبد الله.

$$\frac{\text{عدد الأهداف ذات النقطتين على عدد الأهداف ذات الثلاث نقاط}}{\text{عدد الأهداف ذات النقطتين}} = \frac{181}{521}$$

$$\approx \frac{0.347}{1} \quad \text{النسبة التي تبلغ فيها قيمة المقام 1 تسمى نسبة الوحدة.}$$

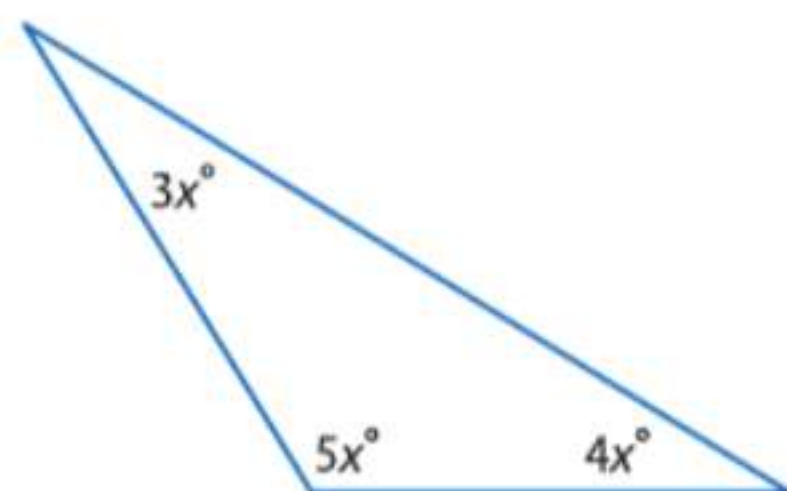
فيصبح متوسط ضربات عبد الله هو 0.347.

تمرين موجّه

1. **نشاط مدرسي** يوجد في مدرسة أسامة الثانوية 190 معلماً و 2,650 طالباً. ما النسبة التقريبية للطلاب إلى المعلمين في هذه المدرسة؟

النسب الموسعة يمكن استخدامها لمقارنة ثلاث كميات أو أكثر. فالتعبير $a : b : c$ يعني أن نسبة أول كميتين $a : b$ ونسبة آخر كميتين هي $b : c$. ونسبة الكمية الأولى والأخيرة هي $a : c$.

النسبة بين قياسات الزوايا في مثلث هي 3:4:5. جـد قياسات الزوايا.
نظرًا لأن النسبة $\frac{3}{4}$ أو 3:4 مساوية للنسبة $\frac{3x}{4x}$ أو $3x:4x$. إذاً يمكن كتابة النسبة الموسعة
3 : 4 : 5 كالتالي $3x:4x:5x$.



ارسم المثلث واكتب قياسات زواياه.
ثم اكتب معادلة ووجد حلها لإيجاد قيمة x .

$$\begin{aligned} 3x + 4x + 5x &= 180 && \text{نظرية مجموع زوايا المثلث} \\ 12x &= 180 && \text{اجمع الحدود المتشابهة.} \\ x &= 15 && \text{اقسم كل طرف على 12.} \end{aligned}$$

إذاً قياسات الزوايا هي $(15)3$ أو 45 و $(15)4$ أو 60 و $(15)5$ أو 75.

التحقق مجموع قياسات زوايا المثلث تساوي 180.

$$45 + 60 + 75 = 180 \checkmark$$

تمرين موجّه

2. في مثلث، تبلغ نسبة أطوال الأضلاع 2 : 2 : 3 ومحيطه يساوي 392 cm. جـد طول أطول ضلع بهذا المثلث.

2

استخدام خواص التناسبات المعادلة التي توضح أن النسبتين متساويتان تسمى **معادلة التناسب**. في معادلة التناسب التالية $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ، العددان a و d يسميان **طرفي** التناسب، بينما العددان b و c يسميان **وسطي** التناسب.

$$\begin{aligned} \text{وسط} \leftarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \leftarrow \text{طرف} \\ \text{طرف} \leftarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \leftarrow \text{وسط} \end{aligned}$$

ناتج ضرب الطرفين ad وناتج ضرب الوسطين bc يسمى **نواتج الضرب التبادلي**.

قراءة في الرياضيات

التناسب عند كتابة التناسب باستخدام النقطتين، فنقرأه باستخدام كلمة إلى بدلاً من النقطتين. مثال، 2 : 3 تقرأ 2 إلى 3. وسطا التناسب هما العددان الداخليان، وطرفا التناسب هما العددان الخارجيان.



المفهوم الأساسي خاصية نواتج الضرب التبادلي

الشرح في التناسب، ناتج ضرب الطرفين يساوي ناتج ضرب الوسطين.

الرموز إذا كان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ عندما $b \neq 0$ و $d \neq 0$ ، فإن $ad = bc$.

مثال إذا كان $\frac{4}{10} = \frac{6}{15}$ ، فإن $4 \times 15 = 10 \times 6$.

ستثبت خاصية نواتج الضرب التبادلي في التمرين 41.

معكوس خاصية نواتج التقاطعي صحيح أيضا. إذا كان $ad = bc$ و $b \neq 0$ و $d \neq 0$.

فإن $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ، بمعنى أن، $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ تشكل معادلة تناسب. يمكنك استخدام خاصية نواتج الضرب التبادلي لإيجاد حل معادلة التناسب.

مثال 3 استخدام الضرب التبادلي لحل التناسبات

حلّ كلا من التناسبات التالية.

$$a. \frac{6}{x} = \frac{21}{31.5}$$

$$\frac{6}{x} = \frac{21}{31.5}$$

$$6(31.5) = x(21)$$

$$189 = 21x$$

$$9 = x$$

التناسب الأصلي

خاصية الضرب التبادلي

بسط

جد قيمة x

$$b. \frac{x+3}{2} = \frac{4x}{5}$$

$$\frac{x+3}{2} = \frac{4x}{5}$$

$$(x+3)5 = 2(4x)$$

$$5x+15 = 8x$$

$$15 = 3x$$

$$5 = x$$

تمرين موجّه

$$3A. \frac{x}{4} = \frac{11}{-6}$$

$$3B. \frac{-4}{7} = \frac{6}{2y+5}$$

$$3C. \frac{7}{z-1} = \frac{9}{z+4}$$

يمكن استخدام التناسب لعمل توقعات.

نصيحة دراسية

المثابرة المثال 3b يمكن حله عن طريق ضرب كل طرف في 10. المقام المشترك الأصغر.

$$10\left(\frac{x+3}{2}\right) = \frac{4x}{5}(10)$$

$$5(x+3) = 2(4x)$$

$$5x+15 = 8x$$

$$15 = 3x$$

$$5 = x$$

مثال 4 من الحياة اليومية استخدام التناسب لعمل توقعات

امتلاك سيارة أجرى أحمد دراسة مسحية على 50 طالبًا يذهبون إلى المدرسة بالسيارة ووجد أن 28 طالبًا منهم يملكون سيارة. إذا كان عدد الطلاب الذين يذهبون إلى مدارسهم بالسيارة هو 755 طالبًا، فتوقع إجمالي عدد الطلاب الذين يملكون سيارة. اكتب وحلّ التناسب الذي يقارن عدد الطلاب الذين يملكون سيارة إلى عدد الطلاب الذين يذهبون إلى المدرسة بالسيارة.

$$\frac{28}{50} = \frac{x}{755}$$

الطلاب الذين يملكون سيارات ←

الطلاب الذين يذهبون إلى المدرسة بالسيارة ←

$$28 \times 755 = 50 \times x$$

خاصية الضرب التبادلي

$$21,140 = 50x$$

بسط.

$$422.8 = x$$

اقسم كل طرف على 50.

بناءً على دراسة أحمد، حوالي 423 طالبًا في مدرسته يملكون سيارة.

تمرين موجّه

4. علم الأحياء في إحدى التجارب، اصطاد الطلاب بعض الفراشات، وسجلوا أرقامًا على أجنحتها، ثم أطلقوا سراحها. اصطاد الطلاب 48 فراشة منها ثلاث فراشات بعلامات على أجنحتها. توقع عدد الفراشات التي ستحمل علامات على أجنحتها عند اصطياد 100 فراشة.

الربط بالحياة اليومية

النسبة المئوية لقائدي السيارات من الشباب (الفئة العمرية من 15 إلى 20) باستخدام سياراتهم الخاصة تضاعفت تقريبًا في كل أنحاء البلاد من 22 في المئة في عام 1985 إلى 42 في المئة في عام 2003.
المصدر: CNW Marketing Research

التناسب الموضح في المثال 4 ليس هو التناسب الصحيح الوحيد لهذه الحالة. كل صيغ التناسب المتكافئة لها نواتج ضرب تقاطعي متطابقة.

المفهوم الأساسي التناسبات المتكافئة

التناسبات التالية متكافئة.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \quad \frac{c}{a} = \frac{d}{b}$$

الرموز

$$\frac{28}{50} = \frac{x}{755} \quad \frac{50}{28} = \frac{755}{x} \quad \frac{28}{x} = \frac{50}{755} \quad \frac{755}{28} = \frac{x}{50}$$

أمثلة

مثال 1

1. **حيوانات أليفة** في دراسة شملت 1000 أسرة، وجد أن منهم 460 أسرة تقتني على الأقل كلبًا واحدًا أو قطة كحيوان أليف . ما نسبة مالكي الحيوانات الأليفة إلى عدد الأسر؟

2. **الألعاب الرياضية** تتنافس ثلاثون فتاة على 15 مركزًا في فريق كرة السلة. ما نسبة المراكز المتاحة إلى الفتيات المتنافسة؟

2 مثال 3. نسبة أطوال ثلاثة أضلاع في مثلث هي 4 : 5 : 2، ومحيطه يساوي 165 وحدة. جـد طول كل ضلع من أضلاع المثلث.

4. نسبة قياسات ثلاث زوايا في مثلث هي 8 : 6 : 4. جـد قياس كل زاوية من زوايا المثلث.

3 مثال حلّ كلاً من التناسبات التالية.

5. $\frac{2}{3} = \frac{x}{24}$

6. $\frac{x}{5} = \frac{28}{100}$

7. $\frac{2.2}{x} = \frac{26.4}{96}$

8. $\frac{x-3}{3} = \frac{5}{8}$

4 مثال 9. **استخدام النماذج** تُعد حليلة خبز التفاح من أجل المقصف في مجلس الطلاب. الوصفة التي تعدها تتطلب 2 بيضة لكل 12 قطعة خبز، وهي تحتاج لعمل 108 قطعة. فكم عدد البيض الذي ستحتاج إليه؟

التمرين وحل المسائل

مثال 1

أفلام بالنسبة للتمرينين 10 و 11، ارجع إلى الرسم البياني أدناه.



10. من قائمة الأفلام، ما الأفلام التي حصلت على أعلى نسبة من جوائز الأوسكار مقارنةً بعدد الأفلام المرشحة لهذه الجوائز؟

11. ما هو الفيلم الذي حصل على أقل نسبة جوائز مقارنةً بعدد الأفلام المرشحة لهذه الجوائز؟

2 مثال 12. **الألعاب** متجر ألعاب فيديو به 60 لعبة للاختيار من بينها، من بينها 40 لعبة رياضية. ما هي نسبة الألعاب الرياضية إلى ألعاب الفيديو؟

13. نسبة أطوال الأضلاع الثلاثة في مثلث هي 5 : 7 : 9. ومحيطه يساوي 191.1 cm. جـد طول كل ضلع.

14. نسبة أطوال الأضلاع الثلاثة في مثلث هي 3 : 7 : 5. ومحيطه يساوي 156.8 m. جـد طول كل ضلع.

15. نسبة أطوال الأضلاع الثلاثة في مثلث هي $\frac{1}{4} : \frac{1}{8} : \frac{1}{6}$. ومحيطه يساوي 4.75 m. جـد طول أطول ضلع بهذا المثلث.

16. نسبة أطوال الأضلاع الثلاثة في مثلث هي $\frac{1}{4} : \frac{1}{3} : \frac{1}{6}$. ومحيطه يساوي 31.5 cm. جـد طول الضلع الأقصر.

جد قياسات زوايا كل مثلث.

17. نسبة قياسات الزوايا في مثلث هي 3:6:1.
18. نسبة قياسات الزوايا في مثلث هي 7:5:8.
19. نسبة قياسات الزوايا في مثلث هي 10:8:6.
20. نسبة قياسات الزوايا في مثلث هي 5:4:7.

حلّ كلاً من التناسبات التالية.

مثال 3

$$21. \frac{5}{8} = \frac{y}{3} \quad 22. \frac{w}{6.4} = \frac{1}{2} \quad 23. \frac{4x}{24} = \frac{56}{112} \quad 24. \frac{11}{20} = \frac{55}{20x}$$

$$25. \frac{2x+5}{10} = \frac{42}{20} \quad 26. \frac{a+2}{a-2} = \frac{3}{2} \quad 27. \frac{3x-1}{4} = \frac{2x+4}{5} \quad 28. \frac{3x-6}{2} = \frac{4x-2}{4}$$

29 تغذية وفقاً لدراسة حديثة، فإن 7 أشخاص من بين كل 500 شخص في الفئة العمرية من 13 إلى 17 عاماً نباتيون. في مجموعة من 350 شخصاً تبلغ أعمارهم من 13 إلى 17 عاماً، كم شخصاً تتوقع أن يكونوا نباتيين؟

مثال 4

30 العملات ستسافر عائلتك إلى المكسيك لقضاء العطلة. وقد وفرت AED 5000 لاستخدامها في النفقات. إذا كان 300 من العملة المكسيكية البيزو تساوي AED 57.50، فما هو المبلغ الذي ستحصل عليه عندما تستبدل AED 5000 مقابل البيزو؟

الجبر حلّ كلا من التناسبات التالية. قرب إلى أقرب جزء من عشرة.

$$31. \frac{2x+3}{3} = \frac{6}{x-1} \quad 32. \frac{x^2+4x+4}{40} = \frac{x+2}{10} \quad 33. \frac{9x+6}{18} = \frac{20x+4}{3x}$$

34. محيط أحد المستطيلات يساوي 98 m. نسبة طوله إلى عرضه تساوي 5:2. جد مساحة المستطيل.
35. محيط أحد المستطيلات يساوي 220 in. نسبة طوله إلى عرضه تساوي 7:3. جد مساحة المستطيل.
36. نسبة أطوال أضلاع شكل رباعي هي 2:3:5:4. ومحيطه يساوي 154 in. جد طول الضلع الأقصر.
37. نسبة قياس زوايا شكل رباعي هي 3:4:6:2. جد قياسات زوايا هذا الشكل.

38 وظائف صيفية في شهر يونيو عام 2000، كان لدى 60.2% من الشباب الأمريكيين من 16 إلى 19 عاماً وظائف صيفية. بحلول شهر يونيو عام 2006، كان 51.6% من الشباب في هذه الفئة العمرية جزءاً من القوى العاملة الصيفية.

a. هل عدد من لديهم وظائف صيفية من الفئة العمرية من 16 إلى 19 عاماً زاد أم نقص منذ عام 2000؟ اشرح استنتاجك.

b. في يونيو 2006، كم عدد الشباب في الفئة العمرية من 16 إلى 19 عاماً الذين تتوقع أن يحصلوا على وظائف من بين 700 شاب من هذه الفئة العمرية؟ اشرح استنتاجك.

39 استخدام النماذج في أحد المستطيلات الذهبية، كانت نسبة الطول إلى العرض 1.618 تقريباً. وهذا ما أصبح يعرف باسم النسبة الذهبية.

a. باستدعاء المعلومات من صفحة بداية الدرس نجد أن شاشة التلفزيون قياسية لها نسبة بعدين تساوي 4:3. بينما شاشة التلفزيون عالية الدقة لها نسبة بعدين تساوي 16:9. هل كلا النوعين من الشاشات هو مستطيل ذهبي؟ اشرح.

b. يمكن استخدام النسبة الذهبية أيضاً في تحديد نظام التخطيط لأعمدة صفحات الإنترنت. فكر في موقع به عمودان، الأيسر للمحتويات والأيمن يعمل كشريط جانبي. نسبة عرض العمود الأيسر إلى الأيمن هي النسبة الذهبية. حدد عرض كل عمود إذا كان عرض الصفحة يساوي 960 بيكسل.

40 أنشطة مدرسية أظهرت دراسة استطلاعية عن الاشتراك في الأنشطة الرياضية أنه من بين 36 طالباً شملتهم الدراسة، كانت نسبة أعضاء النادي الاجتماعي إلى أعضاء النادي الثقافي إلى أعضاء النادي الرياضي هي 2:3:7. كم عدد أعضاء النادي الثقافي من الذين شملتهم هذه الدراسة؟ افترض أن كل طالب هو عضو نشط في نادٍ واحد فقط.

41. **برهان** اكتب برهاناً جبرياً لخاصية نواتج الضرب التبادلي.

42. **ألعاب رياضية** تركض حصة ركضا خفيفاً على نفس المسار كل يوم في الشتاء لكي تحافظ على لياقتها من أجل موسم السباقات. وهي تركض بمعدل ثابت، وتقضي 39 دقيقة في الجري. فإذا كانت نسبة أوقات مراحل الجري هي 4:5:1:3، فكم تستغرق منها مرحلة الجري الثانية؟

43. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف العلاقات المتناسبة في المثلثات.

- a. **هندسياً** ارسم مثلثاً متساوي الساقين ABC . قس طول الساقين وزاوية الرأس واكتب ذلك. ارسم مثلثاً ثانياً MNO بزاوية رأس متطابقة وساقين مثلي طول الساقين في المثلث ABC . ارسم مثلثاً ثالثاً PQR بزاوية رأس متطابقة وساقين نصف طول الساقين في المثلث ABC .
- b. **جدولياً** انسخ الجدول أدناه وأكمله بالقيم المناسبة.

المثلث	ABC	MNO	PQR
طول الساق			
المحيط			

c. **لفظياً** قم بتخمين التغيير في محيط مثلث متساوي الساقين إذا بقيت زاوية الرأس ثابتة وتغير طول الساق زيادةً ونقصاناً بمعامل ثابت.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

43. **تحليل الخطأ** قامت كلٌّ من أمل وأمني بحل التناسب التالي $\frac{x-3}{4} = \frac{1}{2}$. هل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

أمني	أمل
$x - 3(2) = 4(1)$	$(x - 3)1 = 4(2)$
$x - 3 = 4$	$x - 3 = 8$
$x = 7$	$x = 11$

45. **تحد** أبعاد أحد المستطيلات هي y و $y^2 + 1$ ومحيطه يساوي 14 وحدة. جد نسبة طول الضلع الأطول إلى طول الضلع الأقصر في المستطيل.

46. **التبرير** نسبة أطوال القطرين في الشكل الرباعي هي 1:1. نسبة أطوال الأضلاع المتتالية في الشكل الرباعي هي 3:5 : 3:4 : 3. صنف الشكل الرباعي. اشرح.

47. **أي مما يلي لا ينتمي للمجموعة؟** حدد التناسب الذي لا ينتمي إلى التناسبات الثلاثة الأخرى. اشرح استنتاجك.

$$\frac{3}{8} = \frac{8.4}{22.4}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{5}{7.5}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{14}{16.8}$$

$$\frac{7}{9} = \frac{19.6}{25.2}$$

48. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب أربع نسب مكافئة للنسبة 2:5. اشرح سبب تساوي جميع النسب.

49. **الكتابة في الرياضيات** قارن وقابل بين النسبة والتناسب. اشرح كيف تستخدم كلاهما في حل مسألة.

50. حلّ التناسب التالي.

$$\frac{x}{-8} = \frac{12}{6}$$

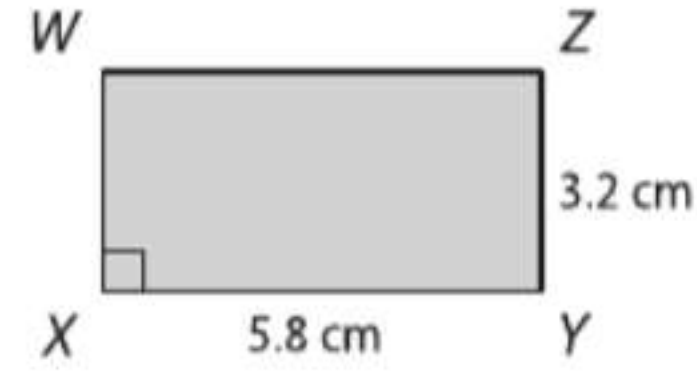
A -12

C -16

B -14

D -18

51. ما مساحة المستطيل WXYZ؟



F 18.6 cm^2

H 21.2 cm^2

G 20.4 cm^2

J 22.8 cm^2

52. إجابة شبكية تبلغ أبعاد غرفة السيدة آمنة ذات الشكل المستطيل 8 m في 6 m. وهي ترغب في شراء سجادة لهذه الغرفة تكلف AED 9.75 لكل متر مربع، شاملة الضريبة. فكم ستكون التكلفة بالدرهم لفرش غرفتها بالسجاد؟

53. SAT/ACT لدى بثنية أقراص DVD تزيد عن أربعة أمثال ما لدى هنا بمقدار 5. لو كان لدى هنا x أقراص، فإذا بدلالة x ، كم يبلغ عدد الأقراص التي لدى بثينة؟

A $4(x + 5)$

D $4x + 5$

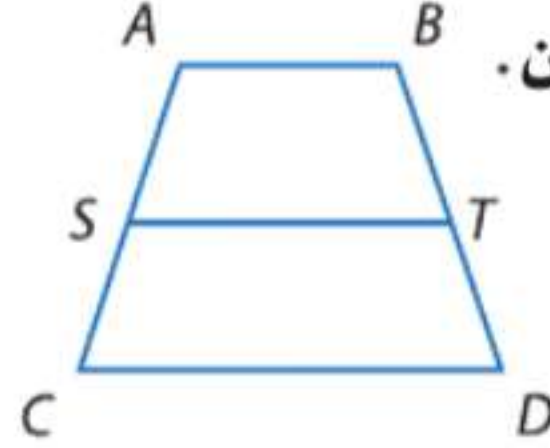
B $4(x + 3)$

E $5x + 4$

C $9x$

مراجعة شاملة

بالنسبة لشبه المنحرف ABCD، S و T هما نقطتا منتصف الساقين. (الدرس 6-6)

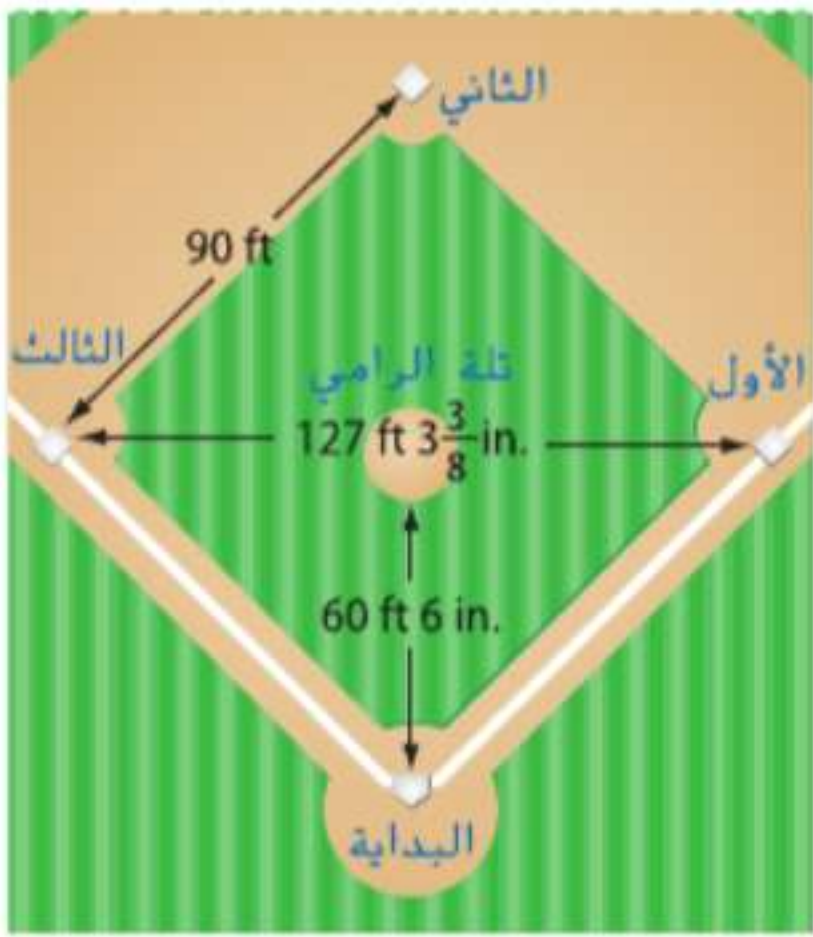


54. إذا كان $CD = 14$ و $ST = 10$ و $AB = 2x$ ، فجد x .

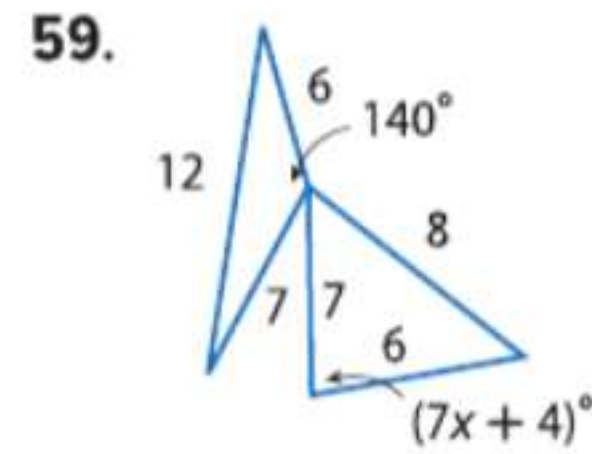
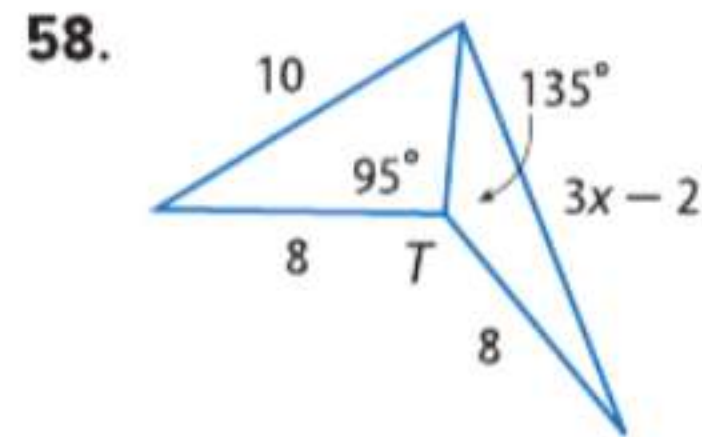
55. إذا كان $AB = 3x$ و $ST = 15$ و $CD = 9x$ ، فجد x .

56. إذا كان $AB = x + 4$ و $CD = 3x + 2$ و $ST = 9$ ، فجد AB .

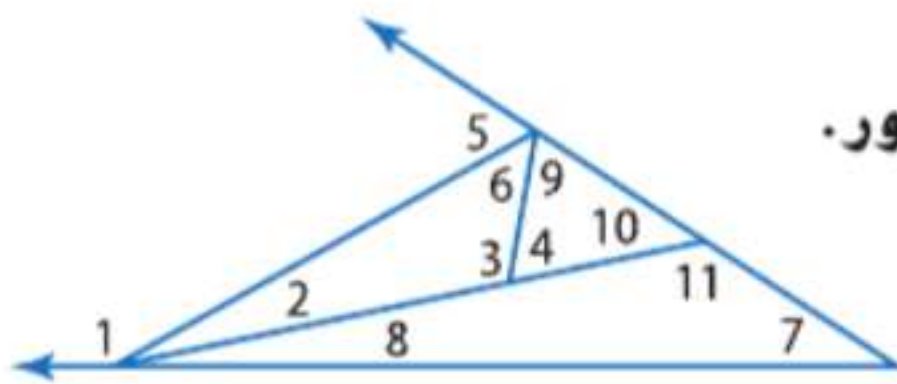
57. ألعاب رياضية الجزء الداخلي من منطقة الرمي في البيسبول مربع الشكل، كما هو موضح على اليسار. هل تلة الرامي تقع في منتصف الجزء الداخلي؟ اشرح.



اكتب متباينة لمدى قيم x .



استخدم نظرية متباينة الزاوية الخارجية لإدراج جميع الزوايا المستوفية للشرط المذكور.



61. القياسات أكبر من $m\angle 6$

60. القياسات أقل من $m\angle 5$

63. القياسات أقل من $m\angle 11$

62. القياسات أكبر من $m\angle 10$

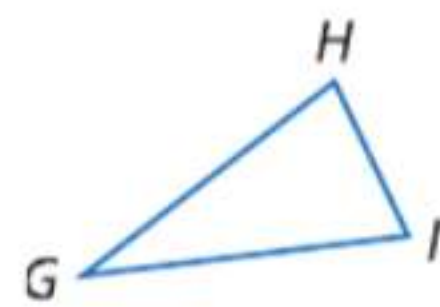
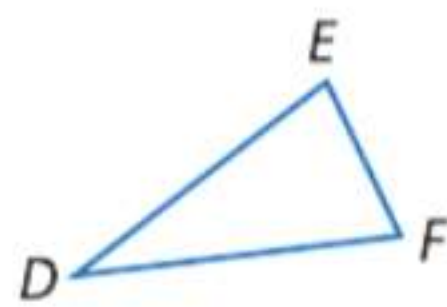
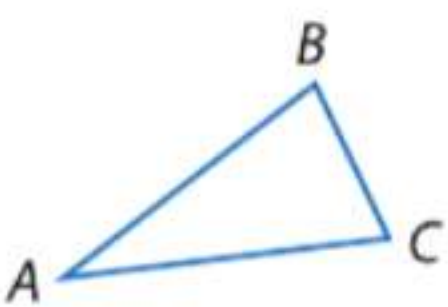
64. استنتاج جـد مثالا مناقضاً للعبارة التالية.

إذا كان الخطان المستقيمان P و m يقطعهما القاطع t بحيث تكون الزوايا الداخلية المتتالية متطابقة، فإن الخطين المستقيمين Z و m يكونان متوازيين وتكون t عمودية على كلا الخطين المستقيمين.

مراجعة المهارات

اكتب فقرة إثبات.

65. المعطيات: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$; $\triangle DEF \cong \triangle GHI$
المطلوب: $\triangle ABC \cong \triangle GHI$





مختبر تقنية التمثيل البياني فيوناتشي والنسب

15-1

ولد ليوناردو بيسانو (من 1170 إلى 1250 ميلادية)، أو فيوناتشي في إيطاليا ولكنه تعلم في شمال إفريقيا. ولذلك، كانت أعماله مشابهة لأعمال مؤلفي شمال إفريقيا في ذلك الوقت. كتابه *Liber abaci*. المنشور في 1202. قدم لنا ما يعرف الآن باسم متتالية فيوناتشي، والتي فيها كل حد بعد أول حدين يساوي ناتج جمع العددين السابقين له .

الحد	1	2	3	4	5	6	7
عدد فيوناتشي	1	1	2	3	5	8	13

\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow
1+1 1+2 2+3 3+5 5+8

النشاط

يمكنك استخدام تطبيقات خاصة على بعض حاسبات التمثيل البياني وذلك لحساب حدود متتالية فيوناتشي. ثم قارن كل حد بالذي قبله.

FIB	A	B	C
1	TERM	FIB	RATIO
2	1	1	1
3	2	1	1
4	3	2	2
5	4	3	1.5
6	5	5	1.6667

C1: "RATIO" [Menu]

الخطوة 1 افتح تطبيق CellSheet بالضغط على المفتاح [APPS].
اختر رقم الخلية واضغط على [ENTER].

الخطوة 2 أدخل رؤوس الأعمدة في الصف 1. استخدم مفتاح ALPHA لإدخال الحروف ثم اضغط على ["] في بداية كل عنوان.

الخطوة 3 أدخل 1 في الخلية A2. ثم أضف الصيغة =A2+1 في الخلية A3.
اضغط [STO] لإضافة علامة = إلى الصيغة. ثم استخدم [F3] لنسخ هذه الصيغة واستخدم [F4] للضغط في كل خلية من خلايا العمود. وهذا سيحسب تلقائيًا العدد الموجود في كل حد.

الخطوة 4 في العمود B، سنسجل أعداد فيوناتشي. أدخل رقم 1 في الخلايا B2 و B3 لعدم وجود حدين سابقين لإضافتهما. ثم أدخل الصيغة =B2+B3 في الخلية B4. انسخ هذه الصيغة إلى أسفل العمود.

الخطوة 5 في العمود C، سنجد نسبة كل حد إلى الحد الذي يسبقه.
أدخل رقم 1 في الخلية C2 لعدم وجود حد يسبقه. ثم أدخل B3/B2 في الخلية C3. انسخ هذه الصيغة إلى أسفل العمود. تعرض الشاشات نتائج الحدود من 1 حتى 11.

FIB	A	B	C
7	6	8	1.6
8	7	13	1.625
9	8	21	1.6154
10	9	34	1.619
11	10	55	1.6176
12			

C12: [Menu]

تحليل النتائج

1. ماذا يحدث لعدد فيوناتشي عند زيادة عدد الحدود؟
2. ما نمط الأعداد الفردية والزوجية الذي تلاحظه في متتالية فيوناتشي؟
3. ما النمط الذي تلاحظه في عمود النسبة كلما زاد عدد الحدود؟
4. زد في مساحة الورقة لحساب خمسين حدًا من متتالية فيوناتشي. صف أي اختلاف في الأنماط التي ذكرتها في التمارين 1-3.
5. تخمين كيف ترتبط متتالية فيوناتشي بالنسبة الذهبية؟

المضلعات المتشابهة

السابق

الحالي

لماذا؟

لقد استخدمت التناسبات في حل المسائل.

1 استخدام التناسبات لتحديد المضلعات المتشابهة.

2 حل المسائل باستخدام خواص المضلعات المتشابهة.

يخصص الناس غالبًا سطح مكتب أجهزة الكمبيوتر لديهم باستخدام الصور. واضعين الصور بمقاساتها الأصلية أو تمديدها لتناسب حجم الشاشة. والطريقة الثانية تشوه منظر الصورة. لاختلاف الصورة الأصلية عن الصورة الثانية من الناحية الهندسية.



المفردات الجديدة

المضلعات المتشابهة
similar polygons

معامل المقياس
scale factor

ممارسات في الرياضيات

محاولة إيجاد البنية واستخدامها. بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 تحديد المضلعات المتشابهة المضلعات المتشابهة لها نفس الشكل ولكن ليس بالضرورة أن يكون لها نفس القياس.

المفهوم الأساسي المضلعات المتشابهة

لا يقال عن مضلعين إنهما متشابهان سوى إذا كانت زواياهما المتناظرة متطابقة وكانت أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

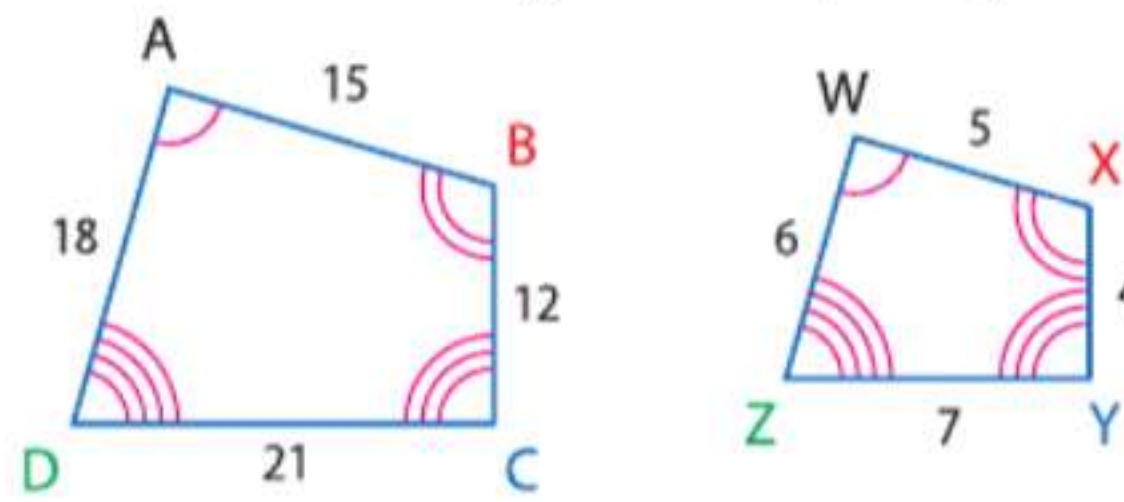
مثال في الرسم التخطيطي بالأسفل، $ABCD$ مشابه للشكل $WXYZ$.

الزوايا المتناظرة

$$\angle A \cong \angle W \text{ و } \angle B \cong \angle X \text{ و } \angle C \cong \angle Y \text{ و } \angle D \cong \angle Z$$

الأضلاع المتناظرة

$$\frac{AB}{WX} = \frac{BC}{XY} = \frac{CD}{YZ} = \frac{DA}{ZW} = \frac{3}{1}$$

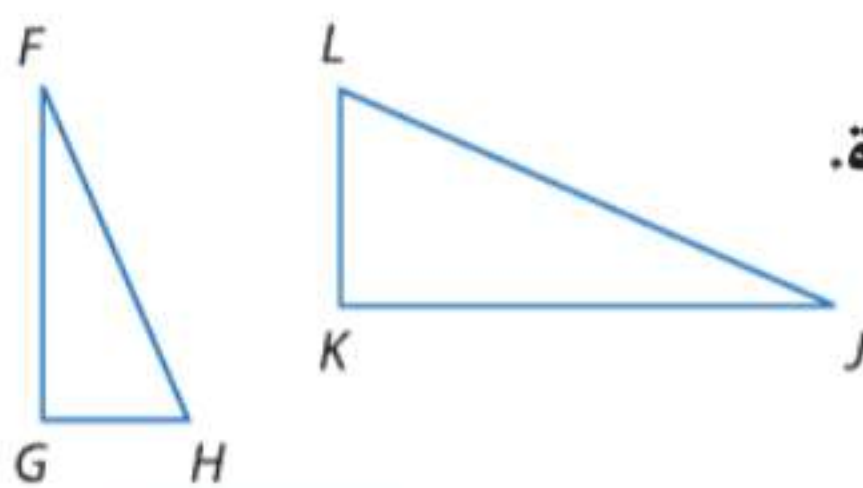


الرموز $ABCD \cong WXYZ$

كما هو الحال في عبارات التطابق، فإن ترتيب الرؤوس في عبارة التشابه مثل $ABCD \cong WXYZ$ تعد مهمة. فإنها تحدد الزوايا والأضلاع المتناظرة.

مثال 1 استخدام عبارات التشابه

إذا كان $\triangle FGH \cong \triangle JKL$ ، فأدرج قائمة بكل أزواج الزوايا المتطابقة، واكتب تناسبًا مرتبطًا بالأضلاع المتناظرة. استخدم عبارات التشابه.



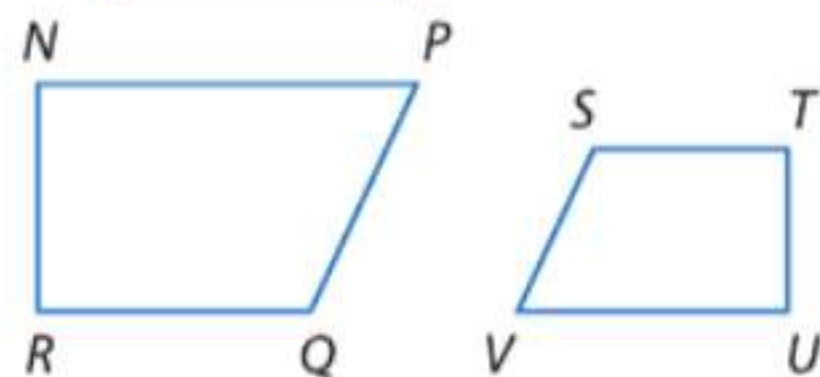
$$\triangle FGH \sim \triangle JKL$$

الزوايا المتطابقة: $\angle F \cong \angle J, \angle G \cong \angle K, \angle H \cong \angle L$

الأضلاع المتناسبة: $\frac{FG}{JK} = \frac{GH}{KL} = \frac{HF}{LJ}$

تمرين موجه

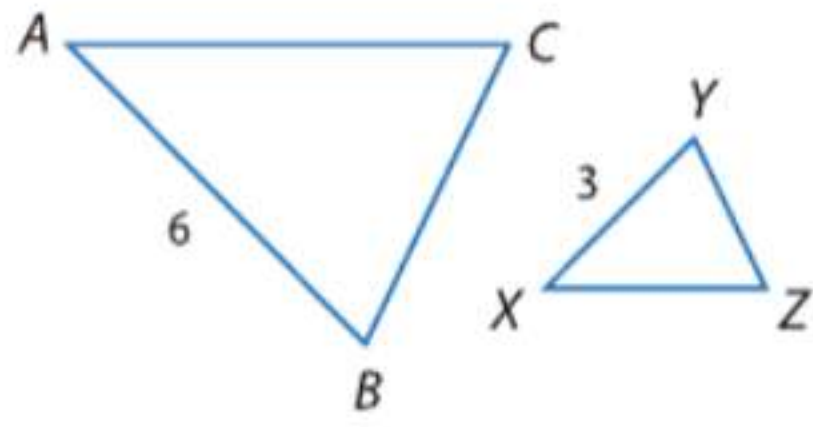
1. في الرسم التخطيطي، $NPQR \cong UVST$. أدرج قائمة بكل أزواج الزوايا المتطابقة، واكتب تناسبًا مرتبطًا بالأضلاع المتناظرة.



نصيحة دراسية

نسبة التشابه معامل المقياس بين مضعين متشابهين يسمى أحياناً بنسبة التشابه.

تسمى نسبة أطوال الأضلاع المتناظرة في مضعين متشابهين **بمعامل المقياس**. ويعتمد معامل المقياس على ترتيب المقارنة.

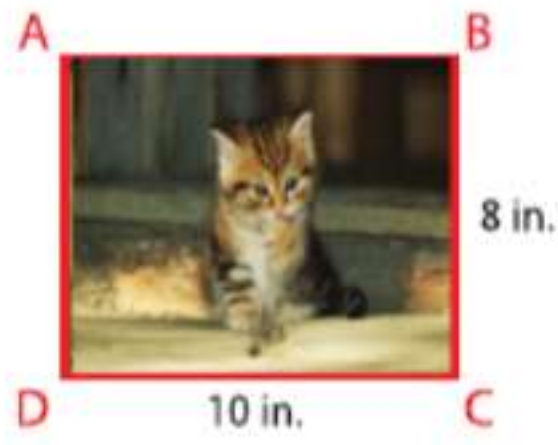


في الرسم التخطيطي، $\triangle ABC \simeq \triangle XYZ$.

معامل مقياس $\triangle ABC$ إلى $\triangle XYZ$ يساوي $\frac{6}{3}$ أو 2.

ومعامل مقياس $\triangle XYZ$ إلى $\triangle ABC$ يساوي $\frac{3}{6}$ أو $\frac{1}{2}$.

مثال 2 من الحياة اليومية تحديد المضلعات المتشابهة



تحرير الصور ترغب حمدة في استخدام الصورة مستطيلة الشكل الموضحة أمامك كخلفية لسطح المكتب على جهاز الكمبيوتر الخاص بها، ولكن يجب عليها تغيير أبعادها. حدد المتشابهات من الصور المستطيلة التالية. فإن كانت كذلك، اكتب عبارة التشابه ومعامل المقياس. اشرح استنتاجك.



a. **الخطوة 1** قارن الزوايا المتناظرة.

نظرًا لأن كل زوايا المستطيل قائمة والزوايا القائمة متطابقة، فالزوايا المتناظرة متطابقة.

الخطوة 2 قارن الأضلاع المتناظرة.

$$\frac{DC}{HG} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7} \quad \frac{BC}{FG} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \quad \frac{5}{7} \neq \frac{2}{3}$$

بما أن الأضلاع المتناظرة ليست متناسبة، $ABCD \not\sim EFGH$. إذا صورتان غير متشابهتين.

b. **الخطوة 1** بما أن $ABCD$ و $JKLM$ كلاهما مستطيل الشكل، فالزوايا المتناظرة متطابقة.

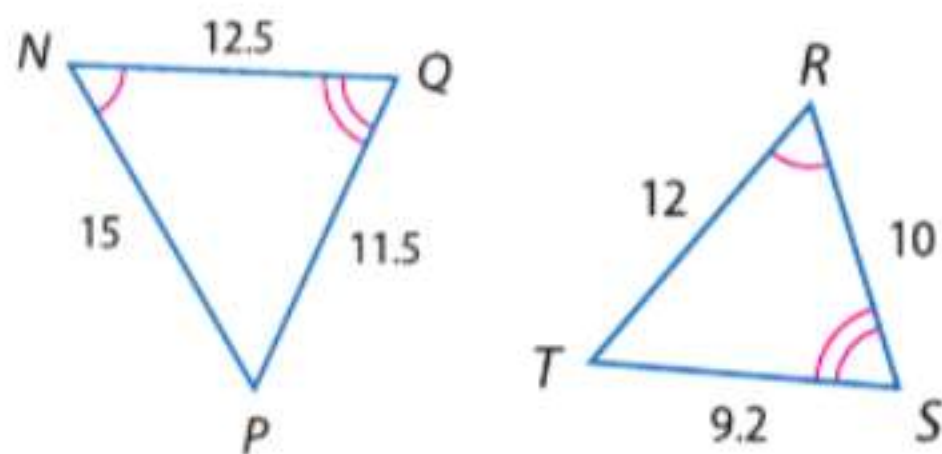
الخطوة 2 قارن الأضلاع المتناظرة.

$$\frac{DC}{ML} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \quad \frac{BC}{KL} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \quad \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

بما أن الأضلاع المتناظرة متناسبة، $ABCD \simeq JKLM$. إذا المستطيلان متشابهان بمعامل مقياس $\frac{2}{3}$.

تمرين موجّه

2. بيّن إذا ما كان المثلثان الموضحان بالشكل متشابهين أم لا. فإن كانا كذلك، اكتب عبارة التشابه ومعامل المقياس. اشرح استنتاجك.

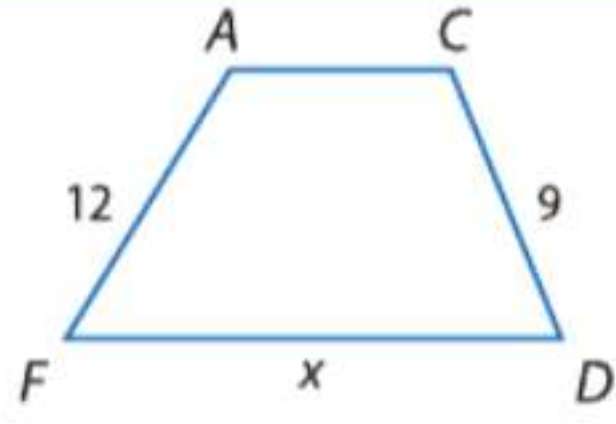


2 استخدام الأشكال المتشابهة يمكنك استخدام معامل المقياس والتناسب لإيجاد حل المسائل التي تشتمل على أشكال متشابهة.

نصيحة دراسية

التشابه والتطابق إذا كان المثلثان متطابقين، فهما أيضا متشابهان. كل الزوايا المتناظرة متطابقة، وأطوال الأضلاع المتناظرة ذات نسبة تساوي 1:1.

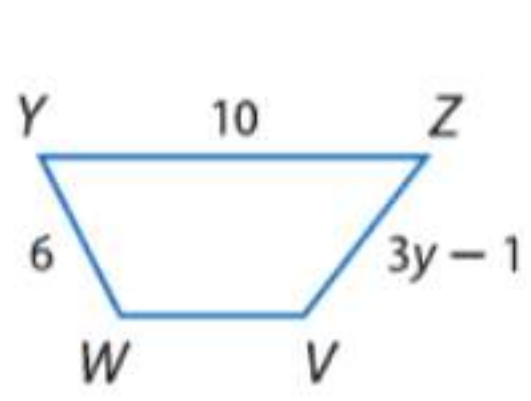
مثال 3 استخدام الأشكال المتشابهة في إيجاد القياسات المجهولة



في الشكل المقابل، $ACDF \cong VWYZ$.

a. جد قيمة x .

استخدم أطوال الأضلاع المتناظرة في كتابة تناسب.



$$\frac{CD}{WY} = \frac{DF}{YZ}$$

تناسب التشابه

$$\frac{9}{6} = \frac{x}{10}$$

$$CD = 9, WY = 6, DF = x, YZ = 10$$

$$9(10) = 6(x)$$

خاصية نواتج الضرب التبادلي

$$90 = 6x$$

اضرب.

$$15 = x$$

اقسم كل طرف على 6.

b. جد قيمة y .

$$\frac{CD}{WY} = \frac{FA}{ZV}$$

تناسب التشابه

$$\frac{9}{6} = \frac{12}{3y-1}$$

$$CD = 9, WY = 6, FA = 12, ZV = 3y - 1$$

$$9(3y-1) = 6(12)$$

خاصية نواتج الضرب التبادلي

$$27y - 9 = 72$$

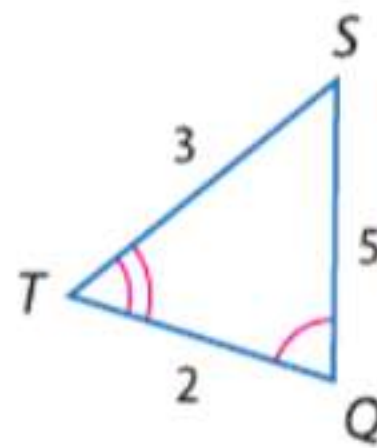
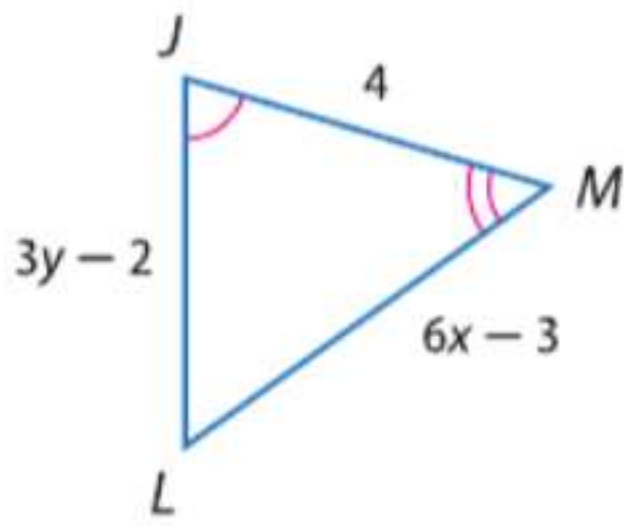
اضرب.

$$27y = 81$$

اجمع 9 إلى كل طرف.

$$y = 3$$

اقسم كل طرف على 27.



تمرين موجّه
جد قيمة كل متغير إذا كان $\triangle JLM \cong \triangle QST$.

3A. x

3B. y

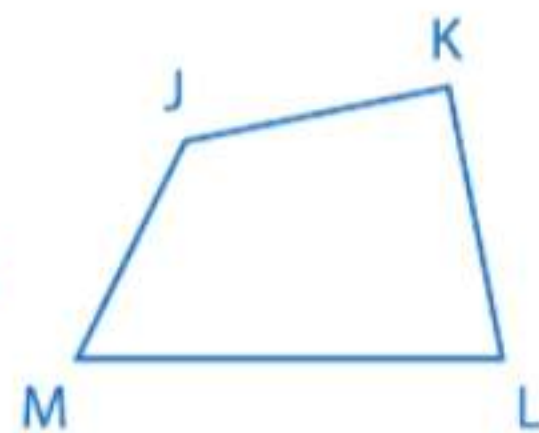
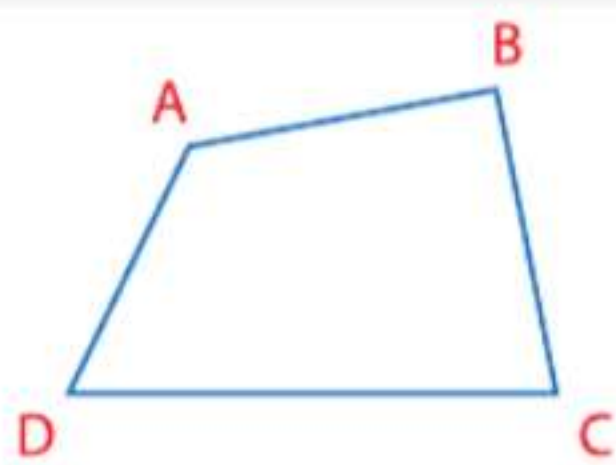
نصيحة دراسية

تحديد المثلثات المتشابهة

عند وجود زاويتين فقط في مثلث متطابقتين مع الزاويتين المتناظرتين لهما في مثلث آخر، تذكر أنه يمكنك استخدام نظرية الزاوية الثالثة لإثبات أن الزاويتين الأخرتين المتناظرتين متطابقتان أيضا.

في المضلعات المتشابهة، نسبة أي طولين متناظرين تتناسب مع معامل المقياس بينهما. وهذا يقودنا إلى النظرية التالية حول محيطي مضلعين متشابهين.

نظرية 15.1 محيطات المضلعات المتشابهة

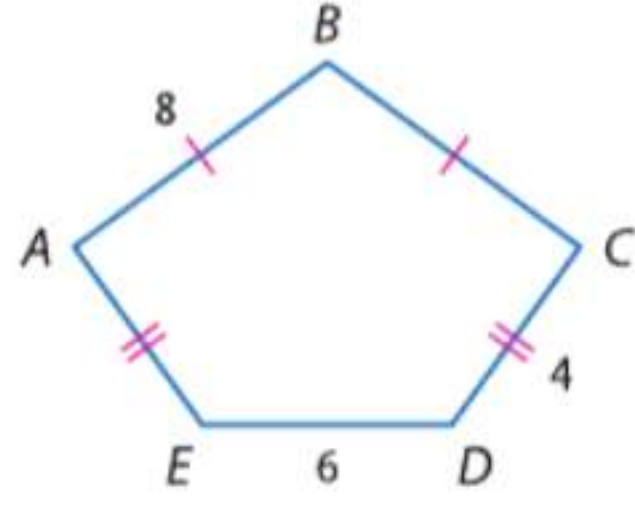


إذا تشابه مضلعان، فإن محيطيهما يكونان متناسبين مع معامل المقياس بينهما.

مثال إذا كان $ABCD \cong JKLM$ ، فإن

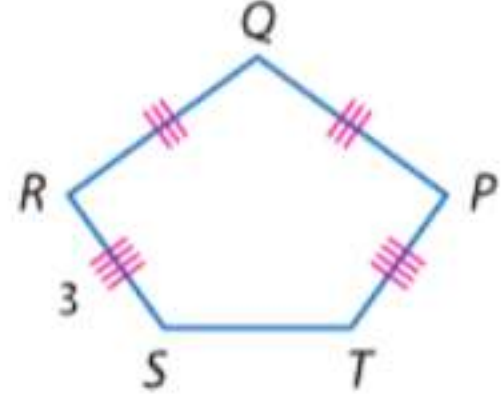
$$\frac{AB + BC + CD + DA}{JK + KL + LM + MJ} = \frac{AB}{JK} = \frac{BC}{KL} = \frac{CD}{LM} = \frac{DA}{MJ}$$

مثال 4 استخدام معامل المقياس لإيجاد المحيط



إذا كان $ABCDE \cong PQRST$ ، فجد معامل مقياس المضلع $ABCDE$ إلى $PQRST$ ومحيط كل مضلع.

معامل مقياس $ABCDE$ إلى $PQRST$ هو $\frac{CD}{RS}$ أو $\frac{4}{3}$.



بما أن $\overline{AE} \cong \overline{CD}$ و $\overline{BC} \cong \overline{AB}$ ، فمحيط $ABCDE$ يساوي $8 + 8 + 4 + 6 + 4 = 30$.

استخدم محيط $ABCDE$ ومعامل المقياس لكتابة التناسب. افترض أن x يمثل محيط المضلع $PQRST$.

$$\frac{4}{3} = \frac{\text{محيط } ABCDE}{\text{محيط } PQRST}$$

نظرية 15.1

$$\frac{4}{3} = \frac{30}{x}$$

التعويض

$$(3)(30) = 4x$$

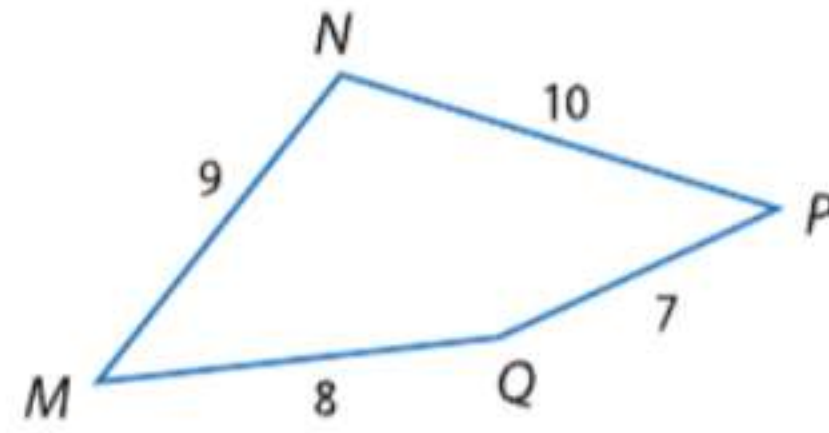
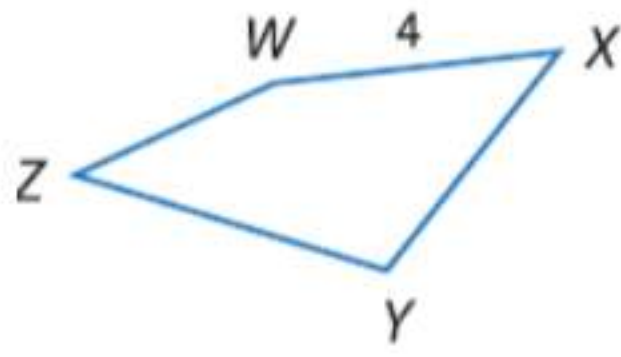
خاصية الضرب التبادلي

$$22.5 = x$$

الحل.

إذا، فمحيط $PQRST$ يساوي 22.5.

تمرين موجّه



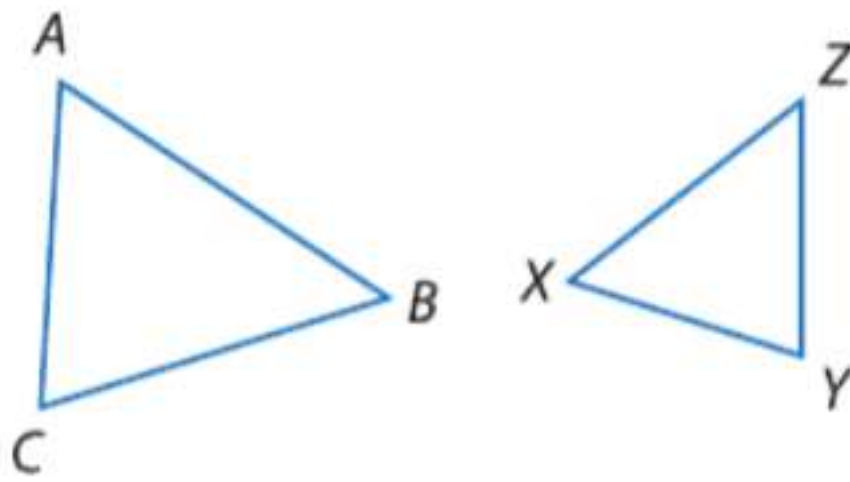
4. إذا كان $MNPQ \cong XYZW$ ، فجد معامل مقياس $MNPQ$ إلى $XYZW$ ومحيط كل مضلع.

التحقق من فهمك

أدرج قائمة بكل أزواج الزوايا المتطابقة، واكتب تناسبًا مرتبطًا بالأضلاع المتناظرة لكل زوج من المضلعات المتشابهة.

مثال 1

1. $\triangle ABC \sim \triangle ZYX$

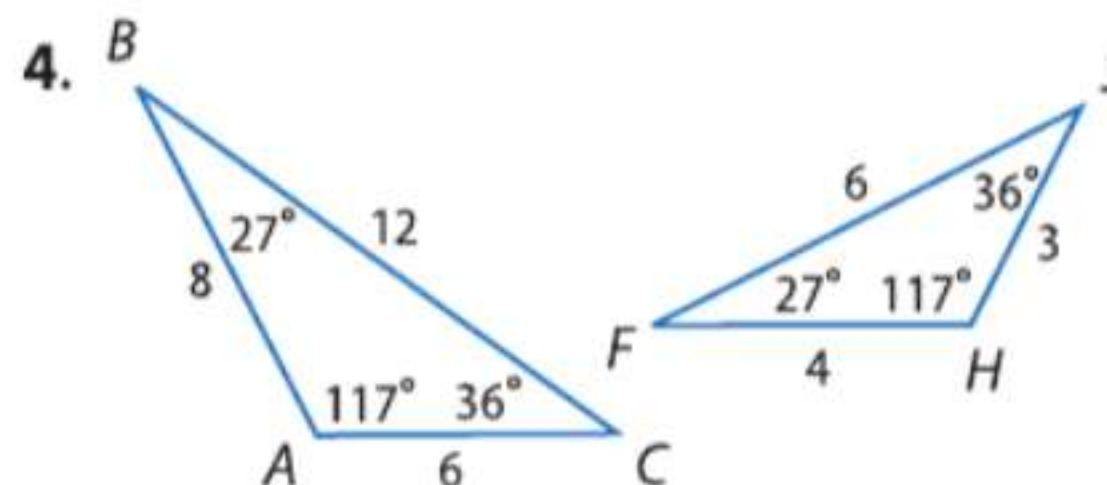
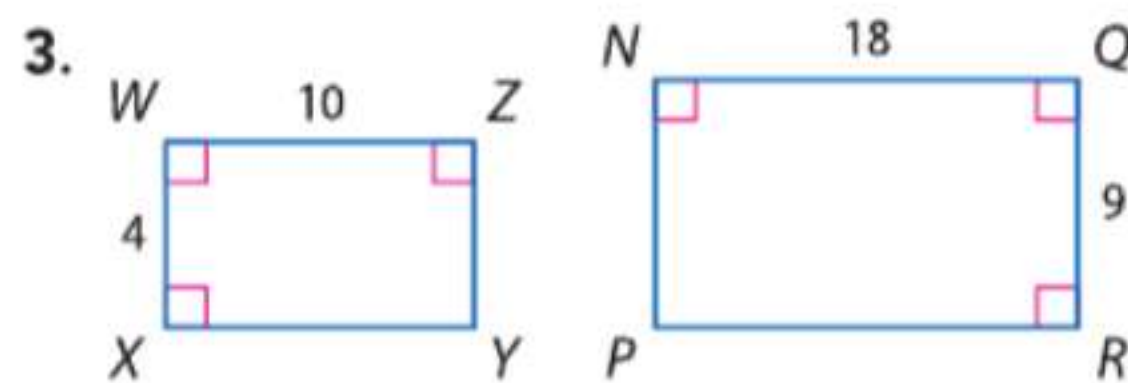


2. $JKLM \sim TSRQ$



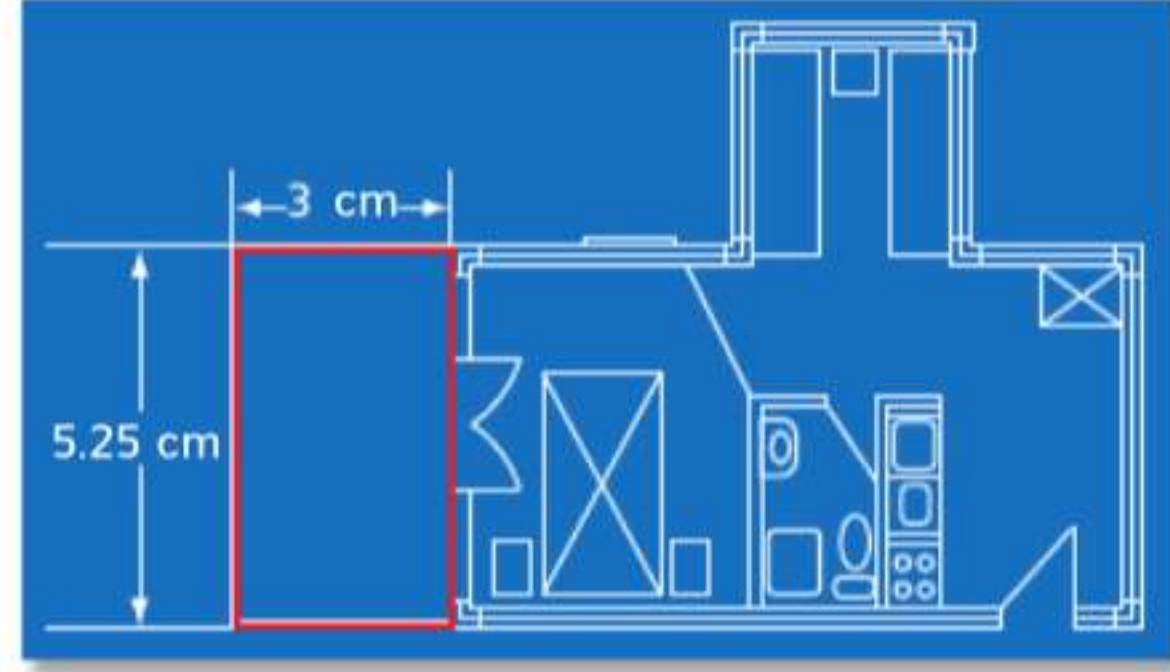
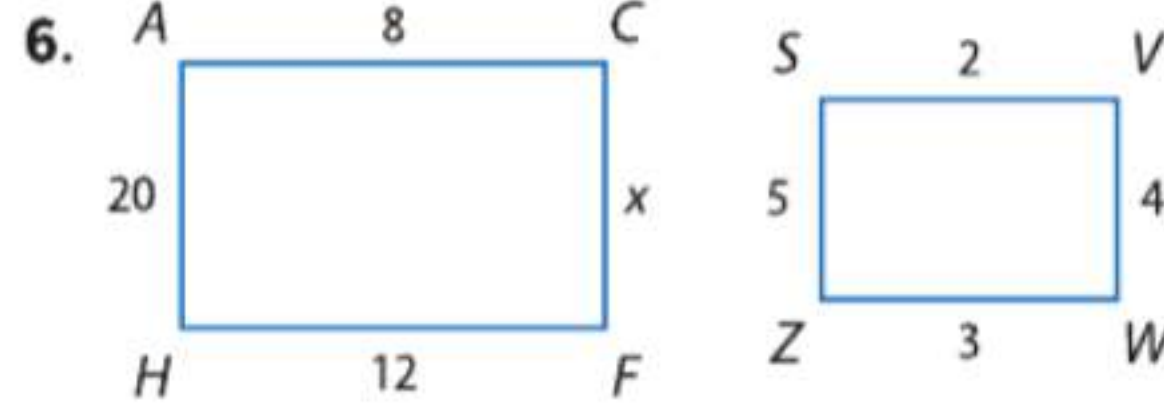
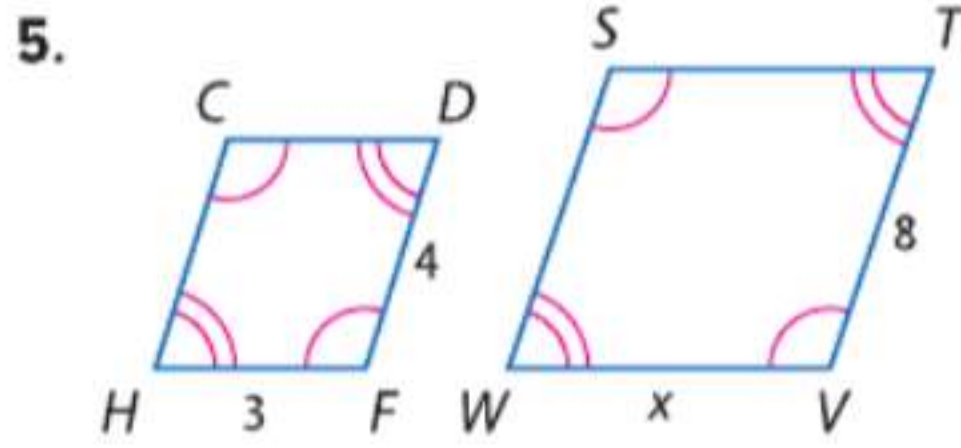
حدد ما إذا كان كل زوجين من الأشكال متشابهين. فإن كانا كذلك، اكتب عبارة التشابه ومعامل المقياس. وإن لم يكونا متشابهين، فاشرح استنتاجك.

مثال 2



مثال 3

يتشابه كل زوجين من المضلعات التالية. فجد قيمة x .



7. تصميم في مخطط الشقة السكنية الموضح أمامك. تبلغ قياسات الشرفة 3 cm عرضا في 5.25 cm طولاً. إذا كان طول الشرفة الفعلي يساوي 7 m، فما هو محيط الشرفة الفعلي؟

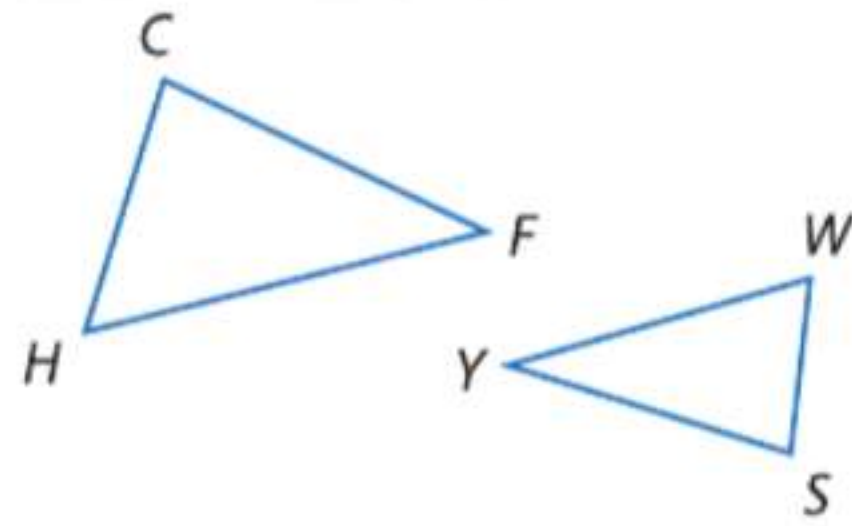
مثال 4

التمرين وحل المسائل

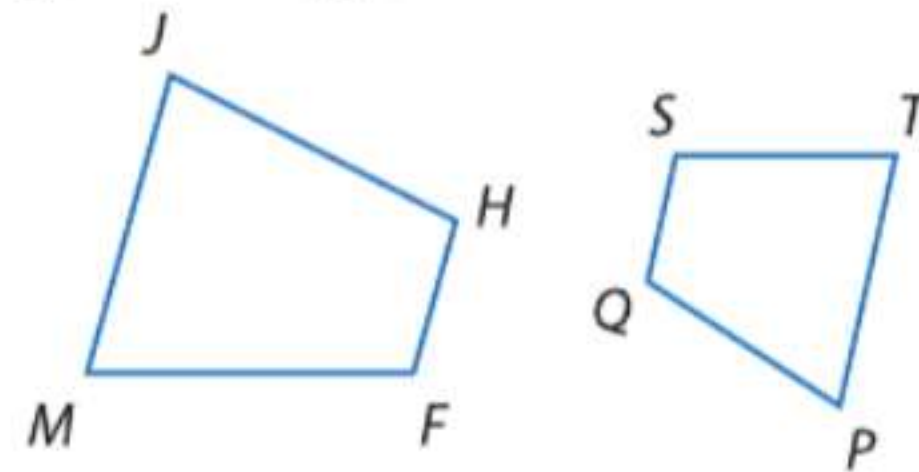
أدرج قائمة بكل أزواج الزوايا المتطابقة، واكتب تناسباً مرتبطاً بالأضلاع المتناظرة لكل زوج من المضلعات المتشابهة.

مثال 1

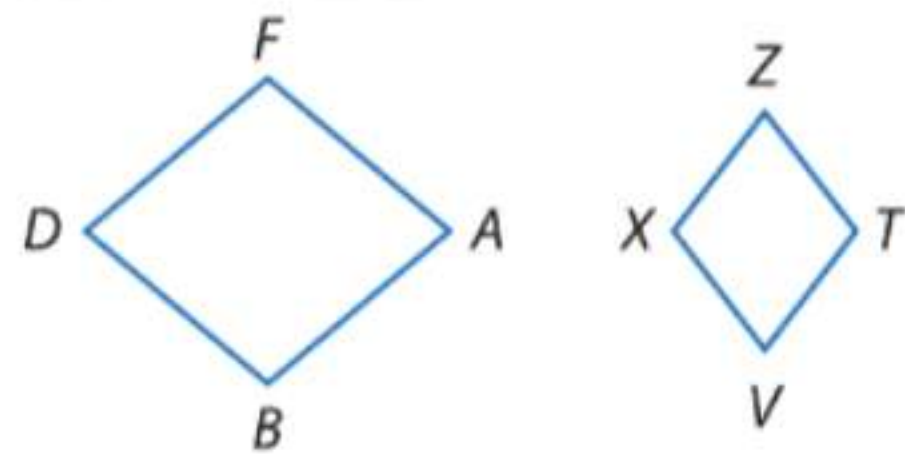
8. $\triangle CHF \sim \triangle YWS$



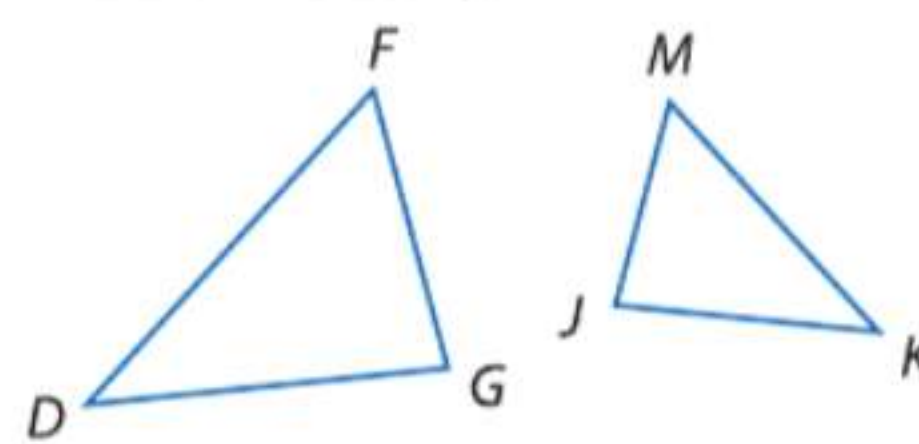
9. $JHFM \sim PQST$



10. $ABDF \sim VXZT$

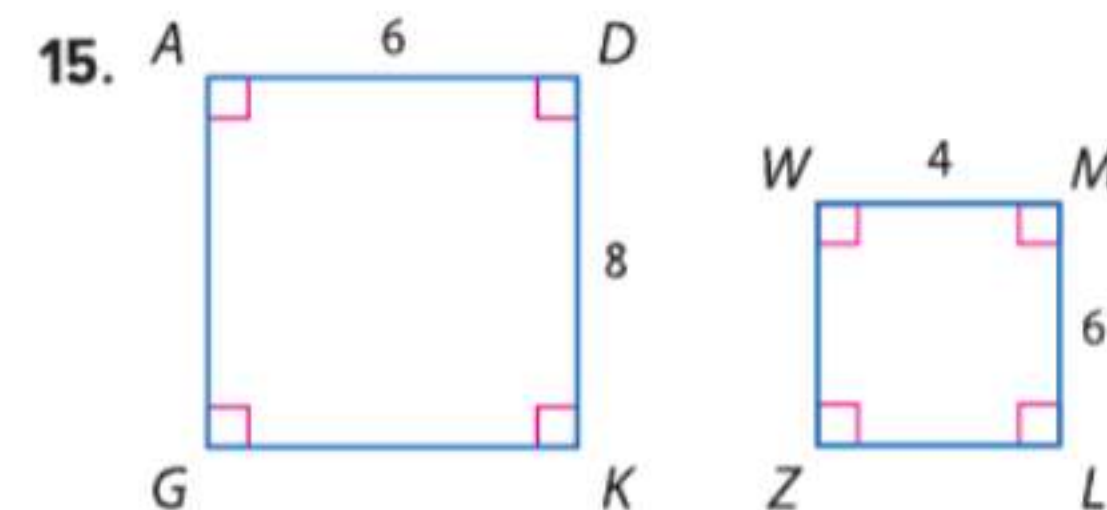
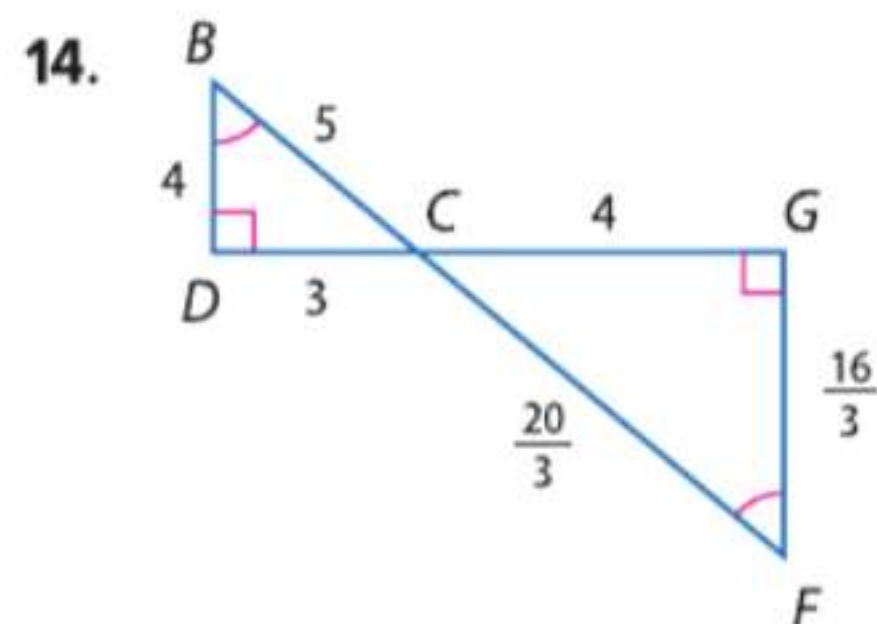
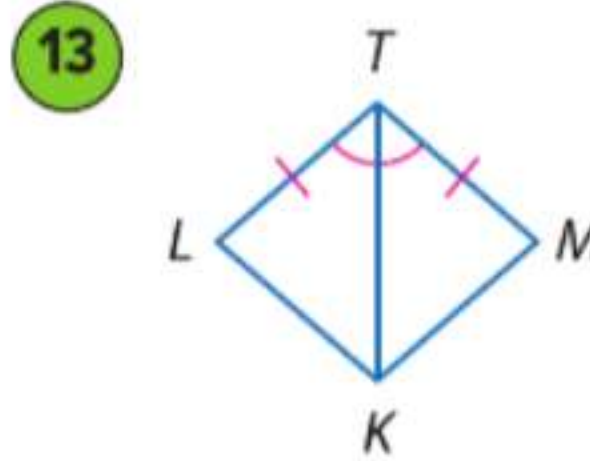
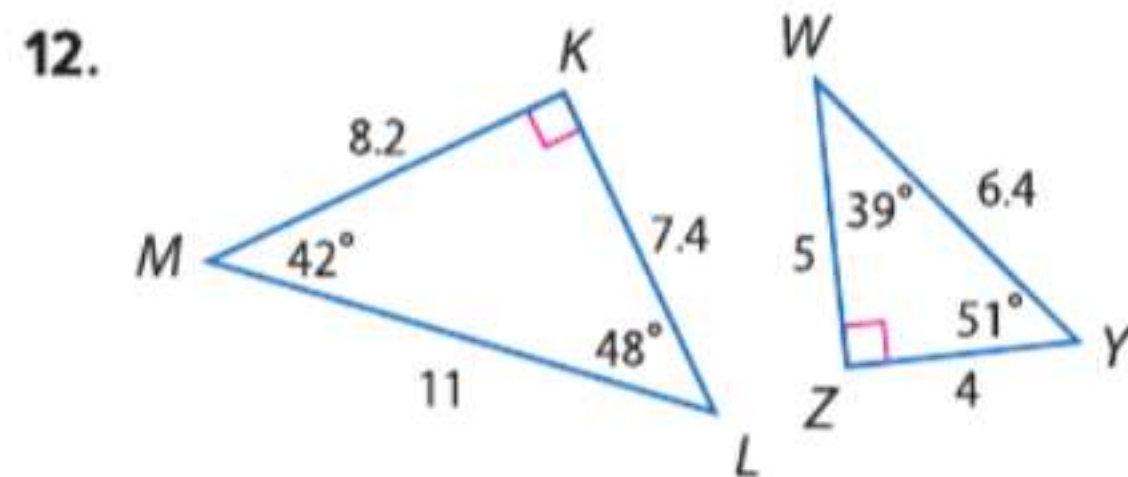


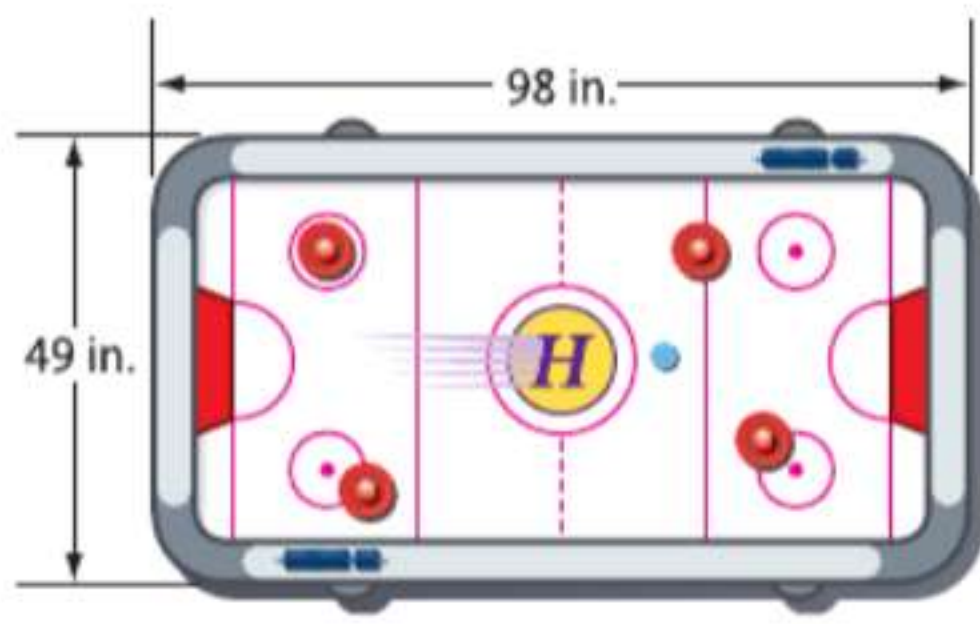
11. $\triangle DFG \sim \triangle KMJ$



فرضيات حدد ما إذا كان كل زوجين من الأشكال متشابهين. فإن كانا كذلك، اكتب عبارة التشابه ومعامل المقياس. وإن لم يكونا متشابهين، فاشرح استنتاجك.

مثال 2



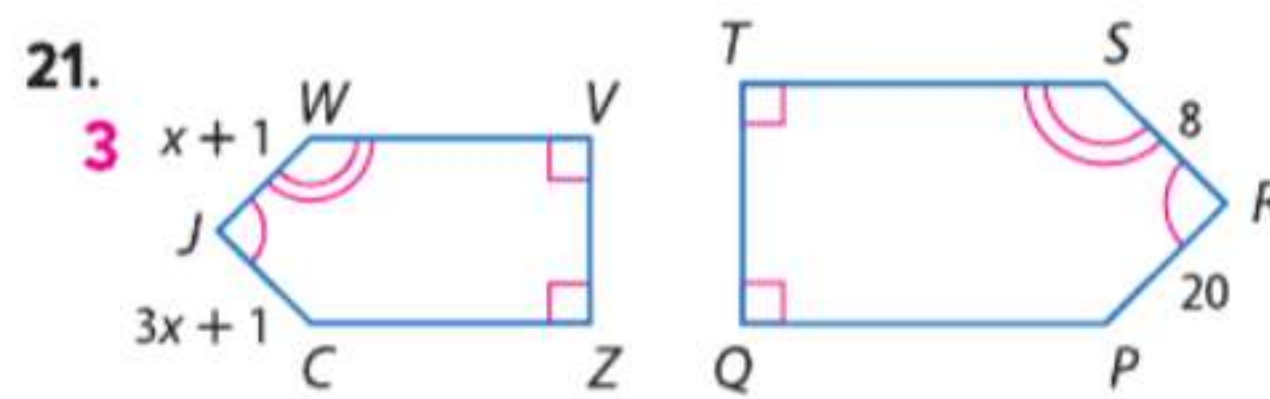
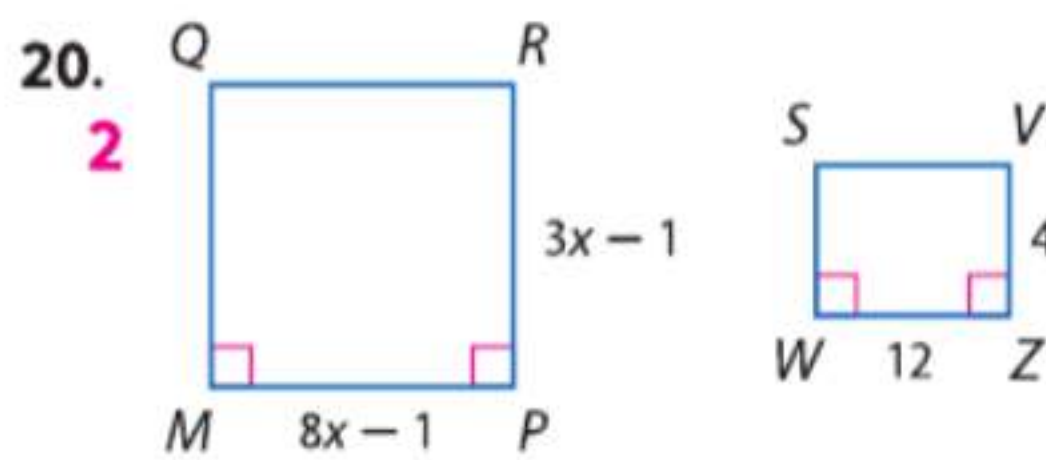
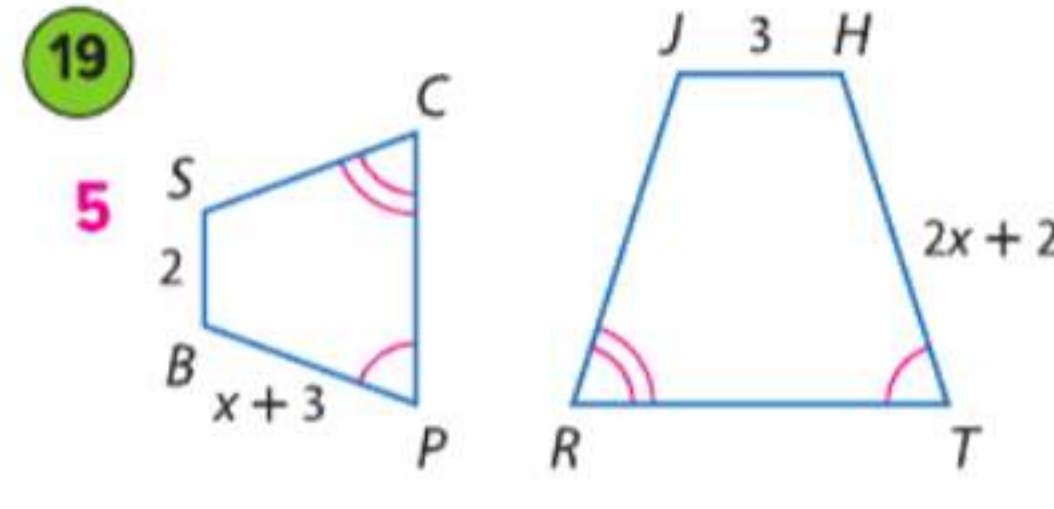
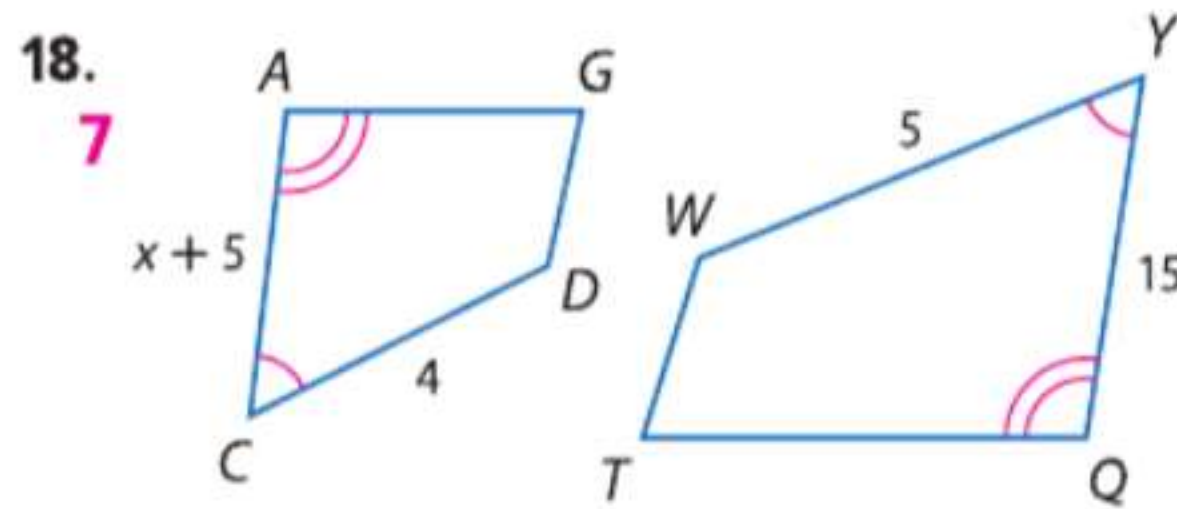


16. **ألعاب** أبعاد ملعب الهوكي هي 160 ft في 200 ft. هل ملعب الهوكي وطاوله الهوكي الهوائي الموضحة متشابهان؟ اشرح استنتاجك.

17. **أجهزة الكمبيوتر** أبعاد شاشة كمبيوتر مسطحة ذات 43.2 cm هي تقريبا 33.7 cm في 27.3 cm. أبعاد شاشة كمبيوتر مسطحة ذات 48.3 cm هي تقريبا 36.8 cm في 30.5 cm. لأقرب جزء من عشرة. هل شاشتي الكمبيوتر متشابهتان؟ اشرح استنتاجك.

الانتظام كل زوجين من المضلعات متشابهان. فجد قيمة x .

مثال 3

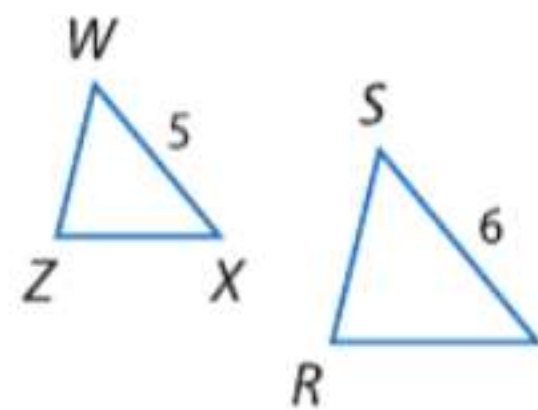


22. المستطيل $ABCD$ عرضه 8m وطوله 20m. المستطيل $QRST$ المتشابه مع المستطيل $ABCD$. يبلغ طوله 40m. جـد معامل المقياس للمستطيل $ABCD$ إلى المستطيل $QRST$ ومحيط كل منهما.

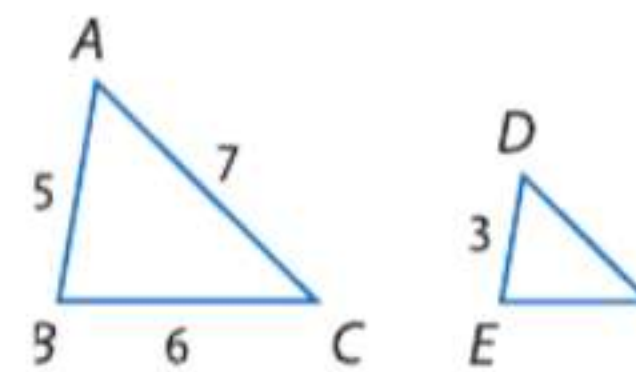
مثال 4

جد محيط المثلث الموضح أمامك.

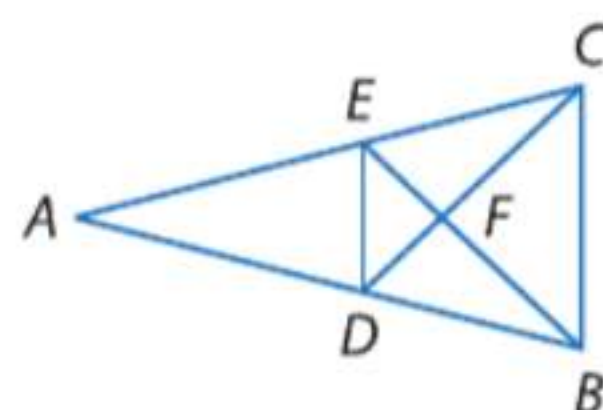
24. $\triangle WZX \cong \triangle SRT$. إذا كان $\triangle WZX$ ومحيط المثلث $\triangle SRT = 15$ و $WX = 5$ و $ST = 6$



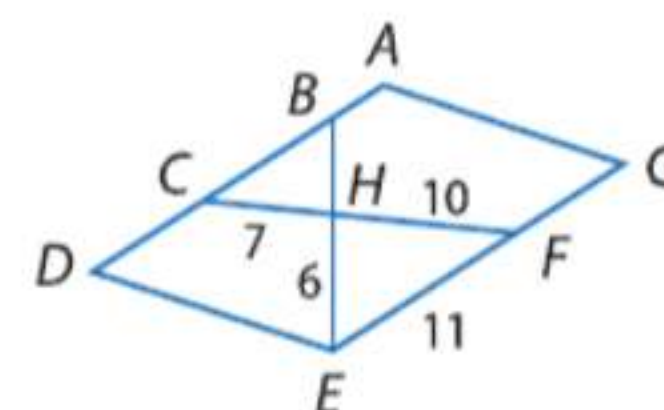
23. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$. إذا كان $\triangle ABC$ ومحيط المثلث $\triangle DEF = 3$ و $AB = 5$ و $BC = 6$ و $AC = 7$



26. $\triangle DEF \cong \triangle CBF$. إذا كان $\triangle DEF$ ومحيط المثلث $\triangle CBF = 27$ و $DF = 6$ و $FC = 8$



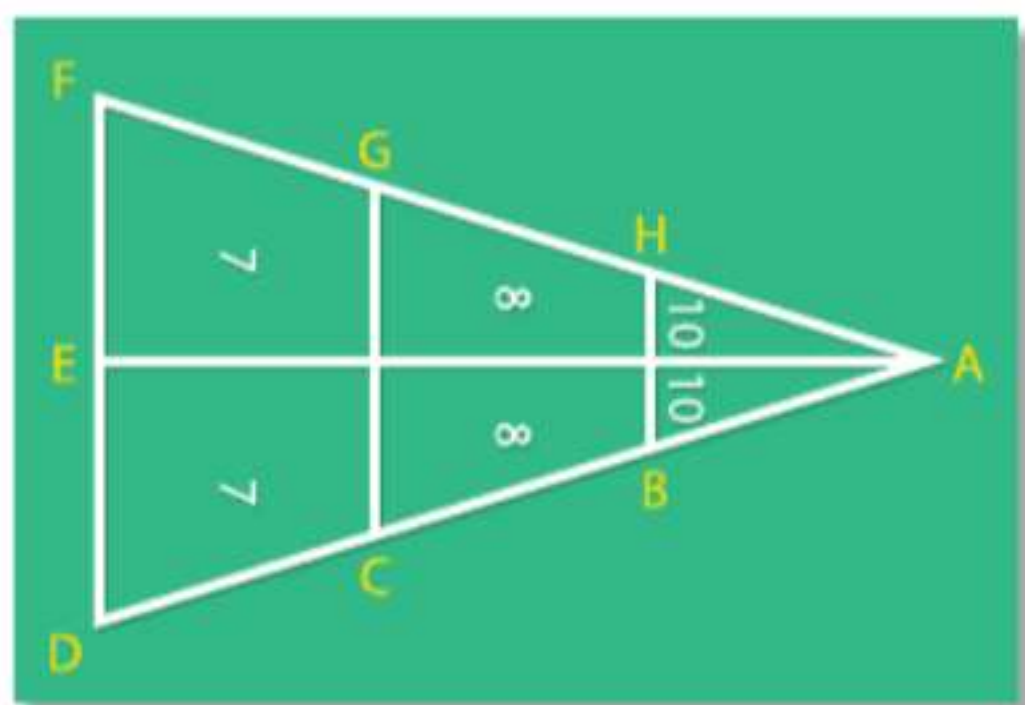
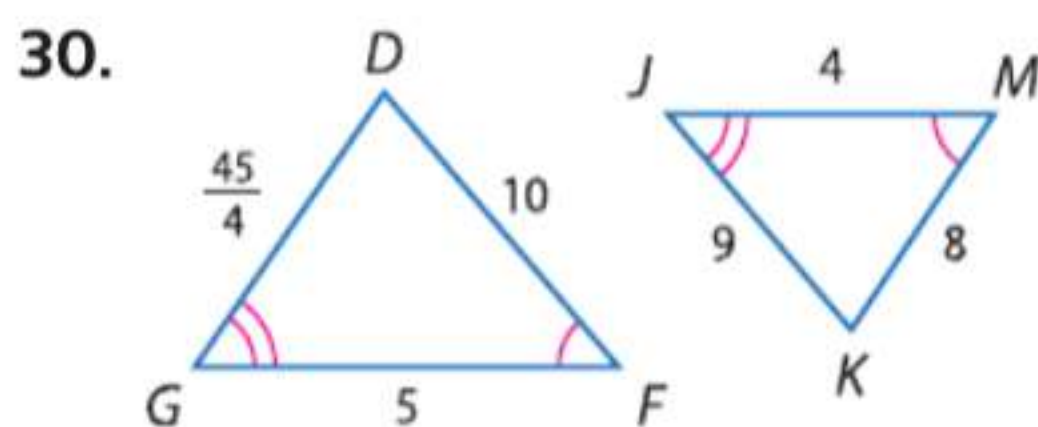
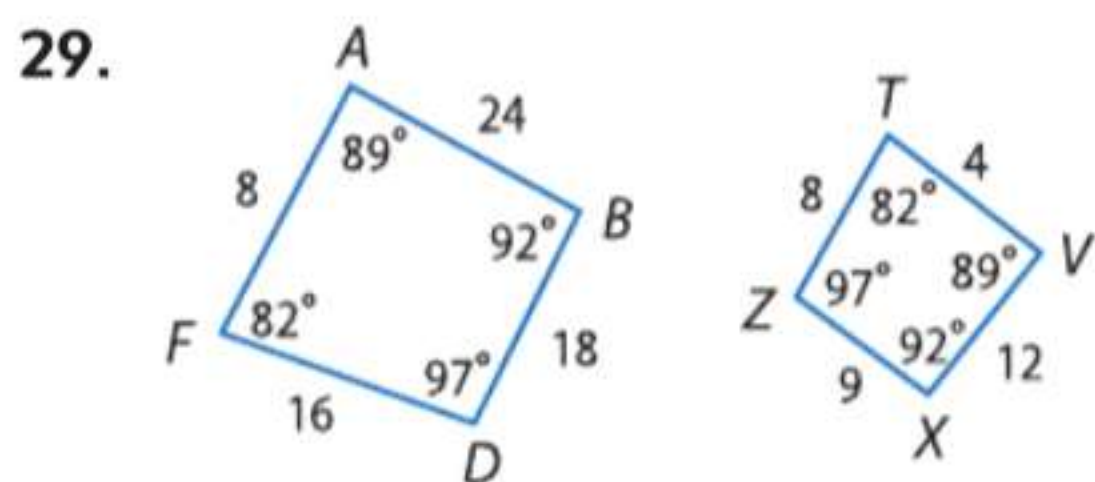
25. $\triangle CBH \cong \triangle FEH$. إذا كان $\triangle CBH$ و $\triangle FEH$ متوازي أضلاع و $CH = 7$ و $FH = 10$ و $EH = 6$ و $FE = 11$



27. يبلغ معامل المقياس لمستطيلين متشابهين 4:2. إذا كان محيط المستطيل الأكبر 80 m. فجد محيط المستطيل الأصغر.

28. يبلغ معامل المقياس لمستطيلين متشابهين 3:2. إذا كان محيط المستطيل الأصغر 50 m. فجد محيط المستطيل الأكبر.

أدرج قائمة بكل أزواج الزوايا المتطابقة، واكتب تناسباً مرتباً بالأضلاع المتناظرة.

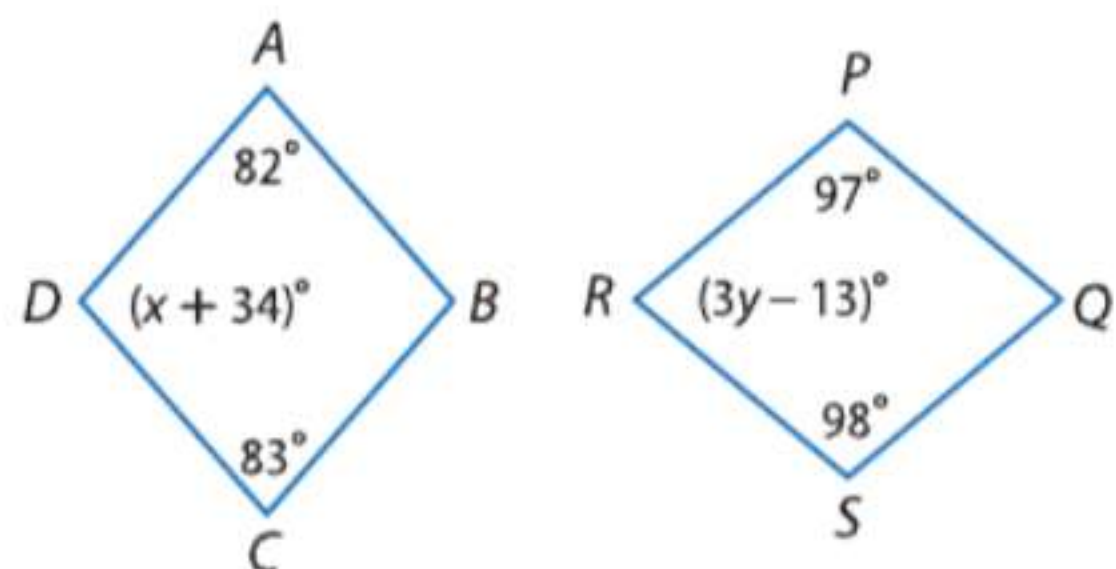


لعبة لوح الخلط ملعب شيفلبورد يشكل ثلاثة مثلثات متشابهة فيها $\angle AHB \cong \angle AGC \cong \angle AFD$. أمامك المعطيات، استخراج المتطابقات من الأضلاع المتناظرة أو الزوايا المتناظرة.

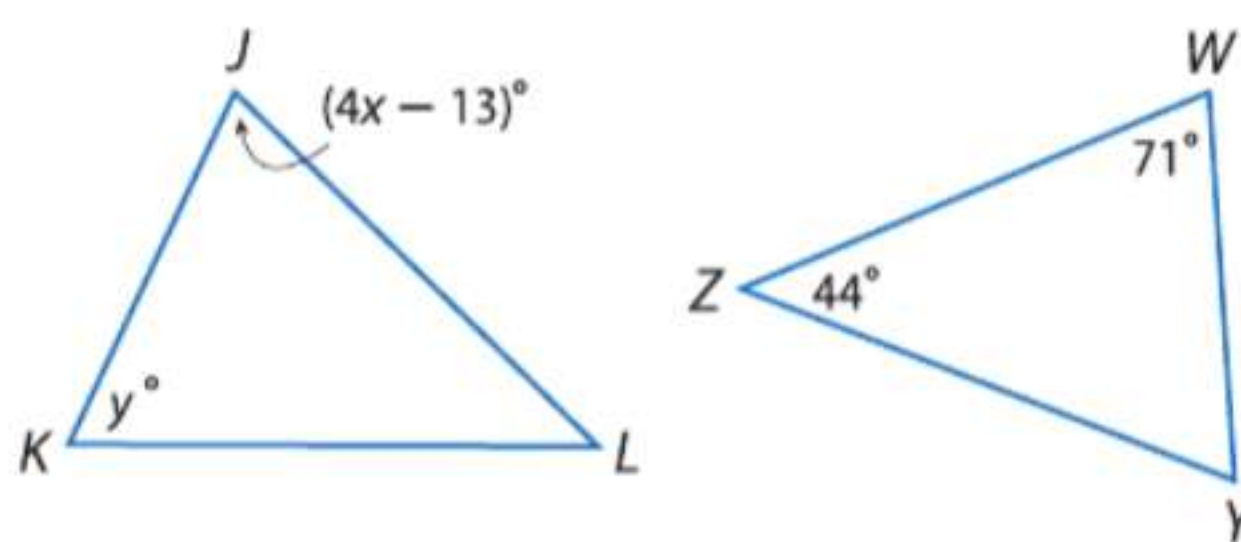
31. \overline{AB} 32. \overline{FD}
33. $\angle ACG$ 34. $\angle A$

جد قيمة كل متغير.

35. $ABCD \sim QSRP$



36. $\triangle JKL \sim \triangle WYZ$



37. عرض الشرائح تستخدم جهاز عرض رقمي لعرض الشرائح. الصور 13 in في $9\frac{1}{4}$ in على شاشة الكمبيوتر. وبلغ معامل المقياس لصورة الكمبيوتر إلى الصورة المعروضة بجهاز العرض 4:1. ما أبعاد الصورة المعروضة؟

الهندسة التنسيقية من الرؤوس التي أمامك، حدد ما إذا كان المستطيل ABCD متشابه مع المستطيل WXYZ. علل إجابتك.

38. $A(-1, 5), B(7, 5), C(7, -1), D(-1, -1);$
 $W(-2, 10), X(14, 10), Y(14, -2), Z(-2, -2)$

39. $A(5, 5), B(0, 0), C(5, -5), D(10, 0);$
 $W(1, 6), X(-3, 2), Y(2, -3), Z(6, 1)$

الفرضيات حدد ما إذا كانت المضلعات المعطاة متشابهة دائماً أم أحياناً أم ليست متشابهة على الإطلاق. اشرح استنتاجك.

41. شبه منحرف ومتوازي أضلاع

43. مثلثان متساويا الساقين

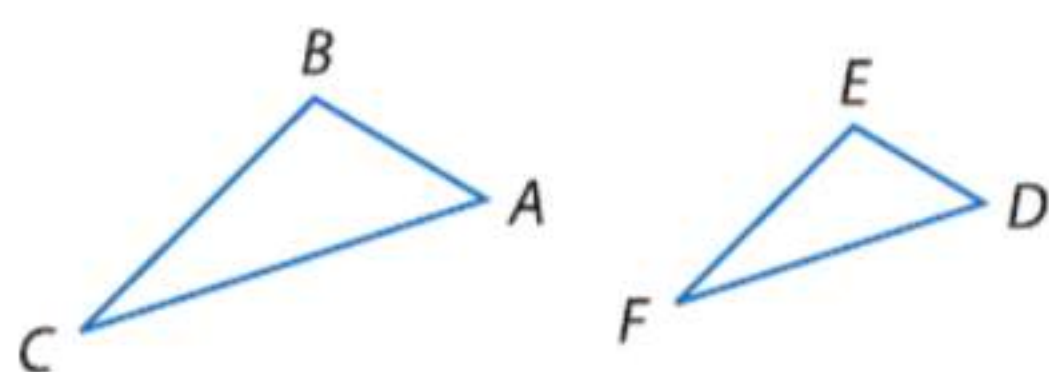
40. مثلثان منفرجا الزاوية

42. مثلثان قائما الزاوية

44. مثلث مختلف الأضلاع ومثلث متساوي الساقين

45. مثلثان متساويا الأضلاع

46. البرهان اكتب فقرة إثبات للنظرية 15.1



المعطيات: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ و $\frac{AB}{DE} = \frac{m}{n}$
المطلوب: $\frac{\text{محيط } \triangle ABC}{\text{محيط } \triangle DEF} = \frac{m}{n}$



47 صور تقوم بتكبير الصور الموضحة أمامك لعرضها في كتاب مدرستك السنوي. إذا كانت أبعاد الصورة الأصلية هي $4\frac{1}{3}$ in في $7\frac{2}{3}$ in ومعامل المقياس للصورة القديمة إلى الصورة الجديدة هو 2 : 3. ما هي أبعاد الصورة الجديدة؟

48. **تغيير الأبعاد** المستطيل $QRST$ متشابه مع المستطيل $JKLM$

حيث النسبة بين الأضلاع 4 : 1.

a. فما النسبة بين مساحتي المستطيلين؟

b. بفرض تضاعف بعد كلا المستطيلين ثلاث مرات. فما النسبة الجديدة لطول أضلاع المستطيلين؟

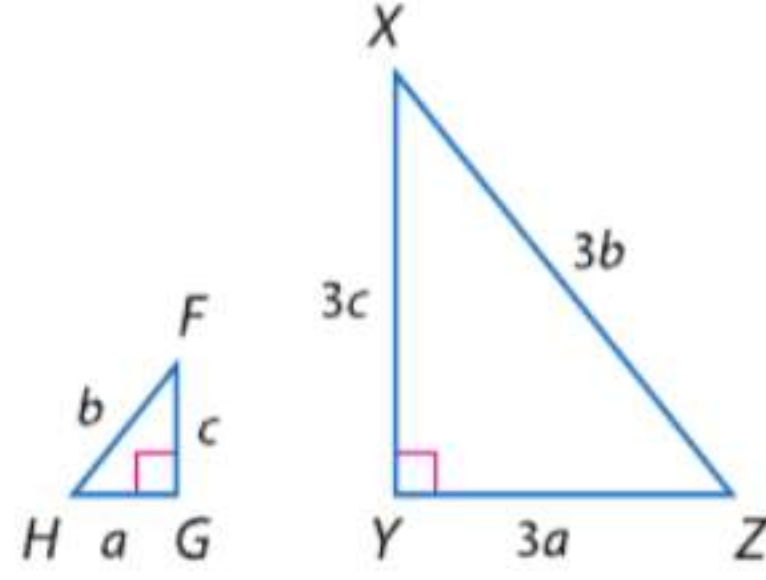
c. ما نسبة مساحتي المستطيلين الكبيرين؟

49. **تغيير الأبعاد** في الشكل التالي.

$$\triangle FGH \simeq \triangle XYZ$$

a. وضح أن محيطات $\triangle XYZ$ و $\triangle FGH$ لها نفس النسبة مثل أضلاعها المتناظرة.

b. إذا تم إضافة 6 وحدات إلى أطوال كل ضلع. هل سيكون المثلثان الجديدان متشابهين؟ اشرح.



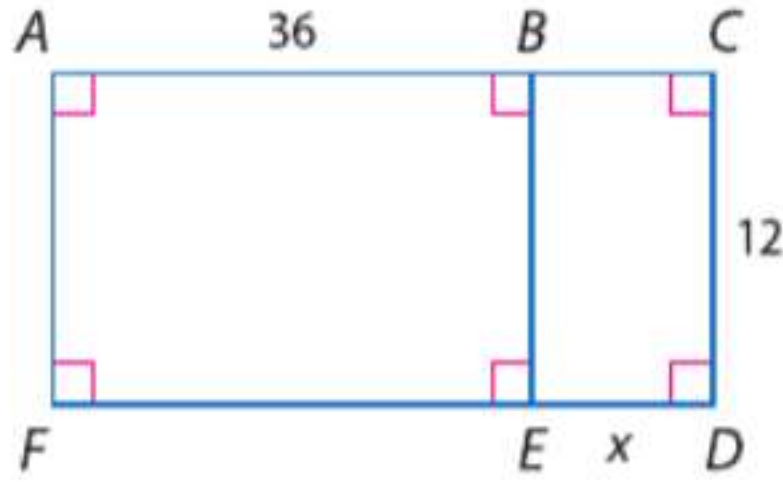
50. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة. ستستكشف التشابه في المربعات.

a. التمثيل الهندسي ارسم ثلاث مربعات مختلفة الأحجام. قم بتسميتها $ABCD$ و $PQRS$ و $WXYZ$. قس وضع على كل مربع طول ضلعه.

b. **جدولياً** احسب نسب الضلعين المتناظرين في كل زوجين من المربعات وسجلها في جدول: $ABCD$ و $PQRS$ و $WXYZ$. هل كل زوجين من المربعات متشابهين؟

c. **لفظياً** قم بالتخمين حول تشابه المربعات جميعها.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا



51. **تحديد** عند أي قيمة للعنصر x يكون $\triangle BEFA \simeq \triangle EDCB$ ؟

52. **التبرير** تذكر أن علاقة التكافؤ هي أي علاقة تتفق مع خصائص الانعكاس والتماثل والانتقال. هل التشابه هو علاقة تكافؤ؟ اشرح.

53. **مسألة غير محددة الإجابة** جـد مثالا عكسياً للعلاقة التالية.

كل المستطيلات متشابهة.

54. **التبرير** ارسم شكلين للخماسي المنتظم مختلفين في القياس. هل الشكلان متشابهان؟ هل أي مضلعين منتظمين ولهما نفس عدد الأضلاع يتشابهان؟ اشرح.

55. **الكتابة في الرياضيات** كيف يمكنك وصف العلاقة بين شكلين؟

تدريب على الاختبارات المعيارية

58. **إجابة مختصرة** يحتوي صندوق على 25 درهما و 7 قطعاً من فئة الربع درهم. فما احتمال أن تكون القطعة المختارة من الصندوق عشوائياً هي درهم؟

59. **SAT/ACT** إذا كان ضلع أحد المربعات هو $x + 3$. فما هو طول قطره؟

- A $x^2 + 3$ D $x\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$
 B $3x + 3$ E $x\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$
 C $2x + 6$

56. **الجبر** إذا كان الوسط الحسابي للأعداد $4x$ و $3x$ و 12 هو 18. فما قيمة x ؟

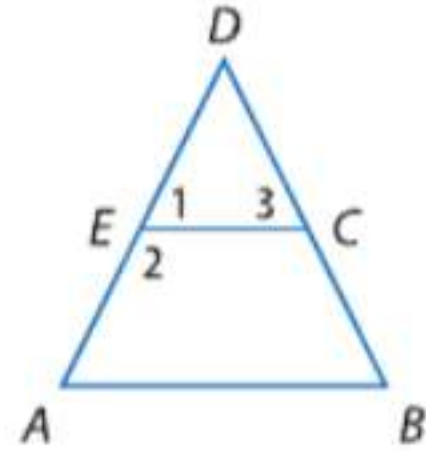
- A 6 C 4
 B 5 D 3

57. يبلغ معامل المقياس لمستطيلين متشابهين 5:3. محيط المستطيل الأكبر 65 m. فما محيط المستطيل الأصغر؟

- F 29 m H 49 m
 G 39 m J 59 m

مراجعة شاملة

60. **أجهزة الكمبيوتر** في إحدى الدراسات المسحية التي أجريت على 5000 أسرة. وجد أن 4200 أسرة كان لديهم على الأقل جهاز كمبيوتر واحد. ما هي نسبة الأسر التي لديها كمبيوتر إلى عدد الأسر جميعها؟



61. **إثبات** اكتب برهاناً تسلسلياً.

المعطيات: E و C هي نقطتا منتصف \overline{AD} و \overline{DB} .
 $\overline{AD} \cong \overline{DB}$, $\angle A \cong \angle 1$

المطلوب: $ABCE$ هو عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين.

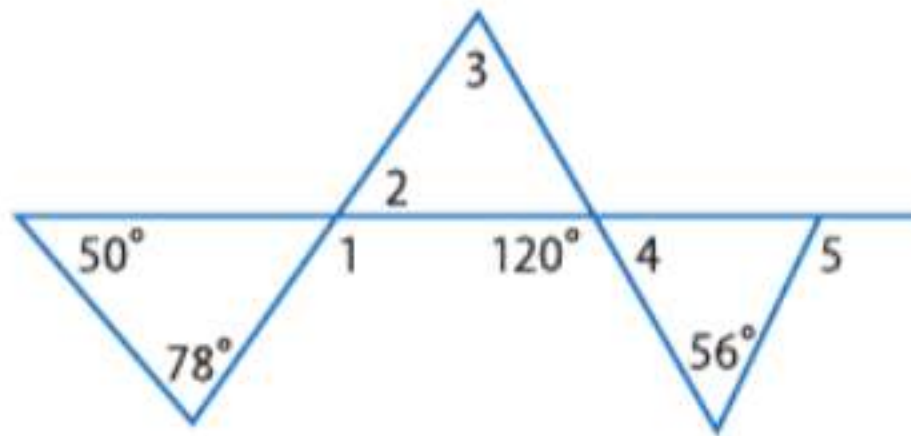
62. **الهندسة الإحداثية** حدّد إحداثيات تقاطعات أقطار $\square JKLM$ الذي رؤوسه هي $J(2, 5)$ و $K(6, 6)$ و $L(4, 0)$ و $M(0, -1)$.

اذكر الافتراض الذي ستبدأ به البرهان غير المباشر لكل عبارة.

63. إذا كان $3x > 12$. فإن $x > 4$.
 64. $PQ \cong \overline{ST}$.

65. منتصف زاوية الرأس في المثلث متساوي الساقين هو أيضاً ارتفاع للمثلث.

66. إذا كان العدد النسبي هو أي عدد يمكن التعبير عنه بالصورة $\frac{a}{b}$. حيث a و b هما عدداً صحيحان و $b \neq 0$. فإن 6 هو عدد نسبي.



67. $m\angle 1$

68. $m\angle 2$

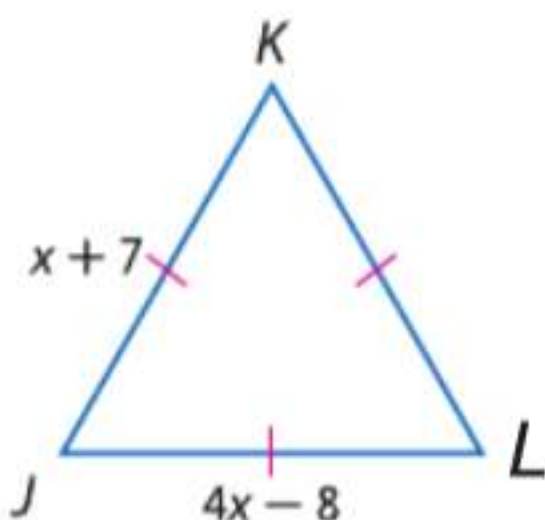
69. $m\angle 3$

جد قياسات جميع الزوايا المرقمة.

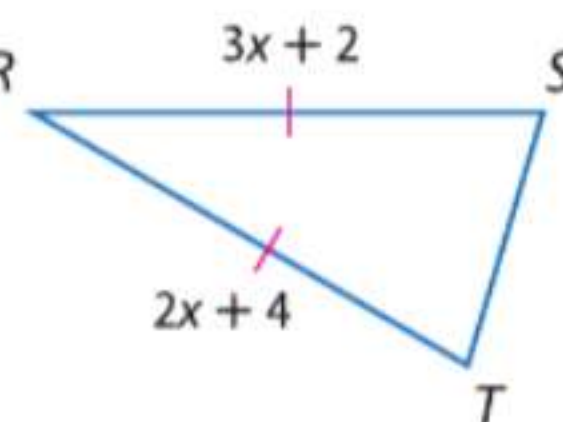
مراجعة المهارات

الجبر جد قيمة x وقياسات أطوال الأضلاع المجهولة لكل مثلث.

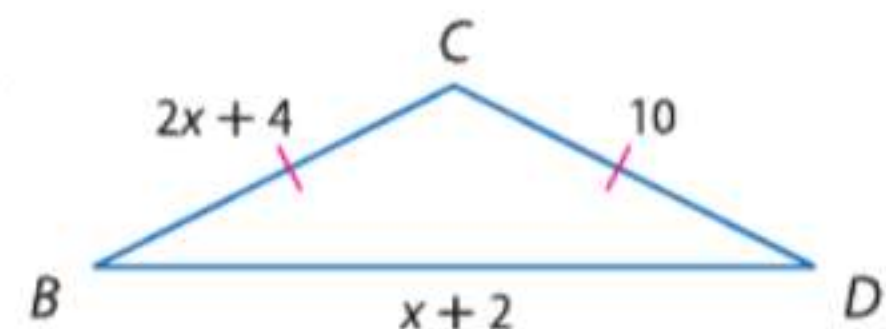
70.



71.



72.



المثلثات المتشابهة

15-3

السابق ..

الحالي ..

لماذا؟ ..

لقد استخدمت نظريات تطابق (زاوية-زاوية-ضلع)، (ضلع-ضلع-ضلع)، (ضلع-زاوية-ضلع) لإثبات تطابق المثلثات.

1 تحديد المثلثات المتشابهة باستخدام مسلّمة تشابه مثلثين من خلال تساوي زاويتين متناظرتين فيهما ونظرية التشابه (ضلع-ضلع-ضلع) ونظرية التشابه (ضلع-زاوية-ضلع).

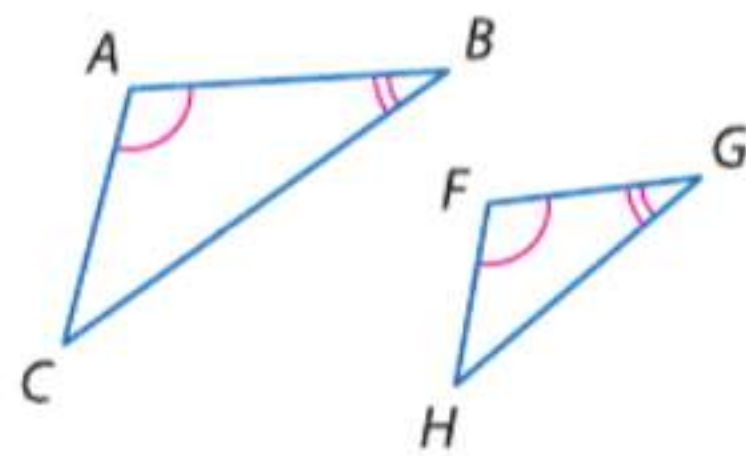
2 استخدام المثلثات المتشابهة لحل المسائل.

يرغب أيمن في رسم نسخة مشابهة لشعار نادي التزلج المشترك فيه على ملصق إعلاني. رسم في البداية خطأ مستقيماً في أسفل الملصق. بعد ذلك، استخدم قصاصة للشعار الأصلي لعمل نسختين للزاويتين السفليتين. وأخيراً، مدّ الجوانب غير المشتركة للزاويتين.



1 تحديد المثلثات المتشابهة يشير المثال إلى تشابه المثلثين إذا تطابق زوجان من الزوايا المتناظرة.

مسلمة 15.1 تشابه زاوية-زاوية (AA)



إذا تطابقت زاويتان في أحد المثلثات مع زاويتين في مثلث آخر، فإنّ يكون المثلثان متشابهين.

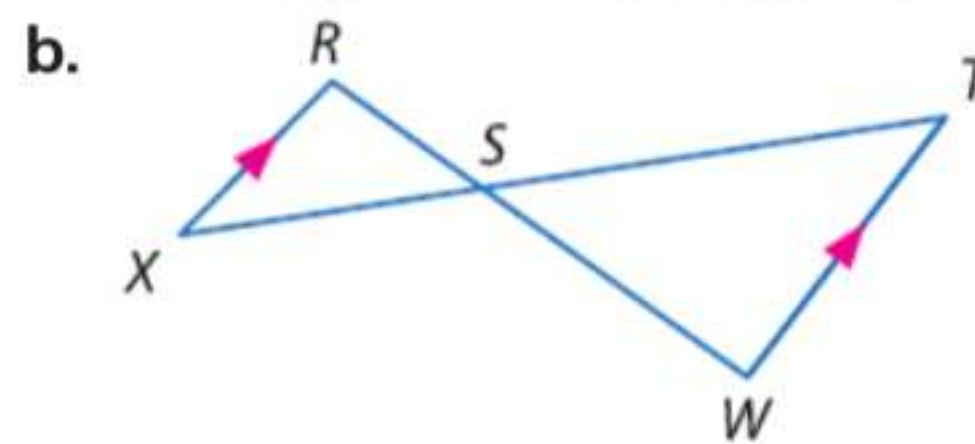
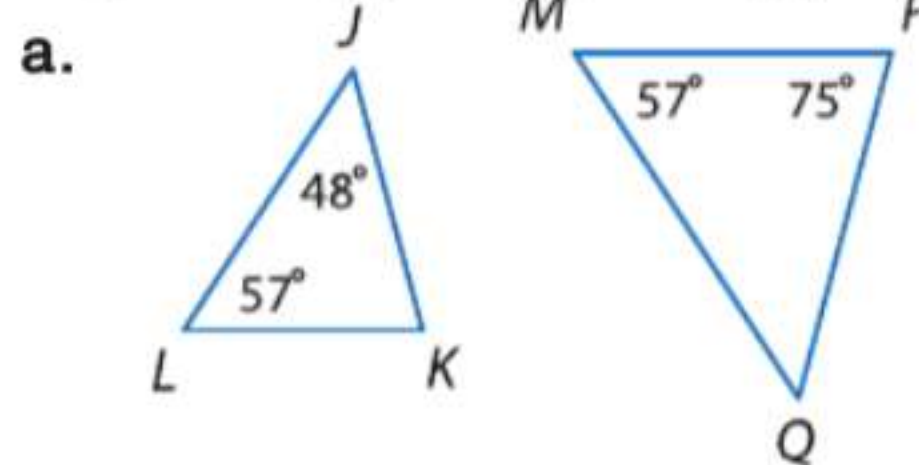
مثال إذا كان $\angle A \cong \angle F$ و $\angle B \cong \angle G$ ، فإنّ $\triangle ABC \cong \triangle FGH$.

ممارسات في الرياضيات

استخدام نماذج الرياضيات. محاولة إيجاد البنية واستخدامها.

مثال 1 استخدام مسلمة تشابه زاوية-زاوية

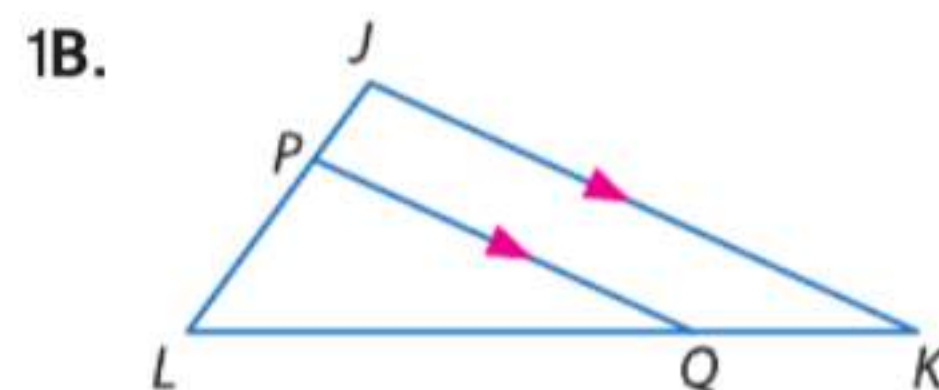
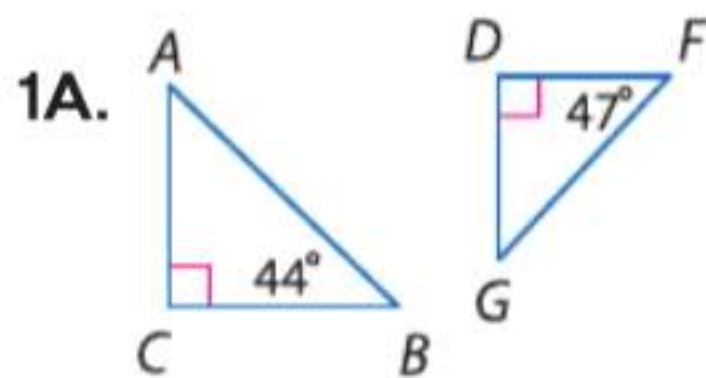
بين تشابه المثلثين من عدمه. فإن كانا متشابهين، فاكتب عبارة تشابه. اشرح استنتاجك.



a. بما أن $m\angle L = m\angle M$ ، فإن $\angle L \cong \angle M$. حسب نظرية مجموع زوايا المثلث، فإن $57 + 48 + m\angle K = 180$. إذاً $m\angle K = 75$. بما أن $m\angle P = 75$ ، فإن $\angle K \cong \angle P$. إذاً، $\triangle LJK \cong \triangle MQP$ حسب تشابه زاوية-زاوية.

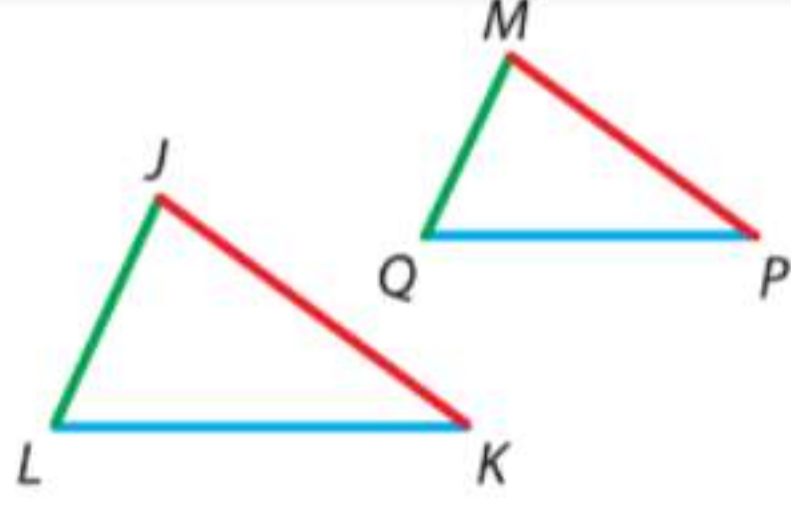
b. $\angle RSX \cong \angle WST$ حسب نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس. بما أن $\overline{RX} \parallel \overline{TW}$ ، فإن $\angle R \cong \angle W$. إذاً، $\triangle RSX \cong \triangle WST$ حسب تشابه زاوية-زاوية.

تمرين موجه



يمكنك استخدام مسلّمة التّشابه (زاوية-زاوية) لإثبات النظريتين التاليتين.

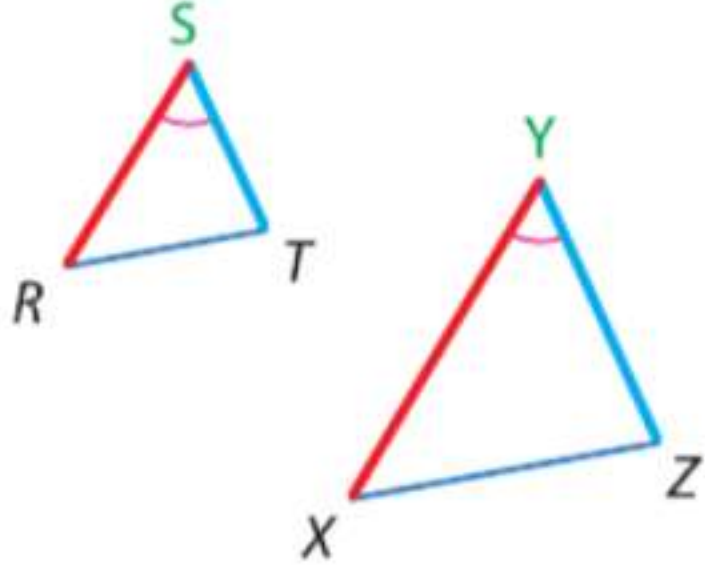
نظريتا تشابه المثلثات



15.2 تشابه ضلع-ضلع-ضلع (SSS)

إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة في مثلثين متناسبة، فإن المثلثان متشابهان.

مثال إذا كان $\frac{JK}{MP} = \frac{KL}{PQ} = \frac{LJ}{QM}$ ، فإن $\triangle JKL \cong \triangle MPQ$.



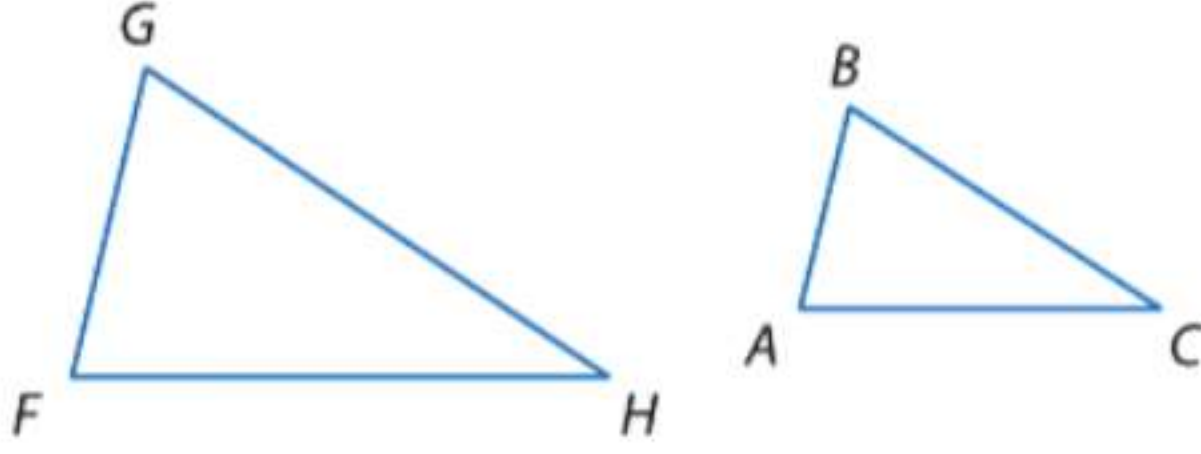
15.3 تشابه ضلع-زاوية-ضلع (SAS)

إذا كانت أطوال ضلعين في مثلث متناسبة مع أطوال الضلعين المتناظرين في مثلث آخر والزواويتين المحصورة بينهما متطابقة، فإن المثلثات تكون متشابهة.

مثال إذا كان $\frac{RS}{XY} = \frac{ST}{YZ}$ و $\angle S \cong \angle Y$ ، فإن $\triangle RST \cong \triangle XYZ$.

سوف تثبت النظرية 15.3 في التمرين 25.

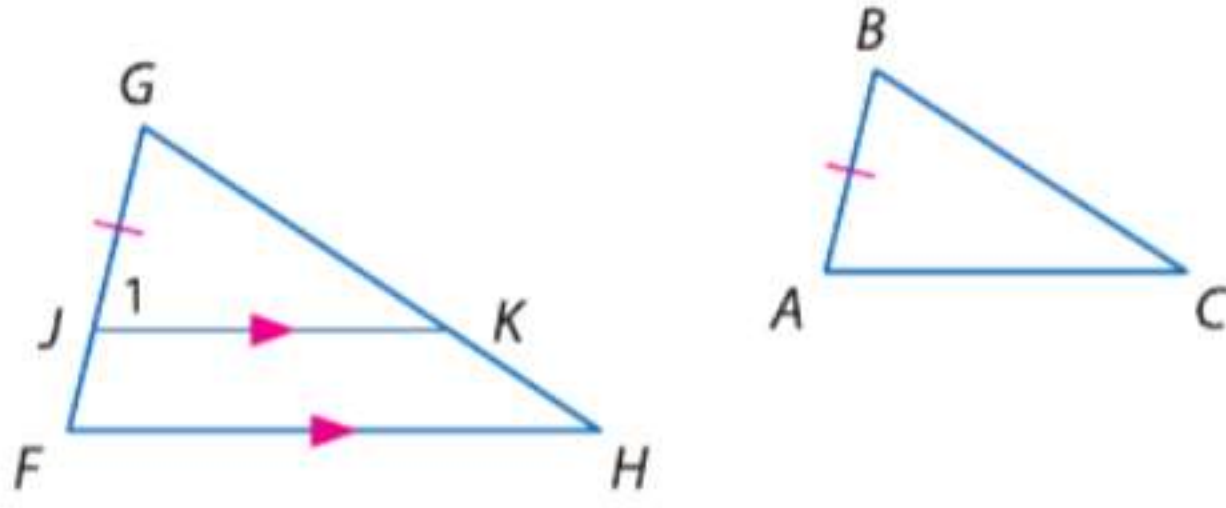
برهان النظرية 15.2



المعطيات: $\frac{AB}{FG} = \frac{BC}{GH} = \frac{AC}{FH}$
المطلوب: $\triangle ABC \sim \triangle FGH$

فقرة البرهان:

حدد J على \overline{FG} بحيث $JG = AB$.
ارسم $\overline{JK} \parallel \overline{FH}$ بحيث $\overline{JK} \parallel \overline{FH}$.
قم بتسمية $\angle GJK$ باسم $\angle 1$.



بما أن $\angle G \cong \angle G$ حسب خاصية الانعكاس و $\angle 1 \cong \angle F$ حسب مسلّمة الزوايا المتناظرة، فإن $\triangle GJK \cong \triangle GFH$ حسب مسلّمة تشابه زاوية-زاوية.

وحسب تعريف المضلعات المتشابهة، $\frac{JG}{FG} = \frac{GK}{GH} = \frac{JK}{FH}$. وبالتعويض،

$$\frac{AB}{FG} = \frac{GK}{GH} = \frac{JK}{FH}$$

وبما أن المعطيات تقول أيضا إن $\frac{AB}{FG} = \frac{BC}{GH} = \frac{AC}{FH}$ يمكننا القول إن $\frac{GK}{GH} = \frac{BC}{GH}$ و $\frac{JK}{FH} = \frac{AC}{FH}$ وهذا يعني أن $GK = BC$ و $JK = AC$ إذا $\overline{GK} \cong \overline{BC}$ و $\overline{JK} \cong \overline{AC}$.

حسب تشابه ضلع-ضلع-ضلع، $\triangle ABC \cong \triangle JGK$.

حسب المسلّمة التي تقول بتطابق الأجزاء المتناظرة في المثلثات المتطابقة، فإن $\angle B \cong \angle G$ و $\angle A \cong \angle 1$. بما أن $\angle A \cong \angle 1$ و $\angle 1 \cong \angle F$ ، فإن $\angle A \cong \angle F$ باستخدام خاصية التعدي. إذا، حسب تشابه AA، فإن $\triangle ABC \cong \triangle FGH$.

نصيحة دراسية

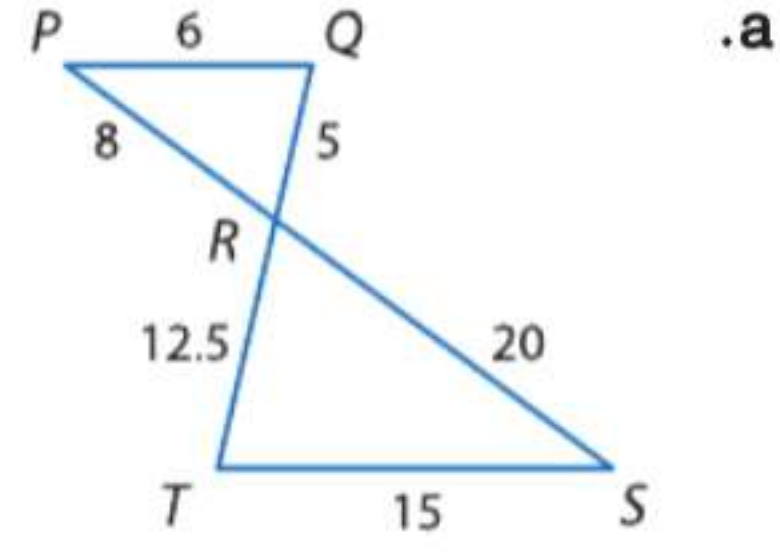
الأضلاع المتناظرة لتحديد الأضلاع المتناظرة في مثلثين، ابدأ بمقارنة أطوال الأضلاع، ثم الذي يليه طولاً، وأخيراً قارن بين أقصر الأضلاع طولاً.

مثال 2 استخدام نظريات تشابه مثلثين من خلال تشابه ضلع-ضلع-ضلع (SSS) وتشابه ضلع-زاوية-ضلع (SAS)

بين تشابه المثلثين من عدمه. إن كانا متشابهين، فاكتب عبارة تشابه. اشرح استنتاجك.

$$\frac{QR}{TR} = \frac{5}{12.5} = \frac{50}{125} \text{ أو } \frac{2}{5} \text{ و } \frac{PQ}{ST} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} \text{ أو } \frac{PR}{SR} = \frac{8}{20}$$

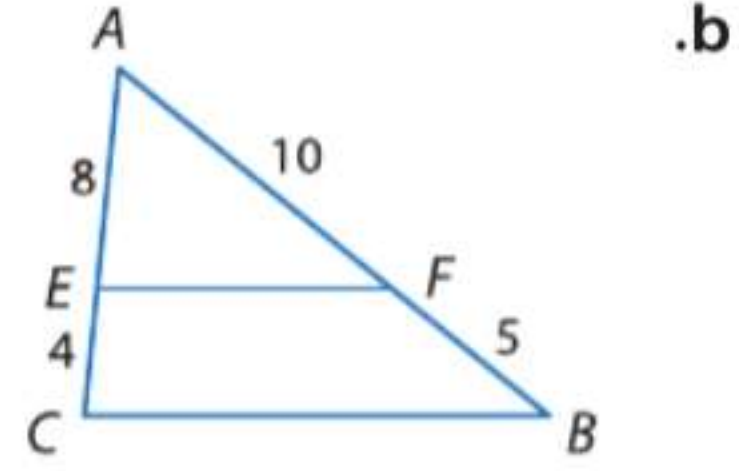
أو $\frac{2}{5}$ إذا. $\triangle PQR \cong \triangle STR$ حسب نظرية تشابه ضلع-ضلع-ضلع.



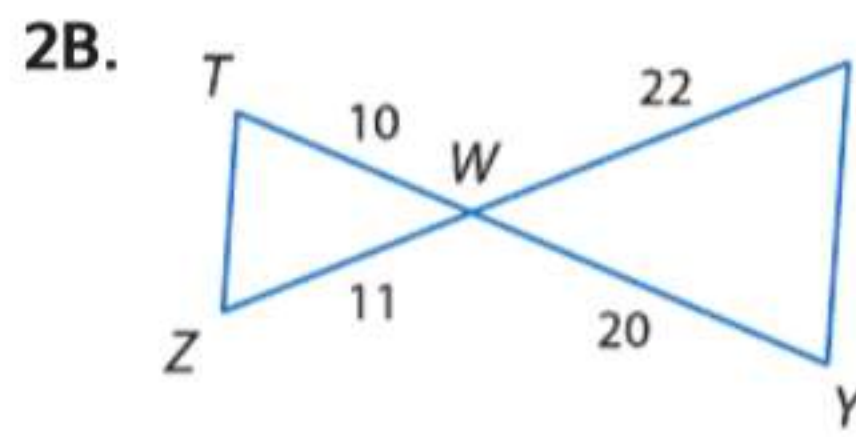
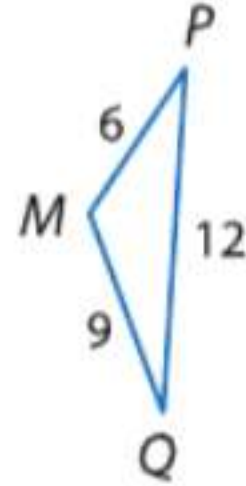
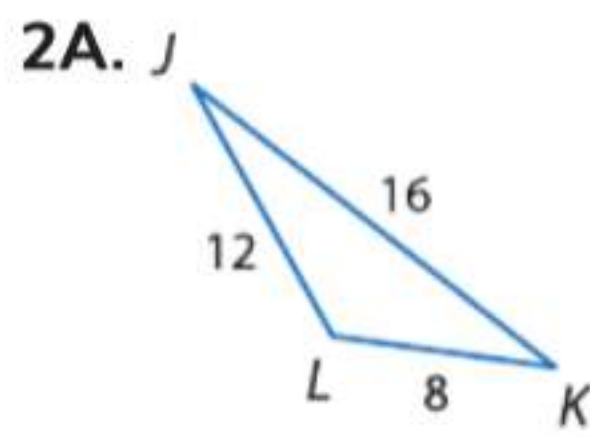
حسب خاصية الانعكاس، $\angle A \cong \angle A$.

$$\frac{2}{3} \text{ و } \frac{AE}{AC} = \frac{8}{8+4} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \text{ أو } \frac{AF}{AB} = \frac{10}{10+5} = \frac{10}{15}$$

بما أن أطوال الأضلاع التي تتضمن الزاوية $\angle A$ متناسبة، فإن $\triangle AEF \cong \triangle ACB$ حسب تشابه SAS.



تمرين موجه

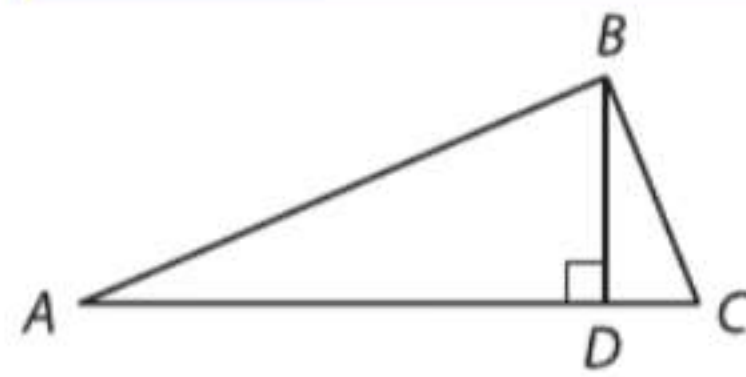


نصيحة دراسية

رسم الأشكال التخطيطية من المفيد لك أن تعيد رسم المثلثات المتشابهة حتى يكون لأطوال الأضلاع المتناظرة نفس الاتجاه.

تستطيع أن تقرر ما يكفي لإثبات تشابه المثلثين.

مثال 3 من الحياة اليومية شروط كافية



في الشكل، $\angle ADB$ زاوية قائمة. أي من التالي لن يكون كافيًا لإثبات أن $\triangle ADB \cong \triangle CDB$ ؟

- A $\frac{AD}{BD} = \frac{BD}{CD}$ C $\angle ABD \cong \angle C$
B $\frac{AB}{BC} = \frac{BD}{CD}$ D $\frac{AD}{BD} = \frac{BD}{CD} = \frac{AB}{BC}$

قراءة فقرة الاختبار

أمامك معطيات تقول إن $\angle ADB$ زاوية قائمة وطلب منك تحديد أيًا من المعلومات الإضافية لن تكون كافية لإثبات أن $\triangle ADB \cong \triangle CDB$.

حل فقرة الاختبار

بما أن $\angle ADB$ هي زاوية قائمة، فإن $\angle CDB$ هي أيضًا زاوية قائمة. وبما أن كل الزوايا القائمة متطابقة، إذا $\angle ADB \cong \angle CDB$. راجع كل الخيارات حتى تجد أحدها لا يقدم شرطًا إضافيًا يكفي لإثبات أن $\triangle ADB \cong \triangle CDB$.

الخيار A: إذا كان $\frac{AD}{BD} = \frac{BD}{CD}$ و $\angle ADB \cong \angle CDB$ ، فإن $\triangle ADB \cong \triangle CDB$ حسب نظرية تشابه ضلع-زاوية-ضلع.

الخيار B: إذا كان $\frac{AB}{BC} = \frac{BD}{CD}$ و $\angle ADB \cong \angle CDB$ ، فإنه لا يمكننا استنتاج أن $\triangle ADB \cong \triangle CDB$ لأن الزاوية المحصورة بين الضلع \overline{AB} والضلع \overline{BD} لا تكون $\angle ADB$. إذا، الإجابة الصحيحة هي B.

نصيحة عند حل الاختبار

تحديد أمثلة خارجة عن التعريف

أحيانًا تتطلب أسئلة الاختبار منك أن تذكر مثالًا خارجًا عن التعريف، كما في هذه الحالة. عندها لا بد من التحقق من كل خيار حتى تعثر على مثال يصلح أن يكون خارجًا عن التعريف. لو أردت التحقق من صحة إجابتك، تأكد من أن كل الخيارات الأخرى صحيحة.

تمرين موجه

3. إذا كان $\triangle JKL$ و $\triangle FGH$ مثلثين فيهما $\angle J \cong \angle F$. فأَيُّ من الآتي يكفي لإثبات أن المثلثين متشابهين؟

F $\frac{KL}{GH} = \frac{JL}{FH}$ G $\frac{JL}{JK} = \frac{FH}{FG}$ H $\frac{JK}{FG} = \frac{KL}{GH}$ J $\frac{JL}{JK} = \frac{GH}{FG}$

2 **استخدام المثلثات المتشابهة** كما هو الحال في تطابق المثلثات. فإن تشابه المثلثات يكون انعكاسيًا، ومتناظرًا، ومتعدديًا.

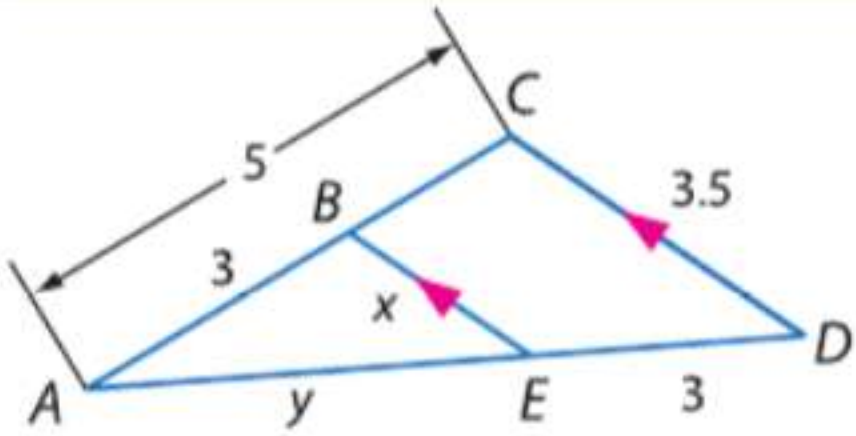
نظرية 15.4 خواص التشابه

$\triangle ABC \sim \triangle ABC$	خاصية انعكاس التشابه
إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle DEF$. فإن $\triangle DEF \cong \triangle ABC$.	خاصية تناظر التشابه
إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ و $\triangle DEF \cong \triangle XYZ$. فإن $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$.	خاصية التعددي في التشابه

سوف تثبت النظرية 15.4 في التمرين 26.

مثال 4 أجزاء المثلثات المتشابهة

جد AD و BE .



بما أن $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$ و $\angle ABE \cong \angle BCD$ و $\angle AEB \cong \angle EDC$ لأنها زوايا متناظرة. إذاً، حسب تشابه AA، فإن $\triangle ABE \cong \triangle ACD$.

نصيحة دراسية

التناسب تناسب إضافي ينطبق على مثال 4 هو $\frac{AC}{CD} = \frac{AB}{BE}$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CD}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{x}{3.5}$$

تعريف المضلعات المتشابهة

$$AC = 5, CD = 3.5, AB = 3, BE = x$$

$$3.5 \cdot 3 = 5 \cdot x$$

$$2.1 = x$$

خاصية نواتج الضرب التبادلي

$$BE = 2.1.$$

$$\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AE}$$

$$\frac{5}{3} = \frac{y+3}{y}$$

تعريف المضلعات المتشابهة

$$AC = 5, AB = 3, AD = y + 3, AE = y$$

$$5 \times y = 3(y + 3)$$

$$5y = 3y + 9$$

$$2y = 9$$

$$y = 4.5$$

خاصية نواتج الضرب التبادلي

خاصية التوزيع

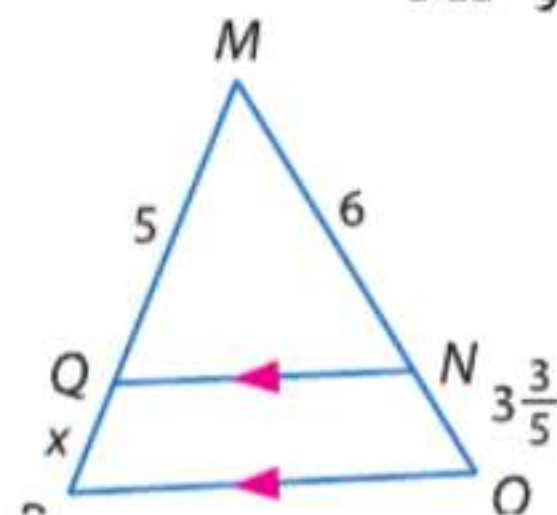
اطرح $3y$ من كل طرف

$$AD = y + 3 = 7.5.$$

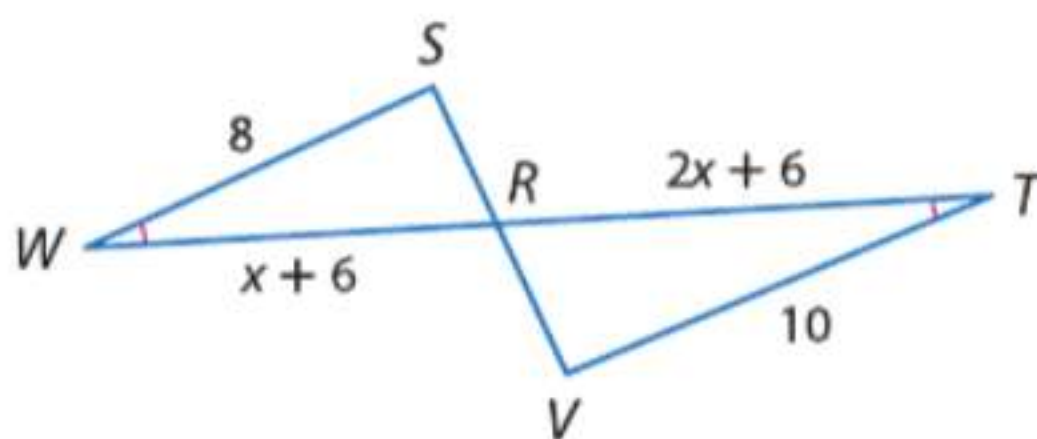
تمرين موجه

جد قياس كل مما يلي.

4A. MP و QP



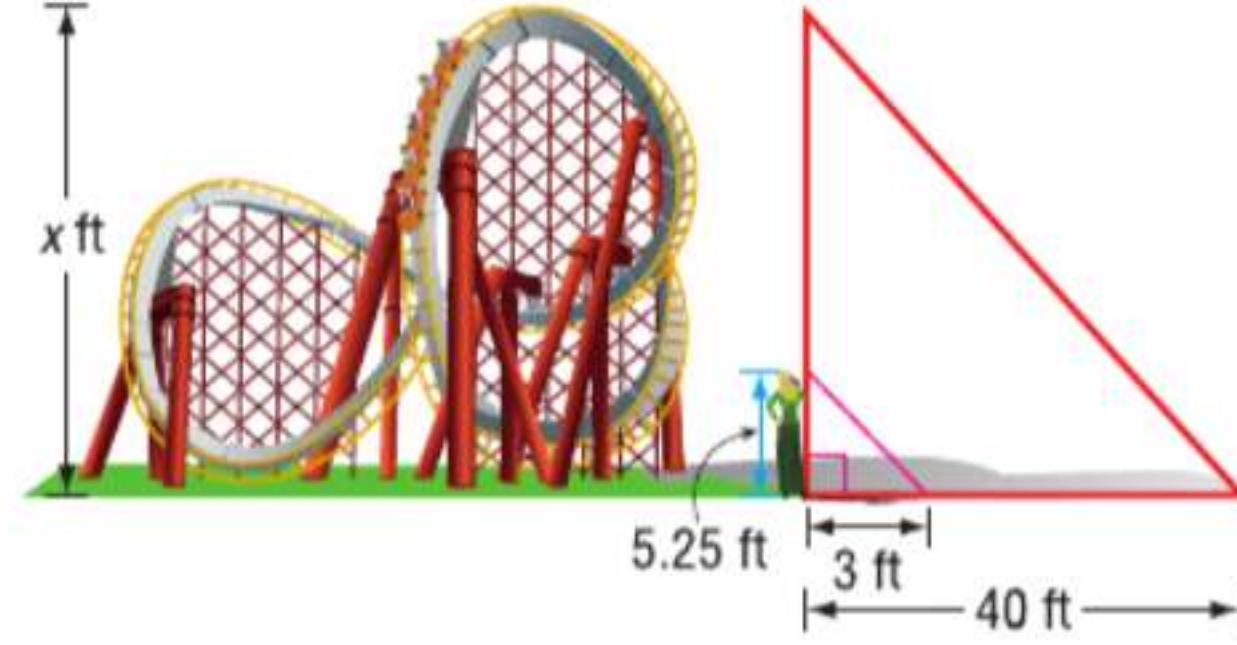
4B. RT و WR



مثال 5 من الحياة اليومية القياس غير المباشر

الأفعوانية تقدر فاطمة ارتفاع لعبة الأفعوانية العملاقة. يبلغ طول فاطمة 5 ft و 3 in وبلغ طول ظلها 3 ft. فإذا كان طول ظل هذه اللعبة هو 40 ft، فكم يبلغ طولها؟

الاستيعاب جهّز رسماً تصويرياً لهذه الحالة. 5 ft و 3 in تساوي 5.25 ft.



التخطيط في مسائل الظل، يمكنك أن تفترض أن الزوايا المتكونة من أشعة الشمس مع أي شيئين آخرين تكون متطابقة وأن الشيئين يشكلان أضلاع مثلثين قائمي الزاوية.

وبتطبيق أربعة أزواج من الزوايا، فالمثلثات القائمة تتشابه وفقاً لمسلمة تشابه AA . إذاً، يمكننا كتابة التناسب التالي.

$$\frac{\text{ارتفاع فاطمة}}{\text{طول ظل فاطمة}} = \frac{\text{ارتفاع اللعبة}}{\text{طول ظل اللعبة}}$$

الحل عوض عن القيم المعروفة وافرض أن $x =$ ارتفاع اللعبة.

$$\frac{5.25}{x} = \frac{3}{40}$$

$$3 \times x = 40(5.25)$$

$$3x = 210$$

$$x = 70$$

بالتعويض

خاصية الضرب التبادلي

بسط

اقسم كل طرف على 3

يبلغ طول لعبة الأفعوانية 70 ft.

التحقق يبلغ طول ظل اللعبة $\frac{40 \text{ ft}}{3}$ أو حوالي 13.3 مرة من طول ظل فاطمة. تحقق أن ارتفاع اللعبة يصل إلى حوالي 13.3 مرة من طول فاطمة. $\checkmark \frac{70 \text{ wft}}{5.25 \text{ ft}} \approx 13.3$

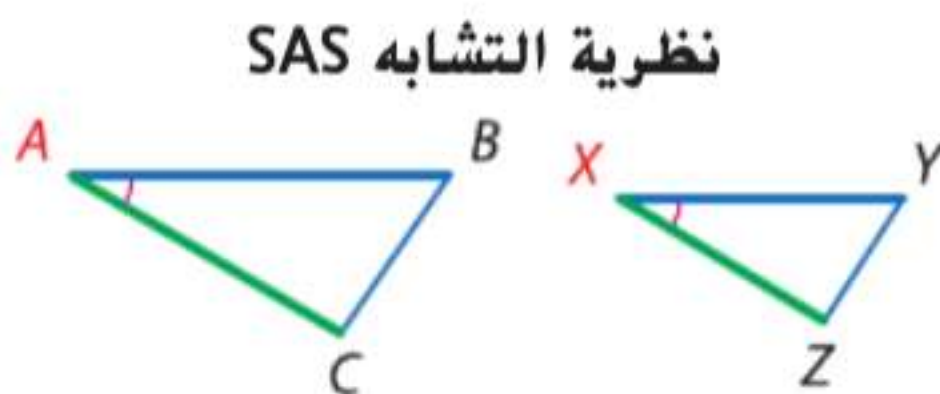
تمرين موجه

5. مباني يقف جاسم بجوار مبنى. يبلغ طول جاسم 6 ft وطول ظله 9 ft. فإذا كان طول ظل هذا المبنى هو 322.5 ft، فكم يبلغ ارتفاع المبنى؟

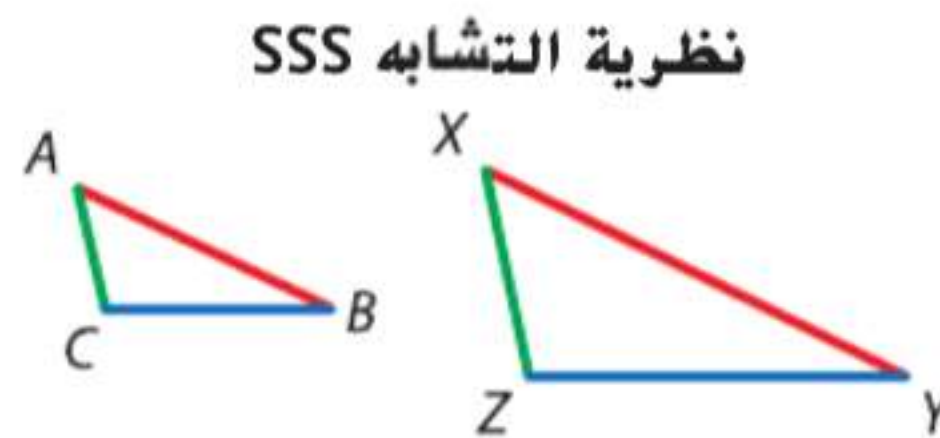
نصيحة لحل المسائل

إجابات منطقية عندما تحل مسألة، راجع إجاباتك للتحقق من صحتها. في هذا المثال، يبلغ طول ظل فاطمة أكثر قليلاً من نصف طولها. ويبلغ طول ظل اللعبة أيضاً أكثر بقليل من نصف الطول الذي استنتجته بحساباتك. إذاً، تكون الإجابة منطقية.

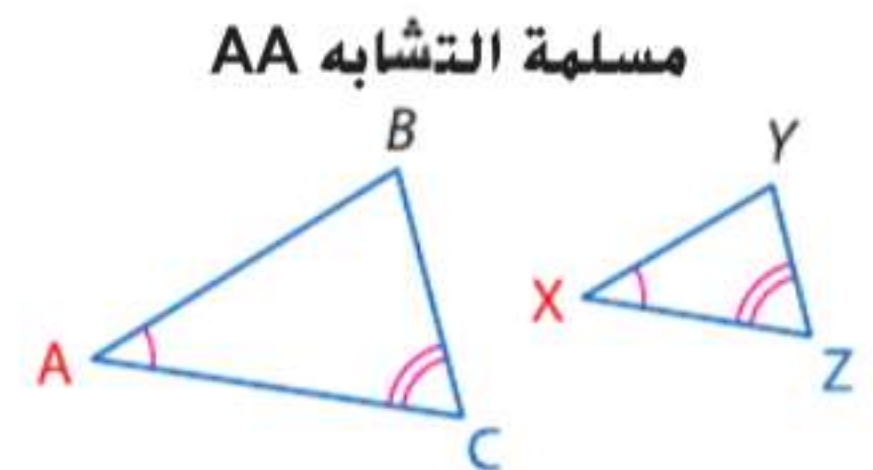
ملخص المفاهيم تشابه المثلثات



إذا كان $\angle A \cong \angle X$ و $\frac{AB}{XY} = \frac{CA}{ZX}$ فإن $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$



إذا كان $\frac{AB}{XY} = \frac{BC}{YZ} = \frac{CA}{ZX}$ فإن $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$

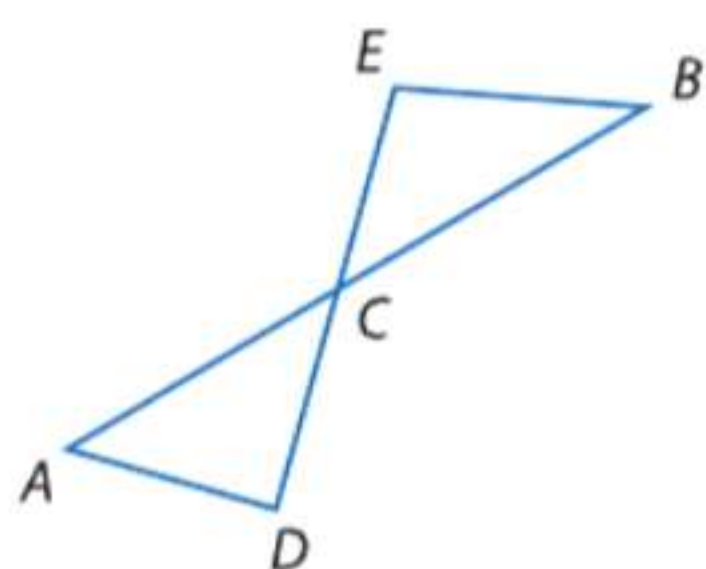
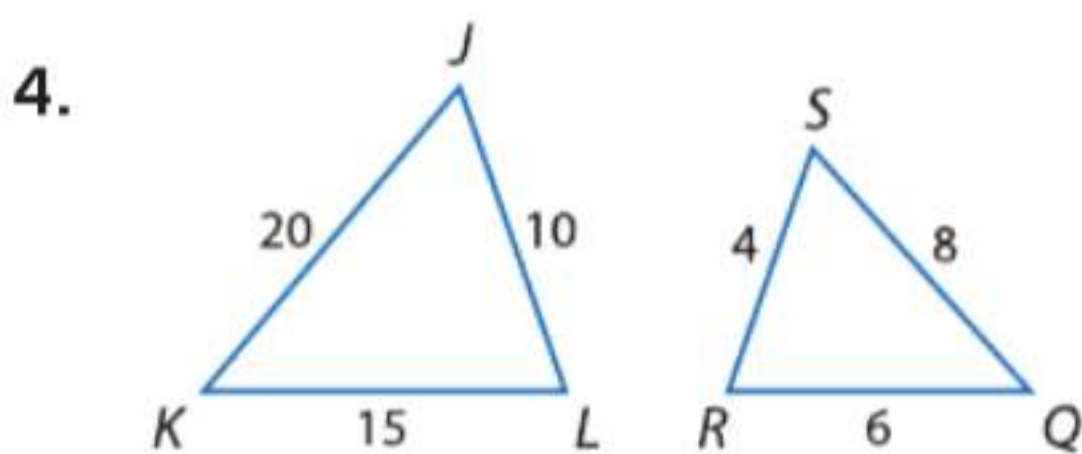
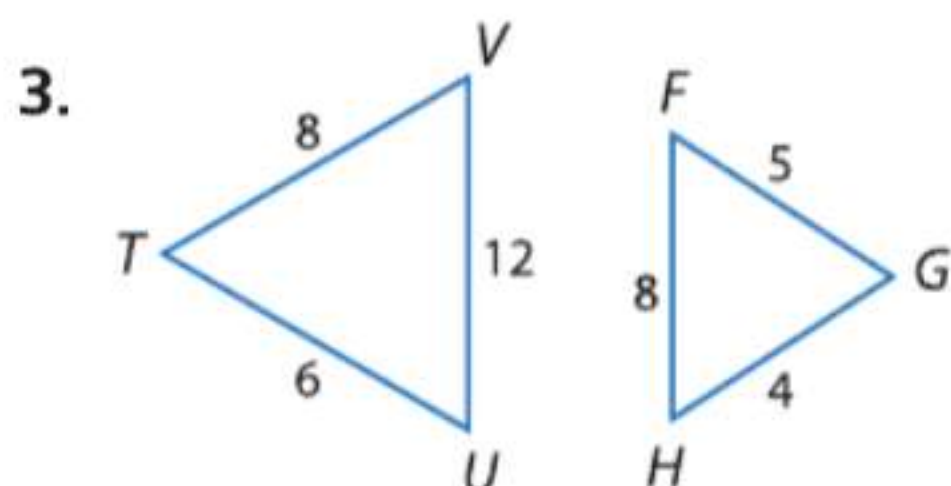
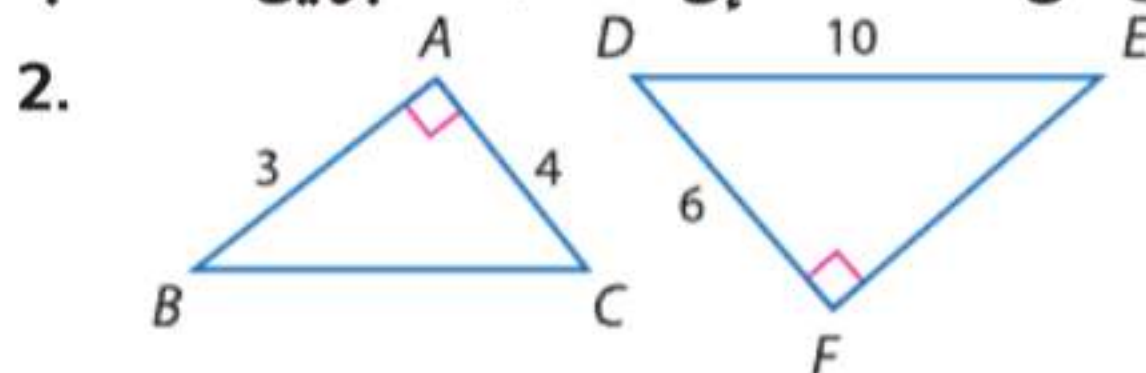
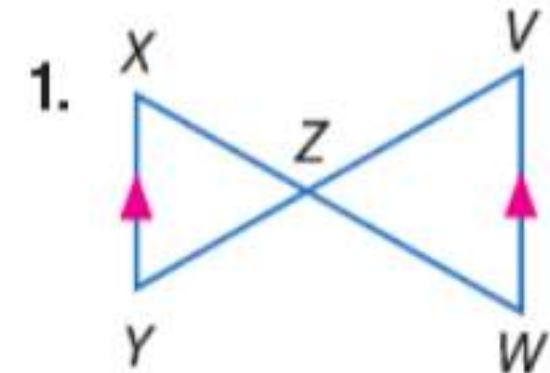


إذا كان $\angle A \cong \angle X$ و $\angle C \cong \angle Z$ فإن $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$

التحقق من فهمك

الأمثلة 1-2

بين تشابه المثلثين من عدمه. فإن كانا متشابهين، فاكتب عبارة تشابه. اشرح استنتاجك.



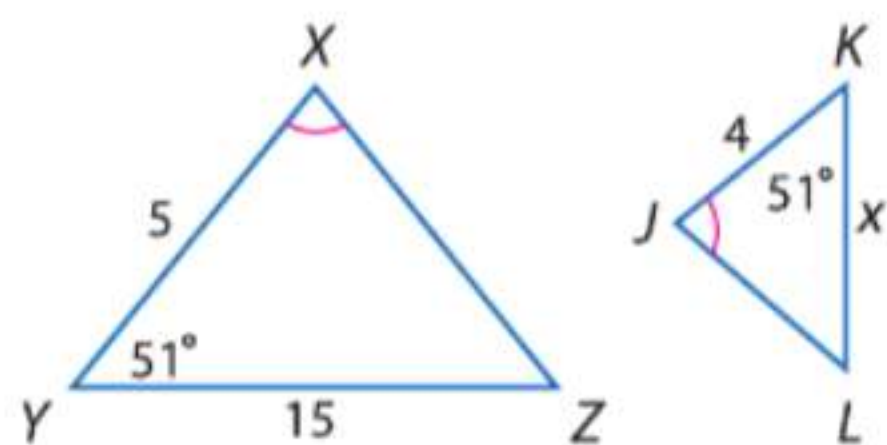
5. اختيار من متعدد في الشكل، \overline{AB} يتقاطع مع \overline{DE} عند النقطة C . ما المعلومات الإضافية التي ستكون كافية للبرهنة على أن $\triangle ADC \cong \triangle BEC$ ؟
- A $\angle DAC$ و $\angle ECB$ متطابقتان.
 B \overline{AC} و \overline{BC} متطابقتان.
 C \overline{AD} و \overline{EB} متوازيان.
 D $\angle CBE$ هي زاوية قائمة.

مثال 3

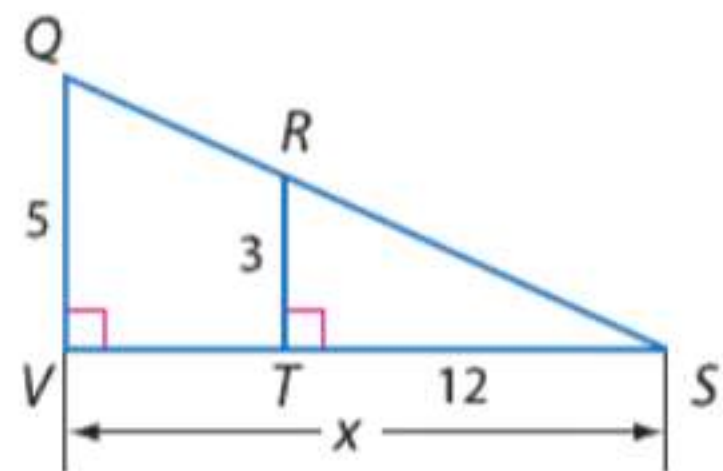
إنشاء حدد المثلثات المتشابهة. جـد قياس كل مما يلي.

مثال 4

6. KL



7. VS



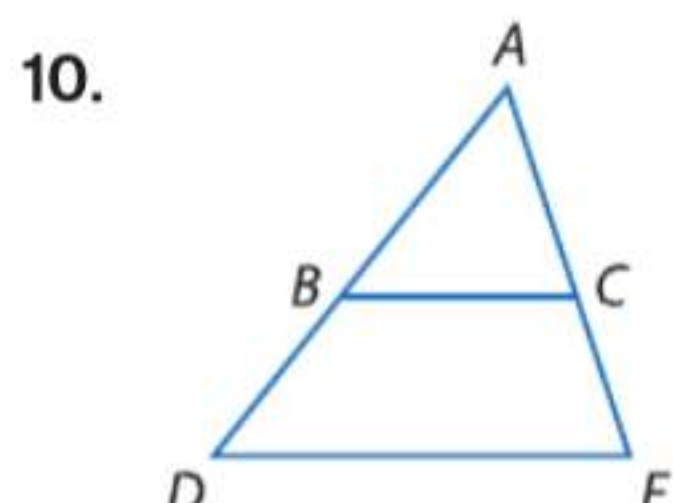
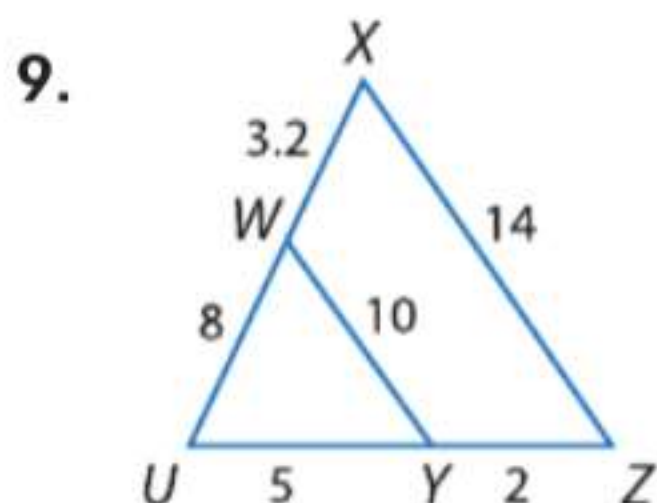
8. اتصالات يلقي برج هواتف خلوية بظل يبلغ طوله 100 ft. وفي الوقت نفسه يوجد عمود قائم بجوار البرج يبلغ ارتفاعه 4 ft و 6 in. ويلقي ظلا طوله 3 ft و 4 in. جـد ارتفاع البرج.

مثال 5

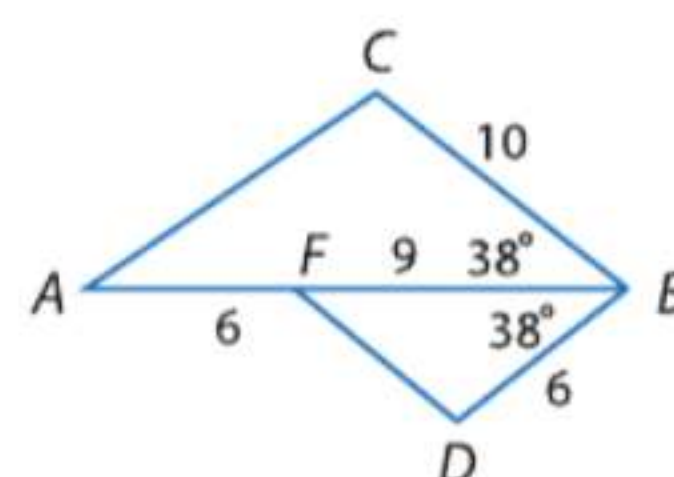
التمرين وحل المسائل

الأمثلة 1-3

بين تشابه المثلثين من عدمه. فإن كانا متشابهين، فاكتب عبارة تشابه. وإن لم يكونا متشابهين، فما الشروط التي تكفي لإثبات تشابه المثلثين؟ اشرح استنتاجك.

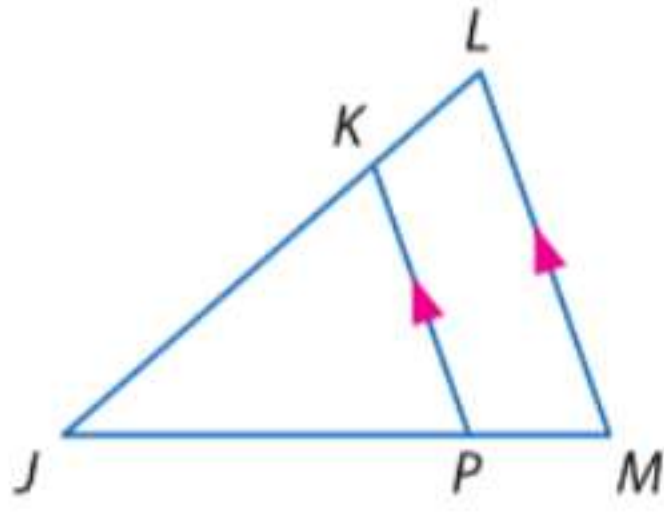


11

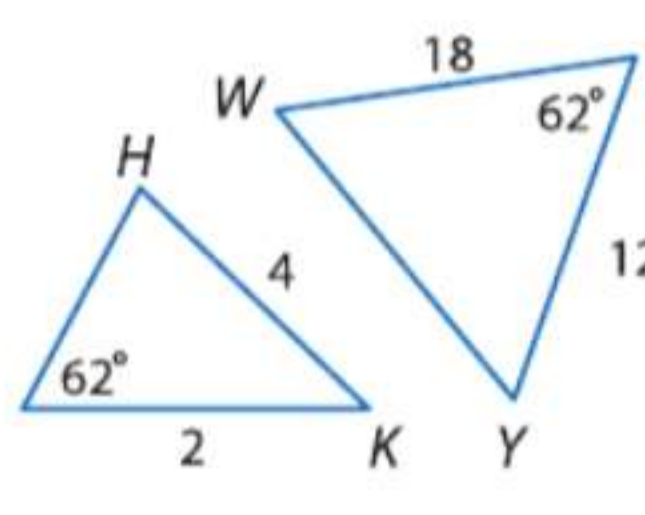


بين تشابه المثلثين من عدمه. فإن كانا متشابهين، فاكتب عبارة تشابه. وإن لم يكونا متشابهين، فما الشروط التي تكفي لإثبات تشابه المثلثين؟ اشرح استنتاجك.

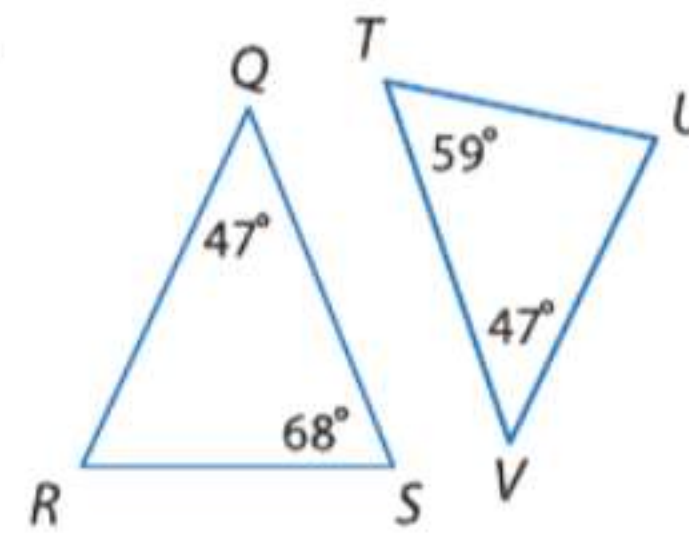
12.



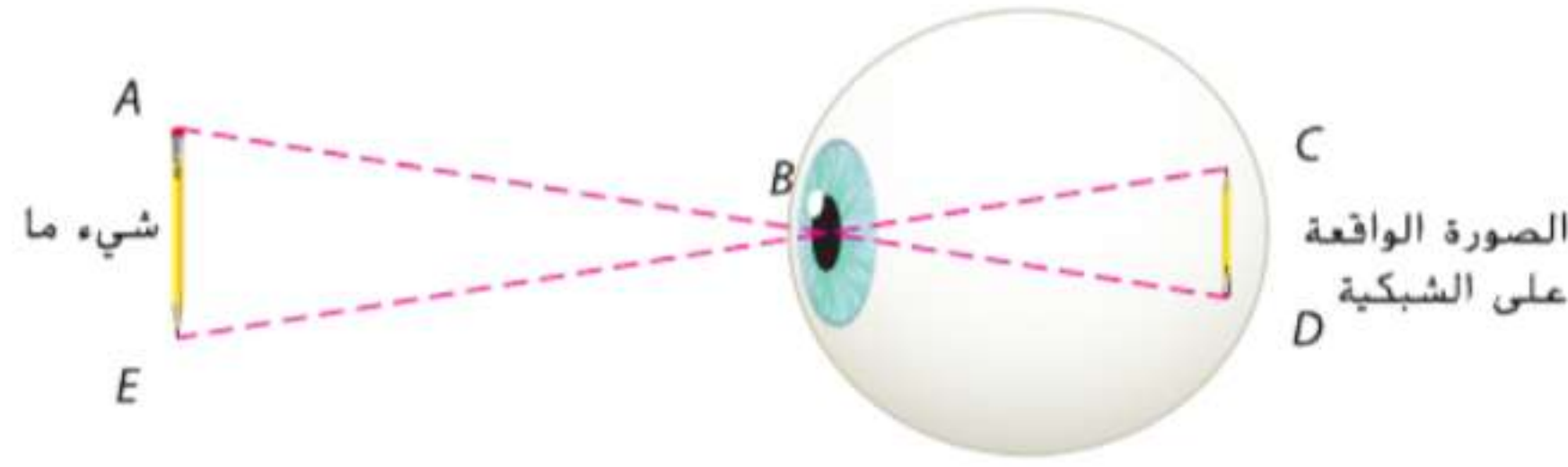
13.



14.



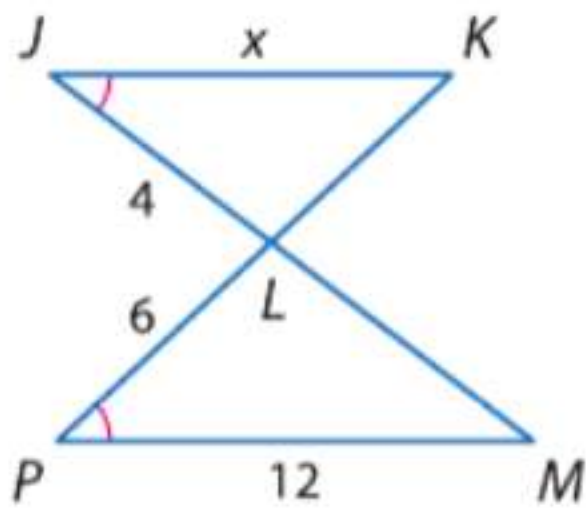
15. **استخدام النماذج** عندما ننظر إلى شيء ما، فإنه يقع على شبكية العين عبر بؤبؤ العين. والمسافة من بؤبؤ العين إلى أعلى وأسفل هذا الشيء متطابقة، والمسافة من البؤبؤ إلى أعلى وأسفل الصورة الواقعة على الشبكية متطابقة. فهل المثلثات المتكونة بين الشيء وبؤبؤ العين وبين الشيء وصورته على الشبكية متشابهة؟ اشرح استنتاجك.



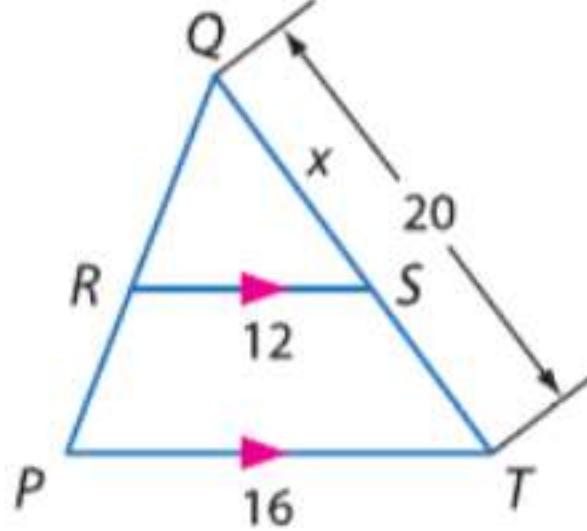
الجبر حدد المثلثات المتشابهة. ثم جرد جميع القياسات.

مثال 4

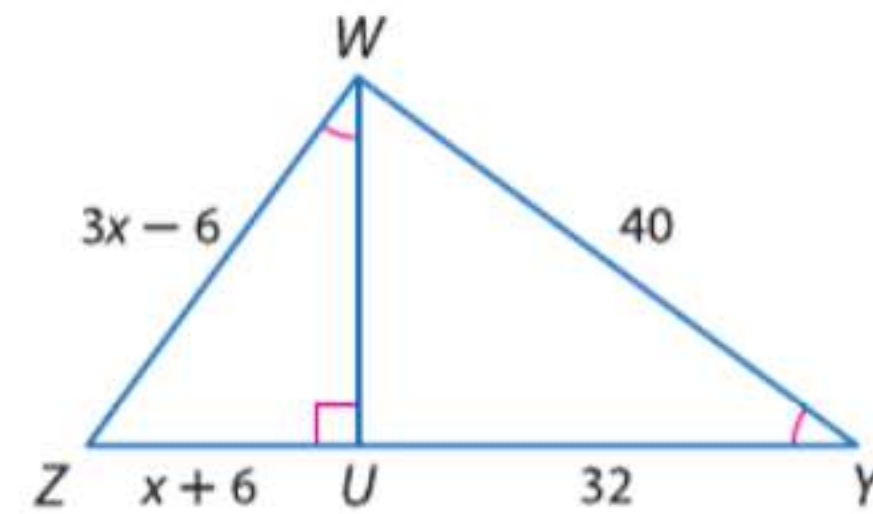
16. JK



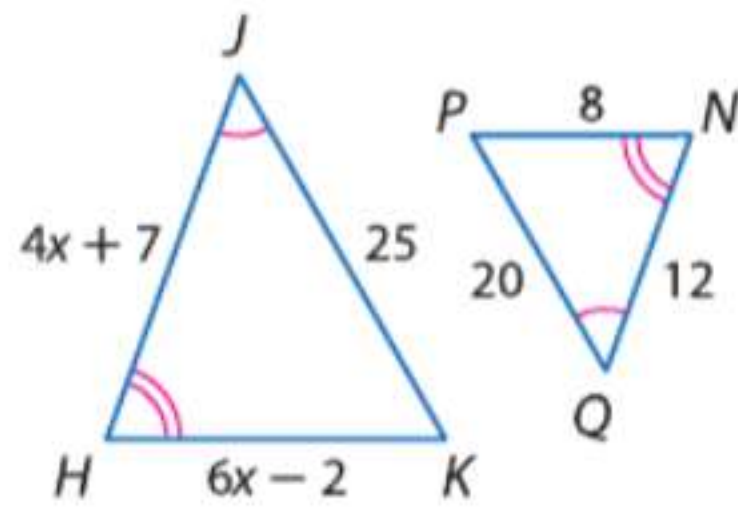
17. ST



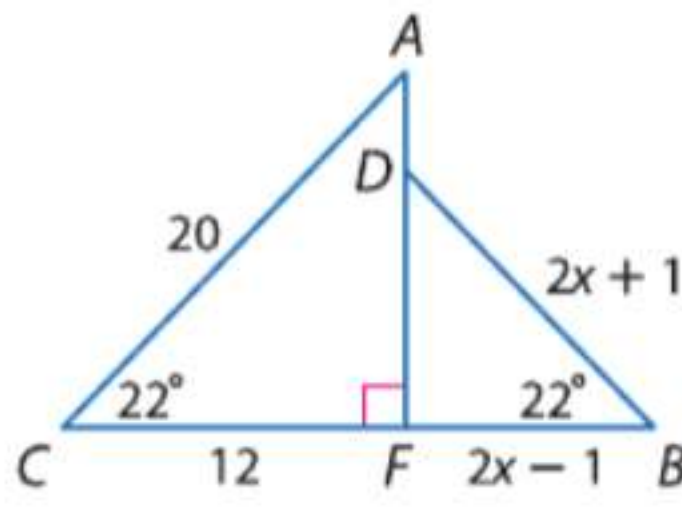
18. WZ, UZ



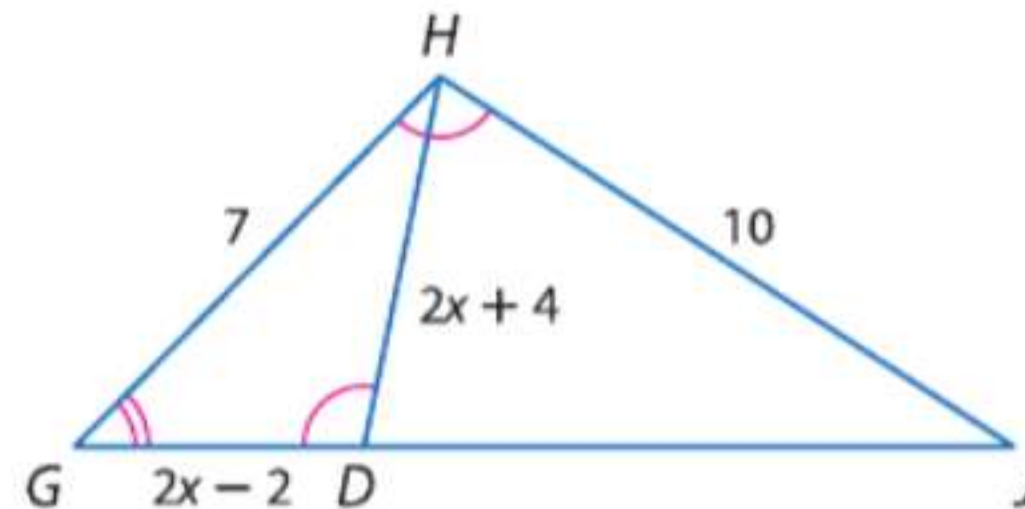
19. HJ, HK



20. DB, CB



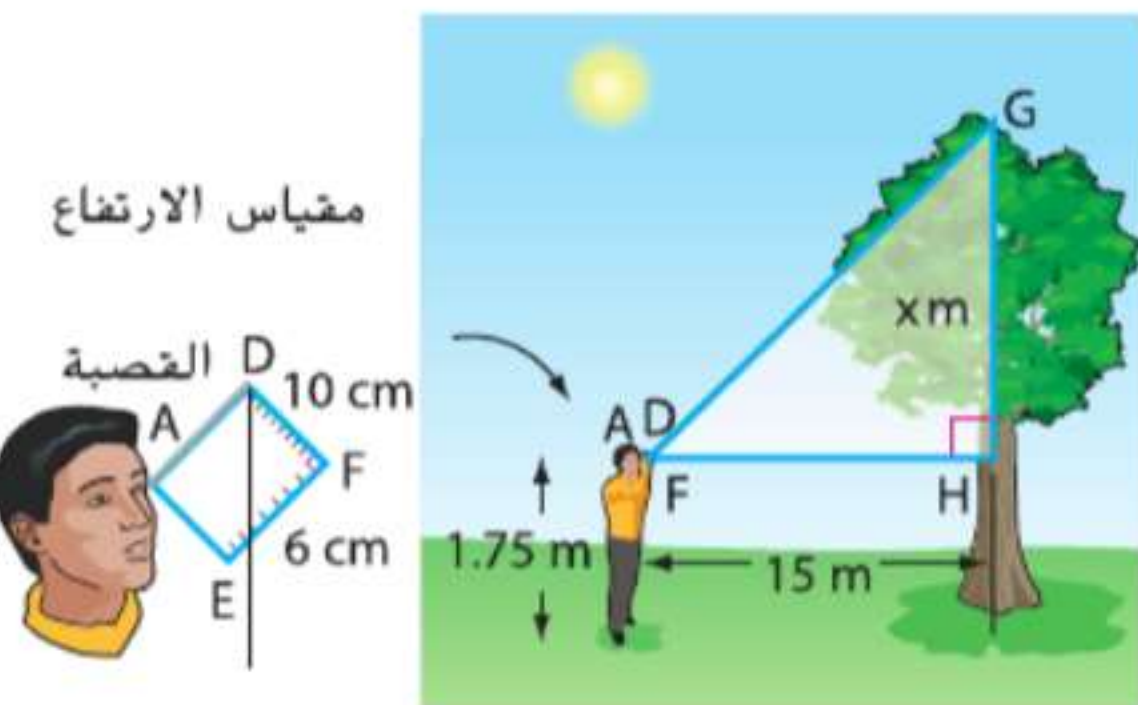
21. GD, DH



22. **تماثيل** تقف ربهام بجوار تمثال في الحديقة. فإذا كان طول ربهام 5 ft، وظلها 3 ft، وظل التمثال $10\frac{1}{2}$ ft فما هو طول التمثال؟

مثال 5

23. **ألعاب رياضية** عندما وقف خالد، والذي يبلغ طوله 5 ft و 11 in بجوار شبكة كرة السلة. كان طول ظله 2 ft و كان طول ظل شبكة كرة السلة يصل إلى 4 ft و 4 in. فكم يبلغ ارتفاع شبكة كرة السلة تقريباً؟



24. **إدارة الغابات** يمكن استخدام مقياس الارتفاع هذا الموضح أمامك في تقدير ارتفاع الأشجار. نظر عمرو عبر قصبه الجهاز إلى قمة الشجرة ودون قراءة الجهاز. جرد ارتفاع الشجرة.

البرهان اكتب برهاناً من عمودين.

26. النظرية 15.4

25. النظرية 15.3

البرهان اكتب برهاناً من عمودين.

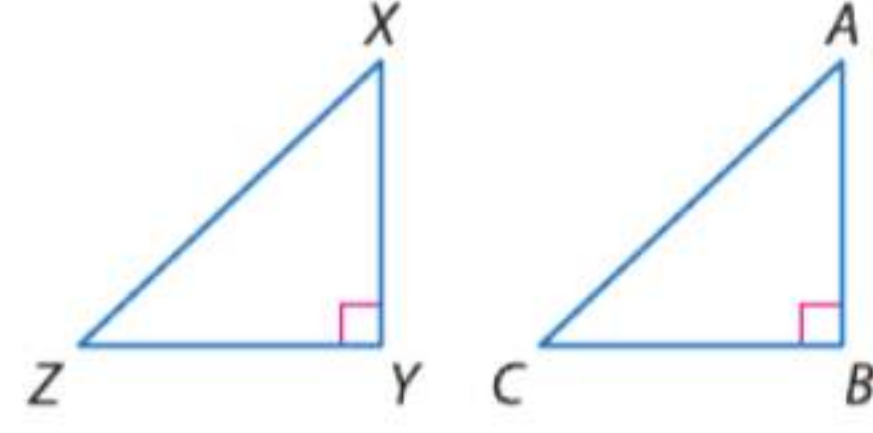
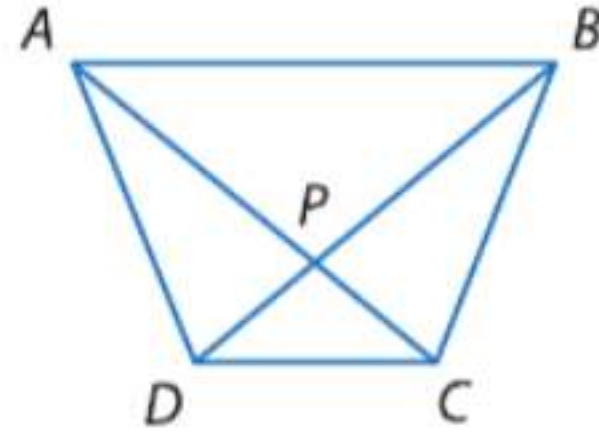
27. المعطيات: $\triangle XYZ$ و $\triangle ABC$ مثلثان قائما

28. المعطيات: $ABCD$ عبارة عن شبه منحرف.

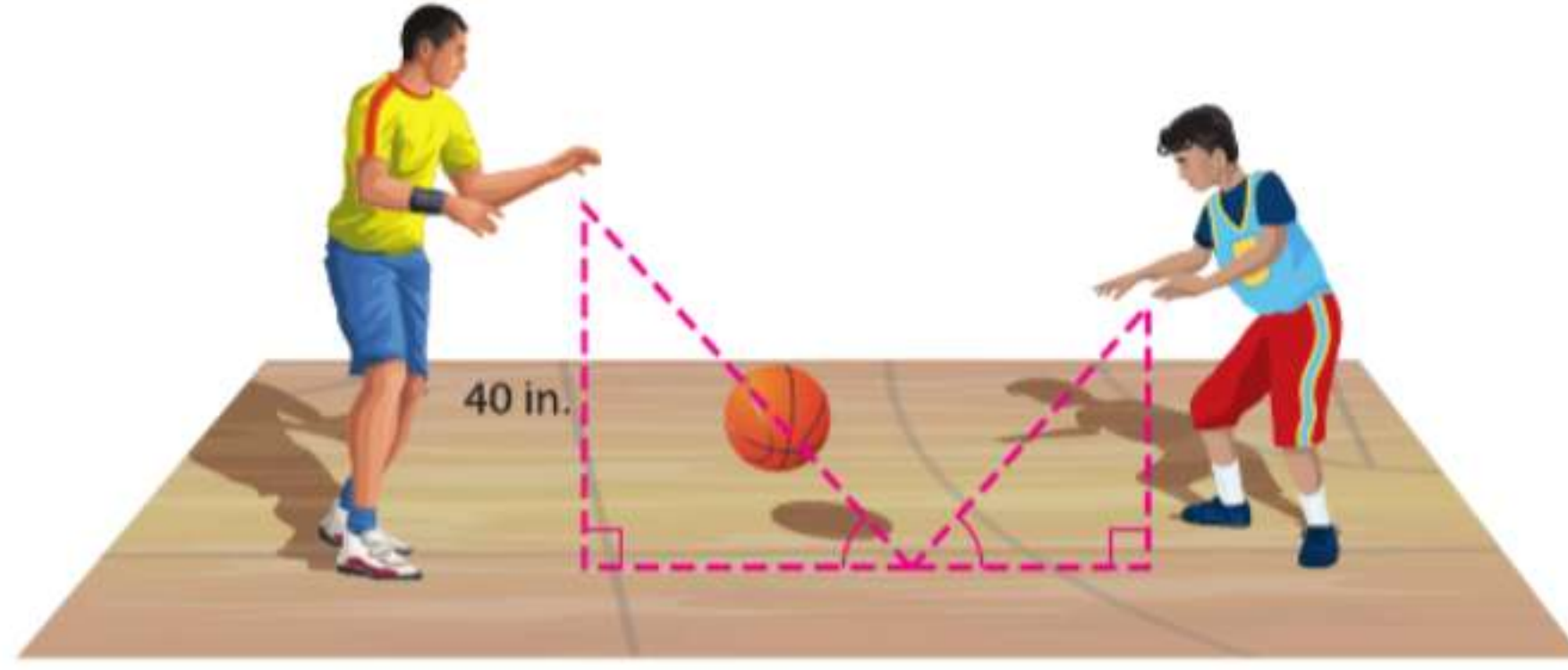
$$\frac{XY}{AB} = \frac{YZ}{BC}$$

$$\frac{DP}{PB} = \frac{CP}{PA}$$

المطلوب: $\triangle XYZ \cong \triangle BAC$



29. استخدام النماذج عندما مرر والد مهند كرة السلة إليه. كانت الزوايا التي كونها مسار الكرة متطابقة. هبطت الكرة على الأرض $\frac{2}{3}$ المسافة بينهما قبل أن ترتد للأعلى مرة أخرى. فإذا أطلق والد مهند الكرة من ارتفاع 40 in فوق الأرض، احسب الارتفاع الذي أمسك مهند عنده الكرة؟

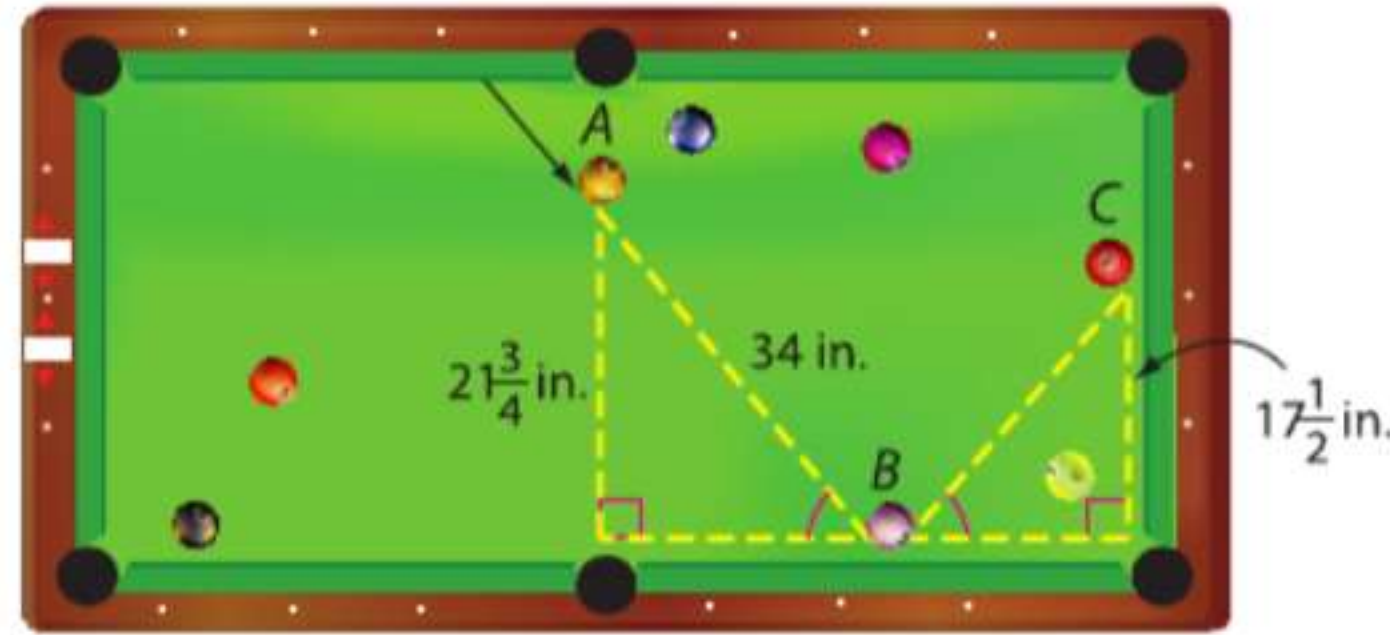


الهندسة الإحداثية $\triangle WYV$ و $\triangle XYZ$ رؤوسهما هي $V(1, 5)$ و $W(1, -5)$ $Z(-1, 6)$ $Y(5, 3)$ $X(-1, -9)$

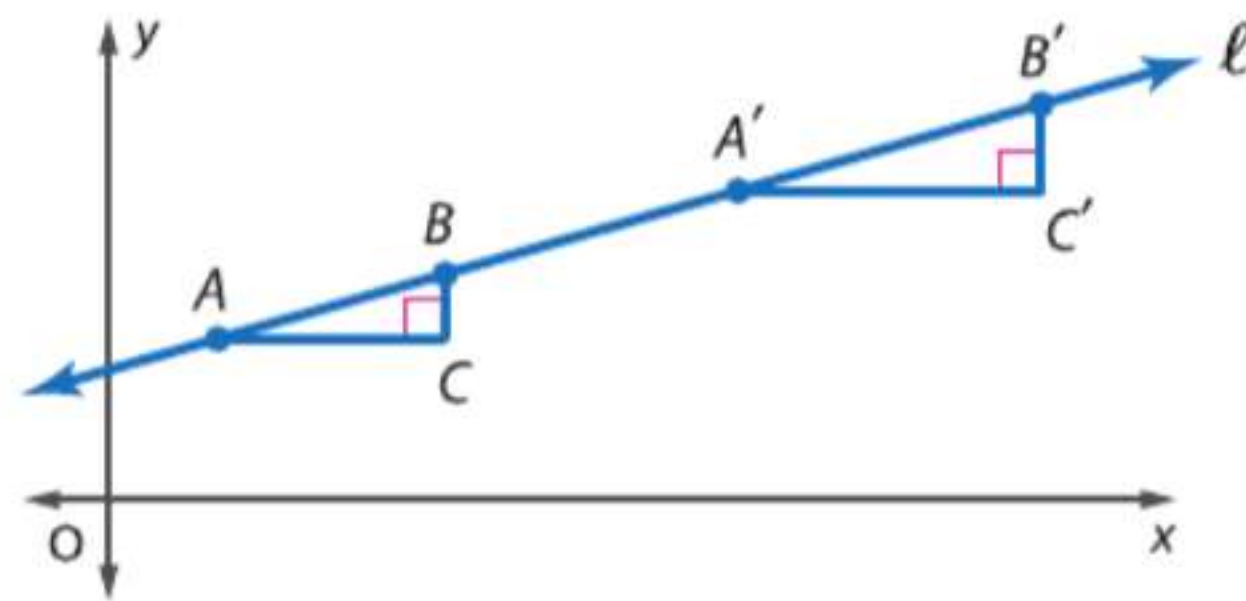
30. ارسم المثلثات، وبرهن أن $\triangle XYZ \cong \triangle WYV$.

31. جد النسبة بين محيطي المثلثين.

32. لعبة البلياردو عندما تنحرف كرة على سطح أملس، فإن الزوايا الناتجة من مسارها تكون متطابقة. ضرب معاذ الكرة البرتقالية فاتخذت المسار من A إلى B إلى C كما هو مبين بالأسفل. ما المسافة الكلية التي قطعها الكرة منذ أن ضربها معاذ حتى توقفت عند نهاية الطاولة؟

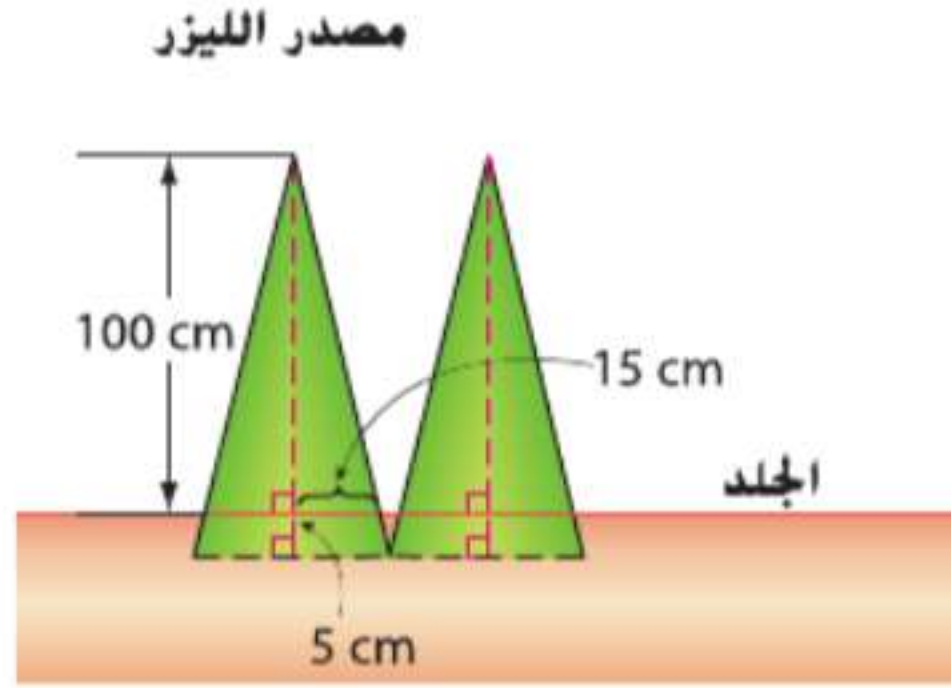


33. برهان استخدم المثلثات المتشابهة لتبين أن ميل المستقيم المار بالنقطتين على هذا الخط يكون ثابتاً. إذا كانت النقط A و B و A' و B' تقع على المستقيم l ، فاستخدم المثلثات المتشابهة لإثبات أن ميل المستقيم من A إلى B مساو لميل المستقيم من A' إلى B' .

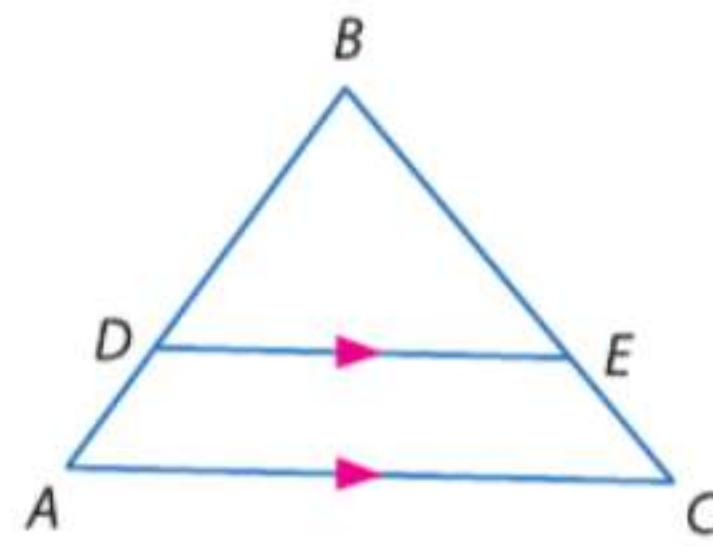


34. **تغيير الأبعاد** بفرض أن $\triangle ABC \cong \triangle JKL$.

- a. إذا كانت أطوال أضلاع المثلث $\triangle JKL$ نصف طول أضلاع المثلث $\triangle ABC$ ، ومساحة المثلث $\triangle ABC$ تساوي 40 سنتيمتر مربعة، فما مساحة المثلث $\triangle JKL$ ؟ ما العلاقة بين المساحة ومعامل مقياس $\triangle ABC$ إلى $\triangle JKL$ ؟
- b. إذا كانت أطوال أضلاع المثلث $\triangle ABC$ ثلاثة أضعاف طول أضلاع المثلث $\triangle JKL$ ، ومساحة المثلث $\triangle ABC$ تساوي 63 سنتيمتر مربعة، فما مساحة المثلث $\triangle JKL$ ؟ ما العلاقة بين المساحة ومعامل مقياس $\triangle ABC$ إلى $\triangle JKL$ ؟



35. **الطب** بعض طرق العلاج الطبي تتضمن استخدام أشعة الليزر التي تتلامس مع الجلد وتخرقه، مكونة مثلثات متشابهة. راجع الرسم التخطيطي الموجود على اليسار. ما المسافات التي يجب وضع مصادر الليزر عندها لضمان أن المساحات التي يتم علاجها بكل مصدر لا تتداخل؟



36. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة،

سوف تستكشف العلاقات المتناسبة في المثلثات.

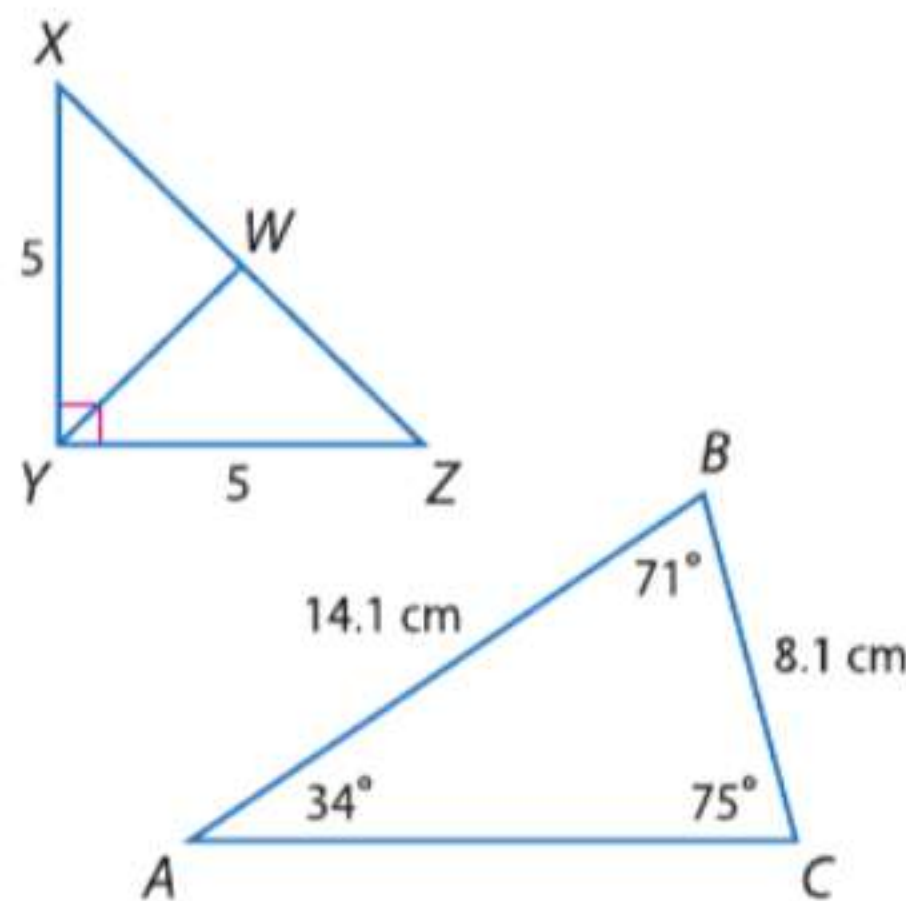
a. **التمثيل الهندسي** ارسم $\triangle ABC$ به \overline{DE} مواز للضلع \overline{AC} كما هو موضح على اليسار.

b. **جدولياً** قس وسجل أطوال القطع المستقيمة \overline{AD} و \overline{DB} و \overline{CD} و \overline{EB} والنسبتين $\frac{AD}{DB}$ و $\frac{CD}{EB}$ في جدول.

c. **لفظياً** قم بعمل تخمين حول القطع المستقيمة التي أنشأها خط مستقيم مواز لأحد أضلاع مثلث ويقطع الضلعين الآخرين.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

37. **الكتابة في الرياضيات** قارن وقابل بين مسلمة تشابه AA (Similarity Postulate) ونظرية تشابه SSS (Similarity Theorem) ونظرية تشابه SAS (Similarity Theorem).



38. **تحديد** \overline{YW} هو ارتفاع المثلث $\triangle XYZ$. جد YW .

39. **التبرير** زوجان من مثلثين متشابهين لهما قياسات الزوايا 50 و 85 و 45. قياسات أضلاع أحد المثلثين هي 3 و 3.25 و 4.23 وحدات. وأضلاع المثلث الآخر هي $x - 0.46$ و x و $x + 1.81$ وحدات. جد قيمة x .

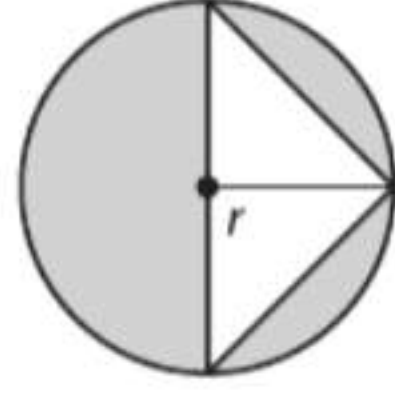
40. **سؤال غير محدد الإجابة** ارسم مثلثاً مشابهاً للمثلث $\triangle ABC$ الموضح أمامك. وشرح كيف تعرف أن إجابتك صحيحة.

41. **الكتابة في الرياضيات** كيف يمكنك اختيار مقياس مناسب؟

تدريب على الاختبارات المعيارية

44. الجبر ما كثيرة الحدود التي تمثل مساحة المنطقة المظللة؟

- F πr^2
G $\pi r^2 + r^2$
H $\pi r^2 + r$
J $\pi r^2 - r^2$



45. SAT/ACT حجم مجسم على شكل متوازي مستطيلات يساوي $16x$ وحدة مكعبة. إذا كانت أبعاد المجسم أعداداً صحيحة x و y و z من الوحدات، فما هي أكبر قيمة ممكنة للبعد z ؟

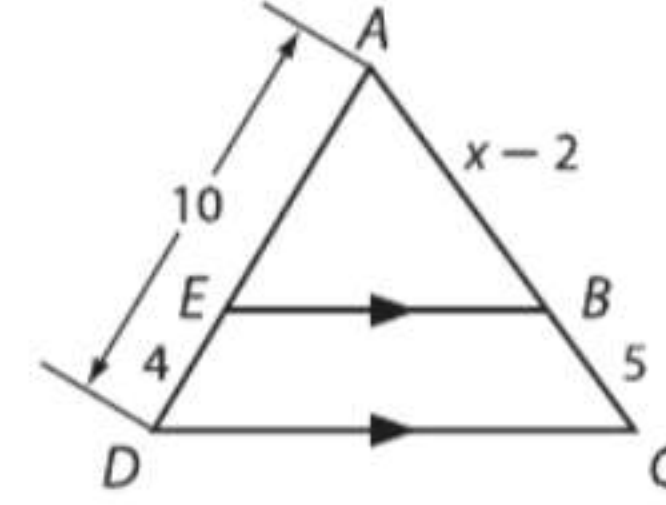
- A 32
B 16
C 8
D 4
E 2

42. الاحتمالات $= \frac{x!}{(x-3)!}$

- A 3.0
B 0.33

- C $x^2 - 3x + 2$
D $x^3 - 3x^2 + 2x$

43. إجابة موسعة في الشكل أدناه، $\overline{EB} \parallel \overline{DC}$.

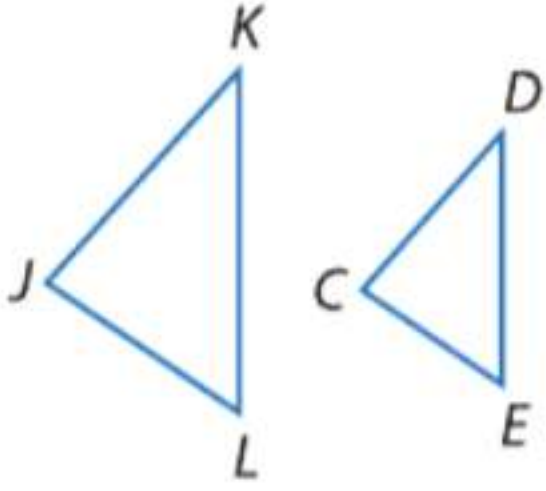


- a. اكتب تناسباً يمكن استخدامه لإيجاد x .
b. جد قيمة x وقياس \overline{AB} .

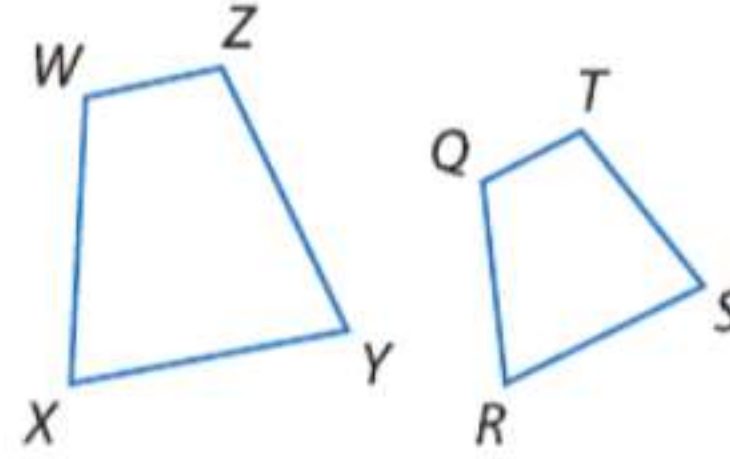
مراجعة شاملة

أدرج قائمة بكل أزواج الزوايا المتطابقة، و اكتب تناسباً مرتبطاً بالأضلاع المتناظرة لكل زوج من المضلعات المتشابهة.

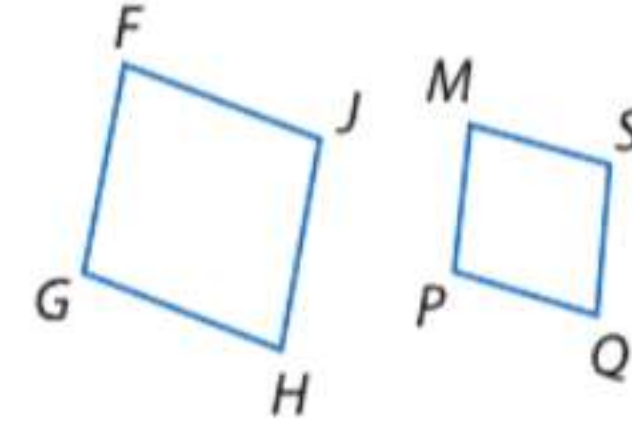
46. $\triangle JKL \cong \triangle CDE$



47. $WXYZ \cong QRST$



48. $FGHJ \cong MPQS$



حلّ كلاً من التناسبات التالية.

49. $\frac{3}{4} = \frac{x}{16}$

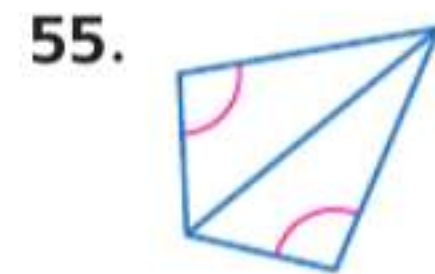
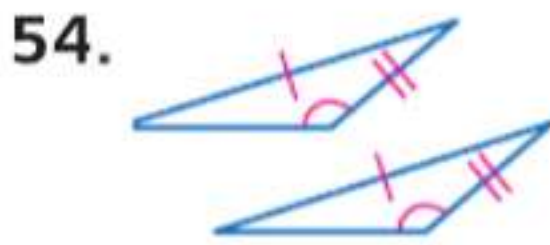
50. $\frac{x}{10} = \frac{22}{50}$

51. $\frac{20.2}{88} = \frac{12}{x}$

52. $\frac{x-2}{2} = \frac{3}{8}$

53. مربع اللغز الصيني يتكون جهاز التانجرام من سبع قطع: مربع صغير، مثلثين صغيرين قائمي الزاوية ومتطابقين، مثلثين كبيرين قائمي الزاوية ومتطابقين، مثلث متوسط الحجم قائم الزاوية، وشكل رباعي. كيف يمكنك تحديد الشكل الرباعي؟ اشرح.

حدد المسألة التي يمكن استخدامها للبرهنة على أن المثلثين متطابقان. عند تعذر إثبات التطابق، فاكتب لا يمكن.

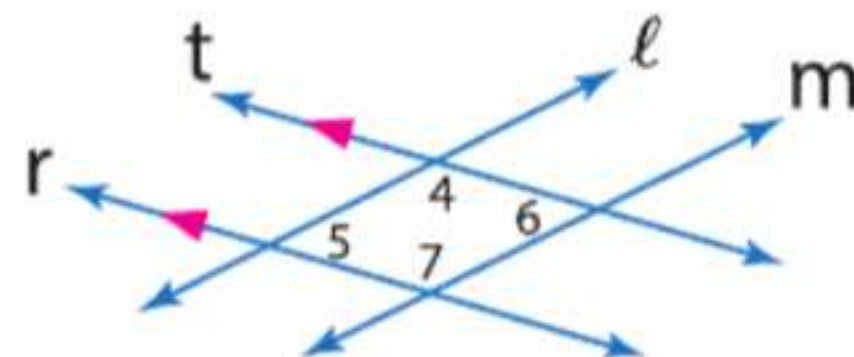


مراجعة المهارات

اكتب برهاناً من عمودين.

57. المعطيات: $r \parallel t$; $\angle 5 \cong \angle 6$

المطلوب: $l \parallel m$



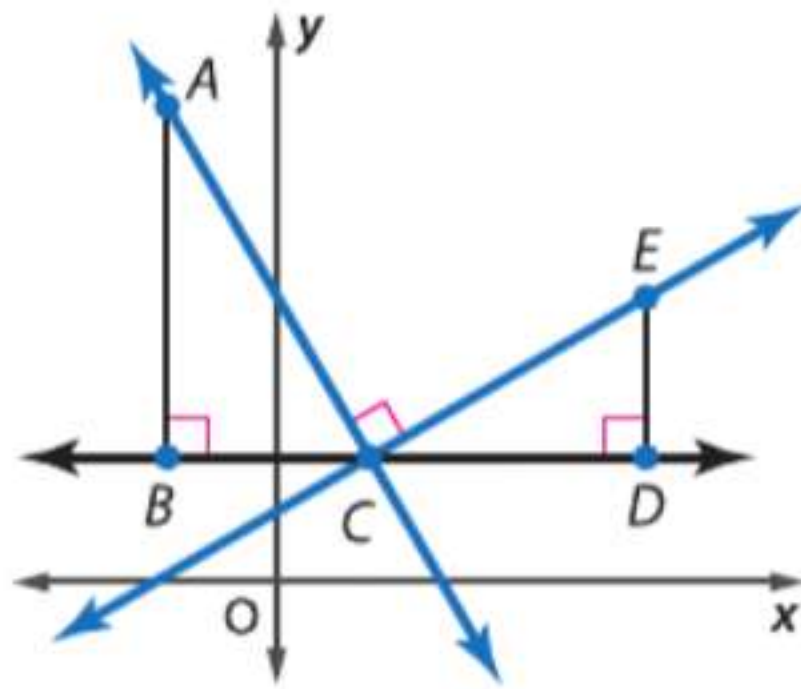
براهين المستقيمت المتعامدة
والمستقيمت المتوازية

لقد علمت أن المستقيمين اللذين ليسا أفقيين أو ليسا رأسيين يكونان متعامدين فقط في حالة إذا كان ناتج ضرب ميليتهما يساوي 1. في هذا النشاط، ستستخدم مثلثات متشابهة في إثبات النصف الأول من هذه النظرية: إذا كان هناك مستقيمان متعامدان فإن ناتج ضرب ميليتهما يساوي 1.

النشاط 1 المستقيمت المتعامدة

المعطيات: ميل $\vec{AC} = m_1$ وميل $\vec{CE} = m_2$ و $\vec{AC} \perp \vec{CE}$

المطلوب: $m_1 m_2 = -1$



الخطوة 1 في المستوى الإحداثي، قم بإنشاء $\vec{AC} \perp \vec{CE}$ وإنشاء القاطع \vec{BD} موازيا للمحور الأفقي x مازا بالنقطة C . ثم قم بإنشاء المثلث القائم الزاوية $\triangle ABC$ بحيث يكون الوتر هو \vec{AC} والمثلث القائم الزاوية $\triangle EDC$ بحيث يكون الوتر هو \vec{CE} . من المفترض أن تتوازي سيقان كلا المثلثين مع المحورين الأفقي x والرأسي y كما هو موضح.

الخطوة 2 جد ميل المستقيم \vec{AC} والمستقيم \vec{CE} .

ميل \vec{AC}

$$m_1 = \frac{\text{الارتفاع}}{\text{الإزاحة}} = \frac{-AB}{BC} \text{ أو } \frac{AB}{BC}$$

قانون الميل

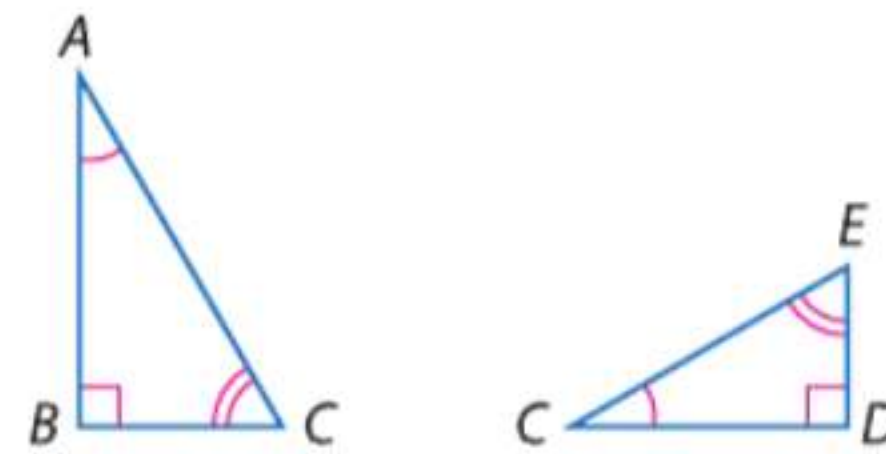
$$\text{الارتفاع} = -AB, \text{ الإزاحة} = BC$$

ميل \vec{CE}

$$m_2 = \frac{\text{الارتفاع}}{\text{الإزاحة}} = \frac{DE}{CD}$$

$$\text{الارتفاع} = DE, \text{ الإزاحة} = CD$$

الخطوة 3 أوضح أن $\triangle ABC \sim \triangle CDE$. بما أن $\triangle ACB$ هو مثلث قائم الزاوية زاويته القائمة هي B . فإن الزاوية $\angle BAC$ هي المكمل للزاوية $\angle ACB$. ومن المعطيات $\vec{AC} \perp \vec{CE}$. فنعلم أن $\triangle ACE$ هو مثلث قائم الزاوية. وحسب الإنشاء، الزاوية $\angle BCD$ زاوية مستقيمة. إذا، فالزاوية $\angle ECD$ هي زاوية مكمل للزاوية $\angle ACB$. وبما أن الزوايا المكمل لنفس الزاوية تكون متطابقة، فإن $\angle BAC \cong \angle ECD$. وبما أن الزوايا المستقيمة متطابقة، فإن $\angle B \cong \angle D$. إذا، حسب تشابه AA، فإن $\triangle ABC \cong \triangle CDE$.



الخطوة 4 استخدم الحقيقة $\triangle ABC \cong \triangle CDE$ في إثبات أن $m_1 m_2 = -1$.

$$\text{بما أن } m_1 = \frac{AB}{BC} \text{ و } m_2 = \frac{DE}{CD} \text{، فإن } m_1 m_2 = \left(\frac{AB}{BC}\right)\left(\frac{DE}{CD}\right) \text{ وبما أن المضلعين المتشابهين يشتملان على أضلاع متناسبة، فإن } \frac{AB}{BC} = \frac{CD}{DE} \text{، إذا بالتعويض يكون } m_1 m_2 = \left(\frac{CD}{DE}\right)\left(\frac{DE}{CD}\right) \text{ أو } -1.$$

استخدام النماذج

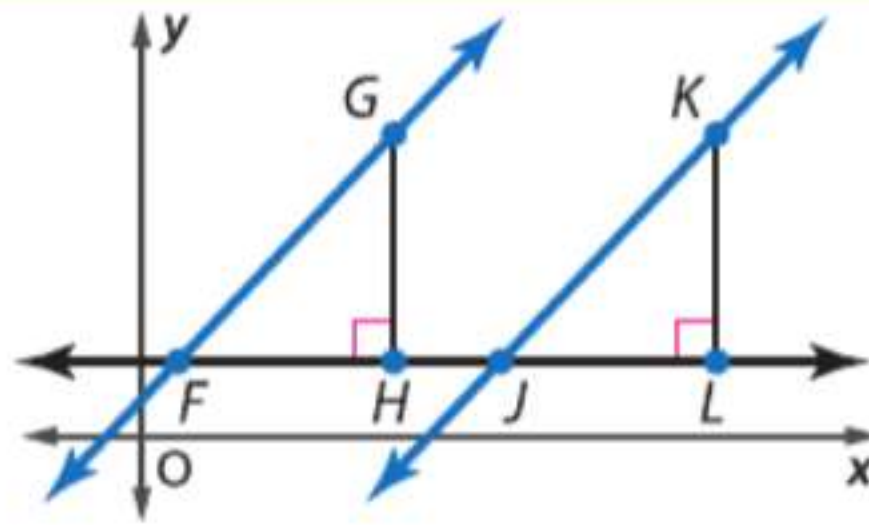
1. **البرهان** استخدم الرسم التخطيطي من النشاط 1 في إثبات النصف الثاني من النظرية.

المعطيات: ميل $\overrightarrow{CE} = m_1$ وميل $\overrightarrow{AC} = m_2$ و $m_1 m_2 = -1$ $\triangle ABC$ هو مثلث قائم الزاوية زاويته القائمة هي B . $\triangle CDE$ هو مثلث قائم الزاوية زاويته القائمة هي D .

المطلوب: $\overrightarrow{CE} \perp \overrightarrow{AC}$

يمكنك أيضا استخدام مثلثات متشابهة في إثبات بعض العبارات عن المستقيمتين المتوازيتين.

النشاط 2 مستقيمتين متوازيتين



المعطيات: ميل $\overrightarrow{FG} = m_1$ وميل $\overrightarrow{JK} = m_2$ وميل $\triangle FHG$ هو مثلث قائم الزاوية زاويته القائمة هي H . $\triangle JLK$ هو مثلث قائم الزاوية زاويته القائمة هي L .

المطلوب: $\overrightarrow{FG} \parallel \overrightarrow{JK}$

الخطوة 1 في المستوى الإحداثي، قم بإنشاء المستقيم \overrightarrow{FG} والمستقيم \overrightarrow{JK} والمثلث القائم الزاوية $\triangle FHG$ والمثلث القائم الزاوية $\triangle JLK$. ثم ارسم القاطع الأفقي \overrightarrow{FL} ، كما هو موضح.

الخطوة 2 جـد ميل المستقيم \overrightarrow{FG} والمستقيم \overrightarrow{JK}

ميل \overrightarrow{FG}

قانون الميل

$$m_1 = \frac{\text{الارتفاع}}{\text{الإزاحة}} = \frac{GH}{HF}$$

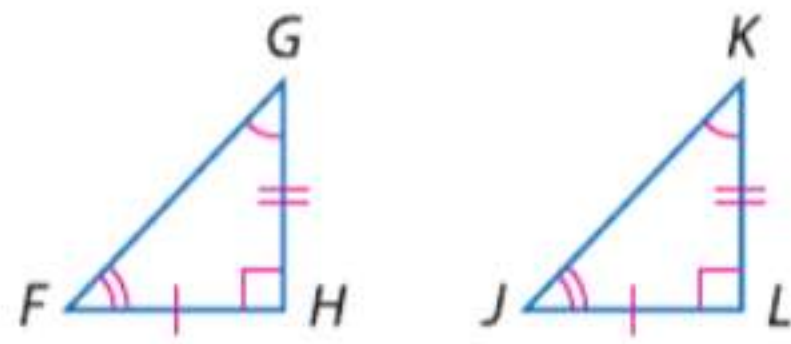
الارتفاع GH ، الإزاحة HF

ميل \overrightarrow{JK}

قانون الميل

$$m_2 = \frac{\text{الارتفاع}}{\text{الإزاحة}} = \frac{KL}{LJ}$$

الارتفاع KL ، الإزاحة LJ



الخطوة 3 أثبت أن $\triangle FHG \cong \triangle JLK$.

من المعطيات $m_1 = m_2$ وبالتعويض $\frac{GH}{HF} = \frac{KL}{LJ}$. يمكن إعادة كتابة هذه النسبة في الصورة $\frac{GH}{KL} = \frac{HF}{LJ}$. بما أن الزاوية $\angle H$ والزاوية $\angle L$ قائمتان، إذا $\angle H \cong \angle L$. إذا حسب تشابه SAS، فإن $\triangle FHG \cong \triangle JLK$.

الخطوة 4 استخدم الحقيقة $\triangle FHG \cong \triangle JLK$ في إثبات أن $\overrightarrow{FG} \parallel \overrightarrow{JK}$. الزوايا المتناظرة في المثلثات المتشابهة تكون متطابقة، إذا $\angle GFH \cong \angle KJL$. من تعريف الزوايا المتطابقة، $m\angle GFH = m\angle KJL$ (أو $\angle GFH \cong \angle KJL$). وحسب التعريف، تكون الزاويتان $\angle KJL$ و $\angle KJH$ زاوية مستقيمة، وبما أن الزوايا المستقيمة الخطية تكون متكاملة، فإن $m\angle KJH + m\angle KJL = 180$. إذا بالتعويض، يكون $m\angle KJH + m\angle GFH = 180$. حسب التعريف، الزاويتان $\angle KJH$ و $\angle GFH$ متكاملتان، وبما أن الزاويتين $\angle KJH$ و $\angle GFH$ متكاملتان وكذلك هما زوايا داخلية متتالية، فإن $\overrightarrow{FG} \parallel \overrightarrow{JK}$.

استخدام النماذج

2. **البرهان** استخدم الرسم التخطيطي من النشاط 2 في إثبات العبارة التالية.

المعطيات: ميل $\overrightarrow{FG} = m_1$ وميل $\overrightarrow{JK} = m_2$ و $\overrightarrow{FG} \parallel \overrightarrow{JK}$

المطلوب: $m_1 = m_2$

المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

15-4

الدرس

السابق ..

الحالي ..

لماذا؟ ..

لقد استخدمت التناسب في حل المسائل بين المثلثات المتشابهة.

1 استخدام الأجزاء المتناسبة داخل المثلثات.

2 استخدام الأجزاء المتناسبة مع المستقيمات المتوازية.

أمام المصورين أساليب عديدة يستخدمونها في إضافة الإثراء والتشويق إلى الصور. من هذه الأساليب استخدام منظور نقطة التلاشي والذي فيه يتم التقاط صورة بها خطوط متوازية، مثل قضبان السكك الحديدية، بحيث تتلاقى هذه الخطوط عند نقطة بالأفق.



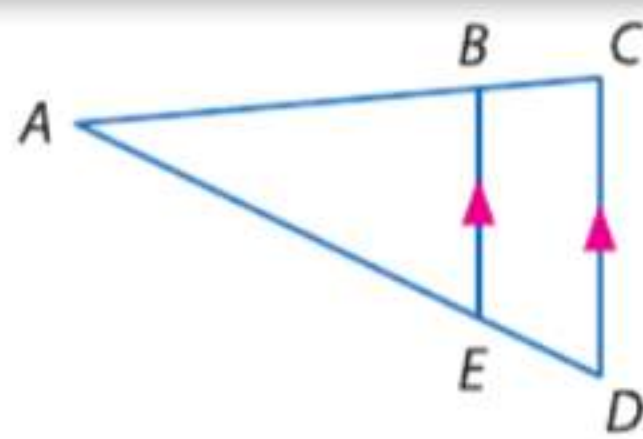
1 **الأجزاء المتناظرة داخل المثلثات** عندما يحتوي مثلث على مستقيم يوازي أحد أضلاعه، فيمكن باستخدام مسلمة تشابه الزوايا إثبات تشابه المثلثين المتكونين. بما أن المثلثين متشابهين، فإن أضلاعهما تكون متناسبة.

المفردات الجديدة

منصف المثلث

Midsegment of a triangle

نظرية 15.5 نظرية تناسب المثلثات



إذا توازي مستقيم مع أحد أضلاع المثلث وكان ينصف الضلعين الآخرين، فإنه يقسم هذين الضلعين إلى قطع مستقيمة أطوالها متناسبة.

مثال إذا كان $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$ ، فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{ED}$.

سوف تثبت النظرية 15.5 في التمرين 30.

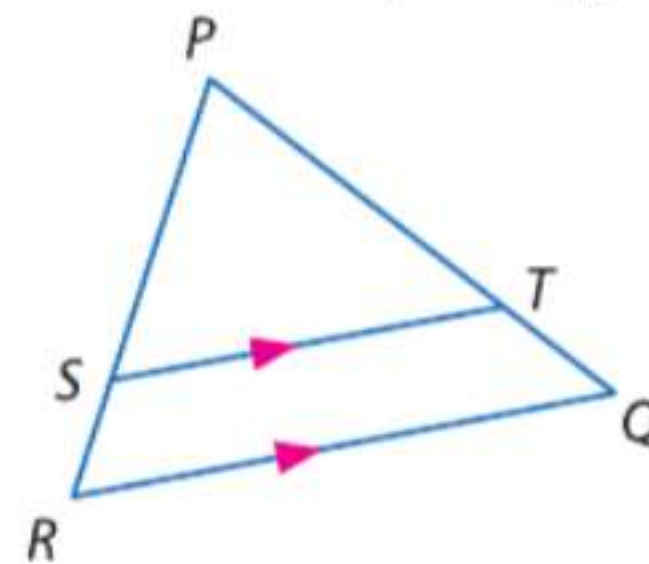
ممارسات في الرياضيات

فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها. بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

مثال 1 إيجاد طول الضلع

في $\triangle PQR$ ، $\overline{ST} \parallel \overline{RQ}$ ، إذا كان $PT = 7.5$ و $TQ = 3$ و $SR = 2.5$ ، فجد PS .

استخدم نظرية تناسب المثلثات.



$$\frac{PS}{SR} = \frac{PT}{TQ}$$

نظرية تناسب المثلثات

$$\frac{PS}{2.5} = \frac{7.5}{3}$$

التعويض

$$PS \times 3 = (2.5)(7.5)$$

خاصية الضرب التبادلي

$$3PS = 18.75$$

اضرب

$$PS = 6.25$$

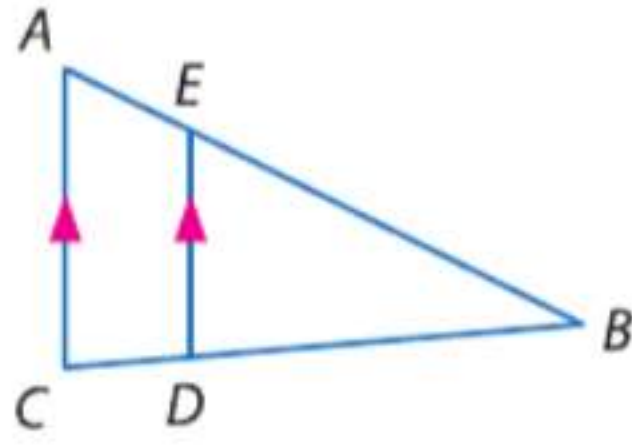
اقسم كل طرف على 3

تمرين موجه

1. إذا كان $PS = 12.5$ و $SR = 5$ و $PT = 15$ ، فجد TQ .

عكس النظرية 15.5 صحيح أيضا ويمكن إثباته باستخدام الأجزاء المتناسبة من المثلث.

النظرية 15.6 معكوس نظرية تناسب المثلثات



إذا قطع مستقيم ضلعين في مثلث وقسم الضلعين إلى قطع مستقيمة متناظرة متناسبة، فإن هذا المستقيم يكون موازيًا للضلع الثالث في المثلث.

مثال إذا كان $\frac{AE}{EB} = \frac{CD}{DB}$ ، فإن $\overline{AC} \parallel \overline{ED}$.

سوف تثبت النظرية 15.6 في التمرين 31.

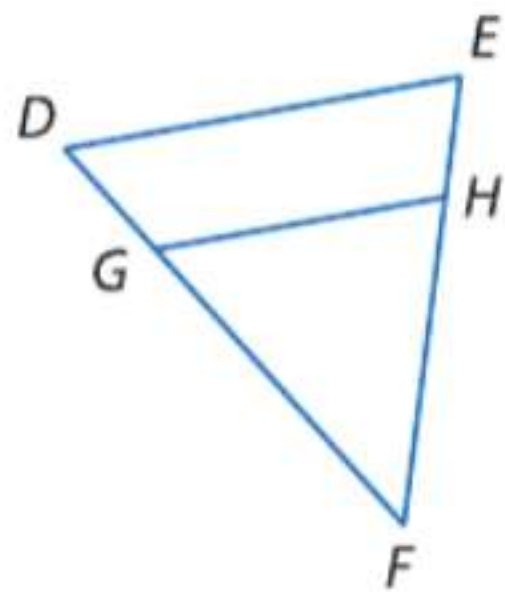
الربط بتاريخ الرياضيات

جاليليو جاليلي (1564-1642)

ولد جاليليو في مدينة بيزا بإيطاليا. درس الفلسفة والفيزياء والرياضيات. وقدم إسهامات كبيرة في المجالات الثلاثة كلها. راجع التمرين 39.

المصدر: موسوعة بيرثانكا

مثال 2 تحديد ما إذا كان المستقيمان متوازيان أم لا



في $\triangle DEF$ و $EH = 3$ و $HF = 9$ وطول DG يبلغ ثلث طول GF . هل $\overline{DE} \parallel \overline{GH}$ ؟

باستخدام معكوس نظرية تناسب المثلثات، لإثبات أن $\overline{DE} \parallel \overline{GH}$ ، يجب أن نثبت أن $\frac{DG}{GF} = \frac{EH}{HF}$.

جسد كل نسبة وحولها لأبسط صورة. فلتفرض أن $DG = x$. وبما أن DG تساوي ثلث GF ، إذا $GF = 3x$.

$$\frac{DG}{GF} = \frac{x}{3x} \text{ أو } \frac{1}{3}$$

$$\frac{EH}{HF} = \frac{3}{9} \text{ أو } \frac{1}{3}$$

وبما أن $\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ ، والأضلاع متناسبة فإن $\overline{DE} \parallel \overline{GH}$.

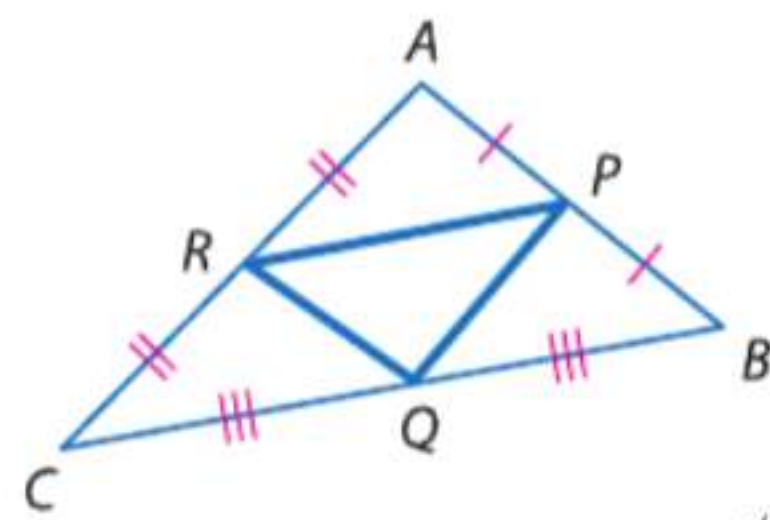
تمرين موجه

2. DG تبلغ نصف طول GF ، و $EH = 6$ و $HF = 10$. هل $\overline{DE} \parallel \overline{GH}$ ؟

نصيحة دراسية

منصف المثلث

منصفات المثلث الثلاثة تكوّن مثلث المنصفات.

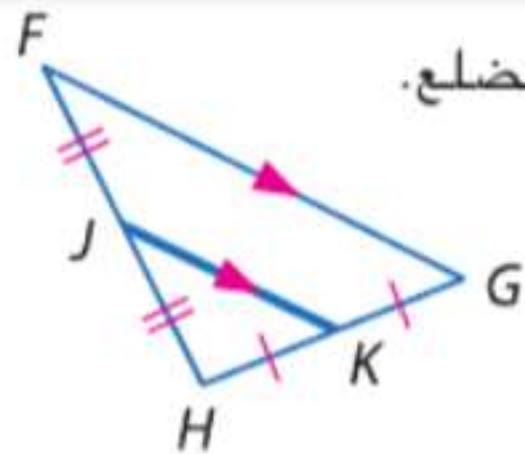


منصف المثلث هو قطعة مستقيمة يقع طرفاها في منتصف ضلعين من أضلاع المثلث. لكل مثلث ثلاثة منصفات. منصفات المثلث $\triangle ABC$ هي \overline{RP} و \overline{PQ} و \overline{RQ} .

نظرية تناسب منصفات المثلثات هي حالة خاصة من نظرية تناسب المثلثات.

نظرية 15.7 نظرية منصفات المثلث

يكون منصف المثلث موازيًا لأحد أضلاع المثلث، ويبلغ طوله نصف طول هذا الضلع.

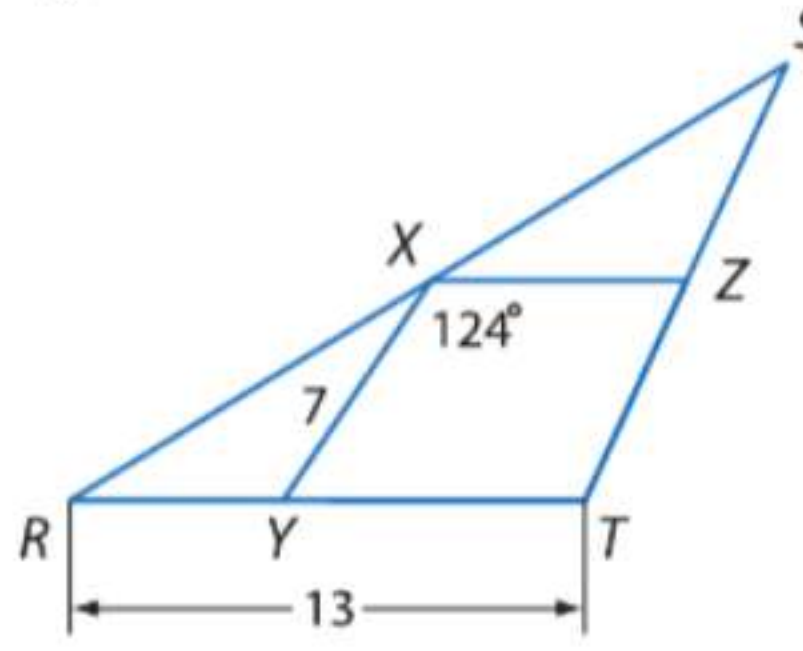


مثال إذا كان J و K هما نقطتا المنتصف للضلعين \overline{FH} و \overline{FG} ، على الترتيب، فإن $\overline{JK} \parallel \overline{FG}$ وكذلك $JK = \frac{1}{2}FG$.

سوف تثبت النظرية 15.7 في التمرين 32.

مثال 3 استخدام نظرية منصفات المثلث

في الصورة، \overline{XY} و \overline{XZ} منصفان في المثلث $\triangle RST$. جـد قياس كل مما يلي.



a. XZ

$$XZ = \frac{1}{2} RT$$

نظرية منصفات المثلث

$$XZ = \frac{1}{2} (13)$$

بالتعويض

$$XZ = 6.5$$

بسـط

b. ST

$$XY = \frac{1}{2} ST$$

نظرية منصفات المثلث

$$7 = \frac{1}{2} ST$$

بالتعويض

$$14 = ST$$

اضرب كل طرف في 2

c. $m\angle RYX$

حسب نظرية منصفات المثلث، $\overline{XZ} \parallel \overline{RT}$.

$$\angle RYX \cong \angle YXZ$$

نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة

$$m\angle RYX = m\angle YXZ$$

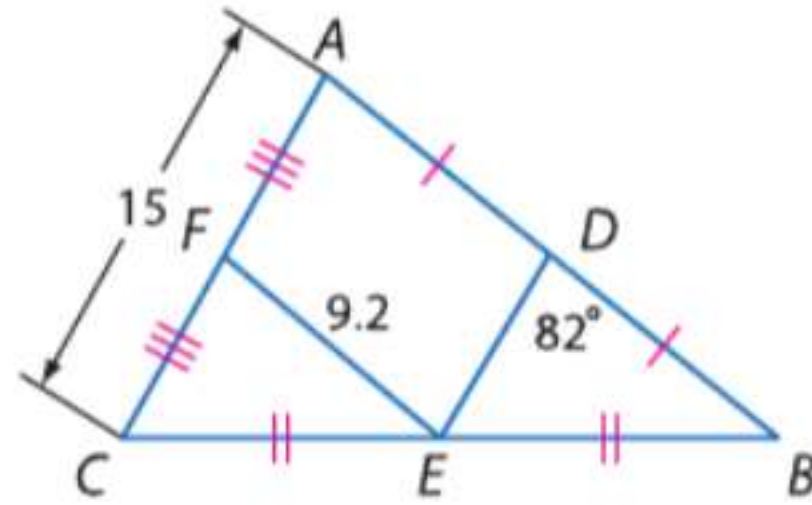
تعريف التطابق

$$m\angle RYX = 124$$

بالتعويض

تمرين موجّه

جد قياس كل مما يلي.



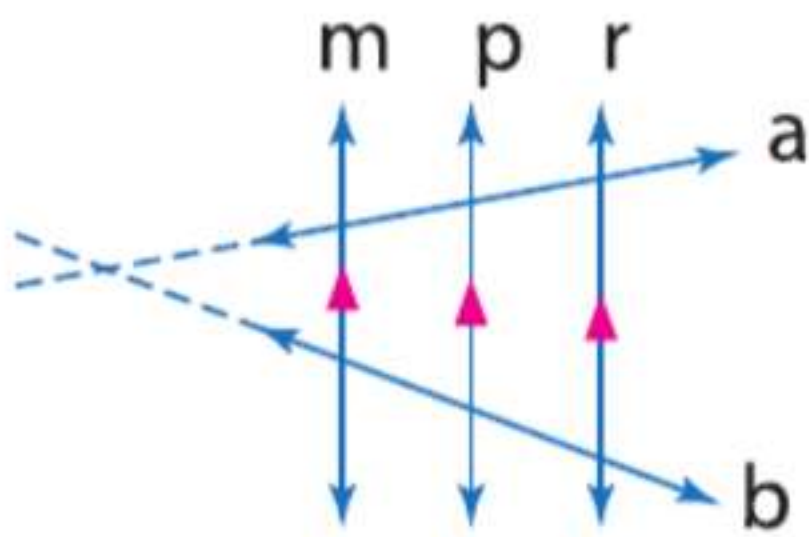
3A. DE

3B. DB

3C. $m\angle FED$

2 الأجزاء المتناسبة والمستقيمات المتوازية

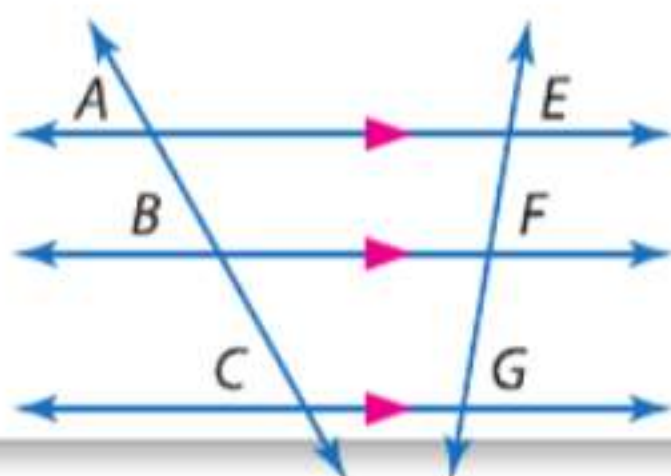
حالة خاصة أخرى من نظرية تناسب المثلثات تتضمن ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر يقطعها قاطعان. لاحظ أنه عند مد القاطعين a و b فإنهما يكونان مثلثات مع المستقيمات المتوازية.



النتيجة 15.1 الأجزاء المتناسبة للمستقيمات المتوازية

عند تقاطع ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر مع قاطعين فإنها تقسم القاطعين إلى أجزاء متناسبة.

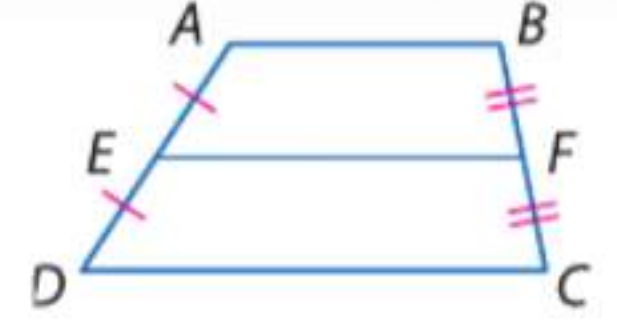
مثال إذا كان $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$ فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG}$.



ستثبت النتيجة 15.1 في التمرين 28.

نصيحة دراسية

المنصف نظرية منصفات المثلث تشبه نظرية منصف ساقي شبه المنحرف والتي تنص على أن منصف ساقي شبه المنحرف يوازي القاعدتين ويبلغ طوله نصف مجموع طولي القاعدتين. (الدرس 6-6)



$$\overline{EF} \parallel \overline{AB} \parallel \overline{DC}$$

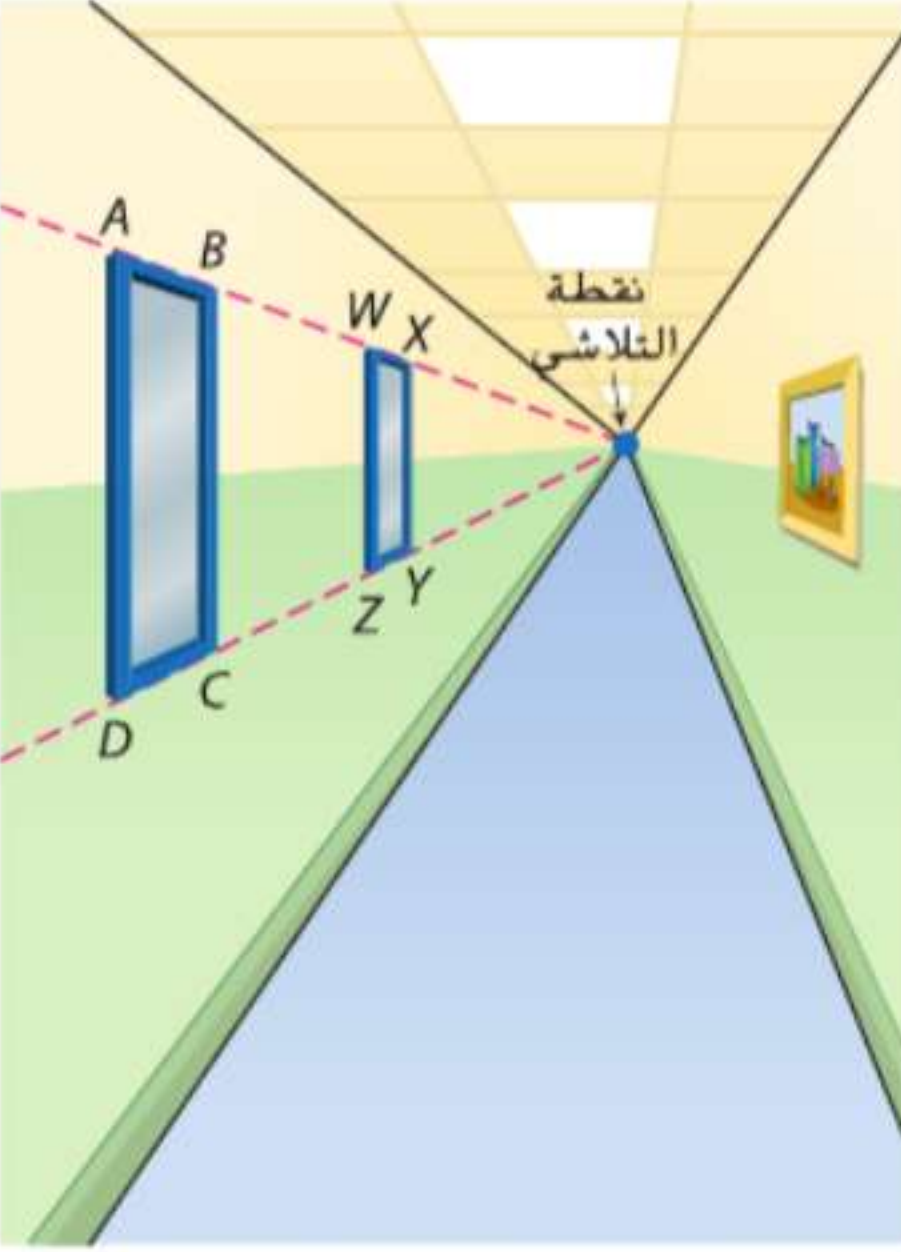
$$EF = \frac{1}{2}(AB + DC)$$

نصيحة دراسية

تناسبات أخرى يمكن كتابة تناسبين آخرين للمثال في

$$\frac{AC}{BC} = \frac{EG}{FG} \text{ و } \frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG}$$

مثال 4 من الحياة اليومية استخدام القطع المستقيمة المتناسبة للقاطعين



فن ترسم شيخة ممراً بمنظور النقطة الواحدة. تستخدم الإرشادات الموضحة في رسم نافذتين على الحائط الأيسر. إذا كانت القطع المستقيمة $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ و $\overline{BC} \parallel \overline{WZ}$ و $\overline{WZ} \parallel \overline{XY}$ كلها متوازية وكانت $AB = 8 \text{ cm}$ وكانت $DC = 9 \text{ cm}$ وكانت $ZY = 5 \text{ cm}$ ، فجد WX .

حسب النتيجة 15.1. إذا كان $\overline{AD} \parallel \overline{BC} \parallel \overline{WZ} \parallel \overline{XY}$

$$\text{فإن } \frac{AB}{WX} = \frac{DC}{ZY}$$

$$\frac{AB}{WX} = \frac{DC}{ZY}$$

النتيجة 15.1

$$\frac{8}{WX} = \frac{9}{5}$$

بالتعويض

$$WX \times 9 = 8 \times 5$$

خاصية الضرب التبادلي

$$9WX = 40$$

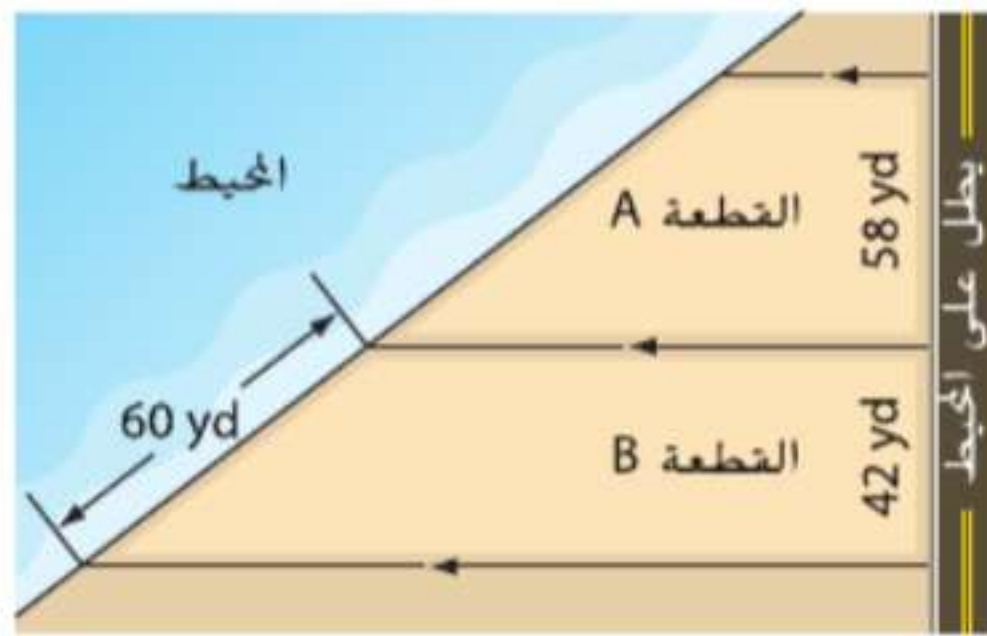
بسط

$$WX = \frac{40}{9}$$

اقسم كل طرف على 9

من المفترض أن تكون المسافة بين W و X حوالي 4.4 cm .

التحقق نسبة DC إلى ZY تبلغ 9 إلى 5. أي حوالي 10 إلى 5 أو 2 إلى 1. نسبة AB إلى WX تبلغ 8 إلى $\frac{40}{9}$ أو حوالي 8 إلى 4.4 أو 2 إلى 1 كذلك. إذا فالإجابة منطقية. ✓

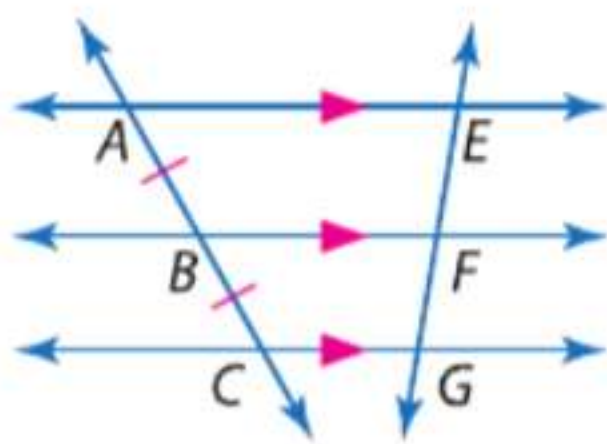


تمرين موجّه

4. **العقارات** الواجهة هي قياس طول حد العقار الذي يطل على ميزة معينة مثل شارع أو بحيرة أو محيط أو نهر. جسد طول واجهة المحيط للقطعة A مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة من المتر.

إذا كان معامل القياس للقطع المستقيمة متناسبة هو 1، فإنها تقسم القاطعين إلى أجزاء متطابقة.

النتيجة 15.2 الأجزاء المتطابقة للمستقيمات المتوازية



إذا أحدثت ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر قطعاً مستقيمة متطابقة على قاطع ما، فإنها تحدث قطعاً مستقيمة متطابقة على كل القواطع.

مثال إذا كان $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$ وكان $\overline{AB} \cong \overline{BC}$

فإن $\overline{EF} \cong \overline{FG}$

ستثبت النتيجة 15.2 في التمرين 29.



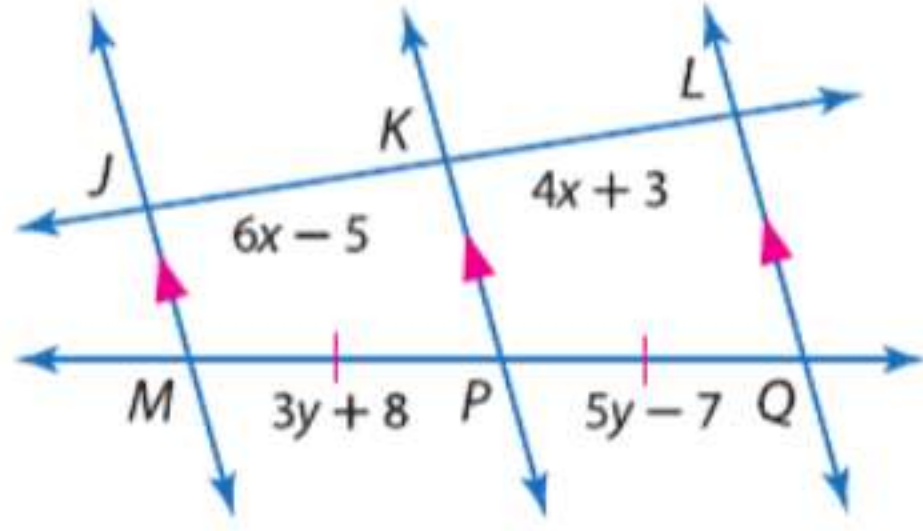
الربط بالحياة اليومية

لكي يظهر الرسم ثنائي الأبعاد ثلاثي الأبعاد، يقدم فنان عدة إشارات تصويرية.

- الحجم - الأشياء البعيدة تبدو أقرب
- الوضوح - الأشياء الأقرب تبدو أكثر تركيزاً
- التفاصيل - الأشياء القريبة يكون لها هيئة وشكل بينما الأشياء البعيدة تكون تقريباً مخططة

المصدر: مركز تعليم الوسائط

مثال 5 من الحياة اليومية استخدام القطع المستقيمة المتطابقة للقاطعين

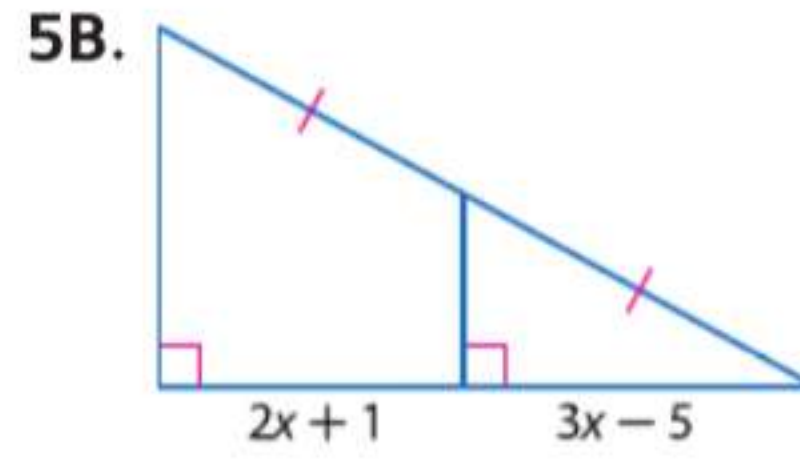
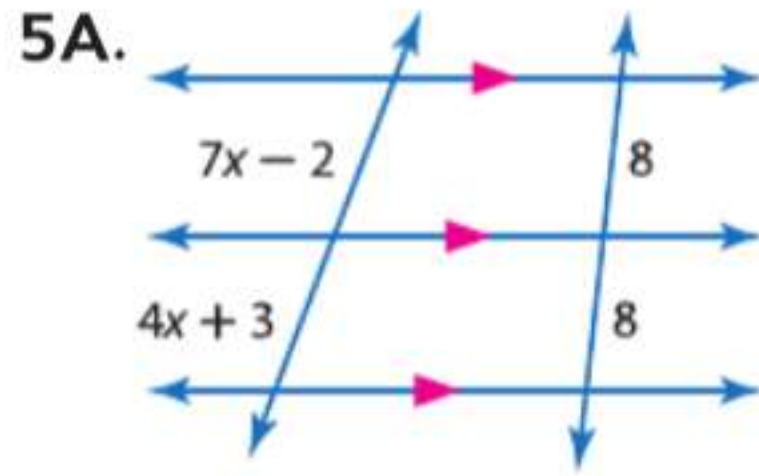


الجبر جد قيمة x و y .

بما أن $\overline{MP} \cong \overline{PQ}$ و $\overline{JM} \parallel \overline{KP} \parallel \overline{LQ}$ فإن $\overline{JK} \cong \overline{KL}$ حسب النتيجة 15.2.

$JK = KL$	تعريف التطابق
$6x - 5 = 4x + 3$	بالتعويض
$2x - 5 = 3$	اطرح $4x$ من كل طرف
$2x = 8$	اجمع 5 إلى كل طرف
$x = 4$	اقسم كل طرف على 2
$MP = PQ$	تعريف التطابق
$3y + 8 = 5y - 7$	بالتعويض
$8 = 2y - 7$	اطرح $3y$ من كل طرف
$15 = 2y$	اجمع 7 إلى كل طرف
$7.5 = y$	اقسم كل طرف على 2

تمرين موجّه

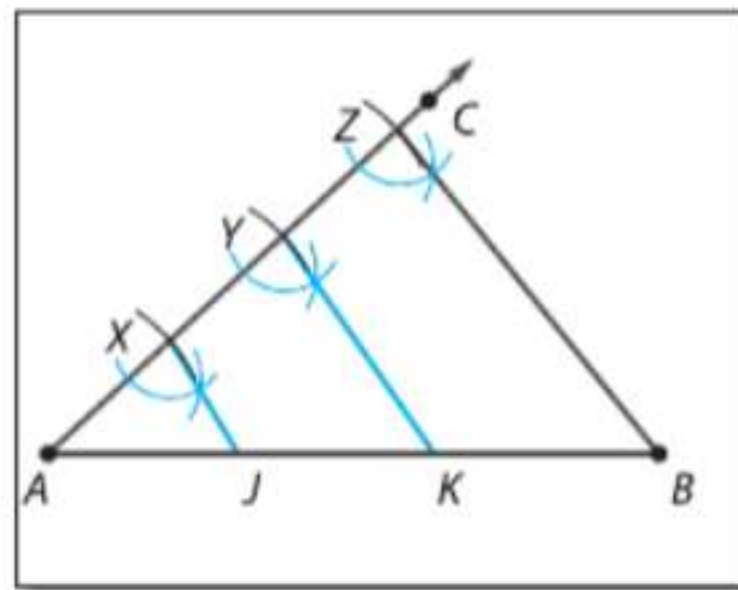


من الممكن تقسيم قطعة مستقيمة إلى جزئين متطابقين عن طريق إنشاء منتصف عمودي على القطعة المستقيمة. إلا أنه لا يمكن تقسيم القطعة المستقيمة إلى ثلاثة أجزاء متطابقة بإنشاء منصفات عمودية. لعل ذلك، يجب عليك استخدام المستقيمتان المتوازيتان والنتيجة 15.2.

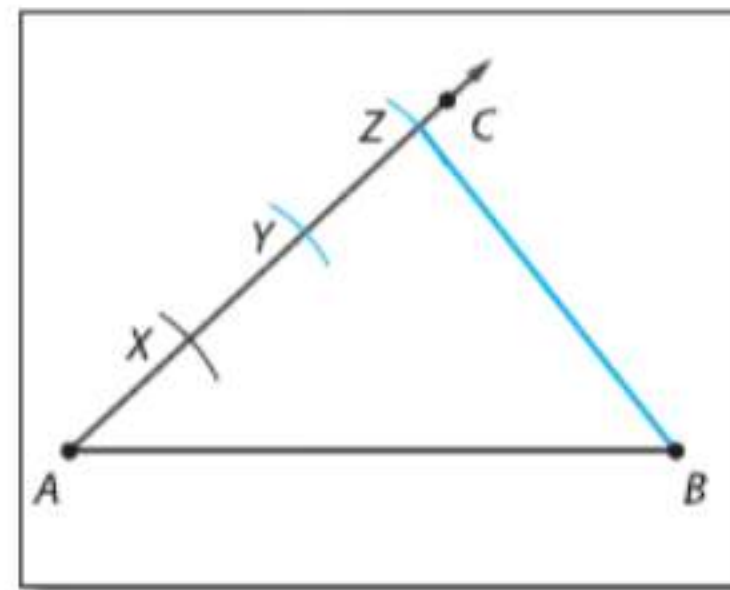
الإنشاء تقسيم القطعة المستقيمة إلى ثلاثة أجزاء

ارسم قطعة مستقيمة \overline{AB} . ثم استخدم النتيجة 15.2 لتقسيم \overline{AB} إلى ثلاثة أجزاء.

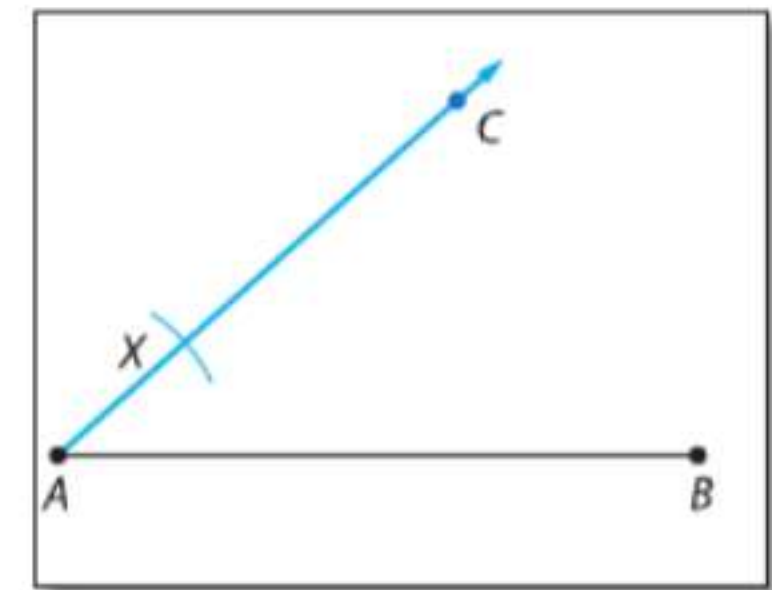
الخطوة 3 ارسم مستقيمين يمران بالنقطة Y والنقطة X ويوازيان \overline{ZB} قم بتسمية نقاط التقاطع على \overline{AB} باسم J و K .



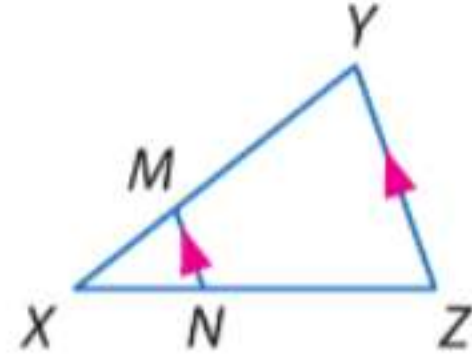
الخطوة 2 استخدم نفس وضعية الفرجار في رسم Y و Z بحيث $\overline{AX} \cong \overline{XY} \cong \overline{YZ}$. ثم ارسم \overline{ZB} .



الخطوة 1 ارسم \overline{AC} . ثم مع وضع الفرجار عند A ارسم قوساً يقطع \overline{AC} عند X .



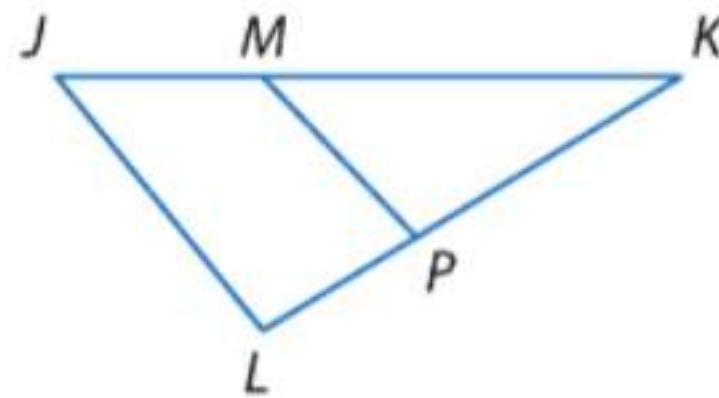
الاستنتاج: بما أن المستقيمين المتوازيين يحددان قطعاً مستقيمة متطابقة على القاطعين، فإن $\overline{AJ} \cong \overline{JK} \cong \overline{KB}$.



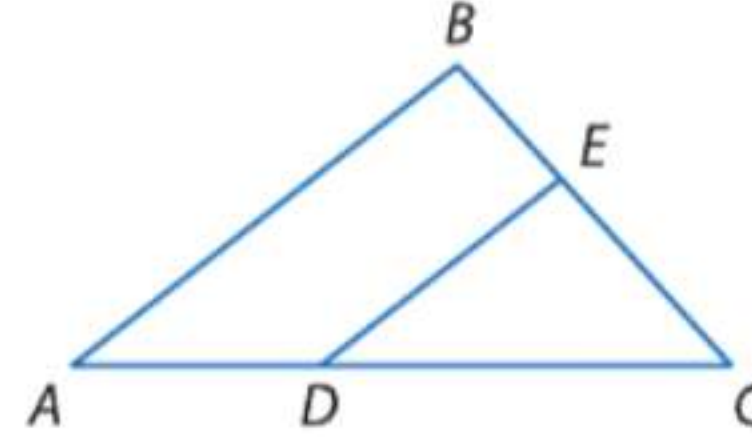
1. إذا كان $XM = 4$ و $XN = 6$ و $NZ = 9$. فجد XY .
 2. إذا كان $XN = 6$ و $XM = 2$ و $XY = 10$. فجد NZ .

مثال 1

4. في $\triangle JKL$. $JK = 15$ و $JM = 5$ و $LK = 13$ و $PK = 9$.
 حدد ما إذا كان $\overline{MP} \parallel \overline{JL}$ أم لا.
 علل إجابتك.



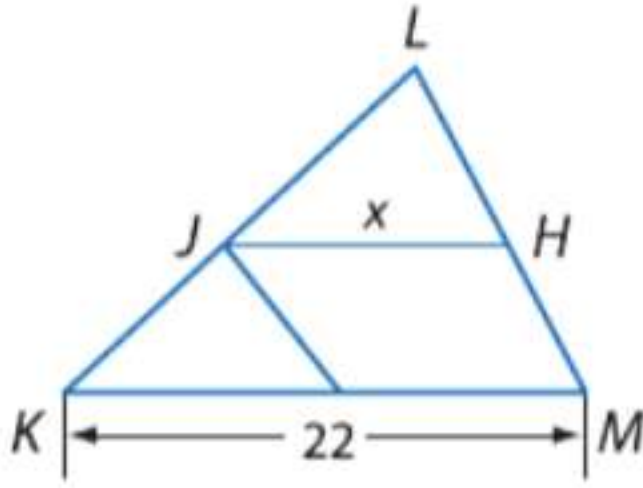
3. في $\triangle ABC$. $BC = 15$ و $BE = 6$ و $AD = 8$ و $DC = 12$.
 حدد ما إذا كان $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ أم لا.
 علل إجابتك.



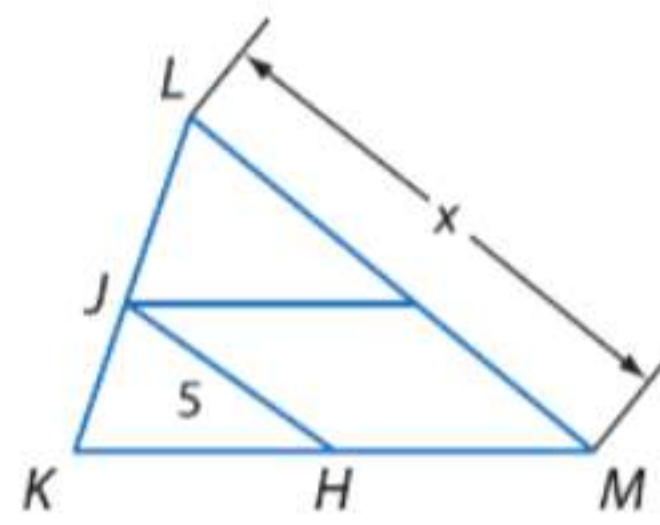
مثال 2

\overline{JH} هي منتصف المثلث $\triangle KLM$. جد قيمة x .

5.



6.



مثال 3

7. **خرائط** راجع الخريطة الموجودة على اليسار. الشارع الثالث والشارع الخامس متوازيان. إذا كانت المسافة من الشارع الثالث إلى منزل علي مرورا بشارع الملك عبدالله بن عبد العزيز هي 3201 ft . فجد المسافة بين الشارع الخامس ومنزل علي و مرورا بشارع البطين. قرب إلى أقرب جزء من عشرة.

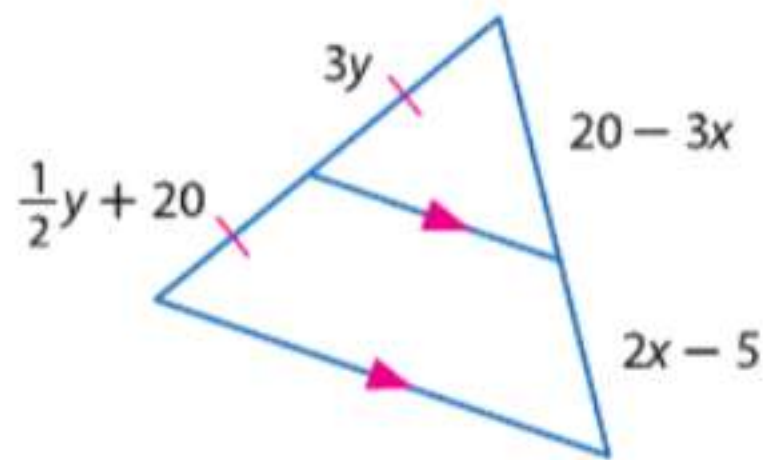


مثال 4

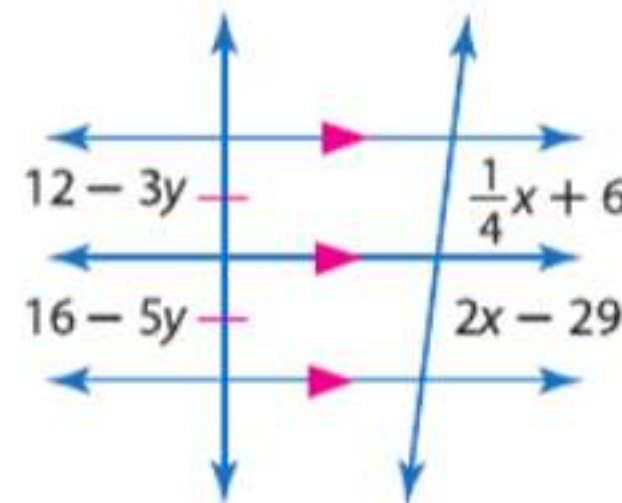
الجبر جد قيمة x و y .

مثال 5

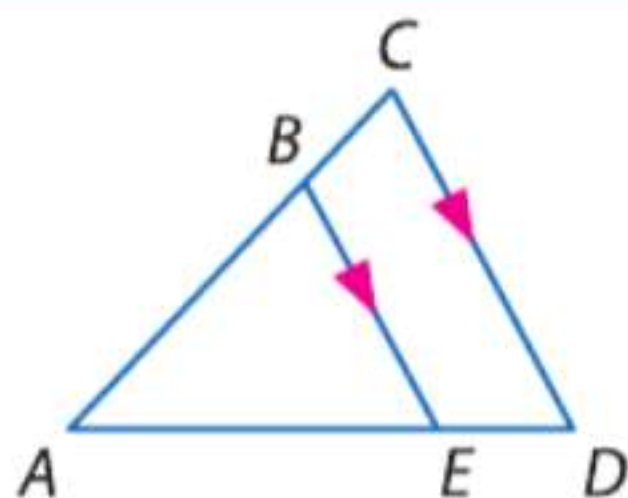
8.



9.



التمرين وحل المسائل

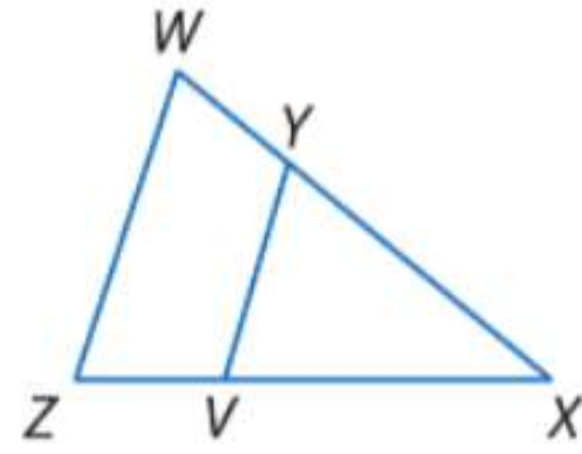


10. إذا كان $AB = 6$ و $BC = 4$ و $AE = 9$. فجد ED .
 11. إذا كان $AB = 12$ و $AC = 16$ و $ED = 5$. فجد AE .
 12. إذا كان $AC = 14$ و $BC = 8$ و $AD = 21$. فجد ED .
 13. إذا كان $AD = 27$ و $AB = 8$ و $AE = 12$. فجد BC .

مثال 1

مثال 2

حدد ما إذا كان $\overline{ZY} \parallel \overline{WX}$ أم لا. علل إجابتك.



14. $ZV = 6$ و $ZX = 18$ و $WX = 24$ و $YX = 16$

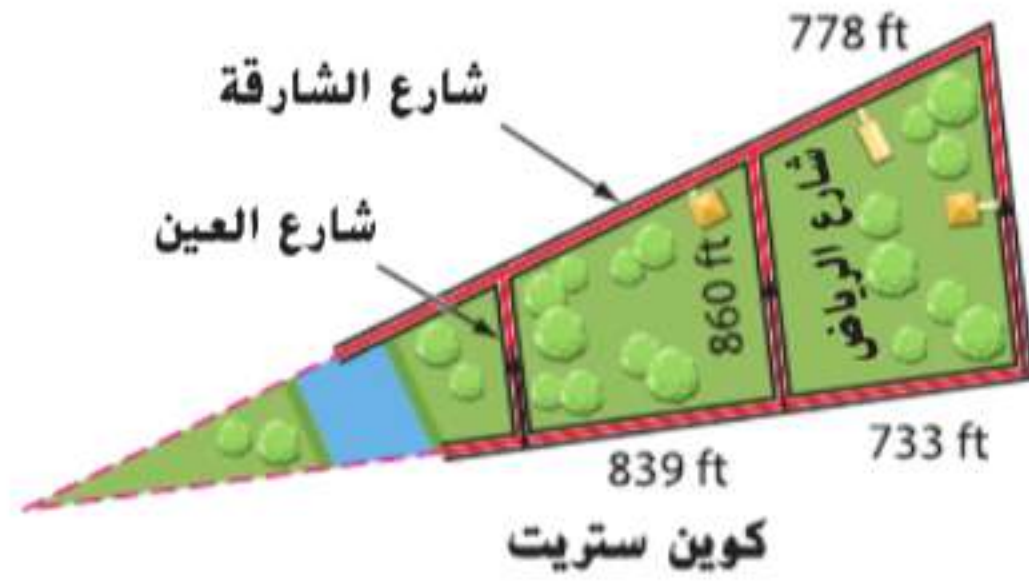
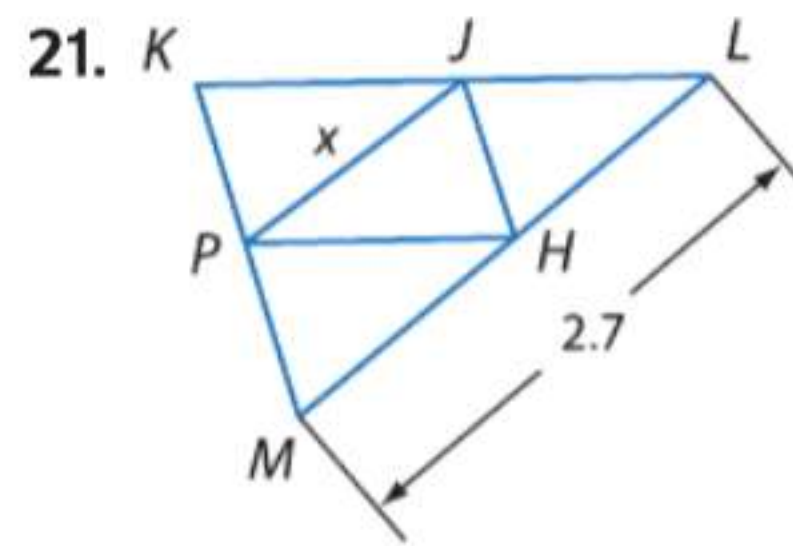
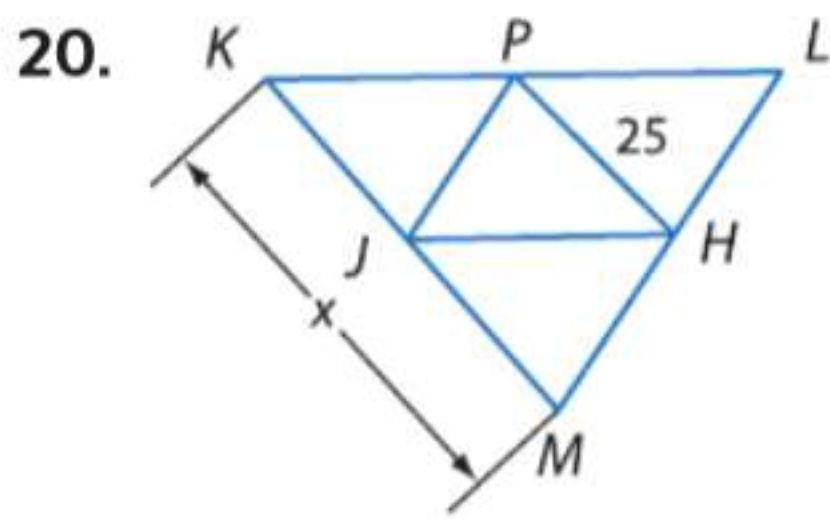
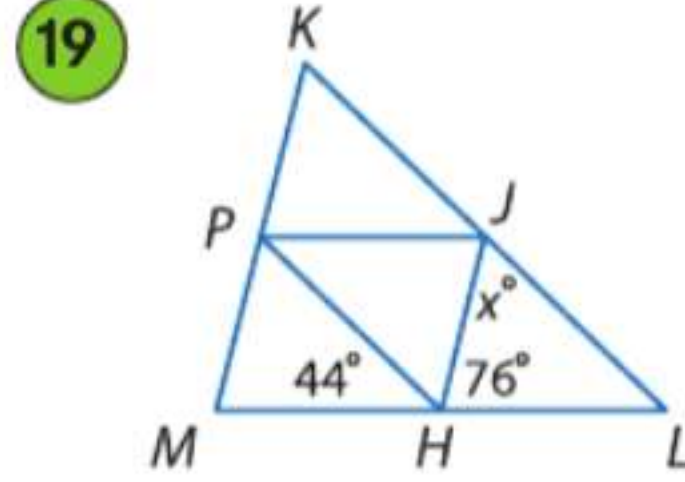
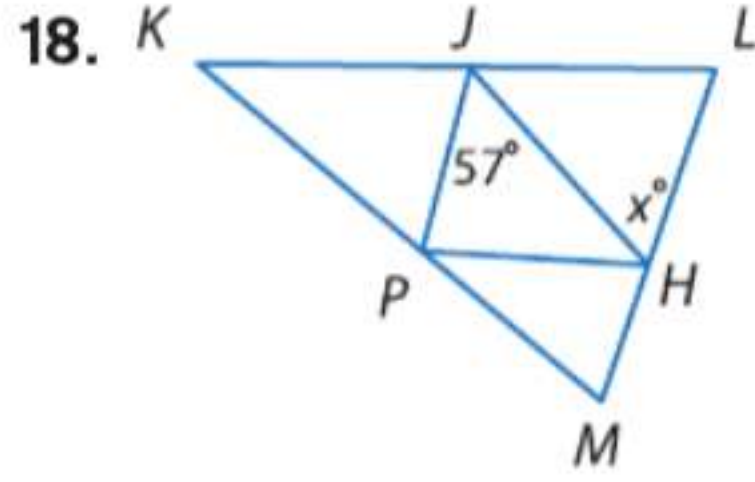
15. $VX = 7.5$ و $ZX = 24$ و $WY = 27.5$ و $WX = 40$

16. $ZV = 8$ و $VX = 2$ و $YX = \frac{1}{2}WY$

17. $ZX = 4ZV$ و $YX = 21$ و $WX = 31$

مثال 3

\overline{PH} و \overline{JP} و \overline{JH} هي منصفات المثلث $\triangle KLM$. جد قيمة x .

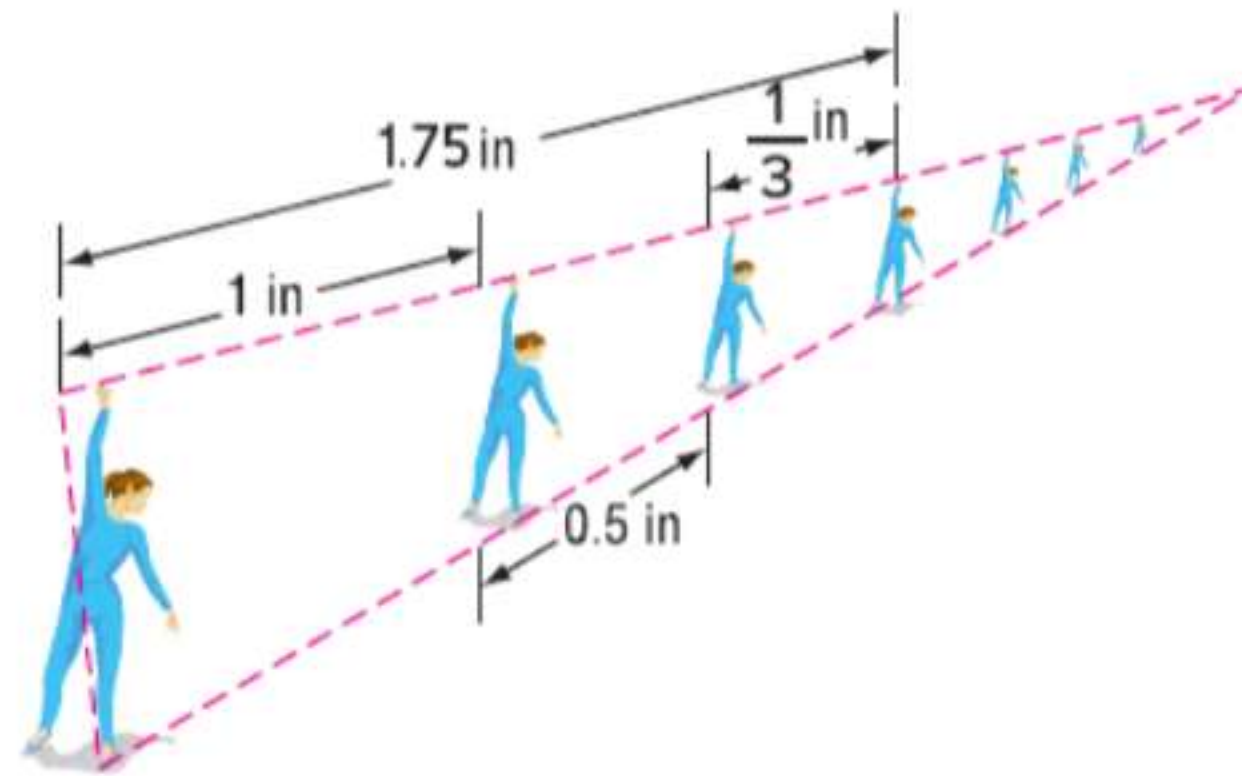


شارع دبي

22. استخدام النماذج في احد احياء مدينة ابو ظبي. يتوازي شارع الرياض مع كل من شارع دبي وشارع العين بين شارع الشارقة وشارع كوين ستريت. ما المسافة من شارع العين إلى شارع الرياض مرورًا بشارع الشارقة؟ قُرب إلى أقرب قدم.

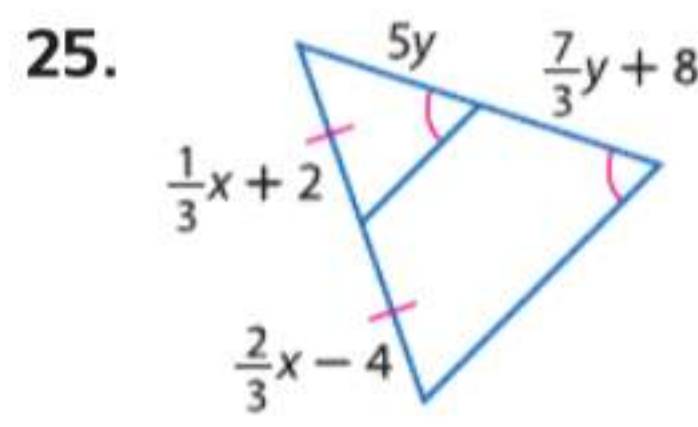
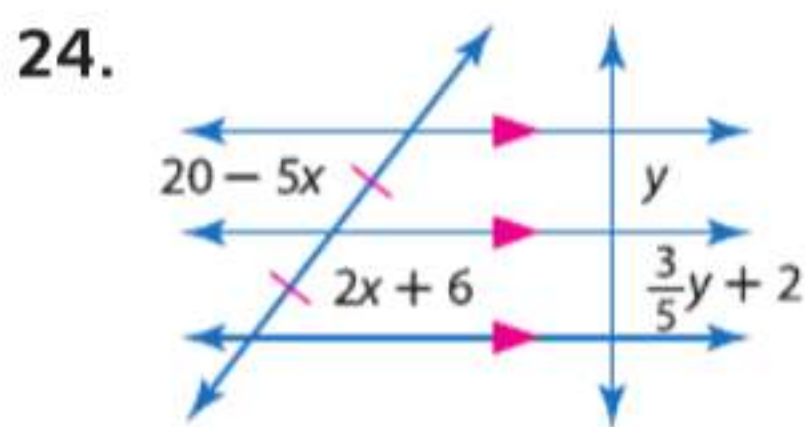
مثال 4

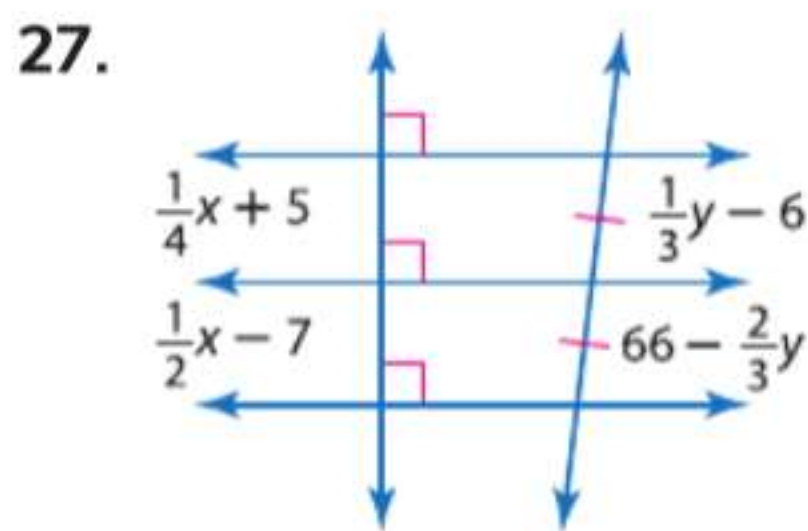
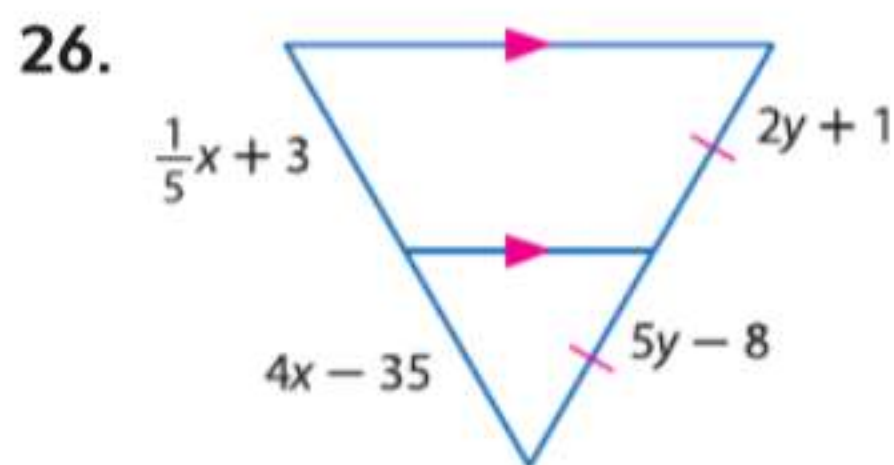
23. فن رسمت حورية مجموعة من الأشكال الموضحة أدناه في خط مستقيم في مشروعها المنظوري في مادة التربية الفنية. جميع الأشكال في حالة توازي. جد المسافة السفلية بين أول شكلين.



الجبر جد قيمة x و y .

مثال 5





الفرضيات اكتب فقرة برهان.

30. النظرية 15.5

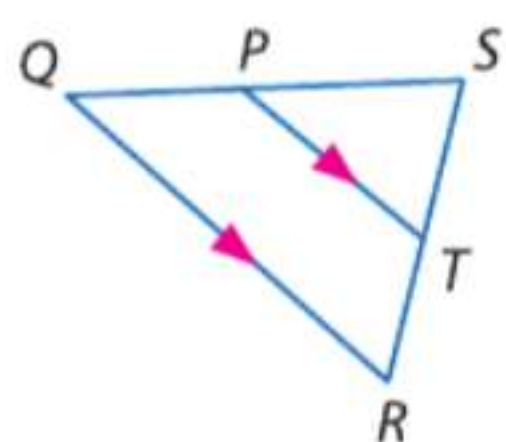
29. النتيجة 15.2

28. النتيجة 15.1

الفرضيات اكتب برهاناً من عمودين.

32. النظرية 15.7

31. النظرية 15.6



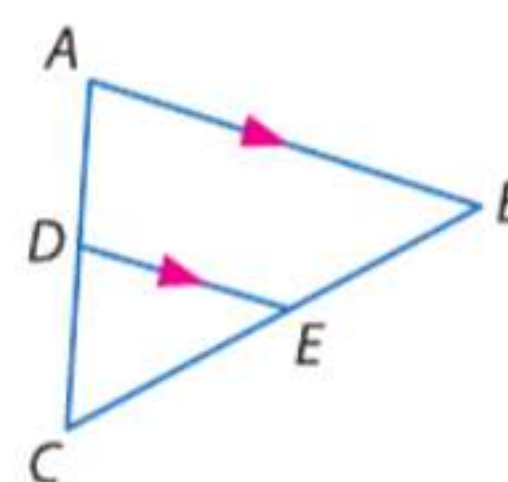
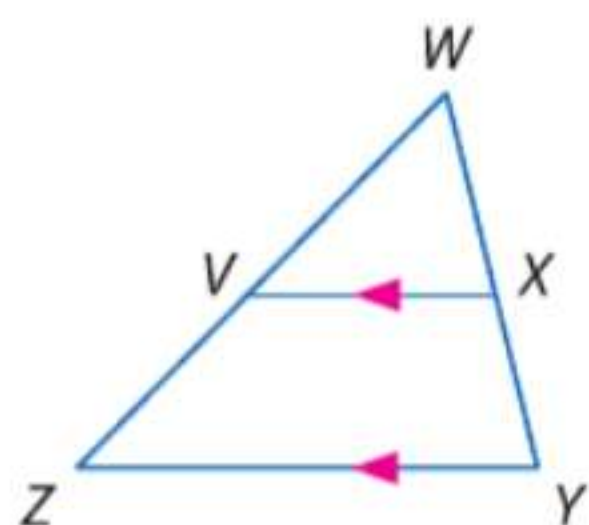
ارجع إلى $\triangle QRS$.

33. إذا كان $ST = 8$ و $TR = 4$ و $PT = 6$. فجد QR .

34. إذا كان $SP = 4$ و $PT = 6$ و $QR = 12$. فجد SQ .

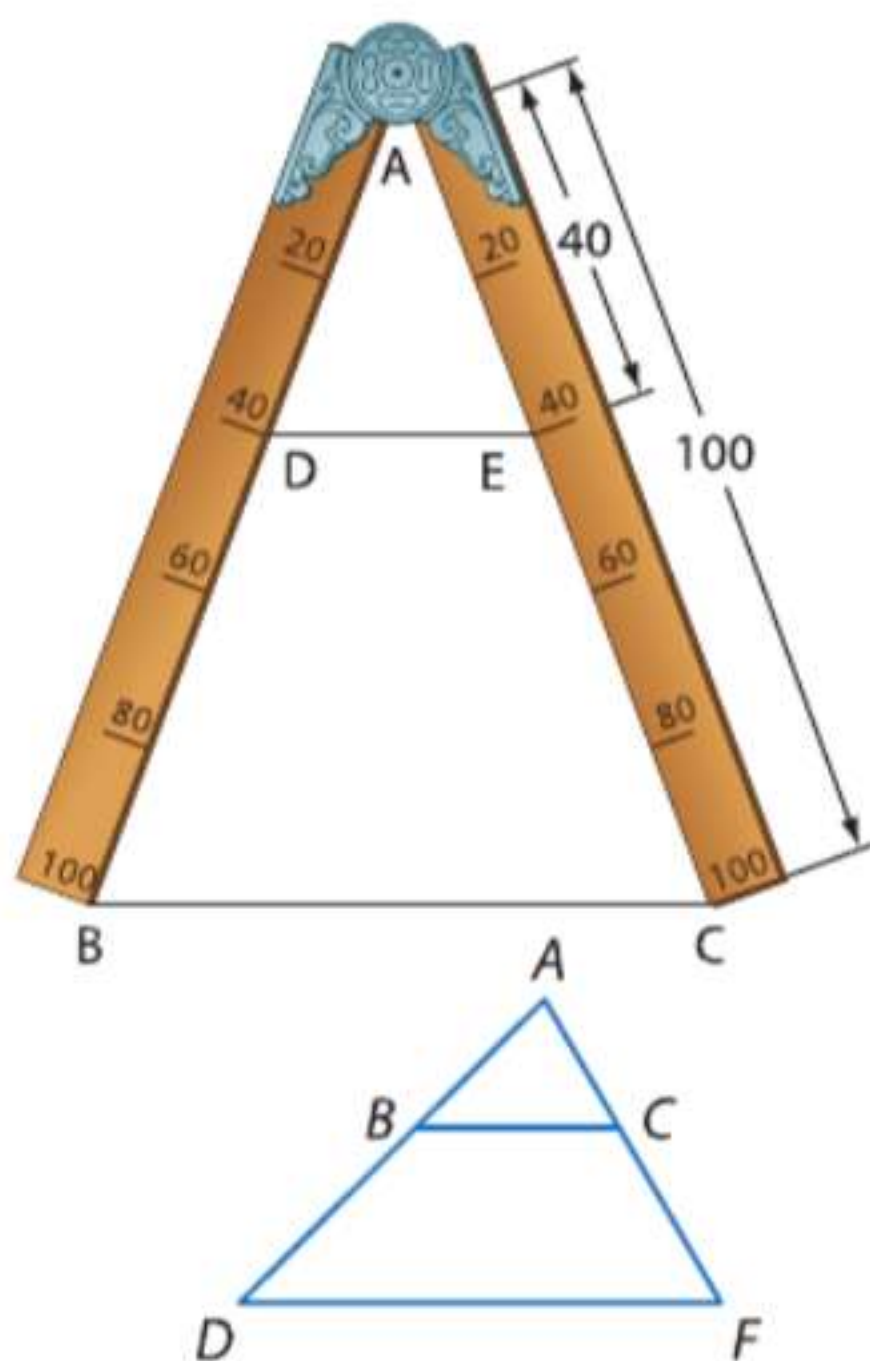
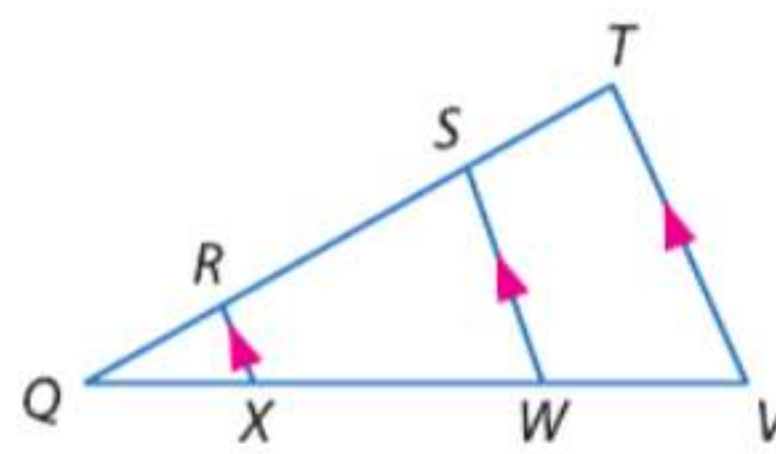
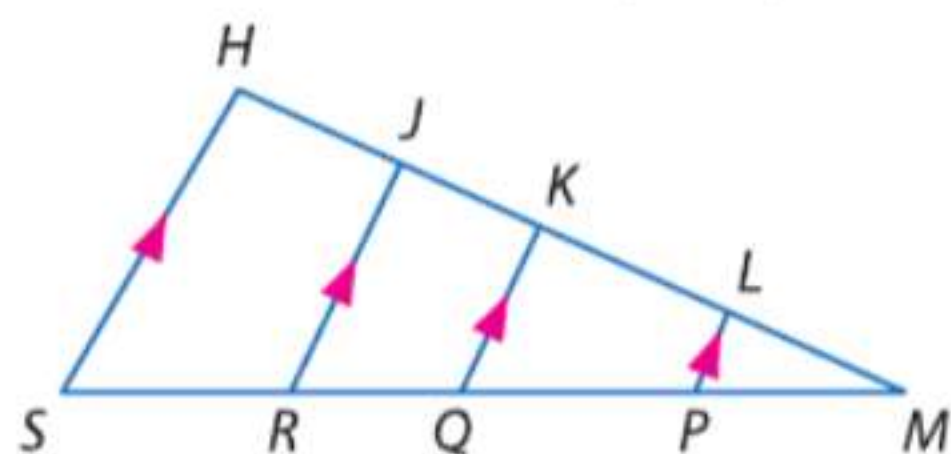
36. إذا كان $WX = 7$ و $WY = a$ و $WV = 6$ و $VZ = a - 9$. فجد WY .

35. إذا كان $CE = t - 2$ و $EB = t + 1$ و $CD = 2$ و $CA = 10$. فجد t و CE .



38. إذا كان $LK = 4$ و $MP = 3$ و $PQ = 6$ و $KJ = 2$ و $RS = 6$ و $LP = 2$. فجد JH و QK و QR و ML .

37. إذا كان $QR = 2$ و $XW = 12$ و $QW = 15$ و $ST = 5$. فجد RS و WV .



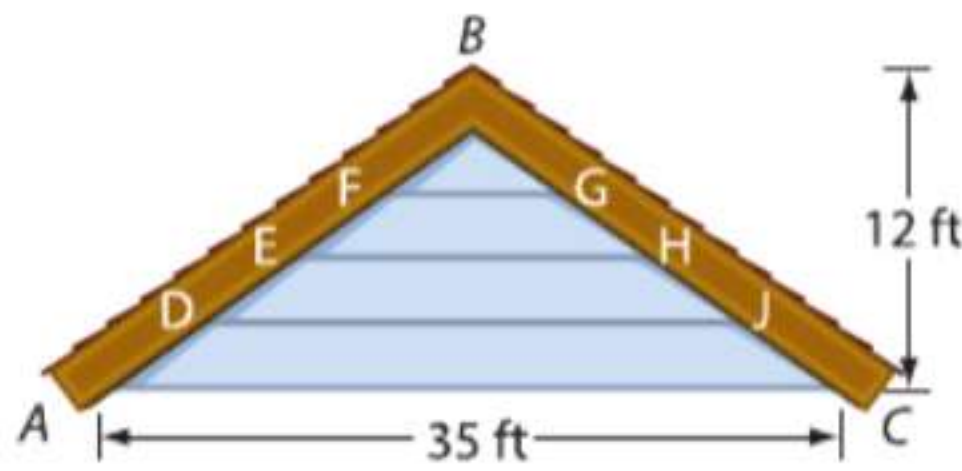
39. **تاريخ الرياضيات** فرجار التناسبي هو أداة اخترعها جاليليو في القرن السادس عشر لتستخدم في القياس. لرسم قطعة مستقيمة يكون طولها خمسي طول قطعة مستقيمة معينة، قم بمحاذاة طرفي الذراعين مع القطعة المستقيمة المعنية. ثم ارسم قطعة مستقيمة عند العلامة 40. اكتب تفسيراً يوضح سبب استخدام فرجار التناسبي في إنشاء القياس التناسبي.

حدد قيمة x بحيث $\overline{BC} \parallel \overline{DF}$.

40. $AB = x + 5$ و $BD = 12$ و $AC = 3x + 1$ و $CF = 15$

41. $AC = 15$ و $BD = 3x - 2$ و $CF = 3x + 2$ و $AB = 12$

42. الهندسة الإحداثية $\triangle ABC$ رؤوسه $A(-8, 7)$ و $B(0, 1)$ و $C(7, 5)$. ارسم $\triangle ABC$. حدد إحداثيات منتصف المثلث $\triangle ABC$ الذي يوازي \overline{BC} . علل إجابتك.



43. المنازل راجع الرسم التخطيطي للجميلون الموجود على اليسار. القطع الجانبية متساوية. جد أطوال \overline{FG} و \overline{EH} و \overline{DJ} .

الإنشآت قم بإنشاء كل قطعة مستقيمة حسب المطلوب.

44. قطعة مستقيمة مقسمة إلى خمس قطع متطابقة
45. قطعة مستقيمة مقسمة إلى قطعتين النسبة بين طوليهما تبلغ 1 إلى 3
46. قطعة مستقيمة طولها 3 in مقسمة إلى أربع قطع متطابقة

النسبة	الطول	المثلث
$\frac{AD}{CD}$	AD	ABC
	CD	
$\frac{AB}{CB}$	AB	ABC
	CB	
$\frac{MQ}{PQ}$	MQ	MNP
	PQ	
$\frac{MN}{PN}$	MN	MNP
	PN	
$\frac{WZ}{YZ}$	WZ	WXY
	YZ	
$\frac{WX}{YX}$	WX	WXY
	YX	

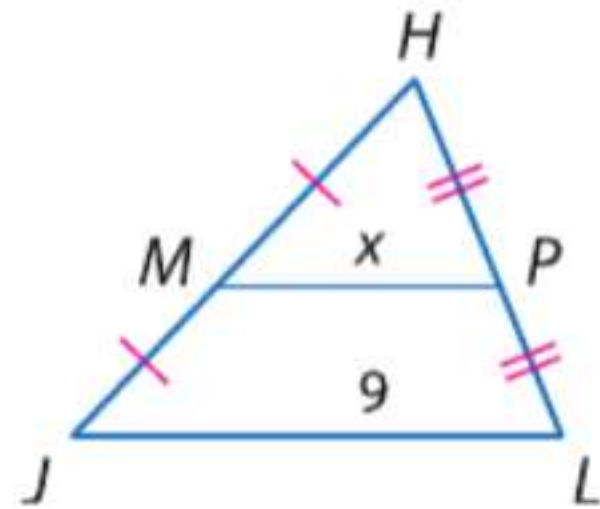
47. تمثيلات متعددة في هذه المسألة. سوف تكتشف منصفات الزوايا والتناسبات.

a. هندسيًا ارسم ثلاثة مثلثات، أحدها حاد الزاوية والثاني منفرج الزاوية والثالث قائم الزاوية. قم بتسمية أحدها ABC وارسم منتصف الزاوية \overrightarrow{BD} . قم بتسمية الثاني باسم MNP وارسم منتصف الزاوية \overrightarrow{NQ} وبتسمية الثالث باسم WXY مع رسم الزاوية \overrightarrow{XZ} .

b. جدوليًا انسخ الجدول الذي على اليسار وأكمله بالقيم المناسبة.

c. لفظيًا قم بعمل تخمين حول القطع المستقيمة التي أنشأها منتصف الزاوية بالمثلث.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

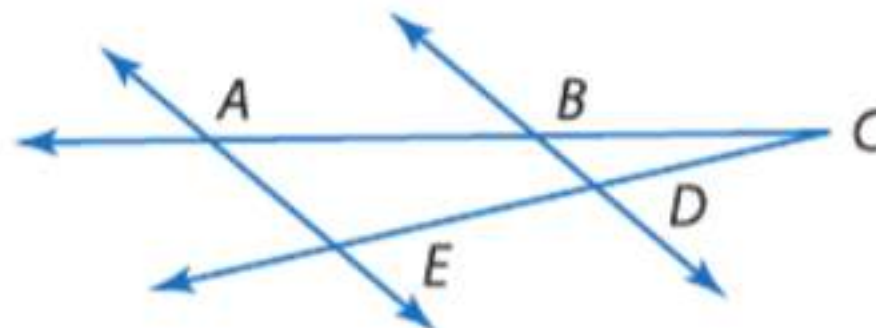


48. التفكير النقدي يحاول حمد و خالد إيجاد قيمة x في $\triangle JHL$. يقول حمد إن MP أحد نصفي JL . إذا فقيمة x تبلغ 4.5. ويرى خالد أن JL أحد نصفي MP وإذا فقيمة x هي 18. فهل أيٌّ منهما على صواب؟ اشرح.

49. التبرير في $\triangle ABC$, $AF = FB$ و $AH = HC$. إذا كان D تبلغ $\frac{3}{4}$ المسافة من A إلى B وكان E تبلغ $\frac{3}{4}$ المسافة من A إلى C . فهل DE تساوي دائمًا أم أحيانًا أم لا تساوي مطلقًا؟ اشرح.

50. تحدّ اكتب برهانًا من عمودين.

المعطيات: $AB = 4$ و $BC = 4$ و $CD = DE$
المطلوب: $\overline{BD} \parallel \overline{AE}$



51. مسألة غير محددة الإجابة ارسم ثلاث قطع مستقيمة، a و b و c . بحيث تكون مختلفة الأطوال. ارسم قطعة رابعة، d . بحيث $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

52. الكتابة في الرياضيات قارن بين نظرية تناسب المثلثات ونظرية منصفات المثلث.

تدريب على الاختبارات المعيارية

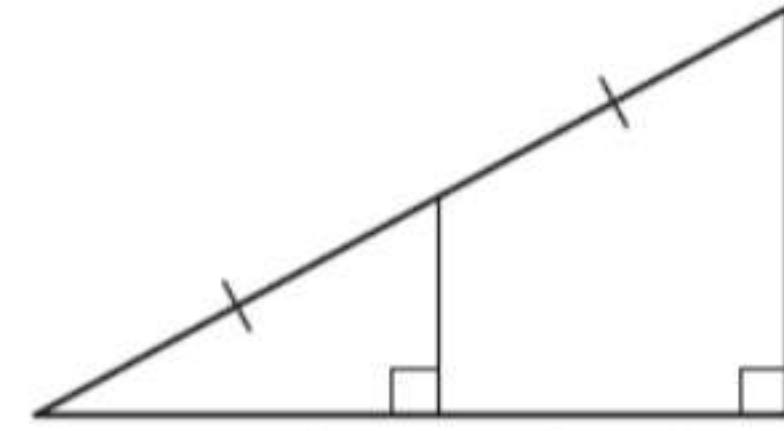
55. الجبر تبلغ نسبة حبوب الأرز والقمح والشوفان المكون منها وجبة إفطار 2:4:1. إذا كانت الجهة المصنعة تصنع مخلوطا به 110 kg من القمح فكم كيلو جرام من الأرز المستخدمة؟

- F 120 kg H 240 kg
G 220 kg J 440 kg

56. SAT/ACT إذا كانت مساحة الدائرة تبلغ 16 m^2 . فما طول نصف القطر بالمترا؟

- A $\frac{4\sqrt{\pi}}{\pi}$ D 12π
B $\frac{8}{\pi}$ E 16π
C $\frac{16}{\pi}$

53. إجابة قصيرة ما قيمة x ؟

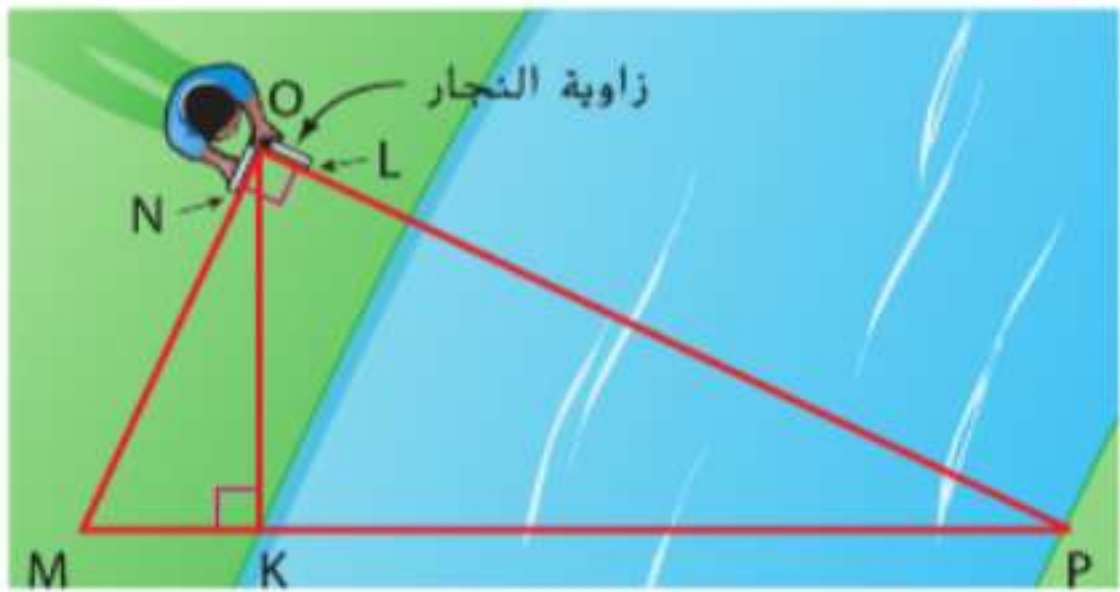
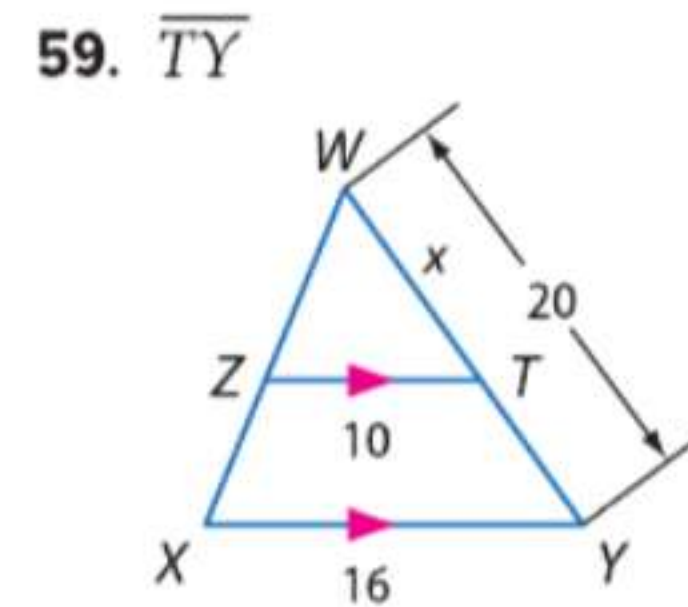
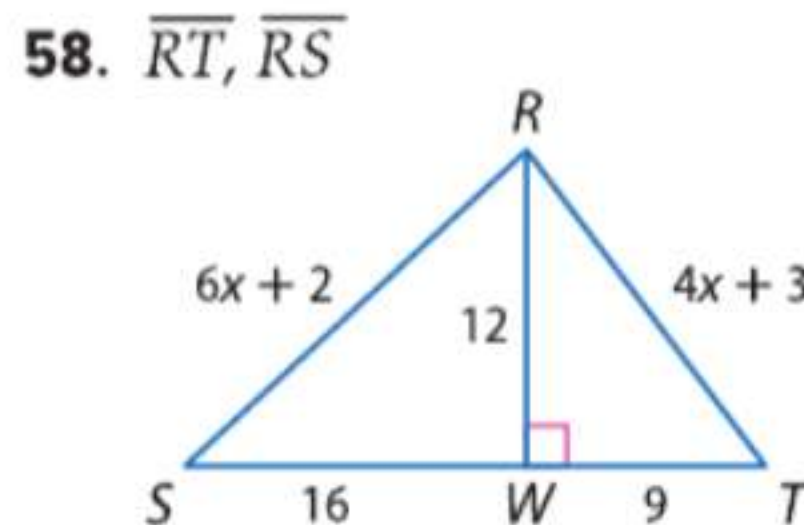
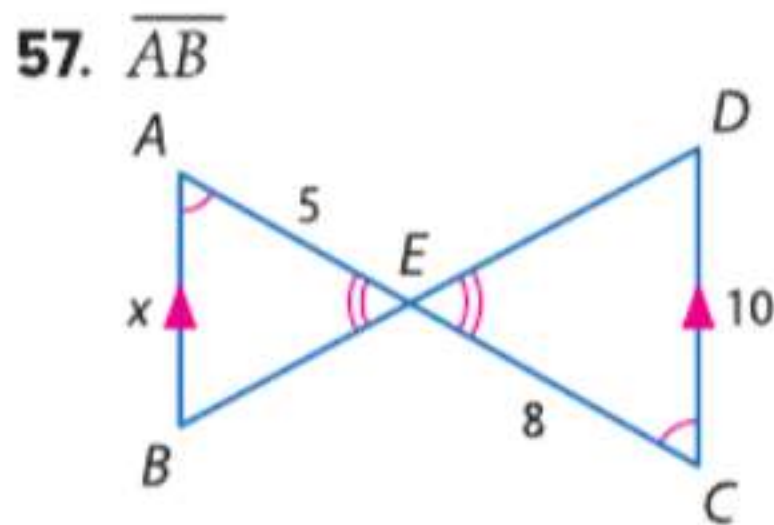


54. إذا كانت رؤوس المثلث JKL هي $(0, 0)$ و $(0, 10)$ و $(10, 10)$. فإن مساحة المثلث JKL هي

- A 20 وحدة مربعة C 40 وحدة مربعة
B 30 وحدة مربعة D 50 وحدة مربعة

مراجعة شاملة

الجبر حدد المثلثات المتشابهة. ثم جـد أطوال القطع المستقيمة المشار إليها. (الدرس 3-15)



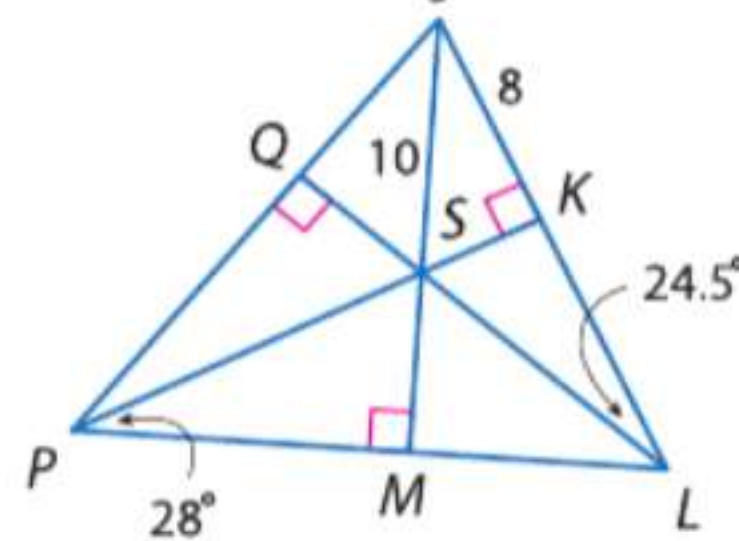
60. المسح يستخدم بلال زاوية النجار في إيجاد المسافة عبر جدول. تستخدم زاوية النجار نموذج الزاوية القائمة NOL . يضع السيد خليقة الزاوية أعلى سارية مرتفعة بما يكفي للنظر باتجاه \overline{OL} حتى النقطة P التي على الضفة الأخرى من النهر. ثم ينظر باتجاه \overline{ON} حتى النقطة M . إذا كان طول MK هو 1.5 m وطول OK هو 4.5 m . فجد المسافة KP التي تعبر الجدول. (الدرس 2-15)

هندسة إحدائية بالنسبة لكل شكل رباعي له رؤوس معلومة. تحقق ما إذا كان الشكل الرباعي هذا شبه منحرف، وحدد ما إذا كان الشكل شبه منحرف متساوي الساقين أم لا.

61. $Q(-12, 1), R(-9, 4), S(-4, 3), T(-11, -4)$

62. $A(-3, 3), B(-4, -1), C(5, -1), D(2, 3)$

النقطة S هي مركز الدائرة الداخلية للمثلث JPL . جـد قياس كل مما يلي.



63. SQ

64. QJ

65. $m\angle MPQ$

66. $m\angle SJP$

مراجعة المهارات

حلّ كلا من التناسبات التالية.

67. $\frac{1}{3} = \frac{x}{2}$

68. $\frac{3}{4} = \frac{5}{x}$

69. $\frac{2.3}{4} = \frac{x}{3.7}$

70. $\frac{x-2}{2} = \frac{4}{5}$

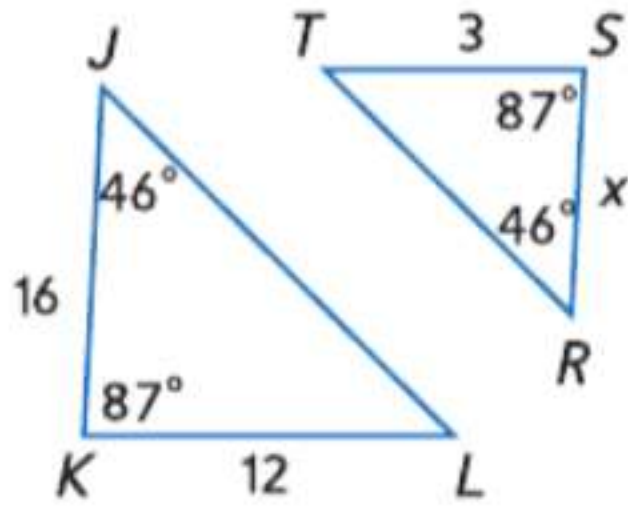
71. $\frac{x}{12-x} = \frac{8}{3}$

اختبار منتصف الوحدة

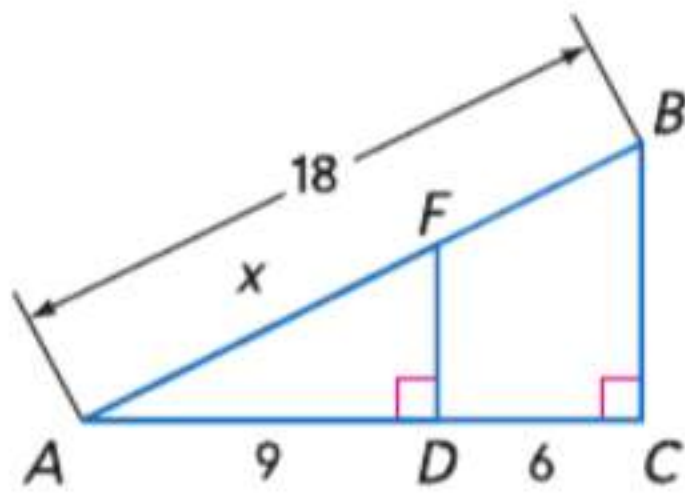
الدروس من 15-1 إلى 15-4

الجبر حدد المثلثات المتشابهة. جـد قياس كل مما يلي.
(الدرس 15-3)

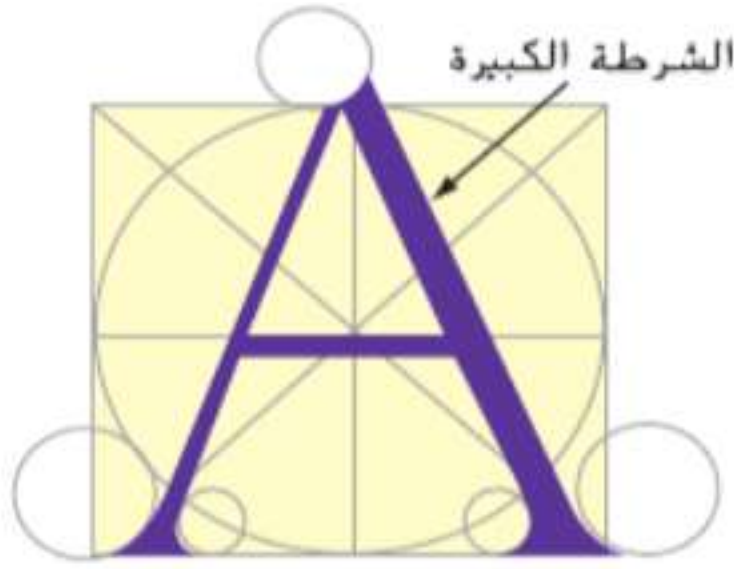
11. SR



12. AF



13. **التاريخ** في القرن الخامس عشر، حاول الرياضيون والفنانون إنشاء الحرف المثالي. تم استخدام مربع ليكون إطارًا يوضع فيه الحرف "A" كما هو موضح أدناه. كان سمك الشرطة الكبيرة من الحرف تمثل $\frac{1}{12}$ من ارتفاع الحرف. (الدرس 15-4)

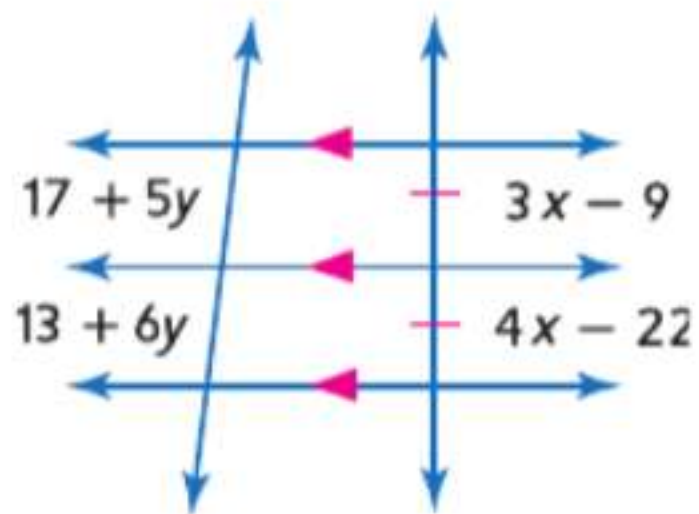


a. بين لِمَ الشريط المار بمنتصف الحرف A يمثل نصف المسافة بين الزاويتين الخارجيتين السفليتين لضلعي الحرف.

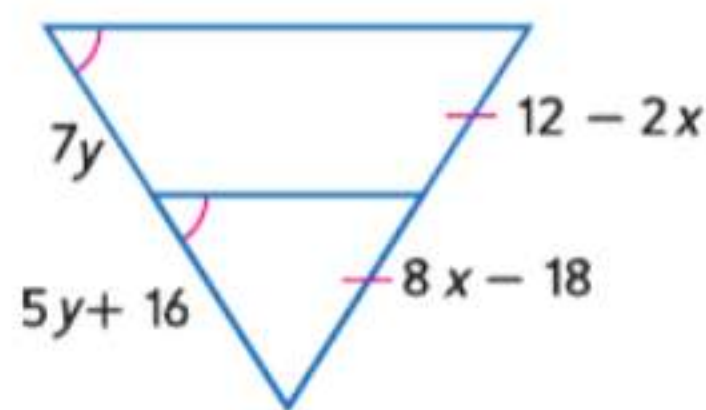
b. إذا كان ارتفاع الحرف 3 cm، فكم يبلغ سمك الشرطة الكبيرة؟

الجبر جـد قيمة X و y. (الدرس 15-4)

14.



15.



حل كلاً من التناسبات التالية. (الدرس 15-1)

1. $\frac{2}{5} = \frac{x}{25}$

2. $\frac{10}{3} = \frac{7}{x}$

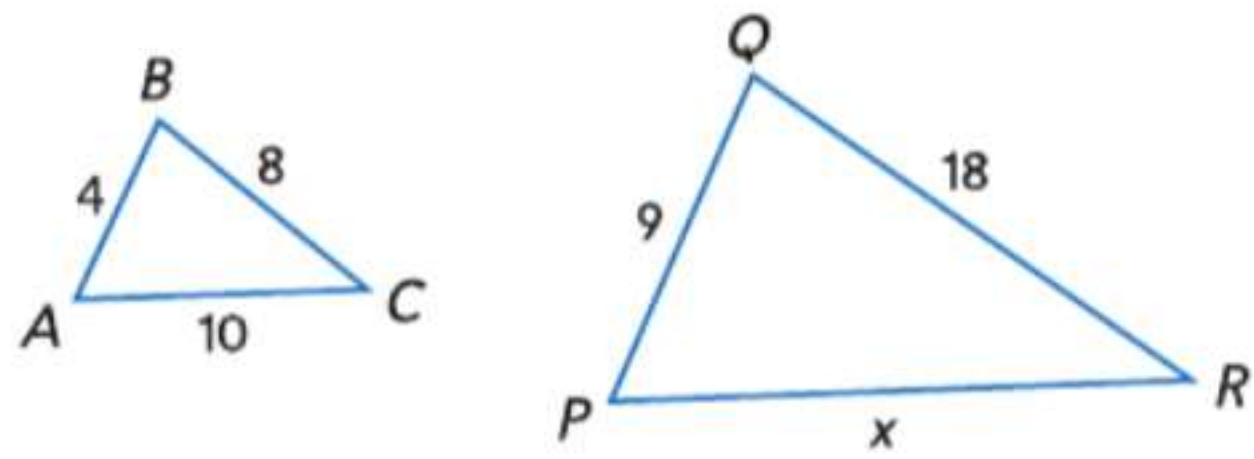
3. $\frac{y+4}{11} = \frac{y-2}{9}$

4. $\frac{z-1}{3} = \frac{8}{z+1}$

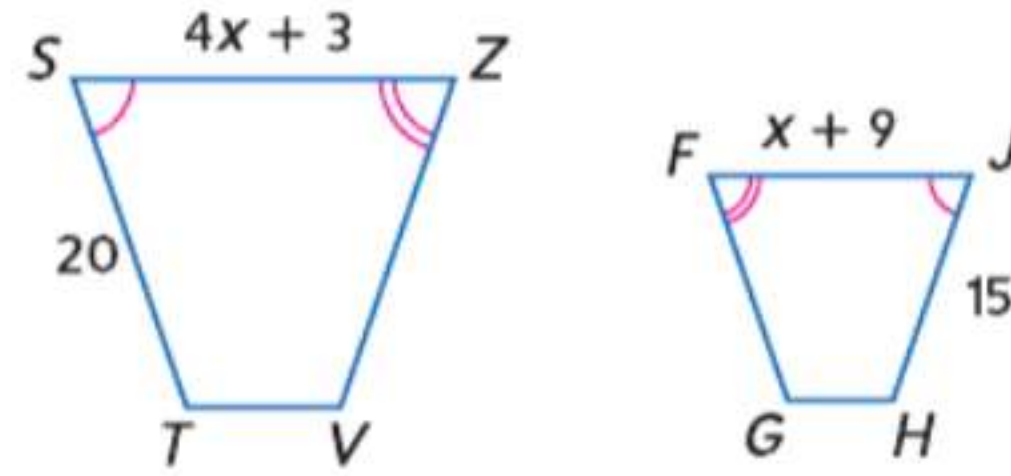
5. **البيسبول** متوسط النقاط المحققة لضارب بيسبول هو ناتج ضرب 9 في النسبة بين النقاط المحققة التي سمح بها الضارب وبين عدد الأشواط التي لعبت. خلال موسم 2007، سمح يوهان سانتانا ل لاعب فريق مينيسوتا توينز بعدد 81 نقطة محققة خلال 219 شوطاً. جـد متوسط النقاط المحققة الخاص به مقرباً إلى أقرب جزء من مئة. (الدرس 15-1)

يتشابه كل زوجين من المضلعات التالية. جـد قيمة x. (الدرس 15-2)

6.



7.



8. **اختيار من متعدد** يبلغ معامل المقياس لمضلعين متشابهين 3:5. محيط المضلع الأكبر 120 m. جـد محيط المضلع الأصغر. (الدرس 15-2)

A 68 m

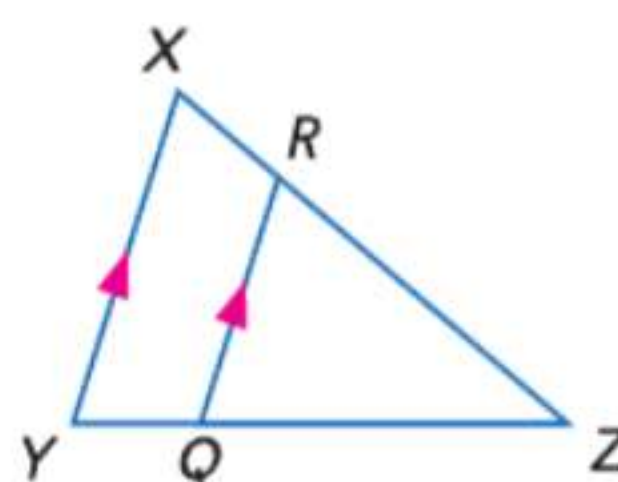
C 192 m

B 72 m

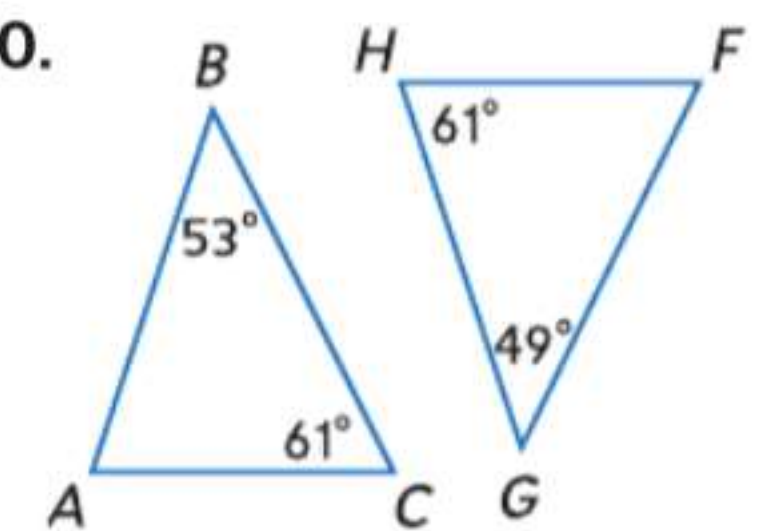
D 200 m

بين تشابه المثلثين من عدمه. إن كانا متشابهين، فاكتب عبارة تشابه. وإن لم يكونا متشابهين، فما الشروط التي تكفي لإثبات تشابه المثلثين؟ اشرح استنتاجك. (الدرس 15-3)

9.



10.



أجزاء المثلثات المتشابهة

15-5

الدراسات

لماذا؟

الحالي

السابق

- تستخدم "قاعدة الإبهام" متوسط النسبة بين طول ذراع شخص ما والمسافة بين عينيه وارتفاعات المثلثات المتشابهة لتقدير المسافة بين الشخص وجسم له عرض معلوم تقريباً.



- 1 التعرف على علاقات التناسب بين منصفات الزوايا المتناظرة وارتفاعات ومتوسطات المثلثات المتشابهة واستخدامها.

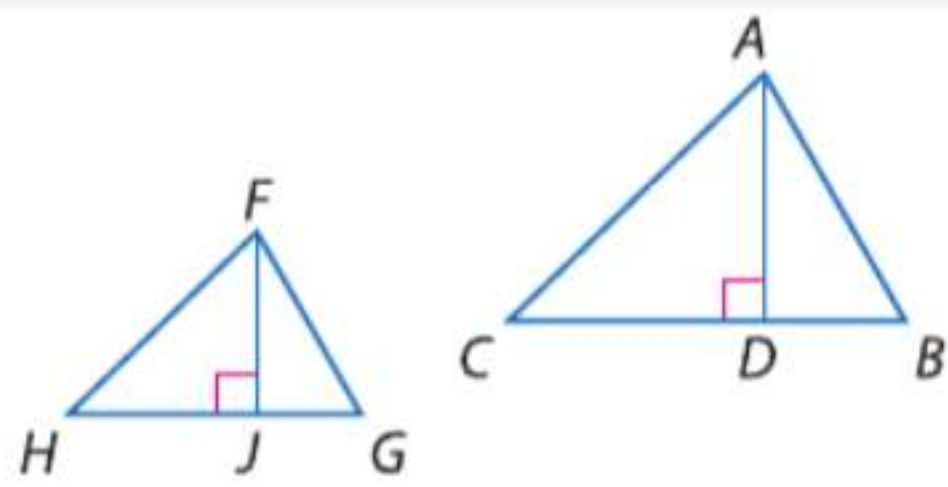
- 2 استخدام نظرية منصفات المثلث.

- لقد تعلمت أن الأضلاع المتناظرة للمضلعات المتشابهة تكون متناسبة.

1 قطع مستقيمة خاصة للمثلثات المتشابهة لقد تعلمت بالدرس 2-15 أن أطوال الأضلاع المتناظرة للمضلعات المتشابهة، كالمثلثات، تكون متناسبة. يمكن توسعة هذا المفهوم ليشمل القطع المستقيمة الأخرى بالمثلثات.

مهارسات في الرياضيات
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

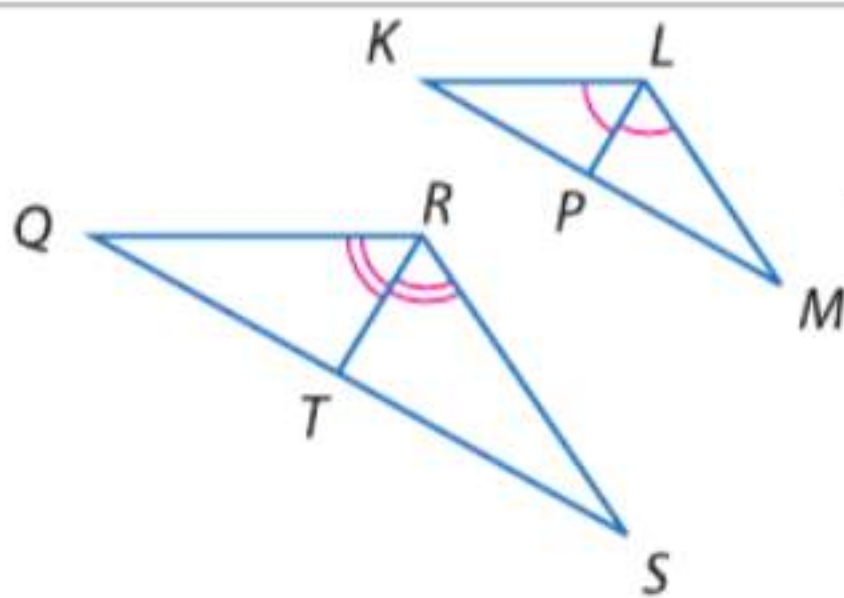
نظريات قطع مستقيمة خاصة بالمثلثات المتشابهة



15.8 إذا كان هناك مثلثان متشابهان، فإن أطوال الارتفاعات المتناظرة تكون متناسبة مع أطوال الأضلاع المتناظرة.

الاختصار $\Delta S \sim \Delta$ به ارتفاعات متناظرة متناسبة مع أضلاع متناظرة.

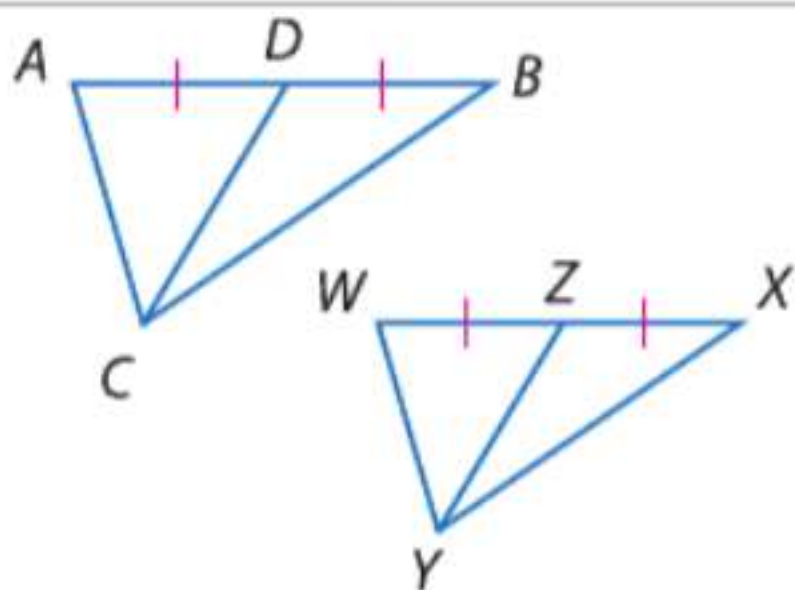
مثال إذا كان $\Delta ABC \sim \Delta FGH$ ، فإذا $\frac{AD}{FJ} = \frac{AB}{FG}$.



15.9 إذا كان هناك مثلثان متشابهان، فإن أطوال منصفات الزوايا المتناظرة تكون متناسبة مع أطوال الأضلاع المتناظرة.

الاختصار $\Delta S \sim \Delta$ به منصفات \angle متناظرة متناسبة مع الأضلاع المتناظرة.

مثال إذا كان $\Delta KLM \sim \Delta QRS$ ، فإذا $\frac{LP}{RT} = \frac{LM}{RS}$.



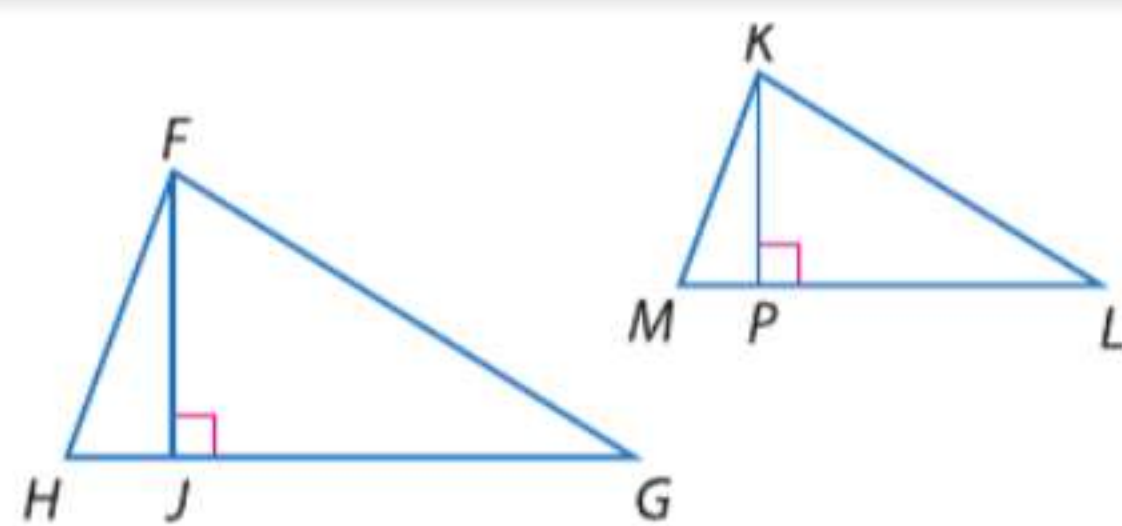
15.10 إذا كان هناك مثلثان متشابهان، فإن أطوال المتوسطات المتناظرة تكون متناسبة مع أطوال الأضلاع المتناظرة.

الاختصار $\Delta S \sim \Delta$ به متوسطات متناظرة متناسبة مع أضلاع متناظرة.

مثال إذا كان $\Delta ABC \sim \Delta WXY$ ، فإن $\frac{CD}{WZ} = \frac{AB}{WX}$.

سوف تقوم بإثبات نظرية 15.9 ونظرية 15.10 خلال التمرينين 18 و 19، على الترتيب.

برهان النظرية 15.8



المعطيات: $\triangle FGH \sim \triangle KLM$
 \overline{FJ} و \overline{KP} ارتفاعان.

المطلوب: $\frac{FJ}{KP} = \frac{HF}{MK}$

فترة البرهان:

بما أن $\triangle FGH \sim \triangle KLM$. فإن $\angle FJH \cong \angle KPM$. لأن كليهما زاويتان قائمتان مصنوعتان من الارتفاعات المرسومة على الجانب المقابل لجميع الزوايا القائمة متطابقة.

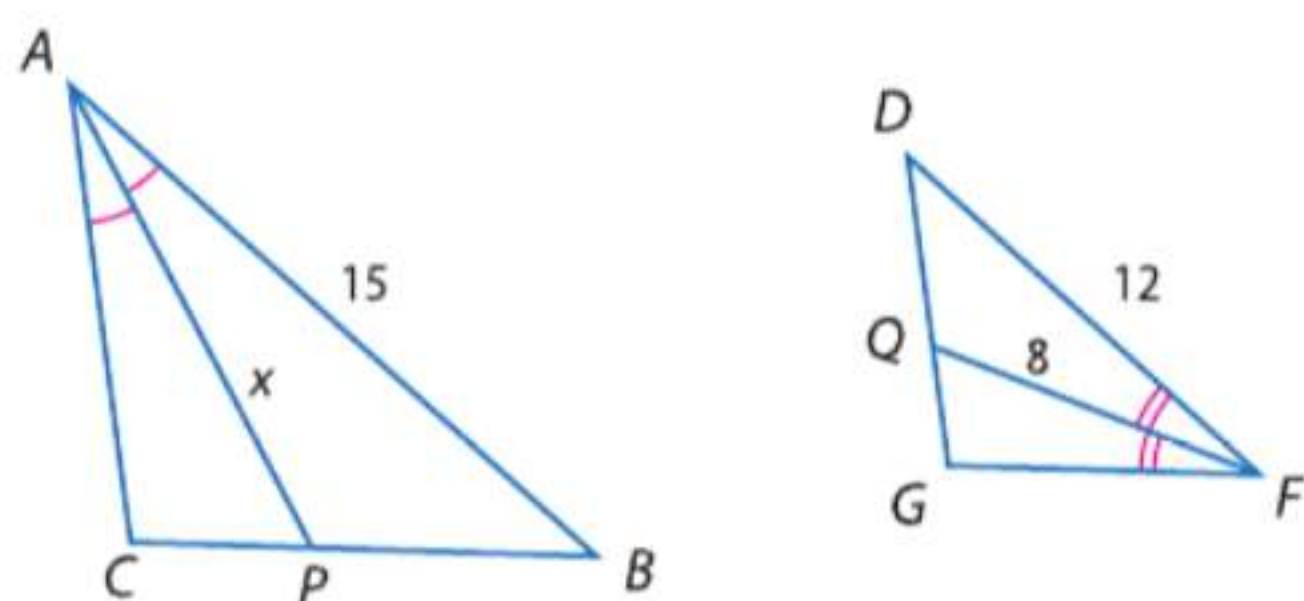
وبالتالي $\triangle HFJ \sim \triangle MKP$ حسب تشابه AA. إذًا $\frac{FJ}{KP} = \frac{HF}{MK}$ حسب تعريف المضلعات المتشابهة.

بما أن الارتفاعات المتناظرة تم اختيارها عشوائيًا، فنحتاج إلى إثبات النظرية 15.8 لكل زوجين من الارتفاعات.

يمكنك استخدام قطع مستقيمة خاصة في مثلثات متشابهة لإيجاد القياسات المجهولة.

مثال 1 استخدام قطع مستقيمة خاصة في مثلثات متشابهة

في الشكل، $\triangle ABC \sim \triangle FDG$. جد قيمة x .



AP و FQ منصفات زوايا متناظرة و \overline{AB} و \overline{FD} أضلاع متناظرة للمثلثين المتشابهين ABC و FDG .

$$\frac{AP}{FQ} = \frac{AB}{FD}$$

$\triangle s$ بهما منصفات \angle متناظرة ومتناسبة مع أضلاع متناظرة.

$$\frac{x}{8} = \frac{15}{12}$$

التعويض

$$8 \cdot 15 = x \cdot 12$$

خاصية الضرب التبادلي

$$120 = 12x$$

بسط.

$$10 = x$$

اقسم كل طرف على 12.

نصيحة دراسية

استخدم معامل

المقياس المثال 1 يمكن أيضا

حله عن طريق إيجاد معامل

المقياس أولاً بين $\triangle ABC$ و

$\triangle FDG$. نسبة منصف الزاوية

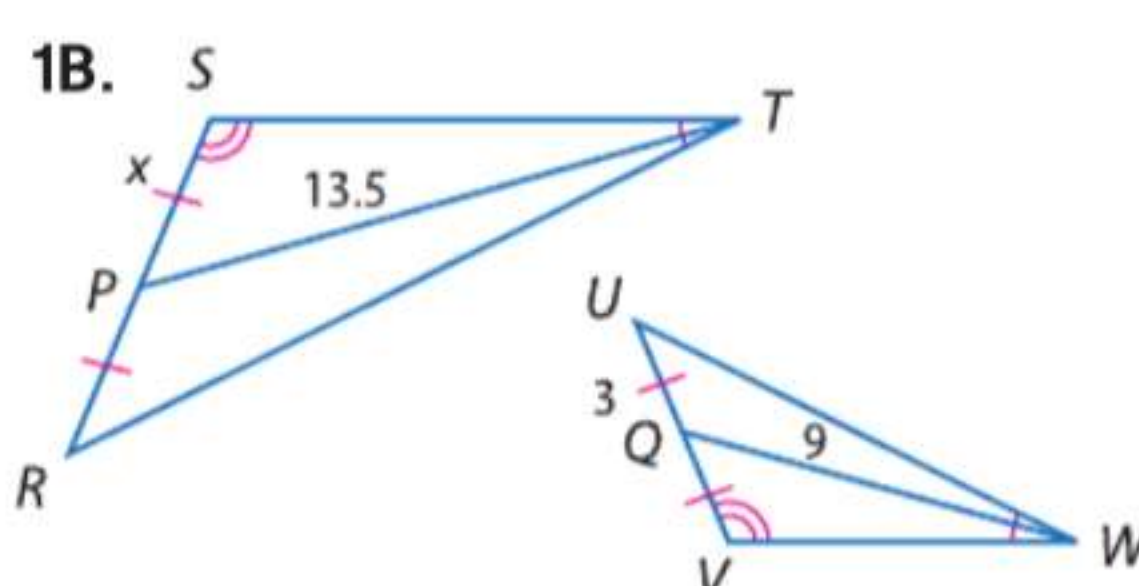
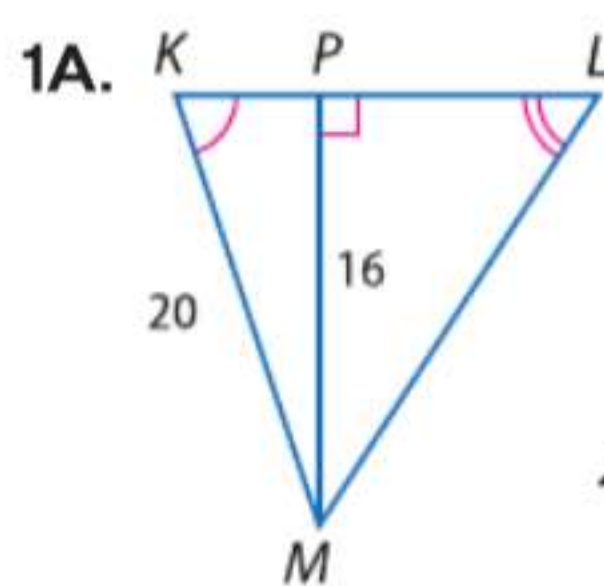
في $\triangle ABC$ إلى منصف

الزاوية في $\triangle FDG$ تكون إذا

مساوية لمعامل المقياس هذا.

تمرين موجّه

جد قيمة x .

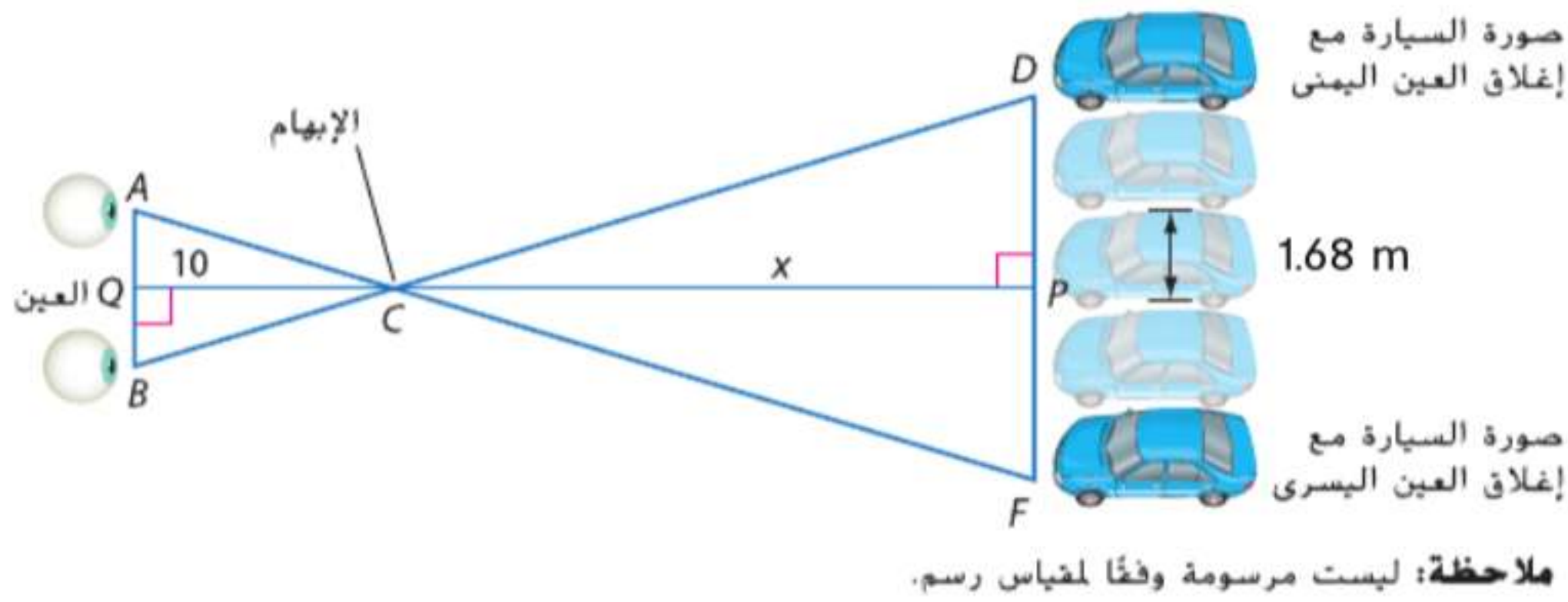


يمكنك استخدام قطع مستقيمة خاصة في مثلثات متشابهة في حل مسائل من الحياة اليومية.

مثال 2 من الحياة اليومية استخدام المثلثات المتشابهة في حل المسائل

تقدير المسافات تمديد ميسون ذراعها أمامها مع استقامة مرفقها والإشارة بإبهامها نحو الأعلى. ومع إغماض عين واحدة، قامت بمحاذاة طرف إبهامها مع سيارة تقع في مرمى بصرها. ثم أبدلت عينيها بدون تحريك رأسها أو ذراعها. فتظهر السيارة وكأنها تحركت بعرض 4 سيارات. إذا كان ذراع ميسون يبلغ حوالي 10 مرات أطول من المسافة بين عينيها، ويبلغ عرض السيارة حوالي 1.68 m، فقدر المسافة بين إبهام ميسون والسيارة.

الفهم اصنع رسماً تخطيطياً للموقف مسمياً المسافات المعطاة وتسمية المسافة المراد إيجادها بالرمز x . أيضاً، قم بتسمية رؤوس المثلث المتكون.



نفترض أنه في حالة امتداد إبهام ميسون بشكل مستقيم أمامها، إذاً \overline{PC} هو ارتفاع المثلث $\triangle ABC$. وبالمثل، \overline{QC} هو الارتفاع المتناظر. نفترض أن $\overline{AB} \parallel \overline{DF}$.

التخطيط بما أن $\overline{AB} \parallel \overline{DF}$ ، فإن $\angle BAC \cong \angle DFC$ و $\angle CBA \cong \angle CDF$ حسب نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة. ولذلك $\triangle ABC \sim \triangle FDC$ حسب تشابه AA. اكتب عبارة تناسب وجد قيمة x .

$$\frac{PC}{QC} = \frac{AB}{DF}$$

النظرية 15.8

الحل

$$\frac{10}{x} = \frac{1}{1.68 \cdot 4}$$

التعويض

$$\frac{10}{x} = \frac{1}{6.72}$$

بسط.

$$10 \cdot 6.72 = x \cdot 1$$

خاصية الضرب التبادلي

$$67.2 = x$$

بسط.

إذا فالمسافة المقطرة للسيارة هي 67.2 m.

التحقق نسبة طول ذراع ميسون إلى العرض بين عينيها هي 10 إلى 1. نسبة المسافة من السيارة إلى لمسافة التي تحركت لها صورة السيارة هي 67.2 إلى 6.72 أو 10 إلى 1. ✓

تمرين موجّه

2. لنفترض أن ميسون تقف في آخر الصف وتنتظر لساعة على الحائط في مقدمة الصف. إذا كان عرض الساعة 30 cm وبدت وكأنها تحركت عرض 3 ساعات عندما أبدلت عينيها. قدر المسافة من إبهام ميسون إلى الساعة.

الربط بالحياة اليومية

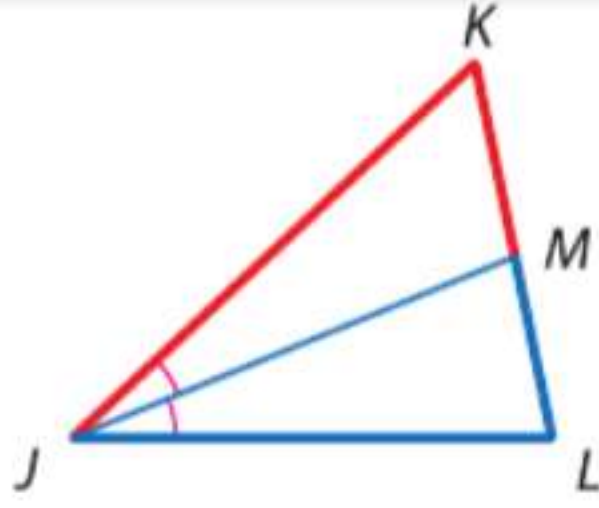
اجعل يدك ممتدة أفقياً بطول ذراعك مع جعل راحة اليد باتجاهك؛ بالنسبة لعرض كلتا اليدين والشمس فوق الأفق. يتبقى ساعة واحدة على المغيب.

المصدر: قناة «سيل آبلاند تشانلز»

2 نظرية منصف زاوية المثلث

يعمل منصف زاوية المثلث أيضا على تقسيم الضلع المقابل للزاوية تقسيما متناسبا.

النظرية 15.11 منصف زاوية المثلث



يعمل منصف الزاوية في المثلث على تقسيم الضلع المقابل إلى قطعتين مستقيمتين متناسبتين مع أطوال الضلعين الآخرين.

مثال إذا كان \overline{JM} منصف زاوية في المثلث $\triangle JKL$.

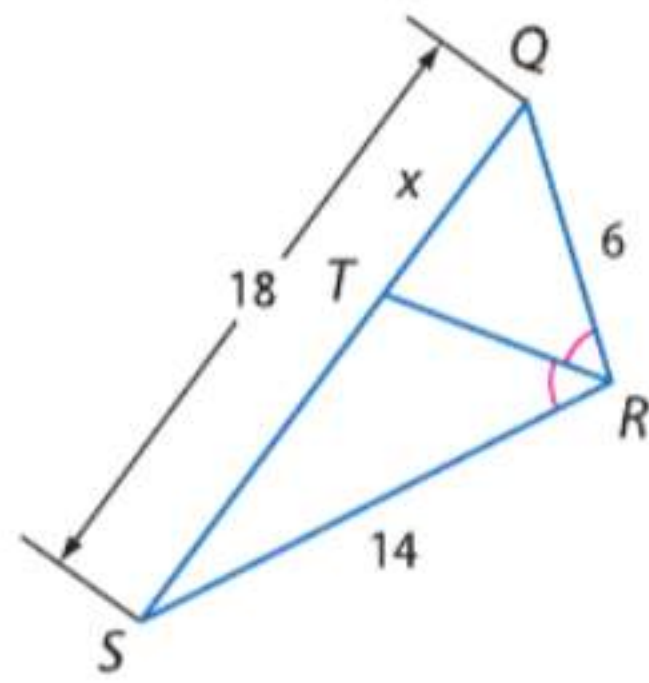
$$\frac{KM}{LM} = \frac{KJ}{LJ} \leftarrow \begin{array}{l} \text{قطعتان مستقيمتان رأسهما K} \\ \text{قطعتان مستقيمتان رأسهما L} \end{array}$$

نصيحة دراسية

تناسبات يمكن كتابة عبارة تناسب أخرى باستخدام نظرية منصف زوايا المثلث وهي $\frac{KM}{KJ} = \frac{LM}{LJ}$

سوف تثبت النظرية 15.11 في التمرين 25.

مثال 3 استخدام نظرية منصف زوايا المثلث



جد x .

بما أن \overline{RT} منصف زاوية في المثلث $\triangle QRS$. فيمكنك استخدام نظرية منصف زوايا المثلث في كتابة عبارة تناسب.

$$\frac{QT}{ST} = \frac{QR}{SR}$$

نظرية منصف زوايا المثلث

$$\frac{x}{18-x} = \frac{6}{14}$$

بالتعويض

$$(18-x)(6) = x \cdot 14$$

خاصية الضرب التبادلي

$$108 - 6x = 14x$$

بسط.

$$108 = 20x$$

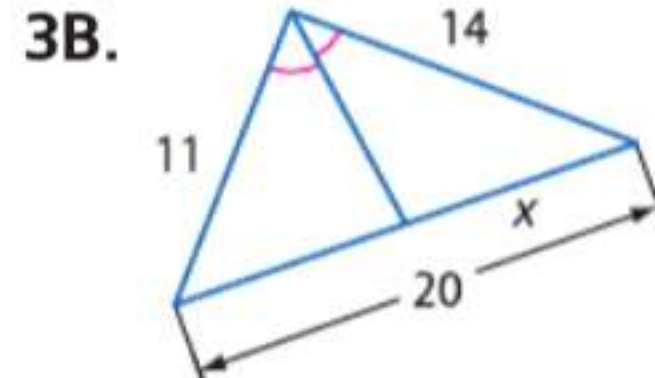
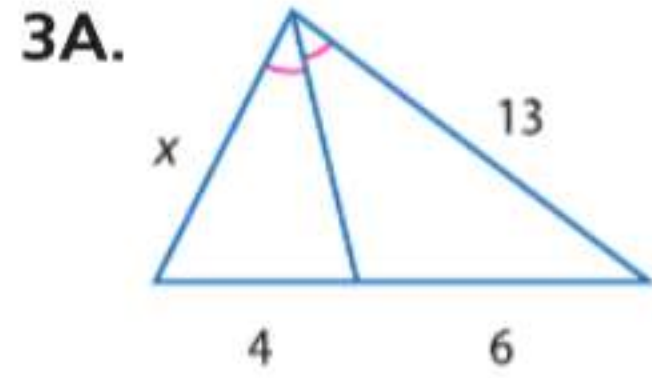
اجمع $6x$ إلى كل طرف.

$$5.4 = x$$

اقسم كل طرف على 20.

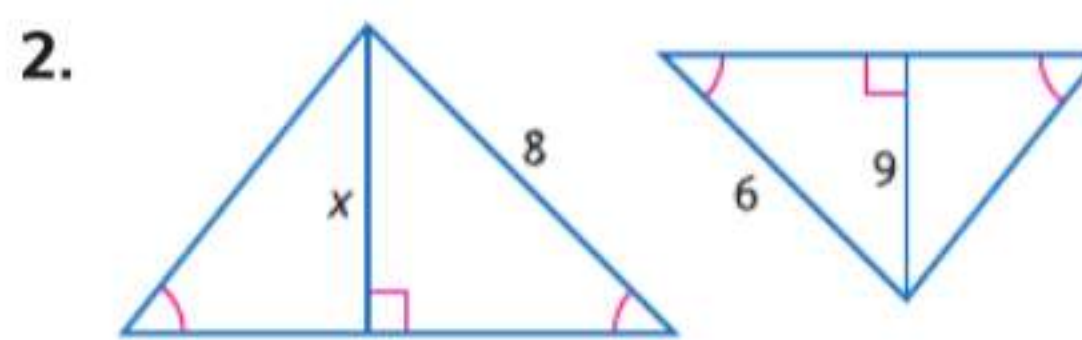
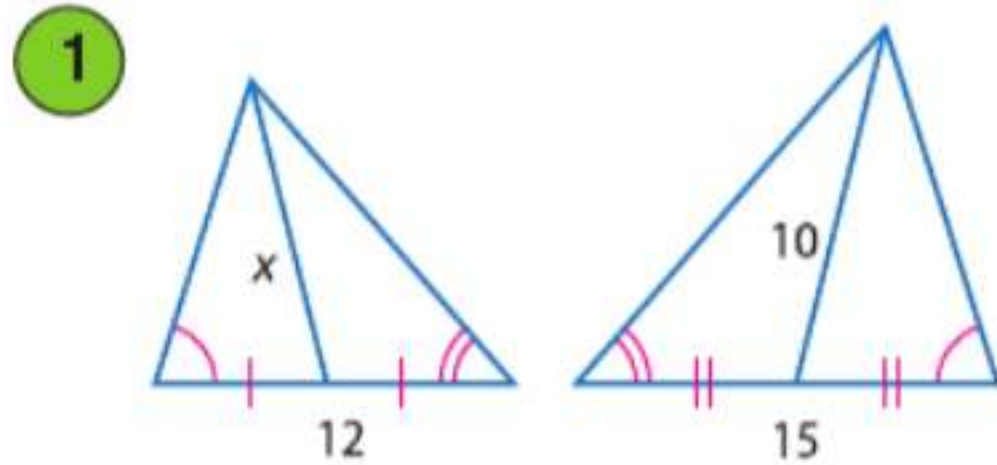
تمرين موجّه

جد قيمة x .

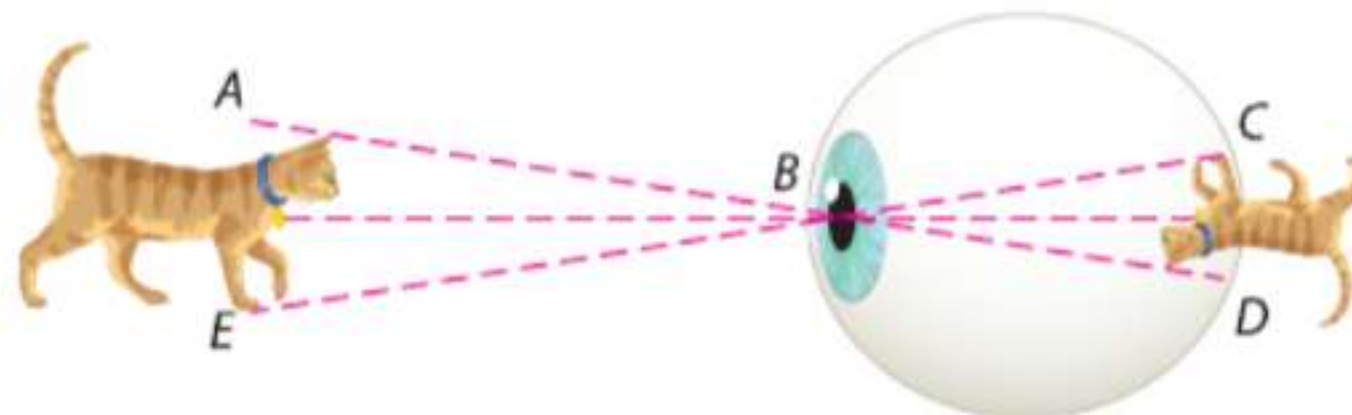


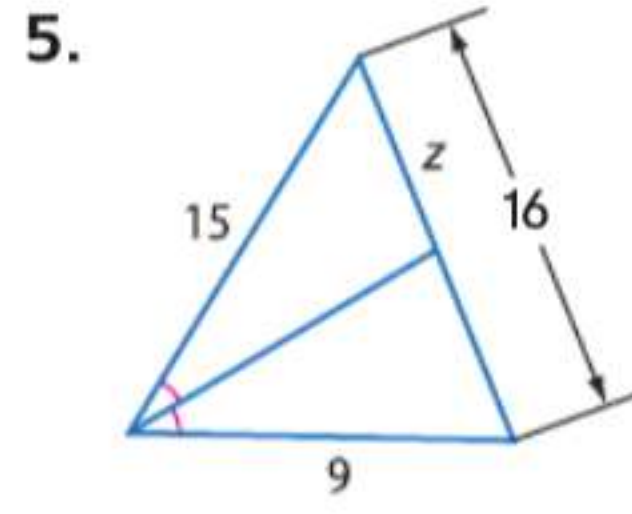
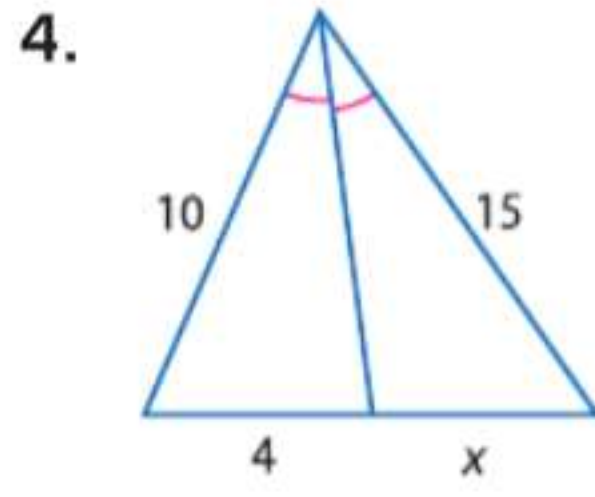
التحقق من فهمك

مثال 1 جد x .



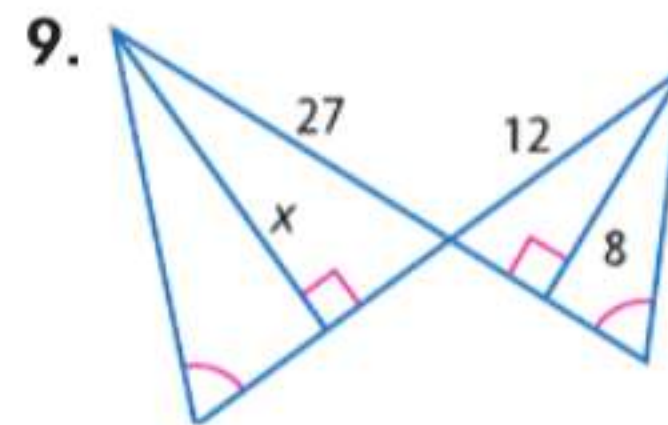
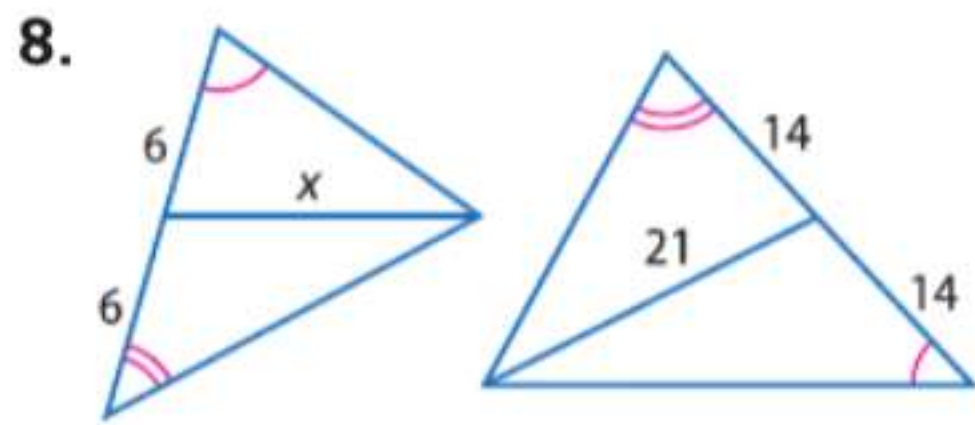
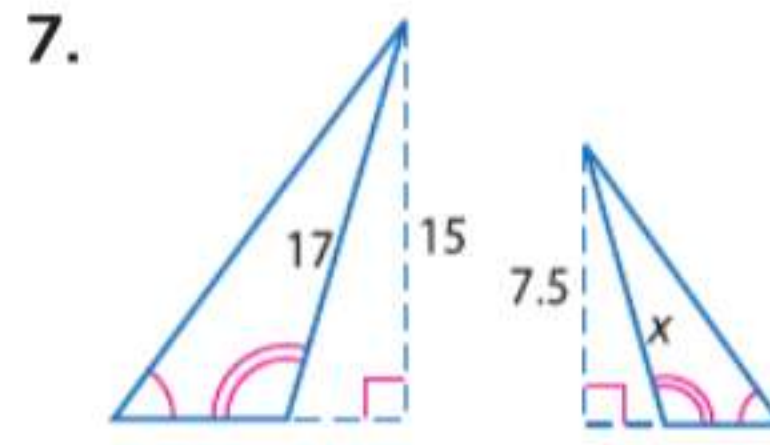
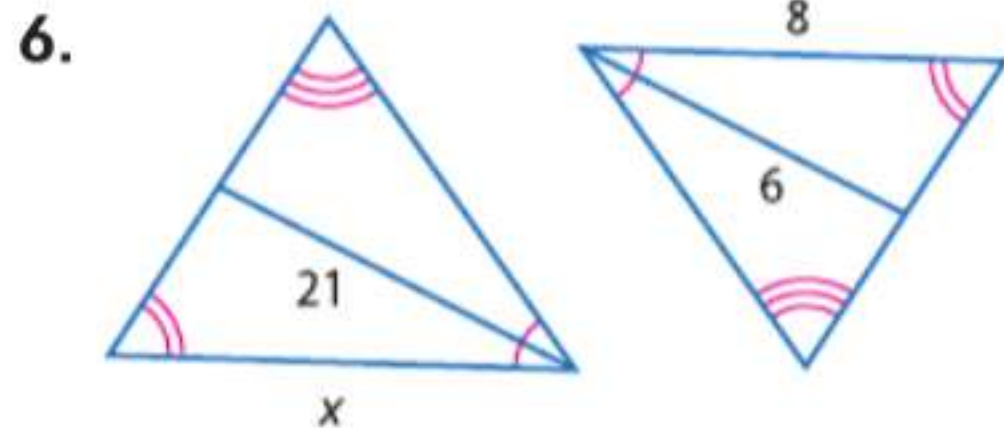
مثال 2 3. **الرؤية** قطعة طولها 24 cm تكوّن صورة شبكية تبلغ 7 mm طولاً. إذا كان $\triangle ABE \sim \triangle DBC$ وكانت المسافة من البؤبؤ إلى الصورة الشبكية تبلغ 25 mm. فكم يبعد البؤبؤ عن القطعة؟





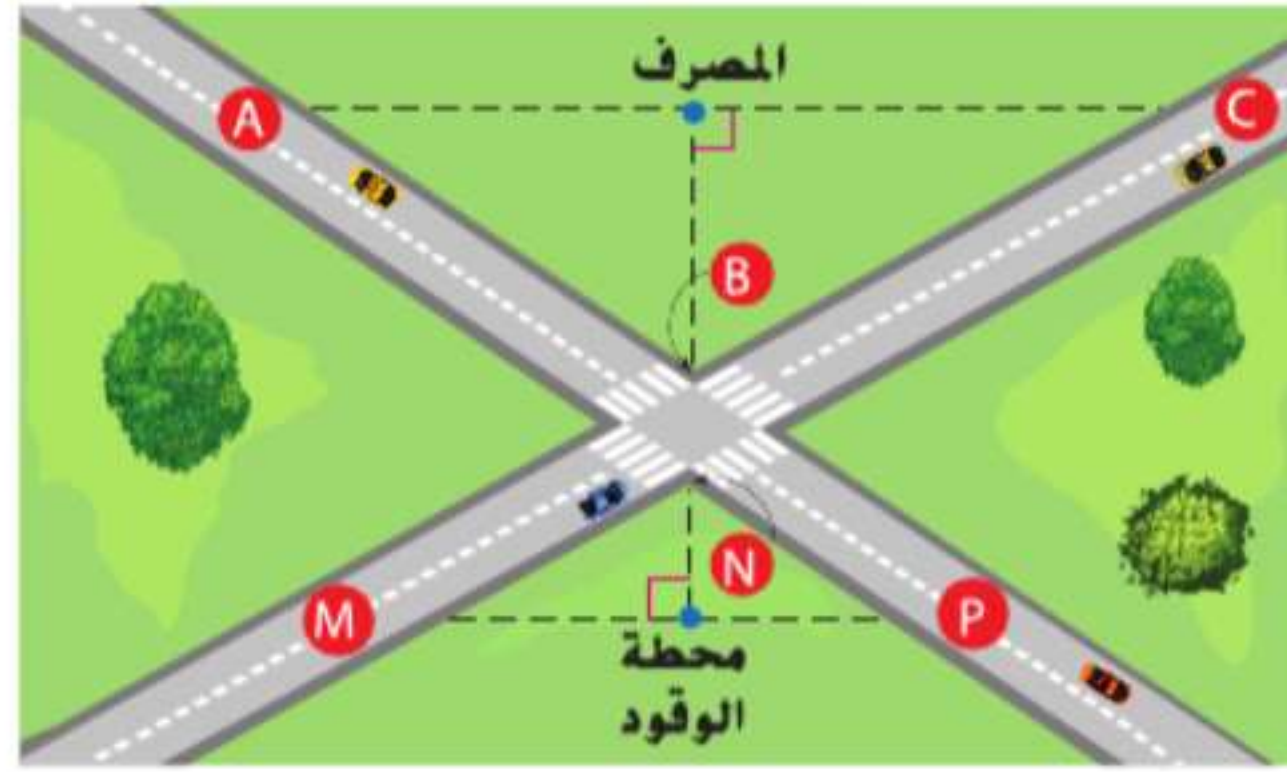
التمرين وحل المسائل

مثال 1 جد x .



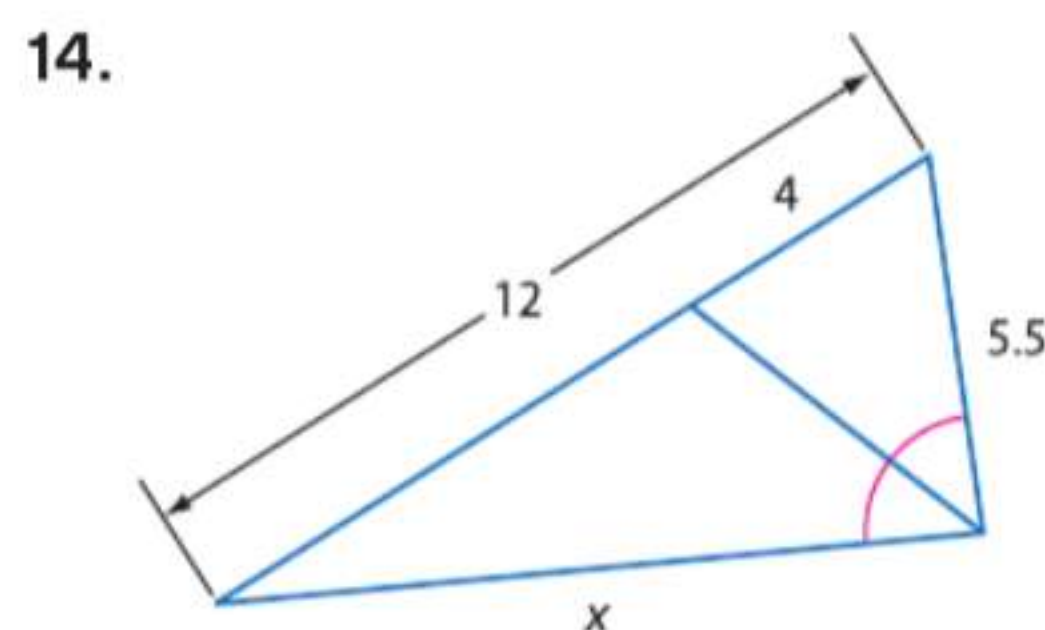
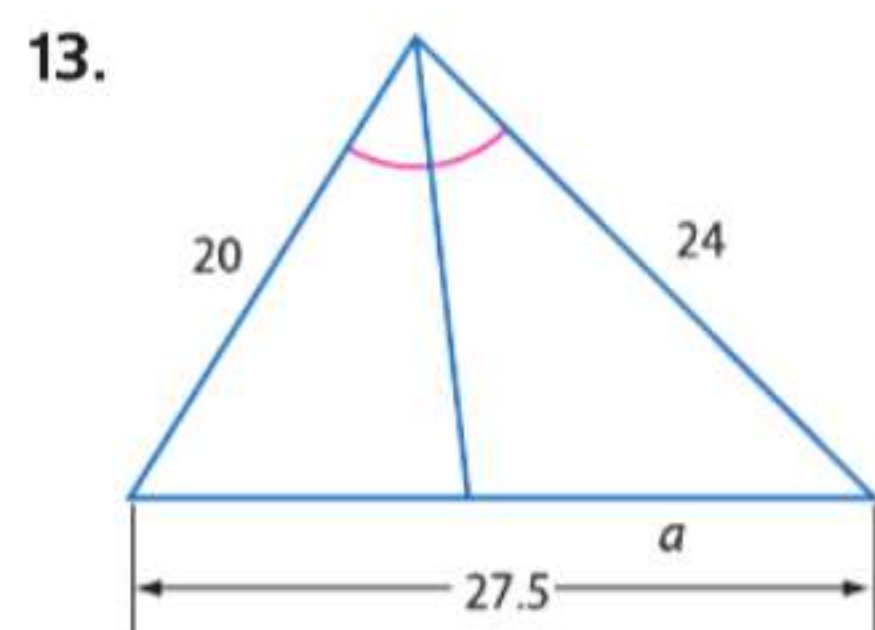
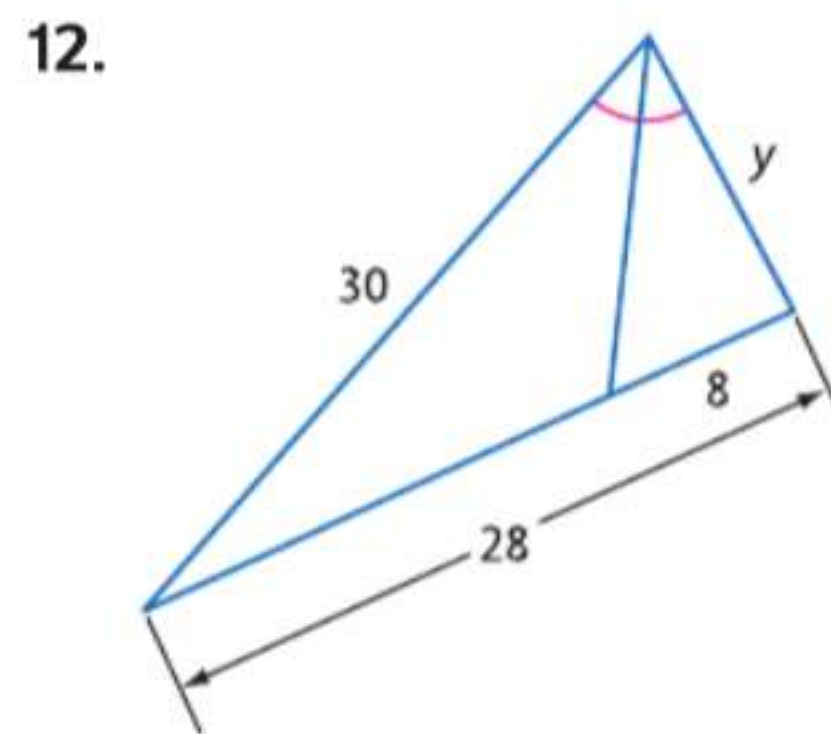
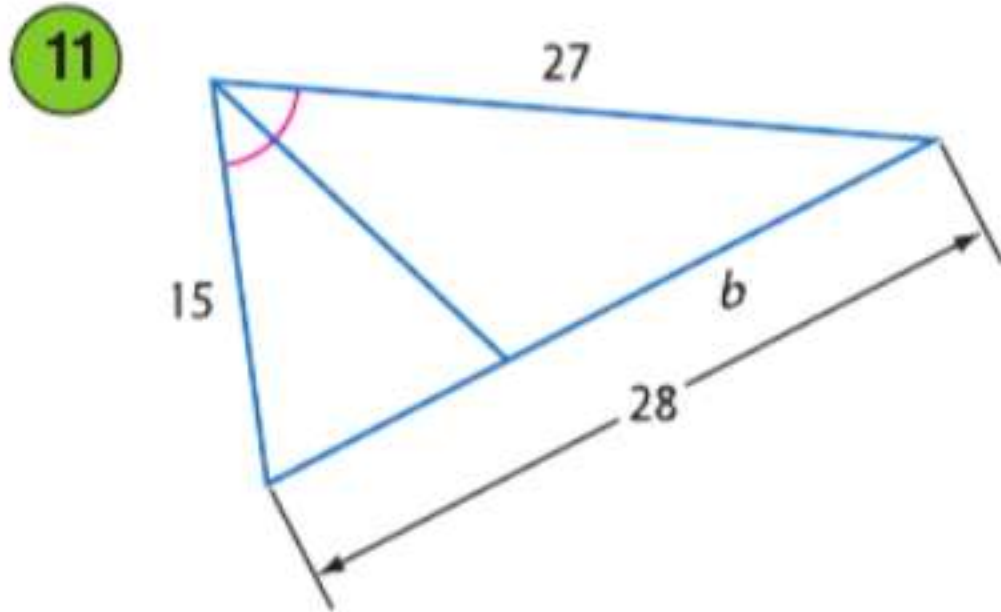
10. **الطرق** ينتج عن تقاطع الطريقين الموضحين مثلثان متشابهان. إذا كان AC يبلغ 382 ft و MP يبلغ 248 ft وتقع محطة الوقود على بعد 50 ft من التقاطع، فكم يبعد المصرف عن التقاطع؟

مثال 2

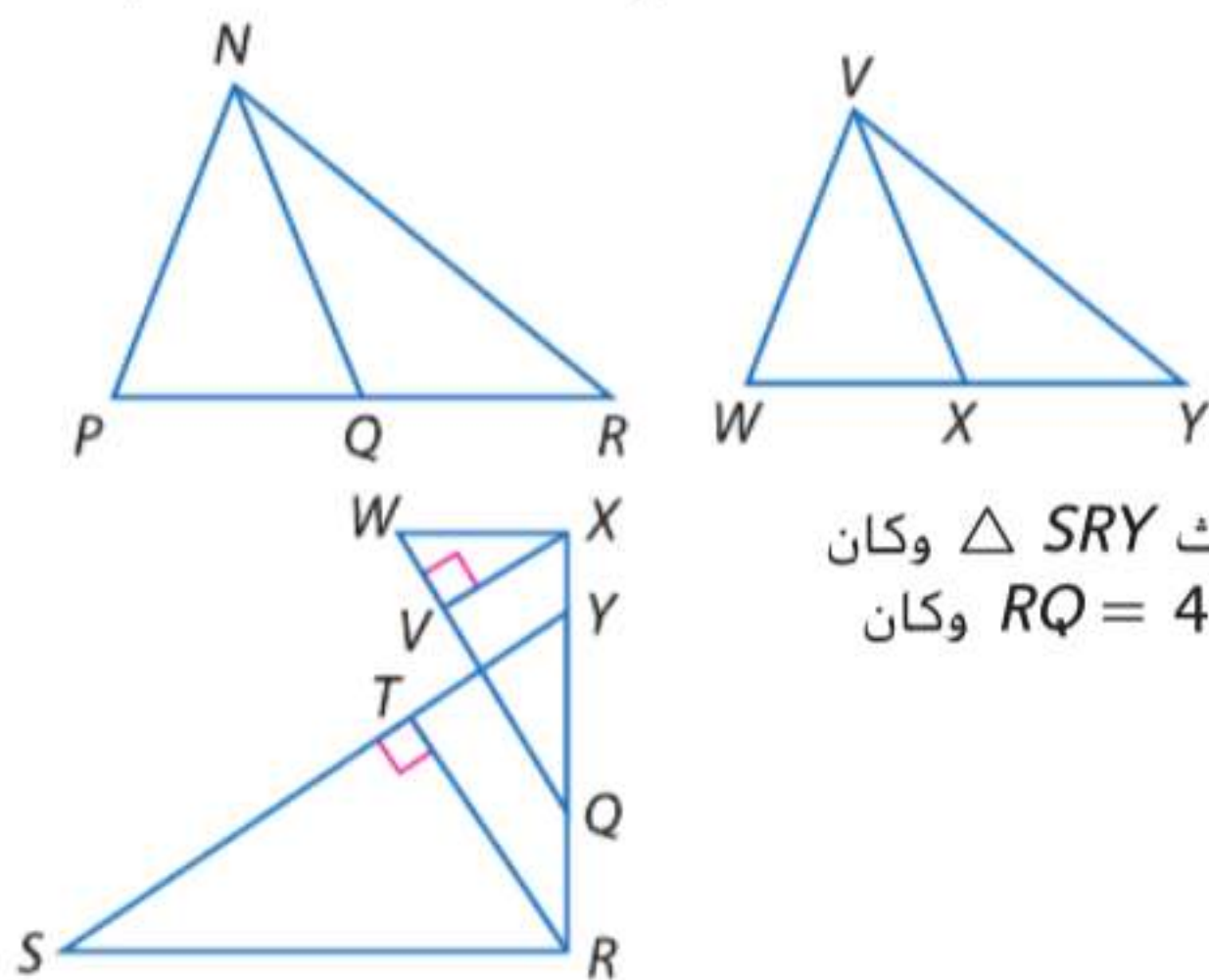


التفكير المنطقي جد قيمة كل متغير.

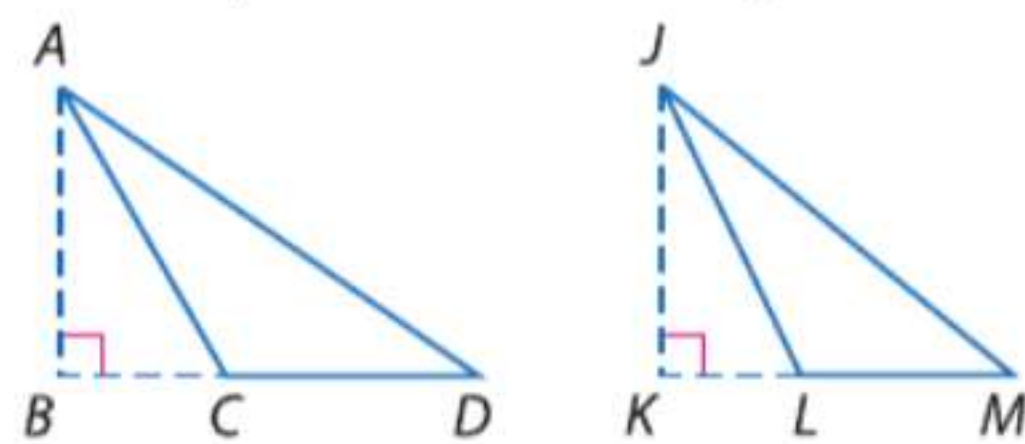
مثال 3



16. الجبر إذا كان \overline{NQ} و \overline{VX} متوسطان،
و $\triangle PNR \sim \triangle WVY$ و $NQ = 8$ و $PR = 12$ و
 $WX = 4x + 2$ و $WY = 7x - 1$. فجد x .



15. الجبر إذا كان \overline{JK} و \overline{AB} ارتفاعان،
 $AD = 4x - 8$ و $AB = 9$ و $\triangle DAC \sim \triangle MJL$
و $JK = 21$ و $JM = 5x + 3$. فجد x .

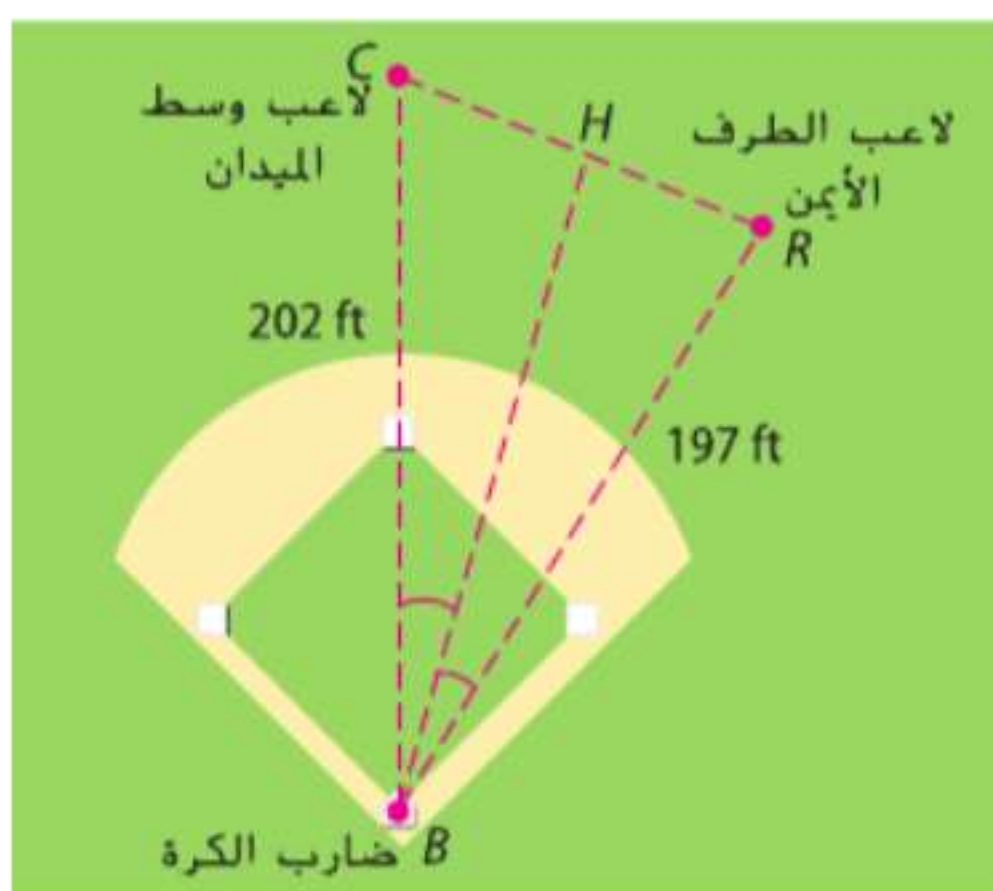
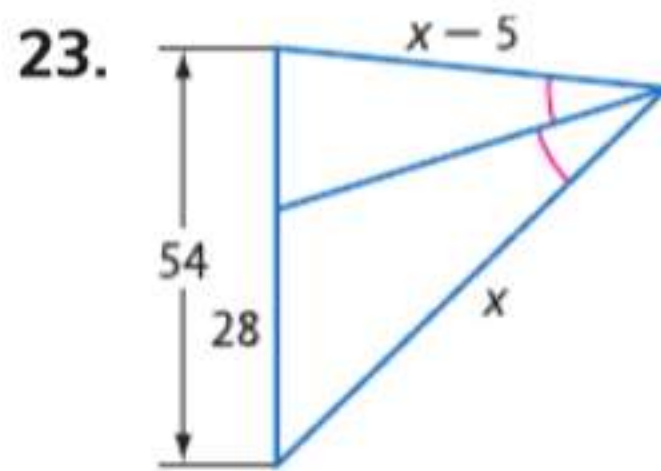
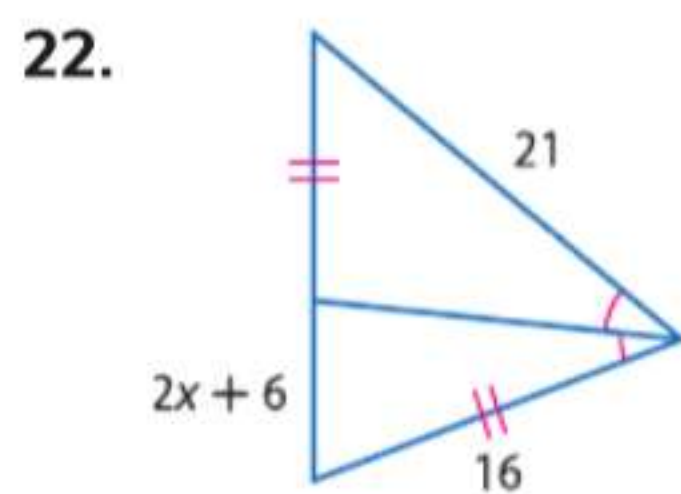
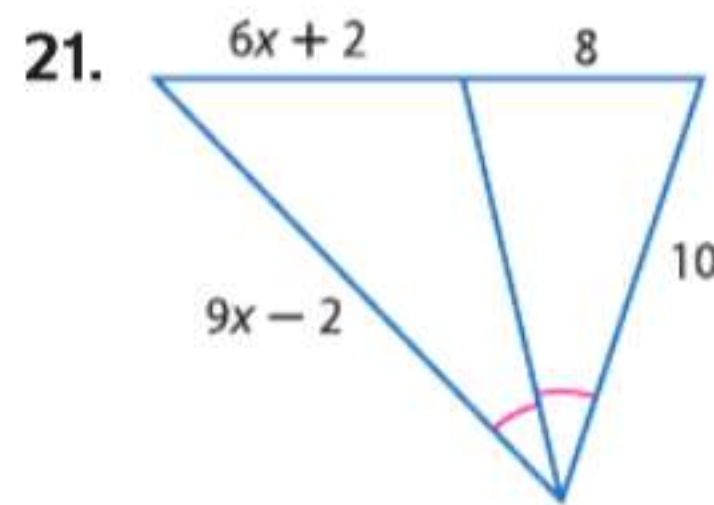
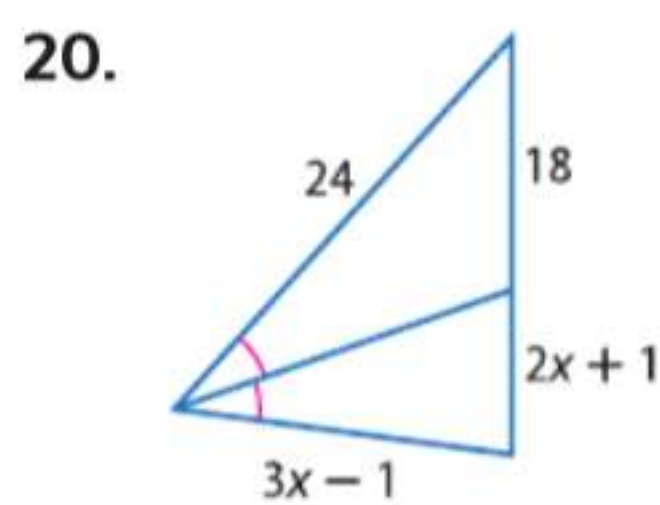


17. إذا كان $\triangle SRY \sim \triangle WXQ$ وكان ارتفاعا في المثلث $\triangle SRY$ وكان
 \overline{XV} ارتفاعا في المثلث $\triangle WXQ$ وكان $RT = 5$ وكان $RQ = 4$ وكان
 $QY = 6$ وكان $YX = 2$. فجد XV .

18. البرهان اكتب فقرة إثبات للنظرية 15.9.

19. البرهان اكتب إثباتاً من عمودين للنظرية 15.10.

الجبر جد x .



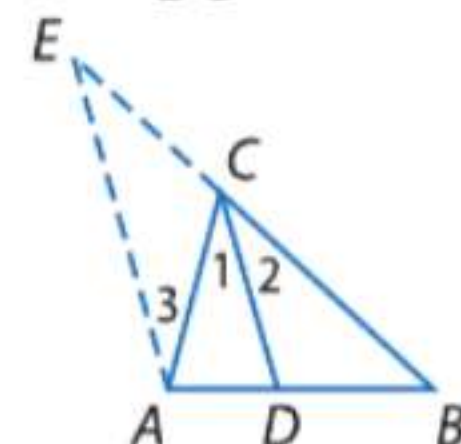
24. الرياضة ادرس المثلث الذي تشكل من المسار بين ضارب الكرة ولاعب وسط الميدان ولاعب الطرف الأيمن كما هو موضح. إذا حصل ضارب الكرة على ضربة تنصف المثلث عند $\angle B$. فمن أقرب للكرة، لاعب وسط الميدان أم لاعب الطرف الأيمن؟ اشرح استنتاجك.

الفرضيات اكتب برهاناً من عمودين.
25. النظرية 15.11

المعطيات: \overline{CD} ينصف $\angle ACB$.

حسب معطيات الشكل، $\overline{AE} \parallel \overline{CD}$.

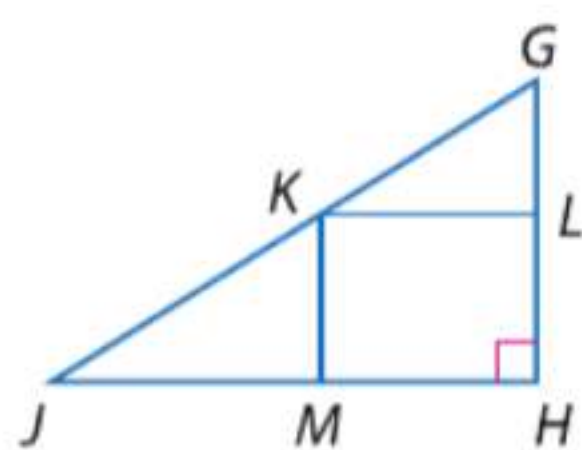
المطلوب: $\frac{AD}{DB} = \frac{AC}{BC}$



المعطيات: $\angle H$ زاوية قائمة.

L و K و M نقاط منتصف.

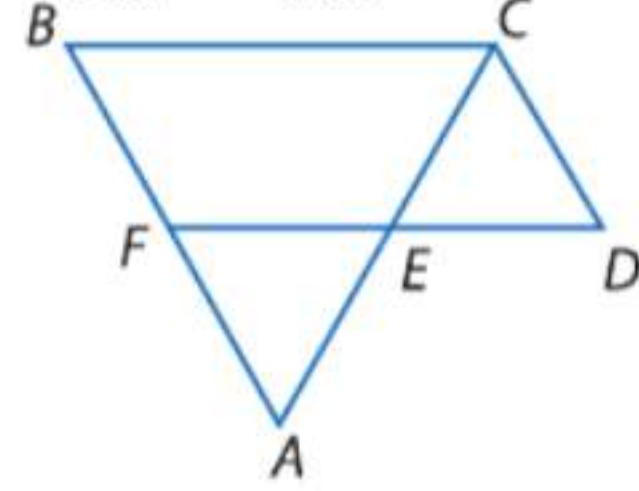
المطلوب: $\angle LKM$ زاوية قائمة.



البرهان اكتب برهاناً من عمودين.

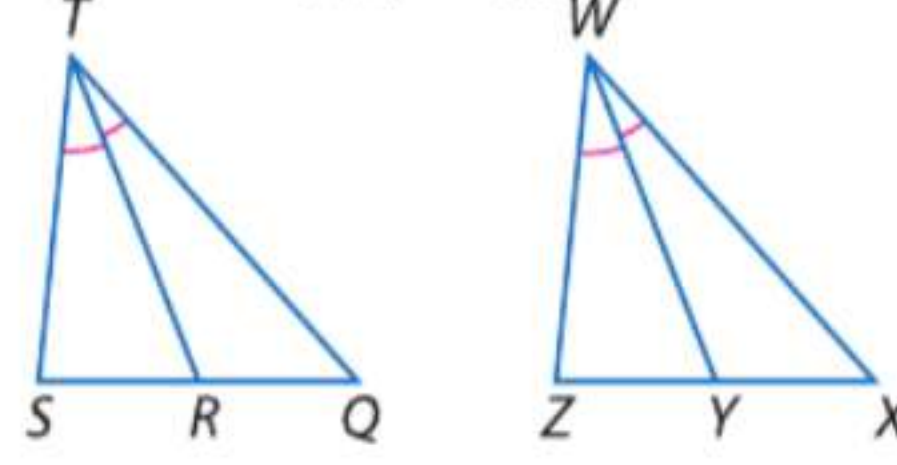
28. المعطيات: $\overline{FD} \parallel \overline{BC}$ و $\overline{BF} \parallel \overline{CD}$ و

\overline{AC} تنصف $\angle C$.
المطلوب: $\frac{DE}{EC} = \frac{BA}{AC}$



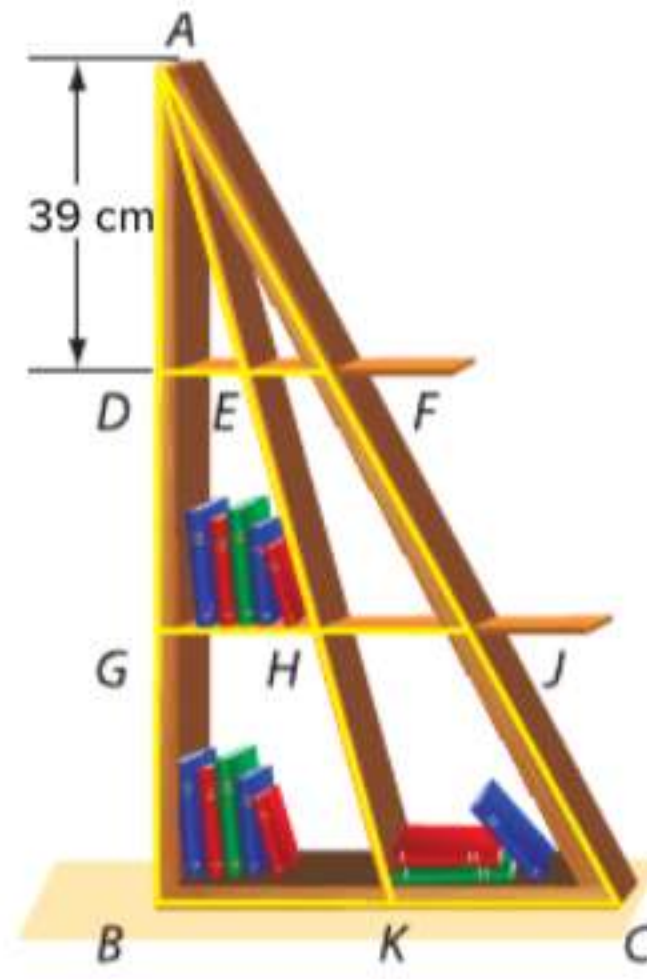
27. المعطيات: $\triangle QTS \sim \triangle XWZ$ و \overline{TR} و

\overline{WY} منصفات زاوية.
المطلوب: $\frac{TR}{WY} = \frac{QT}{XW}$



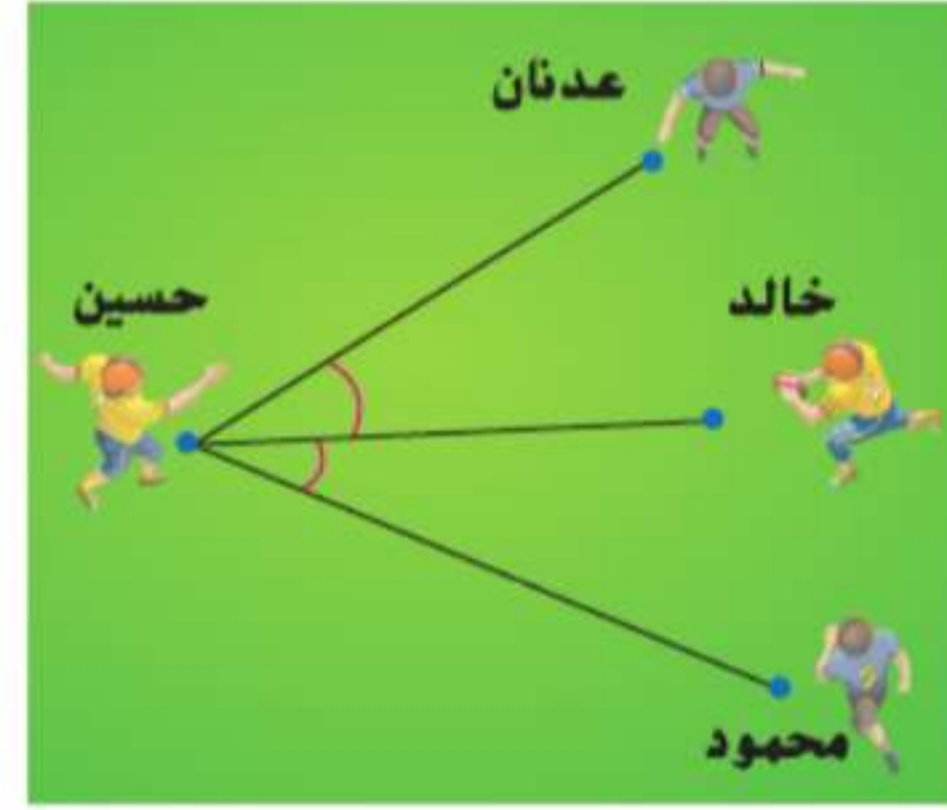
30. صناعة الرفوف في رف الكتب الموضح.

تبلغ المسافة بين كل رف 39 cm و \overline{AK} هو متوسط في $\triangle ABC$. إذا كان EF يبلغ 10 cm. فكم يبلغ BK ؟

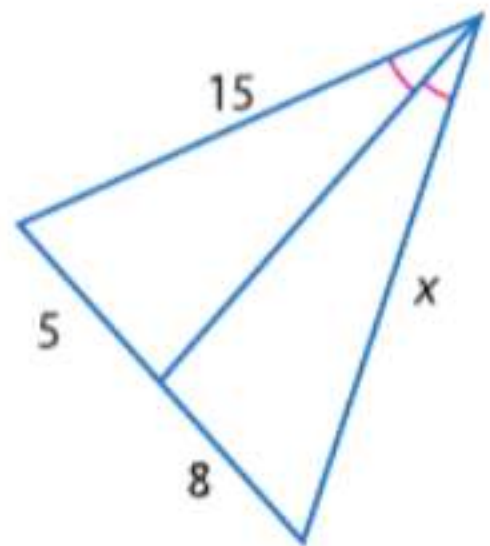


29. رياضة أثناء تمرين لكرة القدم، ركل

حسين الكرة في تمريرة لخالد كما هو موضح. إذا كان محمود على بعد أكثر من حسين عندما أكمل التمريرة لخالد وتحرك كل من عدنان ومحمود بنفس السرعة، فمن سيصل إلى خالد أولاً لإعاقته؟



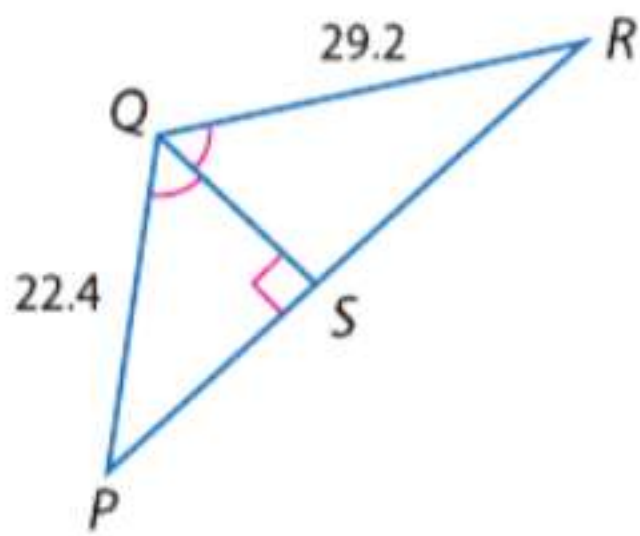
مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا



31. تحليل الخطأ يقوم كل من فيصل وفهد بتحديد قيمة x في الشكل. يقول فيصل، لإيجاد قيمة x ، يتم حل تناسب $\frac{5}{8} = \frac{15}{x}$. ولكن يرى فهد أنه لإيجاد x ، يجب حل تناسب $\frac{5}{x} = \frac{8}{15}$. فهل أيّ منهما على صواب؟ اشرح.

32. الفرضيات جـد مثالا عكسياً للعبارة التالية. اشرح.

إذا كان طول ارتفاع وضع في مثلث يتناسبان مع ارتفاع وضع متناظرين في مثلث آخر، إذا فالمثلثان متشابهان.



33. تجـد محيط $\triangle PQR$ يبلغ 94 وحدة. \overline{QS} ينصف $\angle PQR$. جـد \overline{PS} و \overline{RS} .

34. مسألة غير محددة الإجابة ارسم مثلثين بحيث تكون أطوال المتوسطات المتناظرة وضع متناظر متناسبة ولكن لا يكون المثلثان متشابهين.

35. الكتابة في الرياضيات قارن بين نظرية 15.9 ونظرية منتصف زوايا المثلث وبيّن الفرق بينهما.

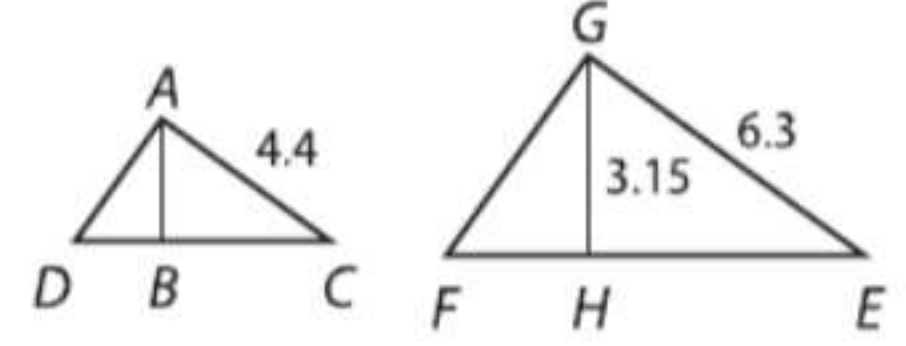
تدريب على الاختبارات المعيارية

38. الشكل الرباعي $HJKL$ هو عبارة عن متوازي أضلاع. إذا كانت الأقطار متعامدة، فأى عبارة هي الصحيحة؟
 F الشكل الرباعي $HJKL$ مربع.
 G الشكل الرباعي $HJKL$ مستطيل.
 H الشكل الرباعي $HJKL$ معين.
 J الشكل الرباعي $HJKL$ شبه منحرف متساوي الساقين.
39. **SAT/ACT** مجموع ثلاثة أعداد هو 180. اثنان من الأعداد متشابهان، وكل منهما يمثل ثلث العدد الأكبر. ما العدد الأقل؟
- A 15 D 45
 B 30 E 60
 C 36

36. الجبر أي من التالي يظهر 0.00234 مكتوبًا بالترميز العلمي؟

- A 2.34×10^5 C 2.34×10^{-2}
 B 2.34×10^3 D 2.34×10^{-3}

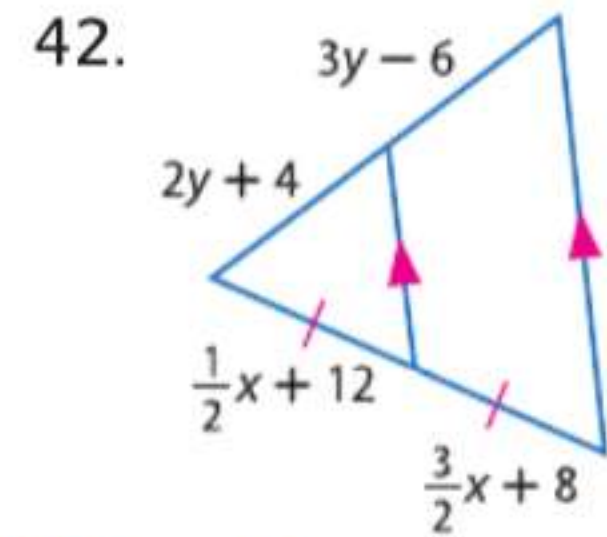
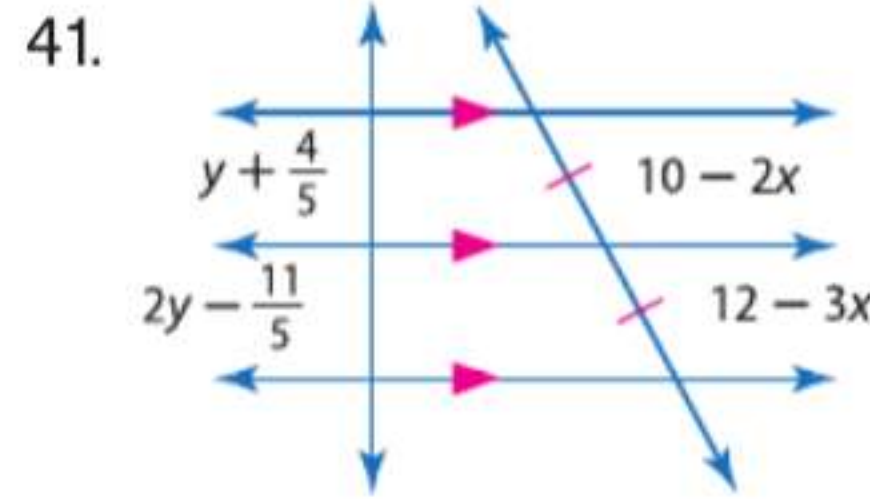
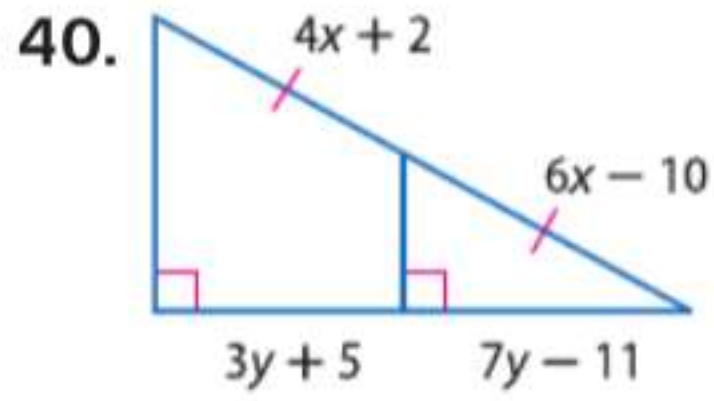
37. إجابة مختصرة في الشكل أدناه، $\overline{AB} \perp \overline{DC}$ و $\overline{GH} \perp \overline{FE}$.



إذا كان $\triangle ACD \sim \triangle GEF$ ، فجد AB .

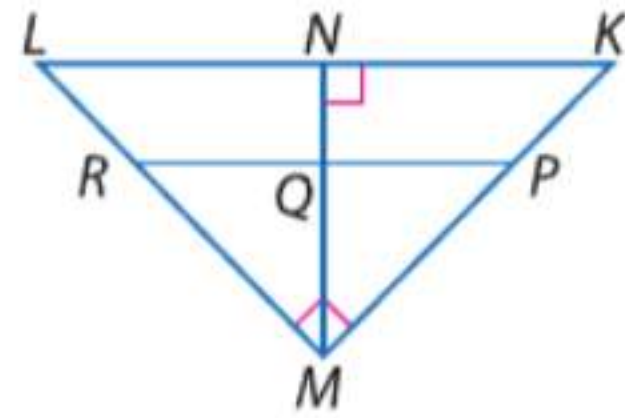
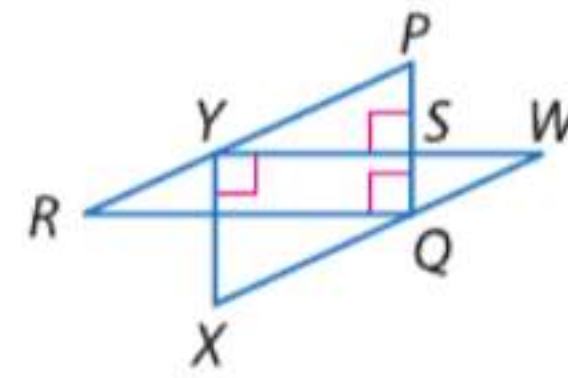
مراجعة شاملة

الجبر جد x و y . (الدرس 4-15)



جد أطوال القطع المشار إليها. (الدرس 3-15)

43. إذا كان $\overline{PR} \parallel \overline{KL}$ و $KN = 9$ و $LN = 16$ و $PM = 2(KP)$ ، فجد KP و KM و MR و ML و MN و PR .



45. الأوز ثمة سرب من الأوز يطير في تشكيلة ما. أثبت أن $\triangle EFG \cong \triangle HFG$ إذا كان $\overline{EF} \cong \overline{HF}$ وكانت G هي نقطة منتصف \overline{EH} . (الدرس 4-15)



مراجعة المهارات

جد المسافة بين كل زوجين من النقاط.

46. $E(-3, -2)$, $F(5, 8)$

47. $A(2, 3)$, $B(5, 7)$

48. $C(-2, 0)$, $D(6, 4)$

49. $W(7, 3)$, $Z(-4, -1)$

50. $J(-4, -5)$, $K(2, 9)$

51. $R(-6, 10)$, $S(8, -2)$



مختبر الهندسة الأنماط الهندسية المتكررة

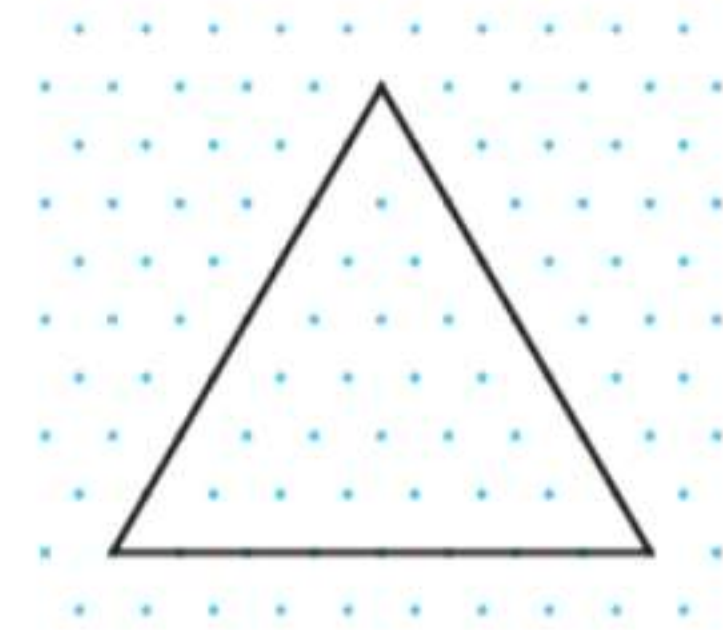
15-5

التوسع

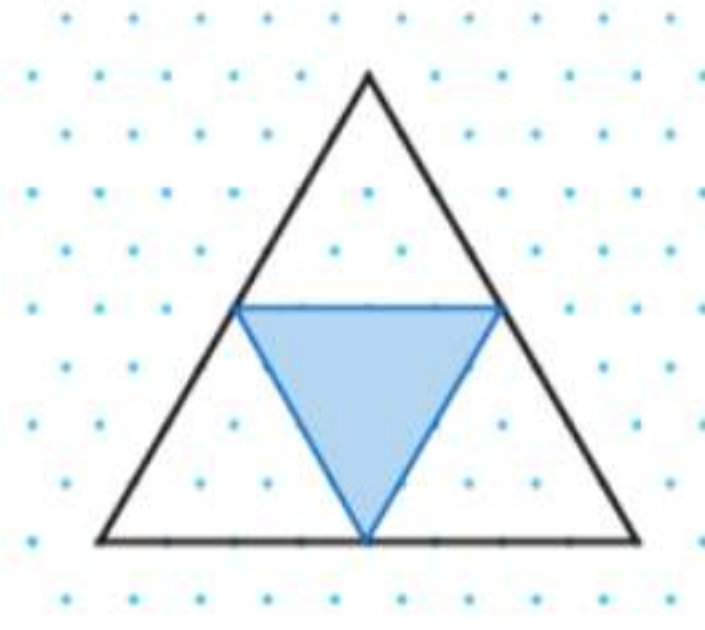
النمط الهندسي المتكرر هو شكل هندسي يشكل باستخدام التكرارية. **التكرارية** هي عملية تكرار نفس العملية مرّات ومرّات عديدة. الأنماط الهندسية المتكررة **ذاتية التماثل**. أي أن التفاصيل الصغيرة للشكل لها نفس الخصائص الهندسية التي للشكل الأصلي.

النشاط 1

المرحلة 0 ارسم مثلثًا متساوي الأضلاع على ورقة منقوطة متساوية القياس بحيث يبلغ طول كل ضلع 8 وحدات.



المرحلة 1 وصل نقاط منتصف الأضلاع لتشكيل مثلث آخر. ظلل المثلث المركزي.



المرحلة 2 كرر العملية مستخدمًا المثلثات الثلاثة غير المظللة. وصل نقاط منتصف الأضلاع لتشكيل ثلاثة مثلثات أخرى.



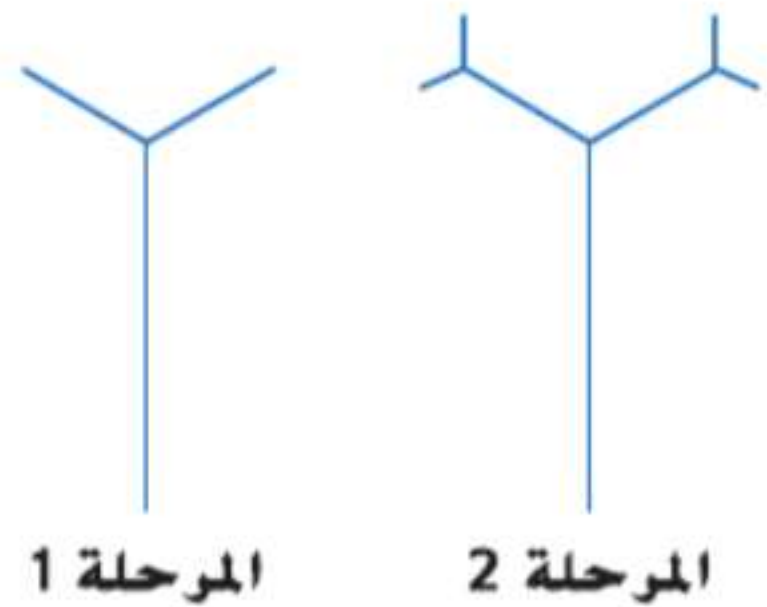
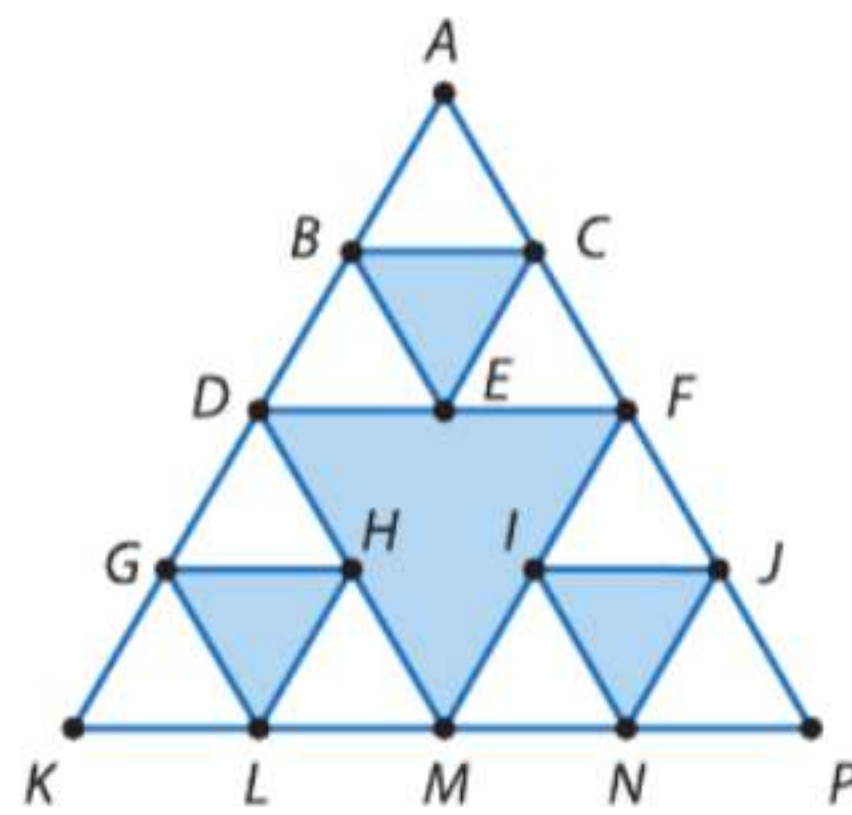
إذا كررت هذه العملية بشكل غير متناو، فالشكل المتكون يسمى مثلث سيربنسكي.

تحليل النتائج

1. إذا واصلت العملية، فكم عدد المثلثات غير المظللة التي ستحصل عليها بالمرحلة 3؟
2. ما محيط المثلث غير المظلل في المرحلة 4؟
3. إذا واصلت العملية بلا نهاية، فماذا سيحدث محيطات المثلثات غير المظللة؟
4. **تحدي** أكمل البرهان أدناه.

المعطيات: $\triangle KAP$ مثلث متساوي الأضلاع. D و F و M و B و C و E نقاط منتصف \overline{KA} و \overline{AP} و \overline{PK} و \overline{DA} و \overline{AF} و \overline{FD} . على الترتيب.

المطلوب: $\triangle BAC \sim \triangle KAP$



5. يمكن رسم شجرة متكررة من خلال رسم فرعين جديدين من طرف كل فرع أصلي، وكل فرع يمثل ثلث الفرع السابق.
 - a. ارسم المرحلتين 3 و 4 لشجرة متكررة. كم إجمالي الفروع التي سنحصل عليها من المرحلة 1 حتى المرحلة 4؟ (لا تقم بعد الجذوع).
 - b. اكتب تعبيرًا لتوقع عدد الفروع في كل مرحلة.

(يُتبع في الصفحة التالية)

مختبر الهندسة الأنماط الهندسية المتكررة متابعة

لا تنطوي جميع عمليات التكرار على التلاعب بالأشكال الهندسية. ولكن بعض عمليات التكرار قد تفسر على أنها صيغ أو معادلات جبرية، تشبه التعبير الذي كتبه بالتمرين 5 في الصفحة السابقة.

النشاط 2

مثلث باسكال هو نمط عددي بحيث يبدأ كل صف وينتهي برقم 1 وباقي الحدود الأخرى بالصف تعتبر مجموع العددين في الأعلى. جـد صيغة بدلالة رقم الصف لأي صف في مثلث باسكال.

الخطوة 1	الخطوة 2	الخطوة 3																								
ارسم صفوفًا من 1 حتى 5 من مثلث باسكال.	جـد مجموع القيم في كل صف.	جـد نمطا باستخدام رقم الصف الذي يمكن استخدامه لتحديد مجموع أي صف.																								
<table border="1"> <thead> <tr> <th>صف</th> <th>مثلث باسكال</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>1 1</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>1 2 1</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>1 3 3 1</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>1 4 6 4 1</td> </tr> </tbody> </table>	صف	مثلث باسكال	1	1	2	1 1	3	1 2 1	4	1 3 3 1	5	1 4 6 4 1	<table border="1"> <thead> <tr> <th>المجموع</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> </tr> <tr> <td>2</td> </tr> <tr> <td>4</td> </tr> <tr> <td>8</td> </tr> <tr> <td>16</td> </tr> </tbody> </table>	المجموع	1	2	4	8	16	<table border="1"> <thead> <tr> <th>نمط</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$2^0 = 2^1 - 1$</td> </tr> <tr> <td>$2^1 = 2^2 - 1$</td> </tr> <tr> <td>$2^2 = 2^3 - 1$</td> </tr> <tr> <td>$2^3 = 2^4 - 1$</td> </tr> <tr> <td>$4^2 = 2^5 - 1$</td> </tr> </tbody> </table>	نمط	$2^0 = 2^1 - 1$	$2^1 = 2^2 - 1$	$2^2 = 2^3 - 1$	$2^3 = 2^4 - 1$	$4^2 = 2^5 - 1$
صف	مثلث باسكال																									
1	1																									
2	1 1																									
3	1 2 1																									
4	1 3 3 1																									
5	1 4 6 4 1																									
المجموع																										
1																										
2																										
4																										
8																										
16																										
نمط																										
$2^0 = 2^1 - 1$																										
$2^1 = 2^2 - 1$																										
$2^2 = 2^3 - 1$																										
$2^3 = 2^4 - 1$																										
$4^2 = 2^5 - 1$																										

تحليل النتائج

- اكتب صيغة لمجموع S لأي صف n في مثلث باسكال.
- ما مجموع القيم الموجودة بالصف الثامن لمثلث باسكال؟

تمارين

اكتب صيغة لـ $f(x)$.

8.

x	2	4	6	8	10
$f(x)$	3	7	11	15	19

9.

x	0	5	10	15	20
$f(x)$	0	20	90	210	380

10.

x	1	2	4	8	10
$f(x)$	1	0.5	0.25	0.125	0.1

11.

x	4	9	16	25	36
$f(x)$	5	6	7	8	9

12. **تحديد** يمثل الشكل النمطي أدناه تسلسلاً لأعداد شكلية تسمى الأعداد المثلثة. كم عدد النقاط التي نحصل عليها بالحد الثامن من المتتالية؟ هل من الممكن كتابة صيغة تستخدم لتحديد عدد النقاط في العدد المثلثي n في المتتالية؟ إذا كان الجواب بنعم، فاكتب الصيغة. وإن لم يكن كذلك، فاشرح السبب.



لماذا؟

الحالي

السابق



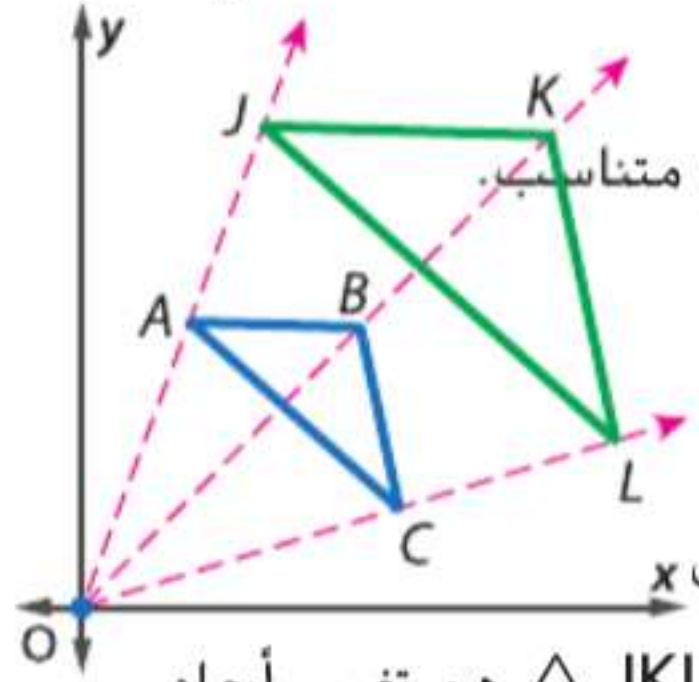
تستخدم عايشة آلة تصوير لتكبير تذكرة فيلم لتستخدمها خلفية في صفحة بكتيب قصاصات تذاكر الأفلام الخاص بها. وضعت التذكرة على زجاجة آلة التصوير. ومن ثم لا بد أن تقرر النسبة المئوية المراد إدخالها لعمل نسخة أكبر ثلاث مرات من التذكرة الأصلية.

1 تحديد تحويلات التشابه.

2 التحقق من التشابه بعد تحويل التشابه.

لقد تعرفت على تحويلات التطابق.

1 تحديد تحويلات التشابه تذكر من الدرس 4-15 أن التحويل هو عملية رسم الشكل الأصلي. إلى شكل جديد يُسمى الصورة.



تغيير الأبعاد (التمدد) هو تحويل يقوم بتكبير أو تصغير الشكل الأصلي بشكل متناسيب. ولأن تغيير الأبعاد ينتج عنه شكل مشابه، فإنه يعتبر نوعاً من تحويل التشابه.

يحدث تغيير الأبعاد حول نقطة ثابتة تسمى مركز تغيير الأبعاد (التمدد).

يصف معامل مقياس تغيير الأبعاد (التمدد) مدى تغيير الأبعاد. معامل المقياس هو نسبة الطول الموجود بالصورة إلى الطول الموجود بالشكل الأصلي.

$\triangle JKL$ هو تغيير أبعاد للمثلث $\triangle ABC$.
مركز تغيير الأبعاد: $(0, 0)$
معامل المقياس: $\frac{JK}{AB}$

عادة ما يمثل الحرف k معامل مقياس تغيير الأبعاد. تحدد قيمة k ما إذا كان تغيير الأبعاد سيؤدي إلى التكبير أم التصغير.

المفردات الجديدة

تغيير الأبعاد dilation

تحويل التشابه

similarity transformation

مركز تغيير الأبعاد (التمدد)

center of dilation

معامل تغيير الأبعاد (التمدد)

scale factor of a dilation

تكبير enlargement

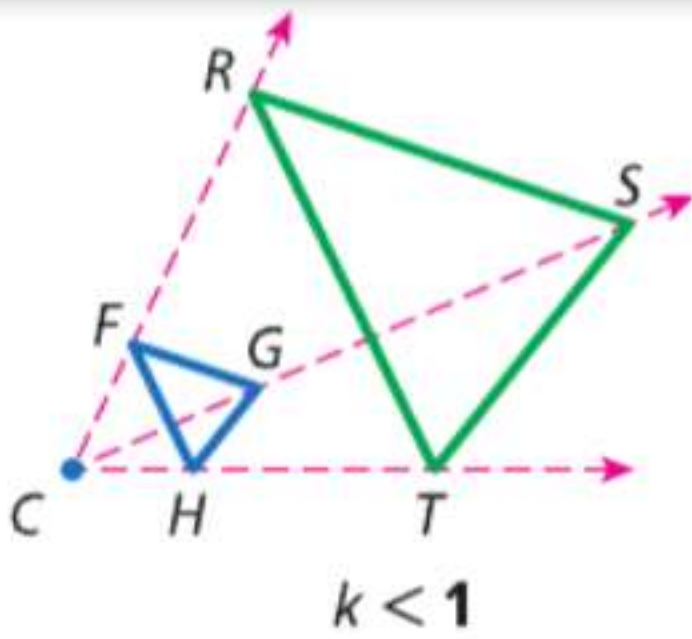
تصغير reduction

ممارسات في الرياضيات

مراعاة الدقة.

استخدام نماذج الرياضيات.

ملخص المفهوم أنواع تغيير الأبعاد (التمدد)

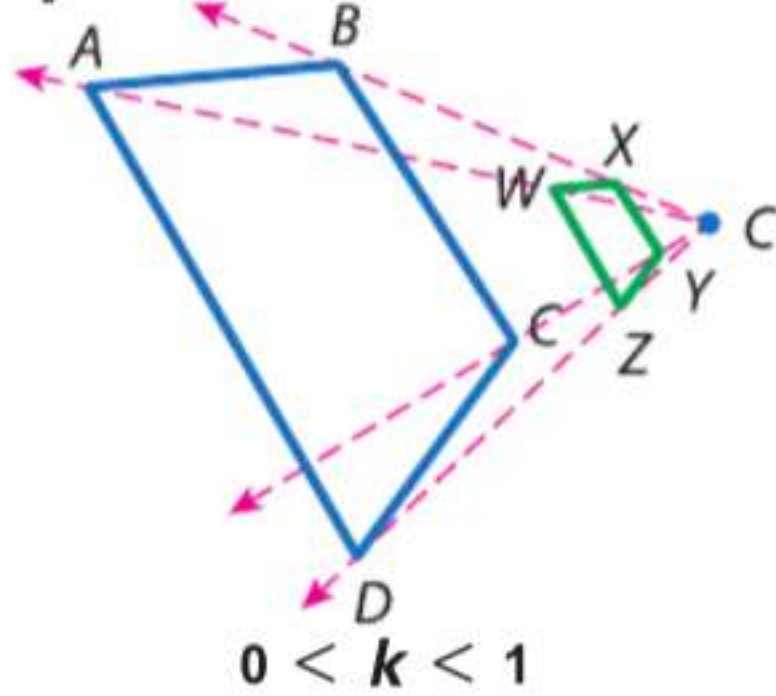


تغيير الأبعاد الذي له معامل مقياس أكبر من 1 ينتج عنه تكبير. أو صورة أكبر من الشكل الأصلي.

رموز إذا كان $k > 1$. فينتج عن تغيير الأبعاد تكبير.

مثال تم تغيير أبعاد $\triangle FGH$ بمعامل مقياس يبلغ 3 لينتج $\triangle RST$. بما أن $3 > 1$. فإن $\triangle RST$ هو تكبير للمثلث $\triangle FGH$.

تغيير الأبعاد الذي له معامل مقياس بين 0 و 1 ينتج عنه تصغير. أي صورة أصغر من الشكل الأصلي.



رموز إذا كان $0 < k < 1$. فينتج عن تغيير الأبعاد تصغير.

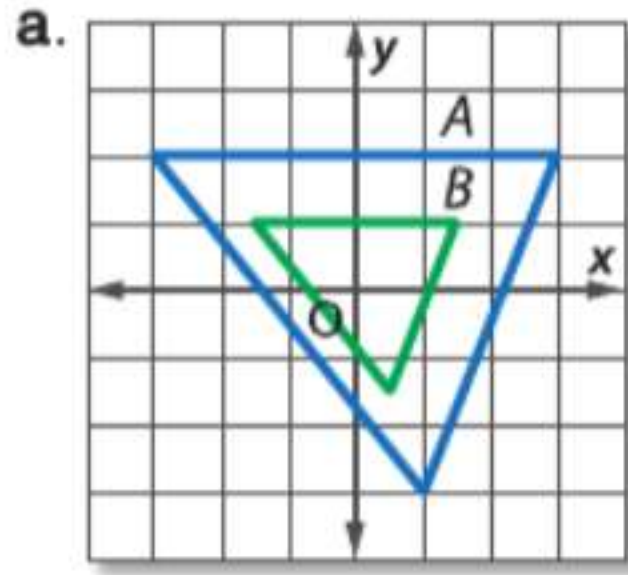
مثال تم تغيير أبعاد ABCD بمعامل مقياس يبلغ $\frac{1}{4}$

لينتج WXYZ. بما أن $0 < \frac{1}{4} < 1$. فإن

WXYZ هو تصغير ABCD.

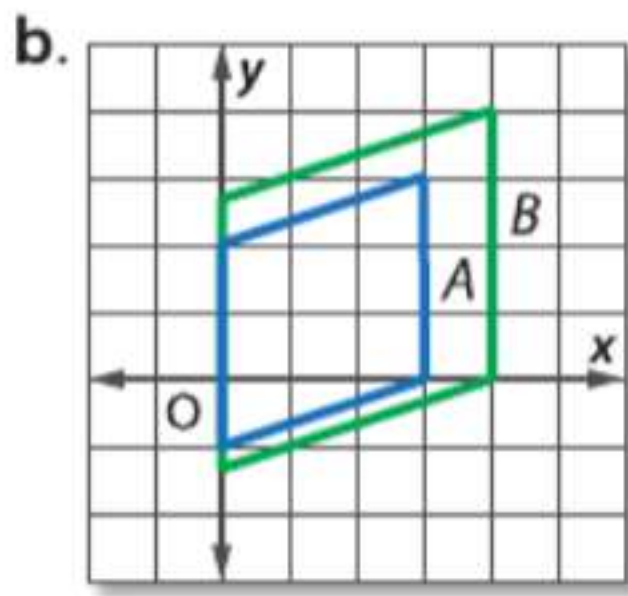
مثال 1 تحديد تغيير الأبعاد (التمدد) وإيجاد معامل المقياس له

حدد ما إذا كان تغيير الأبعاد (التمدد) من A إلى B هو تكبير أم تصغير. ثم جسد معامل مقياس تغيير الأبعاد (التمدد).



B أصغر من A . إذا فتغيير الأبعاد (التمدد) هو تصغير.

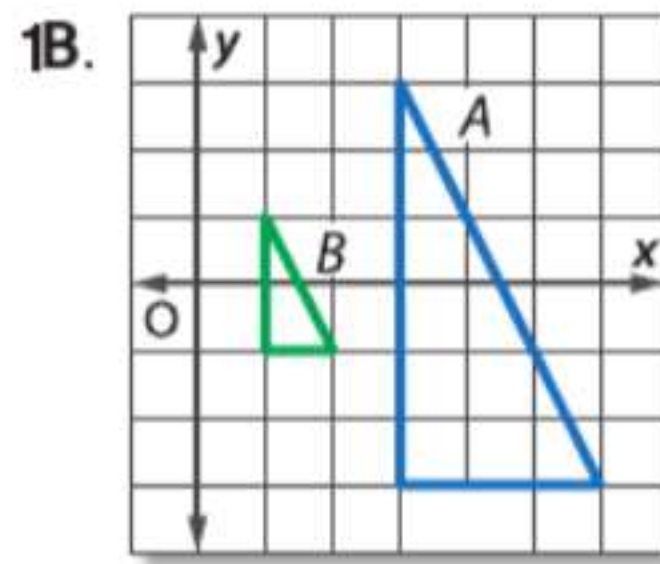
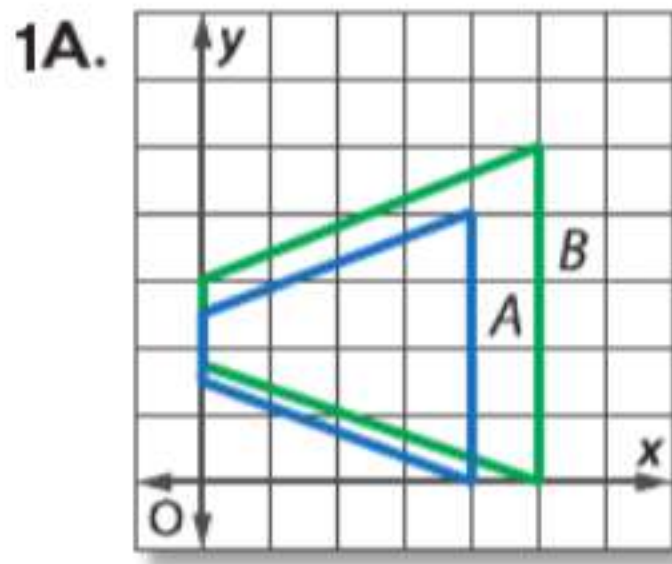
المسافة بين الرأسين عند $(-3, 2)$ و $(3, 2)$ بالنسبة إلى A هي 6 ومن الرأسين عند $(-1.5, 1)$ و $(1.5, 1)$ بالنسبة إلى B هي 3 . إذا فمعامل المقياس هو $\frac{3}{6}$ أو $\frac{1}{2}$.



B أكبر من A . لذا فتغيير الأبعاد (التمدد) هو تكبير.

المسافة بين الرأسين عند $(3, 0)$ و $(3, 3)$ بالنسبة إلى A هي 3 وبين الرأسين عند $(4, 0)$ و $(4, 4)$ بالنسبة إلى B هي 4 . إذا فمعامل المقياس هو $\frac{4}{3}$.

تمرين موجّه



تستخدم تغييرات الأبعاد ومعاملات المقياس في العديد من المواقف من الحياة اليومية.

مثال 2 من الحياة اليومية إيجاد معامل المقياس واستخدامه



الطول: $6.4 \text{ cm} \times 300\% = 19.2 \text{ cm}$

الجمع راجع بداية الدرس. كم تبلغ النسبة المئوية للتكبير التي يجب على عائشة اتباعها لتكبير التذكرة بحيث تبلغ أبعاد الصورة 3 مرات أكبر من الأصلية؟ فما أبعاد الصورة المكبرة؟

تريد عائشة إنشاء صورة ذات تغيير أبعاد للتذكرة باستخدام آلة التصوير. معامل مقياس التكبير هو 3 . اكتب كنسبة مئوية، بحيث يكون معامل المقياس $(3 \times 100)\%$ أو 300% . والآن جسد أبعاد الصورة المكبرة باستخدام معامل المقياس.

العرض: $5 \text{ cm} \times 300\% = 15 \text{ cm}$

ستكون صورة التذكرة المكبرة 15 cm في 19.2 cm .

تمرين موجّه

2. إن كانت صورة التذكرة الناتجة يبلغ عرضها 1.5 cm وطولها حوالي 1.9 cm . فما النسبة المئوية التي استخدمتها عائشة بالخطأ في تغيير أبعاد الشكل الأصلي؟ اشرح استنتاجك.

نصيحة دراسية

التمثيلات المتعددة يمكن التعبير عن معامل مقياس تغيير الأبعاد (التمدد) في صورة كسر أو كسر عشري أو نسبة مئوية. على سبيل المثال، فإن معامل مقياس $\frac{2}{5}$ يمكن أن يكتب أيضا 0.4 أو 40% .

الربط بالحياة اليومية

قبل هيو وينج فات منافسة تحدي بجمع أكبر عدد من كعوب التذاكر لفيلم خيالي شهير. جمع 6561 كعب تذكرة في 38 يوما!
المصدر: مجلة "بوت 2"، إصدارات النجوم

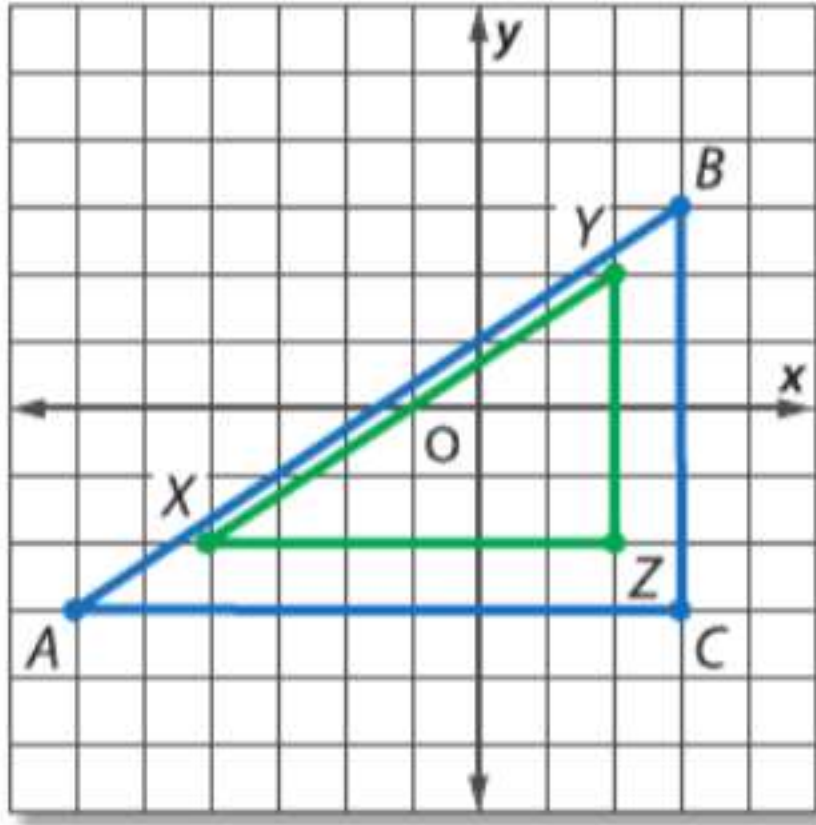
2 التحقق من التشابه

يمكنك التحقق من أن تغيير الأبعاد ينتج شكلاً مشابهاً من خلال مقارنة الأضلاع والزوايا المتناظرة. بالنسبة للمثلثات، يمكنك أيضاً استخدام تشابه SAS.

مثال 3 التحقق من التشابه بعد تغيير الأبعاد (التمدد)

ارسم الشكل الأصلي والصورة بعد تغيير الأبعاد (التمدد). ثم تحقق من أن تغيير الأبعاد هو تحويل تشابه.

a. الشكل الأصلي: $A(-6, -3)$, $B(3, 3)$, $C(3, -3)$; الصورة: $X(-4, -2)$, $Y(2, 2)$, $Z(2, -2)$



b $\angle C$ و $\angle Z$ كلاهما زوايا قائمة، فإن $\angle C \cong \angle Z$. أثبت أن أطوال الأضلاع التي تتضمن $\angle C$ و $\angle Z$ متناسبة.

استخدم الشبكة الإحداثية لإيجاد أطوال الأضلاع.

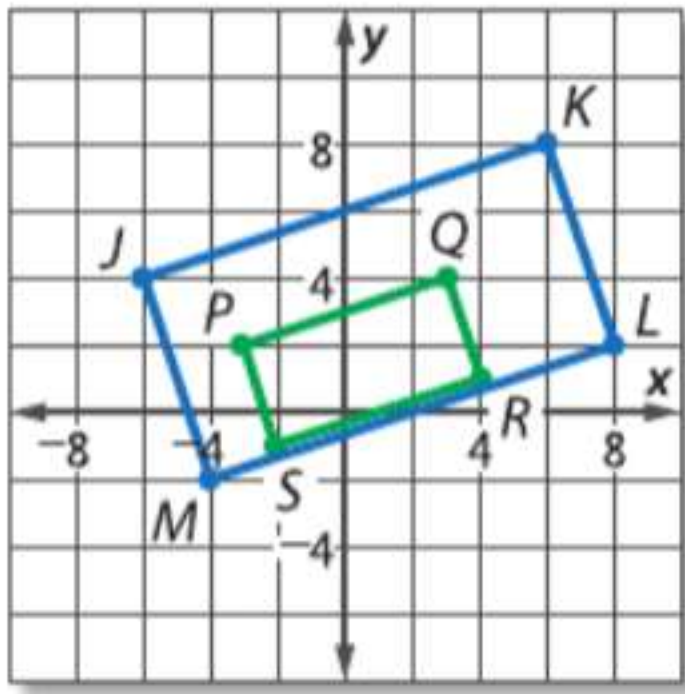
$$\frac{XZ}{AC} = \frac{YZ}{BC} \quad \text{أو} \quad \frac{YZ}{BC} = \frac{4}{6} \quad \text{أو} \quad \frac{2}{3} \quad \text{إذ} \quad \frac{XZ}{AC} = \frac{6}{9}$$

بما أن أطوال الأضلاع التي تتضمن الزاوية $\angle C$ والزاوية $\angle Z$ متناسبة، فإن $\triangle XYZ \cong \triangle ABC$ حسب تشابه SAS.

b. الشكل الأصلي: $J(-6, 4)$, $K(6, 8)$, $L(8, 2)$, $M(-4, -2)$ ؛

الصورة: $P(-3, 2)$, $Q(3, 4)$, $R(4, 1)$, $S(-2, -1)$

استخدم قانون المسافة لإيجاد طول كل ضلع.



$$JK = \sqrt{[6 - (-6)]^2 + (8 - 4)^2} = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$$

$$PQ = \sqrt{[3 - (-3)]^2 + (4 - 2)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$KL = \sqrt{(8 - 6)^2 + (2 - 8)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$QR = \sqrt{(4 - 3)^2 + (1 - 4)^2} = \sqrt{10}$$

$$LM = \sqrt{(-4 - 8)^2 + (-2 - 2)^2} = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$$

$$RS = \sqrt{(-2 - 4)^2 + (-1 - 1)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$MJ = \sqrt{[-6 - (-4)]^2 + [4 - (-2)]^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$SP = \sqrt{[-3 - (-2)]^2 + [2 - (-1)]^2} = \sqrt{10}$$

جد نسب الأضلاع المتناظرة وقارن بينهما.

$$\frac{PQ}{JK} = \frac{2\sqrt{10}}{4\sqrt{10}} = \frac{1}{2} \quad \frac{QR}{KL} = \frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{10}} = \frac{1}{2} \quad \frac{RS}{LM} = \frac{2\sqrt{10}}{4\sqrt{10}} = \frac{1}{2} \quad \frac{SP}{MJ} = \frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{10}} = \frac{1}{2}$$

PQRS و JKLM مستطيلان. يمكن إثبات ذلك من خلال إثبات أن الأقطار $\overline{PQ} \cong \overline{SR}$ و $\overline{PR} \cong \overline{SQ}$ متطابقة باستخدام قانون المسافة. بما أن كلاهما مستطيل، فإن زواياهما المتناظرة متطابقة.

بما أن $\frac{PQ}{JK} = \frac{QR}{KL} = \frac{RS}{LM} = \frac{SP}{MJ}$ والزوايا المتناظرة متطابقة، إذًا $PQRS \sim JKLM$.

تمرين موجه

3A. الشكل الأصلي: $A(2, 3)$, $B(0, 1)$, $C(3, 0)$

الصورة: $D(4, 6)$, $F(0, 2)$, $G(6, 0)$

3B. الشكل الأصلي: $H(0, 0)$, $J(6, 0)$, $K(6, 4)$, $L(0, 4)$

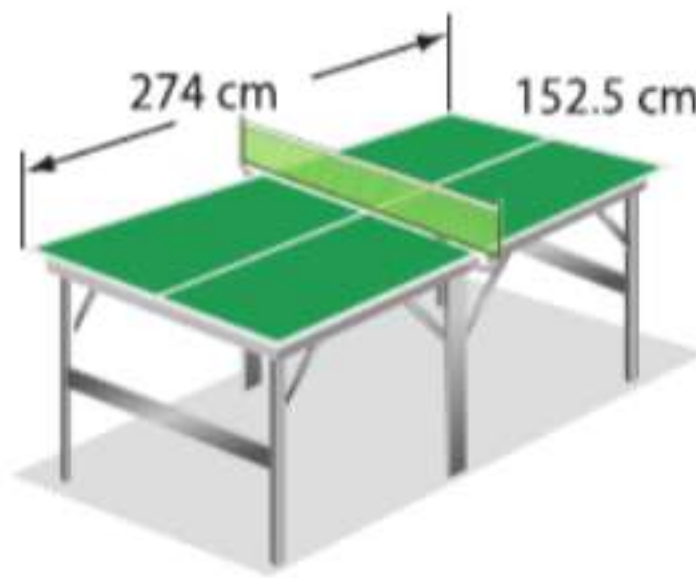
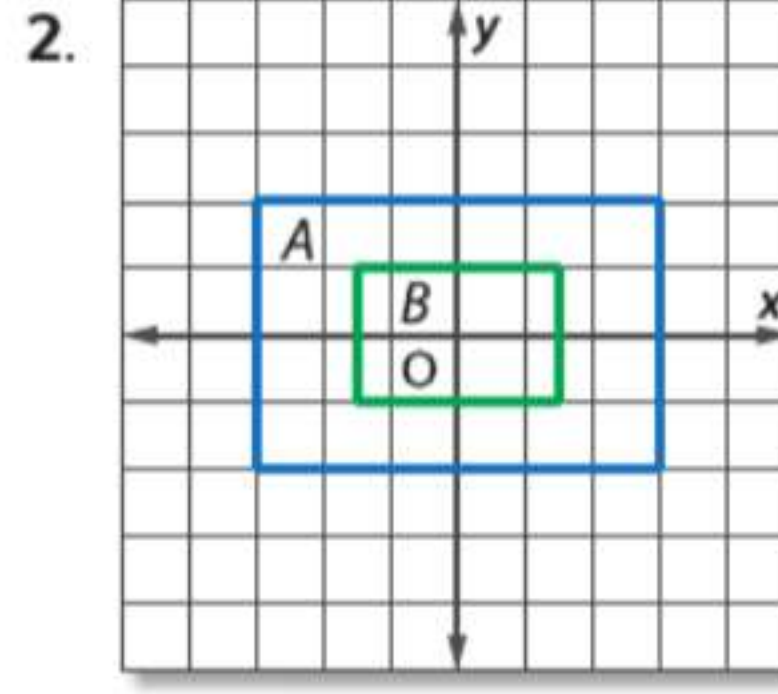
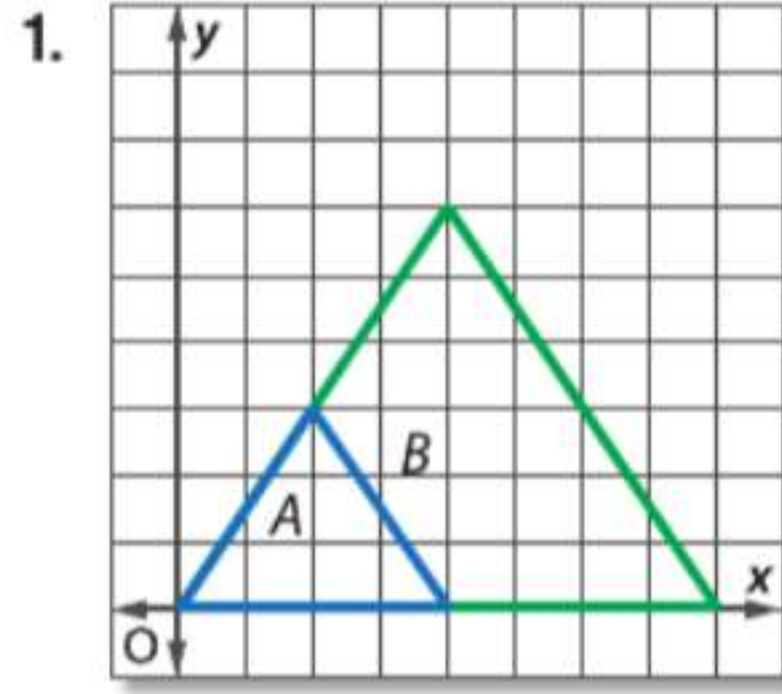
الصورة: $W(0, 0)$, $X(3, 0)$, $Y(3, 2)$, $Z(0, 2)$

نصيحة دراسية

مركز تغيير الأبعاد ما لم يذكر خلاف ذلك، فإن جميع تغييرات الأبعاد (التمدد) على المستوى الإحداثي تستخدم الصورة الأصل كمركز تغيير الأبعاد (التمدد).

مثال 1

حدد ما إذا كان تغيير الأبعاد (التمدد) من A إلى B هو تكبير أم تصغير. ثم جسد معامل مقياس تغيير الأبعاد (التمدد).

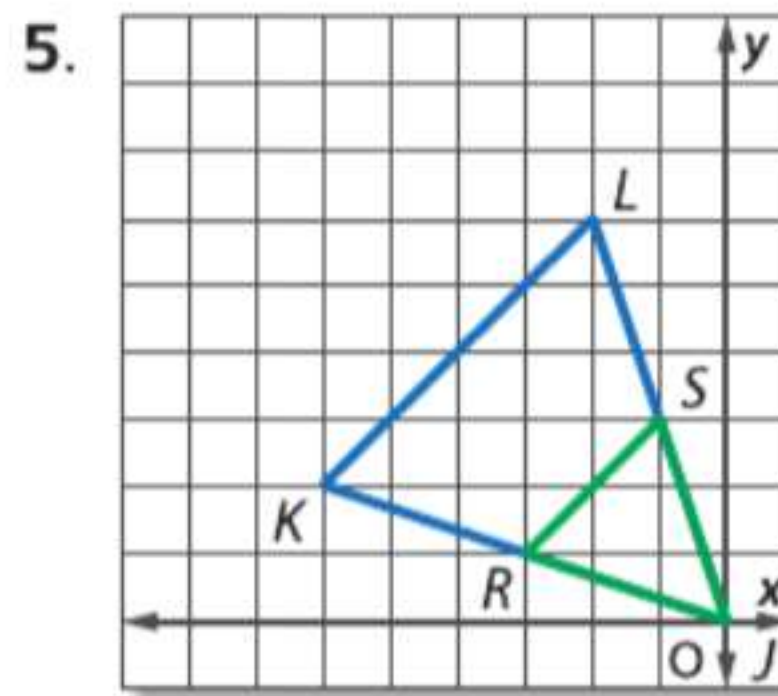
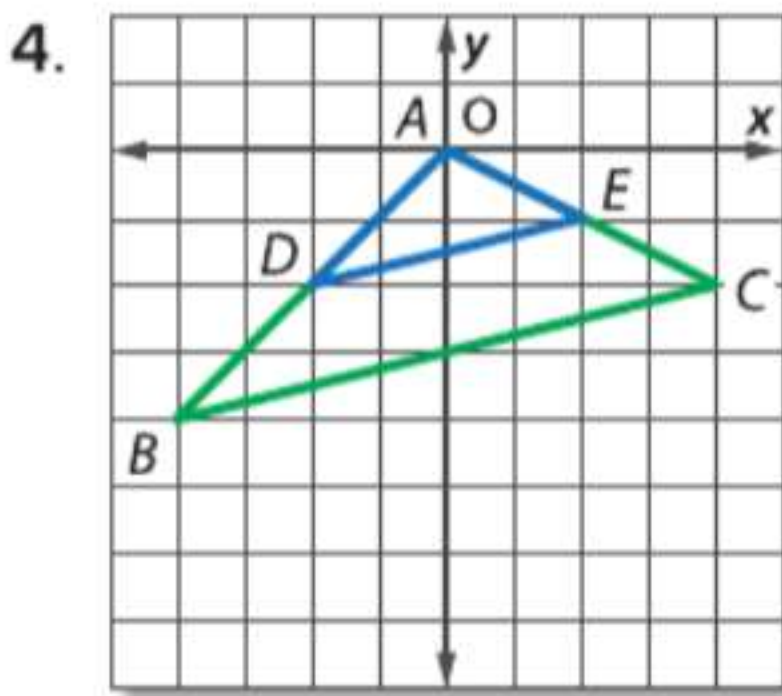


مثال 2

3 ألعاب تبلغ أبعاد ملعب التنس 27 m في 7.8 m. وتبلغ أبعاد طاولة كرة التنس 152.5 cm في 274 cm. فهل تعتبر طاولة كرة التنس تغيير أبعاد (تمدد) من ملعب التنس؟ إن كان ذلك، فما معامل المقياس؟ اشرح.

مثال 3

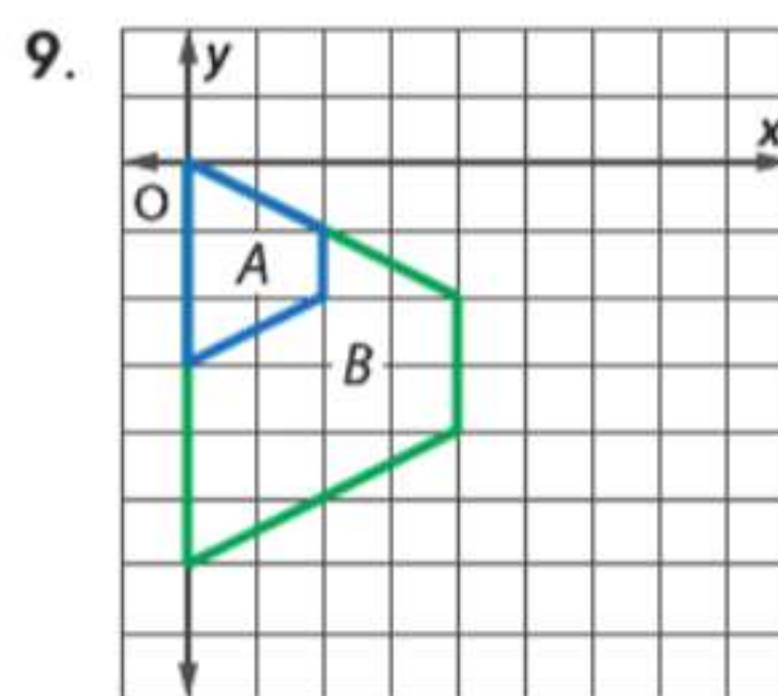
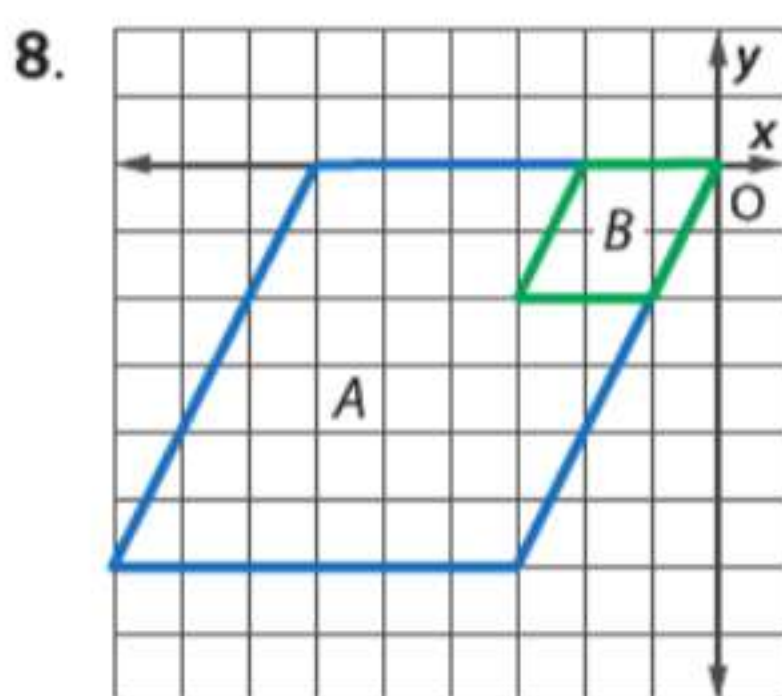
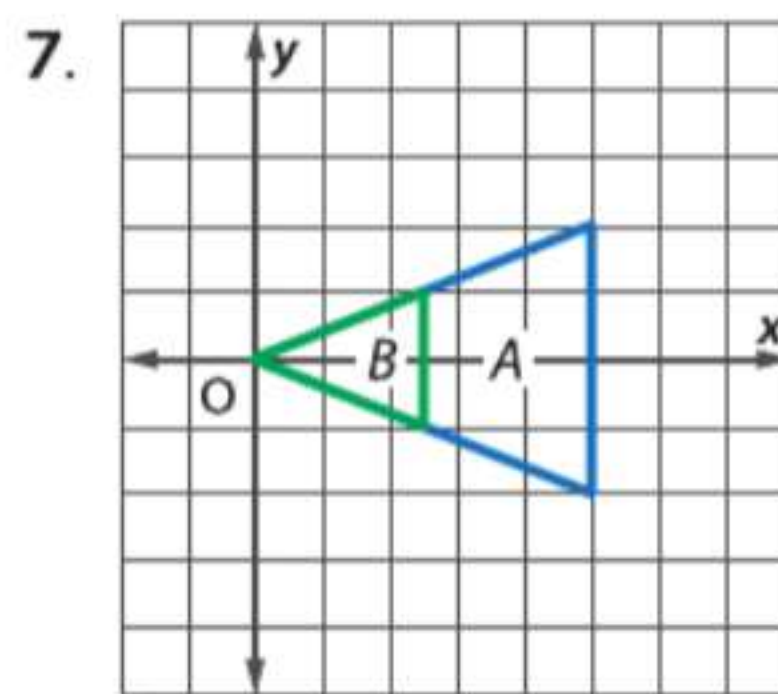
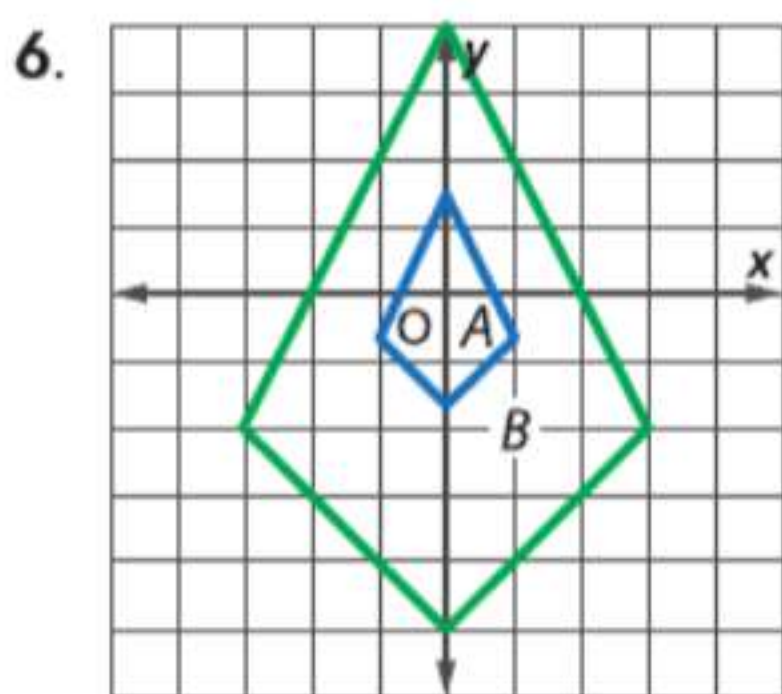
الفرضيات تحقق من أن تغيير أبعاد (تمدد) هو تحويل تشابه.



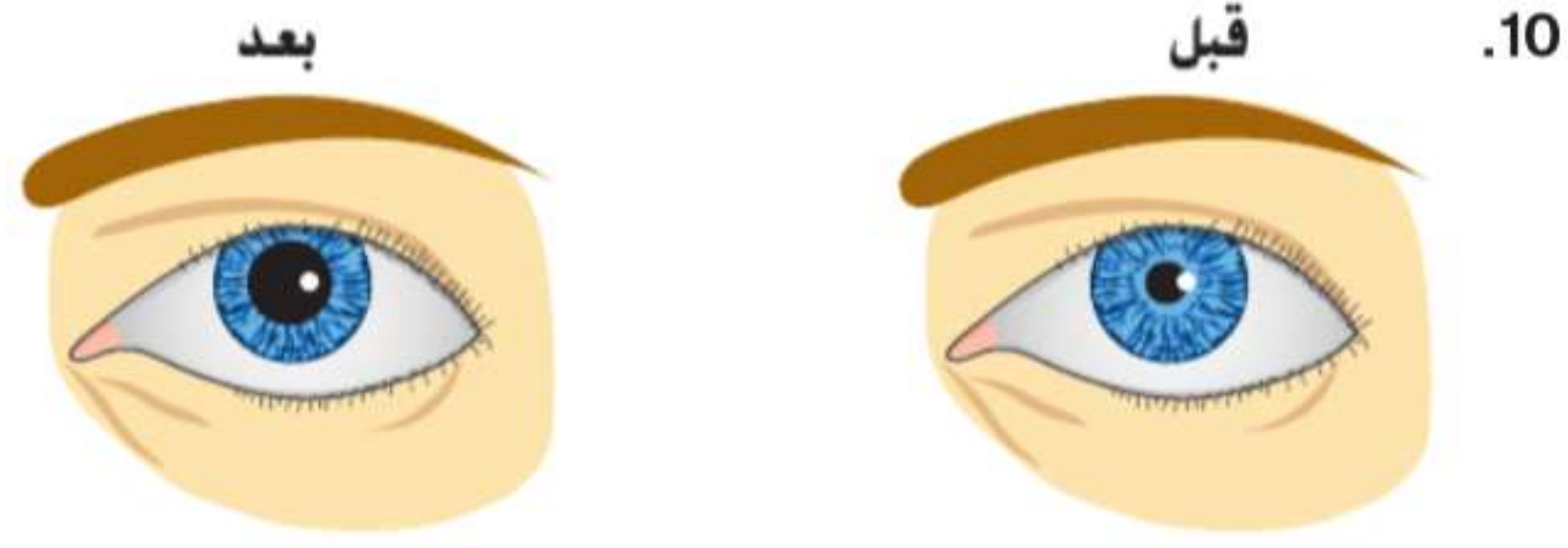
التمرين وحل المسائل

مثال 1

حدد ما إذا كان تغيير الأبعاد (التمدد) من A إلى B هو تكبير أم تصغير. ثم جسد معامل مقياس تغيير الأبعاد (التمدد).



حدد ما إذا كان كل تغيير أبعاد (تمدد) تكبيرًا أم تصغيرًا.



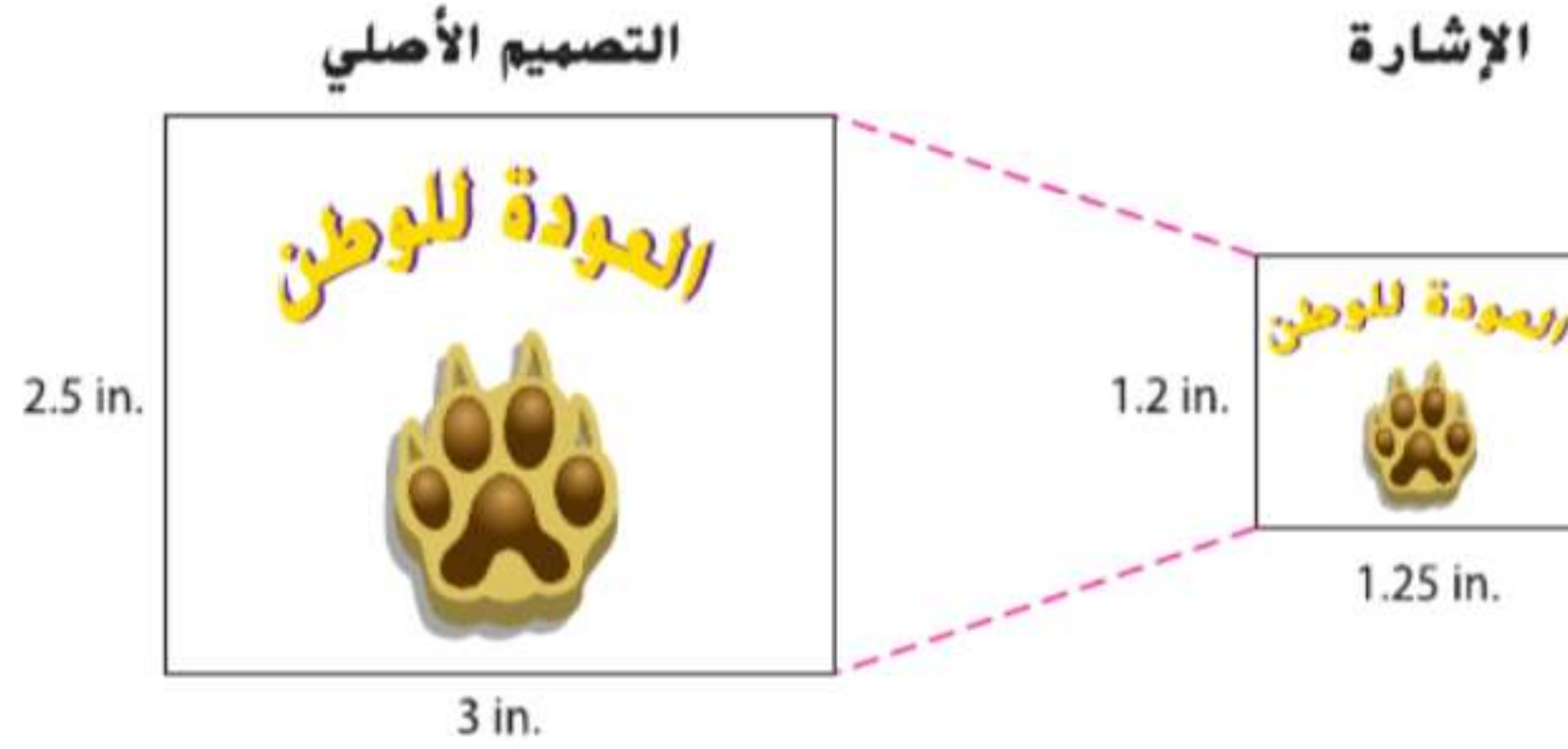
11. بطاقة بريدية لوحة



12. **الكتاب السنوي** تضع موزة شعار لفريق لعبة البطاقات في تصميم بكامل الصفحة في الكتاب السنوي. يبلغ مقياس الشكل الأصلي 4 cm في 6 cm. إذا كانت الصورة في الكتاب السنوي تبلغ $6\frac{2}{3}$ cm في 10 cm، فهل تعتبر صورة الكتاب السنوي تغيير أبعاد من الشكل الأصلي؟ إن كان كذلك، فما هو معامل المقياس؟ اشرح.

مثال 2

13. **استخدام النماذج** صممت فاطمة رسماً للعبة العودة للوطن كما هو موضح. فهل يعتبر الرسم تغيير أبعاد من التصميم الأصلي؟ إن كان ذلك، فما معامل المقياس؟ اشرح.

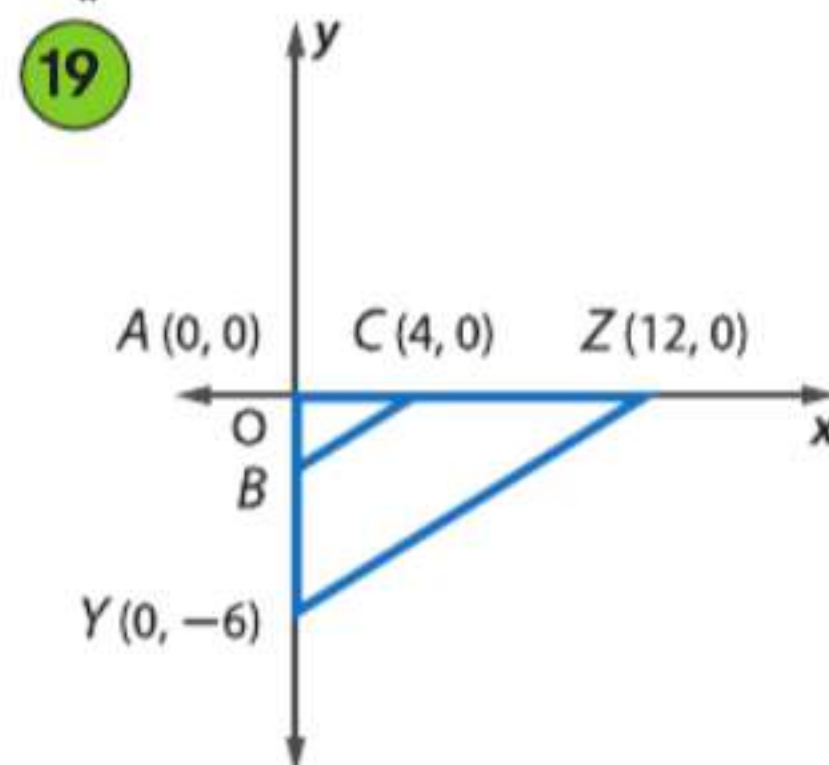
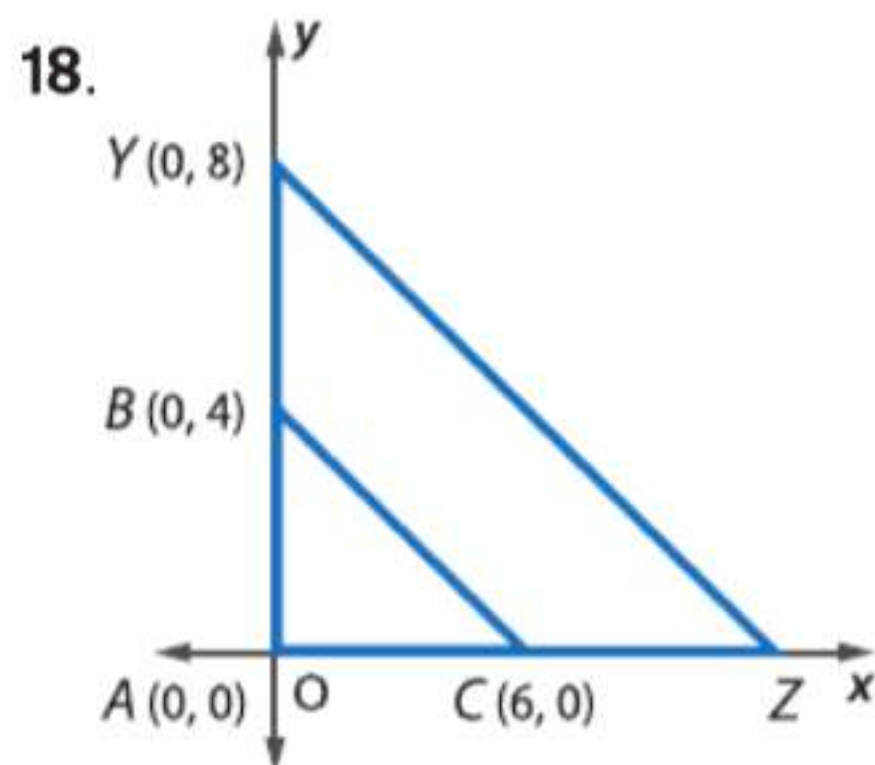


ارسم الشكل الأصلي والصورة المغيرة الأبعاد بيانياً. ثم تحقق من أن تغيير الأبعاد (التمدد) هو تحويل تشابه.

مثال 3

14. $M(1, 4), P(2, 2), Q(5, 5); S(-3, 6), T(0, 0), U(9, 9)$
15. $A(1, 3), B(-1, 2), C(1, 1); D(-7, -1), E(1, -5)$
16. $V(-3, 4), W(-5, 0), X(1, 2); Y(-6, -2), Z(3, 1)$
17. $J(-6, 8), K(6, 6), L(-2, 4); D(-12, 16), G(12, 12), H(-4, 8)$

إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle AYZ$ ، فجد الإحداثي المجهول.

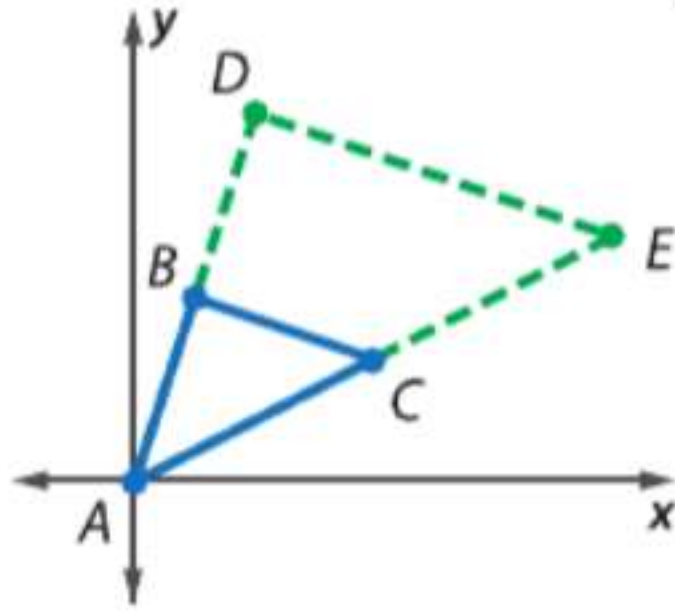


20. فن التمثيل البياني رسمت فاطمة نموذج اللافتة الموضح باستخدام $\frac{1}{2}$ زجاجة ألوان. واللافتة الحقيقية التي تريد رسمها على نافذة أحد المحال تبلغ 3 ft في $7\frac{1}{2}$ ft.



- a. فسر لماذا تعتبر اللافتة الحقيقية تغيير أبعاد (تمدد) من النموذج الذي صنعه.
b. كم عدد زجاجات الألوان التي تحتاجها فاطمة لإكمال اللافتة الحقيقية؟

21. التمثيلات المتعددة في هذه المسألة. ستستكشف تشابه المثلثات على المستوى الإحداثي.



a. هندسيًا ارسم مثلثًا مع جعل الرأس A على الشكل الأصلي. تأكد من أن الرأسين الآخرين B و C لهما إحداثيات أعداد كلية. ارسم مثلثًا متشابهًا يكون ضعف حجم المثلث $\triangle ABC$ مع وضع رؤوسه أيضًا على المثلث الأصلي. قم بتسمية المثلث ADE.

b. هندسيًا كرر العملية بالجزء a مرتين. قم بتسمية الزوجين رقم اثنين من المثلثات MNP و MQR والزوجين رقم ثلاثة TWX و TYZ. استخدم معامل مقياس مختلفًا عن الجزء a.

c. جدولياً انسخ الجدول أدناه وأكمله بالقيم المناسبة.

إحداثيات					
$\triangle ABC$	$\triangle ADE$	$\triangle MNP$	$\triangle MQR$	$\triangle TWX$	$\triangle TYZ$
A	A	M	M	T	T
B	D	N	Q	W	Y
C	E	P	R	X	Z

d. لفظياً قم بتخمين كيف يمكن توقع إحداثيات مثلث تغيير أبعاده بمعامل مقياس n إن كان المثلثان المتشابهان يتشاركان رأساً متناظرة بالمثلث الأصلي.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

22. تجد MNOP هو تغيير أبعاد ABCD. ما العلاقة بين معامل مقياس تغيير الأبعاد (التمدد) ونسبة تشابه ABCD إلى MNOP؟ وضع استنتاجك.

	$\triangle PQR$	$\triangle XYZ$
P	(a, b)	X (3a, 2b)
Q	(c, d)	Y (3c, 2d)
R	(e, f)	Z (3e, 2f)

23. التبرير إحداثيات مثلثين موضحة بالجدول على اليسار. هل $\triangle XYZ$ يعتبر تغيير أبعاد من المثلث $\triangle PQR$ ؟ اشرح.

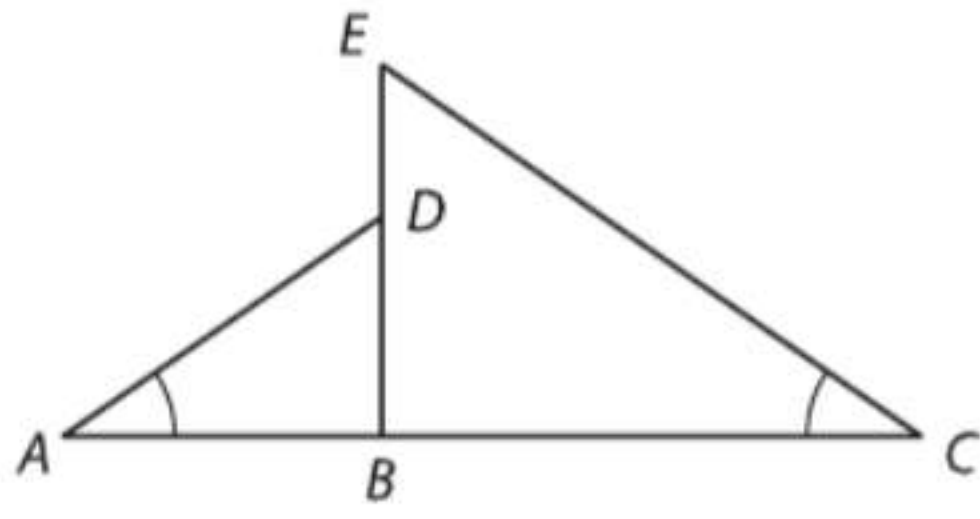
مسألة غير محددة الإجابة اذكر مثلاً من الحياة اليومية لكل عملية تحويل بخلاف الأمثلة المذكورة في هذا الدرس.

24. تكبير 25. تصغير 26. تحويل تطابق

27. الكتابة في الرياضيات اشرح كيف يمكن استخدام معامل مقياس لتحديد ما إذا كان التحويل هو تكبير أو تصغير أو تحويل تطابق.

تدريب على الاختبار المعياري

30. في الشكل أدناه، $\angle A \cong \angle C$.



ما المعلومة الإضافية التي قد لا تكون كافية لإثبات أن $\triangle ADB \cong \triangle CEB$ ؟

F $\frac{AB}{DB} = \frac{CB}{EB}$

H $\overline{ED} \cong \overline{DB}$

G $\angle ADB \cong \angle CEB$

J $\overline{EB} \perp \overline{AC}$

31. SAT/ACT $xy = \frac{3}{4p+3} \cdot y = x$ و $x = \frac{6}{4p+3}$

A 4

C 1

E $\frac{1}{2}$

B 2

D $\frac{3}{4}$

28. الجبر أي معادلة تصف المستقيم المار بالنقطة $(-3, 4)$ ومتعامد على $3x - y = 6$ ؟

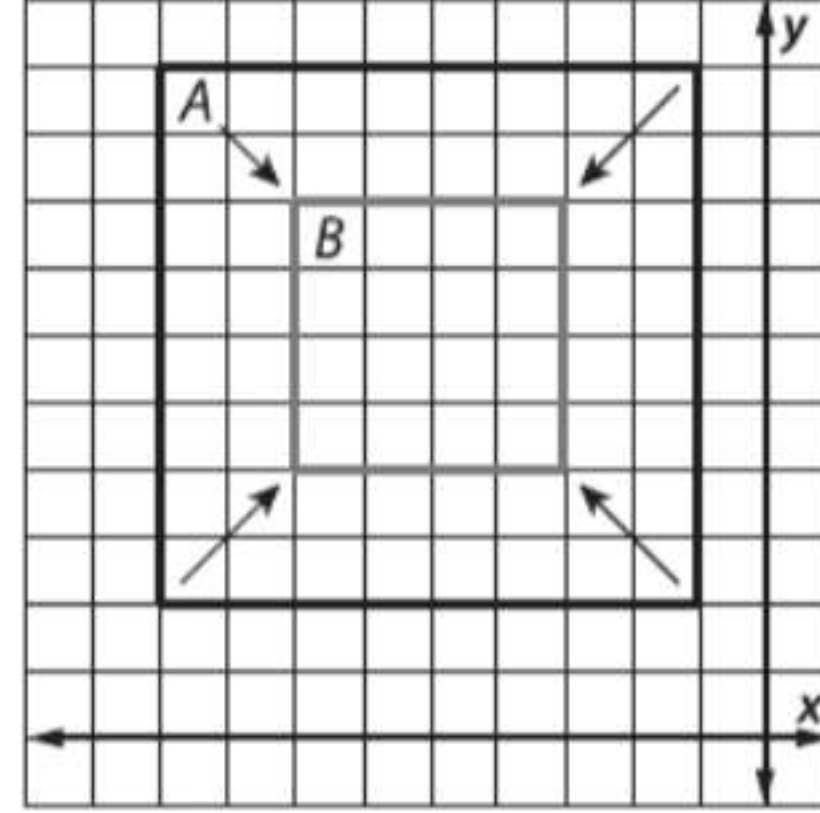
A $y = -\frac{1}{3}x + 4$

C $y = 3x + 4$

B $y = -\frac{1}{3}x + 3$

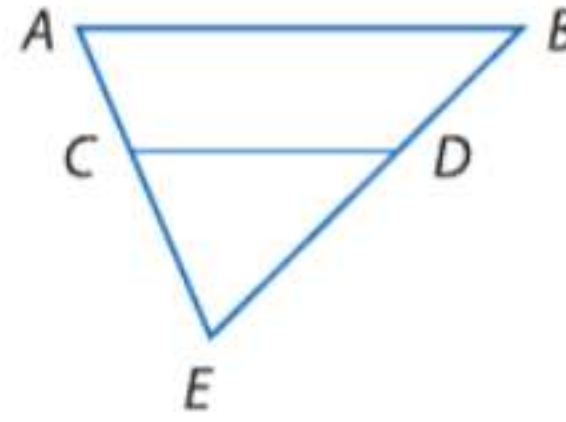
D $y = 3x + 3$

29. إجابة قصيرة ما هو معامل مقياس تغيير الأبعاد الموضح أدناه؟



مراجعة شاملة

32. المناظر الطبيعية تصمم عبير حديقتين على شكل مثلثين متشابهين. يبلغ محيط إحدى الحدائق 53.5 ft، وأطول أضلاعها 25 ft. وهي تريد أن يبلغ محيط الحديقة الثانية 32.1 ft. جد طول الضلع الأطول بهذه الحديقة. (الدرس 15-5)



حدد ما إذا كان $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$. علل إجابتك. (الدرس 15-4)

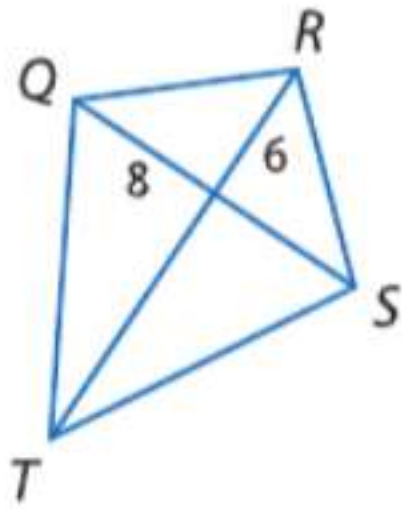
33. $CE = 6$ و $DE = 4.5$ و $BD = 6.3$ و $AC = 8.4$

34. $AE = 15$ و $BE = 22.5$ و $BD = 10.5$ و $AC = 7$

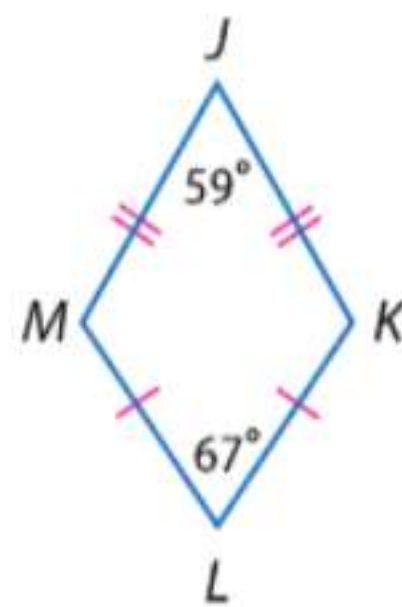
35. $CE = 4$ و $CD = 4$ و $AE = 9$ و $AB = 8$

إذا كان كل شكل عبارة عن طائرة ورقية، فجد قيمة كل قياس. (الدرس 15-6)

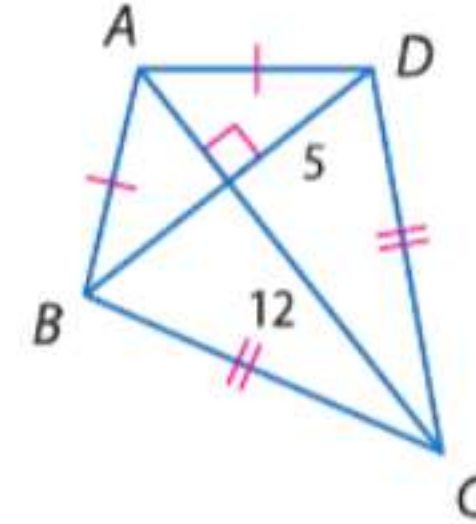
36. QR



37. $m\angle K$



38. BC



39. البرهان اكتب برهانا إحدائياً للعبارة التالية. (الدرس 15-8)
إذا كانت قطعة مستقيمة توصل بين نقطتي المنتصف في ضلعي مثلث، فإنها تكون موازية للضلع الثالث.

مراجعة المهارات

حلّ كل من المعادلات التالية.

40. $145 = 29 \cdot t$

41. $216 = d \cdot 27$

42. $2r = 67 \cdot 5$

43. $100t = \frac{70}{240}$

44. $\frac{80}{4} = 14d$

45. $\frac{2t + 15}{t} =$

مقياس الرسم والنماذج المقياسية

السابق

الحالي

لماذا؟

لقد استخدمت معاملات المقياس في حل المسائل ذات المضلعات المتشابهة.

1 تفسير النماذج المقياسية.
2 استخدام معاملات مقياس الرسم في حل المسائل.

في سانت لوسيا بسويسرا، قام الفنان السويسري، لوشيمي، بإنشاء نموذج بمقياس نسبي لكل كوكب بالمجموعة الشمسية. وهو أحد أكبر النماذج المقياسية الكاملة ثلاثية الأبعاد للمجموعة الشمسية. وكان قطر مركز نموذج كوكب زُحل 121 mm؛ قطر الكوكب الحقيقي حوالي 121,000 km.

المفردات الجديدة

نموذج بمقياس نسبي
scale model
مقياس رسم نسبي
scale drawing
مقياس الرسم scale

ممارسات في الرياضيات
استخدام نماذج الرياضيات.
محاولة إيجاد البنية واستخدامها.

1 نماذج مقياسية نموذج بمقياس نسبي أو رسم بمقياس نسبي عبارة عن جسم أو رسم ذي أطوال متناسبة مع الجسم الأصلي الذي تمثله. مقياس النموذج أو الرسم هو النسبة بين الطول على النموذج أو الرسم والطول الحقيقي للجسم المُمثل أو المرسوم.

مثال 1 استخدام مقياس الرسم



خرائط المقياس المستخدم في الخريطة الموضحة هو 1 cm : 64.4 km. جد المسافة الحقيقية من ناشفيلي إلى ممفيس.

استخدام مسطرة. تبلغ المسافة بين ناشفيلي وممفيس 3.8 cm.

الطريقة 1 كتابة تناسب وحله.

افترض أن x يمثل المسافة بين ناشفيلي وممفيس.

المقياس ناشفيلي إلى ممفيس

$$\begin{array}{l} \text{الخريطة} \rightarrow \frac{1 \text{ cm}}{64.4 \text{ km}} = \frac{3.8 \text{ cm}}{x \text{ km}} \leftarrow \text{الخريطة} \\ \text{الحقيقي} \rightarrow \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \leftarrow \text{الحقيقي} \\ 1 \times x = 64.4 \times 3.8 \\ x = 244.7 \end{array}$$

خاصية الضرب التبادلي بسط.

الطريقة 2 كتابة معادلة وحلها.

افترض أن $a =$ هي المسافة الحقيقية بالكيلومتر بين ناشفيلي وممفيس وأن $m =$ المسافة على الخريطة بالسنتيمتر. اكتب المقياس $\frac{64.4 \text{ km}}{1 \text{ cm}}$ ، أي $64.4 \div 1$ أو 64.4 km لكل سنتيمتر. لذا، فلكل سنتيمتر على الخريطة، تكون المسافة الحقيقية 64.4 km .

$$\begin{array}{l} a = 64.4 \times m \\ = 64.4 \times 3.8 \\ = 244.7 \end{array}$$

كتابة معادلة.
 $m = 3.8 \text{ cm}$
الحل.

تحقق استخدم التحليل البُعدي.

$$\text{km} = \frac{\text{km}}{\text{cm}} \times \text{cm} \Rightarrow \text{km} = \text{km} \checkmark$$

المسافة بين ناشفيلي وممفيس 244.7 km.

تمرين موجّه

1. **خرائط** جد المسافة الحقيقية بين ناشفيلي وكتانوجا.

2 استخدام معاملات مقياس الرسم يكتب معامل مقياس الرسم للرسم أو النموذج في صورة نسبة لا بعدية في أبسط صورة. دائماً ما تكتب معاملات المقياس بحيث يأتي طول النموذج في النسبة أولاً.

مثال 2 إيجاد مقياس الرسم



النموذج المقياسي هذا نموذج مصغر لسيارة أجرة تابعة لشركة شيكر عام 1923. ويبلغ طول النموذج 16.5 cm. وكان يبلغ الطول الحقيقي للسيارة 4 m.

a. ما مقياس النموذج؟

لإيجاد المقياس، اكتب نسبة طول النموذج إلى الطول الحقيقي.

$$\frac{16.5 \text{ cm}}{4 \text{ m}} = \frac{1 \text{ cm}}{0.24 \text{ m}} = \frac{\text{طول النموذج}}{\text{الطول الحقيقي}}$$

يبلغ مقياس النموذج 1 cm:0.24 m

b. كم ضعفاً يبلغ النموذج من طول السيارة الحقيقية؟

للإجابة عن هذا السؤال، جـد معامل مقياس النموذج. اضرب في عامل تحويل يربط البوصة بالقدم للحصول على نسبة لا بعدية.

$$\frac{1 \text{ cm}}{0.24 \text{ m}} = \frac{1 \text{ cm}}{0.24 \text{ m}} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = \frac{1}{24}$$

إذاً، فمعامل مقياس الرسم هو 1:24. وعليه، فيبلغ النموذج $\frac{1}{24}$ من طول السيارة الحقيقية.

تمرين موجّه

2. **نموذج بمقياس رسم نسبي** صنع طلاب صف التاريخ تحت إشراف السيد عبد الرحمن نموذجاً مقياسياً لمبنى يبلغ 0.9 m طولاً. الطول الحقيقي للمبنى يبلغ 10.2 m

A. ما مقياس النموذج؟

B. كم ضعفاً يبلغ طول النموذج من المبنى الحقيقي؟
كم ضعفاً يبلغ طول المبنى الحقيقي من النموذج؟

نصيحة دراسية

انتظام إن معامل مقياس النموذج الذي هو أصغر من الجسم الأصلي يكون بين 0 و 1 ومعامل مقياس النموذج الذي هو أكبر من الجسم الأصلي يكون أكبر من 1.

مثال 3 من الحياة اليومية عمل نموذج مقياسي

نموذج مقياسي افترض أنك تريد عمل نموذج لقوس جيت واي لا يزيد عن 28 cm طولاً. اختر مقياساً مناسباً واستخدمه لتحديد ارتفاع النموذج. استخدم المعلومات الموضحة على اليمين.

يبلغ ارتفاع القوس الحقيقي 192 m طولاً. بما أن $192 \text{ m} \div 28 \text{ cm} = 6.86 \text{ m}$ لكل سنتيمتر، فإن مقياس $1 \text{ cm} = 7 \text{ m}$ يعتبر مقياساً مناسباً. إذاً، لكل 1 cm في النموذج m. اجعل القياس الحقيقي 7 m. اكتب ذلك في معادلة.

$$a = 7 \times m$$

اكتب معادلة.

$$192 = 7 \times m$$

$$a = 630$$

$$27.4 = m$$

لذا فارتفاع النموذج يكون 27.4 cm

تمرين موجّه

3. **رسم بمقياس نسبي** تقوم فتحية بصناعة رسم بمقياس نسبي لغرفتها على ورقة مساحتها 8.5 in في 11 in. إذا كانت غرفتها 14 ft في 12 ft، فجد المقياس المناسب للرسم وحدد أبعاده.



الربط بالحياة اليومية

يعتبر معلم قوس جيت واي هو الأطول بالولايات المتحدة حيث يبلغ 192 m. كما يبلغ امتداد قاعدته أيضاً 192 m. يزن القوس 17,246 طناً ويمكن أن يتأرجح بحد أقصى 22.9 cm في كل اتجاه في أوقات الرياح الشديدة.

المصدر: حقائق عن قوس جيت واي

التحقق من فهمك



خرائط استخدم خريطة ولاية ماين الموضحة ومسطرة تقليدية لإيجاد المسافة الحقيقية بين كل زوجين من المدن. قم بالقياس لأقرب جزء من عشرة من السنتيمتر.

مثال 1

1. بانجور وبورتلاند
2. أوغوستا وهولتون

3. نماذج مقياسية صنع عمر نموذجاً بمقياس نسبي لجسر محلي. يمتد النموذج 6 in؛ ويمتد الجسر الحقيقي 50 ft.

مثال 2

- a. ما مقياس النموذج؟
- b. ما معامل المقياس الذي استخدمه عمر في بناء النموذج؟

4. رياضة يبلغ ملعب كرة الطائرة 9 m عرضاً و 18 m طولاً. اختر مقياساً مناسباً واصنع رسماً بمقياس سببي للملعب يصلح لبطاقة فهرسة أبعادها 3 cm في 5 cm.

مثال 3

التمرين وحل المسائل

استخدام النماذج استخدم خريطة ولاية أوكلاهوما الموضحة ومسطرة مترية لإيجاد المسافة الحقيقية بين كل زوجين من المدن. قَرِّبْ إلى أقرب عشرة من السنتيمترات.

مثال 1



5. مدينتا جوبيون وأوكلاهوما
6. لاوتن وتولسا
7. إيند وتولسا
8. مدينة بونكا وشاوني

9. النحت نموذج مصغر لأحد التماثيل الشهيرة يبلغ طوله 10 in. ويبلغ طول التمثال الأصلي 10 ft.

مثال 2

- a. ما مقياس النموذج المصغر؟
- b. كم ضعفًا يبلغ طول النموذج المصغر من التمثال الحقيقي؟

10. **خرائط** توضح الخريطة أدناه جزءًا من مدينة فرانكفورت، كنتاكي.



- a. إذا كانت المسافة الحقيقية بين تقاطع شارع كونواي مع الشارع الرابع وتقاطع شارع موراي مع الطريق الرابع 0.47 mi، استخدم مسطرة تقليدية لتقدير مقياس الخريطة.
- b. ما هو معامل المقياس التقريبي للخريطة؟ فسر دلالتة.

رياضة اختر مقياسًا مناسبًا واصنع رسمًا بمقياس نسبي لكل منطقة لعب بحيث يتناسب هذا الرسم مع ورقة مقاس 8.5 in في 11 in.

مثال 3

11. منطقة الرمي في البيسبول هي عبارة عن مربع حيث يبلغ كل ضلع 90 ft وحوالي 128 ft للقطر.
12. هناك ملعب في إحدى المدارس الثانوية على شكل مستطيل وبطول 25 m وعرض 15 m.



استخدام النماذج استخدم الخريطة الموضحة ومسطرة بالبوصة للإجابة على كل سؤال. قم بالمقياس لأقرب ستة عشر من البوصة وافترض أنه يمكنك السفر بطول أي خط مستقيم.

13. فكم يبلغ الوقت الذي تستغرقه السيارة في الانتقال من فالدوستا بولاية جورجيا إلى شاطن دايتونا بولاية فلوريدا، عندما تكون القيادة على سرعة 65 mi/h؟
14. فكم يبلغ الوقت الذي تستغرقه السيارة في الانتقال من جيسفيللي إلى ميامي بولاية فلوريدا، عندما تكون القيادة على سرعة 70 mi/h؟

15. **نماذج مقياسية** إذا كانت المسافة بين الأرض والشمس تبلغ فعليًا 150,000,000 km، فكم تبعد الأرض عن الشمس إذا استخدمنا نموذجًا يبلغ مقياسه 1:93,000,000؟

16. **أدب** في الكتاب، مغامرات أليس في بلاد العجائب، يتغير حجم أليس عن طولها الطبيعي البالغ حوالي 50 in. لنفترض أن أليس تمر من باب طول حوالي 15 in وتغير طولها إلى 10 in.

- a. جسد نسبة طول الباب إلى طول أليس في بلاد العجائب.
- b. كم سيبلغ طول الباب في العالم الطبيعي لأليس؟

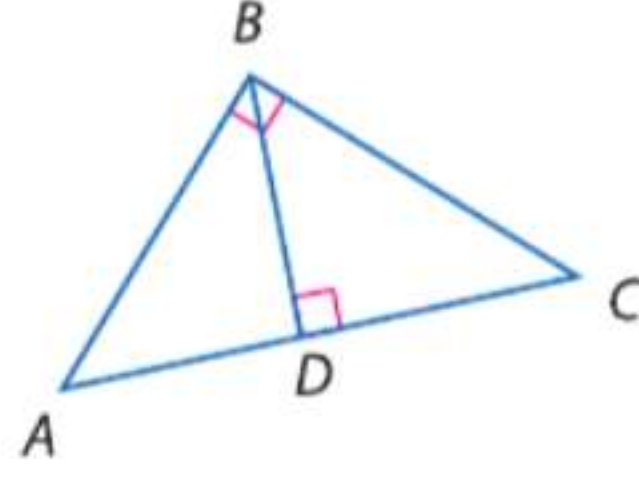
17. **صواريخ** اشترى طارق نموذجًا بمقياس $\frac{1 \text{ in.}}{12 \text{ ft}}$ لصاروخ محطة ميركري ريدستون.

- a. إذا كان ارتفاع النموذج 7 in، فما الارتفاع التقريبي للصاروخ؟
- b. إذا كان قطر الصاروخ 70 in، فما قطر النموذج؟ قَرِّب إلى أقرب نصف بوصة.

18. **هندسة معمارية** يبلغ طول نموذج مصغر لأحد التماثيل الشهيرة $16\frac{3}{4}$ ft .

إذا كان معامل مقياس النموذج المصغر إلى التمثال الحقيقي يبلغ 1:9، فكم يبلغ طول التمثال الحقيقي بمبنى نيويورك؟

19. **مدينة ملاهي** يبلغ طول برج إيفل في باريس، فرنسا، 986 ft. بدون الهوائي. تم بناء نموذج مصغر لبرج إيفل لعمل جولة به في إحدى مدن الملاهي. إذا كان معامل مقياس النموذج المصغر إلى البرج الحقيقي يبلغ 1:3 تقريبًا، فكم يبلغ طول الجولة؟



20. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، ستستكشف ارتفاعات المثلثات القائمة.

a. **هندسيًا** ارسم مثلثًا قائم الزاوية $\triangle ABC$ بحيث تكون الزاوية القائمة عند الرأس B . ارسم الارتفاع \overline{BD} . ارسم مثلثًا قائم الزاوية $\triangle MNP$ ، حيث الزاوية القائمة N و ارسم الارتفاع \overline{XZ} . ومثلثًا قائم الزاوية $\triangle WXY$ ، حيث الزاوية القائمة X و ارسم الارتفاع \overline{XZ} .

b. **جدوليًا** قم بقياس الزوايا المشار إليها وتسجيلها بالجدول أدناه.

		قياس الزاوية		
$\triangle ABC$		$\triangle ABC$	$\triangle BDC$	$\triangle ADB$
	ABC		BDC	ADB
	A		CBD	BAD
	C		DCB	DBA
$\triangle MNP$		$\triangle MNP$	$\triangle NQP$	$\triangle MQN$
	MNP		NQP	MQN
	M		PNQ	NMQ
	P		QPN	QNM
$\triangle WXY$		$\triangle WXY$	$\triangle WZX$	$\triangle XZY$
	WXY		WZX	XZY
	W		XWZ	YXZ
	Y		ZXW	ZYX

c. **الكلمات** قم بتخمين ارتفاع مثلث قائم يبدأ من الزاوية القائمة بهذا المثلث.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

21. **تحليل الخطأ** قام كل من عبد العزيز وطارق بعمل نموذج مصغر لمبنى مدرستهم الثانوية. يبلغ طول مبنى المدرسة الثانوية 75 ft والنموذج المصغر 1.5 ft. يزعم عبد العزيز أن معامل المقياس للمبنى الحقيقي إلى النموذج المصغر هو 1:50، بينما يقول طارق إن معامل المقياس 1:50. فهل أيٌّ منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

22. **تحدي** يمكنك عمل نموذج بمقياس نسبي لجسم معين من خلال تغيير كل بعد وفقًا لعدد ثابت. ما المفترض أن يكون صحيحًا بالنسبة لشكل الجسم؟ اشرح استنتاجك.

23. **التفكير المنطقي** تصنع منى اثنين من الرسومات المقياسية لغرفة الغداء. في الرسم الأول، استخدمت منى مقياسًا يبلغ $1 \text{ in} = 1 \text{ ft}$ ، وبالرسم الثاني استخدمت مقياسًا يبلغ $1 \text{ in} = 6 \text{ ft}$. أي مقياس سوف ينتج رسمًا أكبر؟ ما معامل مقياس الرسم الأول بالنسبة للرسم الثاني؟ اشرح.

24. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم نموذجا مقياسيًا للصف باستخدام أي مقياس.

25. **الكتابة في الرياضيات** قارن وبيّن الفرق بين المقياس ومعامل المقياس.

تدريب على الاختبارات المعيارية

28. في مثلث، تبلغ النسبة بين أطوال الأضلاع 4:7:10 وأطول أضلاعه 40 cm. جـد محيط المثلث بالسنتيمتر.

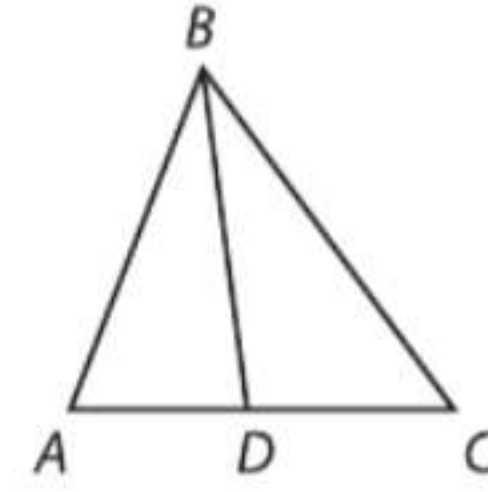
- F 37 cm H 84 cm
G 43 cm J 168 cm

29. SAT/ACT إذا كانت منال تستطيع كتابة 80 كلمة في دقيقتين، فكم ستستغرق لكتابة 600 كلمة؟

- A 30 min D 10 min
B 20 min E 5 min
C 15 min

26. إجابة مختصرة إذا كان $3^x = 27^{(x-4)}$ فما قيمة x ؟

27. في المثلث $\triangle ABC$ متوسط \overline{BD} . إذا كان $AD = 3x + 5$ و $CD = 5x - 1$. فجد AC .

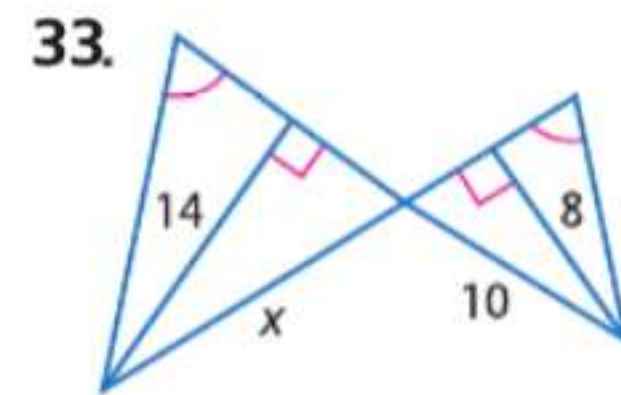
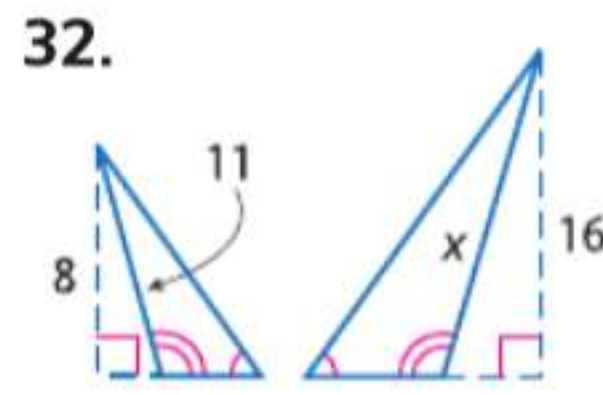
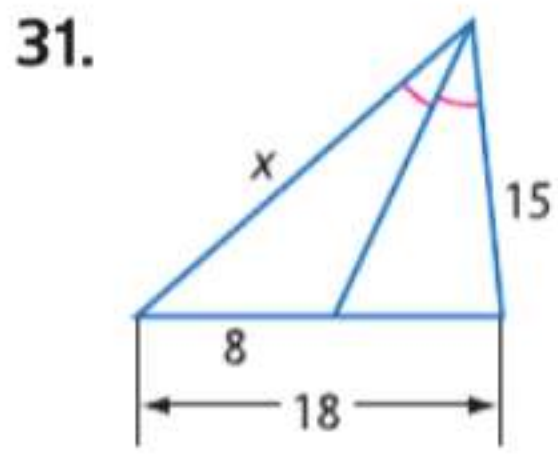


- A 6 C 14
B 12 D 28

مراجعة شاملة

30. رسم يرسم عبيد صورة شخصية لصديق في مادة التربية الفنية. ولأن صديقه لا يملك الوقت لبقى أمامه بشخصه، فاستخدم صورة بمقاس 6 cm في 8 cm. إذا كانت اللوحة بمقاس 24 cm في 32 cm، فهل اللوحة تعتبر تغيير أبعاد من الصورة الأصلية؟ إن كان ذلك، فما معامل المقياس؟ اشرح. (الدرس 6-15)

جد x . (الدرس 5-15)



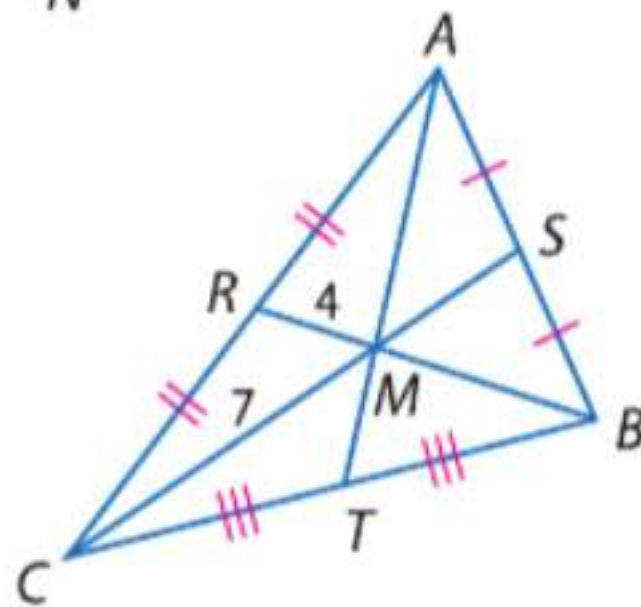
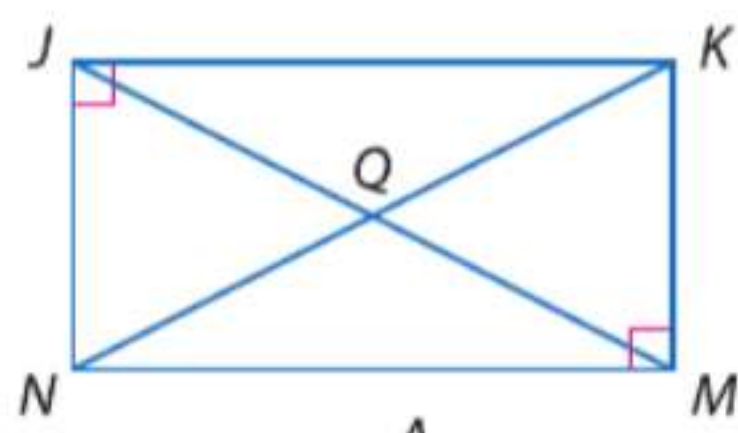
الجبر الشكل الرباعي JKMN مستطيل.

34. إذا كان $NQ = 2x + 3$ و $QK = 5x - 9$. فجد JQ .

35. إذا كان $m\angle NJM = 2x - 3$ و $m\angle KJM = x + 5$. فجد x .

36. إذا كان $NM = 8x - 14$ و $JK = x^2 + 1$. فجد JK .

بالمثلث $\triangle ABC$ ، $MC = 7$ و $RM = 4$ و $AT = 16$. جـد قياس كل مما يلي.



37. MS

40. RB

38. AM

41. MB

39. SC

42. TM

حدد ما إذا كان $\triangle JKL \cong \triangle XYZ$. اشرح.

43. $J(3, 9)$, $K(4, 6)$, $L(1, 5)$, $X(1, 7)$, $Y(2, 4)$, $Z(-1, 3)$

44. $J(-1, -1)$, $K(0, 6)$, $L(2, 3)$, $X(3, 1)$, $Y(5, 3)$, $Z(8, 1)$

مراجعة المهارات

بسط كل من التعبيرات الآتية:.

45. $\sqrt{4 \times 16}$

46. $\sqrt{3 \times 27}$

47. $\sqrt{32 \times 72}$

48. $\sqrt{15 \times 16}$

49. $\sqrt{33 \times 21}$

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

التناسب (الدرس 15-1)

- بالنسبة لأي عددين a و c وأي عددين غير صفريين b و d ، يكون $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ فقط في حالة إذا كان $ad = bc$.

المضلعات والمثلثات المتشابهة (الدرس 15-2 و 15-3)

- يقال عن مضلعين إنهما متشابهان فقط في حالة إذا كانت زواياهما المتناظرة متطابقة وكانت مقاييس أضلاعهما المتناظرة متناسبة.
- يصبح المثلثان متشابهين إذا:
 - AA: كانت زاويتان في المثلث الأول متطابقتين مع زاويتين في المثلث الآخر.
 - SSS: قياسات الأضلاع المتناظرة للمثلثين متناسبة.
 - SAS: قياسا ضلعين في المثلث الأول متناسبان مع قياسي الضلعين المتناظرين في المثلث الآخر والزاويتين المحصورتين بين هذه الضلعين متطابقتين.

الأجزاء المتناسبة (الدرس 15-4 و 15-5)

- إذا توازى مستقيم مع أحد أضلاع مثلث وكان يقطع الضلعين الآخرين في نقطتين متميزتين، فإنه يقسم كلا من هذين الضلعين إلى قطع مستقيمة متناسبة الأطوال.
- منتصف المثلث يكون موازياً لأحد أضلاع المثلث ويبلغ طوله نصف طول هذا الضلع.
- يصبح المثلثان متشابهين عندما يتناسب كل من التالي في المقياس: المحيطات والارتفاعات المتناظرة ومنصفات الزوايا المتناظرة والمتوسطات المتناظرة لهما.

تحويلات التشابه والرسومات والنماذج المقياسية (الدرس 15-6 و 15-7)

- للنموذج ذي المقياس النسبي أو الرسم ذي المقياس النسبي أطوال متناسبة مع الأطوال المتناظرة في الجسم الذي يمثله النموذج أو الرسم.

مطويات منظم الدراسة

تأكد من إدراج المفاهيم الأساسية في المطوية.



المفردات الأساسية

تصغير reduction	الضرب التبادلي cross products
المقياس scale	تغيير الأبعاد (التمدد) dilation
مقياس رسم نسبي scale drawing	تكبير enlargement
معامل مقياس الرسم scale factor	طرفا التناسب extremes
نموذج مقياس رسم نسبي scale model	وسطا التناسب means
المضلعات المتشابهة similar polygons	منصف المثلث midsegment of a triangle
تحويل التشابه similarity transformation	تناسب proportion
	النسبة ratio

مراجعة المفردات

اختر الحرف المقابل للكلمة أو العبارة الأنسب لإكمال العبارات التالية.

- | | |
|--------------------|-------------------------|
| a. النسبة | h. نظرية تشابه SSS |
| b. التناسب | i. نظرية تشابه SAS |
| c. الوسطان | j. منصف |
| d. الطرفان | k. تغيير الأبعاد/التمدد |
| e. المشابه | l. التكبير |
| f. معامل المقياس | m. التصغير |
| g. مسلمة تشابه AA. | |
1. المثلث له طرفان في منتصف ضلعين من أضلاع المثلث. ؟
 2. ؟ هي مقارنة تتم بين كميتين من خلال القسمة.
 3. إذا كان $\angle A \cong \angle X$ و $\angle C \cong \angle Z$ ، فإن $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ حسب ؟
 4. ؟ هو مثال على تحويل تشابه.
 5. إذا كان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ، فإذًا a و d هما ؟
 6. نسبة أطوال ضلعين متناظرين في مضلعين متشابهين هي ؟
 7. ؟ هي معادلة تفيد أن النسبتين متكافئتان.
 8. تغيير أبعاد بمعامل مقياس $\frac{2}{5}$ سوف ينتج عنه ؟

مراجعة درس بدرس

15-1 النسب والتناسب

مثال

جد حل $\frac{2x-3}{4} = \frac{x+9}{3}$

$\frac{2x-3}{4} = \frac{x+9}{3}$ التناسب الأصلي

$3(2x-3) = 4(x+9)$ خاصية الضرب التبادلي

$6x-9 = 4x+36$ بسط

$2x-9 = 36$ اطرح

$2x = 45$ اجمع 9 إلى كل طرف

$x = 22.5$ اقسّم كل طرف على 2

حل كلا من التناسبات التالية.

9. $\frac{x+8}{6} = \frac{2x-3}{10}$ 10. $\frac{3x+9}{x} = \frac{12}{5}$

11. $\frac{x}{12} = \frac{50}{6x}$ 12. $\frac{7}{x} = \frac{14}{9}$

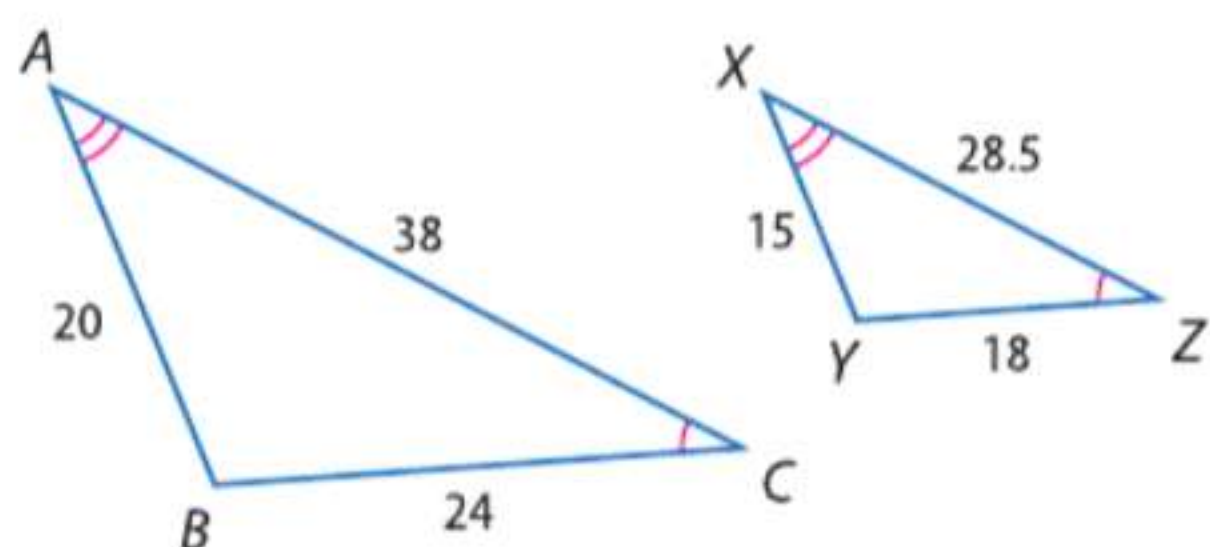
13. النسبة بين أطوال الأضلاع الثلاثة في مثلث هي 5:8:10. إذا كان المحيط 276 cm، فجد طول الضلع الأطول بالمثلث.

14. نجارة يجب قطع لوحة بطول 12 ft إلى قطعتين لهما نسبة أطوال 3 إلى 2. جد أطوال القطعتين.

15-2 المضلعات المتشابهة

مثال

حدد ما إذا كان المثلثان متشابهين. فإن كانا متشابهين، فاكتب عبارة التشابه ومعامل المقياس. وإن لم يكونا متشابهين، فاشرح استنتاجك.

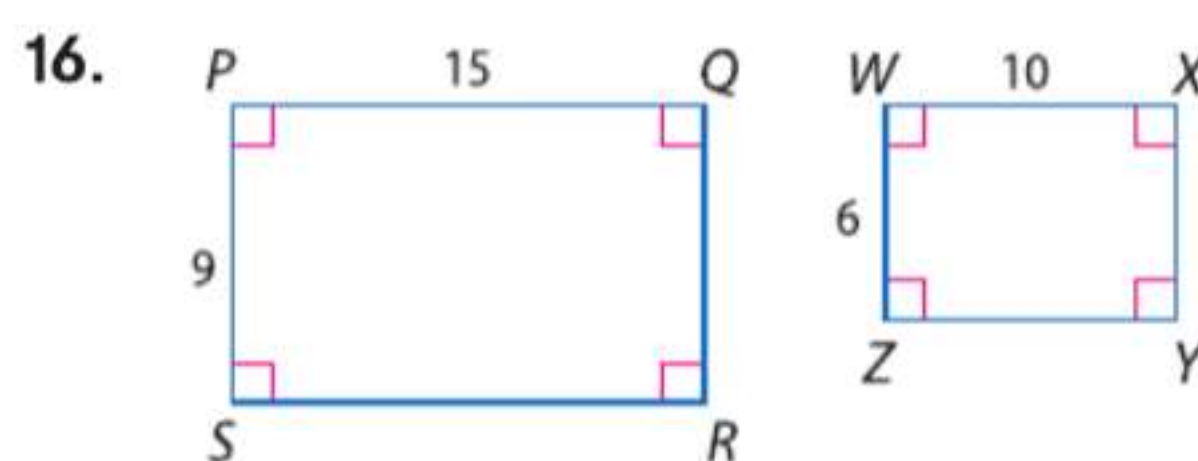
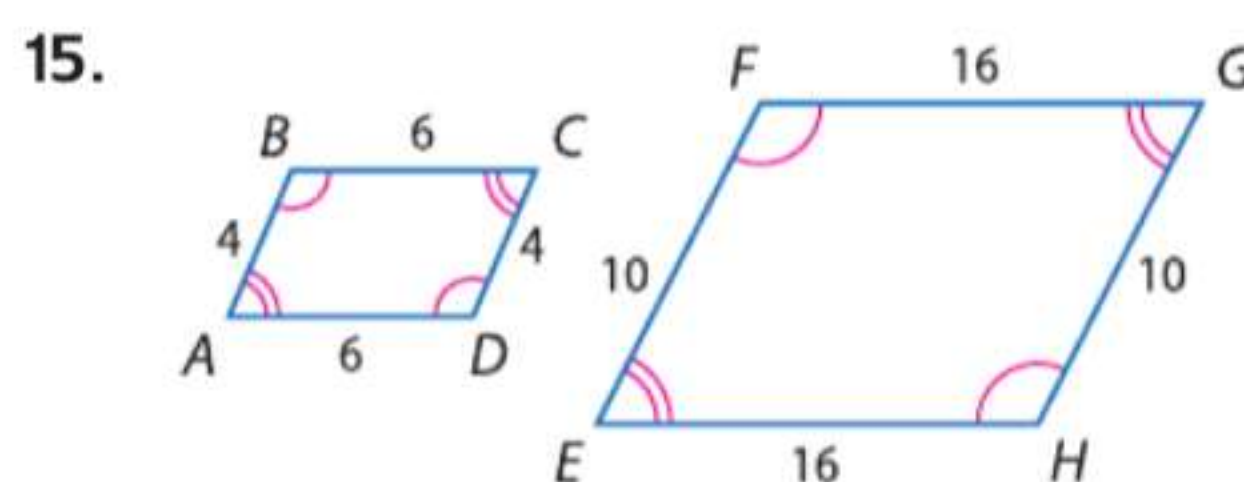


لذا حسب نظرية الزاوية الثالثة، $\angle C \cong \angle Z$ و $\angle A \cong \angle X$. فإن $\angle B \cong \angle Y$. وبالتالي فإن كل الزوايا المتناظرة متطابقة. كما لا بد أن تكون المضلعات المتشابهة لها أطوال أضلاع متناسبة. تحقق من نسب أطوال الأضلاع المتناظرة.

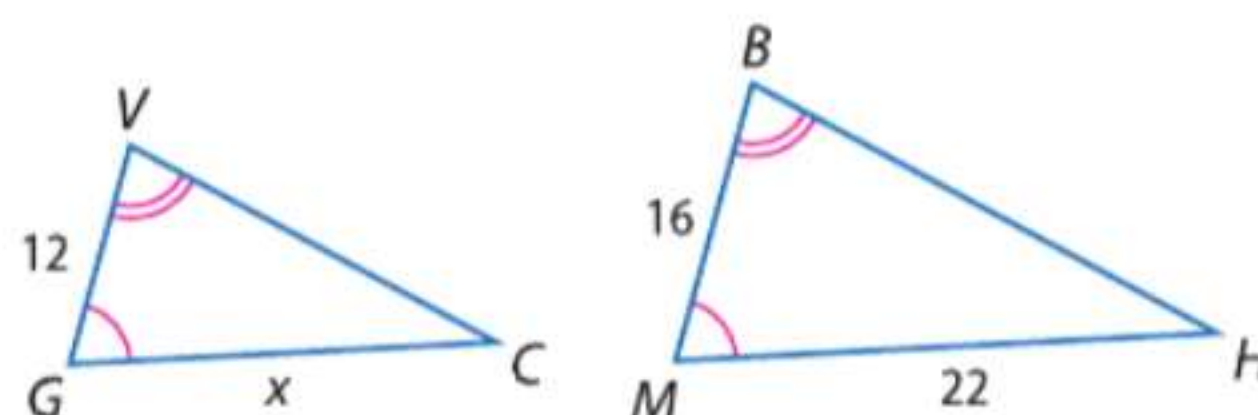
$\frac{AB}{XY} = \frac{20}{15}$ أو $\frac{BC}{YZ} = \frac{24}{18}$ أو $\frac{AC}{XZ} = \frac{38}{28.5}$ أو $\frac{4}{3}$

بما أن الأضلاع المتناظرة متناسبة، إذا $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$. ومن ثم فالمثلثان متشابهان بمعامل مقياس $\frac{4}{3}$.

حدد ما إذا كان كل زوجين من المثلثات متشابهين. فإن كانا متشابهين، فاكتب عبارة التشابه ومعامل المقياس. وإن لم يكونا متشابهين، فاشرح استنتاجك.



17. المثلثان بالشكل أدناه متشابهان. فجد قيمة x .



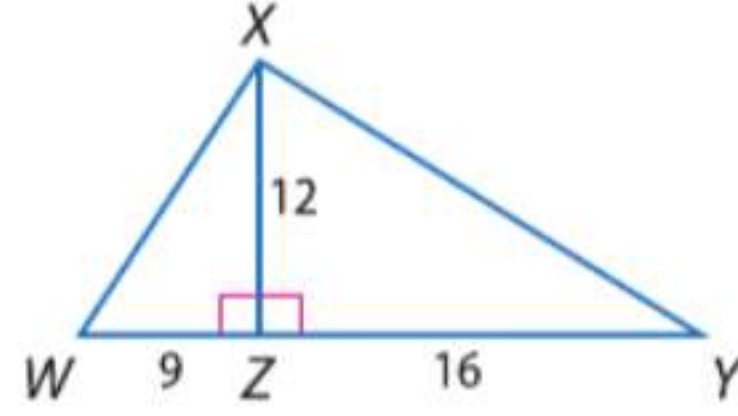
18. صور إذا كانت أبعاد صورة ما 2 cm في 3 cm وأبعاد ملصق ما 8 cm في 12 cm، فهل الصورة والملصق متشابهان؟ اشرح.

دليل الدراسة والمراجعة متابعة

15-3 المثلثات المتشابهة

مثال 3

بين تشابه المثلثين من عدمه. فإن كانا متشابهين، فاكتب عبارة تشابه. اشرح استنتاجك.

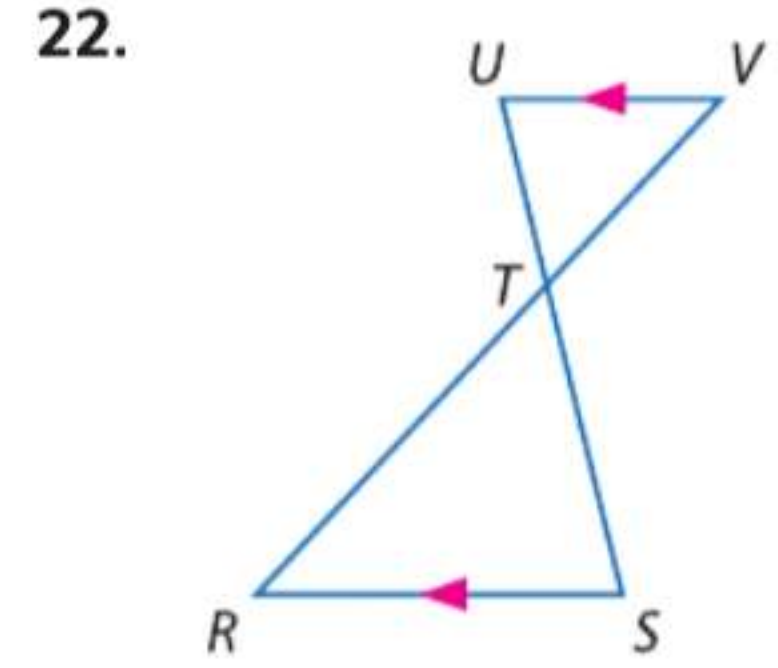
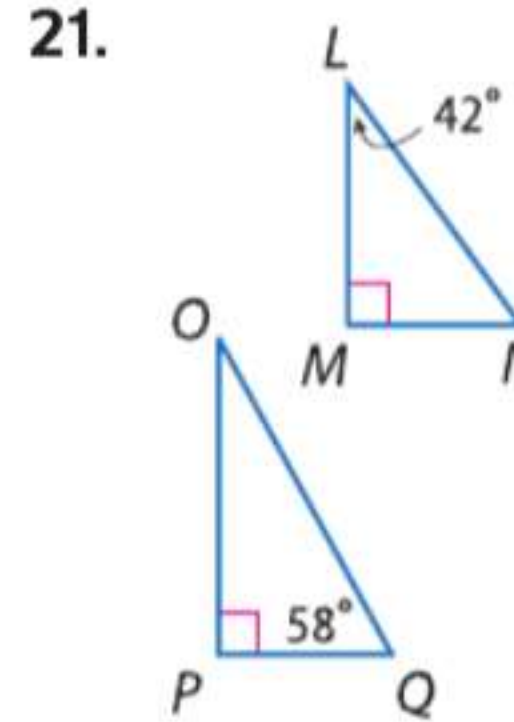
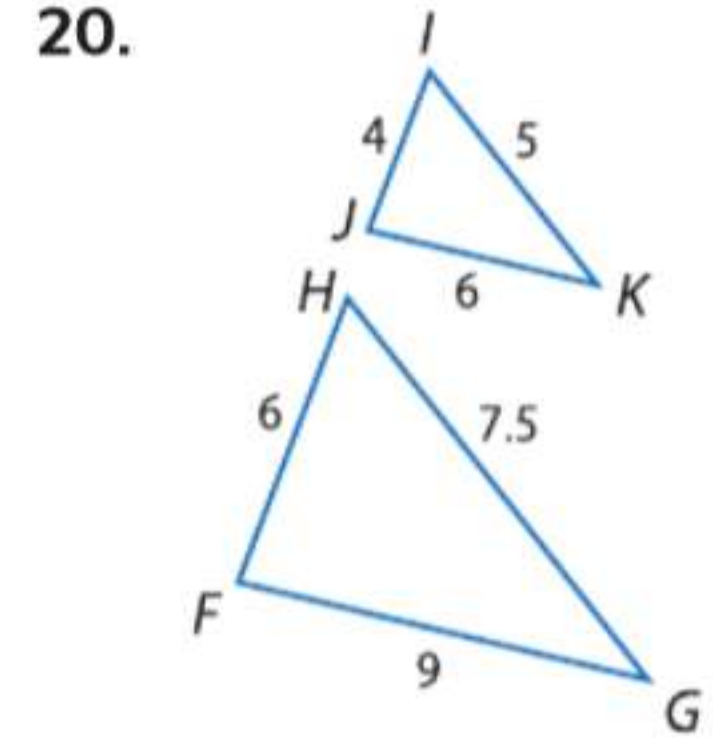
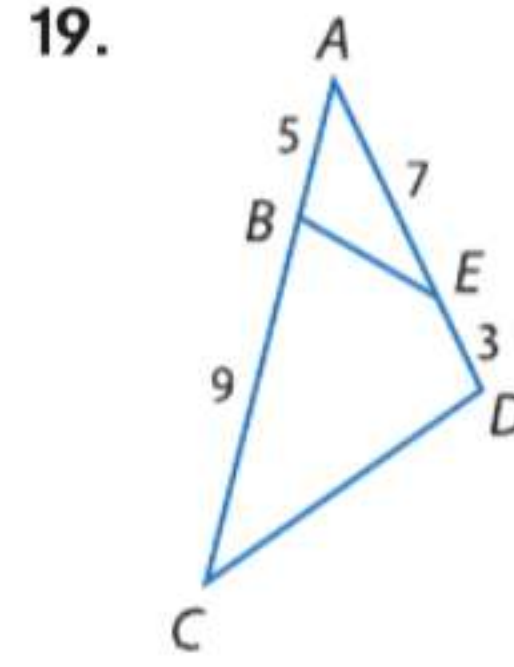


سيقان المثلثات القائمة. لأن كليهما زاوية قائمة. قارن الآن نسبة

$$\frac{WZ}{XZ} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \quad \frac{XZ}{YZ} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

بما أن الأزواج الأربعة من الأضلاع متناسبة بجانب تطابق الزاويتين المحصورتين بينهما، فإن $\triangle WZX \cong \triangle XZY$ حسب تشابه .SAS

بين تشابه المثلثين من عدمه. فإن كانا متشابهين، فاكتب عبارة تشابه. اشرح استنتاجك.



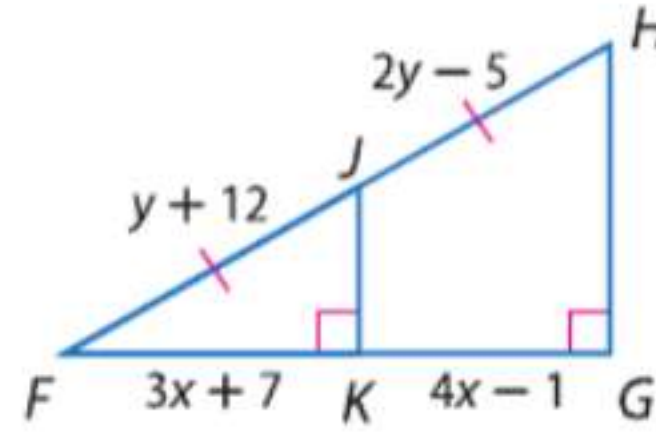
23. أشجار لتقدير ارتفاع شجرة ما، وقف مازن في ظل الشجرة بحيث ينتهي ظله وظل الشجرة عند نفس النقطة. يبلغ طول مازن 6 ft و 4 in وطول ظله يبلغ 15 ft. إذا كان يقف بعيداً عن الشجرة 66 ft فما ارتفاع الشجرة؟

15-4 المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

مثال 4

الجبر جد x و y .

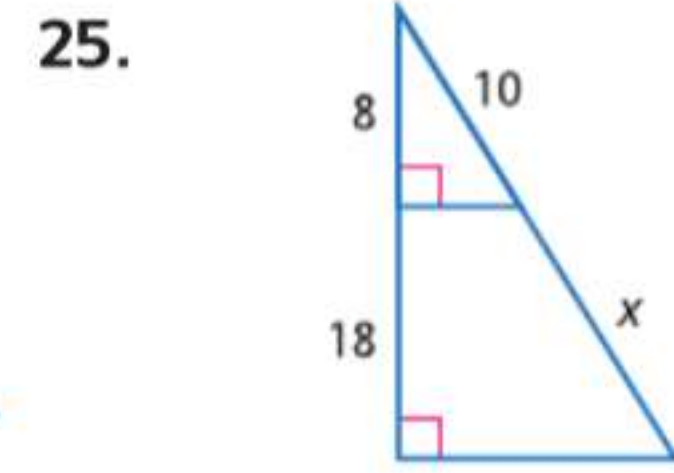
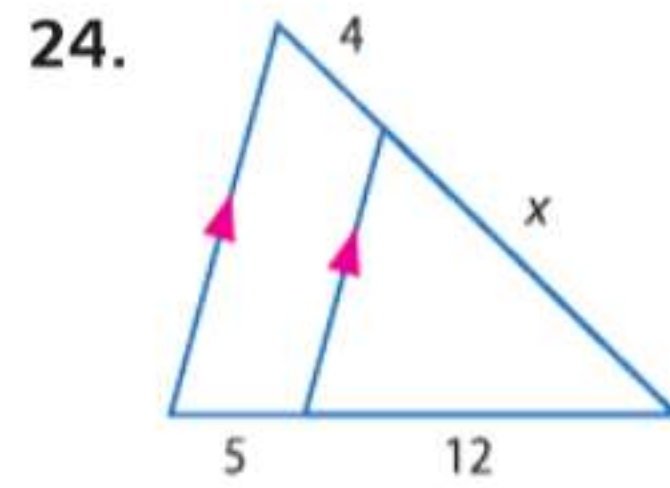
$$\begin{aligned} FK &= KG \\ 3x + 7 &= 4x - 1 \\ -x &= -8 \\ x &= 8 \end{aligned}$$



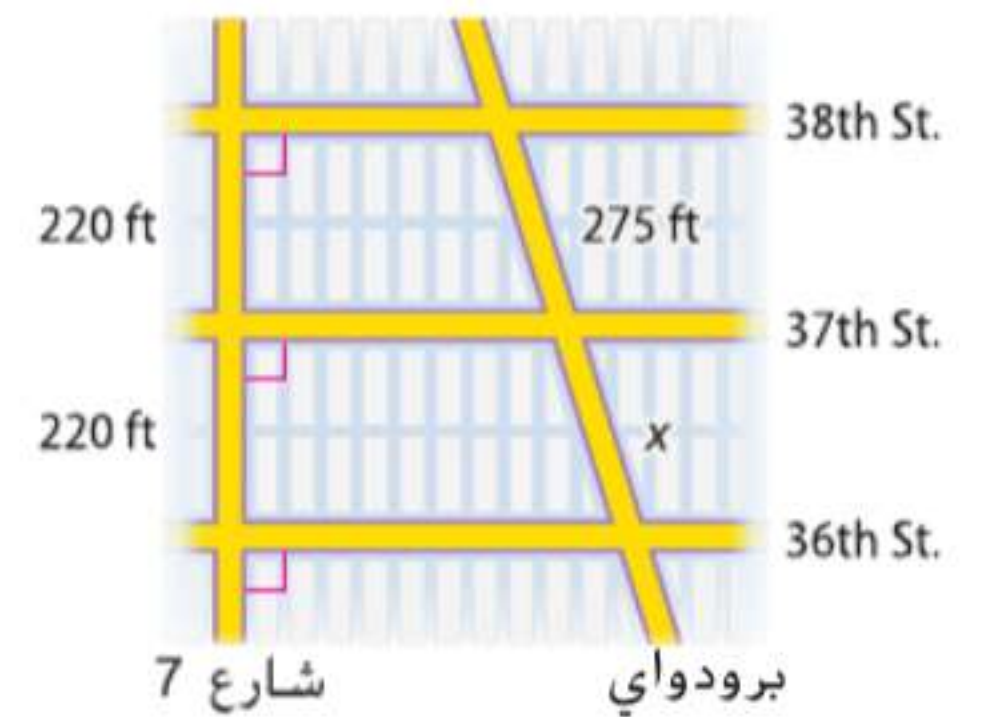
$$\begin{aligned} FJ &= JH \\ y + 12 &= 2y - 5 \\ -y &= -17 \\ y &= 17 \end{aligned}$$

تعريف التطابق
التعويض
اطرح.
بسط

جد x .



26. شوارع جد المسافة بطول ضاحية الخالدية بين الشارع 37 والشارع 36.

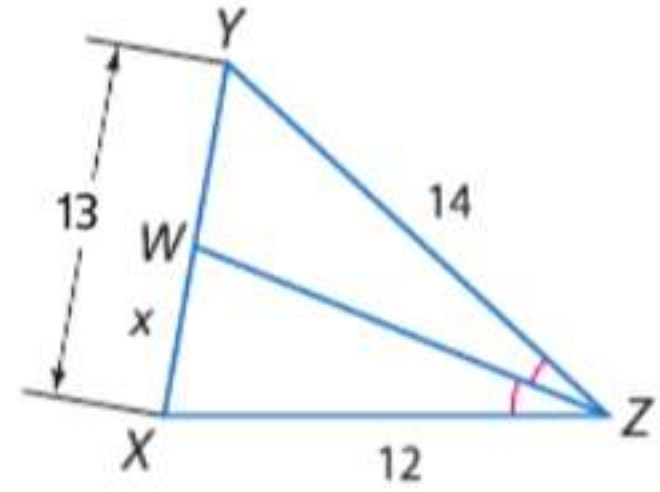


15-5 أجزاء المثلثات المتشابهة

جد قيمة كل متغير.

مثال 3

جد x .



استخدم نظرية منصف زوايا المثلث لكتابة تناسب.

$$\frac{WX}{YW} = \frac{XZ}{YZ} \quad \text{نظرية منصف زوايا المثلث.}$$

$$\frac{x}{13-x} = \frac{12}{14} \quad \text{التعويض}$$

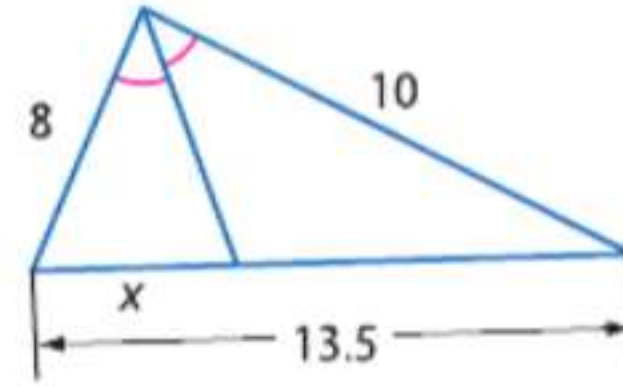
$$(13-x)(12) = x \cdot 14 \quad \text{خاصية الضرب التبادلي}$$

$$156 - 12x = 14x \quad \text{بسط.}$$

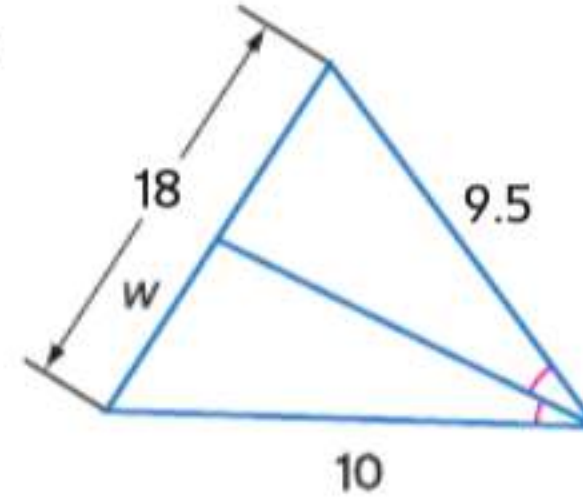
$$156 = 26x \quad \text{اجمع.}$$

$$6 = x \quad \text{بسط.}$$

27.



28.



29. **خرائط** يشير المقياس المحدد على خريطة أن 3 cm تمثل 50 km. تشكل مدن A و B و C مثلثًا. إذا كانت أطوال أضلاع هذا المثلث على الخريطة تبلغ 15 cm و 10 cm و 13 cm، فجد محيط المثلث الحقيقي الذي تشكله تلك المدن الثلاث لأقرب كيلومتر.

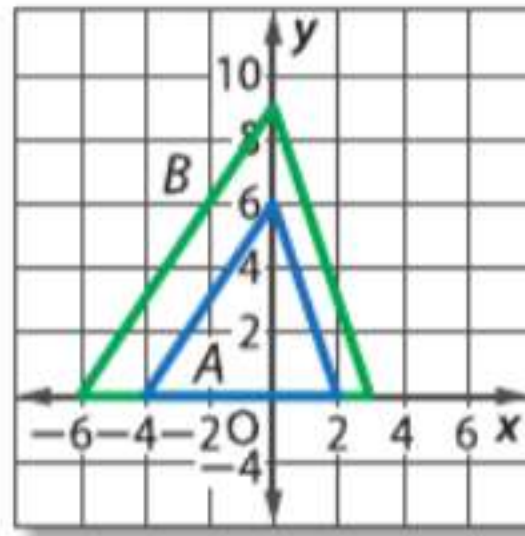
30. تصغير: $\frac{1}{3}$

31. تكبير: 2

15-6 تحويلات التشابه

مثال 4

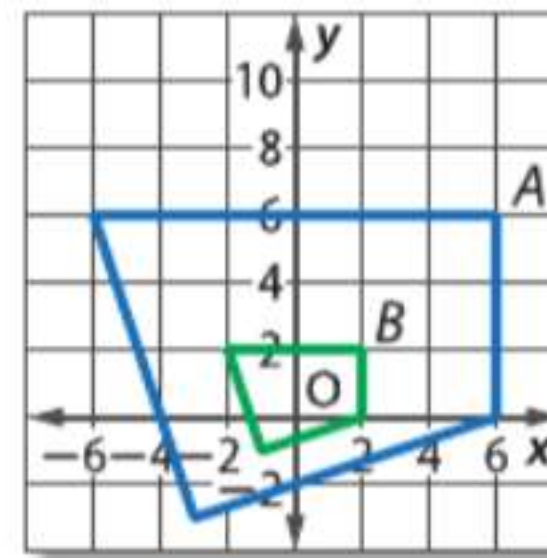
حدد ما إذا كان تغيير الأبعاد (التمدد) من A إلى B هو تكبير أم تصغير. ثم جد معامل مقياس تغيير الأبعاد (التمدد).



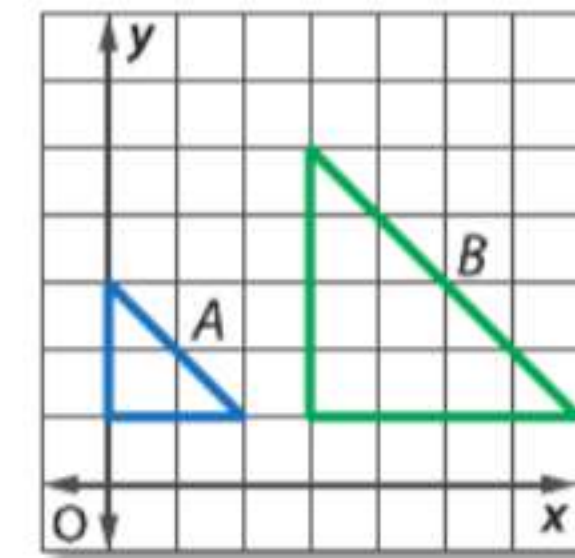
B أكبر من A. لذا فتغيير الأبعاد (التمدد) هو تكبير المسافة بين الرأسين عند (-4, 0) و (2, 0) بالنسبة إلى A تبلغ 6 و المسافة بين الرأسين عند (-6, 0) و (3, 0) بالنسبة إلى B تبلغ 9. إذا فمعامل المقياس هو $\frac{9}{6}$ أو $\frac{3}{2}$.

حدد ما إذا كان تغيير الأبعاد (التمدد) من A إلى B هو تكبير أم تصغير. ثم جد معامل مقياس تغيير الأبعاد (التمدد).

30.



31.



32. **تصميم الرسومات** تريد وفاء استخدام آلة نسخ لتكبير تصميمها الخاص ببرنامج لوحة الشرف في مدرستها. أعدت الآلة على 250%. إذا كان الرسم الأصلي مقاسه 6 in في 9 in، فجد أبعاد التكبير.

دليل الدراسة والمراجعة متابعة

15-7 مقياس الرسم والنماذج المقياسية

مثال

في مقياس خريطة يكون $1 \text{ cm} = 20 \text{ km}$. المسافة على الخريطة بين النقطة A والنقطة B، 8.75 cm . جـد المسافة بين المدينتين.

$$\frac{1}{20} = \frac{8.75}{x} \quad \text{اكتب تناسبًا.}$$

$$x = 20(8.75) \quad \text{خاصية الضرب التبادلي}$$

$$x = 175 \quad \text{بسط.}$$

المسافة بين المدينتين 175 km .

33. **تخطيط المباني** في رسم بمقياس نسبي خاص بتخطيط أرضية مدرسة، كان كل 6 in تمثل 100 ft . إذا كانت المسافة من أحد أطراف المدخل إلى الآخر 175 ft ، فجد الطول المناظر لها على الرسم.

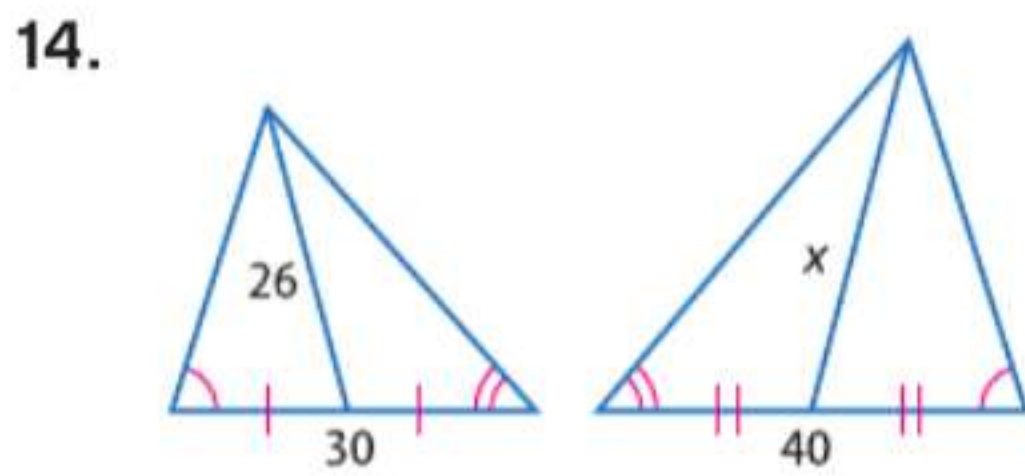
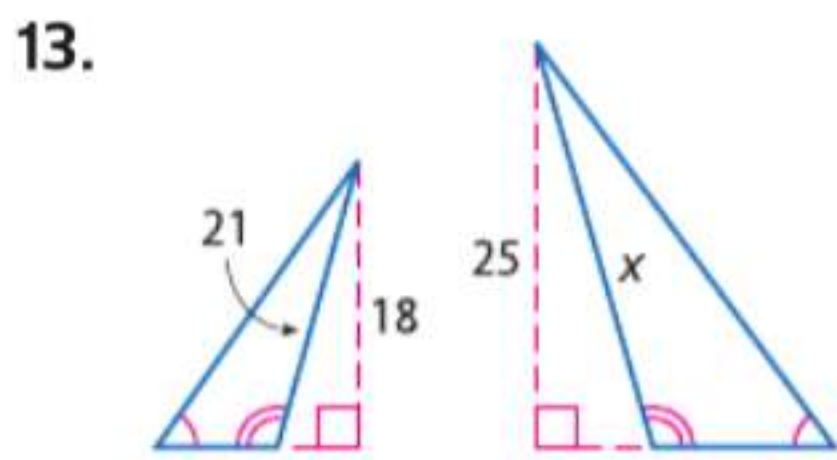
34. **نماذج قطارات** يبلغ المقياس الشائع لنماذج القطارات $1:48$. إذا كان طول القطار الحقيقي 72 m ، فجد الطول المناظر له على النموذج بالسنتيمتر.

35. **خرائط** تم تحديد مقياس خريطة بحيث تكون $3 \text{ cm} = 25 \text{ km}$. إذا كانت المسافة على الخريطة بين النقطة A والنقطة B، 11.5 cm ، فما المسافة الحقيقية بين المدينتين؟

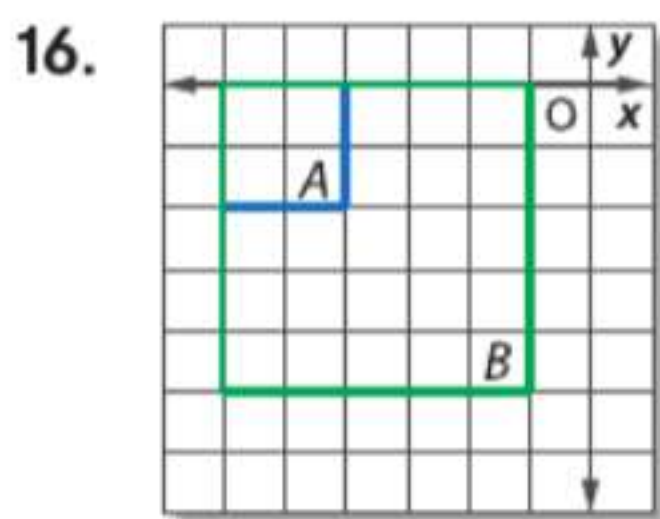
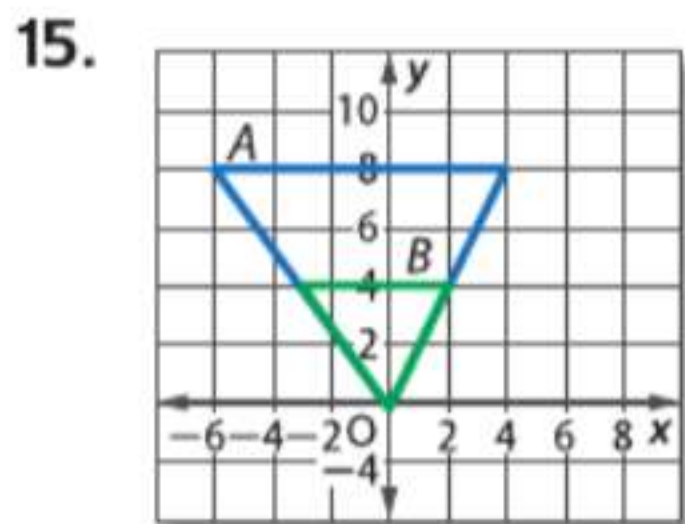
تدريب على الاختبار

12. إجابة مختصرة يمتلك عيسى سيارة ديكست معدنية تمثل نموذجاً بمقياس نسبي لسيارة سباق حقيقية. إذا كان الطول الحقيقي للسيارة 10 ft و 6 in وطول النموذج 7 in فما معامل مقياس النموذج إلى السيارة الحقيقية؟

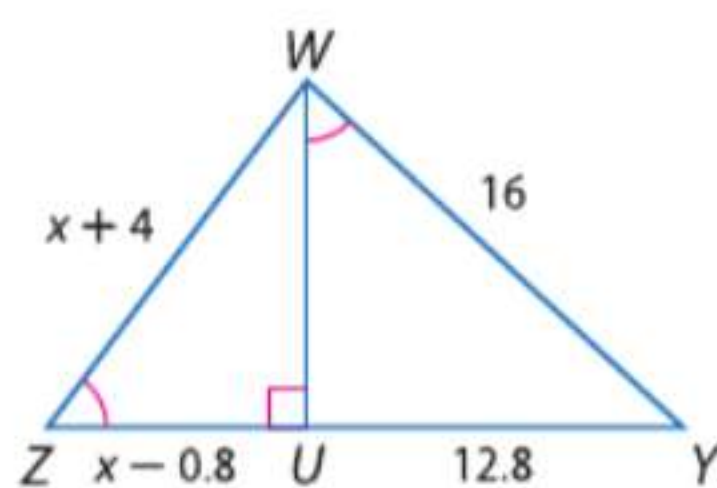
جد x .



حدد ما إذا كان تغيير الأبعاد (التمدد) من A إلى B هو تكبير أم تصغير. ثم جد معامل مقياس تغيير الأبعاد (التمدد).



17. الجبر حدد المثلثات المتشابهة. جد WZ و UZ .



حل كلا من التناسبات التالية.

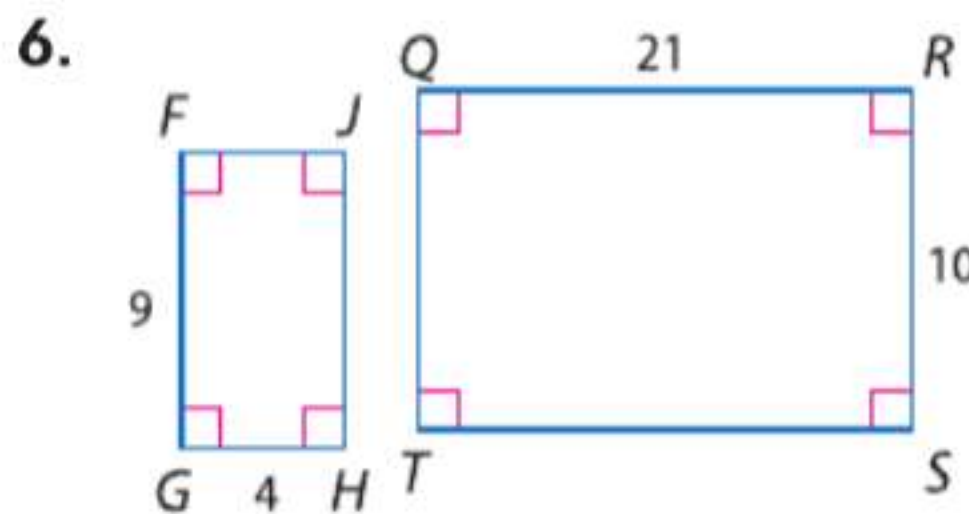
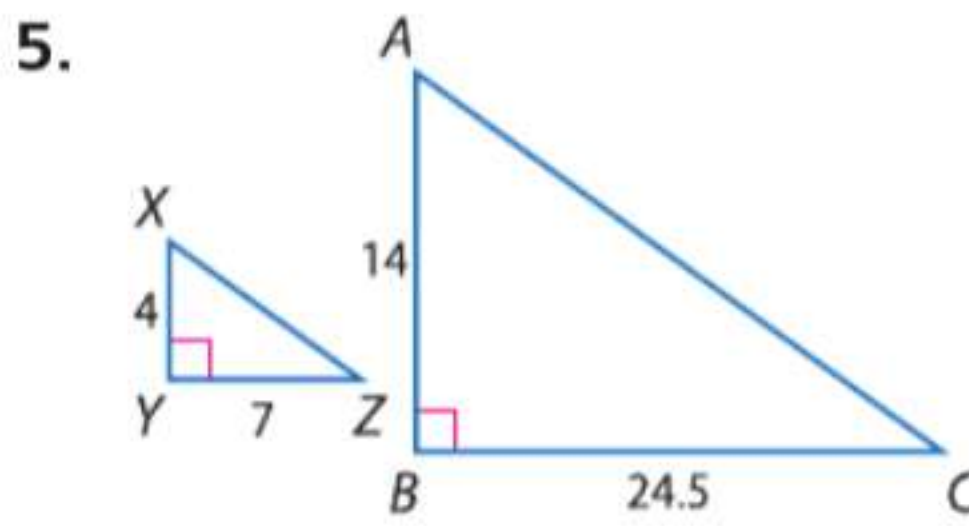
1. $\frac{3}{7} = \frac{12}{x}$

2. $\frac{2x}{5} = \frac{x+3}{3}$

3. $\frac{4x}{15} = \frac{60}{x}$

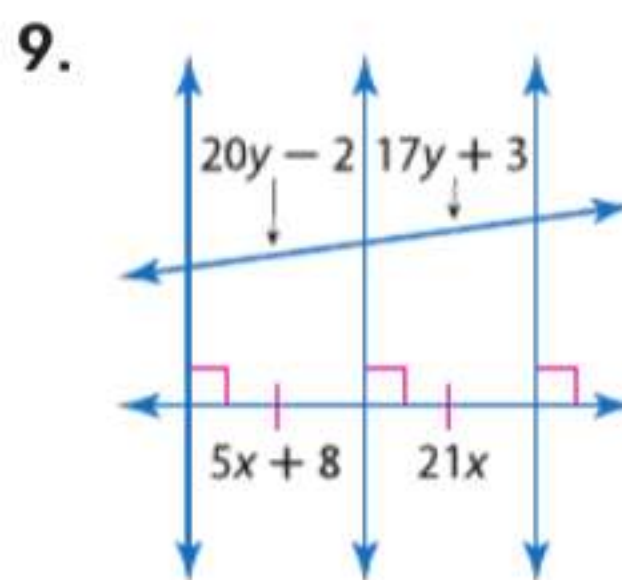
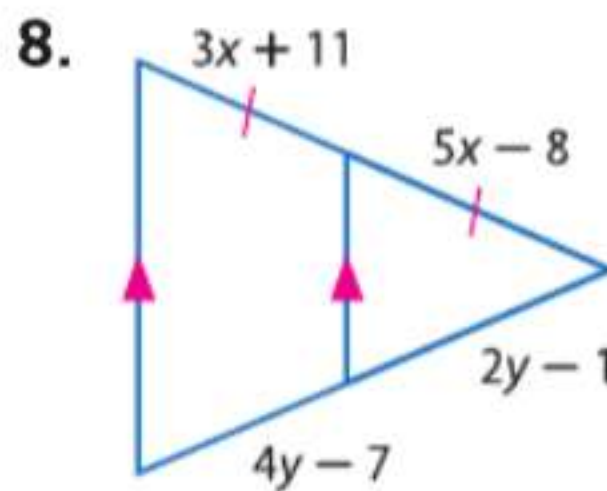
4. $\frac{5x-4}{4x+7} = \frac{13}{11}$

حدد ما إذا كان كل زوجين من المثلثات متشابهين. فإن كانا متشابهين، فاكتب عبارة التشابه ومعامل المقياس. وإن لم يكونا متشابهين، فاشرح استنتاجك.



7. عمالات يسافر عدنان إلى أوروبا هذا الصيف مع النادي الفرنسي. ويخطط لإحضار AED 1100 معه لإنفاقها هناك. إذا كانت AED 260.32 تساوي 63 يورو، فكم يورو سيحصل عليه عند تغيير النقود؟

8. الجبر جد x و y . قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.



10. الجبر إن المثلث متساوي الأضلاع $\triangle MNP$ يبلغ محيطه منصف \overline{QR} . فما طول QR ؟

11. الجبر المثلث $\triangle ABC$ قائم متساوي الساقين طول وتره \overline{DE} منصف طوله $4x$ وليس موازياً للوتر. فما محيط $\triangle ABC$ ؟

التحضير للاختبارات المعيارية

تحديد أمثلة خارجة عن التعريف

أحياناً يطلب منك بعناصر الاختيار من متعدد تحديد المثال الخارج عن التعريف بالإجابات المعطاة. تتطلب هذه النوعية من المسائل طريقة مختلفة عند حلها.

طرق تحديد الأمثلة الخارجة عن التعريف

الخطوة 1

اقرأ عبارة المسألة وافهمها.

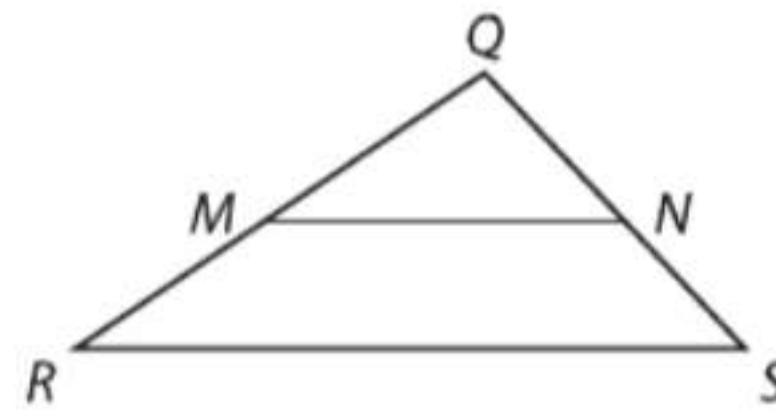
- **أمثلة خارجة عن التعريف:** المثال الخارج عن التعريف هو اختيار إجابة لا تلبى شروط عبارة المسألة.
- **الكلمات الرئيسية:** ابحث عن كلمة ليست (عادةً تكون بالخط العريض أو كلها بالأحرف الكبيرة أو مائلة الأحرف) للإشارة إلى أنك تريد إيجاد مثال خارج عن التعريف.

الخطوة 2

- اتبع المفاهيم والخطوات أدناه لمساعدتك على تحديد الأمثلة الخارجة عن التعريف. حدد أي خيارات إجابة يتضح عدم صحتها واستبعدها.
- استبعد أي خيارات إجابة لا تكون سليمة الصياغة.
 - استبعد أي خيارات إجابة لا تتضمن الوحدات الصحيحة.

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. حدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها.



في المثلث المتجاور، أنت تعرف أن $\angle MQN \cong \angle RQS$. أيًا من التالي ليس كافيًا لإثبات أن $\triangle QMN \sim \triangle QRS$ ؟

- A $\angle QMN \cong \angle QRS$
- B $\overline{MN} \parallel \overline{RS}$
- C $\overline{QN} \cong \overline{NS}$
- D $\frac{QM}{QR} = \frac{QN}{QS}$

تشير كلمة ليست المائلة إلى ضرورة إيجاد مثال خارج عن التعريف. اختبر كل خيار إجابة باستخدام مبادئ تشابه المثلثات لترى أي مبدأ لا يمكنه إثبات $\triangle QMN \cong \triangle QRS$.

الخيار A: $\angle QMN \cong \angle QRS$

إذا كان $\angle QMN \cong \angle QRS$. فإن $\triangle QMN \cong \triangle QRS$ حسب تشابه AA.

الخيار B: $\overline{MN} \parallel \overline{RS}$

إذا كان $\overline{MN} \parallel \overline{RS}$ فإن $\angle QMN \cong \angle QRS$. لأنها زوايا متناظرة لمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطع \overline{QR} ولذلك، $\triangle QMN \cong \triangle QRS$ حسب تشابه AA.

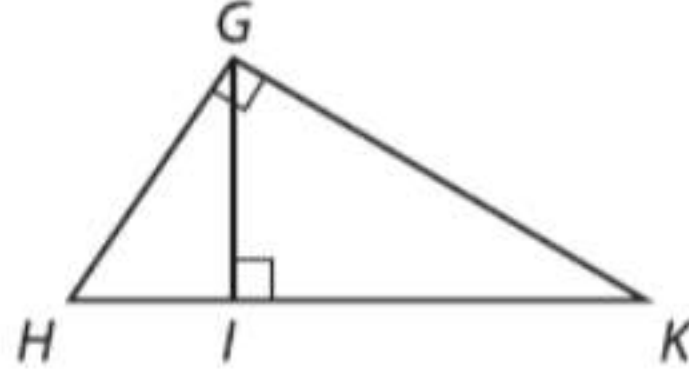
الخيار C: $\overline{QN} \cong \overline{NS}$

إذا كان $\overline{QN} \cong \overline{NS}$. لا يمكننا استنتاج أن $\triangle QMN \cong \triangle QRS$ لأننا لا نعرف شيئاً عن \overline{QM} و \overline{MR} . لذا، فإن اختيار الإجابة C مثالا خارجا عن التعريف.

الإجابة الصحيحة هي C. يجب التحقق أيضا من الاختيار D للتأكد من أنه مثال صالح إذا توفر لديك الوقت.

تمارين

3. فكر في الشكل أدناه. أيًا من التالي ليس كافيًا لإثبات أن $\triangle GIK \cong \triangle HIG$ ؟



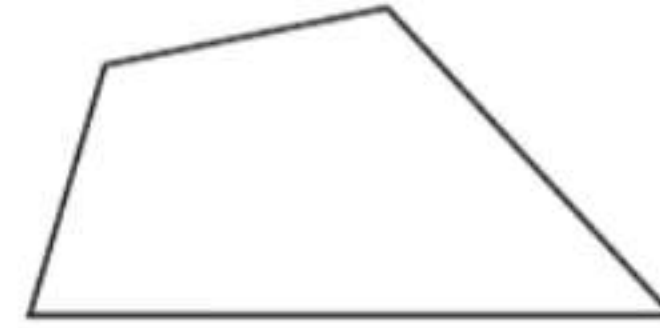
- A $\angle GKI \cong \angle HGI$
- B $\frac{HI}{GI} = \frac{GI}{IK}$
- C $\frac{GH}{GI} = \frac{GK}{IK}$
- D $\angle IGK \cong \angle IHG$

4. أي مثلثين ليسا متشابهين بالضرورة؟

- F مثلثان قائمان بكل منهما زاوية واحدة قياسها 30°
- G مثلثان قائمان بكل منهما زاوية واحدة قياسها 45°
- H مثلثان متساويا الساقين
- J مثلثان متساويا الأضلاع

اقرأ كل مسألة. حدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم معطيات المسألة لحلها.

1. نسبة قياس زوايا الشكل الرباعي أدناه هي 3:4:5:6. أي مما يلي ليس قياسا لزاوية في الشكل؟



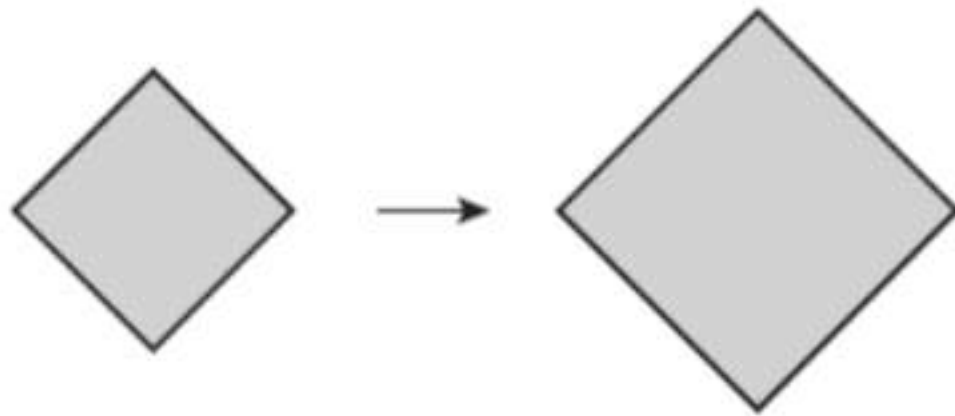
- A 60°
- B 80°
- C 120°
- D 140°

2. ما نوع الشكل الذي يمكن أن يقدم مثالا عكسيًا على الفرضية أدناه؟

إذا كانت جميع زوايا الشكل الرباعي قائمة، فعندئذ يكون الشكل الرباعي مربعًا.

- F متوازي الأضلاع
- G مستطيل
- H معين
- J شبه منحرف

4. ارجع إلى الأشكال أدناه. أي من المصطلحات التالية يمثل الوصف الأمثل للتحويل؟

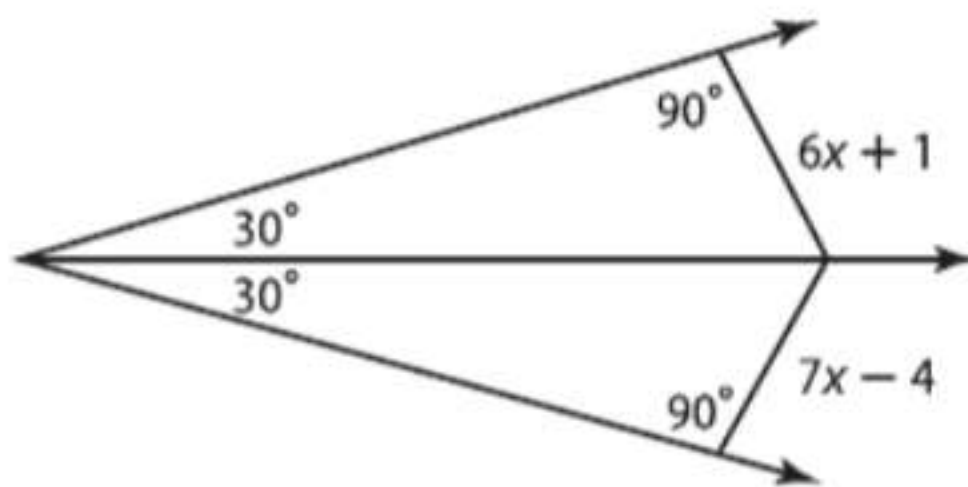


- F تطابق
- G تكبير
- H تصغير
- J مقياس

5. نسبة المقيمين في كارولينا الشمالية إلى الأمريكيين حوالي 295 إلى 10,000. إذا كان هناك ما يقرب من 300,000,000 أمريكي، فكم يبلغ عدد سكان كارولينا الشمالية؟

- A 7,950,000
- B 8,400,000
- C 8,850,000
- D 9,125,000

6. جد حل x .



- F 3
- G 4
- H 5
- J 6

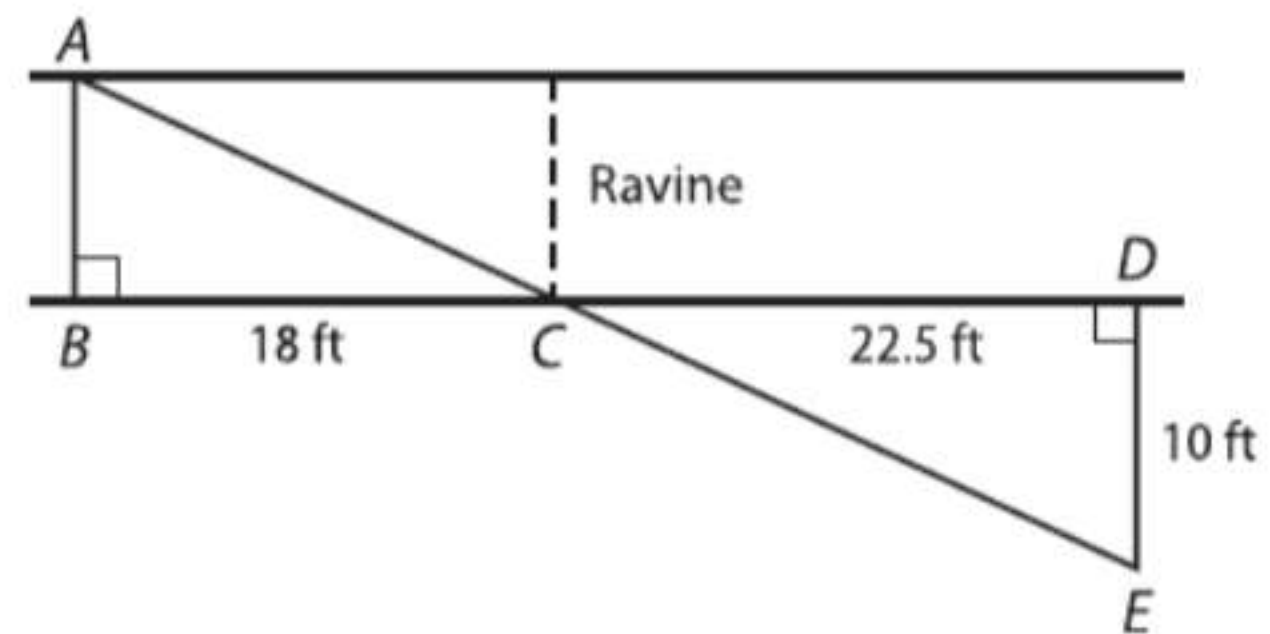
7. يبلغ معامل المقياس لشبهي منحرف متشابهين 3:2. محيط شبه المنحرف الأكبر 21 m. فما محيط شبه المنحرف الأصغر؟

- A 14 m
- B 17.5 m
- C 28 m
- D 31.5 m

اختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي قدمها المعلم أو ورقة أخرى.

1. يريد عيسى قياس عرض وادٍ. يحدد المسافات كما هو مبين بالرسم التخطيطي.



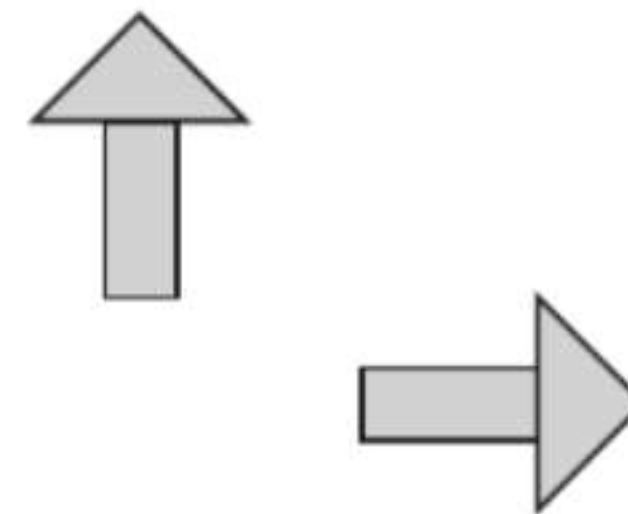
باستخدام هذه المعلومات، ما هو العرض التقريبي للوادي؟

- A 5 m
- B 6 m
- C 7 m
- D 8 m

2. يخطط محمود و عائلته للذهاب في رحلة إلى مدينة باريس بفرنسا. يريد محمود تحويل AED 18,900 إلى عملة اليورو للنفقات. إذا كان 50 يورو يساوي AED 210. فكم يورو سيحصل عليها محمود مقابل AED 18,900؟

- F 79,380
- G 4,500
- H 10,500
- J 726.9

3. أي من المصطلحات التالية يمثل الوصف الأمثل للتحويل أدناه؟



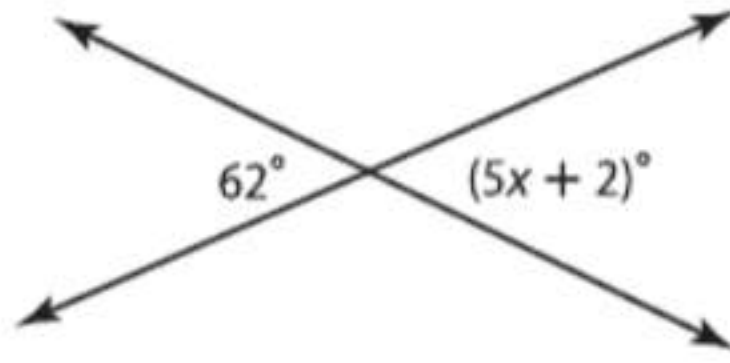
- A تغيير أبعاد
- B انعكاس
- C تدوير
- D إزاحة

نصيحة عند حل الاختبار

السؤال 2 حدد التناسب الخاص بعدد البيزو وجد حله. استخدم نسبة البيزو : درهم.

13. إجابة شبكية يبلغ مقياس الخريطة $1 \text{ cm} = 2.5 \text{ km}$. كم تبلغ المسافة بين مدينتين تبعدان 3.3 cm على الخريطة؟ قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

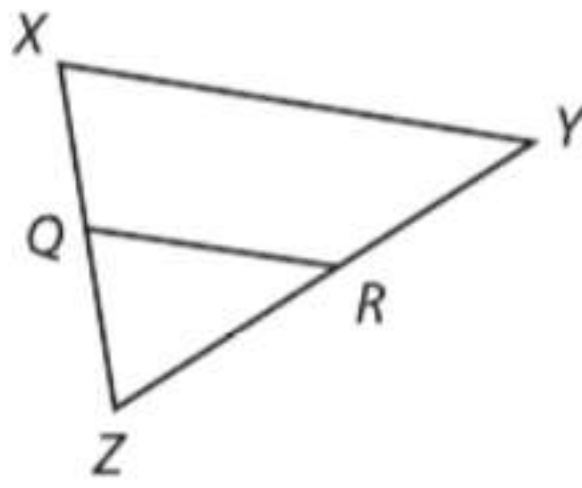
14. ما قيمة x في الشكل؟



الإجابة الموسعة

اكتب إجاباتك على ورقة. اكتب الحل هنا.

15. راجع المثلث XYZ للإجابة على كل سؤال.



a. افترض أن $\overline{QR} \parallel \overline{XY}$. ما المعطيات التي تعرفها عن العلاقة بين القطع المستقيمة XQ و QZ و YR و RZ ؟

b. إذا كان $\overline{QR} \parallel \overline{XY}$ و $XQ = 15$ و $QZ = 12$ و $YR = 20$. فما طول \overline{RZ} ؟

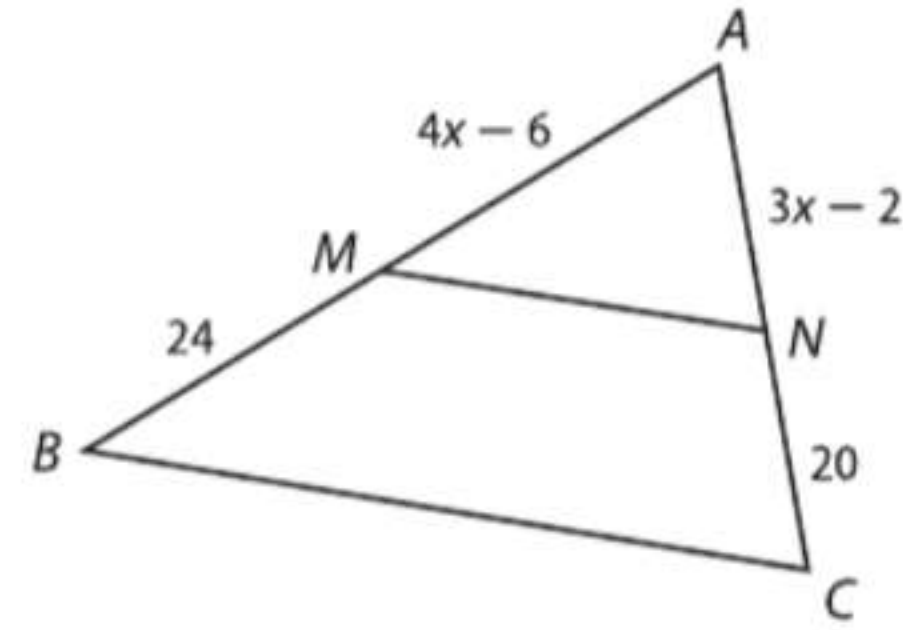
c. افترض أن $\overline{QR} \parallel \overline{XY}$ و $\overline{XQ} \cong \overline{QZ}$ و $QR = 9.5$ وحدات. فما طول \overline{XY} ؟

الإجابة المختصرة/الإجابة الشبكية

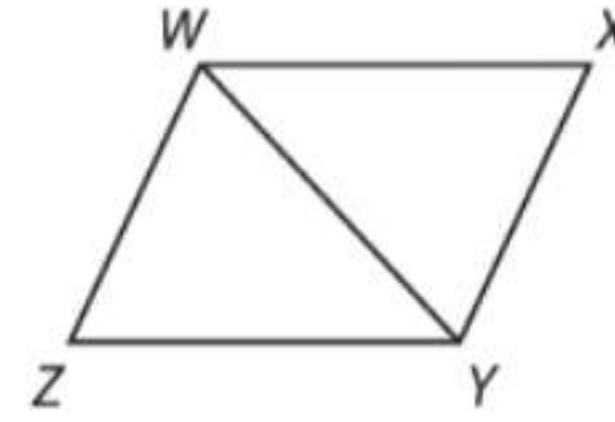
اكتب الإجابات في ورقة الإجابة التي قدمها إليك المعلم أو ورقة أخرى.

8. إجابة شبكية قامت موزة بدراسة استطلاعية على 50 طالبًا من مدرستها ووجدت أن 35 منهم لديهم واجبات منزلية لأربع ليالٍ بالأسبوع على الأقل. إذا كان مجموع الطلاب بالمدرسة ككل 290 طالبًا. فكم منهم تتوقع أن يكون لديه واجب منزلي لأربعة ليالي بالأسبوع على الأقل؟

9. إجابة شبكية في المثلث أدناه $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$. جـد حل x .



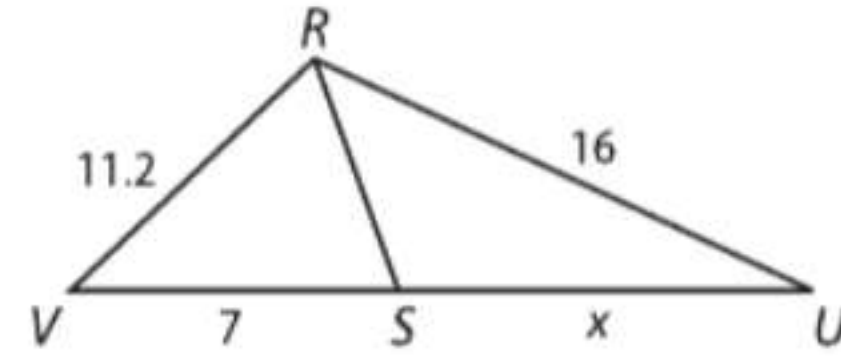
10. الشكل الرباعي $WXYZ$ عبارة عن معين. إذا كان $m\angle XYZ = 110^\circ$. فجد $m\angle ZWY$.



11. ما المعاكس الإيجابي للعبارة أدناه؟

إذا كان ماجد قد ولد في مدينة العين، فإنه قد ولد في إمارة أبوظبي

12. إجابة شبكية في المثلث أدناه \overline{RS} ينصف $\angle VRU$. جـد حل x .



كتيب الطالب

الرموز والصيغ والمفاهيم الأساسية

EM-1	الرموز
EM-2	القياسات
EM-3	العمليات والعلاقات الحسابية
EM-3	الصيغ والمفاهيم الجبرية
EM-5	الصيغ والمفاهيم الهندسية
EM-6	الدوال والمتطابقات المثلثية
EM-7	الدوال الأصلية والعمليات الحسابية على الدوال
EM-7	النهايات والتفاضل والتكامل
EM-8	الصيغ والمفاهيم الاحصائية

المجموعة الخالية	\emptyset
نفي p ، ليس p	$\neg p$
ربط p و q	$p \wedge q$
فصل p أو q	$p \vee q$
العبارة الشرطية. إذا كان p فإن q	$p \rightarrow q$
العبارة ثنائية الشرط. p إذا وفقط إذا q	$p \leftrightarrow q$

الهندسة

زاوية	\angle
مثلث	\triangle
درجة	$^\circ$
باي π	π
درجات	\sphericalangle
قياس $\angle A$	$m\angle A$
مستقيم يحتوي على النقطتين A و B	\overleftrightarrow{AB}
مستقيم نقطتاه الطرفيتان A و B	\overline{AB}
الشعاع من النقطة A الى النقطة B	\overrightarrow{AB}
قياس \overline{AB} . المسافة بين A و B	AB
يوازي	\parallel
لا يوازي	\nparallel
متعامد على	\perp
مثلث	\triangle
متوازي أضلاع	\square
مضلع عدد أضلاعه n	n -gon
متجه a	\vec{a}
المتجه من A إلى B	\overrightarrow{AB}
مقدار متجه من A إلى B	$ \overrightarrow{AB} $
صورة الصورة الأصلية A	A'
موضوع على	\rightarrow
دائرة مركزها A	$\odot A$
قوس أصغر نقطتاه الطرفيتان A و B	\widehat{AB}
قوس أكبر نقطتاه الطرفيتان A و C	\widehat{ABC}
قياس درجة القوس AB	$m\widehat{AB}$

حساب المثلثات

جيب الزاوية x	$\sin x$
جيب تمام الزاوية x	$\cos x$
ظل الزاوية x	$\tan x$
$\text{Arcsin } x$	$\sin^{-1} x$
$\text{Arccos } x$	$\cos^{-1} x$
$\text{Arctan } x$	$\tan^{-1} x$

لا يساوي	\neq
تقريبًا يساوي	\approx
يشابه	\sim
أكبر من، أكبر من أو يساوي	$>, \geq$
أصغر من، أصغر من أو يساوي	$<, \leq$
معكوس a أو المعكوس الجمعي لـ a	$-a$
القيمة المطلقة لـ a	$ a $
الجذر التربيعي الأساسي لـ a	\sqrt{a}
نسبة a إلى b	$a : b$
زوج مرتب	(x, y)
مجموعة مرتبة ثلاثية العناصر (ثلاثي مُرتب)	(x, y, z)
الوحدة التخيلية	i
الجذر النوني لـ b	$b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$
الأعداد النسبية	\mathbb{Q}
الأعداد غير النسبية	\mathbb{I}
الأعداد الصحيحة	\mathbb{Z}
الأعداد الكاملة	\mathbb{W}
الأعداد الطبيعية	\mathbb{N}
ما لا نهاية	∞
سالب ما لا نهاية	$-\infty$
تتضمن الأطراف	$[]$
لا تتضمن الأطراف	$()$
لوغاريتم x للأساس b	$\log_b x$
اللوغاريتم العادي لـ x	$\log x$
اللوغاريتم الطبيعي لـ x	$\ln x$
أوميغا، السرعة الزاوية	ω
ألفا، قياس الزاوية	α
بيتا، قياس الزاوية	β
جاما، قياس الزاوية	γ
ثيتا، قياس الزاوية	θ
لامدا، طول الموجة	λ
فاي، قياس الزاوية	ϕ
متجه a	\mathbf{a}
طول المتجه a	$ \mathbf{a} $

المجموعات والمنطق

ينتمي إلى	\in
مجموعة جزئية من	\subset
تقاطع	\cap
اتحاد	\cup

الاحصاء والاحتمالات		الدوال	
احتمال a	$P(a)$	$f(x)$	
تبادل n من العناصر مأخوذ منها r عنصر في كل مرة	nPr أو $P(n, r)$	$f(x) = \{$	
توافق n من العناصر مأخوذ منها r عنصر في كل مرة	nCr أو $C(n, r)$	$f(x) = x $	
احتمال A	$P(A)$	$f(x) = [x]$	
احتمال A إذا علمت أن B حدث بالفعل	$P(A B)$	$f(x, y)$	
مضروب العدد n (حيث n عدد طبيعي)	$n!$	$[f \circ g](x)$	
سيجما، رمز المجموع	\sum	$f^{-1}(x)$	
متوسط مجتمع إحصائي	μ	النهايات والتفاضل والتكامل	
الانحراف المعياري لمجتمع إحصائي	σ	النهاية عندما تقترب x من c	$\lim_{x \rightarrow c}$
تباين المجتمع الإحصائي	σ^2	ميل القاطع	$m \text{ sec}$
الانحراف المعياري لعينة	s	مشتقة الدالة $f(x)$	$f'(x)$
تباين العينة	s^2	دلتا، أو مقدار التغيير	Δ
مجموع من $n = 1$ إلى k	$\sum_{n=1}^k$	تكامل غير محدود	\int
متوسط x ، متوسط العينة	\bar{x}	تكامل محدود	\int_a^b
فرضية العدم	H_0	مشتقة عكسية للدالة $f(x)$	$F(x)$
الفرضية البديلة	H_a		

عُرْفِي	مترى
الطول	
1 ميل (mi) = 1760 ياردة (yd)	1 كيلومتر (km) = 1000 متر (m)
1 ميل = 5280 قدما (ft)	1 متر = 100 سنتيمتر (cm)
1 ياردة = 3 أقدام	1 سنتيمتر = 10 ملليمتر (mm)
1 قدم = 12 بوصة (in)	
1 ياردة = 36 بوصة	
الحجم والسعة	
1 جالون (gal) = 4 أرباع (qt)	1 لتر (L) = 1000 ملليلتر (mL)
1 جالون = 128 أونصة سائلة (fl oz)	1 كيلولتر (kL) = 1000 لتر
1 كوارت = 2 باينت (pt)	
1 باينت = 2 كوب (c)	
1 كوب = 8 أونصات سائلة	
الوزن والكتلة	
1 طن (T) = 2000 رطل (lb)	1 كيلوجرام (kg) = 1000 جرام (g)
1 رطل = 16 أونصة (oz)	1 جرام = 1000 ملليجرام (mg)
	1 طن متري (t) = 1000 كيلوجرام

العمليات والعلاقات الحسابية

لأي عدد a . يكون $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ و $a + 0 = 0 + a = a$.	المحايد
إذا كان $a = b$. يمكن التعويض عن a باستخدام b .	التعويض (=)
$a = a$	الانعكاس (=)
إذا كان $a = b$. فإن $b = a$.	التماثل (=)
إذا كان $a = b$ و $b = c$. فإن $a = c$.	التعدي (=)
لأي عددين a و b . $a \cdot b = b \cdot a$ و $a + b = b + a$.	التبديل
لأي أعداد a و b و c . $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ و $(a + b) + c = a + (b + c)$.	التجميع
لأي أعداد a و b و c . $a(b + c) = ab + ac$ و $a(b - c) = ab - ac$.	التوزيع
لأي عدد a . يوجد عدد واحد فقط $-a$ بحيث $a + (-a) = 0$.	المعكوس الجمعي
لأي عدد $\frac{a}{b}$. حيث $a \neq 0$ و $b \neq 0$. يوجد عدد واحد فقط $\frac{b}{a}$ بحيث $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$.	المعكوس الضربي
لأي عدد a . يكون $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$.	الضرب (0)
لأي أعداد a و b و c . إذا كان $a = b$. فإن $a + c = b + c$.	الجمع (=)
لأي أعداد a و b و c . إذا كان $a = b$. فإن $a - c = b - c$.	الطرح (=)
لأي أعداد a و b و c . حيث $c \neq 0$. إذا كان $a = b$. فإن $ac = bc$ و $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.	الضرب والقسمة (=)
لأي أعداد a و b و c . إذا كان $a > b$. فإن $a + c > b + c$.	الجمع (>)*
لأي أعداد a و b و c . إذا كان $a > b$. فإن $a - c > b - c$.	الطرح (>)*
لأي أعداد a و b و c . 1. إذا كان $a > b$ و $c > 0$. فإن $ac > bc$ و $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$. 2. إذا كان $a > b$ و $c < 0$. فإن $ac < bc$ و $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.	الضرب والقسمة (>)*
لأي عددين حقيقيين a و b . إذا كان $ab = 0$. فإن $a = 0$ أو $b = 0$ أو كلاهما 0.	ناتج الضرب الصفري
* تنطبق هذه الخواص كذلك على $<$ و \geq و \leq .	

الصيغ والمفاهيم الجبرية

المصفوفات	
الضرب في كمية عددية $k \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{bmatrix}$	الجمع $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{bmatrix}$
الضرب $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{bmatrix}$	الطرح $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-e & b-f \\ c-g & d-h \end{bmatrix}$
كثيرات الحدود	
مربع فرق $(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2$	القانون العام $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, a \neq 0$
ناتج ضرب مجموع وفرق $(a + b)(a - b) = (a - b)(a + b) = a^2 - b^2$	مربع مجموع $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$
اللوغاريتمات	
خاصية الأس الثابت $\log_b m^p = p \log_b m$	خاصية الضرب $\log_x ab = \log_x a + \log_x b$
تغيير الأساس $\log_a n = \frac{\log_b n}{\log_b a}$	خاصية القسمة $\log_x \frac{a}{b} = \log_x a - \log_x b, b \neq 0$

الصيغ والمفاهيم الجبرية

الدوال الأسية واللوغاريتمية			
$N = N_0(1 + r)^t$	النمو أو الاضمحلال الأسّي	$A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$	المرابحة المركبة
$N = N_0e^{kt}$	النمو أو الاضمحلال الأسّي المستمر	$A = Pe^{rt}$	النمو المركب المستمر
$\log_b x^p = p \log_b x$	خاصية القوة	$\log_b xy = \log_b x + \log_b y$	خاصية الضرب
$\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$	خاصية تغيير الاساس	$\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$	خاصية القسمة
المتتاليات والمتسلسلات			
$a_n = ar^{n-1}$	الحد النوني لمتتالية هندسية	$a_n = a_1 + (n - 1)d$	الحد النوني لمتتالية حسابية
$S_n = \frac{a_1 - ar^n}{1 - r}$ أو $S_n = \frac{a_1 - ar^n}{1 - r}, r \neq 1$	مجموع متسلسلة هندسية	$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$ أو $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n - 1)d]$	مجموع متسلسلة حسابية
$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$	صيغة أويلر	$S = \frac{a_1}{1 - r}, r < 1$	مجموع متسلسلة هندسية لانهاية
$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$	المتسلسلة الأسية	$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots$	متسلسلة القوة
$(a + b)^n = {}_n C_0 a^n b^0 + {}_n C_1 a^{n-1} b^1 + {}_n C_2 a^{n-2} b^2 + \dots + {}_n C_r a^{n-r} b^r + \dots + {}_n C_n a^0 b^n$			نظرية ذات الحددين
$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$ $\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$			متسلسلة القوة للجيب وجيب وجيب التمام
المتجهات			
$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \langle a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3 \rangle$	الجمع في الفضاء	$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \langle a_1 + b_1, a_2 + b_2 \rangle$	الجمع في المستوى
$\mathbf{a} - \mathbf{b} = \mathbf{a} + (-\mathbf{b})$ $= \langle a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3 \rangle$	الطرح في الفضاء	$\mathbf{a} - \mathbf{b} = \langle a_1 - b_1, a_2 - b_2 \rangle$	الطرح في المستوى
$k\mathbf{a} = \langle ka_1, ka_2, ka_3 \rangle$	الضرب القياسي في الفضاء	$k\mathbf{a} = \langle ka_1, ka_2 \rangle$	الضرب القياسي في المستوى
$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$	الضرب النقطي في الفضاء	$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2$	الضرب النقطي في المستوى
$\text{proj}_{\mathbf{v}} \mathbf{u} = \left(\frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{ \mathbf{v} ^2}\right) \mathbf{v}$	مستقط \mathbf{u} على \mathbf{v}	$\cos \theta = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{ \mathbf{a} \mathbf{b} }$	الزاوية بين متجهين
$\mathbf{t} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \begin{vmatrix} t_1 & t_2 & t_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$	الضرب القياسي لثلاثة متجهات	$ \mathbf{v} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	طول المتجه
معادلة المستقيم في المستوى الإحداثي			
		$y = mx + b$	صيغة الميل والمقطع
		$y - y_1 = m(x - x_1)$	صيغة النقطة والميل

الصيغ والمفاهيم الجبرية

القطع المخروطية

$x^2 + y^2 = r^2$ أو $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$	دائرة	$(x - h)^2 = 4p(y - k)$ أو $(y - k)^2 = 4p(x - h)$	قطع مكافئ
أو $\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$ أو $\frac{(y - k)^2}{a^2} - \frac{(x - h)^2}{b^2} = 1$	قطع زائد	أو $\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$ أو $\frac{(x - h)^2}{b^2} + \frac{(y - k)^2}{a^2} = 1$	قطع ناقص

الدوران المحوري للقطع المخروطية $x' = x \cos \theta + y \sin \theta$ و $y' = y \cos \theta - x \sin \theta$

المعادلات الوسيطة

الموقع العمودي $y = tv_0 \sin \theta - \frac{1}{2}gt^2 + h_0$ المسافة الأفقية $x = tv_0 \cos \theta$

الاعداد المركبة

$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)]$	صيغة القسمة	$z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$	صيغة الضرب
أو $z^n = [r(\cos \theta + i \sin \theta)]^n$ $r^n(\cos n\theta + i \sin n\theta)$	نظرية دي موافر	$r^{\frac{1}{p}} \left(\cos \frac{\theta + 2n\pi}{p} + i \sin \frac{\theta + 2n\pi}{p} \right)$	صيغة الجذور المختلفة

الصيغ والمفاهيم الهندسية

الهندسة الإحداثية

$d = a - b $	المسافة على خط الأعداد	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, x_2 \neq x_1$	الميل
$\ell = \frac{x}{360} \cdot 2\pi r$	طول القوس	$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	المسافة بين نقطتين في المستوى
$M = \frac{a + b}{2}$	نقطة المنتصف على خط الأعداد	$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$	نقطة المنتصف في المستوى الإحداثي
$a^2 + b^2 = c^2$	نظرية فيثاغورس	$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2} \right)$	نقطة المنتصف في الفضاء

المحيط

مربع $P = 4s$ مستطيل $P = 2\ell + 2w$ دائرة $C = 2\pi r$ أو $C = \pi d$

مساحة السطح الجانبية

$L = \frac{1}{2}P\ell$	هرم	$L = Ph$	منشور
$L = \pi r\ell$	مخروط	$L = 2\pi r h$	إسطوانة

مساحة السطح الكلية

$S = 2\pi r h + 2\pi r^2$	إسطوانة	$S = \pi r\ell + \pi r^2$	مخروط	$S = Ph + 2B$	منشور
$S = 6s^2$	مكعب	$S = 4\pi r^2$	كرة	$S = \frac{1}{2}P\ell + B$	هرم

الحجم

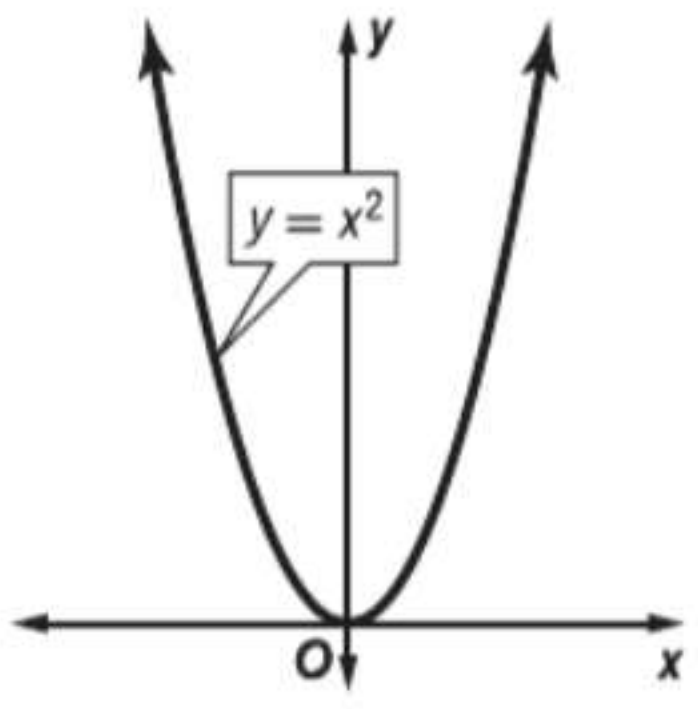
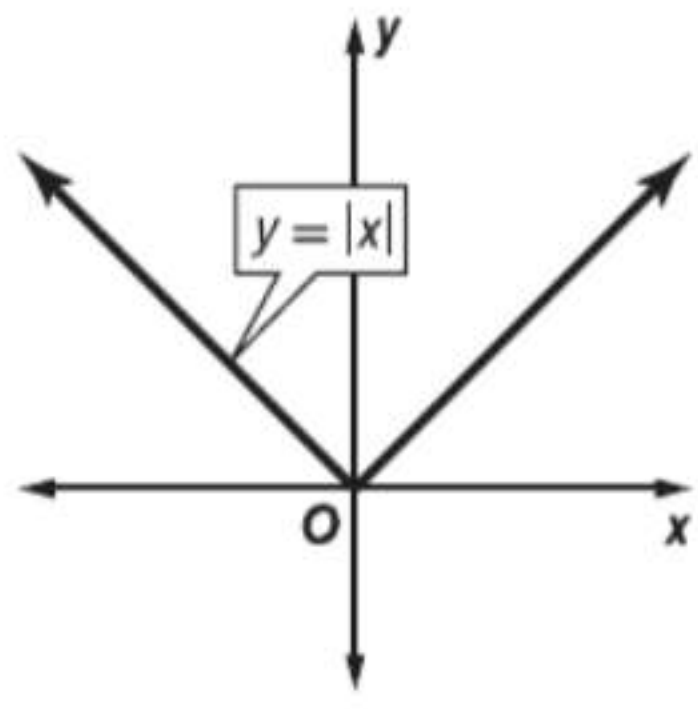
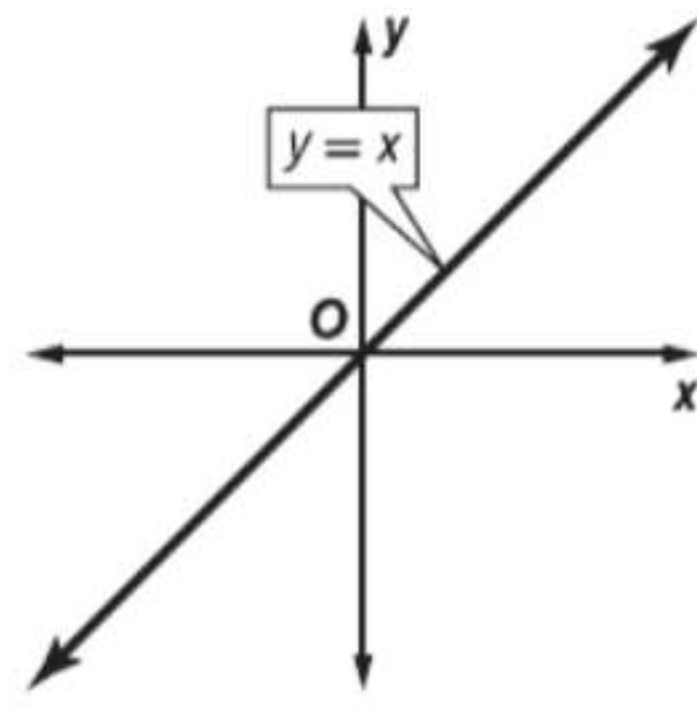
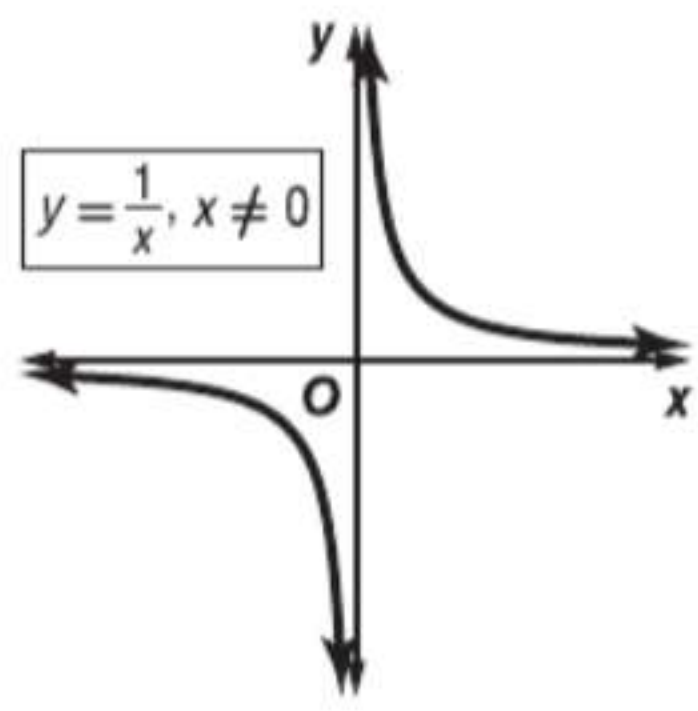
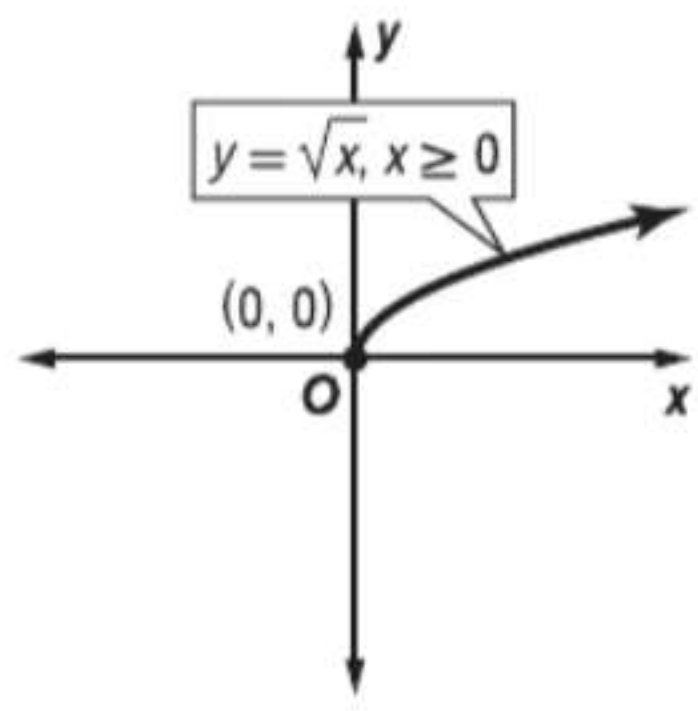
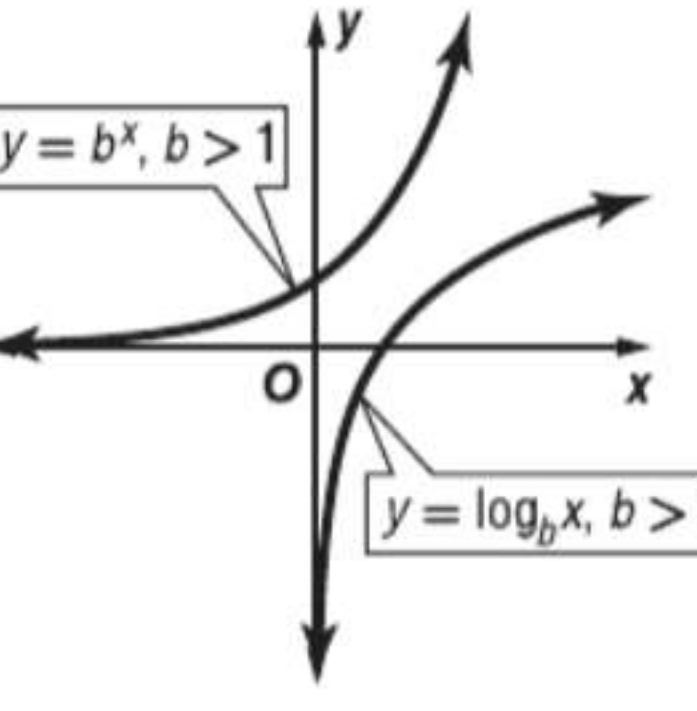
$V = \pi r^2 h$	إسطوانة	$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h^2$	مخروط	$V = Bh$	منشور
$V = s^3$	مكعب	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$	كرة	$V = \frac{1}{3}Bh$	هرم

$V = \ell w h$ متوازي مستطيلات

الدوال المثلثية			
$\tan \theta = \frac{\text{opp}}{\text{adj}} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$	$\cos \theta = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$	$\sin \theta = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$	النسب المثلثية
$\cot \theta = \frac{\text{adj}}{\text{opp}} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$	$\csc \theta = \frac{\text{hyp}}{\text{opp}} = \frac{1}{\sin \theta}$	$\sec \theta = \frac{\text{hyp}}{\text{adj}} = \frac{1}{\cos \theta}$	
$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$	$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$	قانون جيبوس التمام
Area = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$	صيغة هيرون	$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$	قانون الجيوب
$\omega = \frac{\theta}{t}$	السرعة الزاوية	$v = \frac{s}{t}$	السرعة الخطية
المتطابقات المثلثية			
$\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}$	$\cos \theta = \frac{1}{\sec \theta}$	$\sin \theta = \frac{1}{\csc \theta}$	متطابقات المقلوب
$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$	$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$	$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$	
$\cot^2 \theta + 1 = \csc^2 \theta$	$\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$	$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$	متطابقات فيثاغورس
$\sec \theta = \csc \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)$	$\tan \theta = \cot \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)$	$\sin \theta = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)$	متطابقات المتممات
$\csc \theta = \sec \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)$	$\cot \theta = \tan \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)$	$\cos \theta = \sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)$	
$\tan(-\theta) = -\tan \theta$	$\cos(-\theta) = \cos \theta$	$\sin(-\theta) = -\sin \theta$	متطابقات الفردي والزوجي
$\cot(-\theta) = -\cot \theta$	$\sec(-\theta) = \sec \theta$	$\csc(-\theta) = -\csc \theta$	
$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$	$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$		متطابقات المجموع والفرق
$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$	$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$		
$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$	$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$		
$\cos 2\theta = 1 - 2 \sin^2 \theta$	$\cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1$	$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$	متطابقات ضعف الزاوية
	$\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$	$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$	
$\tan^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{1 + \cos 2\theta}$	$\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$	$\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$	متطابقات تخفيض الأس
$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}$	$\cos \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}}$	$\sin \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}$	متطابقات نصف الزاوية
	$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta}$	$\tan \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}}$	
$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$	$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$		متطابقات تحويل الضرب إلى مجموع أو فرق
$\cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)]$	$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$		
$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$	$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$		متطابقات تحويل المجموع أو الفرق إلى ضرب
$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$	$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$		

الدوال الأصلية والعمليات الحسابية على الدوال

الدوال الأصلية

<p>الدوال التربيعية</p> 	<p>دوال القيمة المطلقة</p> 	<p>الدوال الخطية</p> 
<p>الدوال العكسية والنسبية</p> 	<p>دوال الجذر التربيعي</p> 	<p>الدوال الأسية واللوغاريتمية</p> 

العمليات الحسابية على الدوال

$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$ $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, g(x) \neq 0$	<p>الضرب</p> <p>القسمة</p>	$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$ $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$	<p>الجمع</p> <p>الطرح</p>
--	----------------------------	--	---------------------------

النهايات والتفاضل والتكامل

النهايات

$\lim_{x \rightarrow c} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow c} f(x) - \lim_{x \rightarrow c} g(x)$ $\lim_{x \rightarrow c} [f(x)^n] = \left[\lim_{x \rightarrow c} f(x) \right]^n$ $\lim_{x \rightarrow c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}$ إذا كان $\lim_{x \rightarrow c} f(x) > 0$. <small>n عدد زوجي</small>	<p>نهاية طرح دالتين</p> <p>نهاية دالة مرفوعة لأس</p> <p>نهاية الجذر النوني لدالة</p>	$\lim_{x \rightarrow c} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow c} f(x) + \lim_{x \rightarrow c} g(x)$ $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}{\lim_{x \rightarrow c} g(x)}$ إذا كان $\lim_{x \rightarrow c} g(x) \neq 0$ <p>المتوسطة</p> $v_{avg} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ <p>اللحظية</p> $v(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h}$	<p>نهاية مجموع دالتين</p> <p>نهاية قسمة دالتين</p> <p>السرعة</p>
--	--	--	--

التفاضل

<p>إذا كان $f(x) = g(x) \pm h(x)$ فإن $f'(x) = g'(x) \pm h'(x)$</p> <p>قاعدة القسمة</p> $\frac{d}{dx} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$	<p>المجموع أو الفرق</p> <p>قاعدة القسمة</p>	<p>إذا كان $f(x) = x^n$ فإن $f'(x) = nx^{n-1}$</p> <p>قاعدة الضرب</p> $\frac{d}{dx} [f(x)g(x)] = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$	<p>قاعدة القوة</p> <p>قاعدة الضرب</p>
--	---	---	---------------------------------------

التكامل

$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$	<p>النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل</p>	$\int f(x) dx = F(x) + C$	<p>التكامل غير المحدود</p>
----------------------------------	---	---------------------------	----------------------------

الصيغ والمفاهيم الاحصائية

$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$	قيمة z	$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}}$	قيمة z لمتوسط العينة
$P(X) = {}_n C_x p^x q^{n-x} = \frac{n!}{(n-x)! x!} p^x q^{n-x}$	خاصية ذات الحدين	$E = z \cdot \sigma_{\bar{x}} \text{ or } z \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	الحد الأقصى لقيمة التوقع
$CI = \bar{x} \pm E \text{ or } \bar{x} \pm z \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	فترة الثقة، في توزيع طبيعي	$CI = \bar{x} \pm t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$	فترة الثقة في توزيع t
$r = \frac{1}{n-1} \sum \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s_x} \right) \left(\frac{y_i - \bar{y}}{s_y} \right)$	معامل الارتباط	$t = r \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}$ درجات الحرية: $n - 2$	معامل الارتباط لاختبار t

Glossary/ القاموس

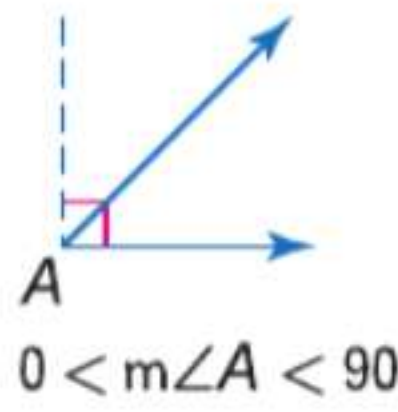
English

العربية

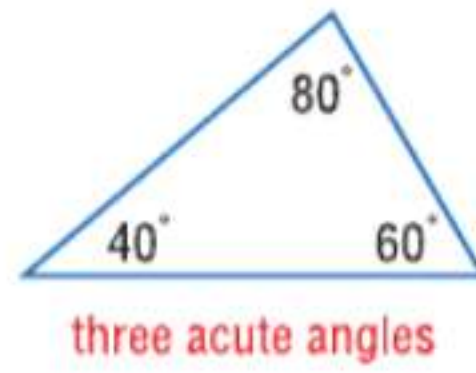
A

absolute value The distance a number is from zero on the number line.

acute angle An angle with a degree measure less than 90.



acute triangle A triangle in which all of the angles are acute angles.



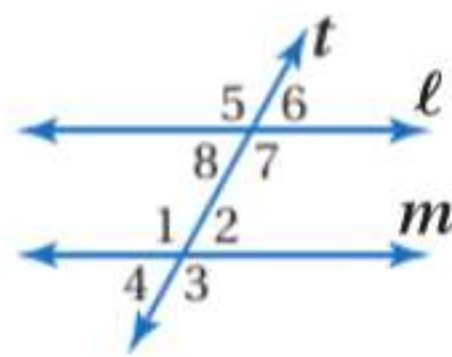
additive identity For any number a , $a + 0 = 0 + a = a$.

additive inverse Two integers, x and $-x$, are called additive inverses. The sum of any number and its additive inverse is zero.

adjacent angles Two angles that lie in the same plane, have a common vertex and a common side, but no common interior points.

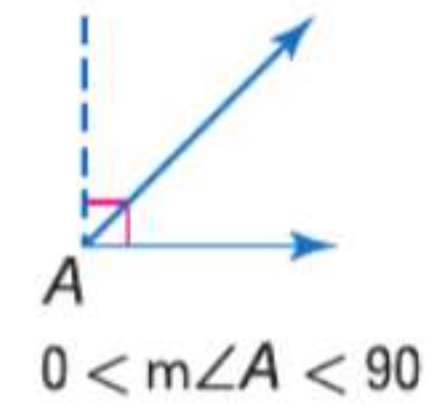
algebraic expression An expression consisting of one or more numbers and variables along with one or more arithmetic operations.

alternate exterior angles In the figure, transversal t intersects lines l and m . $\angle 5$ and $\angle 3$, and $\angle 6$ and $\angle 4$ are alternate exterior angles.

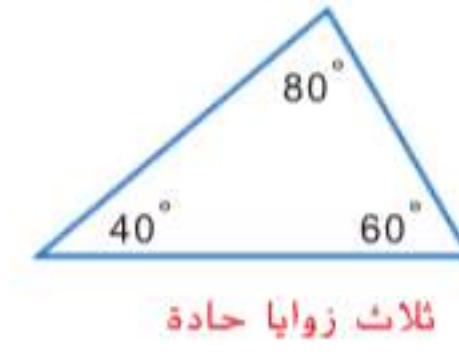


قيمة مطلقة المسافة الفاصلة بين العدد والصفر على خط الأعداد.

زاوية حادة زاوية قياس درجتها أقل من 90.



مثلث حاد الزوايا مثلث كل زواياه حادة.



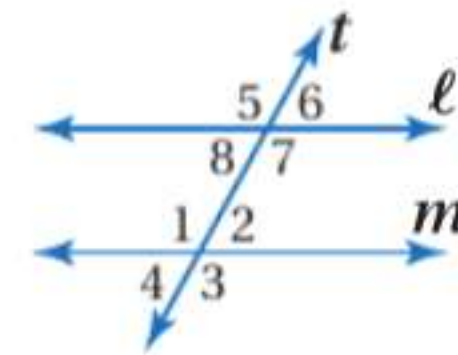
محايد جمعي لأي عدد a , $a + 0 = 0 + a = a$.

نظير جمعي يطلق على العددين الصحيحين x و $-x$ النظيرين الجمعيين. وحاصل جمع أي عدد ونظيره الجمعي يساوي صفرًا.

الزوايا المتجاورة زاويتان تقعان في نفس المستوى، لهما رأس مشترك وضلع مشترك، لكن لا توجد لديهما نقاط داخلية مشتركة.

تعبير جبري أي تعبير يتكون من عدد واحد أو أكثر ومتغير واحد أو أكثر، فضلا عن عملية حسابية واحدة أو أكثر.

الزوايا الخارجية المتبادلة في الشكل، يتقاطع القاطع t مع المستقيمين l و m . $\angle 5$ و $\angle 3$ و $\angle 6$ و $\angle 4$ زوايا خارجية متبادلة.

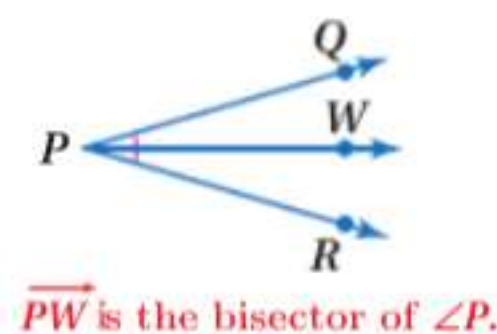


alternate interior angles In the figure at the bottom of page R115, transversal t intersects lines ℓ and m . $\angle 1$ and $\angle 7$, and $\angle 2$ and $\angle 8$ are alternate interior angles.

altitude 1. In a triangle, a segment from a vertex of the triangle to the line containing the opposite side and perpendicular to that side. 2. In a prism or cylinder, a segment perpendicular to the bases with an endpoint in each plane. 3. In a pyramid or cone, the segment that has the vertex as one endpoint and is perpendicular to the base.

angle The intersection of two noncollinear rays at a common endpoint. The rays are called *sides* and the common endpoint is called the *vertex*.

angle bisector A ray that divides an angle into two congruent angles.



angle of rotation The angle through which a preimage is rotated to form the image.

area 1. The measure of the surface enclosed by a geometric figure. 2. The number of square units needed to cover a surface.

arithmetic sequence A numerical pattern that increases or decreases at a constant rate or value. The difference between successive terms of the sequence is constant.

asymptote A line that a graph approaches.

augmented matrix A coefficient matrix with an extra column containing the constant terms.

auxiliary line An extra line or segment drawn in a figure to help complete a proof.

الزوايا الداخلية المتبادلة في الشكل في الجزء السفلي من صفحة R115، يتقاطع القاطع t مع المستقيمين ℓ و m . $\angle 1$ و $\angle 7$ و $\angle 2$ و $\angle 8$ زوايا داخلية متبادلة.

ارتفاع 1. في المثلث، قطعة مستقيمة تمتد من أحد رؤوس المثلث إلى الضلع المقابل وتكون متعامدة على هذا الضلع. 2. في المنشور أو الأسطوانة، الارتفاع هو قطعة مستقيمة متعامدة على القاعدتين ذات نقطة نهاية في كل مستوى. 3. في الهرم أو المخروط، الارتفاع هو الجزء الذي يتضمن الرأس بوصفها نقطة نهاية واحدة ويكون متعامداً على القاعدة.

زاوية تقاطع شعاعين ليسا على خط مستقيم واحد عند نقطة نهاية مشتركة. تسمى الأشعة بالأضلاع وتسمى نقطة النهاية المشتركة بالرأس.

مُنصف الزاوية شعاع يقسم الزاوية إلى زاويتين متطابقتين.



زاوية الدوران الزاوية التي تدور الصورة الأصلية من خلالها لتكون الصورة.

المساحة 1. قياس لمنطقة محصورة في نطاق معين على سطح شكل هندسي. 2. عدد الوحدات المربعة اللازمة لتغطية سطح ما.

متتالية حسابية نمط عددي يزيد أو يقل بمعدل أو قيمة ثابتة. ويكون الفرق بين الحدود المتتالية للمتتالية ثابتاً.

خط مقارب خط يقترب منه الرسم البياني.

مصفوفة موسعة مصفوفة معاملات بها عمود إضافي يتضمن الحدود الثابتة.

خط مساعد خط إضافي أو قطعة مستقيمة يتم رسمها في شكل للمساعدة على استكمال البرهان.

B

bar graph A graphic form using bars to make comparisons of statistics.

base In an expression of the form x^n , the base is x .

base angle of an isosceles triangle See isosceles triangle and isosceles trapezoid.

base of parallelogram Any side of a parallelogram.

best-fit line The line that most closely approximates the data in a scatter plot.

between For any two points A and B on a line, there is another point C between A and B if and only if A , B , and C are collinear and $AC + CB = AB$.

betweenness of points See between.

bivariate data Data with two variables.

boundary A line or curve that separates the coordinate plane into regions.

box-and-whisker plot A diagram that divides a set of data into four parts using the median and quartiles.

A box is drawn around the quartile values and whiskers extend from each quartile to the extreme data points.

رسم بياني خطي رسم بياني يستخدم الأعمدة لإجراء المقارنات الإحصائية.

قاعدة في أي تعبير صيغته x^n , تكون القاعدة هي x .

زاوية القاعدة في مثلث متساوي الساقين راجع مثلث متساوي الساقين وشبه المنحرف متساوي الساقين.

قاعدة متوازي الأضلاع أي ضلع في متوازي الأضلاع.

خط المواءمة الأفضل الخط الذي يعد الأقرب تمثيلاً للبيانات في التمثيل البياني بالنقاط المبعثرة.

بينية بالنسبة إلى أي نقطتين A و B في أي خط مستقيم، تكون هناك النقطة الأخرى C بين A و B إذا وفقط إذا كانت النقاط A و B و C تقع على خط مستقيم واحد، فإن $AC + CB = AB$.

بينية النقاط راجع بينية.

البيانات ذات المتغيرين بيانات تحتوي على متغيرين.

حد الخط أو المنحنى الذي يقسم المستوى الإحداثي إلى مناطق.

مخطط الصندوق ذو العارضين مخطط بياني يقسم مجموعة من البيانات إلى أربعة أجزاء باستخدام الوسيط والربيعيات.

ويرسم الصندوق حول قيم الربيعيات ويمتد العارضان من كل ربيع إلى نقاط البيانات القصوى.

C

center The given point from which all points on the circle are the same distance.

center of circle The central point where radii form a locus of points called a circle.

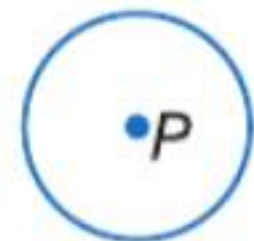
center of dilation The center point from which dilations are performed.

center of rotation A fixed point around which shapes move in a circular motion to a new position.

center of symmetry See point of symmetry.

chord 1. For a given circle, a segment with endpoints that are on the circle. 2. For a given sphere, a segment with endpoints that are on the sphere.

circle The locus of all points in a plane equidistant from a given point called the center of the circle.



P is the center of the circle.

المركز النقطة المعلومة التي تبعد عنها كل النقاط على الدائرة نفس المسافة.

مركز الدائرة النقطة المركزية حيث تكون أنصاف الأقطار موضعاً هندسياً للنقاط يسمى دائرة.

مركز تغيير الأبعاد نقطة المركز الذي يتم منه تغيير الأبعاد بمقياس.

مركز الدوران نقطة ثابتة تتحرك حولها أشكال حركة دائرية إلى موقع جديد.

مركز التناظر راجع نقطة التناظر.

وتر 1. بالنسبة إلى دائرة معينة، قطعة مستقيمة توجد نقطتا نهايتها على الدائرة. 2. بالنسبة إلى كرة معينة، قطعة مستقيمة توجد نقطتا نهايتها على الكرة.

دائرة موضع كل النقاط في مستوى متساو من نقطة محددة تسمى مركز الدائرة.



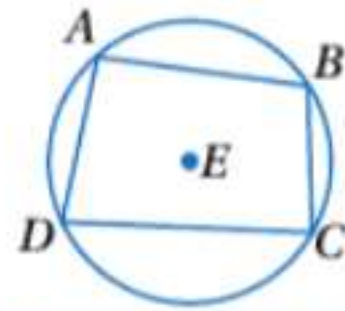
P هي مركز الدائرة

circle The set of all points in a plane that are the same distance from a given point called the center.

circle graph A type of statistical graph used to compare parts of a whole.

circumference The distance around a circle.

circumscribed A circle is circumscribed about a polygon if the circle contains all the vertices of the polygon.



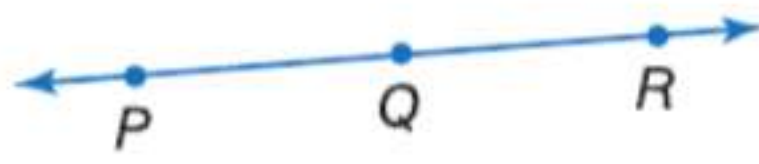
$\odot E$ is circumscribed about quadrilateral $ABCD$.

closed A set is closed under an operation if for any numbers in the set, the result of the operation is also in the set.

closed half-plane The solution of a linear inequality that includes the boundary line.

coefficient The numerical factor of a term.

collinear Points that lie on the same line.



$P, Q,$ and R are collinear.

common difference The difference between the terms in an arithmetic sequence.

common ratio The ratio of successive terms of a geometric sequence.

common tangent A line or segment that is tangent to two circles in the same plane.

complementary angles Two angles with measures that have a sum of 90.

complements One of two parts of a probability making a whole.

composition of transformations The resulting transformation when a transformation is applied to a figure and then another transformation is applied to its image.

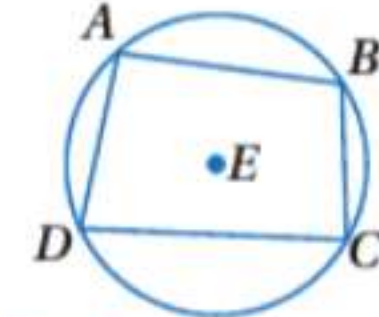
compound inequality Two or more inequalities that are connected by the words *and* or *or*.

دائرة مجموعة النقاط في المستوى والتي تبعد نفس المسافة عن نقطة معلومة تسمى المركز.

رسم بياني دائري نوع من الرسوم البيانية الإحصائية المستخدمة في مقارنة أجزاء من كل.

محيط الدائرة المسافة حول الدائرة.

مُحاطة تكون الدائرة مُحاطة بمضلع إذا كانت تحوي كل رؤوس المضلع.



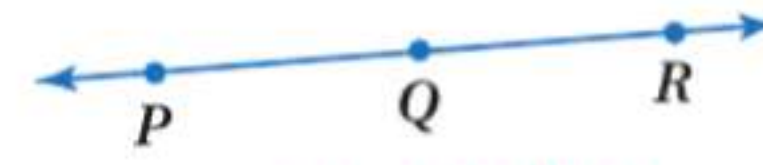
$\odot E$ محيطة برباعي الأضلاع $ABCD$

مغلقة تكون المجموعة مغلقة في ظل إحدى العمليات إذا تم إجراء عملية بين أي من أعدادها ونتج عنصر ينتمي لنفس المجموعة.

نصف مستو مغلق حل المتباينة الخطية التي تتضمن مستقيماً حدياً.

معامل العامل العددي للحد.

على خط مستقيم واحد أن تقع النقاط على نفس الخط.



$P, Q,$ و R على الخط نفسه.

فرق مشترك الفرق بين الحدود في المتتالية الحسابية.

نسبة مشتركة نسبة الحدود المتتالية للتسلسل الهندسي.

مماس مشترك خط مستقيم أو قطعة مستقيمة تلامس دائرتين في نفس المستوى.

زاويتان متكاملتان زاويتان مجموع قياسهما يساوي 90.

تمهات جزء أو جزءان من احتمال متمم للكل.

تركيب التحويلات التحويل الناتج عند تطبيق تحويل على شكل ما ثم تطبيق تحويل آخر على صورة هذا الشكل.

متباينة مركبة متباينتان أو أكثر متصلتان بالكلمتين *و* أو *أو*.

compound interest A special application of exponential growth.

concave polygon A polygon for which there is a line containing a side of the polygon that also contains a point in the interior of the polygon.

concentric circles Coplanar circles with the same center.

congruence transformations A mapping for which a geometric figure and its image are congruent.

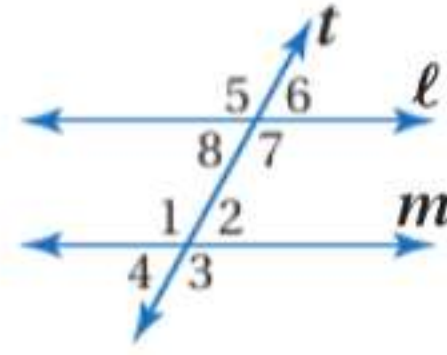
congruent Having the same measure.

congruent polygons Polygons in which all matching parts are congruent.

conjugates Binomials of the form $a\sqrt{b} + c\sqrt{d}$ and $a\sqrt{b} - c\sqrt{d}$.

consecutive integers Integers in counting order.

consecutive interior angles In the figure, transversal t intersects lines ℓ and m . There are two pairs of consecutive interior angles: $\angle 8$ and $\angle 1$, and $\angle 7$ and $\angle 2$.



consistent A system of equations that has at least one ordered pair that satisfies both equations.

constant A monomial that is a real number.

constant function A linear function of the form $y = b$.

constant of variation The number k in equations of the form $y = kx$.

construction A method of creating geometric figures without the benefit of measuring tools. Generally, only a pencil, straightedge, and compass are used.

continuous function A function that can be graphed with a line or a smooth curve.

convex polygon A polygon for which there is no line that contains both a side of the polygon and a point in the interior of the polygon.

coordinate The number that corresponds to a point on a number line.

فائدة مركبة تطبيق خاص للنمو الأسي.

مضلع مقعر مضلع به خط مستقيم يحتوي على أحد أضلاع المضلع ونقطة في المناطق الداخلية بالمضلع.

دوائر متحدة المركز دوائر متحدة المستوى لها نفس المركز.

تحويلات التطابق رسم يكون فيه الشكل الهندسي وصورته متطابقين.

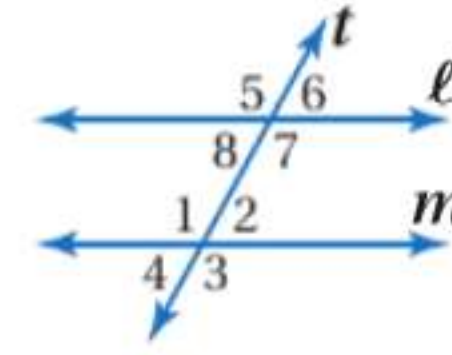
التطابق وجود نفس القياس.

مضلعات متطابقة المضلعات التي تتطابق فيها كل الأجزاء المماثلة.

متراقات ثنائيات ذات حدين صيغتها
 $a\sqrt{b} - c\sqrt{d}$ و $a\sqrt{b} + c\sqrt{d}$

أعداد صحيحة متتالية الأعداد الصحيحة حسب ترتيب العد.

زوايا داخلية متتالية في الشكل، يتقاطع القاطع t مع المستقيمين ℓ و m : هناك زوجان من الزوايا الداخلية المتتالية: $\angle 8$ و $\angle 1$ و $\angle 7$ و $\angle 2$.



متوافق نظام من المعادلات التي لها زوج مرتب واحد على الأقل يحقق كلتا المعادلتين.

ثابت أحادي الحد يمثل عددًا حقيقيًا.

دالة ثابتة دالة خطية بالصيغة $y = b$.

ثابت التغير العدد k في المعادلات بالصيغة $y = kx$.

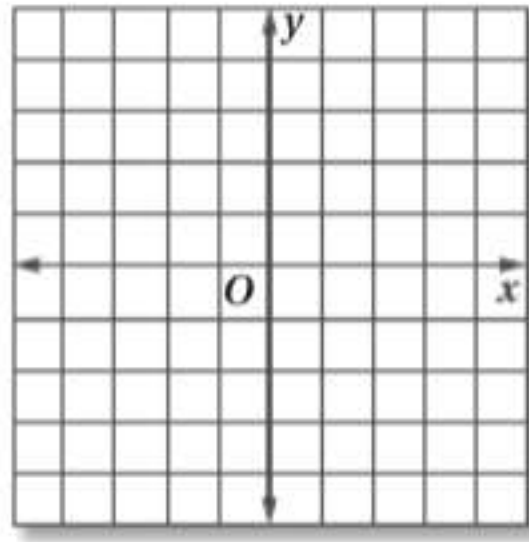
تركيب إحدى طرق إنشاء أشكال هندسية دون الاستعانة بأدوات القياس. بشكل عام، يتم استخدام قلم رصاص ومسطرة عدلة وفرجار فقط.

دالة متصلة دالة يمكن تمثيلها بيانيًا بخط مستقيم أو بمنحنى منتظم.

مضلع محدب مضلع لا يوجد له خط مستقيم يحوي أحد أضلاع المضلع ونقطة في المناطق الداخلية بالمضلع.

إحداثي العدد الذي يتوافق مع نقطة على خط الأعداد.

coordinate plane The plane containing the x - and y -axes.



coordinate proofs Proofs that use figures in the coordinate plane and algebra to prove geometric concepts.

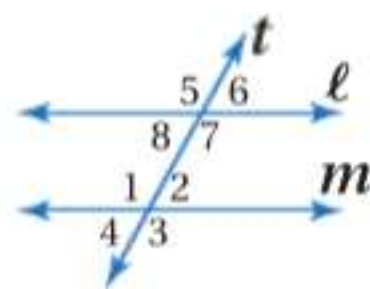
coordinate system The grid formed by the intersection of two number lines, the horizontal axis and the vertical axis.

coplanar Points that lie in the same plane.

corollary A statement that can be easily proved using a theorem is called a corollary of that theorem.

correlation coefficient A value that shows how close data points are to a line.

corresponding angles In the figure, transversal t intersects lines ℓ and m . There are four pairs of corresponding angles: $\angle 5$ and $\angle 1$, $\angle 8$ and $\angle 4$, $\angle 6$ and $\angle 2$, and $\angle 7$ and $\angle 3$.

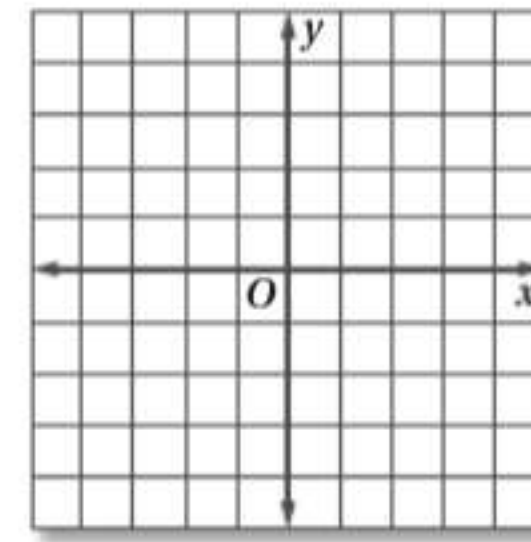


corresponding parts Matching parts of congruent polygons.

counterexample A specific case in which a statement is false.

cube root If $a^3 = b$, then a is the cube root of b .

مستوى إحداثي المستوى الذي يحوي المحور x والمحور y .



براهين إحداثية البراهين التي تستخدم الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر لإثبات مفاهيم هندسية.

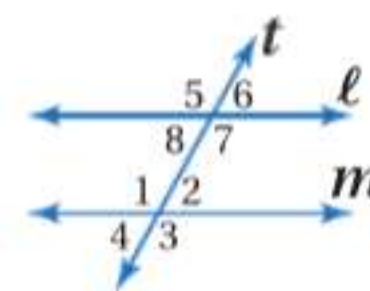
نظام إحداثي الشبكة التي تنتج عن تقاطع خطين من الأعداد، المحور الأفقي والمحور الرأسى.

متحدة المستوى النقاط التي تقع في نفس المستوى.

نتيجة عبارة يمكن إثباتها بسهولة باستخدام نظرية تسمى لازمة تلك النظرية.

معامل الارتباط القيمة التي توضح مدى قرب نقاط البيانات من الخط المستقيم.

زوايا متطابقة في الشكل، يتقاطع القاطع t مع المستقيمين ℓ و m . توجد أربعة أزواج من الزوايا المتطابقة: $\angle 5$ و $\angle 1$ و $\angle 8$ و $\angle 4$ و $\angle 6$ و $\angle 2$ و $\angle 7$ و $\angle 3$.



أجزاء متوافقة الأجزاء المتماثلة من المضلعات المتطابقة.

مثال مضاد حالة خاصة تكون فيها العبارة خطأ.

جذر تكعيبي إذا كان $a^3 = b$ ، إذن a هو الجذر التكعيبي لـ b .

decreasing The graph of a function goes down on a portion of its domain when viewed from left to right.

deductive reasoning The process of using facts, rules, definitions, or properties to reach a valid conclusion.

defining a variable Choosing a variable to represent one of the unspecified numbers in a problem and using it to write expressions for the other unspecified numbers in the problem.

degree A unit of measure used in measuring angles and arcs. An arc of a circle with a measure of 1° is $\frac{1}{360}$ of the entire circle.

dependent A system of equations that has an infinite number of solutions.

dependent variable The variable in a relation with a value that depends on the value of the independent variable.

diameter 1. In a circle, a chord that passes through the center of the circle. 2. In a sphere, a segment that contains the center of the sphere, and has endpoints that are on the sphere. 3. The distance across a circle through its center.

dilation A transformation that enlarges or reduces the original figure proportionally. A dilation with center C and positive scale factor k , $k \neq 1$, is a function that maps a point P in a figure to its image such that

if point P and C coincide, then the image and preimage are the same point, or if point P is not the center of dilation, then P' lies on \overrightarrow{CP} and $CP' = k(CP)$.

If $k < 0$, P' is the point on the ray opposite \overrightarrow{CP} such that $CP' = |k|(CP)$.

dimension The number of rows, m , and the number of columns, n , of a matrix written as $m \times n$.

dimensional analysis The process of carrying units throughout a computation.

direct isometry An isometry in which the image of a figure is found by moving the figure intact within the plane.

direct variation An equation of the form $y = kx$, where $k \neq 0$.

متناقص التمثيل البياني لدالة تهبط على جزء من مجالها عند النظر إليها من اليسار إلى اليمين.

تبرير استنتاجي عملية استخدام الحقائق أو القواعد أو التعريفات أو الخواص للتوصل إلى استنتاج صحيح.

تعيين متغير اختيار متغير لتمثيل أحد الأعداد غير المحددة في مسألة واستخدامه لكتابة التعبيرات للأعداد غير المحددة الأخرى في المسألة.

درجة وحدة القياس المستخدمة في قياس الزوايا والأقواس. قوس الدائرة الذي يبلغ قياسه 1° يكون $\frac{1}{360}$ من الدائرة بأكملها.

غير مستقل نظام معادلات له عدد لا نهائي من الحلول.

متغير تابع المتغير الذي تعتمد قيمته في علاقة على قيمة المتغير المستقل.

قطر 1. في الدائرة، الوتر الذي يمر عبر مركز الدائرة. 2. في الكرة، القطعة المستقيمة التي تتضمن مركز الكرة ولها نقاط نهاية على الكرة. 3. المسافة المارة بالمركز داخل الدائرة.

تغيير الأبعاد بمقياس k تحويل يكبر الشكل الأصلي أو يختزله بشكل متناسب. تغيير الأبعاد بمقياس عند المركز C ومعامل المقياس الإيجابي k , $k \neq 1$, هو الدالة التي ترسم النقطة P في شكل ما على صورتها بحيث

• إذا تطابقت النقطتان P و C ، تكون كل من الصورة والصورة الأصلية نفس النقطة
• أو إذا لم تكن النقطة P هي مركز تغيير الأبعاد، إذن P' تقع على CP و $CP' = k(CP)$.

إذا كانت $k < 0$ ، P' هي النقطة الموجودة على الشعاع المقابل CP فإن $CP' = |k|(CP)$.

بعد عدد الصفوف m ، وعدد الأعمدة n للمصفوفة المكتوبة بالصورة $m \times n$.

تحليل بعدي عملية نقل الوحدات طوال العملية الحسابية.

تساوي القياس المباشر تساوي القياس الذي يمكن العثور فيه على صورة شكل عن طريق تحريك الشكل مع الحفاظ على المستوى.

تغير طردي معادلة بالصيغة $y = kx$ ، حيث $k \neq 0$.

discrete function A function of points that are not connected.

distance between two points The length of the segment between two points.

distribution A graph or table that shows the theoretical frequency of each possible data value.

domain The set of the first numbers of the ordered pairs in a relation.

دالة منفصلة دالة تتكون من نقاط غير متصلة.

مسافة بين نقطتين طول القطعة المستقيمة الواصلة بين نقطتين.

توزيع رسم بياني أو جدول يعرض التكرار النظري لكل قيمة بيانات محتملة.

مجال مجموعة المساقط الأولى للأزواج المرتبة في علاقة ما.

E

element Each entry in a matrix.

elimination The use of addition or subtraction to eliminate one variable and solve a system of equations.

end behavior Describes how the values of a function behave at each end of the graph.

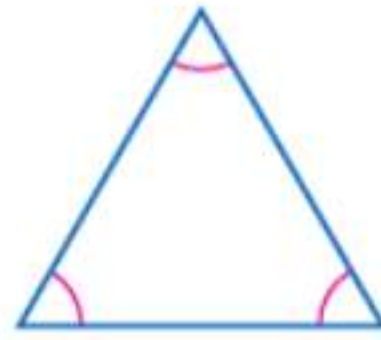
enlargement An image that is larger than the original figure.

equally likely The outcomes of an experiment are equally likely if there are n outcomes and the probability of each is $\frac{1}{n}$.

equation A mathematical sentence that contains an equals sign, =.

equiangular polygon A polygon with all congruent angles.

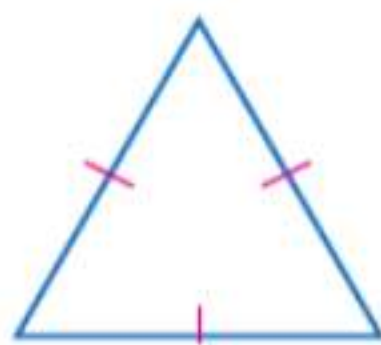
equiangular triangle A triangle with all angles congruent.



equidistant The distance between two lines measured along a perpendicular line is always the same.

equilateral polygon A polygon with all congruent sides.

equilateral triangle A triangle with all sides congruent.



عنصر كل إدخال في مصفوفة.

حذف استخدام عملية الجمع أو الطرح لحذف متغير واحد وحل نظام المعادلات.

سلوك النهاية يصف سلوك قيم الدالة في كل طرف بالرسم البياني.

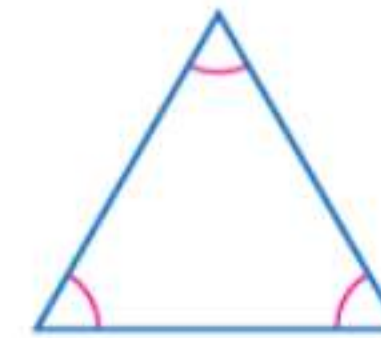
تكبير طريقة تصبح الصورة من خلالها أكبر من الشكل الأصلي.

مرجح بالتساوي تكون نتائج التجربة مرجحة بالتساوي إذا كانت هناك نتائج n وكان احتمال كل منها $\frac{1}{n}$.

معادلة عبارة رياضية تحتوي على علامة التساوي =.

مضلع متساوي الزوايا مضلع كل زواياه متطابقة.

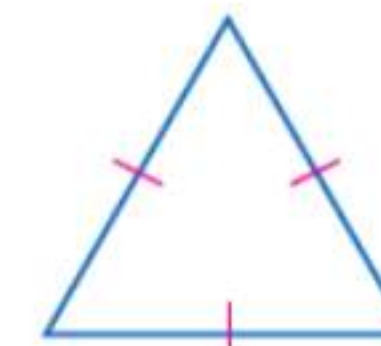
مثلث متساوي الزوايا مثلث كل زواياه متطابقة.



متساوي الأبعاد تكون المسافة بين الخطين المستقيمين عند قياسهما على طول المستقيم المتعامد عليهما متساوية دائماً.

مضلع متساوي الأضلاع مضلع كل أضلاعه متطابقة.

مثلث متساوي الأضلاع مثلث كل أضلاعه متطابقة.



equivalent equations Equations that have the same solution.

معادلات متكافئة معادلات لها نفس الحل.

equivalent expressions Expressions that denote the same value for all values of the variable(s).

تعبير متكافئ تعبير لها نفس القيمة لكل قيم المتغير أو المتغيرات.

evaluate To find the value of an expression.

إيجاد القيمة إيجاد قيمة أي تعبير.

excluded values Any values of a variable that result in a denominator of 0 must be excluded from the domain of that variable.

قيم مستبعدة أي قيم ينتج عنها صفر في المقام لا بد من استبعادها من مجال ذلك المتغير.

exponent In an expression of the form x^n , the exponent is n . It indicates the number of times x is used as a factor.

أس في تعبير صيغته x^n , يكون الأس هو n . وهو يشير إلى عدد مرات x الذي يمثل العامل.

exponential decay When an initial amount decreases by the same percent over a given period of time.

تضاؤل أسّي عندما تقل القيمة الأولية بالنسبة المئوية ذاتها على مدى فترة زمنية محددة.

exponential equation An equation in which the variables occur as exponents.

المعادلة الأسية معادلة تنطوي على المتغيرات كأسس.

exponential function A function that can be described by an equation of the form $y = a^x$, where $a > 0$ and $a \neq 1$.

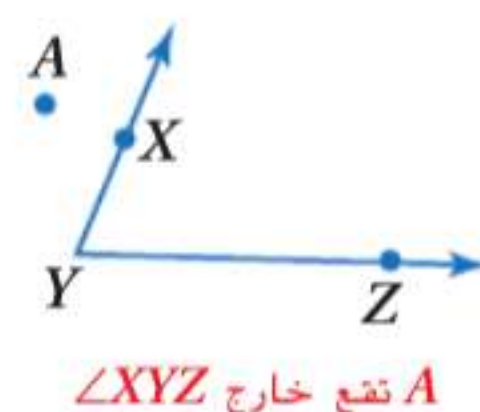
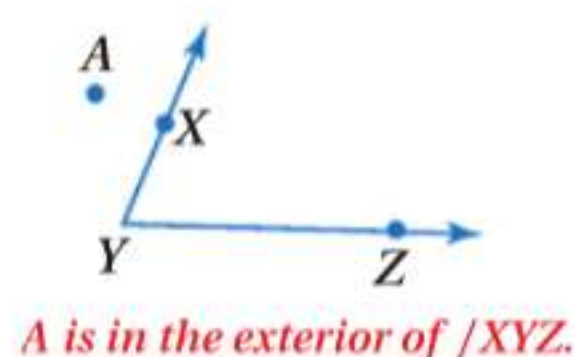
دالة أسية دالة يمكن وصفها بمعادلة بالصيغة $y = a^x$, حيث $a > 0$ و $a \neq 1$.

exponential growth When an initial amount increases by the same percent over a given period of time.

نمو أسّي عندما تزيد القيمة الأولية بالنسبة المئوية ذاتها على مدى فترة زمنية محددة.

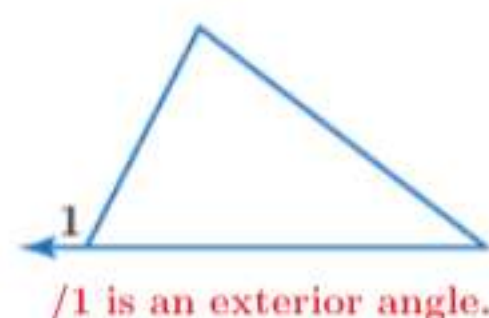
exterior A point is in the exterior of an angle if it is neither on the angle nor in the interior of the angle.

نقطة خارجية النقطة التي تقع خارج الزاوية ولا تقع على الزاوية أو في داخلها.



exterior angles 1. An angle that lies in the region that is not between two transversals that intersect the same line. 2. An angle formed by one side of a triangle and the extension of another side.

زوايا خارجية 1. الزاوية التي تقع في المنطقة خارج القاطعين اللذين يقطعان نفس الخط المستقيم. 2. الزاوية المكونة من أحد أضلاع المثلث وامتداد ضلع آخر.



extraneous solutions Results that are not solutions to the original equation.

حلول دخيلة النتائج التي لا تمثل حلولاً للمعادلة الأصلية.

extremes In the ratio $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, a and d are the extremes.

طرفا التناسب في النسبة $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, a و d هما طرفا التناسب.

F

factors In an algebraic expression, the quantities being multiplied are called factors.

family of graphs Graphs and equations of graphs that have at least one characteristic in common.

finite plane A plane that has boundaries or does not extend indefinitely.

flow proof A proof that organizes statements in logical order, starting with the given statements. Each statement is written in a box with the reason verifying the statement written below the box. Arrows are used to indicate the order of the statements.

formula An equation that states a rule for the relationship between certain quantities.

four-step problem-solving plan

Step 1 Explore the problem.

Step 2 Plan the solution.

Step 3 Solve the problem.

Step 4 Check the solution.

frequency table A chart that indicates the number of values in each interval.

function A relation in which each element of the domain is paired with exactly one element of the range.

function notation A way to name a function that is defined by an equation. In function notation, the equation $y = 3x - 8$ is written as $f(x) = 3x - 8$.

Fundamental Counting Principle If an event M can occur in m ways and is followed by an event N that can occur in n ways, then the event M followed by the event N can occur in $m \times n$ ways.

عوامل في التعبير الجبري، يطلق على الكميات المضروبة اسم العوامل.

عائلة الرسوم البيانية الرسوم البيانية ومعادلات الرسوم البيانية التي تشترك في خاصية واحدة على الأقل.

مستوى مُتناهٍ المستوى الذي له حدود أو الذي لا يمتد إلى ما لا نهاية.

برهان متسلسل البرهان الذي ينظم العبارات بترتيب منطقي، بدءًا بعبارات المعطيات. تكتب كل عبارة في مربع مع كتابة السبب المبرر للعبارة أسفل المربع. وتستخدم الأسهم لتوضيح ترتيب العبارات.

صيغة معادلة توضح قاعدة للعلاقة بين كميات معينة.

خطة حل المسألة ذات الخطوات الأربع

خطوة 1 فهم المسألة.

خطوة 2 تخطيط الحل.

خطوة 3 حل المسألة.

خطوة 4 التحقق من الحل.

جدول تكرار جدول يوضح عدد القيم في كل فترة زمنية.

دالة علاقة يقترن فيها كل عنصر في المجال بعنصر واحد آخر في المدى.

ترميز الدالة طريقة لتسمية الدالة المعرفة بمعادلة. في ترميز الدالة، المعادلة $y = 3x - 8$ تكتب بالصيغة $f(x) = 3x - 8$.

مبدأ العد الأساسي إذا كان الحدث M يمكن أن يحدث بعدد m من الطرق ويتبعه العدد N الذي يمكن أن يحدث بعدد n من الطرق، إذن فالحدث M الذي يتبع الحدث N يمكن أن يحدث بعدد $m \times n$ من الطرق.

G

general equation for exponential decay
 $y = C(1 - r)^t$, where y is the final amount, C is the initial amount, r is the rate of decay expressed as a decimal, and t is time.

general equation for exponential growth
 $y = C(1 + r)^t$, where y is the final amount, C is the initial amount, r is the rate of change expressed as a decimal, and t is time.

geometric sequence A sequence in which each term after the first is found by multiplying the previous term by a constant r , called the common ratio.

معادلة عامة للتضاؤل الأسّي $y = C(1 - r)^t$ ، حيث y هو القيمة النهائية، و C هو القيمة الأولية، و r هو معدل التضاؤل المتمثل في عدد عشري، و t هو الزمن.

معادلة عامة للنمو الأسّي $y = C(1 + r)^t$ ، حيث y هو القيمة النهائية، و C هو القيمة الأولية، و r هو معدل التغير المتمثل في عدد عشري، و t هو الزمن.

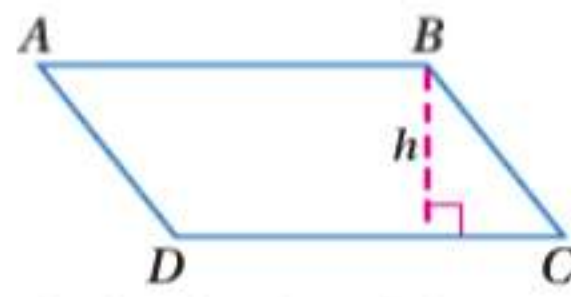
متتالية هندسية متتالية يتم فيها إيجاد كل حد بعد الحد الأول عن طريق ضرب الحد السابق في ثابت r ، ويسمى النسبة المشتركة.

glide reflection The composition of a translation followed by a reflection in a line parallel to the translation vector.

graph To draw, or plot, the points named by certain numbers or ordered pairs on a number line or coordinate plane.

half-plane The region of the graph of an inequality on one side of a boundary.

height of a parallelogram The length of an altitude of a parallelogram.



h is the height of parallelogram $ABCD$.

histogram A graphical display that uses bars to display numerical data that have been organized into equal intervals.

identity An equation that is true for every value of the variable.

identity function The function $y = x$.

identity matrix A square matrix that, when multiplied by another matrix, equals that same matrix. If A is any $n \times n$ matrix and I is the $n \times n$ identity matrix, then $A \cdot I = A$ and $I \cdot A = A$.

image A figure that results from the transformation of a geometric figure.

included angle In a triangle, the angle formed by two sides is the included angle for those two sides.

included side The side of a polygon that is a side of each of two angles.

inconsistent A system of equations with no ordered pair that satisfy both equations.

increasing The graph of a function goes up on a portion of its domain when viewed from left to right.

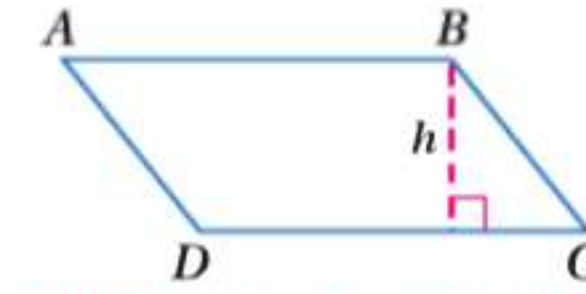
independent A system of equations with exactly one solution.

انعكاس انحداري تركيب من الانسحاب متبوعا بانعكاس في الخط المستقيم الموازي لمتجه الانسحاب.

رسم بياني رسم أو تعيين نقاط ممثلة بأرقام محددة أو أزواج مرتبة على خط أعداد أو مستوى إحداثي.

نصف المستوي منطقة الرسم البياني لمتباينة على جانب واحد من الحد.

ارتفاع متوازي الأضلاع طول أحد ارتفاعات متوازي الأضلاع.



h هي ارتفاع متوازي الأضلاع $ABCD$

مدرج تكراري عرض رسومي تستخدم فيه الأعمدة لعرض بيانات عددية منظمة إلى فئات متساوية.

متطابقة معادلة حقيقية لكل قيمة من قيم المتغير.

دالة محايدة الدالة $y = x$.

مصفوفة متطابقة مصفوفة مربعة عندما يتم ضربها في مصفوفة أخرى، فإنها تساوي المصفوفة نفسها. إذا كان A هو أي مصفوفة $n \times n$ ، و I هو المصفوفة المتطابقة $n \times n$ ، إذن $I \cdot A = A$ و $A \cdot I = A$.

صورة شكل ينتج عن تحويل شكل هندسي.

زاوية محصورة في المثلث، الزاوية المكونة من التقاء ضلعي المثلث هي الزاوية المحصورة لهذين الضلعين.

ضلع محصور أحد أضلاع المضلع الذي يمثل ضلعا لكلتا الزاويتين.

غير متوافق نظام من معادلتين لا يوجد به زوج مرتب يحقق كلتا المعادلتين.

متزايد الرسم البياني لدالة ترتفع على جزء من مجالها عند النظر إليها من اليسار إلى اليمين.

معادلة مستقلة نظام معادلات له حل واحد فقط.

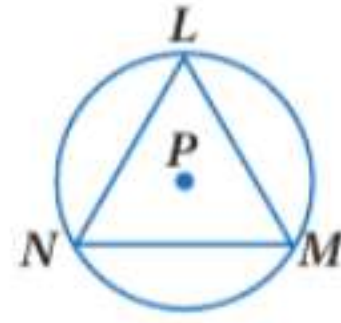
independent variable The variable in a function with a value that is subject to choice.

indirect isometry An isometry that cannot be performed by maintaining the orientation of the points, as in a direct isometry.

inductive reasoning A conclusion based on a pattern of examples.

inequality An open sentence that contains the symbol $<$, \leq , $>$, or \geq .

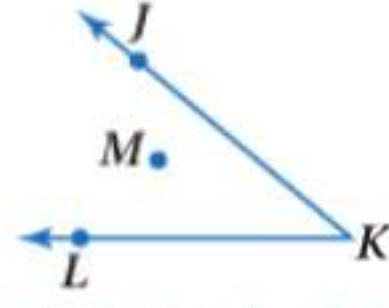
inscribed A polygon is inscribed in a circle if each of its vertices lie on the circle.



$\triangle LMN$ is inscribed in $\odot P$.

integers The set $\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$.

interior A point is in the interior of an angle if it does not lie on the angle itself and it lies on a segment with endpoints that are on the sides of the angle.



M is in the interior of $\angle JKL$.

interior angles Angles that lie between two transversals that intersect the same line.

interquartile range The range of the middle half of a set of data. It is the difference between the upper quartile and the lower quartile.

intersection 1. The graph of a compound inequality containing and; the solution is the set of elements common to both inequalities. 2. A set of points common to two or more geometric figures.

inverse variation An equation of the form $xy = k$, where $k \neq 0$.

irrational number A number that cannot be expressed as a terminating or repeating decimal.

irregular figure A polygon with sides and angles that are not all congruent.

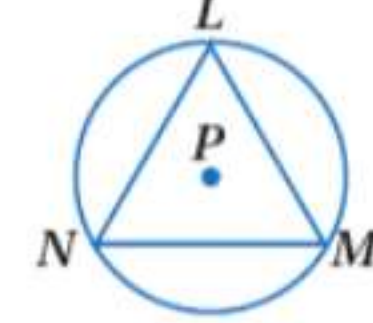
متغير مستقل متغير في الدالة تخضع قيمته للاختيار.

تساوي القياس غير المباشر تساوي القياس الذي لا يمكن تنفيذه من خلال الحفاظ على اتجاه النقاط، كما يحدث في تساوي القياس المباشر.

استدلال استقرائي استنتاج قائم على نمط من الأمثلة.

متباينة جملة مفتوحة تحتوي على الرمز $>$ أو \geq أو $<$ أو \leq .

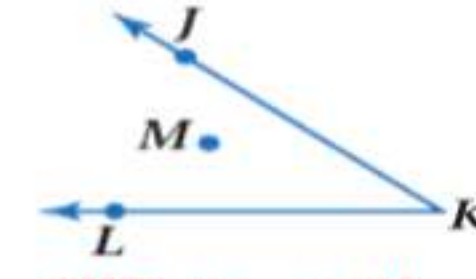
شكل محصور يكون المضلع محصورًا داخل دائرة إذا كانت كل رأس من رؤوسه تقع على الدائرة.



$\triangle LMN$ محصور في $\odot P$.

أعداد صحيحة مجموعة الأعداد $\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$.

نقطة داخلية نقطة داخل الزاوية ما لم تكن تقع على الزاوية نفسها، وتقع على قطعة مستقيمة ذات نقاط نهاية واقعة على ضلعي الزاوية.



M تقع داخل $\angle JKL$.

زوايا داخلية الزوايا الواقعة بين القاطعين اللذين يقطعان نفس الخط المستقيم.

مدى رُبَعي مدى النصف الأوسط من مجموعة بيانات، وهو الفرق بين الرُّبَيع الأعلى والرُّبَيع الأدنى.

تقاطع 1. تمثيل لمتباينة مركبة تحتوي على العناصر المشتركة لكلتا المتباينتين والحل هو مجموعة تلك العناصر. 2. مجموعة من النقاط المشتركة بين شكلين هندسيين أو أكثر.

تغير عكسي معادلة تأخذ الصورة $xy = k$ ، حيث $k \neq 0$.

عدد غير نسبي عدد لا يمكن التعبير عنه بكسور عشرية منتهية أو دورية.

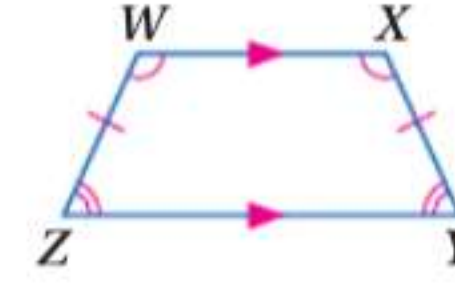
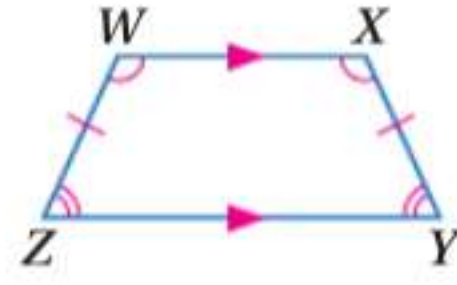
شكل غير منتظم مضلع ذو أضلاع وزوايا غير متطابقة.

isometry A mapping for which the original figure and its image are congruent.

تساوي القياس رسم يكون فيه الشكل الأصلي وصورته متطابقين.

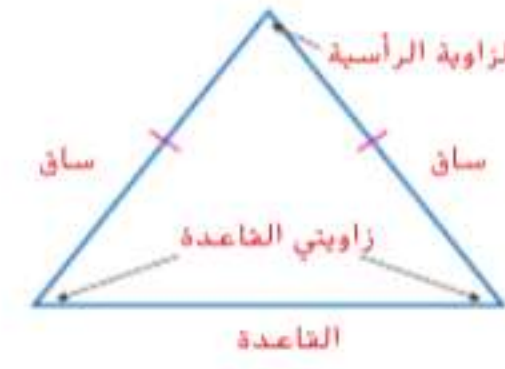
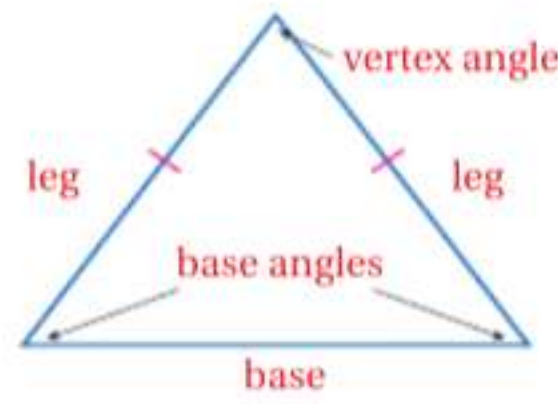
isosceles trapezoid A trapezoid in which the legs are congruent, both pairs of base angles are congruent, and the diagonals are congruent.

شبه منحرف متساوي الساقين هو شبه المنحرف الذي يتطابق فيه الساقان ويتطابق زوجا زوايا القاعدة والأقطار.



isosceles triangle A triangle with at least two sides congruent. The congruent sides are called legs. The angles opposite the legs are base angles. The angle formed by the two legs is the vertex angle. The side opposite the vertex angle is the base.

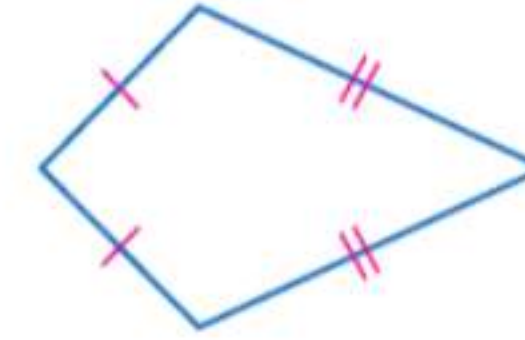
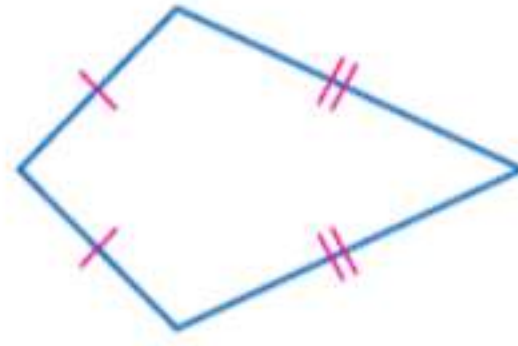
مثلث متساوي الساقين المثلث الذي يتطابق ضلعان على الأقل من أضلاعه. ويطلق على الأضلاع المتطابقة الساقين. كما يطلق على الزوايا المقابلة للأضلاع زوايا القاعدة. يطلق على الزاوية المكونة من التقاء ضلعي المثلث الزاوية الرأسية. ويطلق على الضلع المقابل للزاوية الرأسية اسم القاعدة.



K

kite A quadrilateral with exactly two distinct pairs of adjacent congruent sides.

شكل رباعي محدب شكل رباعي مكون من زوجين مختلفين من الأضلاع المتطابقة المجاورة.



L

legs of a right triangle The shorter sides of a right triangle.

ساق المثلث القائم الزاوية الضلعان الأقصر في المثلث القائم الزاوية.

legs of a trapezoid The nonparallel sides of a trapezoid.

ساق شبه المنحرف الضلعان غير المتوازيين في شبه المنحرف.

legs of an isosceles triangle The two congruent sides of an isosceles triangle.

ساق المثلث متساوي الساقين الضلعان المتطابقان في المثلث متساوي الساقين.

like terms Terms that contain the same variables, with corresponding variables having the same exponent.

حدود متشابهة حدود تتكون من المتغيرات نفسها مع متغيرات متناظرة لها الأس ذاته.

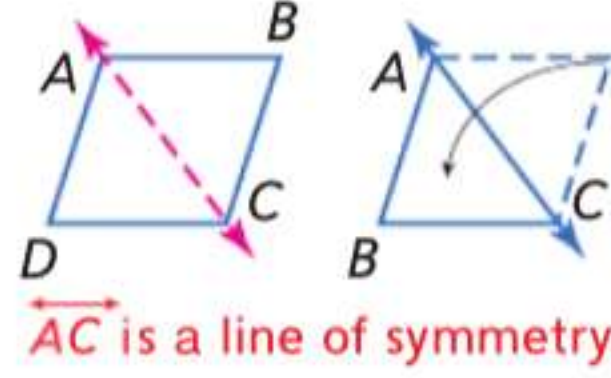
line A basic undefined term of geometry. A line is made up of points and has no thickness or width. In a figure, a line is shown with an arrowhead at each end. Lines are usually named by lowercase script letters or by writing capital letters for two points on the line, with a double arrow over the pair of letters.

نقطة مصطلح أساسي غير محدد للهندسة. يتكون الخط المستقيم من نقاط وليس له سمك أو عرض. في الشكل، يوضح الخط المستقيم بسهمين عند نهايته. عادةً ما تسمى الخطوط المستقيمة بأحرف صغيرة أو بكتابة أحرف كبيرة تمثل نقطتين على الخط المستقيم، مع سهمين على الحرفين.

line of fit A line that describes the trend of the data in a scatter plot.

line of reflection A line in which each point on the preimage and its corresponding point on the image are the same distance from this line.

line of symmetry A line that can be drawn through a plane figure so that the figure on one side is the reflection image of the figure on the opposite side.



line segment A measurable part of a line that consists of two points, called endpoints, and all of the points between them.

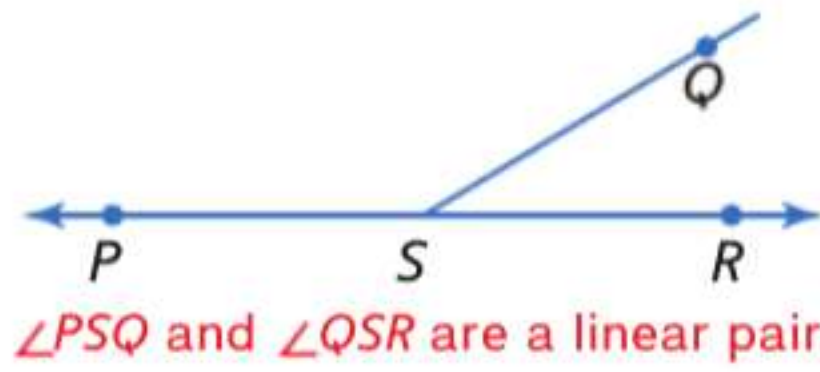
linear equation An equation in the form $Ax + By = C$, with a graph that is a straight line.

linear extrapolation The use of a linear equation to predict values that are outside the range of data.

linear function A function with ordered pairs that satisfy a linear equation.

linear interpolation The use of a linear equation to predict values that are inside of the data range.

linear pair A pair of adjacent angles whose non-common sides are opposite rays.



linear regression An algorithm to find a precise line of fit for a set of data.

linear transformation One or more operations performed on a set of data that can be written as a linear function.

literal equation A formula or equation with several variables.

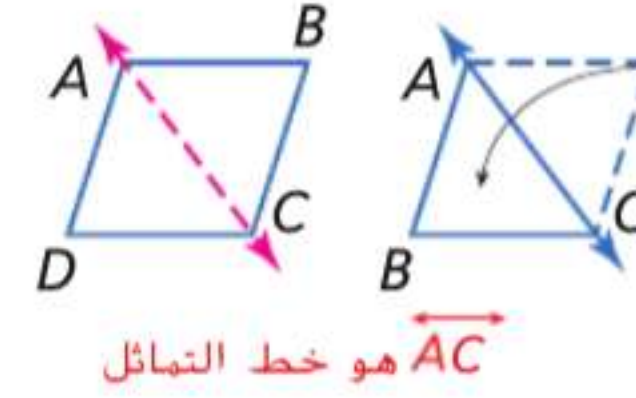
locus The set of points that satisfy a given condition.

lower quartile Divides the lower half of the data into two equal parts.

خط المواءمة خط مستقيم يعبر عن اتجاه البيانات في التمثيل البياني بالنقاط المبعثرة.

خط الانعكاس الخط الذي تكون فيه كل نقطة على الصورة الأصلية والنقطة المقابلة لها على الصورة على نفس المسافة من هذا الخط.

خط التناظر الخط الذي يمكن رسمه عبر شكل المستوي بحيث يمثل الشكل في أحد الجانبين صورة منعكسة للشكل في الجانب المقابل.



قطعة مستقيمة الجزء القابل للقياس من الخط المستقيم الذي يتكون من نقطتين. يطلق عليهما اسم نقاط النهاية. وكل النقاط التي تقع بينهما.

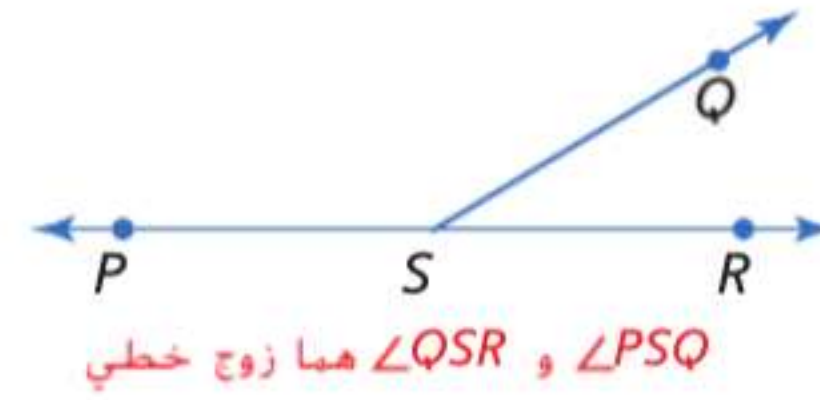
معادلة خطية معادلة تأخذ الصورة $Ax + By = C$. ويتم تمثيلها بخط مستقيم.

استكمال خارجي خطي استخدام معادلة خطية في توقع القيم التي تقع خارج مدى البيانات.

دالة خطية دالة تتكون من زوج مرتب يحقق المعادلة الخطية.

استكمال داخلي خطي استخدام معادلة خطية في توقع قيم تقع ضمن مدى البيانات.

زوج خطي زوج من الزوايا المجاورة التي يمثل ضلعها غير المشتركين شعاعين معكوسين.



انحدار خطي خوارزمية لإيجاد خط المواءمة الدقيق لمجموعة من البيانات.

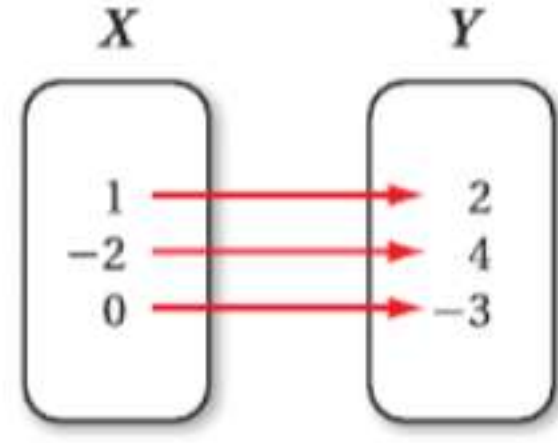
تحويل خطي عملية أو أكثر يتم إجراؤها على مجموعة من البيانات يمكن قراءتها باعتبارها دالة خطية.

معادلة حرفية صيغة أو معادلة متعددة المتغيرات.

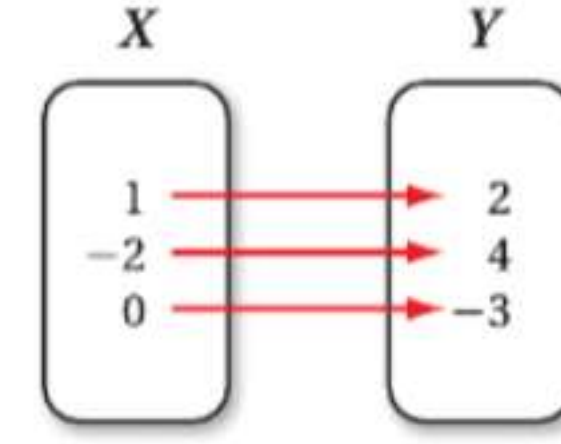
محل هندسي مجموعة النقاط تستوفي شرطاً محدداً.

رُبع أدنى يقسم النصف السفلي من البيانات إلى جزأين متساويين.

mapping Illustrates how each element of the domain is paired with an element in the range.



رسم الخرائط يوضح كيفية اقتران كل عنصر في المجال بعنصر آخر في المدى.



matrix Any rectangular arrangement of numbers in rows and columns.

مصفوفة أي مجموعة مستطيلة من الأعداد في الصفوف والأعمدة.

maximum The highest point on the graph of a curve.

قيمة عظمى أعلى نقطة في الرسم البياني للمنحنى.

mean The sum of numbers in a set of data divided by the number of items in the data set.

المتوسط الحسابي مجموع الأعداد في مجموعة البيانات مقسوماً على عدد العناصر في مجموعة البيانات.

mean absolute deviation The average of the absolute values of differences between the mean and each value in a data set. It is used to predict errors and to judge equality.

متوسط الانحراف المطلق متوسط القيم المطلقة للفروق بين المتوسط الحسابي وكل قيمة في مجموعة البيانات. ويستخدم للتنبؤ بالأخطاء والحكم على التساوي.

means The middle terms of the proportion.

متوسطات حسابية الحدود المتوسطة للتناسب.

measures of central tendency Numbers or pieces of data that can represent the whole set of data.

مقاييس النزعة المركزية الأعداد أو أجزاء البيانات التي يمكنها تمثيل مجموعة البيانات ككل.

measures of position Measures that compare the position of a value relative to other values in a set.

مقاييس الموقع مقاييس تستخدم لمقارنة موضع قيمة منسوبة إلى قيم أخرى في المجموعة.

measures of variation Used to describe the distribution of statistical data.

مقاييس التشتت تستخدم لوصف توزيع البيانات الإحصائية.

median The middle number in a set of data when the data are arranged in numerical order. If the data set has an even number, the median is the mean of the two middle numbers.

وسيط العدد الأوسط في مجموعة البيانات عند ترتيب البيانات ترتيباً عددياً. وإذا كانت مجموعة البيانات تحتوي على عدد زوجي، فالوسيط هو متوسط العددين الأوسطين.

median fit line A type of best-fit line that is calculated using the medians of the coordinates of the data points.

وسيط خط المواءمة نوع من خط المواءمة الأفضل والذي يتم حسابه باستخدام وسيطات إحداثيات نقاط البيانات.

metric A rule for assigning a number to some characteristic or attribute.

قياس قاعدة لتعيين العدد إلى خاصية أو صفة ما.

midpoint The point on a segment exactly halfway between the endpoints of the segment.

نقطة المنتصف النقطة الواقعة في منتصف القطعة المستقيمة بين نقطتي نهايتها.

midsegment A segment with endpoints that are the midpoints of two sides of a triangle.

منصف الساقين القطعة المستقيمة التي لها نقطتا نهاية تمثلان نقطتي منتصف على ضلعي المثلث.

midsegment of trapezoid A segment that connects the midpoints of the legs of a trapezoid.

منصف ساقي شبه المنحرف القطعة المستقيمة التي تربط بين نقطتي المنتصف على ساقي شبه المنحرف.

midsegment of triangle A segment with endpoints that are the midpoints of two sides of a triangle.

minimum The lowest point on the graph of a curve.

mixture problems Problems in which two or more parts are combined into a whole.

mode The number(s) that appear most often in a set of data.

monomial A number, a variable, or a product of a number and one or more variables.

multiplicative identity For any number a , $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$.

multiplicative inverses Two numbers with a product of 1.

multi-step equation Equations with more than one operation.

منصف ساقي المثلث القطعة المستقيمة التي لها نقطتا نهاية تمثلان نقطتي منتصف على ضلعي المثلث.

قيمة صغرى أدنى نقطة في الرسم البياني للمنحنى.

مسائل مختلطة مسائل يجتمع فيها جزءان أو أكثر لتكوين المسائل ككل.

منوال العدد (الأعداد) الأكثر تكرارًا في مجموعة من البيانات.

أحادي الحد عدد أو متغير أو حاصل ضرب عدد و متغير واحد أو أكثر.

محايد ضربي لأي عدد a . $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$.

النظير الضربي عدنان حاصل ضربهما يساوي 1.

معادلة متعددة الخطوات معادلات تتكون من أكثر من عملية واحدة.

N

n th root If $a^n = b$ for a positive integer n , then a is an n th root of b .

n -gon A polygon with n sides.

natural numbers The set $\{1, 2, 3, \dots\}$.

negative A function is negative on a portion of its domain where its graph lies below the x -axis.

negative correlation In a scatter plot, as x increases, y decreases.

negative exponent For any real number $a \neq 0$ and any integer n , $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ and $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$.

negative number Any value less than zero.

nonlinear function A function with a graph that is not a straight line.

number theory The study of numbers and the relationships between them.

جذر نوني n th إذا كان $a^n = b$ لعدد صحيح n . إذن a هو الجذر النوني n th لـ b .

n -gon مضلع له أضلاع n .

أعداد طبيعية مجموعة الأعداد $\{1, 2, 3, \dots\}$.

دالة سالبة تكون الدالة سالبة في الجزء من مجالها الذي يقع رسمه البياني أدنى المحور الأفقي x .

ارتباط سالب في التمثيل البياني بالنقاط المبعثرة، كلما زادت قيمة x ، قلت قيمة y .

أس سالب لأي عدد حقيقي $a \neq 0$ وأي عدد صحيح n .
و $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$ و $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$

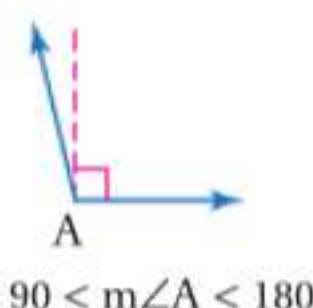
عدد سالب أي قيمة أقل من صفر.

دالة غير خطية دالة تمثيلها البياني ليس خطا مستقيما.

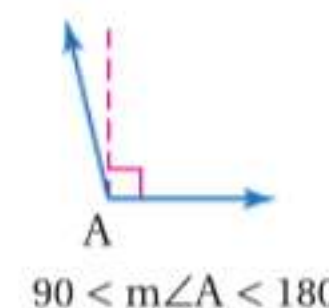
نظرية الأعداد دراسة الأعداد والعلاقات بينها.

O

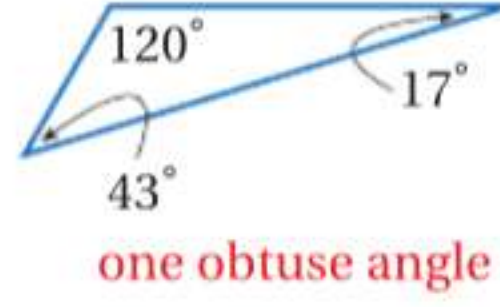
obtuse angle An angle with degree measure greater than 90 and less than 180.



زاوية منفرجة زاوية قياسها أكبر من 90 وأصغر من 180.



obtuse triangle A triangle with an obtuse angle.



odds The ratio of the probability of the success of an event to the probability of its complement.

open half-plane The solution of a linear inequality that does not include the boundary line.

open sentence A mathematical statement with one or more variables.

opposite rays Two rays \overrightarrow{BA} and \overrightarrow{BC} such that B is between A and C .



opposites Two numbers with the same absolute value but different signs.

ordered pair A set of numbers or coordinates used to locate any point on a coordinate plane, written in the form (x, y) .

order of magnitude The order of magnitude of a quantity is the number rounded to the nearest power of 10.

order of operations

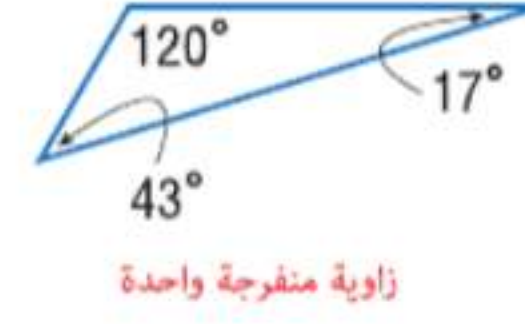
1. Evaluate expressions inside grouping symbols.
2. Evaluate all powers.
3. Do all multiplications and/or divisions from left to right.
4. Do all additions and/or subtractions from left to right.

order of symmetry The number of times a figure can map onto itself as it rotates from 0° to 360° .

origin The point where the two axes intersect at their zero points.

outliers Data that are more than 1.5 times the interquartile range beyond the quartiles.

مثلث منفرج الزاوية مثلث إحدى زواياه منفرجة.



فرص نسبة احتمال نجاح الحدث إلى احتمال إتمامه.

نصف مستو مفتوح حل المتباينة الخطية الذي لا يتضمن مستقيماً حدياً.

عبارة مفتوحة عبارة رياضية ذات متغير واحد أو أكثر.

شعاعان معكوسان الشعاعان \overrightarrow{BA} و \overrightarrow{BC} بحيث تقع B بين A و C .



معكوسات عدنان يتطابقان في القيمة المطلقة ويختلفان في العلامة.

زوج مرتب مجموعة من الأعداد أو الإحداثيات المستخدمة لتعيين أي نقطة على مستوى إحداثي. وتكتب بالصيغة (x, y) .

القيمة الأسية المقدار الأسّي للكمية هو العدد التقريبي لأقرب قيمة أسية من 10.

ترتيب العمليات

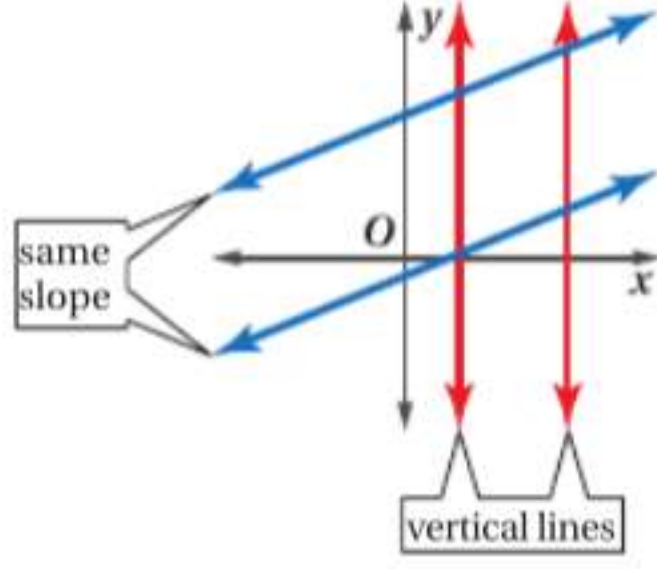
1. إيجاد قيم التعبيرات داخل رموز المجموعات.
2. إيجاد قيم كل القوى.
3. إجراء كل عمليات الضرب و/أو القسمة من اليسار إلى اليمين.
4. إجراء كل عمليات الجمع و/أو الطرح من اليسار إلى اليمين.

ترتيب التناظر عدد مرات انطباق الشكل على نفسه بينما يدور من 0° إلى 360° .

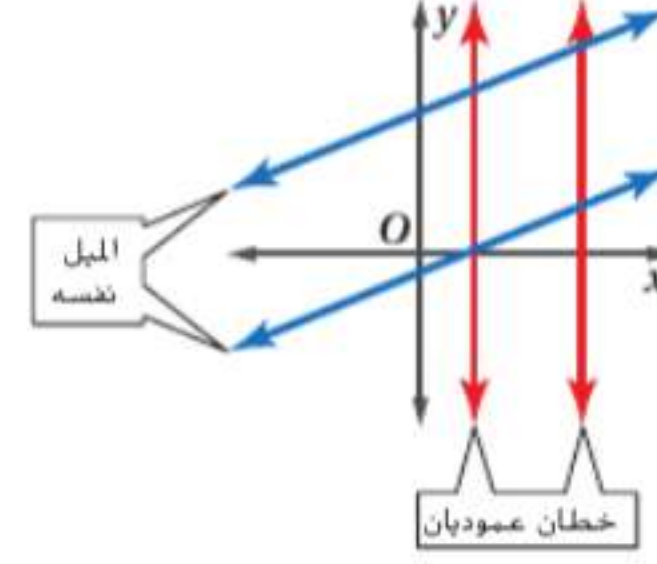
نقطة الأصل النقطة التي يتقاطع عندها المحوران في نقطتي الصفر لهما.

قيم متطرفة بيانات تكون أكبر بمقدار مرة ونصف من المدى بين الربيعين بما يتجاوز الربيعيات.

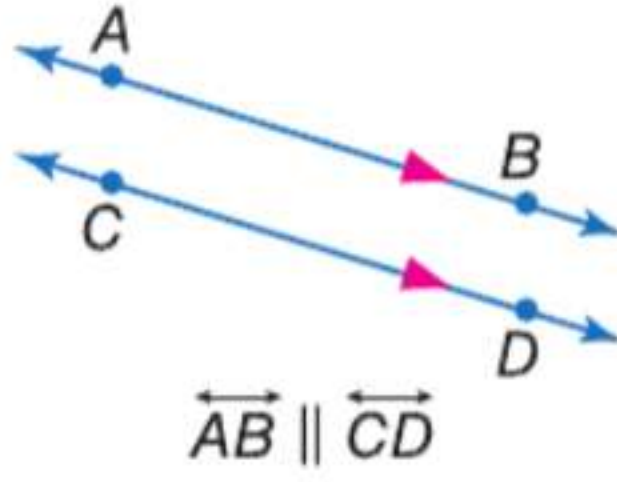
parallel lines 1. Lines in the same plane that do not intersect and either have the same slope or are vertical lines.



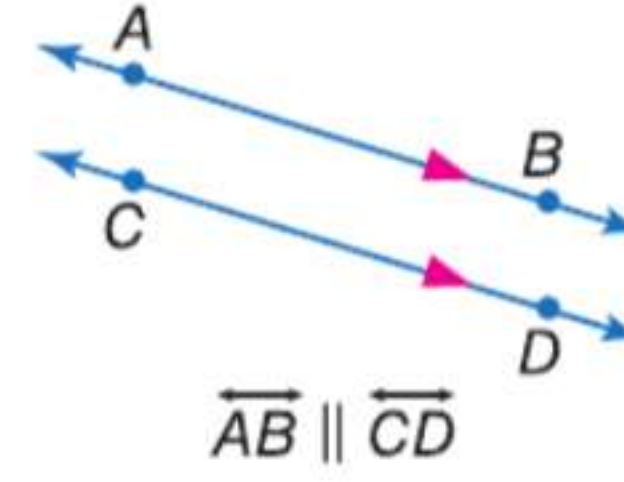
خطوط مستقيمة متوازية 1.. مستقيمتان متوازيتان في نفس المستوى لا تتقاطعان وإما أن يكون لهما نفس الميل أو أنهما مستقيمتان عموديتان.



2. Coplanar lines that do not intersect.

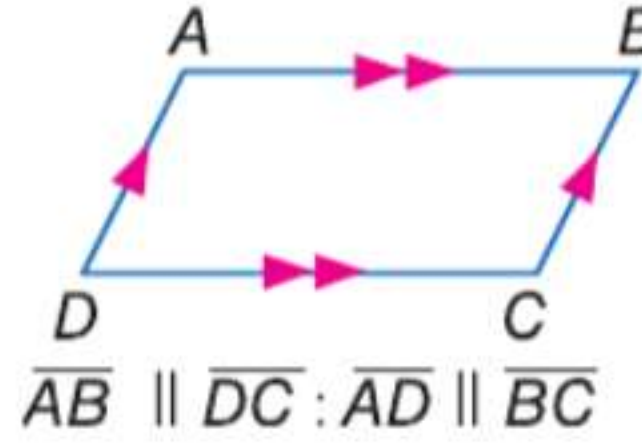


2. المستقيمتان المتحدتان المستوي التي لا تتقاطعان.



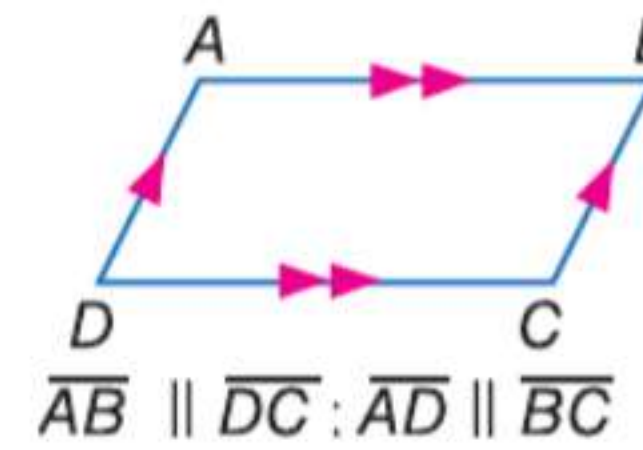
parallel planes Planes that do not intersect.

parallelogram A quadrilateral with parallel opposite sides. Any side of a parallelogram may be called a *base*.



مستويات متوازية المستويات التي لا تتقاطعان.

متوازي الأضلاع شكل رباعي الأضلاع له أربعة أضلاع متقابلة متوازية. يمكن تسمية أي ضلع من متوازي الأضلاع قاعدة.



parameter A measure that describes a characteristic of the population as a whole.

parent function The simplest of functions in a family.

parent graph The simplest of the graphs in a family of graphs.

percent A ratio that compares a number to 100.

percent of change When an increase or decrease is expressed as a percent.

percent of decrease The ratio of an amount of decrease to the previous amount, expressed as a percent.

percent of increase The ratio of an amount of increase to the previous amount, expressed as a percent.

معلمة قياس يصف خاصية المجتمع الإحصائي ككل.

دالة أصلية أبسط دالة في عائلة الدوال.

رسم بياني أصلي أبسط رسم بياني في عائلة الرسوم البيانية.

نسبة مئوية نسبة تقارن العدد بالعدد 100.

النسبة المئوية للتغيير التعبير عن التزايد أو التناقص بنسبة مئوية.

النسبة المئوية للتناقص نسبة كمية التناقص إلى الكمية السابقة معبرًا عنها بالنسبة المئوية.

النسبة المئوية للتزايد هي نسبة كمية التزايد إلى الكمية السابقة معبرًا عنها بالنسبة المئوية.

percent proportion

$$\frac{\text{part}}{\text{whole}} = \frac{\text{percent}}{100} \text{ or } \frac{a}{b} = \frac{P}{100}$$

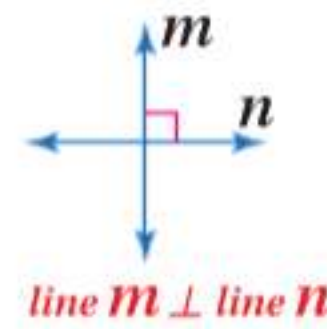
perfect square A number with a square root that is a rational number.

perimeter The distance around a geometric figure.

perimeter The sum of the lengths of the sides of a polygon.

perpendicular lines Lines that intersect to form a right angle.

perpendicular lines Lines that form right angles.



pi (π) An irrational number represented by the ratio of the circumference of a circle to the diameter of the circle.

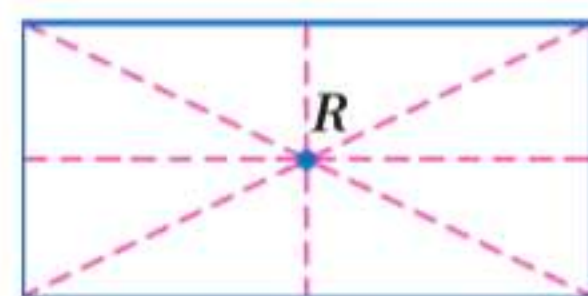
plane A basic undefined term of geometry. A plane is a flat surface made up of points that has no depth and extends indefinitely in all directions. In a figure, a plane is often represented by a shaded, slanted four-sided figure. Planes are usually named by a capital script letter or by three noncollinear points on the plane.

plane Euclidean geometry Geometry based on Euclid's axioms dealing with a system of points, lines, and planes.

plane symmetry Symmetry in a three-dimensional figure that occurs if the figure can be mapped onto itself by a reflection in a plane.

point A basic undefined term of geometry. A point is a location. In a figure, points are represented by a dot. Points are named by capital letters.

point of symmetry A figure that can be mapped onto itself by a rotation of 180°.



R is a point of symmetry.

النسبة المئوية

$$\frac{P}{100} = \frac{a}{b} \text{ أو } \frac{\text{النسبة المئوية}}{100} = \frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}}$$

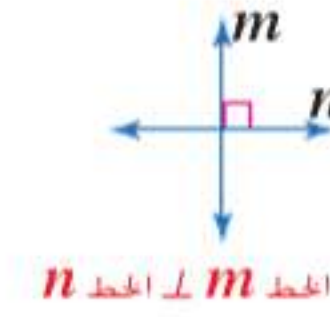
مربع تام عدد له جذر تربيعي عبارة عن عدد نسبي.

محيط المسافة حول شكل هندسي.

محيط مجموع أطوال أضلاع المضلع.

مستقيبات متعامدة الخطوط المستقيمة التي تتقاطع لتكون زاوية قائمة.

مستقيبات متعامدة الخطوط المستقيمة التي تكون زوايا قائمة.



باي (π) عدد غير نسبي تمثله نسبة محيط الدائرة إلى قطر الدائرة.

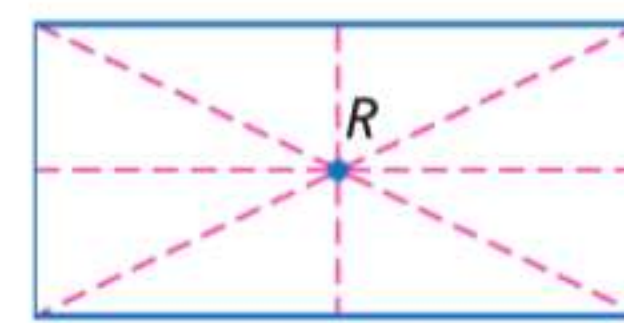
مستوى مصطلح هندسي أساسي غير محدد. مستوى السطح المستوي الذي يتكون من نقاط ليس لها عمق وتمتد إلى ما لا نهاية في كل الاتجاهات. في أي شكل، غالبًا ما يتم تمثيل المستوى بشكل مظلّل مائل ذي أربعة أضلاع. وتسمى المستويات عادةً بحرف مطبوع كبير أو بثلاثة نقاط لا تقع على خط مستقيم.

هندسة إقليدية مستوية الهندسة المبنية على مسلّمات إقليدس والتي تتناول نظامًا من النقاط والخطوط والمستويات.

تماثل المستوي التماثل في أي شكل ثلاثي الأبعاد الذي يحدث إذا أمكن تخطيط الشكل على نفسه بالانعكاس في أي مستوى.

نقطة مصطلح هندسي أساسي غير محدد. وتعد النقطة موضعًا. في أي شكل، يتم تمثيل النقاط بنقطة. تتم تسمية النقاط بأحرف كبيرة.

نقطة التناظر الشكل الذي يمكن انطباقه على نفسه بزواوية دوران مقدارها 180°.



R نقطة تماثل

point of tangency For a line that intersects a circle in only one point, the point at which they intersect.

point-slope form An equation of the form $y - y_1 = m(x - x_1)$, where (x_1, y_1) are the coordinates of any point on the line and m is the slope of the line.

polygon A closed figure formed by a finite number of coplanar segments called *sides* such that the following conditions are met:

1. The sides that have a common endpoint are noncollinear.
2. Each side intersects exactly two other sides, but only at their endpoints, called the *vertices*.

positive A function is positive on a portion of its domain where its graph lies above the x -axis.

positive correlation In a scatter plot, as x increases, y increases.

positive number Any value that is greater than zero.

power An expression of the form x^n , read x to the n th power.

preimage The graph of an object before a transformation.

principal square root The nonnegative square root of a number.

principle of superposition Two figures are congruent if and only if there is a rigid motion or a series of rigid motions that maps one figure exactly onto the other.

probability The ratio of the number of favorable equally likely outcomes to the number of possible equally likely outcomes.

probability graph A way to give the probability distribution for a random variable and obtain other data.

product In an algebraic expression, the result of quantities being multiplied is called the product.

product rule If (x_1, y_1) and (x_2, y_2) are solutions to an inverse variation, then $y_1x_1 = y_2x_2$.

proportion An equation of the form $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, where $b, d \neq 0$, stating that two ratios are equivalent.

نقطة التماس بالنسبة إلى الخط المستقيم الذي يقطع دائرة في نقطة واحدة فقط، هي النقطة التي يتقاطع فيها الخط المستقيم مع الدائرة.

نموذج نقطة الميل معادلة تأخذ الصورة $y - y_1 = m(x - x_1)$ حيث يكون (x_1, y_1) الإحداثيين لأي نقطة على المستقيم و m هو ميل المستقيم.

مضلع شكل مغلق يتكون من عدد محدود من القطع متحدة المستوى تسمى الأضلاع مع توافر الشروط التالية:

1. الأضلاع التي لها نقطة نهاية واحدة لا تقع على خط
2. تقاطع كل ضلع مع ضلعين آخرين، ولكن في نقطتي نهايتهما فقط وتسمى رؤوس الزوايا.

موجبة تكون الدالة موجبة في جزء من مجالها عندما يقع تمثيلها البياني أعلى المحور x .

ارتباط موجب في التمثيل البياني بالنقاط المبعثرة، كلما زادت القيمة x ، زادت قيمة y .

عدد موجب أي قيمة أكبر من الصفر.

قيمة أسية تعبير عن الصيغة x^n وتقرأ x مرفوعة إلى القيمة الأسية n .

صورة أصلية الرسم البياني لكائن ما قبل التحويل.

جذر تربيعي أساسي الجذر التربيعي غير السالب للعدد.

مبدأ التراكب يتطابق الشكلان فقط في حالة وجود حركة غير مرنة أو سلسلة من الحركات غير المرنة التي تجعل أحد الشكلين ينطبق على الآخر تماماً.

احتمال نسبة عدد النتائج المفضلة المتساوية الاحتمال إلى عدد النتائج المحتملة المتساوية الاحتمال.

التمثيل البياني للاحتمال طريقة لإيجاد توزيع الاحتمال لمتغير عشوائي والحصول على بيانات أخرى.

حاصل ضرب في التعبير الجبري، يسمى ناتج ضرب الكميات حاصل الضرب.

قاعدة حاصل الضرب إذا كان (x_1, y_1) و (x_2, y_2) حلولاً للتباين العكسي، إذن $y_1x_1 = y_2x_2$.

نسبة معادلة تكتب بالصيغة $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ، حيث $b, d \neq 0$ ، توضح أن النسبتين متكافئتان.

Q

quartile The values that divide a set of data into four equal parts.

رُبيعات قيم تقسم مجموعة من البيانات إلى أربعة أجزاء متساوية.

R

radical equations Equations that contain radicals with variables in the radicand.

معادلات جذرية المعادلات التي تحتوي على جذور بمتغيرات في مجذورات.

radical expression An expression that contains a square root.

تعبير جذري تعبير يحتوي على جذر تربيعي.

radical function A function that contains radicals with variables in the radicand.

دالة جذرية الدالة التي تحتوي على جذور بمتغيرات في المجذورات.

radicand The expression that is under the radical sign.

مجذور التعبير الذي يكون تحت علامة الجذر.

radius 1. In a circle, any segment with endpoints that are the center of the circle and a point on the circle.

نصف القطر 1. في الدائرة، هو أي قطعة مستقيمة لها نقطتي نهاية، إحداها مركز الدائرة والأخرى نقطة على الدائرة.

2. In a sphere, any segment with endpoints that are the center and a point on the sphere.

2. في الكرة، هو أي قطعة مستقيمة لها نقطتي نهاية، إحداها مركز الكرة والأخرى نقطة على الكرة.

range 1. The set of second numbers of the ordered pairs in a relation. 2. The difference between the greatest and least data values.

المدي 1. مجموعة الأعداد الثانية للأزواج المرتبة في العلاقة. 2. الفرق بين قيمتي البيانات العليا والدنيا.

rate The ratio of two measurements having different units of measure.

معدل النسبة بين قياسين لهما وحدات قياس مختلفة.

rate of change 1. How a quantity is changing with respect to a change in another quantity. 2. Describes how a quantity is changing over time.

معدل التغير 1. كيفية تغير كمية ما بالنسبة إلى تغير في كمية أخرى. 2. يصف كيفية تغير الكمية بمرور الوقت.

rate problems Problems in which an object moves at a certain speed, or rate.

مسائل المعدل المسائل التي يتحرك فيها جسم ما بسرعة معينة أو معدل معين.

ratio A comparison of two numbers by division.

نسبة مقارنة بين عددين من خلال القسمة.

rational exponent For any positive real number b and any integers m and $n > 1$, $b^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{b})^m$ or $\sqrt[n]{b^m}$. $\frac{m}{n}$ is a rational exponent.

الأس النسبي بالنسبة إلى أي عدد حقيقي موجب b وأي أعداد صحيحة $\frac{m}{n}$ ، $b^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{b})^m$ أو $\sqrt[n]{b^m}$. $\frac{m}{n}$ هو أس نسبي.

rational expression An algebraic fraction with a numerator and denominator that are polynomials.

تعبير نسبي الكسر الجبري الذي له بسط ومقام كثيري الحدود.

rational function An equation of the form $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$, where $p(x)$ and $q(x)$ are polynomial functions, and $q(x) \neq 0$.

دالة نسبية معادلة تأخذ الصورة $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ ، حيث $p(x)$ و $q(x)$ دوال كثيرة الحدود، و $q(x) \neq 0$.

rationalizing the denominator A method used to eliminate radicals from the denominator of a fraction.

إنطاق المقام طريقة تستخدم للتخلص من الجذور في مقام الكسر.

rational numbers The set of numbers expressed in the form of a fraction $\frac{a}{b}$, where a and b are integers and $b \neq 0$.

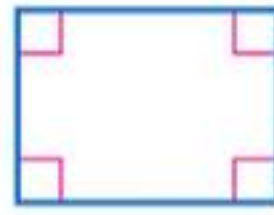
ray \overrightarrow{PQ} is a ray if it is the set of points consisting of \overline{PQ} and all points S for which Q is between P and S .



real numbers The set of rational numbers and the set of irrational numbers together.

reciprocal The multiplicative inverse of a number.

rectangle A quadrilateral with four right angles.



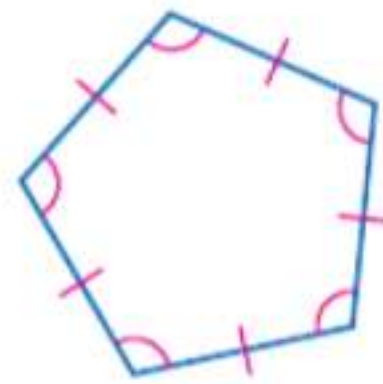
recursive formula Each term is formulated from one or more previous terms.

reduction An image that is smaller than the original figure.

reflection A transformation representing the flip of a figure over a point, line or plane. A reflection in a line is a function that maps a point to its image such that

- if the point is on the line, then the image and preimage are the same point, or
- if the point is not on the line, the line is the perpendicular bisector of the segment joining the two points.

regular polygon A convex polygon in which all of the sides are congruent and all of the angles are congruent.



regular tessellation A tessellation formed by only one type of regular polygon.

relation A set of ordered pairs.

remote interior angles The angles of a triangle that are not adjacent to a given exterior angle.

أعداد نسبية مجموعة الأعداد التي يعبر عنها في شكل كسر $\frac{a}{b}$ ، حيث a و b أعداد صحيحة و $b \neq 0$.

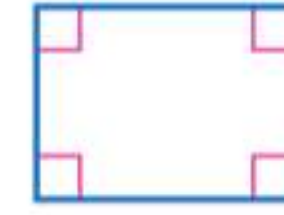
شعاع \overrightarrow{PQ} شعاع يتكون من مجموعة من النقاط تتكون من \overline{PQ} وكل النقاط S التي تكون فيها Q بين P و S .



أعداد حقيقية مجموعة الأعداد النسبية ومجموعة الأعداد غير النسبية.

معكوس ضربى النظير الضربى للعدد، أو مقلوبه الضربى.

المستطيل رباعي أضلاع مستطيل زواياه الأربع قائمة.



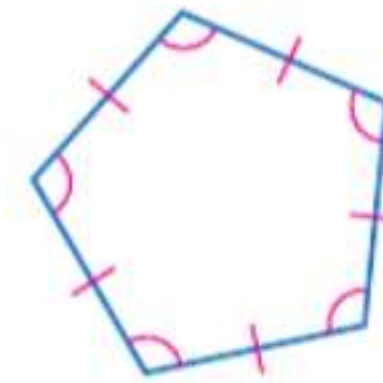
صيغة تكرارية كل حد تتم صياغته من حد أو أكثر من الحدود السابقة.

اختزال صورة أصغر من الشكل الأصلي.

انعكاس تحويل يمثل قلب الشكل على نقطة أو مستقيم أو مستوى. الانعكاس في المستقيم هو دالة تخطط نقطة إلى صورتها بحيث

- إذا كانت النقطة على المستقيم، فإن الصورة والصورة الأصلية تكونان على نفس النقطة
- أو إذا كانت النقطة على المستقيم، فسيكون المستقيم منصفًا عموديًا للقطعة التي تصل بين النقطتين.

مضلع منتظم المضلع المحدب الذي تتطابق فيه كل الزوايا وكل الأضلاع.



فسيفساء منتظمة اصطفا فسيفاي يتكوّن من نوع واحد فقط من المضلعات المنتظمة.

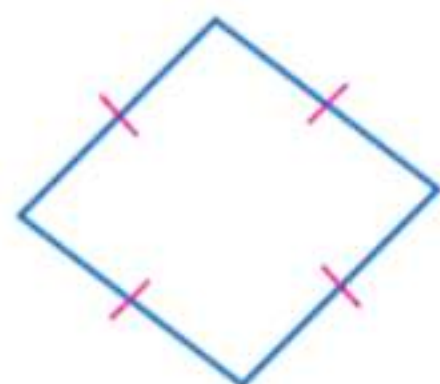
علاقة أي مجموعة من الأزواج المرتبة.

زوايا داخلية غير مجاورة زوايا المثلث التي تكون غير مجاورة للزاوية الخارجية المعطاة.

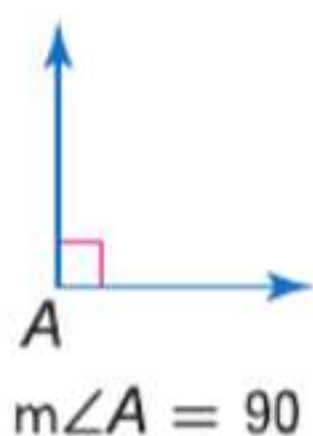
replacement set A set of numbers from which replacements for a variable may be chosen.

residual The difference between an observed y -value and its predicted y -value on a regression line.

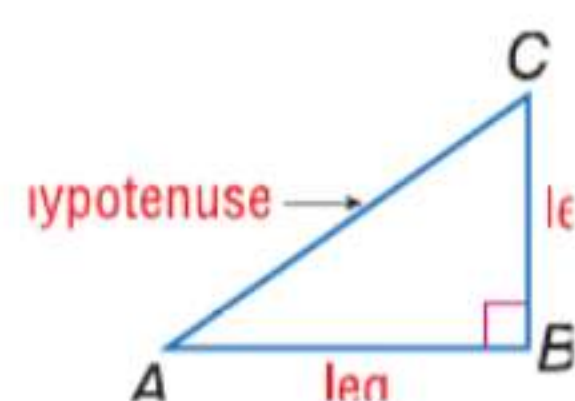
rhombus A quadrilateral with all four sides congruent.



right angle An angle with a degree measure of 90.



right triangle A triangle with a right angle. The side opposite the right angle is called the *hypotenuse*. The other two sides are called *legs*.



root The solutions of a quadratic equation.

rotation A transformation that turns every point of a preimage through a specified angle and direction about a fixed point, called the *center of rotation*. A rotation about a fixed point through an angle of x° is a function that maps a point to its image such that

- if the point is the center of rotation, then the image and preimage are the same point, or
- if the point is not the center of rotation, then the image and preimage are the same distance from the center of rotation and the measure of the angle of rotation formed by the preimage, center of rotation, and image points is x .

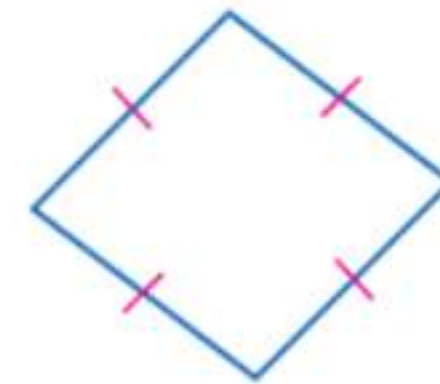
rotational symmetry If a figure can be rotated less than 360° about a point so that the image and the preimage are indistinguishable, the figure has rotational symmetry.

row reduction The process of performing elementary row operations on an augmented matrix to solve a system.

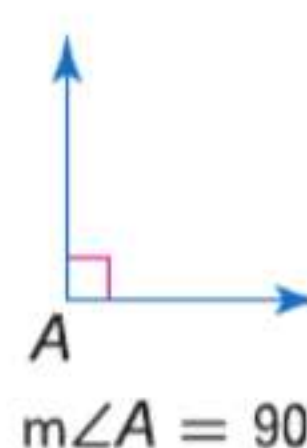
مجموعة التعويض مجموعة من الأعداد التي قد يتم منها اختيار بدائل الإحلال للمتغير.

قيمة متبقية الفرق بين قيمة y الملاحظة وقيمة y المتوقعة على خط الانحدار.

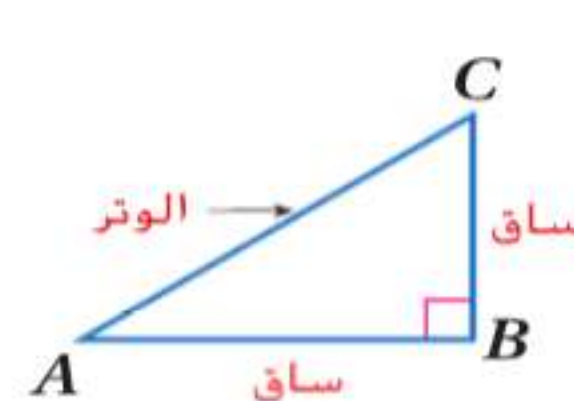
معيّن رباعي الأضلاع معيّن يتكون من أربعة أضلاع متطابقة.



زاوية قائمة الزاوية التي قياسها 90.



مثلث قائم الزاوية مثلث إحدى زواياه قائمة. يسمى الضلع المقابل للزاوية القائمة الوتر. ويطلق على الضلعين الآخرين الساقين.



جذر حلول المعادلة التربيعية.

دوران التحويل الذي يدير كل نقطة في الصورة الأصلية بزاوية واتجاه محددين نحو نقطة ثابتة تُسمى مركز الدوران. الدوران حول نقطة ثابتة بزاوية x° هو دالة ترسم نقطة على صورتها بحيث

- إذا كانت النقطة هي مركز الدوران، فإن الصورة والصورة الأصلية تكونان نفس النقطة.
- إذا لم تكن النقطة هي مركز الدوران، فستكون الصورة والصورة الأصلية على نفس المسافة من مركز الدوران وقياس زاوية الدوران التي كونتها الصورة الأصلية ومركز الدوران ونقاط الصورة هي x .

تناظر دوراني إذا أمكن تدوير شكل بزاوية أقل من 360° حول نقطة ما بحيث لا يمكن التمييز بين الصورة والصورة الأصلية، يكون للشكل تناظر دوراني.

اختزال صف عملية تنفيذ عمليات الصف الأولية على مصفوفة تم زيادتها لحل النظام.

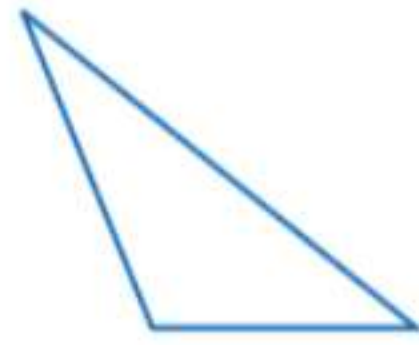
sample space The list of all possible outcomes.

scale The relationship between the measurements on a drawing or model and the measurements of the real object.

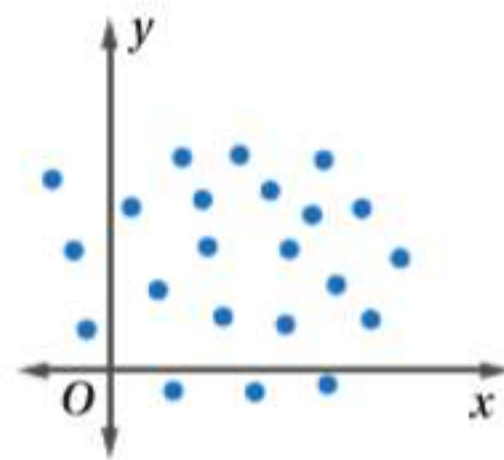
scale factor of dilation The ratio of a length on an image to a corresponding length on the preimage.

scale model A model used to represent an object that is too large or too small to be built at actual size.

scalene triangle A triangle with no two sides congruent.



scatter plot A scatter plot shows the relationship between a set of data with two variables, graphed as ordered pairs on a coordinate plane.



scientific notation A number in scientific notation is expressed as $a \times 10^n$, where $1 \leq a < 10$ and n is an integer.

segment See *line segment*.

segment bisector A segment, line, or plane that intersects a segment at its midpoint.

semi-regular tessellation A uniform tessellation formed using two or more regular polygons.

sequence A set of numbers in a specific order.

set-builder notation A concise way of writing a solution set. For example, $\{t \mid t < 17\}$ represents the set of all numbers t such that t is less than 17.

sides of an angle The rays of an angle.

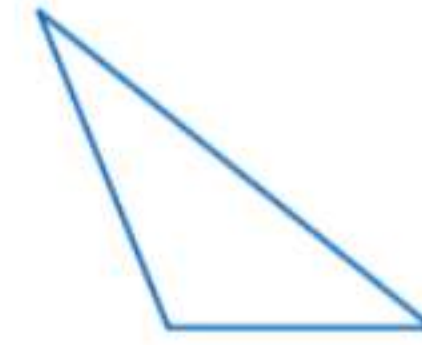
الفضاء العيني قائمة بكل النتائج المحتملة.

مقياس العلاقة بين المقاييس في الرسم أو النموذج والمقاييس للكائن الحقيقي.

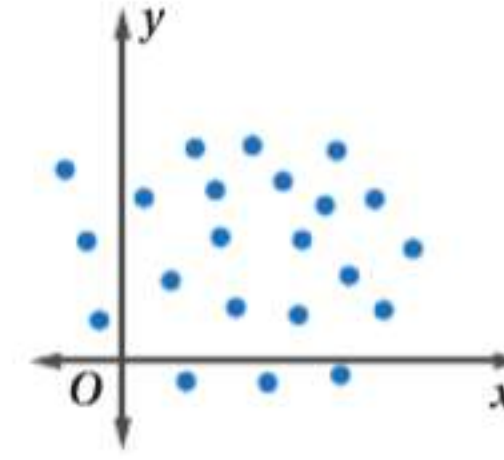
معامل مقياس تغيير الأبعاد نسبة الطول في صورة إلى الطول المناظر في الصورة الأصلية.

نموذج مقياسي نموذج يستخدم لتمثيل شيء كبير جدًا أو صغير جدًا بحيث لا يمكن بناؤه في الحجم الفعلي.

مثلث مختلف الأضلاع مثلث لا يوجد به ضلعان متطابقان.



تمثيل بياني بالنقاط المبعثرة تمثيل بياني يعرض العلاقة بين مجموعة بيانات ذات متغيرين، ويمثلها في صورة أزواج مرتبة على المستوى الإحداثي.



ترميز علمي العدد في الترميز العلمي الذي يتم التعبير عنه بالصورة $a \times 10^n$ ، حيث $1 \leq a < 10$ و n رقم صحيح.

قطعة مستقيمة انظر قطعة مستقيمة.

منصف القطعة المستقيمة القطعة المستقيمة أو المستقيم أو المستوى الذي يتقاطع مع القطعة المستقيمة في نقطة المنتصف.

فسيفساء شبه منتظمة اصطفا فسيفاي منتظمة مكون من مضلعين منتظمين أو أكثر.

متتالية مجموعة من الأعداد مرتبة بشكل محدد.

رمز بناء مجموعة الحل طريقة موجزة لكتابة مجموعة الحل. على سبيل المثال، $\{t \mid t < 17\}$ تمثل مجموعة جميع الأعداد t حيث t أقل من 17.

ضلع الزاوية شعاع الزاوية.

similarity transformation When a figure and its transformation image are similar.

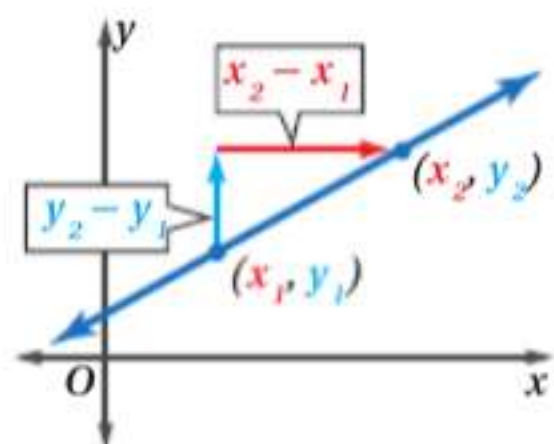
simplest form An expression is in simplest form when it is replaced by an equivalent expression having no like terms or parentheses.

skew lines Lines that do not intersect and are not coplanar.

slope For a (nonvertical) line containing two points (x_1, y_1) and (x_2, y_2) , the number m given by the formula

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ where } x_2 \neq x_1.$$

slope The ratio of the change in the y -coordinates (rise) to the corresponding change in the x -coordinates (run) as you move from one point to another along a line.



slope-intercept form A linear equation of the form $y = mx + b$. The graph of such an equation has slope m and y -intercept b .

slope-intercept form An equation of the form $y = mx + b$, where m is the slope and b is the y -intercept.

solid of revolution A three-dimensional figure obtained by rotating a plane figure about a line.

solution A replacement value for the variable in an open sentence.

solution set The set of elements from the replacement set that make an open sentence true.

solve an equation The process of finding all values of the variable that make the equation a true statement.

solving an open sentence Finding a replacement value for the variable that results in a true sentence or an ordered pair that results in a true statement when substituted into the equation.

space A boundless three-dimensional set of all points.

تحويل تشابهي عندما يكون الشكل وصورة تحويله متشابهين.

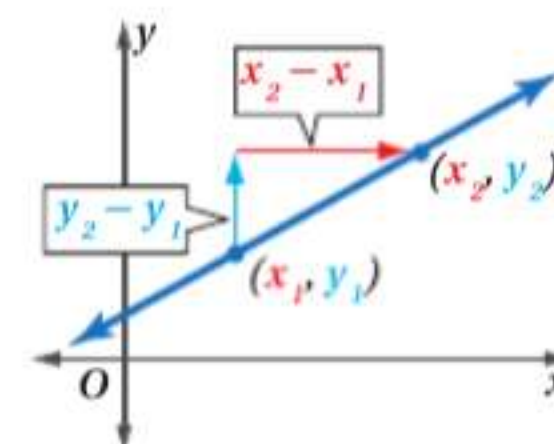
أبسط صورة يكون التعبير في أبسط صورته عندما يتم استبداله بتعبير مكافئ ليس له حدود أو أقواس مشابهة.

مستقيمتان متخالفتان المستقيمتان التي لا تتقاطع وغير متحدة المستوى.

ميل بالنسبة إلى خط مستقيم (غير عمودي) يحتوي على نقطتين (x_1, y_1) و (x_2, y_2) . ويكون الرقم m من معطيات الصيغة

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ حيث } x_2 \neq x_1.$$

ميل نسبة التغير في الإحداثي y (التغير الرأسي) إلى التغير المناظر في الإحداثي x (التغير الأفقي) كلما تحركت من نقطة إلى أخرى بطول المستقيم.



صيغة الميل والمقطع معادلة خطية تأخذ الصورة $y = mx + b$. التمثيل البياني لهذه المعادلة له ميل m ويتقاطع مع المحور الرأسي y في b .

صيغة الميل والمقطع معادلة تأخذ الصورة $y = mx + b$. حيث m هو الميل و b هو التقاطع مع المحور y .

مجسم دوراني شكل ثلاثي الأبعاد نحصل عليه بدوران شكل مستو حول مستقيم.

حل قيمة إحلال لمتغير في عبارة مفتوحة.

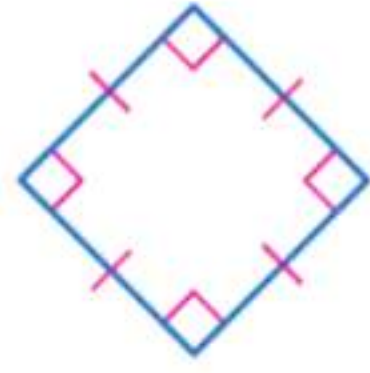
مجموعة الحل مجموعة العناصر من مجموعة الإحلال التي تكون عبارة مفتوحة صحيحة.

حل معادلة عملية إيجاد كل القيم للمتغير الذي يجعل المعادلة عبارة صحيحة.

حل عبارة مفتوحة إيجاد قيمة إحلال للمتغير الذي يؤدي إلى تكوين عبارة صحيحة أو الزوج المرتب الذي يؤدي إلى تكوين عبارة صحيحة عندما يتم إحلاله في المعادلة.

فراغ مجموعة من كل النقاط غير المحدودة ثلاثية الأبعاد.

square A quadrilateral with four right angles and four congruent sides.



square root One of two equal factors of a number.

square root function Function that contains the square root of a variable.

standard deviation The square root of the variance.

standard form The standard form of a linear equation is $Ax + By = C$, where $A \geq 0$, A and B are not both zero, and A , B , and C are integers with a greatest common factor of 1.

statistic A quantity calculated from a sample.

statistical inference The statistics of a sample are used to draw conclusions about the population.

stem-and-leaf plot A system used to condense a set of data where the greatest place value of the data forms the stem and the next greatest place value forms the leaves.

substitution Use algebraic methods to find an exact solution of a system of equations.

supplementary angles Two angles with measures that have a sum of 180.

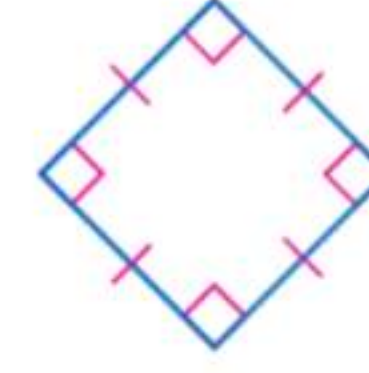
surface area The sum of the areas of all the surfaces of a three-dimensional figure.

symmetry 1. A geometric property of figures that can be folded and each half matches the other exactly. 2. A figure has symmetry if there exists a rigid motion—reflection, translation, rotation, or glide reflection—that maps the figure onto itself.

system of equations A set of equations with the same variables.

system of inequalities A set of two or more inequalities with the same variables.

مربع شكل رباعي الأضلاع مكوّن من أربع زوايا قائمة وأربع أضلاع متطابقة.



جذر تربيعي أحد العاملين المتساويين للعدد.

دالة الجذر التربيعي الدالة التي تحتوي على الجذر التربيعي لمتغير.

انحراف معياري الجذر التربيعي للتباين.

صيغة قياسية الصيغة القياسية للمعادلة الخطية هي $Ax + By = C$ ، حيث $A \geq 0$ و A و B لا تساويان صفر، و A و B و C أعداد صحيحة ذات قاسم مشترك أكبر يساوي 1.

إحصائي كمية يتم حسابها من عينة.

استدلال إحصائي إحصائيات من عينة تستخدم للتوصل إلى استنتاجات عن المجتمع الإحصائي.

مخطط الساق والأوراق نظام يستخدم لتكثيف مجموعة البيانات حيث تكون القيمة المنزلية الأكبر من البيانات الساق وتكوّن القيمة المنزلية الأكبر التالية الأوراق.

تعويض استخدام طرق جبرية لإيجاد حل دقيق لنظام من المعادلات.

زاويتان متكاملتان زاويتان مجموع قياسهما يساوي 180.

مساحة السطح مجموع مساحات أسطح الشكل ثلاثي الأبعاد.

تناظر 1. خاصية هندسية للأشكال التي يمكن ثنيها وتطابق أحد نصفها تماما على النصف الآخر. 2. يحتوي أحد الأشكال على تناظر في حالة وجود حركة قوية - انعكاس أو انسحاب أو دوران أو انعكاس انحداري - تتطابق مع الشكل نفسه.

نظام المعادلات مجموعة المعادلات التي تحتوي على نفس المتغيرات.

نظام المتباينات مجموعة المتباينات المكونة من متباينتين أو أكثر والتي تحتوي على نفس المتغيرات.

term A number, a variable, or a product or quotient of numbers and variables.

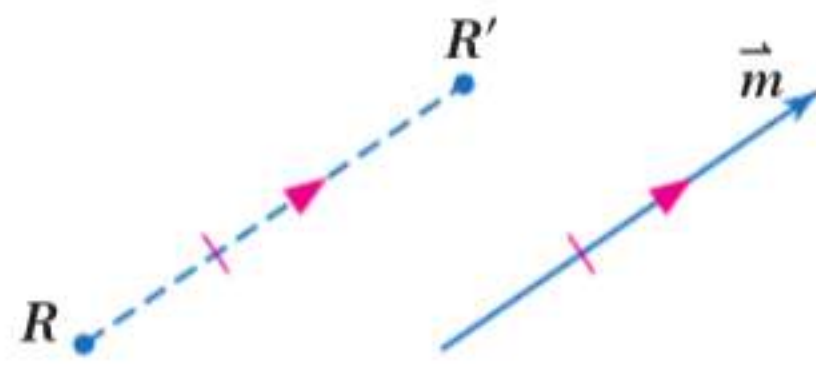
terms of a sequence The numbers in a sequence.

tessellation A pattern that covers a plane by transforming the same figure or set of figures so that there are no overlapping or empty spaces.

transformation In a plane, a mapping for which each point has exactly one image point and each image point has exactly one preimage point.

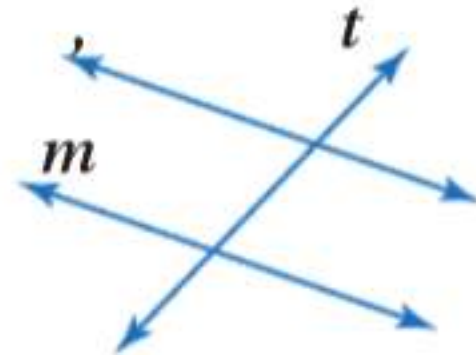
translation A transformation that moves a figure the same distance in the same direction. A translation is a function that maps each point to its image along a vector such that each segment joining a point and its image has the same length as the vector, and this segment is also parallel to the vector.

translation vector The vector in which a translation maps each point to its image.



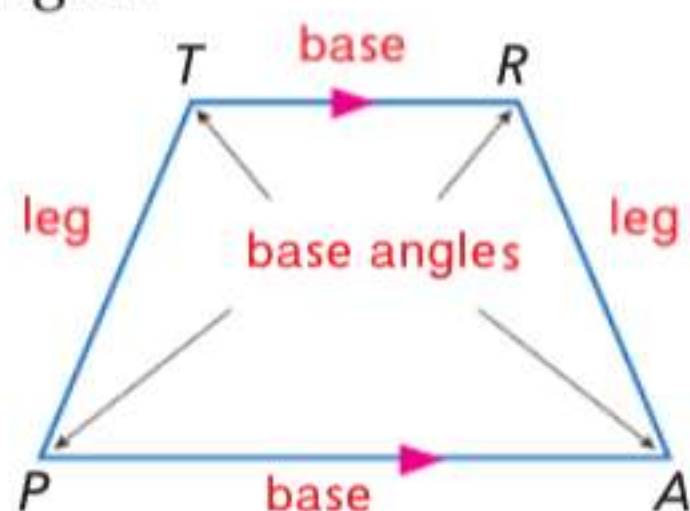
Point R' is a translation of point R along translation vector m .

transversal A line that intersects two or more lines in a plane at different points.



Line t is a transversal.

trapezoid A quadrilateral with exactly one pair of parallel sides. The parallel sides of a trapezoid are called *bases*. The nonparallel sides are called *legs*. The pairs of angles with their vertices at the endpoints of the same base are called *base angles*.



حد العدد أو المتغير أو حاصل ضرب أو قسمة الأعداد والمتغيرات.

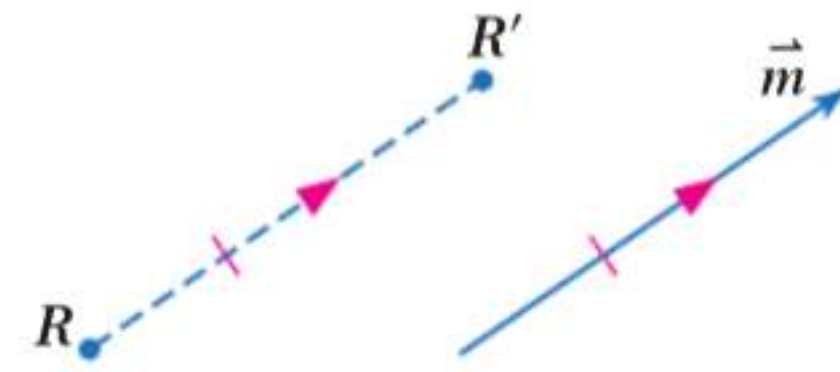
حدود المتسلسلة الأعداد المتتالية.

تقطيعية بالفسيفساء نمط ما يغطي المستوى من خلال تحويل نفس الشكل أو مجموعة الأشكال بحيث لا يوجد تداخل أو مساحات فارغة.

تحويل يشير في أحد المستويات إلى التخطيط الذي تحتوي كل نقطة فيه على نقطة صورة واحدة بالضبط وتحتوي كل نقطة صورة على نقطة صورة أصلية واحدة بالضبط.

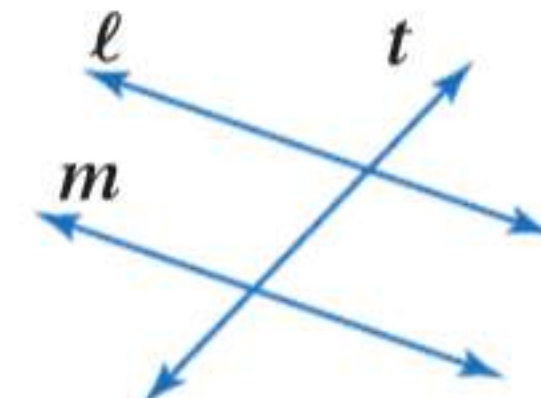
انسحاب تحويل يحرك أحد الأشكال في نفس البعد وفي نفس الاتجاه. الانسحاب دالة تربط كل نقطة بصورتها على متجه ما بحيث تكون كل قطعة مستقيمة متصلة بنقطة وتكون صورة هذه النقطة بنفس طول المتجه، وتكون هذه القطعة المستقيمة أيضا موازية للمتجه.

متجه الانسحاب المتجه الذي يربط فيه الانسحاب كل نقطة بصورتها.



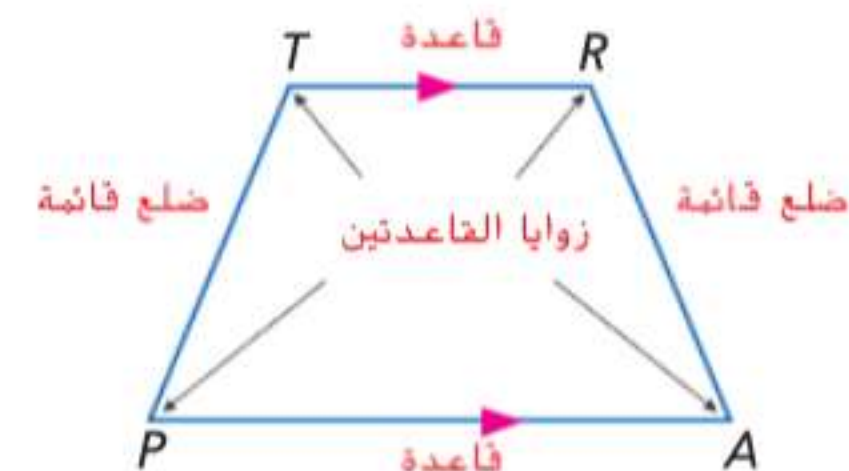
النقطة R' هي انسحاب للنقطة R على امتداد متجه الانسحاب m .

قاطع خط يقطع خطين أو أكثر في مستوى ما عند نقاط مختلفة.



الخط t قاطع

شبه المنحرف رباعي أضلاع مكون من زوج من الأضلاع الموازية تماما. يطلق على الأضلاع الموازية لشبه المنحرف القواعد. ويطلق على الضلعان غير الموازيين ضلعا القائمة. ويطلق على أزواج الزوايا مع رؤوسها عند نقاط نهاية نفس القاعدة زوايا القاعدة.



tree diagram A diagram used to show the total number of possible outcomes.

two-column proof A formal proof that contains statements and reasons organized in two columns. Each step is called a statement, and the properties that justify each step are called reasons.

undefined term Words, usually readily understood, that are not formally explained by means of more basic words and concepts. The basic undefined terms of geometry are point, line, and plane.

uniform motion problems Problems in which an object moves at a certain speed, or rate.

uniform tessellations Tessellations containing the same arrangement of shapes and angles at each vertex.

union The graph of a compound inequality containing or; the solution is a solution of either inequality, not necessarily both.

unit analysis The process of including units of measurement when computing.

unit rate A ratio of two quantities, the second of which is one unit.

univariate data Data with one variable.

upper quartile The median of the upper half of a set of data.

مخطط الشجرة مخطط مستخدم في عرض العدد الإجمالي للنتائج المحتملة.

برهان ذو عمودين برهان شكلي يحتوي على عبارات ومبررات مرتبة في عمودين. يطلق على كل خطوة عبارة ويطلق على الخصائص التي تبرر كل خطوة مبررات.

U

مصطلح غير معرف الكلمات التي عادة ما تفهم بسهولة ولا يتم شرحها بطريقة رسمية عن طريق المزيد من الكلمات والمفاهيم الأساسية. المصطلحات الهندسية الأساسية غير المعرفة هي النقطة والخط المستقيم والمستوى.

مسائل الحركة المنتظمة المسائل التي يتحرك فيها جسم ما بسرعة أو معدل معين.

تغطيات منتظمة بالفسيخاء التغطيات بالفسيخاء التي تحتوي على نفس ترتيب الأشكال والزوايا عند كل رأس.

ربط تمثيل بياني لحل متباينة مركبة: بحيث يكون الحل لإحدى المتباينتين وليس بالضرورة لكليهما.

تحليل الوحدة العملية التي تتضمن وحدات القياس عند الحساب.

معدل الوحدة نسبة كميتين، وتكون الكمية الثانية وحدة واحدة.

بيانات أحادية المتغير بيانات ذات متغير واحد.

رُبيع أعلى وسيط النصف العلوي من مجموعة البيانات.

V

variable 1. Symbols used to represent unspecified numbers or values. 2. a characteristic of a group of people or objects that can assume different values

variance The mean of the squares of the deviations from the arithmetic mean.

vertex angle of an isosceles triangle See isosceles triangle.

vertex of an angle The common endpoint of an angle.

vertex of a polygon The vertex of each angle of a polygon.

متغير 1. الرموز المستخدمة لتمثيل الأعداد أو القيم غير المحددة. 2. سمة مجموعة من الأفراد أو الأجسام التي يمكن أن تحمل قيما مختلفة

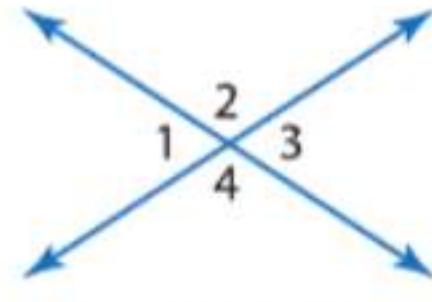
تباين متوسط مربعات الانحرافات عن المتوسط الحسابي.

زاوية رأس مثلث متساوي الساقين انظر المثلث متساوي الساقين.

رأس الزاوية نقطة النهاية المشتركة لزاوية ما.

رأس المضلع رأس كل زاوية في المضلع.

vertical angles Two nonadjacent angles formed by two intersecting lines.

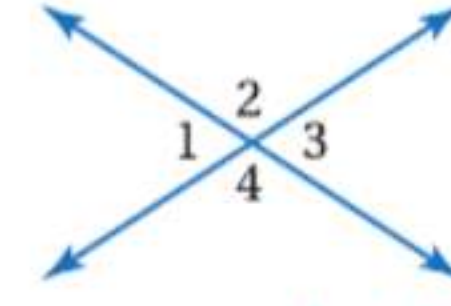


$\angle 1$ and $\angle 3$ are vertical angles.
 $\angle 2$ and $\angle 4$ are vertical angles.

vertical line test If any vertical line passes through no more than one point of the graph of a relation, then the relation is a function.

volume The measure of space occupied by a solid region.

زوايا عمودية زاويتان غير متجاورتين يتم تشكيلهما عن طريق خطين متقاطعين.



$\angle 1$ و $\angle 3$ زوايا عمودية
 $\angle 2$ و $\angle 4$ زوايا عمودية

اختبار الخط الرأسي يكون في حالة مرور أي خط رأسي عبر ما لا يزيد عن نقطة واحدة من الرسم البياني للعلاقة. ومن ثم تصبح العلاقة دالة.

حجم مقياس المساحة التي تشغلها منطقة الجسم.

W

weighted average The sum of the product of the number of units and the value per unit divided by the sum of the number of units, represented by M.

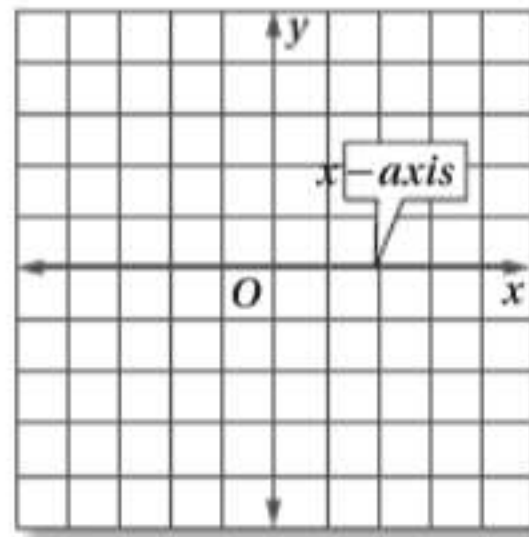
whole numbers The set $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$.

متوسط حسابي مرجح إجمالي حاصل ضرب عدد الوحدات والقيمة لكل وحدة مقسوم على مجموع عدد الوحدات التي يمثلها M.

أعداد صحيحة مجموعة تضم $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$.

X

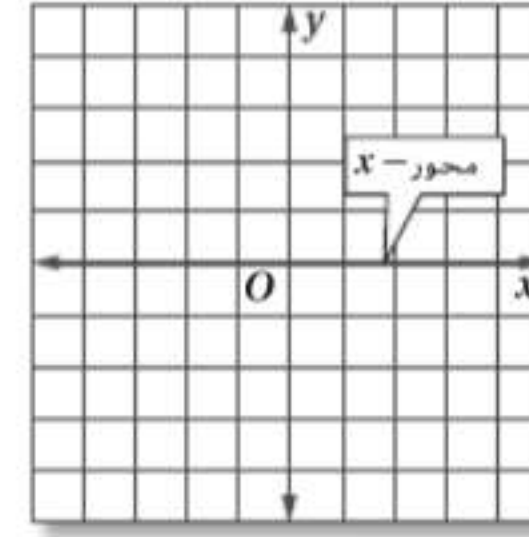
x-axis The horizontal number line on a coordinate plane.



x-coordinate The first number in an ordered pair.

x-intercept The x-coordinate of a point where a graph crosses the x-axis.

المحور x خط الأعداد الأفقي على مستوى إحداثي.

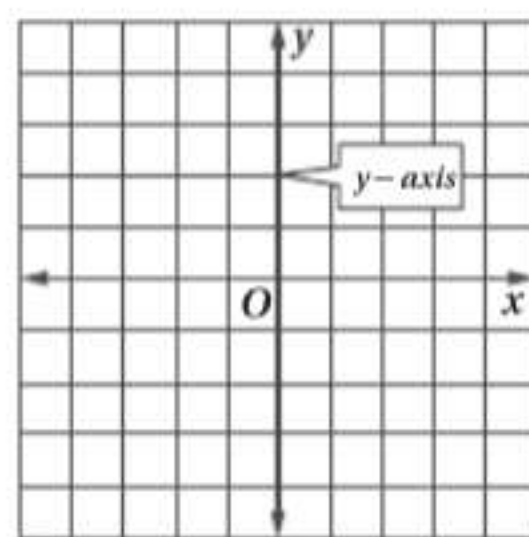


الإحداثي x العدد الأول في الزوج المرتب.

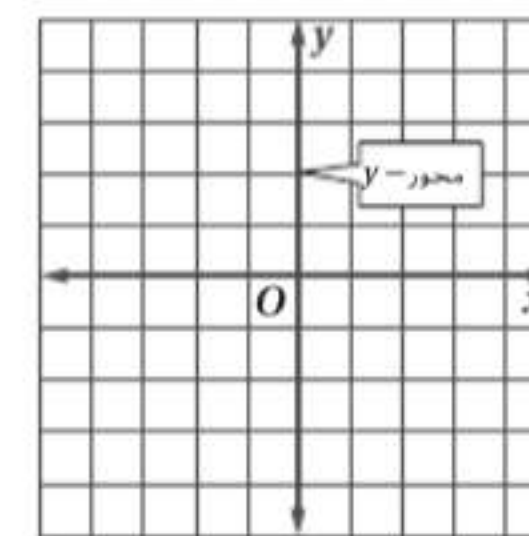
تقاطع مع المحور x الإحداثي x للنقطة التي يتقاطع عندها الرسم البياني مع المحور x.

Y

y-axis The vertical number line on a coordinate plane.



المحور y خط الأعداد الرأسي على مستوى إحداثي.



y-coordinate The second number in an ordered pair.

y-intercept The y-coordinate of a point where a graph crosses the y-axis.

الإحداثي y العدد الثاني في الزوج المرتب.

تقاطع مع المحور y الإحداثي y للنقطة التي يتعارض عندها الرسم البياني مع المحور y .

Z

zero The x-intercepts of the graph of a function; the points for which $f(x) = 0$.

zero exponent For any nonzero number a , $a^0 = 1$. Any nonzero number raised to the zero power is equal to 1.

صفر تقاطعات مع المحور x في التمثيل البياني لدالة $f(x)$. وتكون نقاطها $f(x) = 0$.

أس صفري بالنسبة إلى أي عدد غير الصفر a . $a^0 = 1$. وأي عدد غير الصفر مرفوع إلى الأس الصفري يساوي 1.

نسخة الطلاب

شكر وتقدير

Photo: iii [no credit required]; ix Flame/Alamy; vii Photographer's Choice/Getty Images; viii Hi Brow Arabia/Alamy Stock Photo; x IM_photo/Shutterstock.com; xi Ruzanna/Shutterstock.com; xii Frankris/Shutterstock.com; xiii Charles Knowles/Alamy; xiv Glow Images; xix Ingram Publishing; xv Jean-Pierre Pieuchot/Photodisc/Getty Images; xvi Aha-Soft/Shutterstock.com; xvii JeremyRichards/Shutterstock.com; xviii JeremyRichards/Shutterstock.com; xx ImageSource/Age Fotostock; xxi Hero/Corbis/Glow Images; 0700 JeremyRichards/Shutterstock.com; 0703 topseller/Shutterstock.com; 0704 Jim Sugar/CORBIS; 0705 Jochem Wijnands/age fotostock; 0710 Greg Ryan/Alamy; 0712 Heath Korvola/Digital Vision/Getty Images; 0713 © McGraw-Hill Education/Ken Cavanagh; 0720 JGA/Shutterstock.com; 0722 Ariel Skelley/Blend Images; 0727 FOTOG/Tetra Images/Photolibary; 0730 Yannis Emmanuel Mavromatakis/Alamy Images; 0742 Elnur Amikishiyev/Alamy Stock Photo; 0746 Ingram Publishing; 0751 redstone/Shutterstock.com; 0752 (t)Image Source/Getty Images, (b)gui jun peng/Shutterstock.com; 0756 age fotostock/SuperStock; 0757 Glowimages/Getty Images; 0759 Barry Barker/McGraw-Hill Education; 0764 Jag_cz/Shutterstock.com; 0766 Jade LLC/Blend Images; 0771 (l)S-F/Shutterstock, (r)Images&Stories/Alamy; 0783 Comstock Images/Getty Images; 0786 (t)Glow Decor RM/SuperStock, (b)Rena Schild/Shutterstock.com; 0787 Images-USA/Alamy Stock Photo; 0788 (t) Slavoljub Pantelic/Shutterstock.com, (b)Comstock Images; 0792 Ocean/CORBIS; 0810 ImageSource/Age Fotostock; 0813 ©STOCK4B-RF/Glow Images; 0814 fStop/SuperStock; 0816 (l)Don Farrall/Getty Images, (c)Wicker Imaging/Shutterstock.com, (r)Marc Sandercock; 0817 (l)Thinkstock/Stockbyte/Getty Images, (c) Brand X Pictures/PunchStock, (r) Todd Gipstein/Getty Images; 0818 Purestock/SuperStock; 0821 (tl) Ed-Imaging, (tc)Ed-Imaging, (tr) Ed-Imaging, (bl)Ed-Imaging, (bc) Ed-Imaging, (br)Ed-Imaging; 0823 Caia Images/Glow Images; 0825 Lightwavemedia/Shutterstock.com; 0826 (c)Agi Jukan/Shutterstock.com, (b)Richard Nowitz/Digital Vision/Getty Images; 0828 Laura Ciapponi/Media Bakery; 0831 Shutterstock/Visit Roemvanitch; 0833 A Kompatscher/age fotostock; 0836 Ingram Publishing; 0837 Polarpix/Shutterstock.com; 0843 Digital Vision/Photodisc/Getty Images; 0845 Leungchopan/Shutterstock.com; 0846 (c)Ingram Publishing/Alamy Stock Photo, (b)McGraw-Hill Education; 0851 Purestock/SuperStock; 0856 Ilene MacDonald/Alamy Stock Photo; 0861 Martin Barraud/OJO Images/Getty Images; 0864 (l) Horst Mahr/age fotostock, (r) Emily Riddell/age fotostock; 0872 ©Cultura Creative/Alamy; 0875 (l) BananaStock/Punchstock, (r)Alan Schein/Alamy Images; 0876 (tl) Alex Alekseev/Shutterstock.com, (tr)Robert Harding Picture Library/SuperStock, (cl)Mark Dierker/Bear Dancer Studios, (cr)©Bill Brooks/Alamy Stock Photo, (bl)Wolfilser/Shutterstock.com, (bc)McGraw-Hill Education, (br)KFS/age fotostock; 0879 Creativ Studio Heinemann/Getty Images; 0886 (tl)McGraw-Hill Education, (tc)McGraw-Hill Education, (tr)McGraw-Hill Education, (bl)McGraw-Hill Education, (bc)McGraw-Hill Education, (br)McGraw-Hill Education; 0887 (tl)McGraw-Hill Education, (tc)McGraw-Hill Education, (tr)McGraw-Hill Education, (bl)McGraw-Hill Education, (bc)McGraw-Hill Education, (br)McGraw-Hill Education; 0891 McGraw-Hill Education; 0902 Image Source; 0964 Hero/Corbis/Glow Images; 0967 Clearviewstock/Alamy; 0975 Zurijeta/Shutterstock.com; 0976 (t)Image Source, (c)Image Source; 0982 Dboystudio/Shutterstock.com; 0996 Gregory Warran/Flickr/Getty Images; 1008 Jasminko Ibrakovic/Shutterstock.com; 1014 Paul Reeves Photography/Shutterstock.com; 1018 CORBIS/SuperStock; 1021 (l) Tetra Images/Alamy Stock Photo, (r) Tetra Images/Alamy Stock Photo, (r)C Squared Studios/Getty Images; 1024 Alistair Scott/Alamy; 1025 amolson7/Shutterstock.com; 973 Stockdisc/Getty Images.

مركز اتصال وزارة التربية والتعليم
اقتراح - استفسار - شكوى



80051115



04-2176855



ccc.moe@moe.gov.ae



www.moe.gov.ae

جميع الحقوق محفوظة لوزارة التربية والتعليم. لايسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو جزء منه أو تخزينه في نطاق استعادة المعلومات، أو نقله بأي شكل من الأشكال، من دون إذن مسبق من الناشر.