عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

الوحدة التاسعة

عمل المدرس: مصطفى علام
alllaaam@yahoo.com

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

ورقة عمل الصف العاشر | 9-1 الوسط الهندسي | الاسم: _____ الشعبة: __

نواتج التعلّم 1- إيجاد الوسط الهندسي بين عددين .2- حل مسائل تتضمن علاقات بين اجزاء مثلث قائم الزاوية وبين الارتفاع المنشأ من وتره.

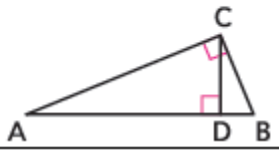
المفهوم الأساسي الوسط الهندسي

الشرح الوسط الهندسي لعددين موجبين a هو العدد x مثل $\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$.
إذًا، $x^2 = ba$ و $x = \sqrt{ab}$

مثال الوسط الهندسي لكل من $a = 4, b = 9$ هو 6، لأن $6 = \sqrt{9 \times 4}$

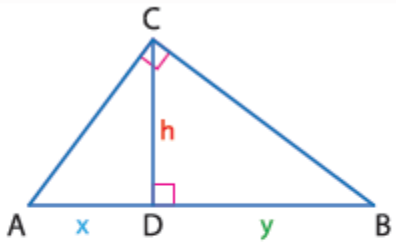
النظرية 10.1

إذا رسمنا ارتفاعًا يمتدّ إلى وتر مثلث قائم الزاوية، فسيكون المثلثان المتشكلان مشابهين للمثلث الأصلي ولبعضهما البعض.



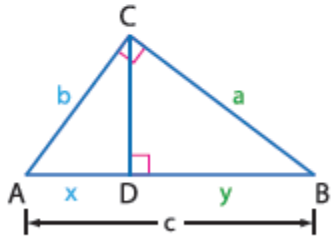
النظريات نظريات الوسط الهندسي للمثلثات قائمة الزاوية

8.2 نظرية الوسط الهندسي (الارتفاع) يَفصل الارتفاعُ الممتد إلى وتر المثلث قائم الزاوية الوترَ إلى قطعتين مستقيمتين. ويساوي طول هذا الارتفاع الوسط الهندسي بين أطوال هذين الجزأين.



المثال إذا كان $\overline{CD}$ يمثل الارتفاع للوتر $\overline{AB}$ بالمثلث قائم الزاوية $\triangle ABC$، فإن $h = \sqrt{xy}$ او $\frac{x}{h} = \frac{h}{y}$.

8.3 نظرية الوسط الهندسي (الساق) يَفصل الارتفاع الممتد إلى وتر المثلث قائم الزاوية الوتر إلى قطعتين مستقيمتين. وطول أحد ساقي هذا المثلث يُمثل الوسط الهندسي بين طول الوتر والقطعة المستقيمة الموجودة على الوتر المجاور لتلك الساق.



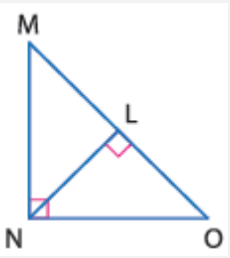
المثال إذا كان $\overline{CD}$ هو الارتفاع للوتر $\overline{AB}$ بالمثلث قائم الزاوية $\triangle ABC$ فإن $\frac{c}{b} = \frac{b}{x}$ أو $\frac{c}{a} = \frac{a}{y}$ $b = \sqrt{xc}$ $a = \sqrt{yc}$

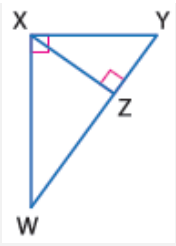
عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

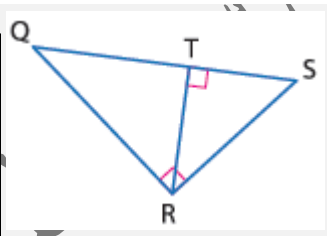
أوجد الوسط الهندسي بين كل زوج من الأعداد.

81 و 4	25 و 16	20 و 25

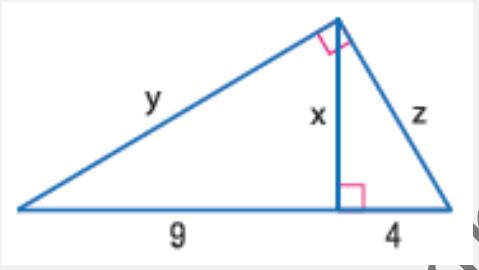
اكتب عبارة تَمَاثُل لتوضيح المثلثات الثلاثة المتماثلة في الشكل.

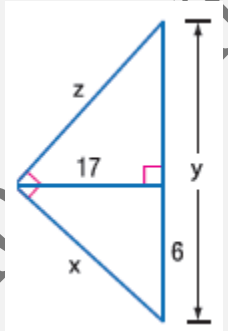


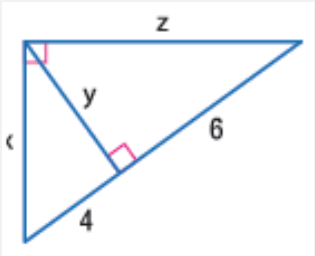




أوجد x و y و z.



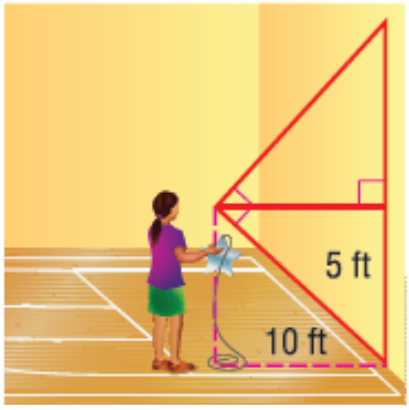




allaaam@yam

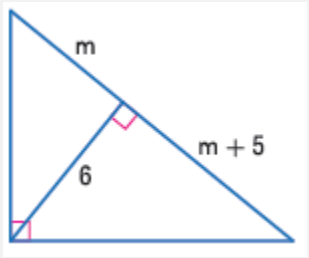
عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

استخدام النماذج تعلّق خديجة نجومًا فضية في سقف صالة الألعاب الرياضية استعدادًا للاحتفال. وأرادت أن تكون أطراف الخيوط المربوط بها النجوم بارتفاع 7 أقدام من الأرض. استخدِم الرسم التخطيطي لتحديد مقدار الطول اللازم تحديده للخيوط.



ملاحظة: غير مرسوم وفقًا لمقياس رسم.

الجبر أوجد قيمة المتغير.



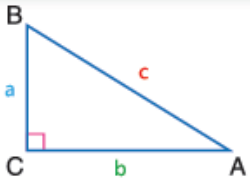
allaaam@yahoo.com مصطفى علام

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

ورقة عمل الصف العاشر 9-2 نظرية فيثاغورث ومعكوسها الاسم: _____ الشعبة : __

نواتج التعلّم 1- استخدام نظرية فيثاغورس . 2- استخدام معكوس نظرية فيثاغورس .

النظرية 10.4 نظرية فيثاغورس



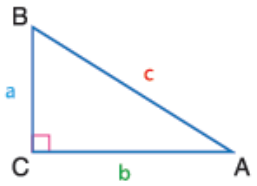
الشرح في مثلث قائم الزاوية، يكون مجموع مربعات أطوال ساقي المثلث مساويًا لمربع طول الوتر.

الرموز إذا كان $\triangle ABC$ مثلثًا قائم الزاوية والزاوية القائمة به هي C، فإن $a^2 + b^2 = c^2$.

المفهوم الأساسي ثلاثيات فيثاغورس الشائعة

3, 4, 5	5, 12, 13	8, 15, 17	7, 24, 25
6, 8, 10	10, 24, 26	16, 30, 34	14, 48, 50
9, 12, 15	15, 36, 39	24, 45, 51	21, 72, 75
$3x, 4x, 5x$	$5x, 12x, 13x$	$8x, 15x, 17x$	$7x, 24x, 25x$

النظرية 10.5 معكوس نظرية فيثاغورس



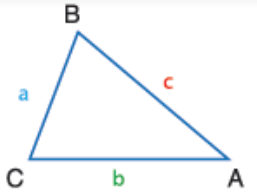
الشرح إذا كان مجموع مربعات أطوال الضلعين الأقصر لأحد المثلثات مساويًا لمربع طول الضلع الأطول، فإن المثلث يكون قائم الزاوية.

الرموز إذا كان $a^2 + b^2 = c^2$، فإن $\triangle ABC$ مثلث قائم الزاوية.

نظريات نظريات متباينات فيثاغورس

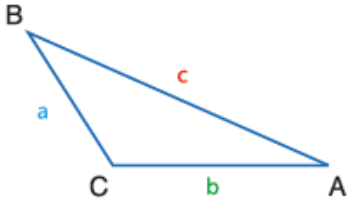
8.6 إذا كان مربع طول الضلع الأطول في أحد المثلثات أقل من مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين، فإن المثلث يكون حاد الزاوية.

الرموز إذا كانت $c^2 < a^2 + b^2$، فإن $\triangle ABC$ يكون حاد الزاوية.



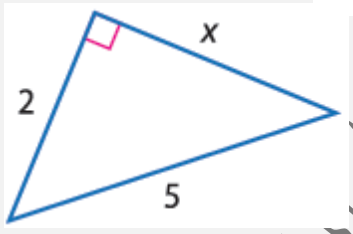
8.7 إذا كان مربع طول الضلع الأطول في أحد المثلثات أكبر من مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين، فإن المثلث يكون منفرج الزاوية.

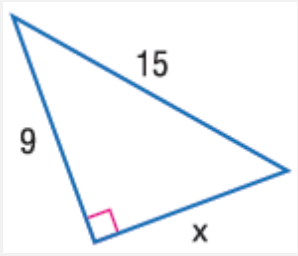
الرموز إذا كان $c^2 > a^2 + b^2$، فإن $\triangle ABC$ منفرج الزاوية.

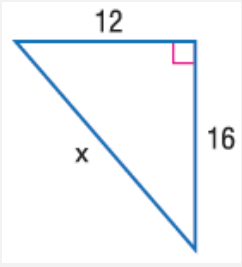


عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

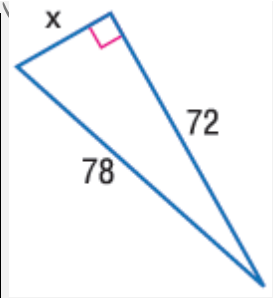
أوجد x.

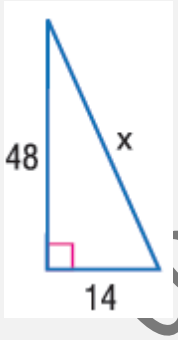


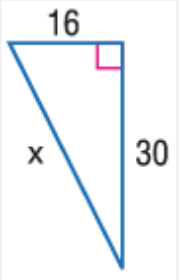




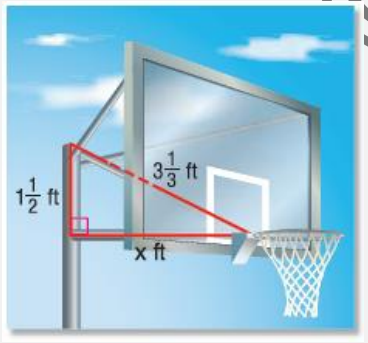
المثابرة استخدم ثلاثية فيثاغورس لإيجاد قيمة x.







كرة السلة الجزء الذي يدعم مرمى كرة السلة يشكّل زاوية قائمة كما هو موضّح. فما طول x من الطرف الأفقي من ذلك الجزء الداعم؟



@yahoo.com عمل المدرس: مصطفى علام

حدد ما إذا كانت أي مجموعة أعداد من المجموعات التالية يمكن أن تكون قياسات لأضلاع مثلث. إذا كان الأمر كذلك، فصنّف المثلث على أنه حاد أو منفرج أو قائم الزاوية. علل إجابتك.

15, 36, 39

16, 18, 26

15, 20, 24

10, 12, 23

الهندسة الإحداثية *حدد ما إذا كان $\triangle XYZ$ هو مثلث حاد أم قائم أم منفرج الزاوية بالنسبة للرؤوس المعطاة. اشرح.*

$X(-3, -2), Y(-1, 0), Z(0, -1)$

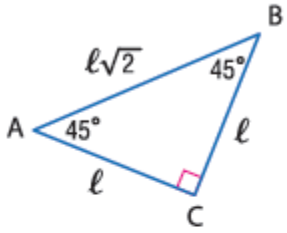
عمل المدرس: مصطفى أسامة علام
allaa...@yahoo.com

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

ورقة عمل الصف العاشر 9-3 مثلثات خاصة قائمة الزاوية الاسم: _____ الشعبة : __

نواتج التعلّم 1- استخدام خصائص المثلثات بزوايا 45° و45° و90°. 2- استخدام خصائص المثلثات بزوايا 30° و60° و90°.

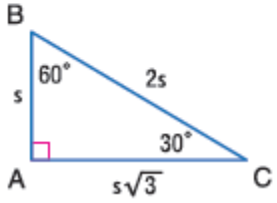
نظرية 10.8 نظرية المثلثات بزوايا قياساتها 45° و45° و90°



في مثلث بزوايا قياساتها 45° و45° و90°، يكون الساقان ℓ متطابقين وطول الوتر h يساوي $\sqrt{2}$ ضعف طول أحد الساقين.

الرموز في المثلث بزوايا قياساتها 45° و45° و90°، يكون $\ell = \ell$ و $h = \ell\sqrt{2}$.

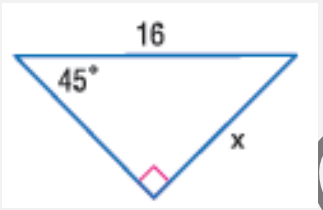
نظرية 10.9 نظرية المثلثات بزوايا قياساتها 30° و60° و90°

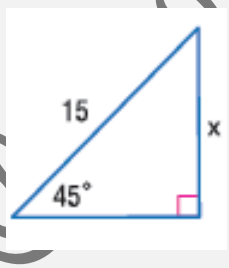


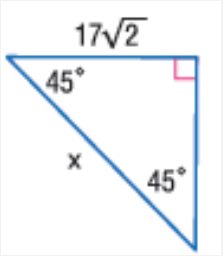
في مثلث بزوايا قياساتها 30° و60° و90°، طول الوتر h يساوي ضعفي طول الساق الأقصر s، وطول الساق الأطول ℓ يساوي $\sqrt{3}$ ضعف طول الساق الأقصر.

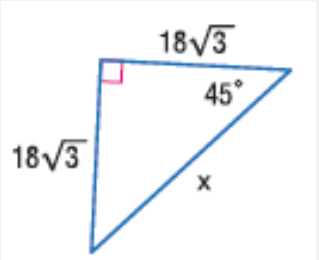
الرموز في مثلث بزوايا قياساتها 30° و60° و90°، فإن $h = 2s$ و $\ell = s\sqrt{3}$.

التفكير المنطقي أوجد x.





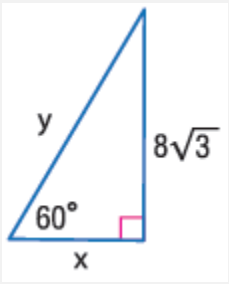


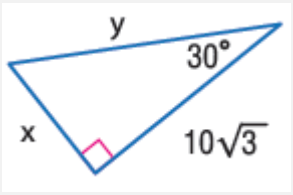


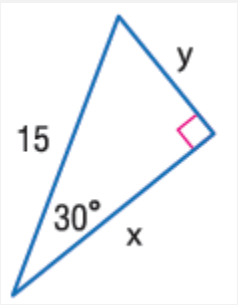
إذا كان مثلث بزوايا 45° و45° و90° به وتر بطول 9، فأوجد طول الساق.

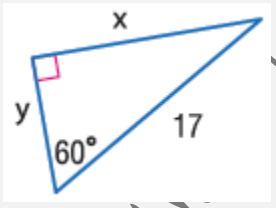
allaaam@

أوجد قيمة x و y.







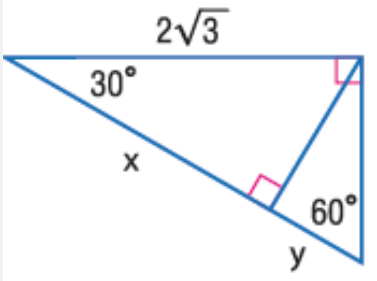


مثلث متساوي الأضلاع طول ارتفاعه 18 قدمًا. حدد طول أحد أضلاع المثلث.

استخدام النماذج راجع بداية الدرس.

كل قلم تظليل هو عبارة عن مثلث متساوي الأضلاع بأضلاع يبلغ طولها 9 سنتيمتر. فهل سيتم استيعاب قلم التظليل في صندوق أبعاده 10 سنتيمتر في 7 سنتيمتر؟ اشرح.

أوجد قيمة x و y.



عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

ورقة عمل الصف العاشر | 9-4 حساب المثلثات | الاسم: _____ الشعبة : __

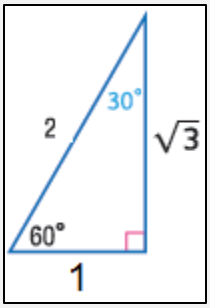
نواتج التعلّم

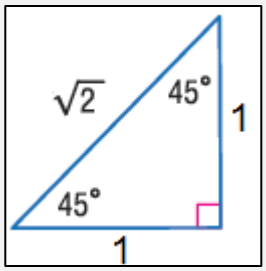
إيجاد النسب المثلثية باستخدام مثلثات قائمة الزاوية.

استخدام النسب المثلثية لإيجاد قياسات زاويا في مثلثات قائمة الزاوية.

النسبة المثلثية هي نسبة أطوال ضلعين من مثلث قائم الزاوية.

Sine	جيب
Cosine	جيب التمام
Tangent	ظل

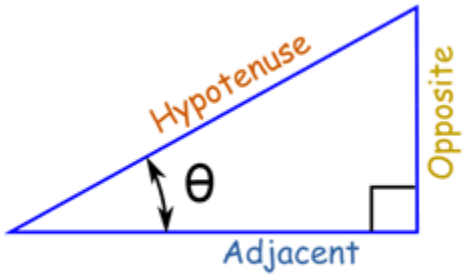




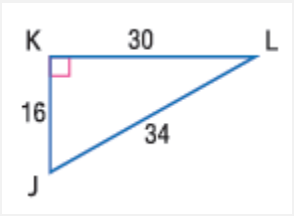
$$\frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \sin\theta = \frac{\text{Opposite}}{\text{Hypotenuse}}$$

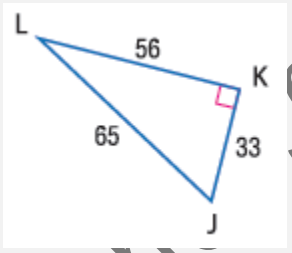
$$\frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \cos\theta = \frac{\text{Adjacent}}{\text{Hypotenuse}}$$

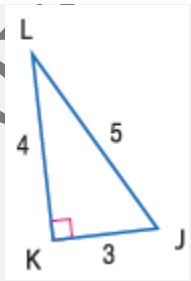
$$\frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \tan\theta = \frac{\text{Opposite}}{\text{Adjacent}}$$

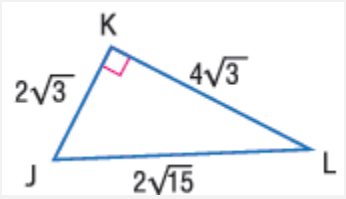


أوجد $\sin J$ و $\cos J$ و $\tan J$ و $\sin L$ و $\cos L$ و $\tan L$. عبّر عن كل نسبة بكسر أو كسر عشري وقرّبه لأقرب جزء من مئة.









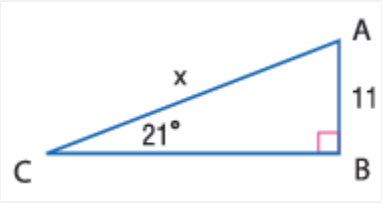
allaaam@yahoo.com

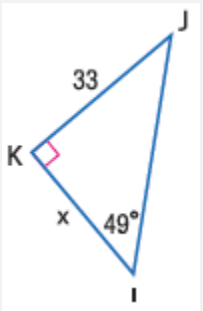
عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

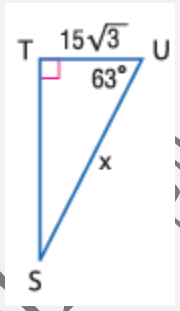
استخدم مثلثًا قائم الزاوية للتعبير عن كل نسبة مثلثية بكسر أو كسر عشري وقَرِّبه لأقرب جزء من مئة.

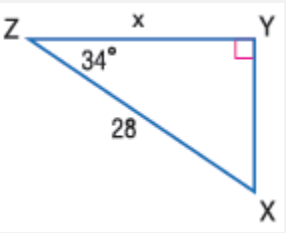
tan 60°	cos 30°	sin 45°
sin 30°	tan 45°	cos 60°

أوجد x. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

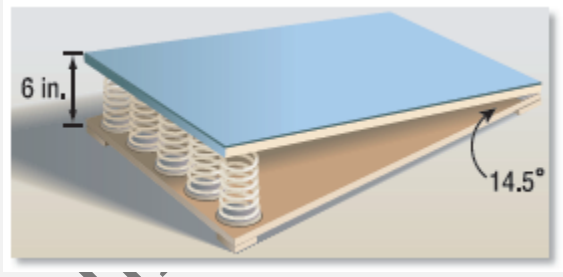






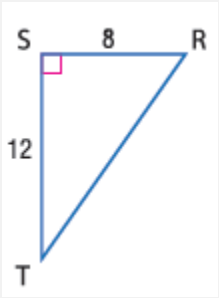


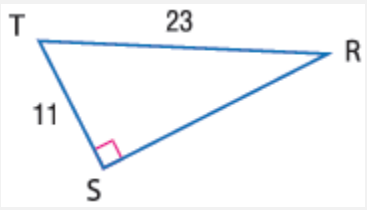
الجمباز منصة الوثب التي يستخدمها وليد في صف التدريب على الجمباز تتضمن ملفات طولها 6 بوصات وتشكل زاوية مقدارها 14.5° مع القاعدة. فما مقدار طول منصة الوثب؟

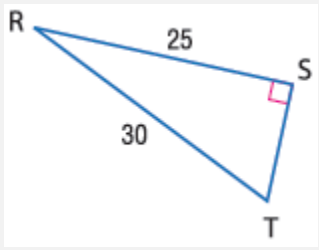


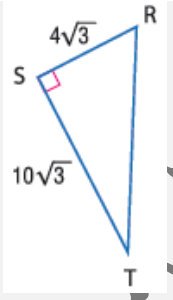
عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

الأدوات استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قياس $\angle T$ إلى أقرب جزء من عشرة.

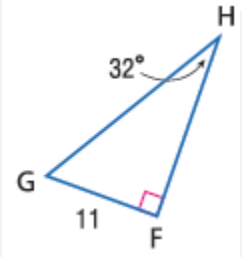


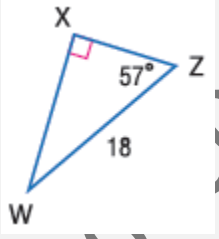


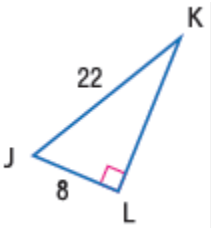




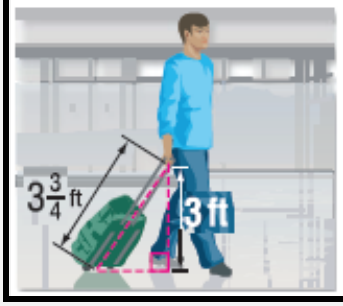
حل كل مثلث قائم الزاوية. قرّب قياسات الأضلاع إلى أقرب جزء من العشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.







حقائب الظهر لدى سلطان حقيبة ظهر ذات عجلات يبلغ طولها $3\frac{3}{4}$ قدم عند تمديد يد الحقيبة. عند سحب حقيبة الظهر، فإن يد سلطان تكون مرتفعة بمقدار 3 أقدام من الأرض. ما الزاوية التي تحدثها حقيبته مع الأرض؟ قرّب إلى أقرب درجة.



عمل المدرس: مصطفى أسامة علام
allaaam@yahoo.com

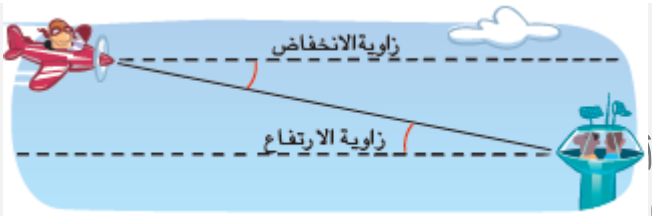
عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

ورقة عمل الصف العاشر | 9-5 زوايا الارتفاع والانخفاض | الاسم: _____ الشعبة : __

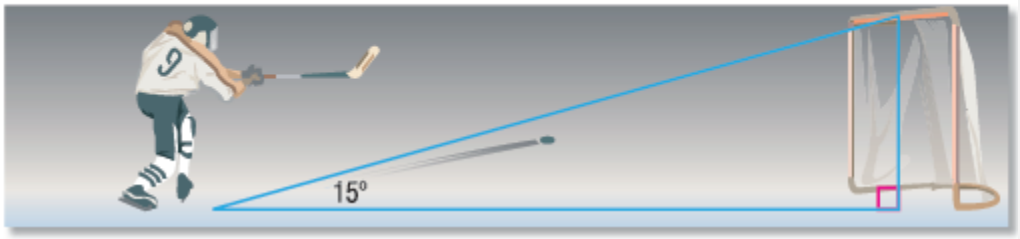
نواتج التعلّم 1- حل المسائل التي تتضمن زوايا الارتفاع والانخفاض . 2- استخدام زوايا الارتفاع والانخفاض لإيجاد المسافة بين جسمين.

زاوية الارتفاع هي الزاوية التي تتكون من خط أفقي وخط (مسار) الرؤية للمُراقب تجاه هدف فوق الخط الأفقي.

زاوية الانخفاض هي زاوية تتكون من خط أفقي وخط رؤية المراقب تجاه هدف أدنى من الخط الأفقي.



الهوكي يضرب لاعب هوكي القرص من على بُعد 20 قدمًا باتجاه مرمى بارتفاع 5 أقدام. إذا تم ضرب القرص بزاوية ارتفاع 15° باتجاه منتصف المرمى، فهل سيسجل اللاعب هدفًا؟



_____

_____

_____

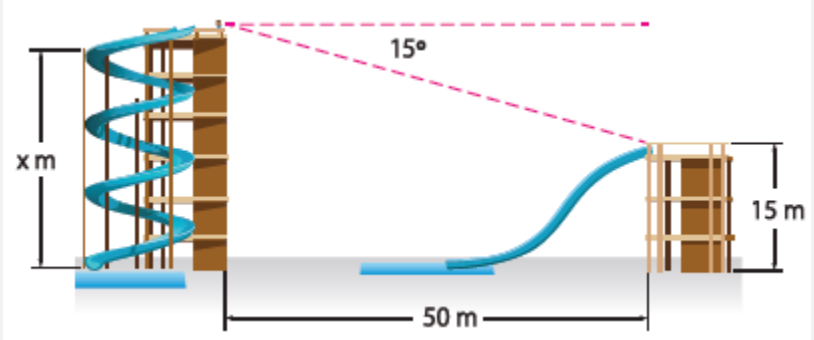
الجبال أوجِد زاوية ارتفاع قمة جبل يراها المشاهد من بعد 155 مترًا من الجبل إذا كان المشاهد يقف على ارتفاع 1.5 متر من الأرض علمًا بأن ارتفاع الجبل هو 350 مترًا.

_____

_____

_____

الملاهي المائية **منحدرا تزحلق** مائيتان يبعدان عن بعضهما 50 مترًا على مستوى الأرض. من قمة منحدر التزحلق الأعلى، تستطيع رؤية قمة منحدر التزحلق الأقل ارتفاعًا بزاوية انخفاض 15°. إذا علمتَ أن ارتفاع منحدر التزلق الأخرى حوالى 15 مترًا من سطح الأرض فما ارتفاعك تقريبًا من سطح الأرض؟ قرّب إلى أقرب عُشر متر.



_____

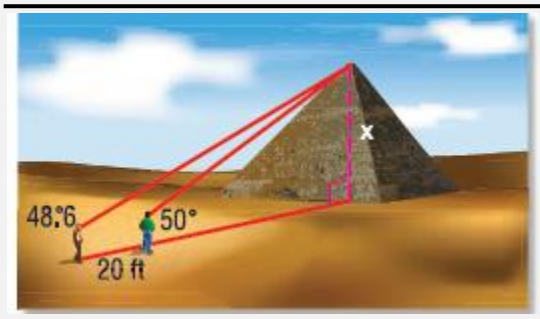
_____

_____

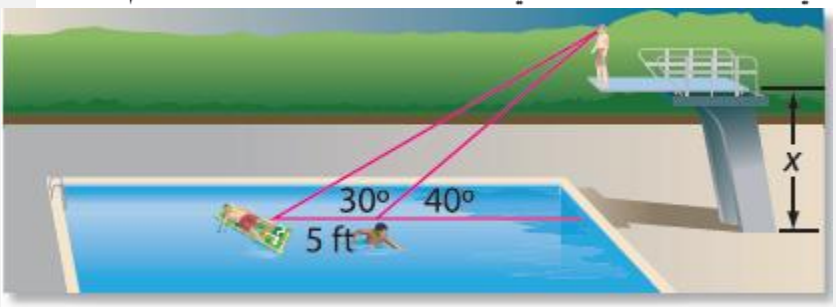
_____

الطيران بسبب عاصفة، يطير طيَّار على ارتفاع 528 قدمًا ولا بد من أن يهبط بالطائرة. إذا كان ما زالت لديه مسافة أفقية 2000 قدم حتى الهبوط، فبأي زاوية انخفاض يجب أن يهبط؟

الأهرامات يزور كل من أحمد وعلي الهرم الأكبر في مصر. بدءًا من مكان أحمد، تبلغ زاوية الارتفاع لقمة الهرم 48.6°. ومن مكان علي، تبلغ زاوية الارتفاع 50°. فإذا كانا يقفان على بعد 20 قدمًا من بعضهما، وكلاهما طوله 5 أقدام و6 بوصات، فما ارتفاع الهرم؟



رياضة الغوص يقف محمد على لوح القفز الأعلى في حمام السباحة المحلي. وفي الماء، يوجد اثنان من أصدقائه كما هو مُوَضَّح. فإذا كانت زاوية الانخفاض لأحد أصدقائه هي 40° وللآخر 30° الذي يبعد عن الأول بمسافة 5 أقدام للوراء، فما ارتفاع لوح القفز؟



عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

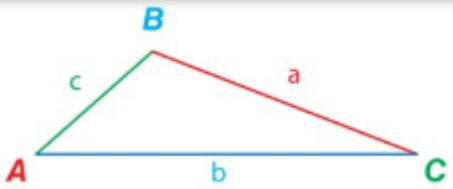
ورقة عمل الصف العاشر | 9-6 قانون الـ Sine وقانون الـ Cosine | الاسم: _____ الشعبة : __

نواتج التعلّم
1. استخدام قانون الـ Sine لحل مسائل المثلثات
2. استخدام قانون الـ Cosine لحل المثلثات

النظرية 9.10 قانون الـ sine

في $\triangle ABC$، إذا كان أطوال أضلاعه a وb وc تُمثل أطوال الأضلاع المقابلة للزوايا A وB وC، فإن

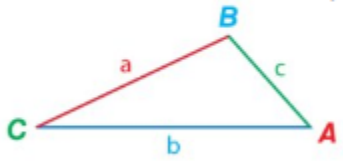
$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$



النظرية 9.11 قانون الـ cosine

في $\triangle ABC$، إذا كان أطوال أضلاعه a وb وc تُمثل أطوال الأضلاع المقابلة للزوايا A وB وC، فإن

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$



ملخص المفهوم حل المثلث

لحل . . .	المعطيات	ابدأ باستخدام . . .
مثلث قائم الزاوية	ساق–ساق (LL) وتر–ساق (HL) زاوية حادة–وتر (AH) زاوية حادة–ساق (AL)	نسبة tan الزاوية نسبة sine أو cosine الزاوية نسبة sine أو cosine الزاوية نسب sine أو cosine أو tan الزاوية
أي مثلث	زاوية–زاوية–ضلع (AAS) زاوية–ضلع–زاوية (ASA) ضلع–زاوية–ضلع (SAS) ضلع–ضلع–ضلع (SSS)	قانون الsine قانون الsine قانون cosine قانون cosine

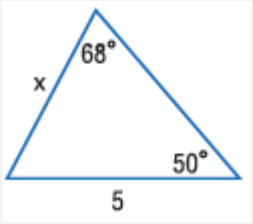
يمكنك استخدام قانون الـ **sine** لحل مثلث إذا كنت تعرف قياس زاويتين وأي ضلع (AAS أو ASA).

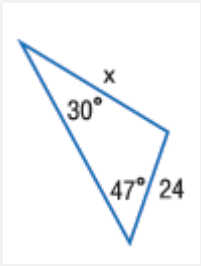
يمكنك استخدام **قانون الـ cosine** لحل مثلث إذا كنت تعرف طول الضلعين والزاوية البينية (SAS).

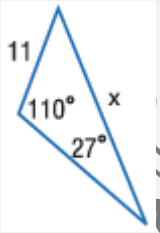
يمكنك أيضًا استخدام قانون الـ cosine إذا كنت تعرف أطوال الأضلاع الثلاثة (SSS).

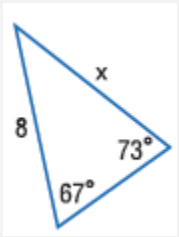
عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

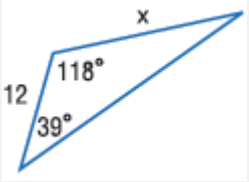
أوجد x. قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.

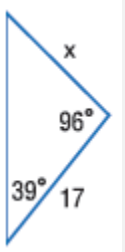




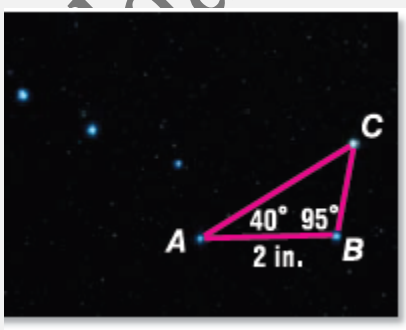








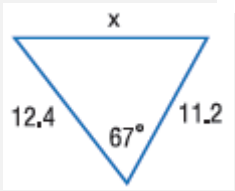
استخدام النماذج تنظر هالة لمجموعة الدب الأكبر من التلسكوب. ويظهر لها أن مجموعة النجوم تُشكّل مثلثًا بقياسات مُوضّحة في الرسم التخطيطي على اليسار. استخدم قانون الـ sine لإيجاد المسافة بين A وC.

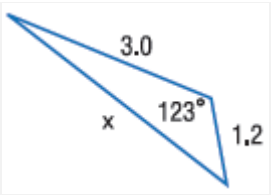


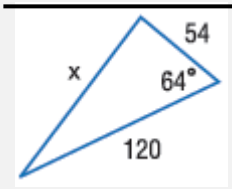
عمل المدرس: مصطفى علام
moslam@yahoo.com

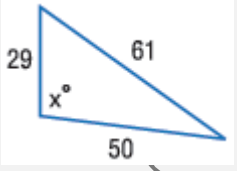
عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

أوجد x. قَرِّب قياسات الزوايا لأقرب درجة وأطوال الأضلاع لأقرب جزء من عشرة.

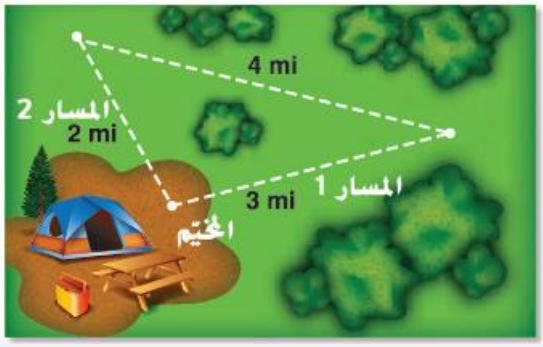




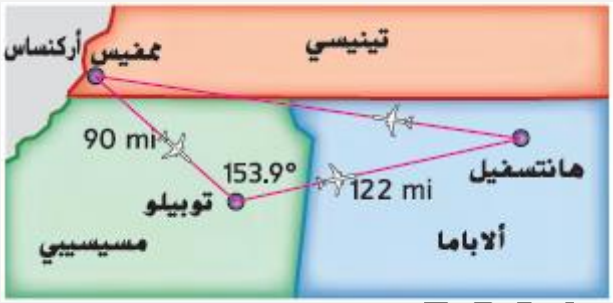




عمل المدرس: مصطفى أسامة
allaaam@yahoo.com

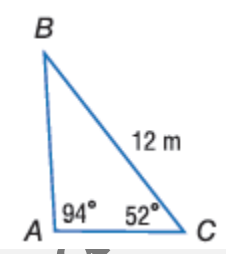


التجوّل سيرًا على الأقدام يقرر مجموعة من الأصدقاء المشاركين في رحلة تخييم أن يخرجوا للتجول سيرًا على الأقدام. طبقًا للخريطة المُوضحة على اليمين، فما قياس الزاوية بين المسار 1 والمسار 2؟



السفر يقود طيار الطائرة بسرعة 90 ميلاً من ممفيس بولاية تينيسي مرورًا بتوبيلو بولاية مسيسيبي ثم هانتسفيل بولاية ألاباما وأخيرًا يعود إلى ممفيس. كم تبعد ممفيس عن هانتسفيل؟

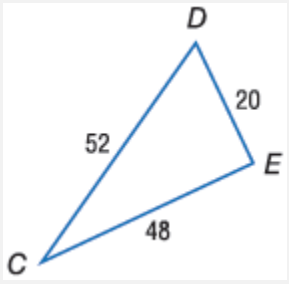
البنية حِل كل مثلث. قَرِّب قياسات الزوايا لأقرب درجة وأطوال الأضلاع لأقرب جزء من عشرة.



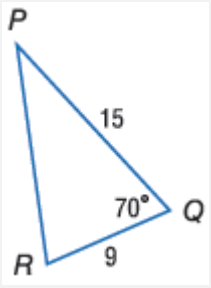
عمل المدرس: مصطفى أسامة علام
AsamaOvahe.com

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

البنية حِل كل مثلث. قَرِّب قياسات الزوايا لأقرب درجة وأطوال الأضلاع لأقرب جزء من عشرة.



حل $\triangle JKL$ إذا كان $JK = 33,\ KL = 56,\ LJ = 65$.



عمل المدرس: مصطفى علام
allaaam@yahoo.com

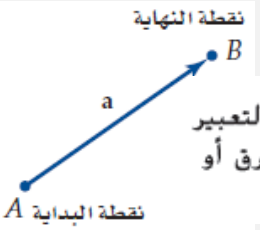
عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

ورقة عمل الصف العاشر العام | 9-7 المتجهات | الاسم: _____

نواتج التعلّم 1– إجراء عمليات هندسية على المتجهات. 2 – إجراء عمليات على المتجه على المستوى الإحداثي.

يمكن وصف الكثير من الكميات الفيزيائية مثل الكتلة بقيمة عددية واحدة، وعندئذٍ تُسمى كمية قياسية (عددية)، ويدل هذا العدد على مقدار الكمية أو قياسها. أما الكمية المتجهة فهي كمية لها مقدار واتجاه؛ فمثلًا سرعة الكرة المتجهة نحو المرمى جنوبًا تمثل كلًّا من: مقدار سرعة الكرة، واتجاه حركتها.

ويمكن تمثيل الكمية المتجهة بسهم يُظهر كلًّا من المقدار والاتجاه ويسمى هذا التمثيل متجهًا. ويمثل الشكل المجاور المتجه الذي له نقطة البداية A ، ونقطة النهاية B . ويرمز لهذا المتجه بالرمز $\overrightarrow{AB}$ أو $\vec{a}$ أو $\boldsymbol{a}$.



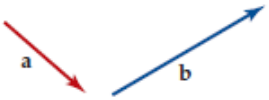
إن **مقدار** $\overrightarrow{AB}$، والذي يُرمز إليه بـ $|\overrightarrow{AB}|$، هو طول المتجه من نقطة بدايته إلى نقطة نهايته. يُمكن التعبير عن **اتجاه** المتجه في صورة زاوية يتم تكوينها مع المركّبة الأفقية أو في صورة قياس بين 0° و90° شرق أو غرب المستقيم الشمالي أو الجنوبي.

عند جمع متجهين أو أكثر يكون الناتج متجهًا،و يسمى المحصّلة أو الناتج. ويكون لمتجه المحصّلة التأثير نفسه الناتج عن تأثير المتجهين الأصليين عند تطبيقهما واحدًا تلو الآخر. ويمكن إيجاد المحصّلة هندسيًا باستعمال قاعدة المثلث،أو قاعدة متو ازي الأضلاع.

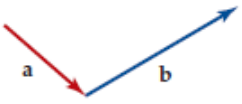
مفهوم أساسي — **إيجاد المحصلة**

قاعدة المثلث

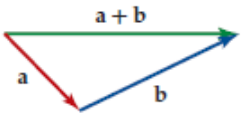
لإيجاد محصّلة المتجهين $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ ، اتّبع الخطوتين الآتيتين:



الخطوة 1 أجر انسحابًا للمتجه $\mathbf{b}$ ، بحيث تلتقي نقطة بدايته مع نقطة نهاية المتجه $\mathbf{a}$.

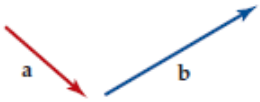


الخطوة 2 محصلة المتجهين $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ هي المتجه المرسوم من نقطة بداية $\mathbf{a}$ إلى نقطة نهاية $\mathbf{b}$.

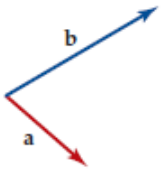


قاعدة متوازي الأضلاع

لإيجاد محصّلة المتجهين $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ ، اتّبع الخطوات الآتية :

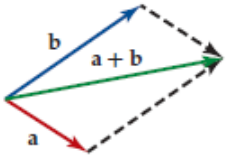


الخطوة 1 أجر انسحابًا للمتجه $\mathbf{b}$ ، بحيث تلتقي نقطة بدايته مع نقطة بداية المتجه $\mathbf{a}$.



الخطوة 2 أكمل رسم متوازي الأضلاع الذي ضلعاه $\mathbf{a}, \mathbf{b}$.

الخطوة 3 محصلة المتجهين هي المتجه الذي يُمثّله قطر متوازي الأضلاع .



يكون المتجه في **وضع قياسي** إذا كانت نقطة بدايته عند نقطة الأصل.

لوصف متجه من أي نقطة بداية، يمكنك استخدام **الصورة المركّبة** $\langle x, y \rangle$ التي تصف المتجه من حيث مركّبه الأفقي x ومركبه الرأسي y.

لكتابة الصورة المركّبة لمتجه من نقطة البداية (x_1, y_1) ونقطة النهاية (x_2, y_2)، أوجد $\langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle$.

قانون المسافة $|\vec{r}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

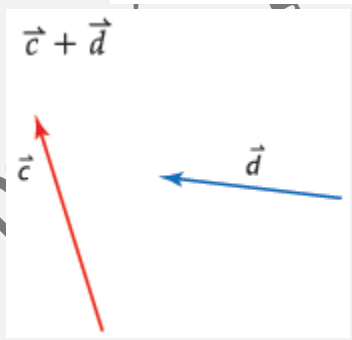
استخدم المسطرة والمنقلة؛ لرسم متجه لكلٍّ من الكميات الآتية، ثم اكتب مقياس الرسم في كل حالة.

$\vec{w} = 75$ ميلاً في الساعة بزاوية 40° باتجاه الشرق الجنوبي

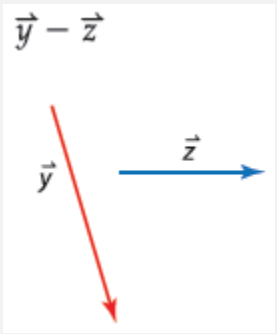
$\vec{h} = 46$ قدمًا في الثانية بزاوية 170° إلى المركّبة الأفقية

انسخ المتجهات. ثم أوجد كل مجموع أو فرق.

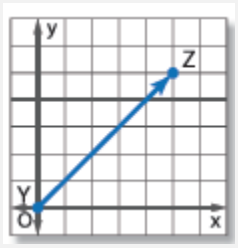
$\vec{c} + \vec{d}$

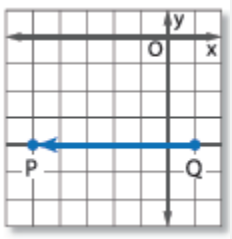


$\vec{y} - \vec{z}$



اكتب الصورة المركّبة لكل متجه.





أوجد مقدار كل متجه واتجاهه.

$\vec{f} = \langle -6, -5 \rangle$

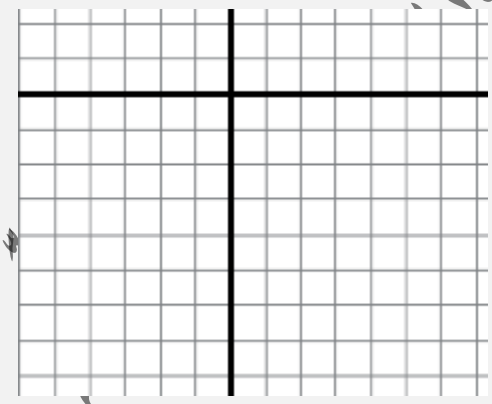
$\vec{t} = \langle 2, -4 \rangle$

allaaam@yahoo.com

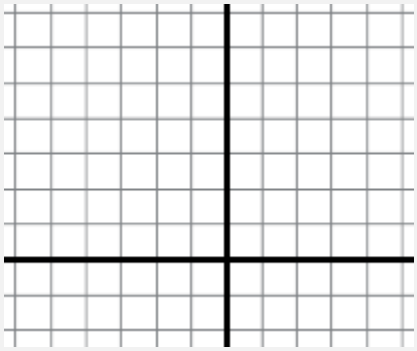
عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

أوجد كلاً مما يلي لـ $\vec{a} = \langle -4, 1 \rangle$ **و** $\vec{b} = \langle -1, -3 \rangle$ **و** $\vec{c} = \langle 3, 5 \rangle$. **راجع إجاباتك بيانيًا.**

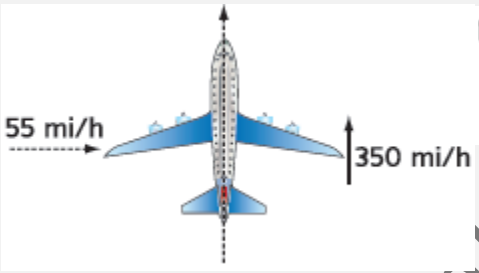
$2\vec{b} - \vec{a}$



$\vec{c} + \vec{a}$



استخدام النماذج تطير طائرة باتجاه الشمال بسرعة 350 ميلاً في الساعة. إذا كانت الرياح تهب من الغرب بسرعة 55 ميلاً في الساعة، فما السرعة الناتجة والاتجاه الذي تطير فيه الطائرة؟



alllaaam@yahoo.com

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

عمل المدرس: مصطفى علام
alllaaam@yahoo.com

الوحدة العاشرة

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

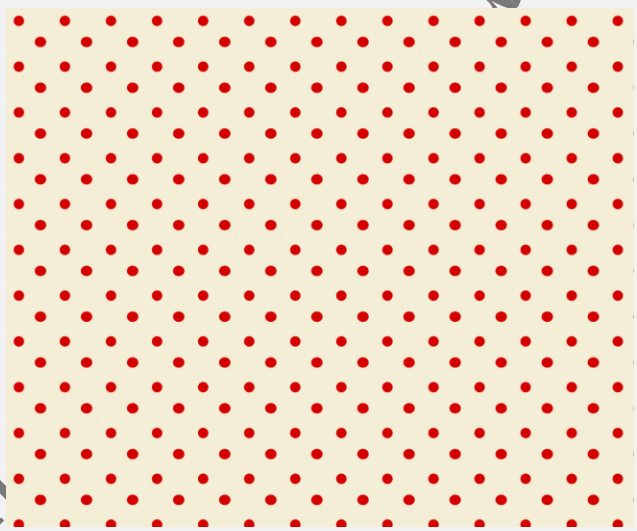
ورقة عمل الصف العاشر | 10-1 تمثيلات الأشكال ثلاثية الأبعاد | الاسم: _____

نواتج التعلّم 1- رسم منظورات متماثلة للأشكال ثلاثية الأبعاد. 2 - استكشاف المقاطع العرضية للأشكال ثلاثية الأبعاد.

استخدم الورق المنقط متساوي الأبعاد لرسم كل منشور.

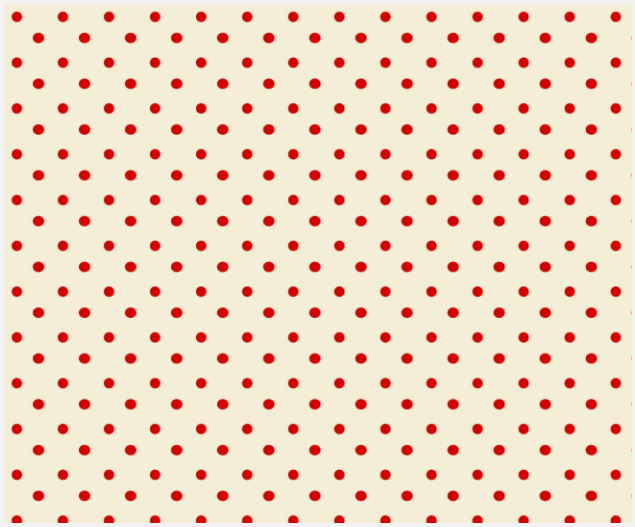
منشور ثلاثي ارتفاعه وحدتان.

ويبلغ طولا ضلعي قاعدته 5 وحدات و4 وحدات.

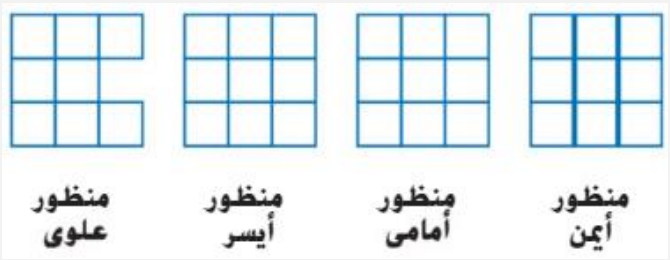


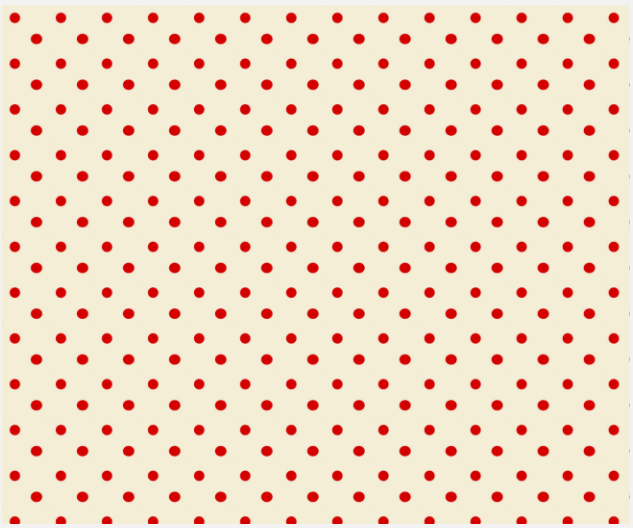
منشور مستطيل ارتفاعه وحدتان.

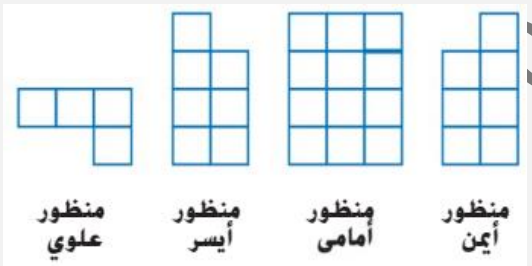
ويبلغ عرضه 3 وحدات وطوله 5 وحدات.

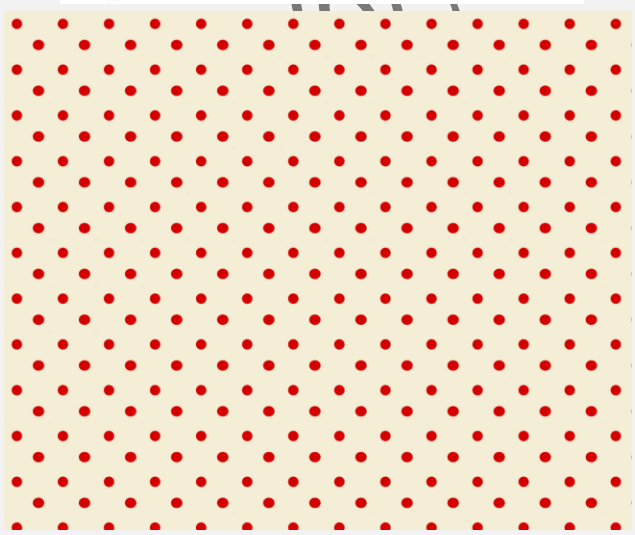


استخدم ورقة منقطة متساوية القياس والرسم المتعامد لرسم مجسم.



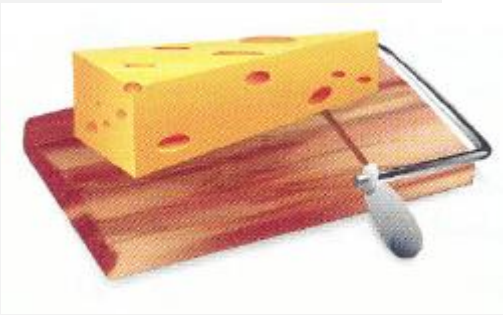






عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

الطعام صِف كيف يُمكن تقطيع قطعة الجبن الموضحة على اليسار إلى شرائح بحيث تكوّن كل شريحة كل شكل.



a. مستطيل _____

b. مثلث _____

c. شبه منحرف _____

صِف كل مقطع عرضي.

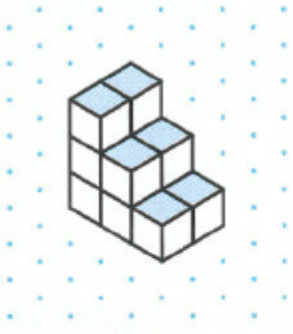
_____

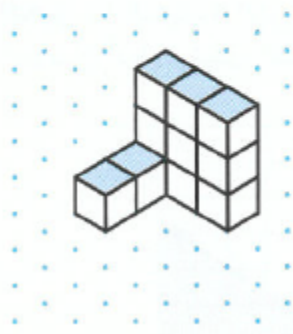
_____

_____

_____

ارسم المنظورات العلوية واليسرى والأمامية اليمنى لكل مجسم.





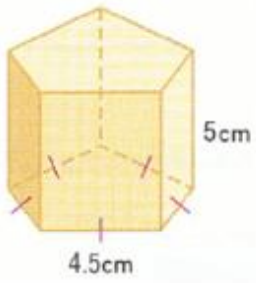
عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

ورقة عمل الصف العاشر | 10-2 مساحة السطح للمنشور والأسطوانة | الاسم :_____

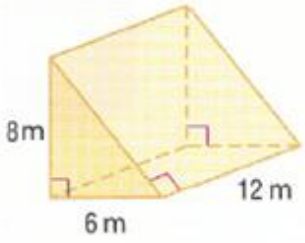
نواتج التعلّم 1- إيجاد المساحة الجانبية ومساحة السطح للمنشور. 2 - إيجاد المساحة الجانبية ومساحة السطح للأسطوانة.

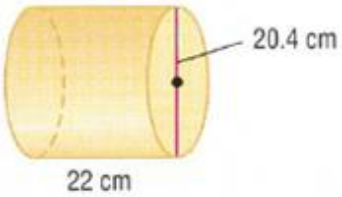
(مساحة القاعدة) 2 + المساحة الجانبية = مساحة السطح (المنشور أو الأسطوانة)	الارتفاع x محيط القاعدة = المساحة الجانبية (المنشور أو الأسطوانة)
S = L + 2 B	L = P x h

أوجد المساحة الجانبية للمنشور.



أوجد المساحة الجانبية ومساحة السطح . قرّب لأقرب جزء من العشرة.





طعام مساحة سطح علبة الحساء الموضحة على اليسار تساوي 286.3 سنتيمترًا مربعًا. ما ارتفاع العلبة؟ قرّب لأقرب جزء من العشرة.

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

ورقة عمل الصف العاشر | 10-3 مساحة السطح للهرم والمخروط | الاسم : _____

نواتج التعلّم 1- إيجاد المساحات الجانبية ومساحات الأسطح للأهرامات. 2 - إيجاد المساحات الجانبية ومساحات الأسطح للمخاريط.

المساحة الجانبية للهرم المنتظم $L = \frac{1}{2}P\ell$

مساحة سطح الهرم المنتظم $S = \frac{1}{2}P\ell + B$

ℓ هو الارتفاع المائل. و P هو محيط القاعدة.

B هو مساحة القاعدة.

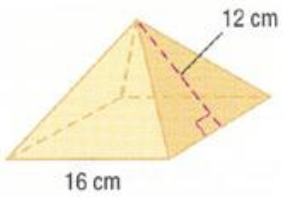
المساحة الجانبية لمخروط $L = \pi r\ell$

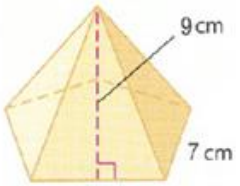
مساحة السطح لمخروط $S = \pi r\ell + \pi r^2$

ℓ هو الارتفاع المائل

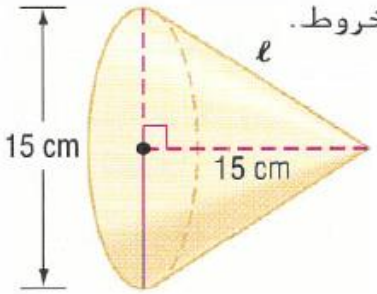
r هو نصف قطر القاعدة

أوجد المساحة الجانبية ومساحة السطح لكل هرم منتظم. وقرّب لأقرب جزء من العشرة إذا لزم الأمر.





الاستنتاج المنطقي أوجد المساحة الجانبية ومساحة السطح لكل مخروط. قرّب لأقرب جزء من العشرة.



عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

ورقة عمل الصف العاشر | 10-4 حجم المنشور والأسطوانة | الاسم : _____

نواتج التعلّم: 1- إيجاد أحجام المناشير. 2 - إيجاد أحجام الأسطوانات.

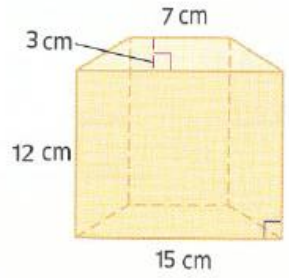
حجم المنشور – الإسطوانة $V = Bh$

حيث B هو مساحة القاعدة و h هو ارتفاع المنشور.

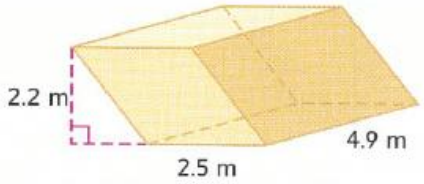
مبدأ كافالييري

إذا كان لمجسمين نفس الارتفاع h ونفس مساحة المقطع العرضي B في كل المستويات، فإن لهما نفس الحجم.

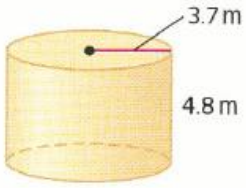
أوجد حجم كل منشور

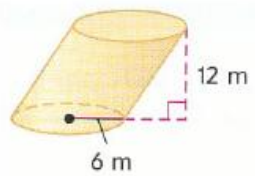


المنشور المستطيل المائل الموضح على اليسار



أوجد حجم كل إسطوانة. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.





عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

ورقة عمل الصف العاشر | 10-5 حجم الأشكال الهرمية والمخروطية | الاسم : _____

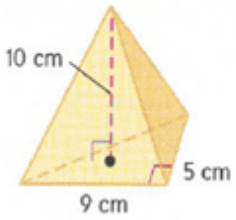
نواتج التعلّم

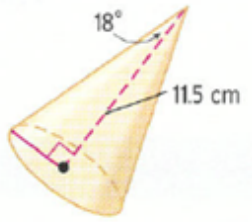
1- إيجاد أحجام الأشكال الهرمية.

2 - إيجاد أحجام المخاريط.

حجم الهرم – المخروط $V = \frac{1}{3}Bh$

أوجد حجم





alllaaam@y

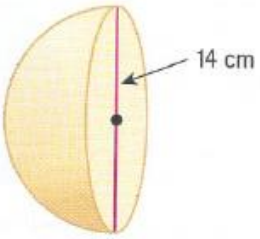
عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

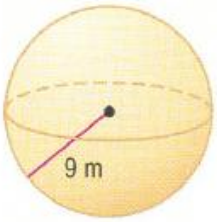
ورقة عمل الصف العاشر | 10-6 مساحة سطح الأشكال الكروية وحجمها | الاسم : _____

نواتج التعلّم 1- إيجاد مساحات أسطح الأشكال الكروية. 2 - إيجاد أحجام الأشكال الكروية.

مساحة سطح الشكل الكروي	$S = 4\pi r^2$
حجم الشكل الكروي	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

أوجد مساحة سطح كل شكل كروي أو نصف شكل كروي. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.





شكل كروي: مساحة الدائرة الكبرى $= 36\pi\ m^2$

أوجد حجم كل شكل كروي أو نصف شكل كروي. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.

شكل كروي: نصف القطر $= 10\ m$

نصف شكل كروي: القطر $= 16\ cm$

نصف شكل كروي: محيط الدائرة الكبرى $= 24\pi\ m$

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

ورقة عمل الصف العاشر | 10-7 الهندسة الفراغية (الكروية) | الاسم :_____

نواتج التعلّم 1– وضع مجموعة من النقاط على شكل كروي. 2 - مقارنة وبيان الفرق بين الهندسة الإقليدية والكروية.

الهندسة الإقليدية في مستوى: يكون المستوى عبارة عن سطح منبسط يتكون من نقاط تمتد بلا نهاية في جميع الاتجاهات.

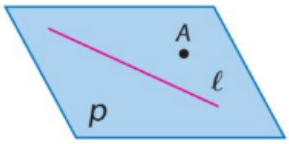
ولكن في **الهندسة الكروية**: يكون المستوى عبارة عن سطح شكل كروي.

يختلف تعريف **المستقيم** في الهندسة الكروية عن تعريفه في الهندسة الإقليدية.

الهندسة غير الإقليدية هي هندسة لا تنطبق فيها واحدة على الأقل من مسلمات الهندسة الإقليدية.

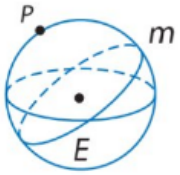
المفهوم الأساسي المستقيمات في هندسة المستويات والهندسة الفراغية

الهندسة الإقليدية في مستوى

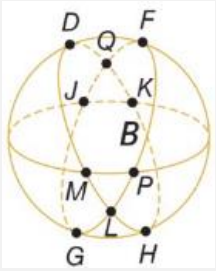


يحتوي المستوى P على مستقيم ℓ ونقطة A ليست على المستقيم ℓ.

الهندسة الفراغية



يحتوي الشكل الكروي E على دائرة كبرى m ونقطة P ليست على m. الدائرة الكبرى m مستقيم على الشكل الكروي E.



قم بتعيين كل مما يلي على الشكل الكروي B.

مستقيمان يحتويان على النقطة Q _____

قطعة مستقيمة تحتوي على النقطة L _____

مثلث _____

قطعتان مستقيمتان على الدائرة الكبرى ذاتها _____

رياضة حدد ما إذا كان الشكل X على كل من الأ شكال الكروية الموضحة هو مستقيم في الهندسة الفراغية أم لا.

_____

_____

_____

_____

التبرير حدد ما إذا كانت المسلمة أو الخاصية التالية للهندسة الإ قليدية للمستويات لها عبارة مناظرة في الهندسة الفراغية أم لا. وإذا كان الأ مر كذلك، فاكتب العبارة المناظرة. وإلا، فاشرح استنتاجك.

تتقاطع المستقيمات المتعامدة عند نقطة واحدة. _____

يستمر المستقيم بلا نهاية في اتجاهين. _____

تصنع المستقيمات المتعامدة أربع زوايا $90°$. _____

allamme@yahoo.com

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

ورقة عمل الصف العاشر | 10-8 المجسمات المتطابقة والمتشابهة | الاسم :_____

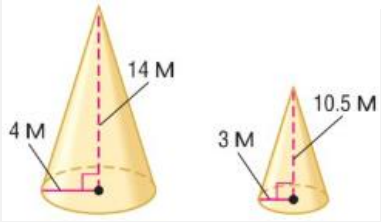
نواتج التعلّم 1– تحديد المجسمات المتطابقة أو المتشابهة. 2 - استخدام خواص المجسمات المتشابهة.

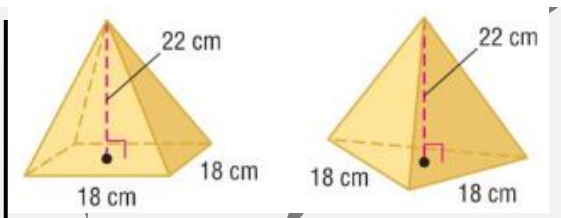
المجسمات المتشابهة لها نفس الشكل ولكن ليست بالضرورة بنفس الحجم والقياسات المتناظرة نسبها متساوية وتسمى النسبة المشتركة **عامل المقياس**.

المجسمات المتطابقة لها نفس الشكل والحجم تمامًا وهي متشابهة وعامل مقياسها 1:1 .

إذا كان عامل مقياس مجسمين متشابهين هو a : b فإن نسبة مساحة السطح هي $a^2 : b^2$ ونسبة الحجم هي $a^3 : b^3$.

حدد هل كل زوج من المجسمات *متشابه* أم *متطابق* أم *ليس أيًا مما سبق*. إذا كانت المجسمات متشابهة، فاذكر عامل المقياس.





هناك أسطوانتان متشابهتان بنصف قطر 15 و 6 سم. ما نسبة مساحة سطح الإسطوانة الصغيرة إلى الكبيرة؟

يوجد شكلان كرويان حجمهما 36π سم مكعب و288π سم مكعب. ما نسبة نصف قطر الشكل الكروي الصغير إلى الكبير؟

كرات التمارين تبيع شركة كرات تمارين بحجمين مختلفين. نسبة القطر هي 11 : 15. إذا علمتَ أن قطر الكرة الصغيرة 55 سم. فما حجم الكرة الكبيرة؟ قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

---

allaam@yahoo.com

الوحدة الحادية عشر

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام
alllaaam@yahoo.com

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

ورقة عمل الصف العاشر العام | 11-1 تمثيل الفضاءات العينية | الاسم :_____

نواتج التعلّم 1– استخدام القوائم والجداول والمخططات الشجرية لتمثيل الفضاء العيني. 2 – استخدام مبدأ العد الأساسي لعد النتائج.

التجربة هي موقف ينطوي على فرصة تؤدي إلى نتائج. **النتيجة** هي استنتاج لتجريب تجربة ما. **الحدث** هو نتيجة واحدة أو أكثر لتجربة معينة.

الفضاء العيني هو مجموعة النتائج المحتملة لتجربة. ويمكن تمثيله باستخدام قائمة منظمة أو جدول أو مخطط شجري.

مثل فضاء العينة لكل تجربة بإعداد قائمة منظمة وجدول ومخطط شجري.

عندما يضرب اللاعب ركلة الجزاء فإنه يسجل هدفًا (O) أو لا يسجّل (G). افرض أن اللاعب ضرب ركلة جزاء مرتين.

سحب سمير بطاقتين على التوالي مع الإرجاع من كيس فيه بطاقات كتب عليها:

(عصير مجاني J) أو (دفتر ملحوظات مجاني N).

alllaaam@yahoo.com عمل المدرس: مصطفى علام

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

ملابس : تريد سمر حضور حفلة ، وعليها أن تختار ما ترتديه في الحفلة من القائمة المجاورة . مثل فضاء العينة في هذا الموقف بالرسم الشجري.

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام
sam@yahoo.com

مطاعم : عرضت قائمة بالمأكولات في أحد المطاعم تتضمن الأصناف المبينة في الجدول المجاور وكل صنف منها يحتوي على عدد من الأنواع. افرض أنه يتم اختيار طبق واحد من كل صنف ونوع فما عدد النواتج الممكنة؟

قائمة المأكولات	عدد البدائل
المقبلات	8
الحساء	4
السلطة	6
الطبق الرئيس	12
الحلوى	9

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

ورقة عمل العاشر العام | 11-2 الاحتمال باستخدام التباديل والتوافيق | الاسم:----------

نواتج التعلّم: 1– استخدام التباديل في حساب الاحتمال. 2– استخدام التوافيق في حساب الاحتمال.

التباديل : تنظيم لمجموعة من العناصر يكون الترتيب فيه مهمًّا.

يكتب **مضروب** العدد الصحيح الموجب n على الصورة !n ، ويساوي حاصل ضرب جميع الأعداد الصحيحة الموجبة التي هي أصغر من أو تساوي n .

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$\text{الاحتمال بالتباديل} = \frac{\text{التباديل المتبقية}}{\text{التباديل الكلية}}$$

$$\text{الاحتمال} = \frac{\text{عدد نتائج الحدث}}{\text{عدد النتائج الممكنة}}$$

التباديل مع التكرار :عدد التباديل المختلفة لعناصر عددها n عندما يتكرر عنصر منها r_1 من المرات وآخر r_2 من المرات وهكذا ---- فإنه يساوي :

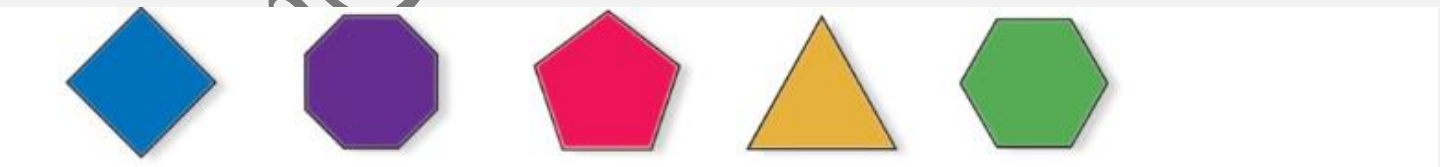
$$= \frac{n!}{r_1! \bullet r_2 \dots\dots \bullet r_k!}$$

التباديل الدائرية : عدد التباديل المختلفة لـ n من العناصر مرتبة على دائرة يساوي : $\frac{n!}{n} = (n-1)!$

التوافيق : هو اختيار مجموعة من العناصر بحيث يكون الترتيب فيها غير مهم.

$${}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)! \bullet r!}$$

الهندسة: طلب من 5 طلاب أن يختاروا مضلعًا عشوائيًا من المجموعة الموضحة أدناه ويعطوه اسمًا. ما احتمال أن يختار الطالبان الأولان المثلث والشكل الرباعي. بهذا الترتيب؟



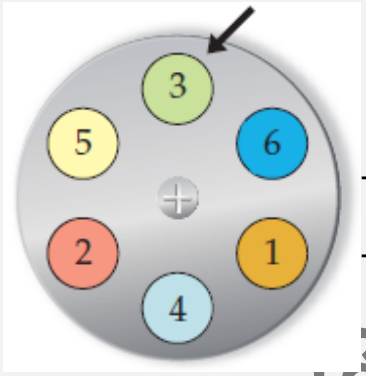
allia@yahoo.com مصطفى علام

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

المسرحية: يمثل طلاب مدرسة ثانوية مسرحية A Raisin in the Sun بمشاركة كل طالب في الصف الأول الثانوي في مادة اللغة الإنجليزية من بين 18 طالبا. إذا اختير 3 من فريق العمل عشوائيا. فما احتمال اختيار إبراهيم للإضاءة. واختيار أحمد لإلقاء كلمة الشكر. واختيار إبراهيم لأداء دور إسماعيل؟

القيادة : ما هو احتمال أن تكون لوحة الترخيص التي تستخدم الأحرف C و F و F والأرقام 3 و 3 و 3 و 1 هي CFF3133 ؟

كيمياء : في معمل الكيمياء طلب إليك اختبار ست عينات رتبت عشوائيا على منضدة دائرية.



a) ما احتمال ظهور الترتيب المبين في الشكل المجاور؟

b) ما احتمال أن تكون العينة 2 في المكان المشار إليه بسهم على الرسم؟

اشترك 500 طالب من بينهم أسامة وأيمن في سحب للفوز بتذكرتي مباراة كرة قدم.ما احتمال أن يفوز أسامة وأيمن بهاتين التذكرتين؟

allaaam@yahoo.com عمل المدرس: مصطفى علام

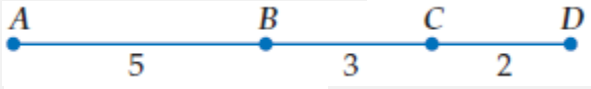
عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

ورقة عمل العاشر العام | 11-3 الاحتمالات الهندسية | الاسم:----------

نواتج التعلّم 1– إيجاد الاحتمالات باستخدام الطول. 2– إيجاد الاحتمالات باستخدام المساحة.

الاحتمال الذي يتضمّن قياسًا هندسيًا مثل الطول أو المساحة يسمى **احتمالًا هندسيًّا**.

إذا اختيرت النقطة X عشوائيًّا على $\overline{AD}$ في الشكل المجاور، فأوجد كلًّا مما يأتي:



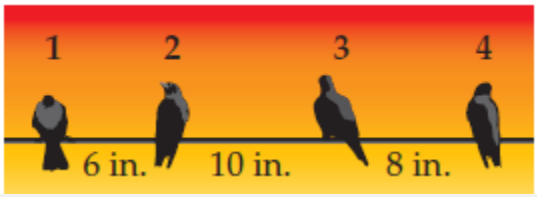
أ) $P(X$ تقع على $\overline{BC})$ _____

_____

ب) $P(X$ تقع على $\overline{BD})$ _____

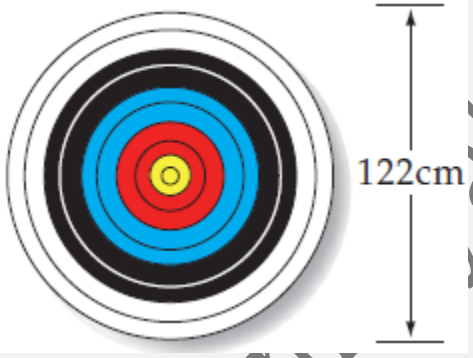
_____

طيور: تقف أربعة طيور عند نقاطٍ على سلكٍ كما في الشكل المجاور. فإذا هبط طائر خامس عشوائيًّا على نقطة من نقاط السلك فما احتمال أن يقف بين الطائر رقم 3 والطائر رقم 4؟



_____

لعبة السهام: يُسدد هدّاف سهمه نحو قرص قطره 122 cm يحتوي على 10 دوائر متحدة المركز تتناقص أقطارها بمقدار 12.2 cm كلما اقتربت من المركز. أوجد احتمال أن يصيب الهدّاف نقطة داخل الدائرة الصغرى.



_____

_____

ملاحة: ضَلّ أحد طلبة الكشافة طريقه في غابة، فوجّه بوصلته عشوائيًّا كما في الشكل أدناه. أوجد احتمال أن يوجه البوصلة باتجاه المنطقة المحصورة بين الشمال (N) والشمال الشرقي (NE).

_____

_____

_____

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

ورقة عمل العاشر العام | 11-4 المحاكاة | الاسم: ----------

نواتج التعلّم 1– تصميم نموذج المحاكاة لتقدير الاحتمال. 2– تلخيص البيانات من خلال نماذج المحاكاة.

نموذج المحاكاة: هو نموذج في الرياضيات يستخدم في مطابقة ظاهرة عشوائية. **المحاكاة:** هي استخدام نموذج الاحتمال في إعادة تمثيل الموقف مرات ومرات لتقدير احتماليات النتائج المختلفة.

تصميم نموذج محاكاة

الخطوة 1 حدد كل نتيجة محتملة واحتمالها النظري.

الخطوة 2 اذكر أي افتراضات.

الخطوة 3 صف نموذج الاحتمال المناسب للموقف.

الخطوة 4 عرّف المحاولة بالنسبة إلى الموقف واذكر عدد المحاولات المفترض إجراؤها.

قيمة التوقع = مجموع ناتج ضرب كل قيمة محتملة X والاحتمال المرتبطة بها $P(X)$.

قيمة التوقع $E(X) = \sum [X \cdot P(X)]$

الدرجات حصلت فاطمة على درجة A في 80% من الاختبارات القصيرة لمادة الأحياء في الفصل الدراسي الأول. صمم نموذج محاكاة ونفذه مستخدمًا النموذج الهندسي لتقدير احتمال حصولها على الدرجة A في الاختبار القصير لمادة الأحياء في الفصل الدراسي الثاني. ثم اعرض النتائج مستخدمًا الملخصات العددية والبيانية المناسبة.

allaaam@yahoo

اللياقة البدنية يبين الجدول النسبة المئوية للأعضاء المشاركين في أربع حصص في نادي اللياقة البدنية. صمم نموذج محاكاة ونفذه لتقدير احتمال مشاركة عضو جديد في النادي في كل حصة. واعرض النتائج مستخدمًا الملخصات العددية والبيانية المناسبة.

الصف الدراسي	نسبة التسجيلات %
التايكوندو	45%
اليوجا	30%
السباحة	15%
الملاكمة	10%

ألعاب المهرجانات الهدف من اللعبة الموضحة هو جمع النقاط باستخدام سهم لفرقعة البالونات. على فرض أن كل سهم سيصيب بالونًا.

a. احسب قيمة التوقع من كل رمية.
b. صمّم نموذج محاكاة لتقدير متوسط القيمة لهذه اللعبة.
c. كيف تقارن قيمة التوقع بمتوسط القيمة؟

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

ورقة عمل العاشر العام | 11-5 احتمالات الأحداث المستقلة وغير المستقلة | الاسم: ----------

نواتج التعلّم 1– إيجاد احتمالات الأحداث المستقلة وغير المستقلة. 2– إيجاد احتمالات الأحداث علمًا بوقوع أحداث أخرى.

يتكون **الحدث المركب** من حدثين بسيطين أو أكثر. ممكن أن تكون الحوادث المركبة مستقلة او غير مستقلة.

يكون الحدثان A و B **مستقلان** إذا كان احتمال حدوث A لا يؤثر في احتمال حدوث B.

يكون الحدثان A و B **غير مستقلين** إذا كان احتمال حدوث A يغيّر بطريقة ما احتمال حدوث B.

إذا كان A و B حدثان مستقلان: $P(A \text{ and } B) = P(A) \bullet P(B)$

إذا كان A و B حدثان غير مستقلين: $P(A \text{ and } B) = P(A) \bullet P(B\backslash A)$

يقرأ الترميز P(B\A) : احتمال حدوث B علمًا بوقوع الحدث A بالفعل. وهذا يسمى **الاحتمال المشروط**.

الاحتمال المشروط لـ B إذا وقع A هو $P(B\backslash A) = \frac{P(A \text{ and } B)}{P(A)}$ حيث $P(A) \neq 0$

حدد ما إذا كانت الأحداث مستقلة أو غير مستقلة. فسر.

أدى عبدالرحمن اختبار SAT يوم السبت وحصل على 1350 درجة. وأدى اختبار ACT في الأسبوع التالي وحصل على 23 درجة.

وصل فريق كرة السلة الذي تلعب له نبيلة إلى الدور النهائي لأربعة فرق. وإذا فازوا فسيلعبون مباراة البطولة.

النقل: يستقل عبد الرحيم الحافلة بعد العمل. وتتكلف رحلته إلى المنزل 0.50 AED. إذا كان لديه في جيبه 3 عملات معدنية من فئة 25 فلسًا و5 عملات معدنية من فئة 10 فلوس وعملتان من فئة 5 فلس، فأوجد احتمال أن يأخذ عشوائيًا عملتين من فئة 25 فلوس بشكل متتالي. على فرض أن فرصة حدوث الحدثين متساوية.

allaaam@yahoo.com عمل المدرس: مصطفى علام

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

أوراق اللعب: اختيرت بطاقة عشوائيًا من مجموعة أوراق اللعب وعددها 52 بطاقة. وتمت إعادة تلك البطاقة واختيار بطاقة أخرى. ما احتمال اختيار البطاقتين الموضحتين على اليسار؟

أصدقاء: يلتقي 10 أصدقاء كل يوم عطلة ليلعبوا كرة قدم، ولتشكيل الفريقين يتم سحب بطاقات مرقمة من 1 إلى 10 عشوائيًا، ويشكل الذين يسحبون الأعداد الفردية الفريق A والذين يسحبون الأعداد الزوجية الفريق B. ما احتمال أن يكون أحد لاعبي الفريق B قد سحب العدد 10 ؟

---

alllaaam@yahoo.com عمل المدرس: مصطفى علام

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

ورقة عمل العاشر العام | 11-6 احتمالات الأحداث المنفصلة | الاسم: ----------

نواتج التعلّم 1– إيجاد احتمالات الأحداث المنفصلة والغير منفصلة. 2– إيجاد احتمالات المتممات.

عند إيجاد احتمال وقوع حدث أو وقوع حدث آخر، يجب أن تعرف العلاقة بين الحدثين. فإذا لم يكن وقوع الحدثين ممكنًا في الوقت نفسه يقال إنهما **منفصلان** أي أنه لا توجد نواتج ممكنة بينهما.

إذا كان A ، B حدثان منفصلان: $P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B)$

إذا كان A ، B حدثان غير منفصلين: $P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$

عناصر **الحدث المتمم** لـ A تتكون من جميع نواتج فضاء العينة الغير موجودة في الحدث A .

$P(A \text{ ليس }) = 1 - P(A)$

الكلمات الرئيسية الدالة على الاحتمال : و ← أحداث مستقلة أو غير مستقلة.

أو ← أحداث منفصلة أو غير منفصلة.

ليس ← أحداث متممة.

حدد ما إذا كانت الأحداث منفصلة أو غير منفصلة. واشرح استنتاجك.

سحب بطاقة من مجموعة أوراق اللعب والحصول على ولد أو سباتي.

رعاية قطة أو حصان.

الوظائف: هيام هي موظفة الشهر المثالية. وجائزتها هي الاختيار عشوائيًا من بين 4 بطاقات هدايا و 6 أقداح قهوة و 7 أسطوانات DVD و 10 أسطوانات مضغوطة و 3 سلال هدايا . ما احتمال أن تحصل على بطاقة هدايا أو قدح قهوة أو أسطوانة مضغوطة؟

allaaam@yahoo.com عمل المدرس: مصطفى علام

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 – 050

النوادي: وفقًا للجدول، ما احتمال أن يكون الطالب في النادي في السنة قبل الأخيرة أو في فريق المناظرة؟

النادي	السنة الأولى	السنة قبل الأخيرة	السنة الأخيرة
التطوعي	12	14	8
المناظرة	2	6	3
الرياضيات	7	4	5
الفرنسية	11	15	13

حدد احتمال وقوع كل حدث:

إذا كانت فرصة إسقاط الكرات في لعبة البولينج هي 2 من 10، فما احتمال أن تفوّت الضربة؟

إذا كانت فرصة الإقامة في مهجع بعينه هي 75%. فما احتمال الإقامة في مهجع آخر؟

حفل التخرج: في صف خالد للطلاب في السنة الأخيرة الذي يضم 100 طالب. حضر 91 طالبًا حفل تخرج الدفعة. إذا تم اختيار طالبين عشوائيًا من الصف بأكمله. فما احتمال عدم حضور واحد على الأقل منهم حفل التخرج؟

عمل المدرس: مصطفى علام
allaaam@yahoo.com

إجابات ملزمة

الرياضيات

نهاية العام

2018-2017

الفصل الدراسي الثاني والثالث

العاشر العام

إعداد مدرس الرياضيات أ . مُصْطَفَى أُسَامَةَ عَلَّام

alllaaam@yahoo.com 050-2509447

alllaaam@yahoo.com 050-2509447

alllaaam@yahoo.com 050-2509447

الوحدة السادسة

ورقة عمل الصف العاشر

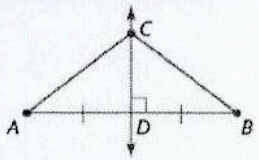
6-1 منصفات المثلثات

الاسم : _____ الشعبة : __

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1- تحديد المنصفات العمودية في المثلثات واستخدامها. 2- تحديد منصفات الزوايا في المثلثات واستخدامها.

نظريات المُنصِّفات العمودية

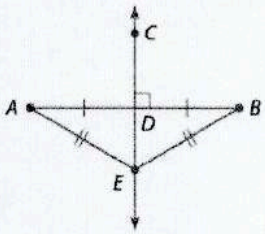
7.1 نظرية المُنصِّفات العمودية



إذا كانت هناك نقطة على المُنصِّف العمودي لقطعة مستقيمة ما، إذًا فهي تقع على مسافة واحدة من طرفي القطعة المستقيمة.

مثال: إذا كان $\overline{CD}$ هو مُنصِّف $\perp \overline{AB}$، إذًا $AC = BC$.

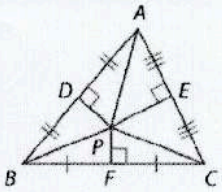
7.2 معكوس نظرية المُنصِّفات العمودية



إذا كانت هناك نقطة تقع على مسافة واحدة من طرفي قطعة مستقيمة ما، إذًا فهي على المُنصِّف العمودي للقطعة المستقيمة.

مثال: إذا كان $AE = BE$، إذًا E تقع على $\overline{CD}$، المُنصِّف $\perp$ لـ $\overline{AB}$.

نظرية 7.3 نظرية مركز الدائرة المحيطة

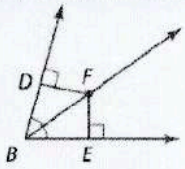


الشرح تتقاطع المُنصِّفات العمودية لمثلث في نقطة تُسمى *مركز الدائرة المحيطة* بحيث تكون على مسافة واحدة من رؤوس المثلث.

مثل إذا كانت P هي نقطة تقاطع المُنصِّفات لـ $\triangle ABC$، إذًا $PB = PA = PC$.

نظريات مُنصِّفات الزاوية

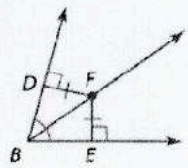
7.4 نظرية مُنصِّفات الزاوية



إذا كانت هناك نقطة على مُنصِّف زاوية ما، إذًا فهي تقع على مسافة واحدة من ضلعي الزاوية.

مثال: إذا كان $\overrightarrow{BF}$ ينصف $\angle DBE$ و $\overline{FD} \perp \overrightarrow{BD}$، $\overline{FE} \perp \overrightarrow{BE}$.
إذًا $DF = FE$.

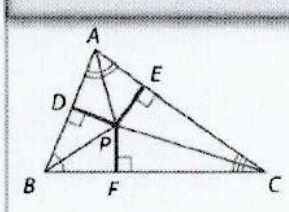
7.5 معكوس نظرية مُنصِّف الزاوية



إذا كانت هناك نقطة داخل الزاوية تقع على مسافة واحدة من ضلعي الزاوية، إذًا فهي على مُنصِّف الزاوية.

مثال: إذا كان $\overline{FD} \perp \overrightarrow{BD}$، $\overline{FE} \perp \overrightarrow{BE}$، و $DF = FE$.
إذًا $\overrightarrow{BF}$ ينصف $\angle DBE$.

نظرية 7.6 نظرية مركز الدائرة الداخلية

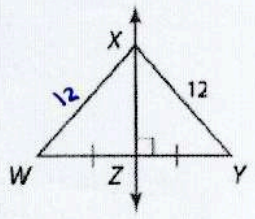


الشرح تتقاطع مُنصِّفات زوايا المثلث في نقطة تُسمى *مركز الدائرة الداخلية* بحيث تكون على مسافة واحدة من أضلاع المثلث.

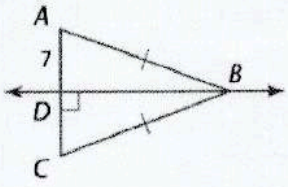
مثل إذا كانت النقطة P هي مركز الدائرة الداخلية لـ $\triangle ABC$، إذًا $PD = PE = PF$.

أوجد قياس كل مما يلي.

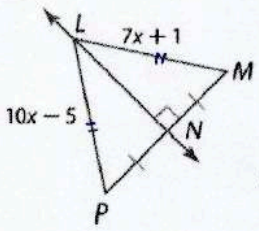
XW = 12



AC = 14



LP



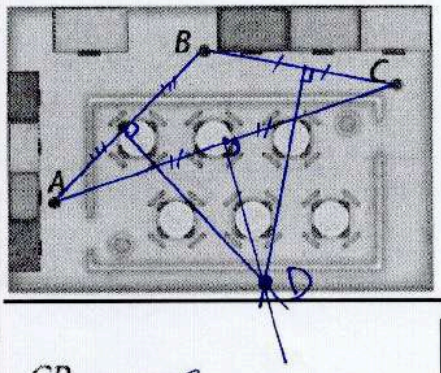
$7x + 1 = 10x - 5$

$6 = 3x$

$2 = x$

$LP = 10(2) - 5$

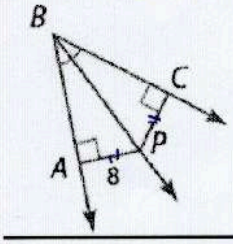
$= 15$



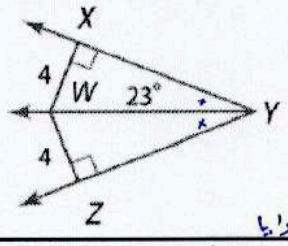
إعلان أربع صديقات يتبادلن النشرات الإعلانية بساحة طعام بأحد المراكز التجارية. أخذت ثلاث منهن ما استطعن جمعه من النشرات الإعلانية وجلسن كما هو موضح. تحتفظ الصديقة الرابعة بمخزون إضافي من النشرات الإعلانية. انسخ مواضع النقاط A, B, C. ثم عيّن موقع الصديقة الرابعة عند النقطة D حتى تكون على مسافة واحدة من الصديقات الثلاث الأخريات.

أوجد قياس كل من الآتي.

CP = 8

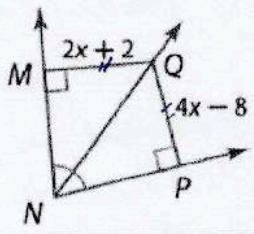


$m\angle WYZ$ = 23°



متضادتان الزوايا

QM



$4x - 8 = 2x + 2$

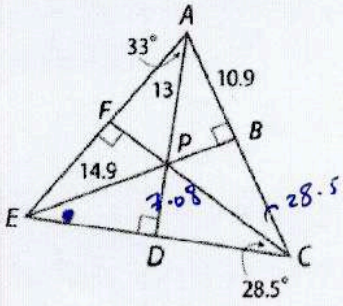
$2x = 10$

$x = 5$

$QM = 2(5) + 2$

$= 12$

التفكير المنطقي النقطة P هي مركز الدائرة الداخلية لـ $\triangle AEC$. أوجد قياس كل مما يلي.



PB $\sqrt{13^2 - 10.9^2} = 7.08$

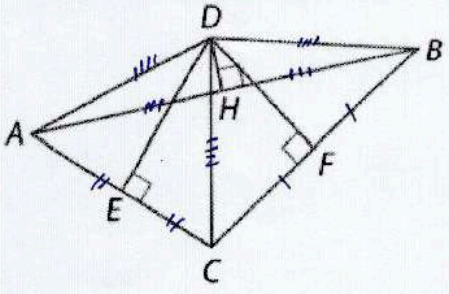
DE $\sqrt{14.9^2 - 7.08^2} = 13.11$

$m\angle DAC$ 33°

$m\angle DEP$ $[180 - 33 - 33 - 28.5 - 28.5] \div 2 = 28.5$

متقابلتان

النقطة D هي مركز الدائرة المحيطية لـ $\triangle ABC$. اذكر أي القطع المستقيمة تتطابق مع القطع المستقيمة الأخرى.



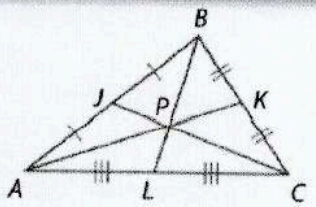
$\overline{AD} \cong \overline{DB} \cong \overline{DC}$	$\overline{BF} \cong \overline{FC}$
$\overline{AH} \cong \overline{HB}$	$\overline{DC} \cong \overline{DB} \cong \overline{AD}$

صول

ورقة عمل الصف العاشر **6-2 متوسطات المثلثات وارتفاعاتها** الاسم: _____ الشعبة: __

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1- تحديد المتوسطات في المثلثات واستخدامها. 2- تحديد الارتفاعات في المثلثات واستخدامها.

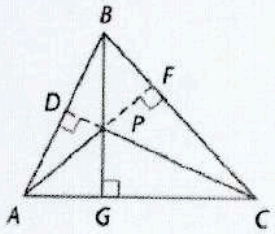
النظرية 7.7 نظرية النقطة المركزية للمثلث



تتقاطع متوسطات المثلث في النقطة تُسمى النقطة المركزية للمثلث. وهي تقع على بعد ثلثي المسافة من الرأس إلى نقطة منتصف الضلع المقابل.

مثال إذا كانت النقطة P هي نقطة المركزية لـ $\triangle ABC$.
إذا $BP = \frac{2}{3}BL$, $AP = \frac{2}{3}AK$ و $CP = \frac{2}{3}CJ$.

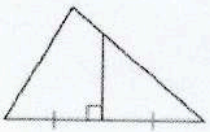
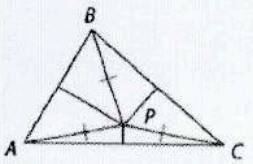
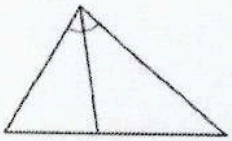
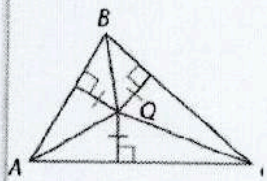
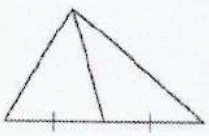
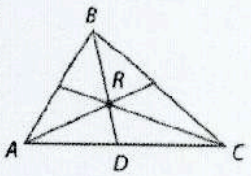
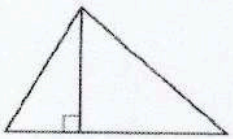
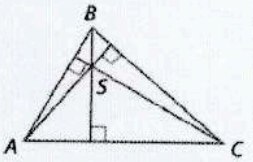
المفهوم الأساسي ملتقى الارتفاعات



تتلاقى المستقيمات التي تقع عليها ارتفاعات المثلث وتتلاقى في نقطة تُسمى **ملتقى الارتفاعات**.

مثل تتقاطع المستقيمات التي تقع عليها الارتفاعات $\overline{AF}$ و $\overline{CD}$ و $\overline{BG}$ عند النقطة P. ملتقى ارتفاعات $\triangle ABC$.

ملخص المفاهيم القطع المستقيمة والنقاط الخاصة في المثلثات

الاسم	مثال	نقطة الالتقاء	خاصية خاصة	مثال
منصف عمودي		مركز الدائرة المحيطة	مركز الدائرة المحيطة P لـ $\triangle ABC$ يقع على مسافة واحدة من كل رأس.	
منصف الزاوية		مركز الدائرة الداخلية	مركز الدائرة الداخلية Q لـ $\triangle ABC$ يقع على مسافة واحدة من كل أضلاع المثلث.	
متوسط المثلث		النقطة المركزية	النقطة المركزية R لـ $\triangle ABC$ تقع على بعد ثلثي المسافة من كل رأس إلى نقطة منتصف الضلع المقابل لها.	
ارتفاع المثلث		ملتقى الارتفاعات	المستقيمات التي تقع عليها ارتفاعات المثلث $\triangle ABC$ تتقاطع مع ملتقى الارتفاعات S.	

في $\triangle SZU$ إذا كان $UJ = 9$ و $VJ = 3$ و $ZT = 18$. أوجد طول كل مما يلي.

YJ 4.5

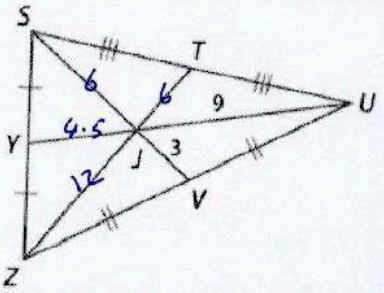
YU 13.5

JT 6

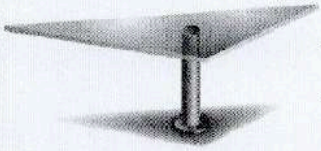
SJ 6

SV 9

ZJ 12



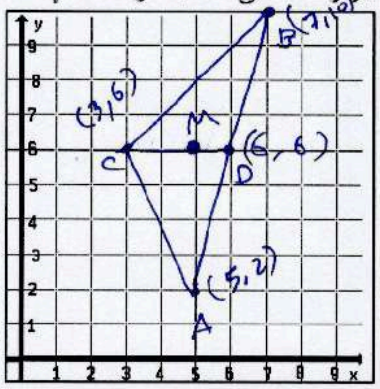
تصميم داخلي يقوم مهندس ديكور بتصميم طاولة قهوة مخصوصة لأحد زبائنه. سطح الطاولة عبارة عن مثلث زجاجي تجب موازنته على دعامة واحدة. إذا كانت إحداثيات رؤوس المثلث هي (3,6) و (5,2) و (7,10). فبأي نقطة يجب وضع الدعامة؟



منتصف $\overline{AB}$ = $\left(\frac{12}{2}, \frac{12}{2}\right) = (6,6)$

طول $\overline{CD}$ = 3 ← النقطة المركزية تبعد 2 عن الرأس C

← نقطة المركز هي $M(5,6)$



الهندسة الإحداثية **حدّد إحداثيات ملتقى الارتفاعات لكل مثلث له رؤوس معلومة.** $R(-4, 8), S(-1, 5), T(5, 5)$

ميل الارتفاع = 3

$y - 5 = 3(x + 1)$

$y = 3x + 3 + 5$

$y = 3x + 8$ — (1)

العمود من الرأس T على $\overline{RS}$

يحقق المعادلة (1)

$y - 5 = x - 5$

$y = x$ — (2)

نعوض معادلة الارتفاع من الرأس S على $\overline{RT}$

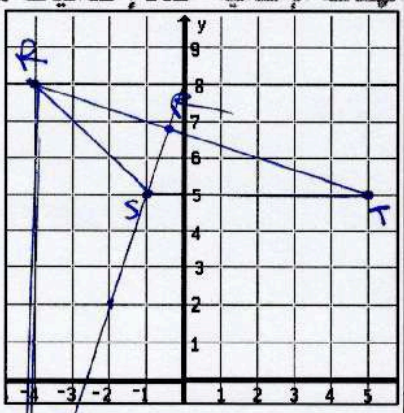
حل المعادلتين (2) و (1)

$0 = 2x + 8$

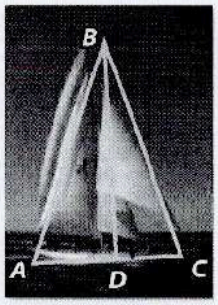
$-4 = x$

$y = -4$

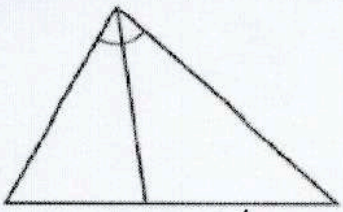
نقطة التقاء الارتفاعات $(-4,-4)$



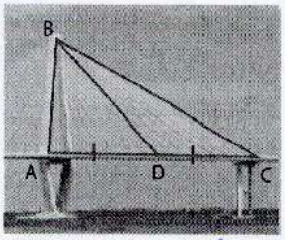
حدد إذا ما كانت كل قطعة مستقيمة $\overline{BD}$ عبارة عن ارتفاع أم متوسط أم منصف عمودي.



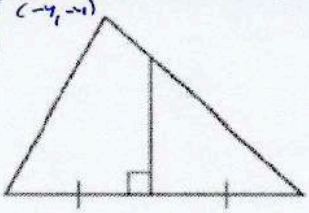
ارتفاع



منصف زاوية



متوسط



محور منصف عمودي

ورقة عمل الصف العاشر

6-3 المتباينات في مثلث واحد

الاسم: _____ الشعبة: __

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1- التعرف على خواص المتباينات وتطبيقها على قياسات زوايا المثلث. 2- التعرف على خواص متباينات العلاقة بين زوايا المثلث وأضلاعه وتطبيقاتها.

المفهوم الأساسي تعريف المتباينة

الشرح بالنسبة لأي عددين حقيقيين a و b، و $a > b$ فقط في حالة وجود عدد موجب c حيث إن $a = b + c$.

مثال إذا كان $5 = 2 + 3$. فإن $5 > 2$ و $5 > 3$.

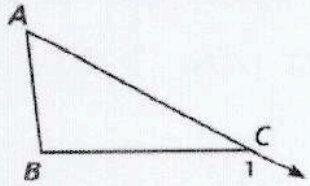
المفهوم الأساسي خواص المتباينات للأعداد الحقيقية

الخصائص التالية صحيحة لأي أعداد حقيقية a و b و c.

خاصية المقارنة في المتباينات	$a < b$، أو $a = b$، أو $a > b$
خاصية التعدي في المتباينات	1. إذا كان $a < b$ و $b < c$، فإن $a < c$. 2. إذا كان $a > b$ و $b > c$، فإن $a > c$.
خاصية الجمع في المتباينات	1. إذا كان $a > b$، فإن $a + c > b + c$. 2. إذا كان $a < b$، فإن $a + c < b + c$.
خاصية الطرح في المتباينات	1. إذا كان $a > b$، فإن $a - c > b - c$. 2. إذا كان $a < b$، فإن $a - c < b - c$.

النظرية 7.8 متباينة الزاوية الخارجية

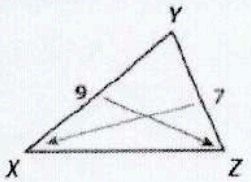
قياس زاوية المثلث الخارجية أكبر من قياس كلا الزاويتين المتناظرتين الداخليتين غير المجاورتين.



مثال: $m\angle 1 > m\angle A$
$m\angle 1 > m\angle B$

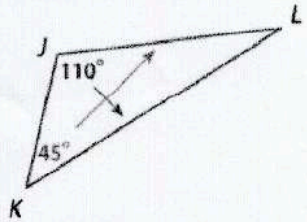
نظريات علاقات الزوايا والأضلاع في المثلثات

7.9 إذا كان أحد أضلاع المثلث أطول من ضلع آخر، فإن الزاوية المقابلة للضلع الأطول ذات قياس أكبر من الزاوية المقابلة للضلع الأقصر.



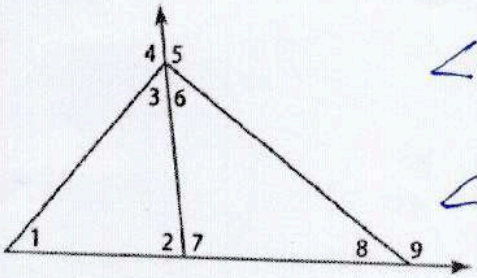
مثال: نظرًا لأن $XY > YZ$، فإن $m\angle Z > m\angle X$.

7.10 إذا كانت إحدى زوايا المثلث لها قياس أكبر من زاوية أخرى، فإن الضلع المقابل للزاوية الأكبر يكون أطول من الضلع المقابل للزاوية الأصغر.



مثال: نظرًا لأن $m\angle J > m\angle K$، فإن $KL > JL$.

التفكير المنطقي استخدم نظرية متباينة الزاوية الخارجية لإدراج جميع الزوايا المستوفية للشرط المذكور.



قياسها أكبر من $m\angle 2$ ____ $\angle 4$

قياسها أصغر من $m\angle 4$ ____ $\angle 8 , \angle 6 , \angle 2 , \angle 1$

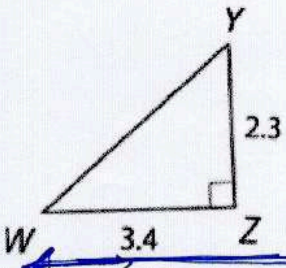
قياسها أصغر من $m\angle 5$ ____ $\angle 7 , \angle 8$

قياسها أصغر من $m\angle 9$ ____ $\angle 1 , \angle 3 , \angle 7 , \angle 6$

قياسها أكبر من $m\angle 8$ ____ $\angle 4 , \angle 2$

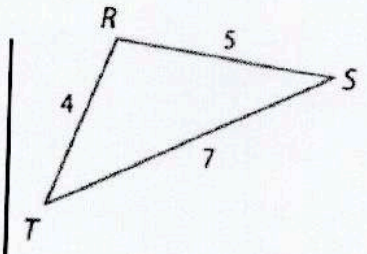
قياسها أكبر من $m\angle 7$ ____ $\angle 9 , \angle 5$

صنف زوايا كل مثلث وأضلاعه بالترتيب من الأصغر إلى الأكبر.



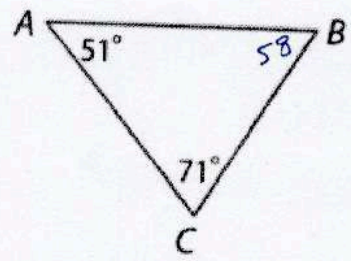
$\overline{XW} , \overline{W2} , \overline{Y2}$

$\angle W , \angle Y , \angle Z$



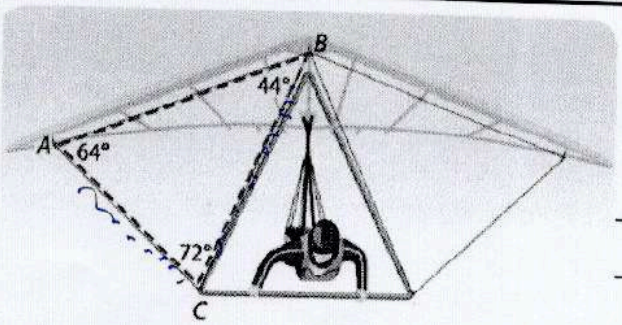
$\overline{TR} , \overline{RS} , \overline{ST}$

$\angle S , \angle T , \angle R$



$\overline{BC} , \overline{AC} , \overline{AB}$

$\angle A , \angle B , \angle C$



الطيران الشراعي تكوّن دعامات الطيران الشراعي مثلثات كما هو موضح. أي منها الأطول – الدعامة التي تمثلها $\overline{AC}$ أم الدعامة التي تمثلها $\overline{BC}$؟ اشرح استنتاجك.

$\overline{AC}$ يقابل $\rightarrow$ $44°$

$\overline{BC}$ يقابل $\rightarrow$ $64°$

الأطول هو $\overline{BC}$ لأنه يقابل الزاوية الأكبر من 44

ورقة عمل الصف العاشر **6-4 البرهان غير المباشر** الاسم: _____ الشعبة: __

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1- كتابة براهين جبرية غير مباشرة. 2- كتابة براهين هندسية غير مباشرة.

اذكر الافتراض الذي ستبدأ به البرهان غير المباشر لكل عبارة.

$\overline{AB} \cong \overline{CD}$ $\overline{AB} \ncong \overline{CD}$

كان $4x < 24$، فإن $x < 6$. $x \geq 6$

$\triangle XYZ$ هو مثلث مختلف الأضلاع. $\triangle XYZ$ ضلعان الأضلاع أو متساوي الساقين.

$\angle A$ ليست زاوية قائمة. $\angle A$ قائمة

$\angle 1$ و $\angle 2$ ليستا زاويتين متكاملتين. $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتين متكاملتين.

إذا كان المثلث غير متساوي الأضلاع، فإنه يكون مثلثًا غير متساوي الزوايا.

المثلث متساوي الزوايا

اكتب برهانًا غير مباشر لكل عبارة.

(19) إذا كان $-3x + 4 < 7$، فإن $x > -1$.

① نفترض أن $x \leq -1$ عبارة صحيحة

② المعطيات $-3x \geq 3$

$-3x + 4 \geq 3 + 4$

$-3x + 4 \geq 7$

③ هذا الافتراض يؤدي إلى تناقض مع المعطيات وبالتالي فالاستنتاج الأصلي صحيح.

(20) إذا كان $-2x - 6 > 12$، فإن $x < -9$.

① نفترض أن $x \geq -9$ عبارة صحيحة

② المعطيات $-2x \leq 18$

$-2x - 6 \leq 18 - 6$

$-2x - 6 \leq 12$

③ هذا الافتراض يؤدي إلى تناقض مع المعطيات وبالتالي الاستنتاج الأصلي $x \geq -9$ يجب أن يكون صحيحاً.

(21) **ألعاب الكمبيوتر** اشترى إبراهيم لعبتين من ألعاب الكمبيوتر بتكلفة AED 80 قبل إضافة الضريبة. بعد مرور بضعة أسابيع، سأله صديقه عن ثمن كل لعبة. لم يتذكر إبراهيم أسعار كل لعبة على حدة. استخدم الاستنتاج غير المباشر لإظهار أن إحدى اللعبتين على الأقل تزيد تكلفتها عن AED 40. البرهان غير المباشر

نفترض أن اللعبة الأولى سعرها x والثانية y

المعطيات $x + y > 80$

المطلوب $x > 40$ أو $y > 40$

① نفترض أن $x \leq 40$ أو $y \leq 40$

② المعطيات $x + y \leq 80$

③ التناقض مع المعطيات

وهذا التناقض يجعل

وبالتالي الاستنتاج صحيح.

الفرضيات اكتب برهاناً غير مباشر لكل عبارة.

(23)

المعطيات: xy هو عدد فردي صحيح.

المطلوب: x و y هما عددان صحيحان فرديان

① نفترض أن ~~x و y ليسا عددين صحيحين~~ ليسا عددان صحيحان فرديان

② نفترض بأحدهما مرة زوجية.

x زوجي ، y فردي

③ $x = 2k$ ، $y = 2m+1$

④ العلم $xy = 2k(2m+1)$

$= 4km + 2k$ ~~$2(2km+k)$~~

$2km+k$ عدد صحيح ضرب بـ 2 = زوجي

⑤ الافتراض أدى إلى تناقض وبالتالي

الاستنتاج الأصلي صحيح.

(24)

المعطيات: n^2 هو عدد زوجي.

المطلوب: n^2 يقبل القسمة على 4.

① نفترض n^2 لا يقبل القسمة على 4

يعني 4 ليس يعاد n^2

② بما المعطيات ~~n^2 زوجي~~ ← n زوجي

$n = 2a$

$\Rightarrow n^2 = 4a^2$

n^2 يعاد 4

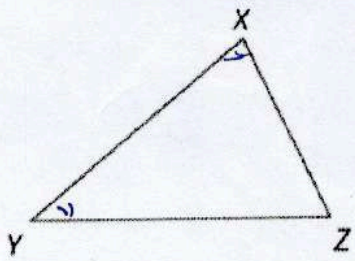
وهو يناقض الافتراض.

③ بما أن الافتراض الخاطئ أدى إلى تناقض

لذلك فإن الاستنتاج الأصلي صحيح.

المعطيات: $XZ > YZ$ (27)

المطلوب: $\angle X \ncong \angle Y$



① افترض أن $\angle Y \cong \angle X$

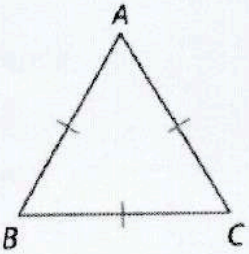
② $\overline{YZ} \cong \overline{XZ}$ حسب نظرية مثلث متساوي الساقين

③ هذا الافتراض أدى إلى تناقض مع المعطيات

وبالتالي الاستنتاج الأصلي يجب أن يكون صحيحاً.

المعطيات: $\triangle ABC$ متساوي الأضلاع.

المطلوب: $\triangle ABC$ متساوي الزوايا. (28)



① افترض أن $\triangle ABC$ ليست متساوي الزوايا

② إذن $m\angle B > m\angle C$

إذن $AC > AB$ وهذا يناقض

الزاوية المقابلة في المثلث.

③ وهذا يناقض المعطيات

بما أن الافتراض الأصلي خاطئ

ورقة عمل الصف العاشر **6-5 متباينة المثلث** الاسم: _____ الشعبة: __

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1- استخدام نظرية متباينة المثلث لتحديد المثلثات المتملة.
2- إثبات علاقات المثلث باستخدام نظرية متباينة المثلث.

هل يمكن تكوين مثلث باستخدام أطوال الأضلاع المعطاة؟ إذا كان لا يمكن ذلك، فاشرح السبب.

4 ft, 9 ft, 15 ft

$4 + 9 > 15$ ✗
$4 + 15 > 9$
$9 + 15 > 4$
$4 + 9 \not> 15$ لا، لأن

11 mm, 21 mm, 16 mm

$11 + 21 > 16$ ✓
$11 + 16 > 21$ ✓
$21 + 16 > 11$ ✓
نعم ←

9.9 cm, 1.1 cm, 8.2 cm

$9.9 + 1.1 > 8.2$ ✓
$1.1 + 8.2 > 9.9$ ✗
$8.2 + 9.9 > 1.1$
$1.1 + 8.2 \not> 9.9$ لا، لأن

احسب مدى قياس الضلع الثالث لمثلث تم إعطاء قياسي ضلعيه الأخريين.

4 ft, 8 ft, x

$4 + 8 > x$ | $12 > x$
$8 + x > 4$ | $x > -4$
$x + 4 > 8$ | $x > 4$

$4 < x < 12$

5 m, 11 m, x

$5 + 11 > x$ | $16 > x$
$11 + x > 5$ | $x > -6$
$x + 5 > 11$ | $x > 6$

0 — 6 — 16

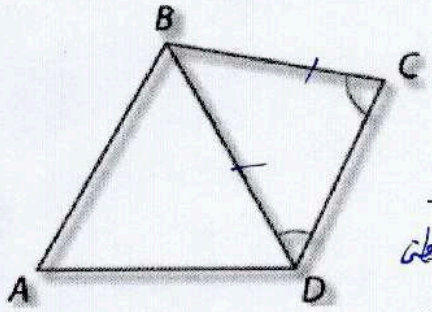
$6 < x < 16$

2.7 cm, 4.2 cm, x

$2.7 + 4.2 > x$ | $6.9 > x$
$4.2 + x > 2.7$ | $x > -1.5$
$x + 2.7 > 4.2$ | $x > 1.5$

$1.5 < x < 6.9$

البرهان اكتب برهانا من عمودين.



المعطيات: $\angle BCD \cong \angle CDB$

المطلوب: $AB + AD > BC$

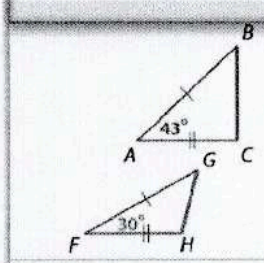
المعطيات	$\angle BCD \cong \angle CDB$
تعريف المثلث المتساوي الساقين	$\overline{BC} \cong \overline{BD}$
تعريف التطابق	$BC = BD$
متباينة المثلث	$AB + AD > BD$
التعويض	$AB + AD > BC$

معهد الشيخ راشد بن سعيد الإسلامي
Sheikh Rashid Bin Saied Islamic Institute
MATH
حكومة دبي
GOVERNMENT OF DUBAI

ورقة عمل الصف العاشر — 6-6 المتباينات في مثلثين — الاسم: _____ الشعبة: __

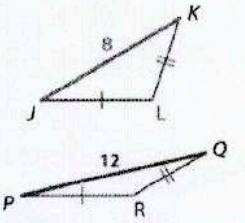
في هذا الدرس سوف أتعلم:
1- تطبيق نظرية المفصلة أو عكسها لعمل مقارنة بين مثلثين .
2- إثبات علاقات المثلث باستخدام نظرية المفصلة أو عكسها.

النظريات المتباينات في مثلثين



7.13 نظرية المِفْصَلَة إذا تطابق ضلعان في مثلث مع ضلعي مثلث آخر، وكانت الزاوية المحصورة للمثلث الأول أكبر من الزاوية المحصورة في المثلث الثاني، فإن الضلع الثالث في المثلث الأول أكبر من الضلع الثالث في المثلث الثاني.

مثال: إذا كان $m\angle A > m\angle F$ و $\overline{AB} \cong \overline{FG}$, $\overline{AC} \cong \overline{FH}$, و $m\angle F > m\angle A$ إذا $BC > GH$.

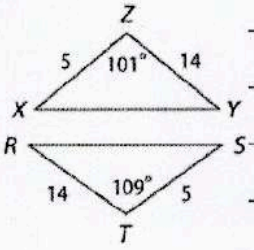


7.14 عكس نظرية المِفْصَلَة إذا تطابق ضلعان في مثلث مع ضلعي مثلث آخر، وكان الضلع الثالث في المثلث الأول أكبر من الضلع الثالث في المثلث الثاني، فإن قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول تكون أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني.

مثال: إذا كان $\overline{JL} \cong \overline{PR}, \overline{KL} \cong \overline{QR}$. و $JK > PQ$. إذا $m\angle R > m\angle L$.

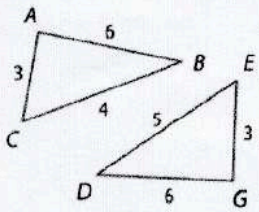
قارن بين القياسات المعطاة.

SR و XY



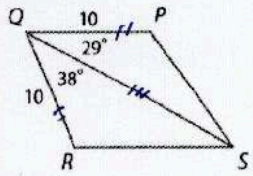
في المثلثين
$\overline{ZY} \cong \overline{TR}$
$\overline{ZX} \cong \overline{ST}$
$m\angle Z < m\angle T$
$XY < SR$
حسب نظرية المفصلة

$m\angle BAC$ و $m\angle DGE$



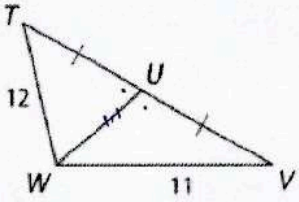
في المثلثين
$\overline{AB} \cong \overline{GD}$
$\overline{AC} \cong \overline{GE}$
$\overline{CB} \not\cong \overline{ED}$
$m\angle A < m\angle G$
حسب نظرية المفصلة

PS و SR



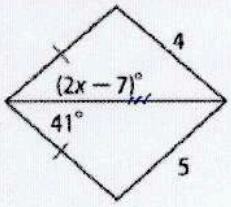
في المثلثين
$\overline{QP} \cong \overline{QR}$ معطى
$\overline{SQ} \cong \overline{QS}$ الانعكاس
$m\angle PQS < m\angle SQR$
$PS < SR$
حسب نظرية المفصلة

$m\angle TUW$ و $m\angle VUW$



في المثلثين $\triangle TUW, \triangle VUW$
$\overline{TU} \cong \overline{UV}$ معطى
$\overline{WU} \cong \overline{WU}$ الانعكاس
$TW > WV$
$m\angle TUW > m\angle VUW$
حسب نظرية المفصلة

احسب مدى القيم المحتملة للمتغير x.



$2x - 7 < 41^\circ$

$2x < 48$

$x < 24$

$2x - 7 > 0$

$x > \frac{7}{2}$

$\frac{7}{2}$ 24

$\frac{7}{2} < x < 24^\circ$

$2x + 3 > 3x - 5 > 0$

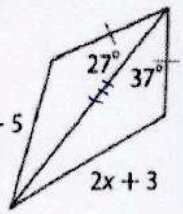
$8 > x$

$3x - 5 > 0$

$x > \frac{5}{3}$

$\frac{5}{3}$ 8

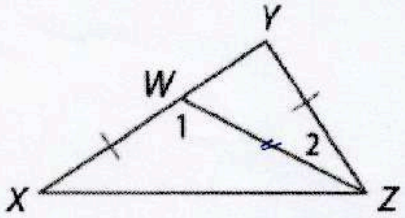
$\frac{5}{3} < x < 8$



الفرضيات اكتب برهانًا من عمودين.

المعطيات: $\triangle YZX$
$\overline{YZ} \cong \overline{XW}$

المطلوب: $ZX > YW$



المعطيات	$\overline{YZ} \cong \overline{XW}$
خاصية الانعكاس	$\overline{WZ} \cong \overline{WZ}$
مسلمة الزاوية الخارجية	$m\angle 1 > m\angle 2$
نظرية المتباينة	$XZ > WY$

الوحدة السابعة

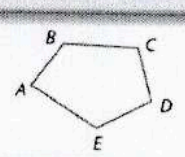
ورقة عمل الصف العاشر

7-1 زوايا المضلعات

الاسم: _____ الشعبة: ___

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1- إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية في مضلع واستخدامه. 2- إيجاد مجموع قياسات الزوايا الخارجية في مضلع واستخدامه.

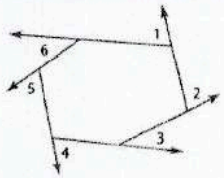
نظرية 8.1 مجموع زوايا المضلع الداخلية



مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدب عدد أضلاعه n هو $(n-2) \times 180$.

مثال $m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D + m\angle E = (5-2) \times 180$
$= 540$

نظرية 8.2 مجموع زوايا المضلع الخارجية



مجموع قياسات زوايا المضلع المحدب الخارجية، بواقع وجود زاوية واحدة عند كل رأس، هو 360°.

مثال

$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5 + m\angle 6 = 360$

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلّع محدب.

الشكل الاثنا عشري

$= (12-2)(180)$

$= 10(180) = 1800$

الشكل التسع عشريني

$= (29-2)(180)$

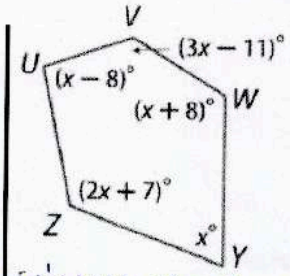
$= 27(180) = 4860$

الشكل الاثنا ثلاثيني

$= (32-2)(180)$

$= 30(180) = 5400$

أوجد قياس كل زاوية داخلية.



مجموع الزوايا الداخلية $= (5-2)(180) = 3(180) = 540$

$x - 8 + 3x - 11 + x + 8 + x + 2x + 7 = 540$

$8x - 4 = 540$

$x = \frac{540+4}{8} = 68°$

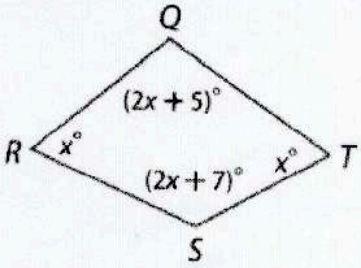
$m\angle V = 3(68) - 11 = 193°$

$m\angle U = 68 - 8 = 60°$

$m\angle Z = 2(68) + 7 = 143°$

$m\angle Y = 68°$

$m\angle W = 68 + 8 = 76°$



مجموع الزوايا الداخلية $= (4-2)(180) = 2(180) = 360°$

$x + 2x + 5 + 2x + 7 + x = 360$

$6x = 360 - 12$

$x = \frac{348}{6} = 58°$

$m\angle R = m\angle T = 58°$

$m\angle Q = 2(58) + 5 = 121°$

$m\angle S = 2(58) + 7 = 123°$

أوجد قياس كل زاوية داخلية لكل مضلع منتظم.

الشكل الخماسي

مجموع $(5-2)(180) = 3(180) = 540$

الزاوية الواحدة $= \frac{540}{5} = 108^\circ$

الشكل العشاري

مجموع $(10-2)(180) = 8(180) = 1440^\circ$

الزاوية الواحدة $\frac{1440}{10} = \boxed{144^\circ}$

قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم معطى. أوجد عدد الأضلاع في المضلع.

60

$\frac{(n-2)(180)}{n} = 60$

$(n-2)(180) = 60n$

$3(n-2) = n$

$3n - 6 = n$

$2n = 6$

$\boxed{n = 3}$

156

$\frac{(n-2)(180)}{n} = 156$

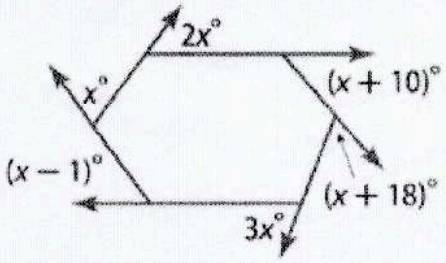
$180n - 360 = 156n$

$24n = 360$

$n = \frac{360}{24}$

$n = \boxed{15^\circ}$

أوجد قيمة x في كل رسم تخطيطي.



مجموع الزوايا الخارجية $= 360$

$9x + 27 = 360$

$x = \frac{360 - 27}{9} = \boxed{37^\circ}$

أوجد قياس كل زاوية خارجية لكل مضلع منتظم.

الشكل الخماسي

$\frac{360}{5} = \boxed{72^\circ}$

الشكل الخمس عشري

$\frac{360}{15} = \boxed{24^\circ}$

ورقة عمل الصف العاشر **7-2 متوازيات الأضلاع** الاسم: _____ الشعبة: __

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1- التعرف على خصائص أضلاع وزوايا متوازيات الأضلاع وتطبيقها. 2- التعرف على خصائص أقطار متوازيات الأضلاع وتطبيقها.

نظرية خصائص متوازي الأضلاع

8.3 إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن ضلعيه المتقابلين متطابقان.

8.4 إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن زاويتيه المتقابلتين متطابقتان.

8.5 إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن زاويتيه المتتاليتين متكاملتان.

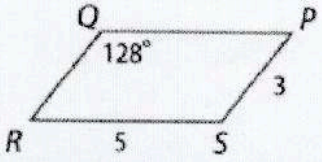
8.6 إذا كان متوازي الأضلاع يحتوي على زاوية واحدة قائمة، فإنه يحتوي على أربع زوايا قائمة.

نظرية أقطار متوازي الأضلاع

8.7 إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع،، فإن قطريه ينصفان بعضهما.

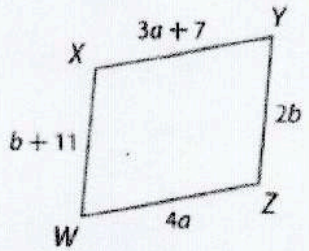
8.8 إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع،، فإن كل قطر يفصل منوازي الأضلاع إلى مثلثين متطابقين.

استخدم $\square PQRS$ لإيجاد كل القياسات.



$m\angle R = 180 - 128 = 52°$ $QP = 5$ $QR = 3$ $m\angle S = 128°$

الجبر أوجد قيمة كل متغير في كل متوازي أضلاع.

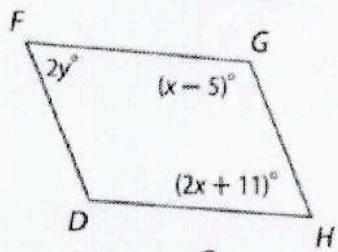


$\star\ 3a + 7 = 4a$

$7 = a$

$\star\ b + 11 = 2b$

$11 = b$



$2y = 2x + 11$

$\star\ 2y = 180 - x + 5$

$x - 5 + 2x + 11 = 180$

$3x = 180 - 6$

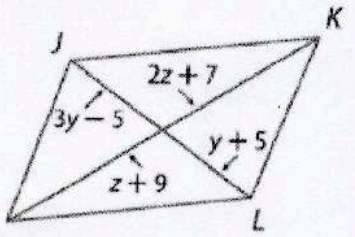
$x = \frac{174}{3} = 58°$

$\star\ 2y + x - 5 = 180$

$2y + 58 - 5 = 180$

$2y = \frac{180 - 53}{2}$

$y = 63.5$



$\star\ 3y - 5 = y + 5$

$2y = 10$

$y = 5$

$\star\ 2z + 7 = z + 9$

$z = 2$

الهندسة الإحداثية أوجد إحداثيات تقاطع القطرين في $\square WXYZ$ باستخدام الرؤوس المعطاة.

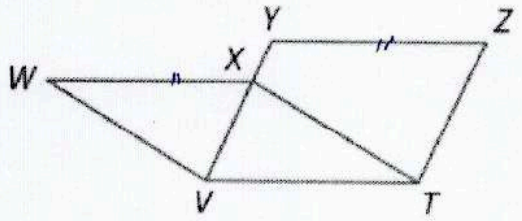
W(-1, 7), X(8, 7), Y(6, -2), Z(-3, -2)

نوجد منتصف WY

$= \left(\frac{6-1}{2}, \frac{-2+7}{2}\right)$

$= (2.5, 2.5)$

البرهان اكتب برهانًا من عمودين.



23. المعطيات: WXTV و ZYVT هما متوازيا أضلاع.

المطلوب: $\overline{WX} \cong \overline{ZY}$

WXTV ، ZYVT متوازيا أضلاع	المعطيات
$\overline{WX} \cong \overline{VT}$ ، $\overline{YZ} \cong \overline{VT}$	الأضلاع المقابلة في متوازيا الأضلاع
$\overline{WX} \cong \overline{YZ}$	خاصية التعدي

ورقة عمل الصف العاشر **7-3 اختبارات متوازيات الأضلاع** الاسم: _____ الشعبة: __

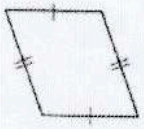
في هذا الدرس سوف أتعلم: 1- التعرف على الشروط التي تضمن أن الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع . 2- إثبات أن مجموعة نقاط تكون متوازي أضلاع في المستوى الإحداثي .

ملخص المفهوم

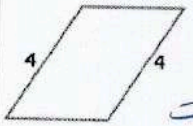
برهن على أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع

- توضيح أن كلا زوجي الأضلاع المتقابلين متوازيان · (التعريف)
- توضيح أن كلا زوجي الأضلاع المتقابلين متطابقان · (النظرية 8.9)
- توضيح أن كلا زوجي الزوايا المتقابلين متطابقان · (النظرية 8.10)
- توضيح أن القطرين ينصفان بعضهما · (النظرية 8.11)
- توضيح أن زوج الأضلاع المتقابلة متوازيان ومتطابقان في نفس الوقت · (النظرية 8.12)

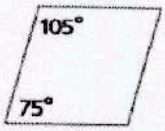
الفرضيات حدد ما إذا كان كل شكل رباعي متوازي أضلاع. علل إجابتك.



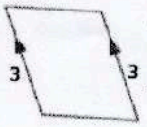
نعم.
كلا زوجي أضلاع المتقابلين متوازيان



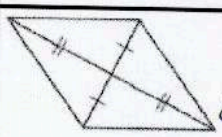
لا. لم يكتمل أي من اختبارات متوازي الأضلاع



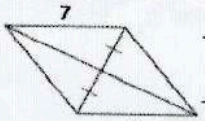
لا. لم يكتمل أي من اختبارات متوازي الأضلاع



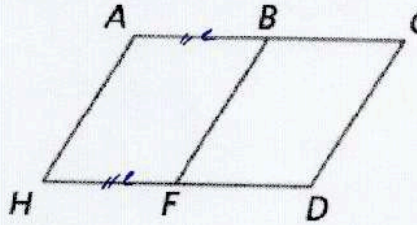
نعم.
زوج مما لأضلاع متطابقة ومتوازية



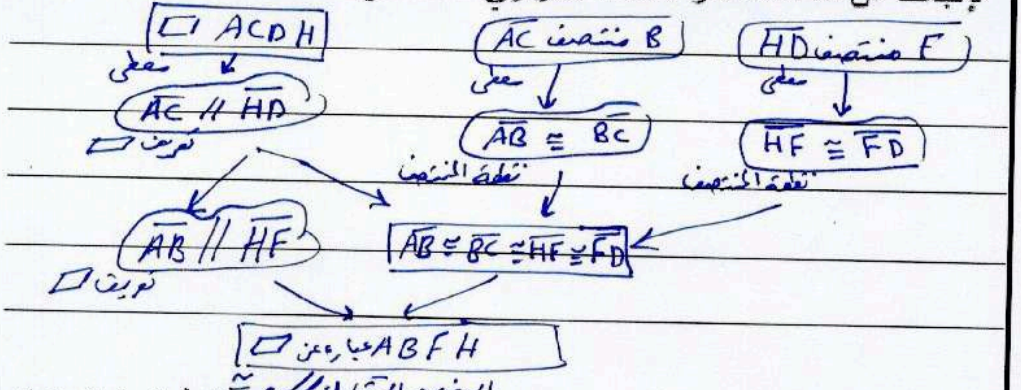
نعم.
القطرين ينصفان بعضهما



لا. لم يكتمل أي من اختبارات متوازي الأضلاع

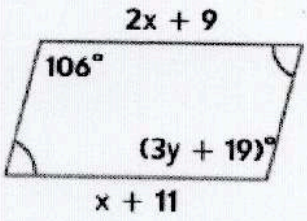


البرهان إذا كان $ACDH$ هو متوازي أضلاع،
B هي نقطة **منتصف** $\overline{AC}$، والنقطة F
نقطة منتصف $\overline{HD}$، اكتب تتابع.
لإثبات أن $ABFH$ هو مثلث متوازي الأضلاع



الجبر أوجد x و y بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

(18)



$3y+19 = 106$

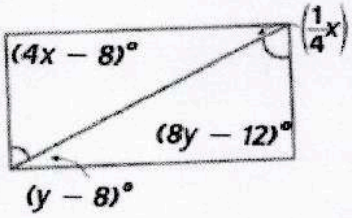
$y = \frac{106-19}{3} = 29$

$2x+9 = x+11$

$x = 11-9$

$x = 2$

(20)



$y-8 = \frac{1}{4}x$ (×16) $16y - 128 = 4x$ (×2)

$4x-8 = 8y-12$ $8y-4 = 4x$

$8y - 124 = 0$ نطرح

$y = \frac{124}{8} = 15.5$

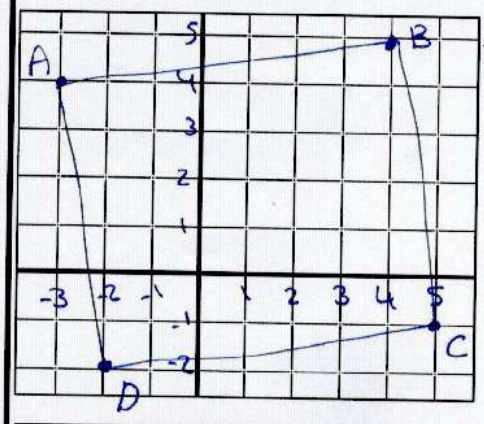
$15.5 - 8 = \frac{1}{4}x$

$4 \times 7.5 = x$

$30 = x$

الهندسة الإحداثية مثّل بيانيًا كل شكل رباعي باستخدام الرؤوس المعطاة. **حدد ما إذا كان الشكل متوازي أضلاع أم لا. علل إجابتك بالطريقة المشار إليها.**

(29) $A(-3, 4)$, $B(4, 5)$, $C(5, -1)$, $D(-2, -2)$: قانون الميل



ميل $\overline{AB} = \frac{1}{7}$ ، ميل $\overline{DC} = \frac{1}{7}$

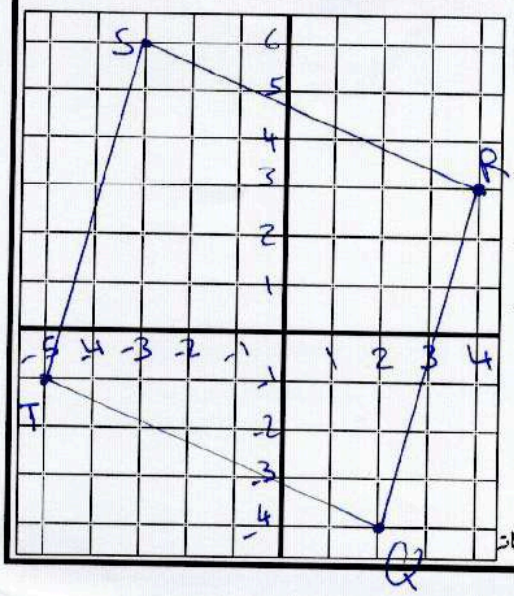
$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

ميل $\overline{AD} = -6$ ، ميل $\overline{BC} = -6$

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

كل زوج من الأضلاع المتقابلة متوازي فالشكل متوازي أضلاع.

(27) $Q(2, -4)$, $R(4, 3)$, $S(-3, 6)$, $T(-5, -1)$: قانونا المسافة والميل



طول $SR = \sqrt{7^2+3^2} = \sqrt{51}$

طول $TQ = \sqrt{(-7)^2+(3)^2} = \sqrt{51}$

$\overline{SR} \cong \overline{TQ}$

ميل $\overline{SR} = -\frac{3}{7}$ ، ميل $\overline{TQ} = -\frac{3}{7}$ $\overline{SR} \parallel \overline{TQ}$

زوج واحد من الأضلاع المتقابلة متوازي ومتطابق

فالشكل متوازي أضلاع

ورقة عمل الصف العاشر

7-4 المستطيلات

الاسم : _____ الشعبة : __

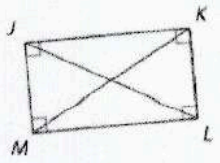
في هذا الدرس سوف أتعلم: 1- التعرف على خصائص المستطيل وتطبيقها. 2- تحديد ما إذا كانت متوازيات الأضلاع مستطيلات .

النظرية 8.13 أقطار المستطيل

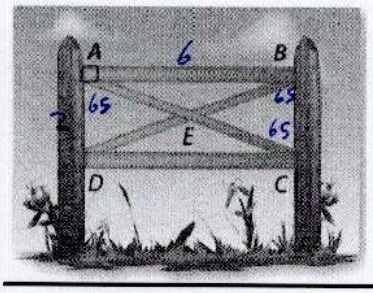
إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً، فإن قطريه متطابقان.

الاختصار إذا كان ▭ مستطيلاً، فإن قطراه هما ≅.

مثال إذا كان ▭JKLM مستطيلاً، فإن $\overline{JL} \cong \overline{MK}$.



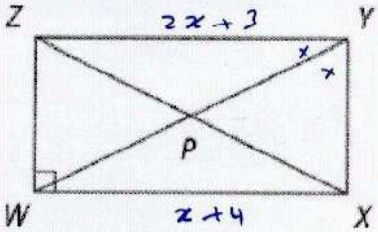
السياج تُستخدم الدعامات على شكل حرف X أيضًا في دعم السياجات مستطيلة الشكل. إذاكان AB = 6 أقدام، وكان AD = 2 قدم، وكان m∠DAE = 65 ، فأوجدكل القياسات .



BC 2 DB $\sqrt{6^2+2^2} = \sqrt{40}$

m∠CEB 50 m∠EDC $90-65 = 25^\circ$

الانتظام الشكل الرباعي WXYZ هو مستطيل.



إذا كان ZY = 2x + 3 وكان WX = x + 4. فأوجد WX.

$2x + 3 = x + 4$ | $WX = x + 4$

$x = 1$ | $= 1 + 4$

$= 5$

إذا كان m∠ZYW = 2x − 7 وكان m∠WYX = 2x + 5. فأوجد m∠ZYW.

$2x + 5 + 2x - 7 = 90$ | $m\angle ZYW = 2(23) - 7$

$4x = 90 + 2$ | $= 46 - 7$

$x = \frac{92}{4} = 23^\circ$ | $= 39^\circ$

إذا كان ZP = 4x − 9 وكان PY = 2x + 5. فأوجد ZX.

$2x + 5 = 4x - 9$ | $ZP = 4(7) - 9$ | $ZX = 19 + 19$

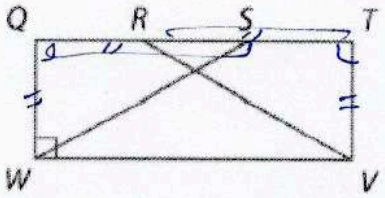
$14 = 2x$ | $= 28 - 9$ | $= 38^\circ$

$7 = x$ | $= 19^\circ$

(21)

المعطيات: QTVW هو مستطيل. $\overline{QR} \cong \overline{ST}$

المطلوب: $\triangle SWQ \cong \triangle RVT$



المعطيات	$\overline{QR} \cong \overline{ST}$ ، بما أن QTVW
أضلاع متقابلة ▱	$\overline{WQ} \cong \overline{TV}$ — ①
زوايا المستطيل	$\angle T \cong \angle Q$ قائمة — ②
معطى، انعكاس	$QR = TS$ ، $RS = RS$
خاصية الجمع	$QR + RS = TS + RS$
جمع القطع	$QS = RT$ — ③
SAS حسب نظرية	$\triangle SWQ \cong \triangle RVT$ ③ ② ① ∴

الهندسة الإحداثية مثّل بيانيًا كل شكل رباعي باستخدام الرؤوس المعطاة. حدد ما إذا كان الشكل مستطيلاً. علل إجابتك باستخدام القانون المشار إليه.

$W(-2, 4), X(5, 5), Y(6, -2), Z(-1, -3)$؛ قانون الميل

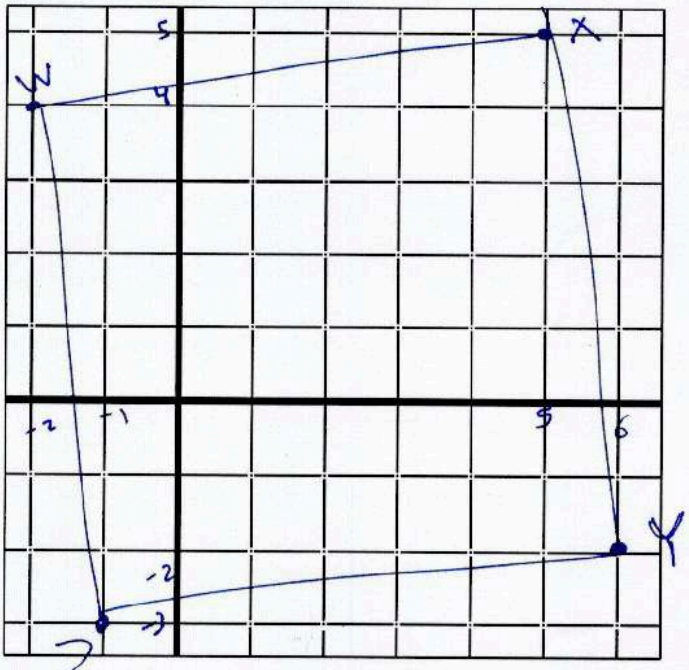
ميل $\overline{WX} = \frac{1}{7}$ ، ميل $\overline{YZ} = \frac{1}{7}$

ميل $\overline{XY} = -7$ ، ميل $\overline{WZ} = -7$

كل ضلعين متقابلين متوازيين ← متوازي أضلاع

لأن حاصل ضرب الميل للضلع المتجاور = -1 ← الأضلاع المتجاورة متعامدة

الشكل مستطيل.



ورقة عمل الصف العاشر **7-5 المعينات والمربعات** الاسم: _____ الشعبة: __

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1- التعرف على خواص المعينات والمربعات وتطبيقها. 2- تحديد ما إذا كانت الأشكال الرباعية مستطيلات أم معينات أم مربعات.

نظريات قطرا المعين

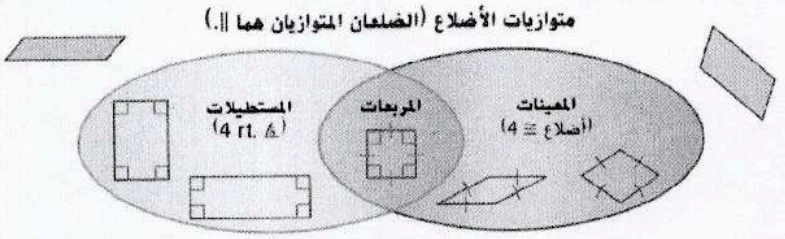
8.15 إذا كان متوازي الأضلاع معين، فإن قطريه يكونان متعامدين.

8.16 إذا كان متوازي الأضلاع معين، فإن كل قطر ينصف زوجًا من الزوايا المتقابلة.

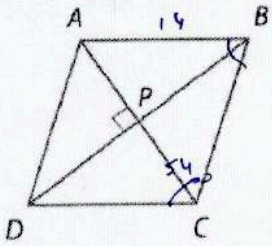
إذا كان الشكل الرباعي مستطيل ومعين معا. فهو إذا مربع.

ملخص المفهوم متوازيات الأضلاع

متوازيات الأضلاع (الضلعان المتوازيان هما ||.)



الجبر الشكل الرباعي $ABCD$ معين. أوجد جميع القيم أو القياسات.



إذا كان $AB = 14$. فأوجد BC. 14

إذا كان $m\angle BCD = 54$. فأوجد $m\angle BAC$. $54 \div 2 = 27°$

إذا كان $AP = 3x - 1$ و $PC = x + 9$. فأوجد AC.

$x + 9 = 3x - 1$ | $10 = 2x$ | $x = 5$ | $AC = PC = 5 + 9 = 14$ | $AC = 28$

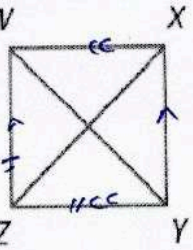
إذا كان $m\angle ABC = 2x - 7$ و $m\angle BCD = 2x + 3$. فأوجد $m\angle DAB$.

$2x + 3 + 2x - 7 = 180$ | $4x - 4 = 180$ | $x = \frac{180+4}{4}$ | $= 46°$ | $m\angle DAB = m\angle BCD$ | $= 2(46) + 3 = 95°$

الفرضيات اكتب إثباتًا من عمودين.

المعطيات: $\overline{WX} \parallel \overline{ZY}$. $\overline{WZ} \parallel \overline{XY}$
$\overline{WZ} \cong \overline{ZY}$

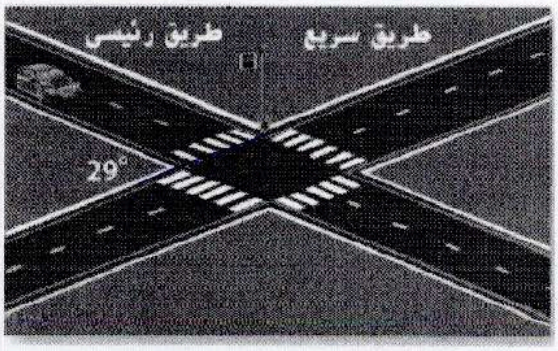
المطلوب: $WXYZ$ عبارة عن معين.



المعطيات = $WX \parallel ZY$ ($XY \parallel WZ$

$WXYZ$ متوازي أضلاع

$WXYZ$ معين

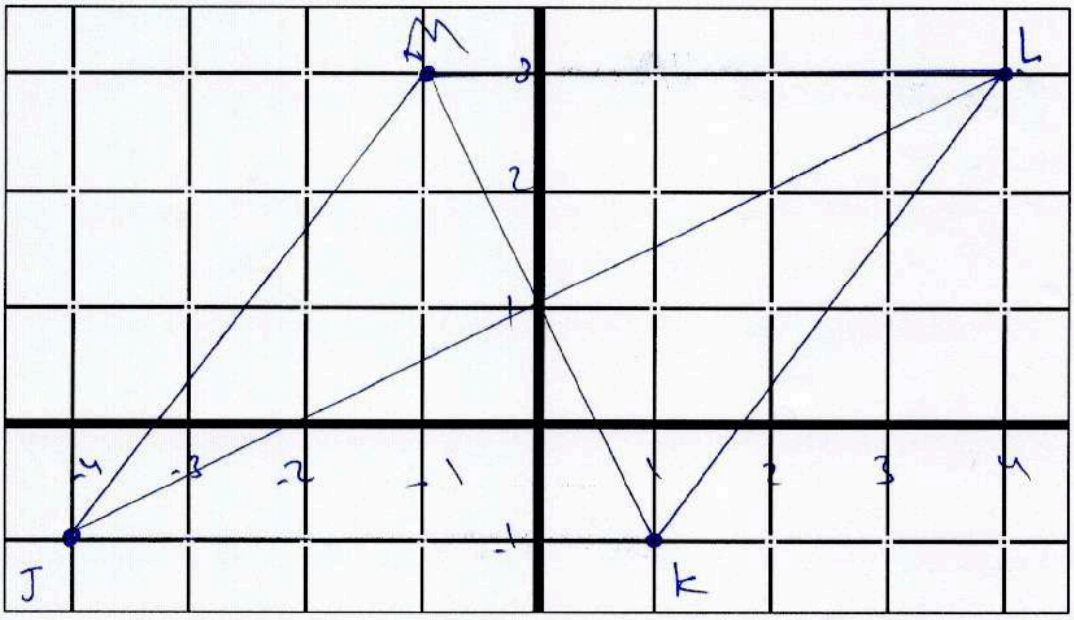


الطرق يتقاطع الشارع الرئيسي والطريق السريع كما يظهر في الرسم التخطيطي. كل معبر مشاة له الطول نفسه. صنّف الشكل الرباعي الذي تشكله معابر المشاة. اشرح استنتاجك.

شبه مربع فقط مع الأضلاع متوازية.
ليس قائم الزوايا ليس مربع

الهندسة الإحداثية **بالنظر إلى كل مجموعة من الرؤوس، حدد إذا ما كان $\square JKLM$ عبارة عن معين، أو مستطيل، أو مربع. حدد كل ما ينطبق. اشرح.** $J(-4, -1), K(1, -1), L(4, 3), M(-1, 3)$

معين لأن
متوازي أضلاع $\overline{ML} \cong \overline{JK}$ ، $\overline{ML} \parallel \overline{JK}$ لكل
$\overline{MK}$ ميل $= -2$ ، ميل $\overline{JL} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$
حاصل ضرب الميل $= -1$ القطران متعامدان
∴ الشكل معين.
$\overline{ML} \not\cong \overline{KL}$ لأن الأضلاع
ليس مربع



ورقة عمل الصف العاشر **7-6 أشباه المنحرف وأشكال الطائرة الورقية** الاسم: _____ الشعبة: __

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1- تطبيق خواص أشباه المنحرف. 2- تطبيق خواص أشكال الطائرة الورقية.

نظريات أشباه المنحرف متساوية الساقين

8.21 إذا كان أشباه المنحرف متساوي الساقين، فإن كل زوج من زوجي زوايا القاعدة يكون متطابقا.

8.22 إذا كان أشباه المنحرف له زوج واحد من زوايا القاعدة المتطابقة، فهو شبه منحرف متساوي الساقين.

8.23 يكون أشباه المنحرف متساوي الساقين فقط في حالة تطابق قطريه.

النظرية 8.24 نظرية منصف ساقي أشباه المنحرف

يكون منصف ساقي أشباه المنحرف موازيًا لكلتا القاعدتين، ويكون قياسه هو نصف مجموع طول القاعدتين.

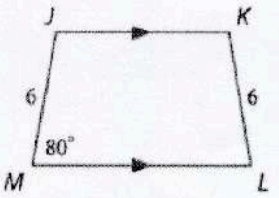
نظريات أشكال الطائرات الورقية

8.25 إذا كان متوازي الأضلاع عبارة عن شكل طائرة ورقية، فإن قطراه يكونان متعامدين.

8.26 إذا كان متوازي الأضلاع عبارة عن شكل طائرة ورقية، فيكون إذا أحد زوجي الزوايا المتقابلة متطابقًا.

أوجد قياس كل مما يلي.

$m\angle K$



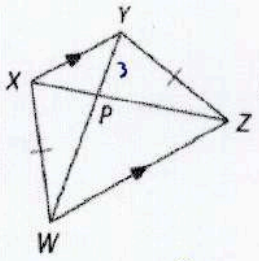
$m\angle K = m\angle J = 180 - 80$

$= 100$

PW

إذا كان $XZ = 18$

$PY = 3$ و

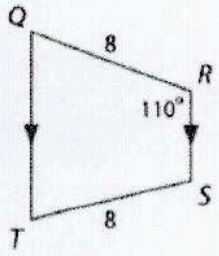


$3 + PW = 18$

$PW = 18 - 3$

$= 15$

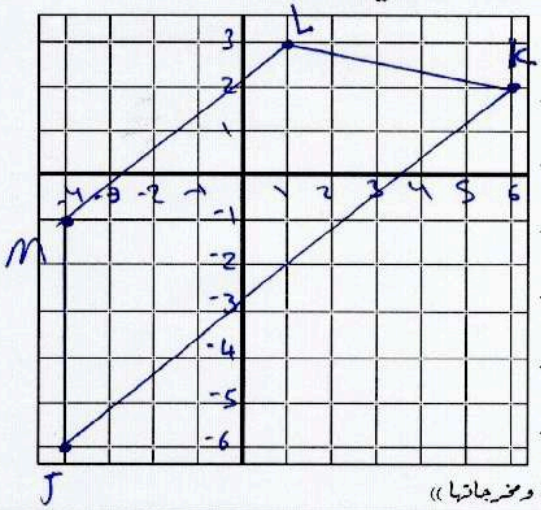
$m\angle Q$



$m\angle Q = 180 - 110$

$= 70°$

هندسة إحداثية بالنسبة لكل شكل رباعي له رؤوس معلومة، تحقق ما إذا كان الشكل الرباعي هذا شبه منحرف، وحدد ما إذا كان الشكل شبه منحرف متساوي الساقين.



$J(-4, -6), K(6, 2), L(1, 3), M(-4, -1)$

ميل $\overline{ML} = \frac{4}{5}$ ، ميل $\overline{KJ} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

$\overline{ML} \parallel \overline{KJ}$

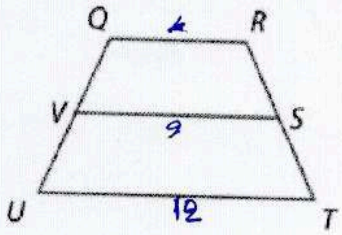
ميل $\overline{MJ}$ = غير معرف ، ميل $\overline{LK} = -\frac{1}{5}$

$\overline{LK} \not\parallel \overline{MJ}$

الشكل شبه منحرف لأنه يحتوي زوج واحد من أضلاع المتقابلة

$JM = 5$ ، $LK = \sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{26}$ فهل

أطوال غير متطابقة.



بالنسبة لأشباه المنحرف $QRTU$، يمثل V و S نقطتي منتصف الساقين.

إذا كان $UT = 16$ و $QR = 4$. فأوجد VS.

$VS = \frac{16+4}{2} = \frac{20}{2} = (10)$

إذا كان $UT = 12$ و $VS = 9$. فأوجد QR.

$\frac{QR+12}{2} = 9$

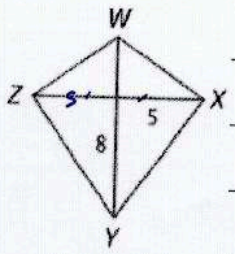
$QR + 12 = 18$

$QR = 18 - 12$

$QR = (6)$

التفكير المنطقي إذا كان $WXYZ$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فأوجد قياس ما يلي.

YZ

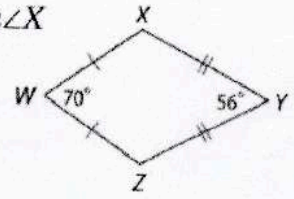


$YZ = \sqrt{8^2 + 5^2}$

$= \sqrt{64 + 25}$

$= \sqrt{89}$

$m\angle X$



$m\angle X = m\angle Z$ ~~360 - 56 - 70~~

$= \frac{360 - 56 - 70}{2}$

$= \frac{234}{2}$

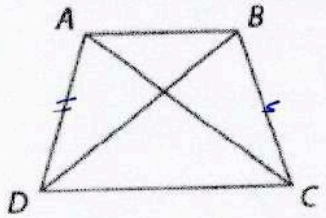
$= (117^\circ)$

الفرضيات اكتب إثباتًا من عمودين.

المعطيات:

$ABCD$ شبه منحرف متساوي الساقين.

المطلوب: $\angle DAC \cong \angle CBD$



العبارات	المبررات
$ABCD$ شبه منحرف متساوي الساقين	المعطيات
$\overline{AD} \cong \overline{BC}$	تعريف شبه منحرف متساوي الساقين
$\overline{DC} \cong \overline{DC}$	خاصية الانعكاس
$\overline{AC} \cong \overline{BD}$	تعريف شبه منحرف متساوي الساقين
$\triangle ADC \cong \triangle BCD$	نظرية SSS
$\angle DAC \cong \angle CBD$	تطابق الأجزاء المتناظرة في المثلثات المتطابقة.

الوحدة الثامنة

ورقة عمل الصف العاشر **8-1** النسب والتناسبات الاسم: _____ الشعبة: __

في هذا الدرس سوف أتعلم: **1- كتابة النسبة .** **2- كتابة تناسبات وإيجاد حلها .**

(1) حيوانات أليفة في دراسة شملت 1000 أسرة. وجد أن منهم 460 أسرة تقتني على الأقل كلبًا واحدًا أو قطة كحيوان أليف . ما نسبة مالكي الحيوانات الأليفة إلى عدد الأسر؟

$460 : 1000 = 46 : 100 = \boxed{23 : 50}$

(2) الألعاب الرياضية تتنافس ثلاثون فتاة على 15 مركزًا في فريق كرة السلة. ما نسبة المراكز المتاحة إلى الفتيات المتنافسة؟

$15 : 30 = \boxed{1 : 2}$

(3) نسبة أطوال ثلاثة أضلاع في مثلث هي 4 : 5 : 2. ومحيطه يساوي 165 وحدة. أوجد طول كل ضلع من أضلاع المثلث.

$2 : 5 : 4 = 2x : 5x : 4x$

$2x + 5x + 4x = 165$

$11x = 165$

$x = \boxed{15}$

$2x \longrightarrow 30$ وحدة

$5x \longrightarrow 75$ وحدة

$4x \longrightarrow 60$ وحدة

(4) نسبة قياسات ثلاث زوايا في مثلث هي 8 : 6 : 4. أوجد قياس كل زاوية من زوايا المثلث.

$4 : 6 : 8 = 4x : 6x : 8x$

$4x + 6x + 8x = 180$

$18x = 180$

$x = 10$

$4x \longrightarrow 40^\circ$

$6x \longrightarrow 60^\circ$

$8x \longrightarrow 80^\circ$

حل كلاً من التناسبات التالية.

(22) $\frac{w}{6.4} = \frac{1}{2}$

$2w = 6.4 \times 1$

$w = \frac{6.4}{2}$

$w = \boxed{3.2}$

(23) $\frac{4x}{24} = \frac{56}{112}$

$4x(112) = 56(24)$

$x = \frac{56(24)}{4(112)}$

$x = \frac{6}{2} = \boxed{3}$

(26) $\frac{a+2}{a-2} = \frac{3}{2}$

$2(a+2) = 3(a-2)$

$2a + 4 = 3a - 6$

$4 + 6 = a$

$\boxed{10 = a}$

(28) $\frac{3x-6}{2} = \frac{4x-2}{4}$

$4(3x-6) = 2(4x-2)$

$12x - 24 = 8x - 4$

$4x = -4 + 24$

$x = \frac{20}{4}$

$\boxed{x = 5}$

(29) تغذية وفقًا لدراسة حديثة، فإن 7 أشخاص من بين كل 500 شخص أمريكي في الفئة العمرية من 13 إلى 17 عاما نباتيون. في مجموعة من 350 شخصاً تبلغ أعمارهم من 13 إلى 17 عاماً، كم شخصًا تتوقع أن يكونوا نباتيين؟

$$\frac{7}{500} = \frac{x}{350}$$

$$x = \frac{350(7)}{500} = \frac{7(7)}{10} = 4.9$$

$\approx$ 5 حوالي أشخاص

(30) العملات ستسافر عائلتك إلى المكسيك لقضاء العطلة. وقد وفرت AED 500 لاستخدامها في النفقات. إذا كان 269 من العملة المكسيكية البيزو تساوي 25 درهمًا إماراتيًا. فما هو المبلغ الذي ستحصل عليه عندما تستبدل AED 500 مقابل البيزو؟

$$\frac{269 \text{ بيزو}}{25 \text{ درهم}} = \frac{x \text{ بيزو}}{500 \text{ درهم}}$$

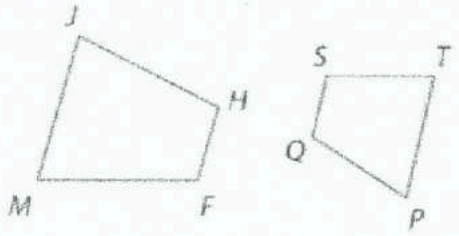
$$x = \frac{269(500)}{25} = 269(20) = 5380 \text{ بيزو}$$

ورقة عمل الصف العاشر **8-2** المضلّعات المتشابهة الاسم: _____ الشعبة: ___

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1- استخدام التناسبات لتحديد المضلعات المتشابهة . 2- حل المسائل باستخدام خواص المضلعات المتشابهة.

أدرج قائمة بكل أزواج الزوايا المتطابقة. واكتب تناسبًا مرتبطًا بالأضلاع المتناظرة لكل زوج من المضلعات المتشابهة.

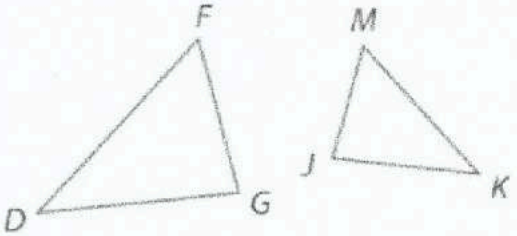
(9) $JHFM \sim PQST$



$\angle J \cong \angle P$
$\angle H \cong \angle Q$
$\angle F \cong \angle S$
$\angle M \cong \angle T$

$\frac{JH}{PQ} = \frac{HF}{QS} = \frac{FM}{ST} = \frac{MJ}{TP}$

(11) $\triangle DFG \sim \triangle KMJ$

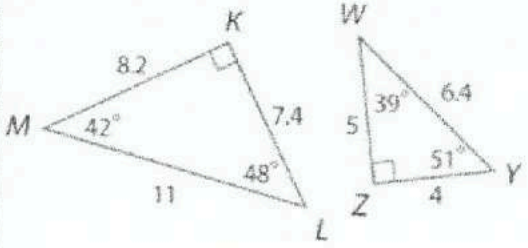


$\angle D \cong \angle K$
$\angle F \cong \angle M$
$\angle G \cong \angle J$

$\frac{DF}{KM} = \frac{FG}{MJ} = \frac{DG}{KJ}$

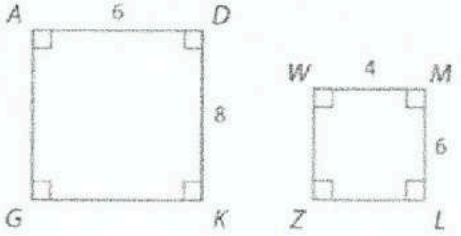
فرضيات حدد ما إذا كان كل زوجين من الأشكال متشابهين. فإن كانا كذلك، اكتب عبارة التشابه ومعامل المقياس. وإن لم يكونا متشابهين، فاشرح استنتاجك.

(12)



لا غير متشابهين
لأن الزوايا المتناظرة غير متطابقة

(15)



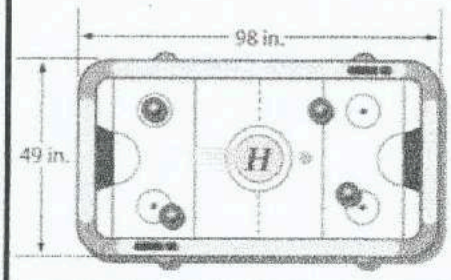
أ) $m\angle A = m\angle W = m\angle Z = m\angle G = 90^\circ$

ب) $\frac{AD}{WM} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

$\frac{DK}{ML} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

الضلوع المتناظرة غير متناسبة
الشكلان غير متشابهان.

(16) ألعاب أبعاد ملعب الهوكي هي 200 قدم في 85 قدمًا. هل ملعب الهوكي وطاولة الهوكي الهوائي الموضحة متشابهان؟ اشرح استنتاجك.

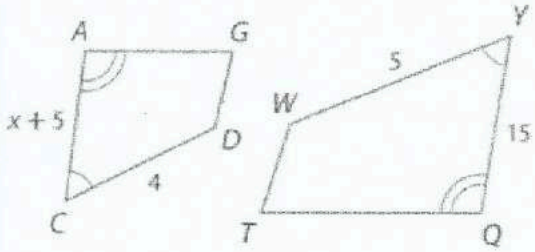


$\frac{85}{49} \neq \frac{200}{98}$

الأضلاع المتناظرة
غير متناسبة وبالتالي الأشكال غير متشابهة

الانتظام كل زوجين من المضلعات متشابهان. فأوجد قيمة x.

(18)



$\frac{x+5}{15} = \frac{4}{5}$

$5(x+5) = 4(15)$

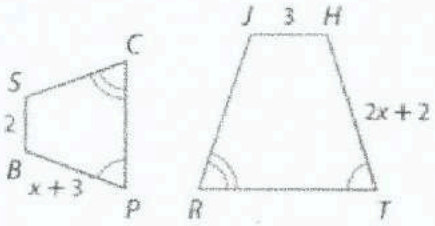
$x+5 = \frac{60}{5}$

$x+5 = 12$

$x = 12-5$

$x = 7$

(19)



$\frac{x+3}{2x+2} = \frac{2}{3}$

$3(x+3) = 2(2x+2)$

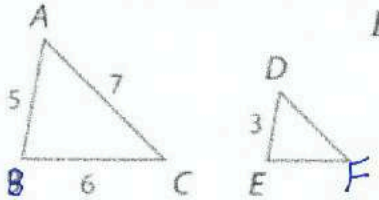
$3x+9 = 4x+4$

$9-4 = x$

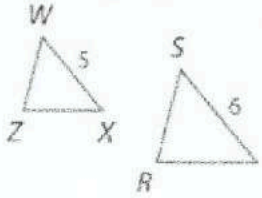
$5 = x$

أوجد محيط المثلث الموضح أمامك.

(23) $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ إذا كان $\triangle DEF$.
$AB = 5$ و $BC = 6$ و $AC = 7$
$DE = 3$ و



(24) $\triangle WZX \sim \triangle SRT$ إذا كان $\triangle WZX$.
$ST = 6$ و $WX = 5$ ومحيط المثلث
$\triangle SRT = 15$

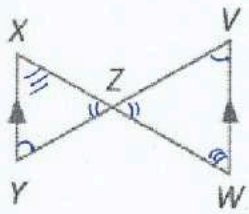


ورقة عمل الصف العاشر **8-3 المثلثات المتشابهة** الاسم : _____ الشعبة : __

في هذا الدرس سوف أتعلم:
1- تحديد المثلثات المتشابهة باستخدام مسلمة تشابه مثلثين من خلال تساوي زاويتين متناظرتين فيهما ونظرية التشابه (ضلع – ضلع – ضلع) ونظرية التشابه (ضلع – زاوية – ضلع) .
2- استخدام المثلثات المتشابهة لحل المسائل .

بيّن تشابه المثلثين من عدمه. فإن كانا متشابهين، فاكتب عبارة تشابه. وإن لم يكونا متشابهين، فما الشروط التي تكفي لإثبات تشابه المثلثين؟ اشرح استنتاجك.

(١)



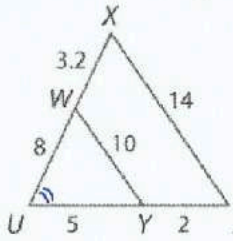
$\angle XZY \cong \angle VZW$ تقابلية رأسية

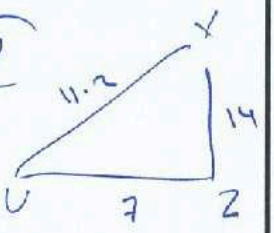
$\angle Y \cong \angle V$ الزاويتان المتبادلتان

$\triangle XZY \sim \triangle WZV$ إذن

(AA) حسب نظرية

(٩)





$\frac{UY}{UZ} = \frac{5}{7}$ ، $\frac{UW}{UX} = \frac{8}{11.2}$

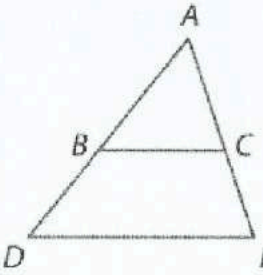
$\angle U \cong \angle U$

نعم

$\triangle UYW \sim \triangle UZX$

(SAS) حسب نظرية

(١٠)



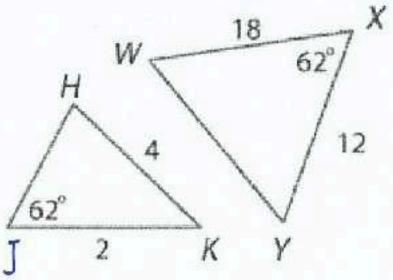
لا.

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ إذا كان

يكون التشابه بموجب

(AA) نظرية

(١٣)



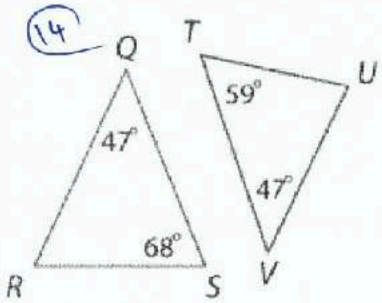
لا.

$WY = 24$ ($JH = 3$ إذا كان

يكون التشابه

(SSS) حسب نظرية

(١٤)



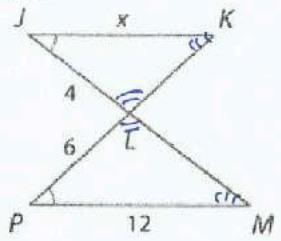
لا. لا يمكن أن يكون المثلث متشابهاً

لأن الزوايا لا يمكن أن تكون متطابقة.

الجبر حدد المثلثات المتشابهة. ثم أوجد جميع القياسات.

JK

(16)



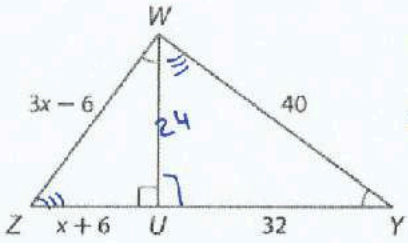
$\triangle PML \sim \triangle JKL$

$\frac{6}{4} = \frac{12}{x} \Rightarrow x = \frac{12(4)}{6}$

$= 8$

WZ, UZ

(18)



$WU = \sqrt{40^2 - 32^2}$

$= 24$

$WZ = 30$

$ZU = 18$

$\triangle WUY \sim \triangle ZUW$

$\frac{x+6}{24} = \frac{3x-6}{40}$

$40(x+6) = 24(3x-6)$

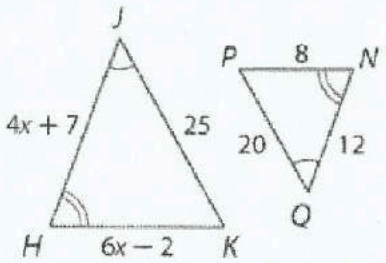
$40x + 240 = 72x - 144$

$384 = 32x$

$12 = x$

HJ, HK

(19)



$JH = 15$

$HK = 10$

$\triangle HKJ \sim \triangle NPQ$

$\frac{4x+7}{12} = \frac{6x-2}{8}$

$8(4x+7) = 12(6x-2)$

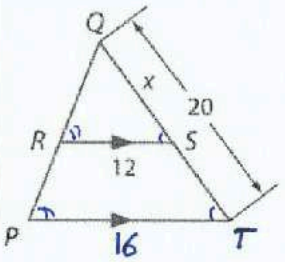
$32x + 56 = 72x - 24$

$80 = 40x$

$2 = x$

ST

(17)



15

5

$\triangle QSR \sim \triangle$

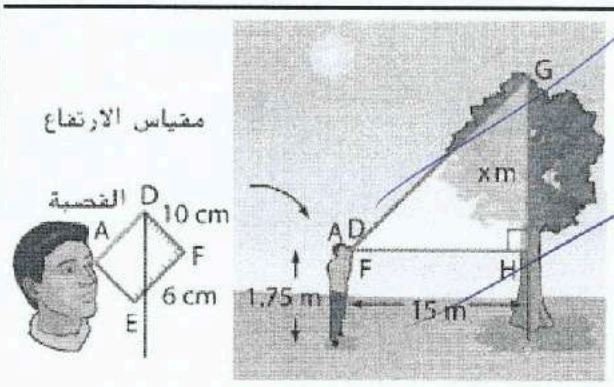
(22)

تماثيل تقف ريهام بجوار تمثال في الحديقة. فإذا كان طول ريهام 5 أقدام، وظلها 3 أقدام، وظل التمثال $10\frac{1}{2}$ أقدام، فما هو طول التمثال؟

$\frac{x}{10.5} \quad \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{3}{10.5} \Rightarrow x = \frac{5(10.5)}{3} = 17\frac{1}{2}$

(21)

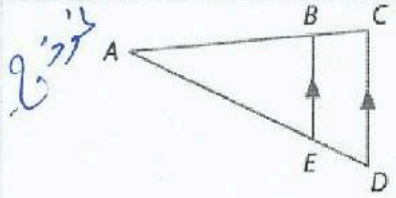
إدارة الغابات يمكن استخدام مقياس الارتفاع هذا الموضح أمامك في تقدير ارتفاع الأشجار. نظر عمرو عبر فتحة الجهاز إلى قمة الشجرة ودوّن قراءة الجهاز. أوجد ارتفاع الشجرة.



ورقة عمل الصف العاشر **8-4** المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة الاسم: _____ الشعبة: __

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1- استخدام الأجزاء المتناسبة داخل المثلثات . 2- استخدام الأجزاء المتناسبة مع المستقيمات

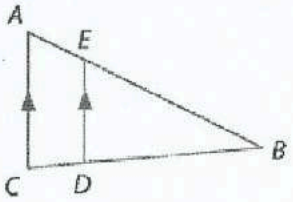
نظرية 9.5 نظرية تناسب المثلثات



إذا توازى مستقيم مع أحد أضلاع المثلث وكان ينصف الضلعين الآخرين. فإنه يقسم هذين الضلعين إلى قطع مستقيمة أطوالها متناسبة.

مثال إذا كان $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$، فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{ED}$.

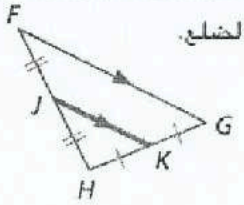
النظرية 9.6 معكوس نظرية تناسب المثلثات



إذا قطع مستقيم ضلعين في مثلث وقسم الضلعين إلى قطع مستقيمة متناظرة متناسبة، فإن هذا المستقيم يكون موازيًا للضلع الثالث في المثلث.

مثال إذا كان $\frac{AE}{EB} = \frac{CD}{DB}$ ، فإن $\overline{AC} \parallel \overline{ED}$.

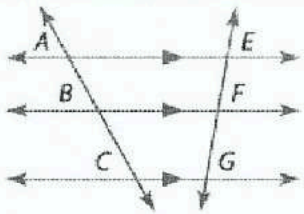
نظرية 9.7 نظرية منصفات المثلث



يكون منصف المثلث موازيًا لأحد أضلاع المثلث، ويبلغ طوله نصف طول هذا الضلع.

مثال إذا كان J و K هما نقطتا المنتصف للضلعين $\overline{FH}$ و $\overline{HG}$، على الترتيب، فإن $\overline{JK} \parallel \overline{FG}$ وكذلك $JK = \frac{1}{2}FG$.

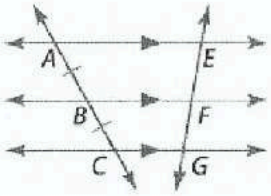
النتيجة 9.1 الأجزاء المتناسبة للمستقيمات المتوازية



عند تقاطع ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر مع قاطعين فإنها تقسّم القاطعين إلى أجزاء متناسبة.

مثال إذا كان $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$، فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG}$.

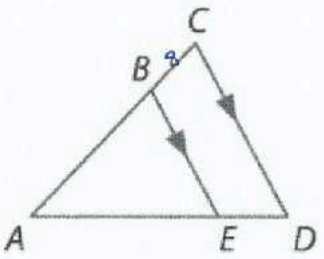
النتيجة 9.2 الأجزاء المتطابقة للمستقيمات المتوازية



إذا أحدثت ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر قطعًا مستقيمة متطابقة على قاطع ما، فإنها تحدث قطعًا مستقيمة متطابقة على كل القواطع.

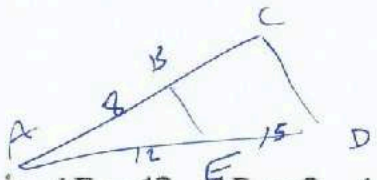
مثال إذا كان $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$ وكان $\overline{AB} \cong \overline{BC}$، فإن $\overline{EF} \cong \overline{FG}$.

(10) إذا كان $AB = 6$ و $BC = 4$ و $AE = 9$. فأوجد ED



$\frac{6}{4} = \frac{9}{ED} \Rightarrow ED = \frac{4(9)}{6} = 6$

(11) إذا كان $AB = 12$ و $AC = 16$ و $ED = 5$. فأوجد AE



$\frac{12}{4} = \frac{AE}{5} \Rightarrow AE = \frac{5(12)}{4} = 15$

(12) إذا كان $AC = 14$ و $BC = 8$ و $AD = 21$. فأوجد ED

$\frac{14}{8} = \frac{21}{ED}$

$\frac{AC}{BC} = \frac{AD}{ED} \Rightarrow ED = \frac{8(21)}{14} = 12$

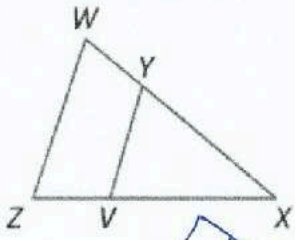
(13) إذا كان $AB = 8$ و $AD = 27$ و $AE = 12$. فأوجد BC

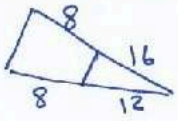
$\frac{12}{15} = \frac{8}{BC}$

$BC = \frac{15(8)}{12} = 10$

(14) حدد ما إذا كان $\overline{VY} \parallel \overline{ZW}$ أم لا. علل إجابتك.

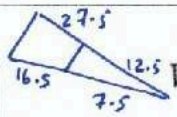
$YX = 16$ و $WX = 24$ و $ZV = 6$ و $ZX = 18$





$\frac{16}{8} = \frac{12}{8}$ ← هي متناسبة لذلك

(15) $WX = 40$ و $WY = 27.5$ و $ZX = 24$ و $VX = 7.5$



$\frac{12.5}{27.5} = \frac{7.5}{16.5}$ نعم متناسبة لأنه

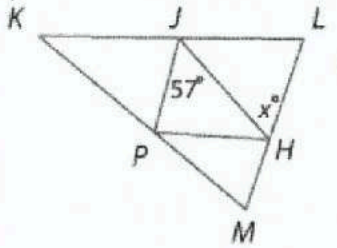
(16) $YX = \frac{1}{2}WY$ و $VX = 2$ و $ZV = 8$

$\frac{YX}{ZV}, \frac{YX}{WY} \Rightarrow \frac{2}{8} \neq \frac{1}{2}$

لا تتناسب لأنها غير متناسبة

$\overline{JH}$ و $\overline{JP}$ و $\overline{PH}$ هي منصفات المثلث KLM $\triangle$. أوجد قيمة x.

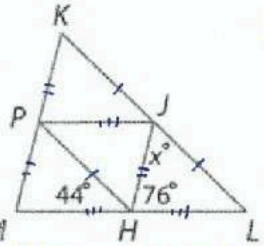
(18)



$x^\circ = 57^\circ$

متبادل

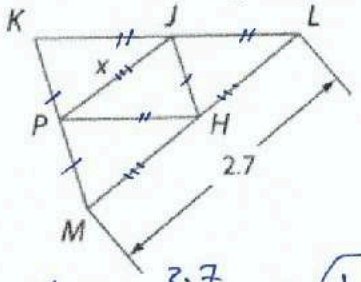
(19)



$m\angle PHJ = 180 - 76 - 44 = 60^\circ$

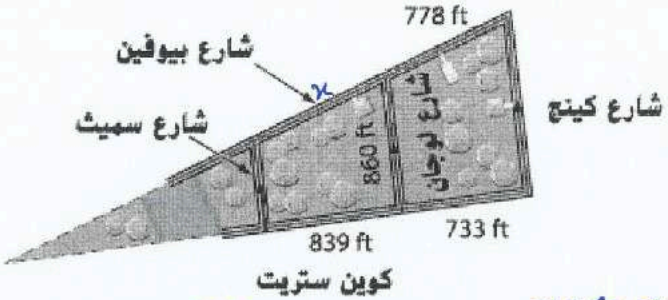
$m\ x^\circ = 60^\circ$ متبادل

(21)



$x = \frac{2.7}{2} = 1.35$

22

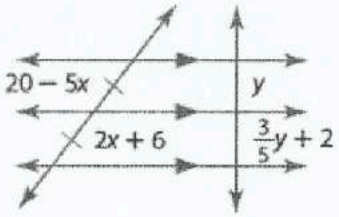


استخدام النماذج في تشارلستون بولاية كارولينا الجنوبية. يتوازى شارع لوجان ستريت مع كل من شارع كينج ستريت وشارع سميث ستريت بين شارع بايوفين ستريت وشارع كوين ستريت. ما المسافة من سميث إلى لوجان مرورًا بشارع بيوفين؟ قرّب إلى أقرب قدم.

$\frac{x}{778} = \frac{839}{733} \Rightarrow x = \frac{839(778)}{733} = 890.5075034$ ft

الجبر **أوجد قيمة x و y.**

24



$20 - 5x = 2x + 6$

$14 = 7x$

$2 = x$

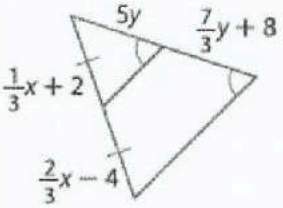
$y = \frac{3}{5}y + 2$ ×5

$5y = 3y + 10$

$2y = 10$

$y = 5$

25



×3 ×3

$\frac{1}{3}x + 2 = \frac{2}{3}x - 4$

$x + 6 = 2x - 12$

$18 = x$

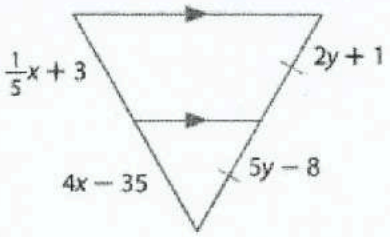
$5y = \frac{7}{3}y + 8$

$15y = 7y + 24$

$8y = 24$

$y = 3$

26



$x = 10$

$y = 3$

$\frac{1}{5}x + 3 = 4x - 35$

$x + 15 = 20x - 175$

$190 = 19x$

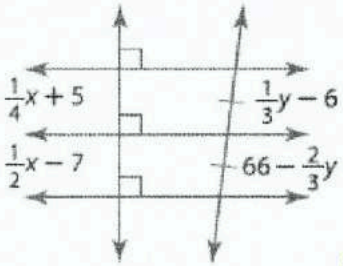
$10 = x$

$2y + 1 = 5y - 8$

$9 = 3y$

$3 = y$

27



$x = 48$

$y = 72$

$\frac{1}{4}x + 5 = \frac{1}{2}x - 7$

$x + 20 = 2x - 28$

$48 = x$

$\frac{1}{3}y - 6 = 66 - \frac{2}{3}y$

$y - 18 = 198 - 2y$

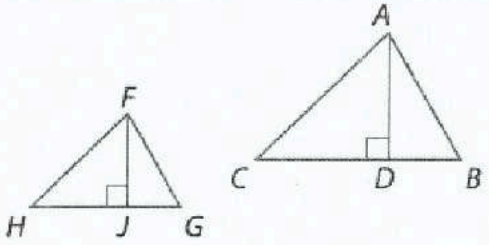
$3y = 216$

$y = 72$

ورقة عمل الصف العاشر **8-5 أجزاء المثلثات المتشابهة** الاسم: _____ الشعبة: __

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1- التعرف على علاقات التناسب بين منصفات الزوايا المتناظرة وارتفاعات ومتوسطات المثلثات المتشابهة واستخدامها .
2- استخدام نظرية منصفات المثلث .

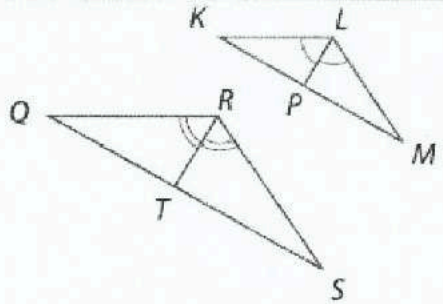
نظريات قطع مستقيمة خاصة بالمثلثات المتشابهة



7.8 إذا كان هناك مثلثان متشابهان، فإن أطوال الارتفاعات المتناظرة تكون متناسبة مع أطوال الأضلاع المتناظرة.

الاختصار $\triangle$s ~ به ارتفاعات متناظرة متناسبة مع أضلاع متناظرة.

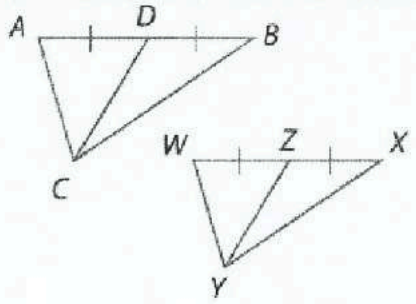
مثال إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle FGH$، فإذا $\frac{AD}{FJ} = \frac{AB}{FG}$.



7.9 إذا كان هناك مثلثان متشابهان، فإن أطوال منصفات الزوايا المتناظرة تكون متناسبة مع أطوال الأضلاع المتناظرة.

الاختصار $\triangle$s ~ به منصفات $\angle$ متناظرة متناسبة مع الأضلاع المتناظرة.

مثال إذا كان $\triangle KLM \sim \triangle QRS$، فإذا $\frac{LP}{RT} = \frac{LM}{RS}$.

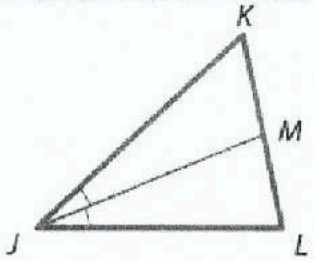


7.10 إذا كان هناك مثلثان متشابهان، فإن أطوال المتوسطات المتناظرة تكون متناسبة مع أطوال الأضلاع المتناظرة.

الاختصار $\triangle$s ~ به متوسطات متناظرة متناسبة مع أضلاع متناظرة.

مثال إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle WXY$، فإن $\frac{CD}{YZ} = \frac{AB}{WX}$.

النظرية 9.11 منصف زاوية المثلث



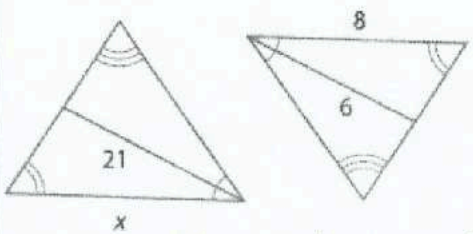
يعمل منصف الزاوية في المثلث على تقسيم الضلع المقابل إلى قطعتين مستقيمتين متناسبتين مع أطوال الضلعين الآخرين.

مثال إذا كان $\overline{JM}$ منصف زاوية في المثلث $\triangle JKL$،

إذًا $\frac{KM}{LM} = \frac{KJ}{LJ}$ ← قطعتان مستقيمتان رأسيا K ← قطعتان مستقيمتان رأسيا L

أوجد x.

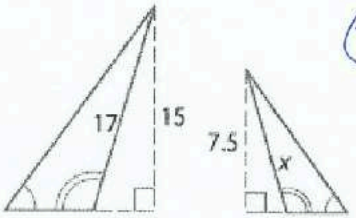
6



$\frac{x}{8} = \frac{21}{6}$ | $x = 28$

$x = \frac{21(8)}{6}$

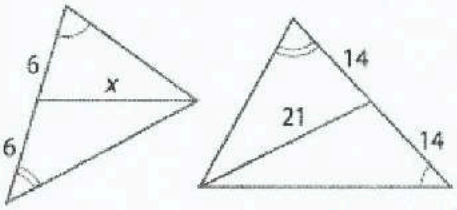
7



$\frac{17}{x} = \frac{15}{7.5}$ | $x = 8.5$

$x = \frac{17(7.5)}{15}$

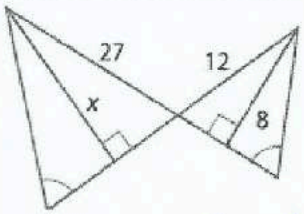
8



$\frac{28}{12} = \frac{21}{x}$ | $x = 9$

$x = \frac{12(21)}{28}$

9

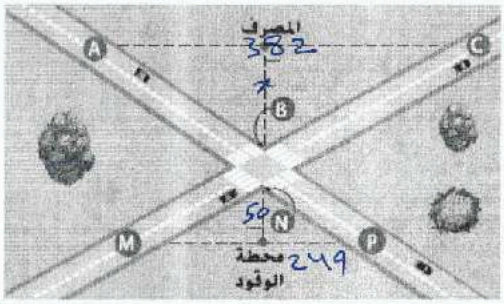


$\frac{12}{27} = \frac{8}{x}$ | $x = 18$

$x = \frac{27(8)}{12}$

الطرق ينتج عن تقاطع الطريقين الموضحين مثلثان متشابهان. إذا كان AC يبلغ 382 فدانًا و MP يبلغ 248 فدانًا وتقع محطة الوقود على بعد 50 فدانًا من التقاطع. فكم يبعد المصرف عن التقاطع؟

10

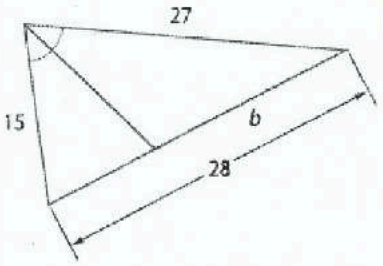


$\frac{x}{50} = \frac{382}{249}$ | $x = 76.7$ ft

$x = \frac{50(382)}{249}$ | ≈ 77 ft

التفكير المنطقي أوجد قيمة كل متغير.

11



$\frac{27}{b} = \frac{15}{28-b}$

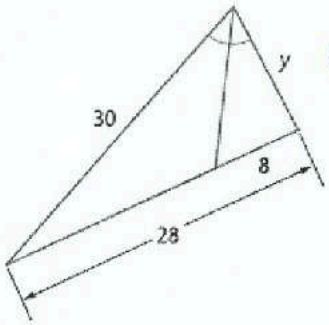
$15b = 27(28-b)$

$15b = 756 - 27b$

$42b = 756$

$b = 18$

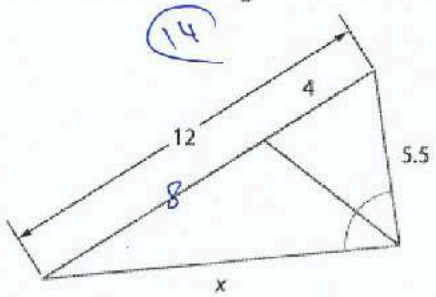
12



$\frac{y}{8} = \frac{30}{20}$

$y = \frac{30(8)}{20} = 12$

14



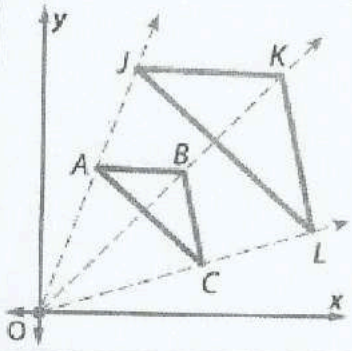
$\frac{x}{8} = \frac{5.5}{4}$

$x = \frac{8(5.5)}{4}$

$= 11$

ورقة عمل الصف العاشر | 8-6 | تحويلات التشابه | الاسم : _____

نواتج التعلّم 1- تحديد تحويلات التشابه. 2- التحقق من التشابه بعد تحويل التشابه.



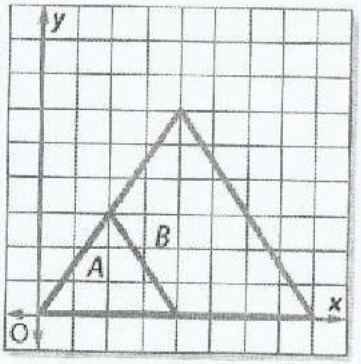
يحدث تغيير الأبعاد حول نقطة ثابتة تُسمى **مركز تغيير الأبعاد**.

يصف **معامل مقياس تغيير الأبعاد** مدى تغيير الأبعاد. معامل المقياس هو نسبة الطول الموجود بالصورة إلى الطول الموجود بالشكل الأصلي.

$\triangle JKL$ هو تغيير أبعاد للمثلث $\triangle ABC$.

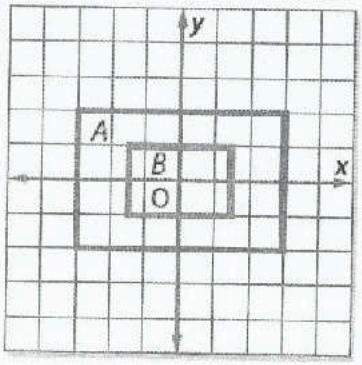
مركز تغيير الأبعاد: (0, 0) معامل المقياس: $\frac{JK}{AB}$

حدد ما إذا كان تغيير الأبعاد من A إلى B هو تكبير أم تصغير.
ثم أوجد معامل مقياس تغيير الأبعاد.



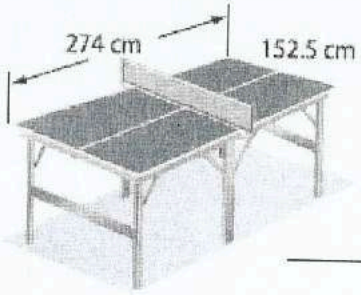
تكبير ← A أصغر من B

معامل التكبير $= \frac{8}{4} = 2$



تصغير ← A أصغر من B

معامل التصغير $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$



ألعاب تبلغ أبعاد ملعب التنس 27 قدمًا في 78 قدمًا. وتبلغ أبعاد طاولة كرة التنس 152.5 سنتيمترًا في 274 سنتيمترًا. فهل تعتبر طاولة كرة التنس تغيير أبعاد من ملعب التنس؟ إن كان ذلك، فما معامل المقياس؟ اشرح.

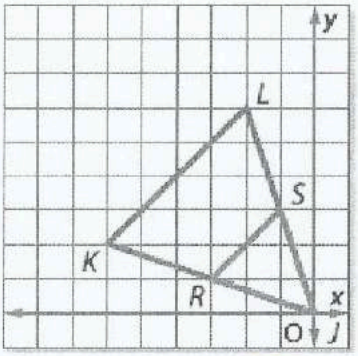
نسبة العرضين $= \frac{152\ cm}{27\ ft} = \frac{305\ cm}{54\ ft}$

نسبة الطولين $= \frac{274\ cm}{78\ ft} = \frac{137\ cm}{39\ ft}$

النسبتان غير متساويتان

⇐ لا تعتبر طاولة كرة التنس تغيير أبعاد من ملعب التنس الحقيقي.

تحقق من أن تغيير الأبعاد هو تحويل تشابه.



ميل $\overline{KL} = \frac{4}{4} = 1$

ميل $\overline{RS} = \frac{2}{2} = 1$

لأنهما الميلان متساويان

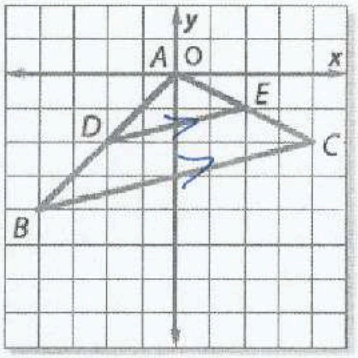
$\Rightarrow \overline{KL} \parallel \overline{RS}$

$\Rightarrow \angle R \cong \angle K$

$\Rightarrow \angle S \cong \angle L$

$\Rightarrow \triangle LJK \sim \triangle SJR$

حسب نظرية (AA)



ميل $\overline{BC} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

ميل $\overline{DE} = \frac{1}{4}$

لأنهما متوازيان

$\Rightarrow \overline{BC} \parallel \overline{DE}$

$\Rightarrow \angle E \cong \angle C$ تناظر متوازيان

$\Rightarrow \angle D \cong \angle B$ تناظر متوازيان

$\Rightarrow \triangle AED \sim \triangle ACB$

حسب نظرية (AA)

ورقة عمل الصف العاشر | **8-7 مقياس الرسم والنماذج المقياسية** | الاسم : _____

نواتج التعلّم 1- تفسير النماذج المقياسية. 2- استخدام مقاييس الرسم لحل المسائل.

خرائط استخدم خريطة ولاية ماين الموضحة ومسطرة تقليدية لإيجاد المسافة الحقيقية بين كل زوجين من المدن. قم بالقياس لأقرب جزء من ستة عشر من البوصة.

1. بانجور وبورتلاند
2. أوغوستا وهولتون

① $\frac{1\text{ in}}{125\text{ mi}} = \frac{1\frac{2}{8}\text{ in}}{x}$

$x = 1\frac{2}{8} \times 125 = 156.25$ mi

② $\frac{1\text{ in}}{125\text{ mi}} = \frac{1\frac{5}{8}\text{ in}}{x}$

$x = 1\frac{5}{8} \times 125 = 203.125$ mi

نماذج مقياسية صنع عمر نموذجا بمقياس نسبي لجسر محلي. يمتد النموذج 6 بوصات؛ ويمتد الجسر الحقيقي 50 قدما.

a. ما مقياس النموذج؟

b. ما معامل المقياس الذي استخدمه عمر في بناء النموذج؟

(a) مقياس النموذج $= \frac{6\text{ in}}{50\text{ ft}} = \frac{3\text{ in}}{25\text{ ft}}$

(b) معامل المقياس $= \frac{3\text{ in}}{25 \times 12\text{ in}} = \frac{1}{100}$

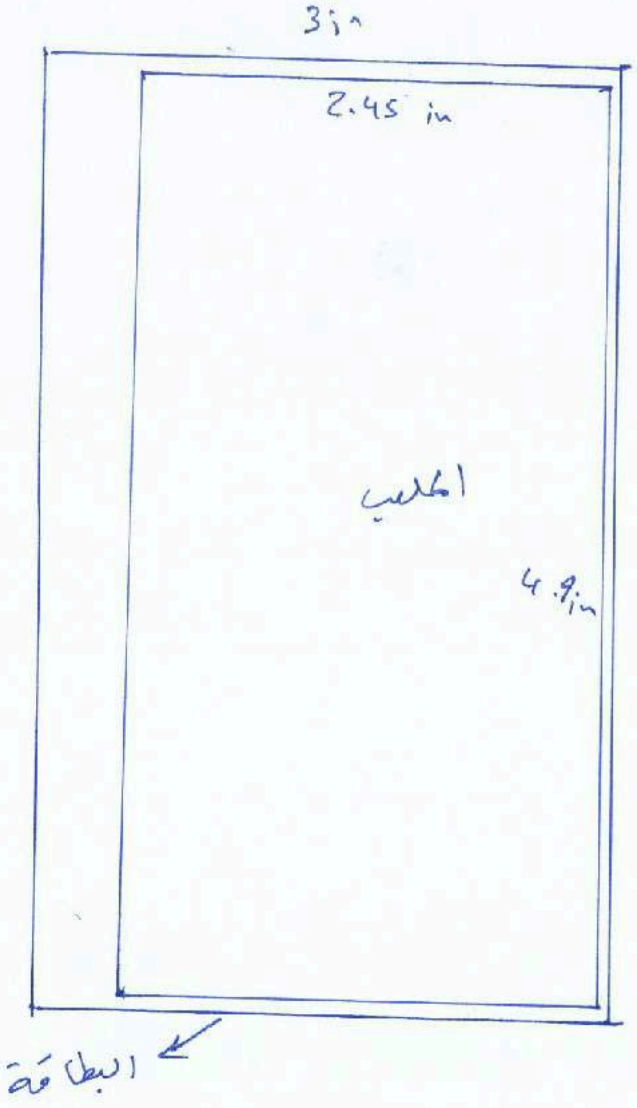
رياضة يبلغ ملعب كرة السلة 9 مترا عرضًا و 18 مترا طولاً. اختر مقياسًا مناسبًا واصنع رسمًا بمقياس نسبي للملعب يصلح لبطاقة فهرسة أبعادها 3 بوصات في 5 بوصات.

عكس كم الطول 18m في البطاقة بطول 4.9 in

⇒ مقياس 4.9 in : 18 m

حسب عرض الملعب بالكم

$$\frac{4.9\text{ in}}{18\text{ m}} = \frac{x}{9\text{ m}} \Rightarrow x = \frac{9 \times 4.9}{18} = 2.45$$



الوحدة التاسعة

ورقة عمل الصف العاشر | 9-1 الوسط الهندسي | الاسم : _____ الشعبة : __

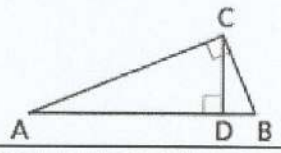
نواتج التعلّم 1- إيجاد الوسط الهندسي بين عددين .2- حل مسائل تتضمن علاقات بين اجزاء مثلث قائم الزاوية وبين الارتفاع المنشأ من وتره.

المفهوم الأساسي الوسط الهندسي

الشرح الوسط الهندسي لعددين موجبين a هو العدد x مثل $\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$.
إذا، $x^2 = ba$ و $x = \sqrt{ab}$

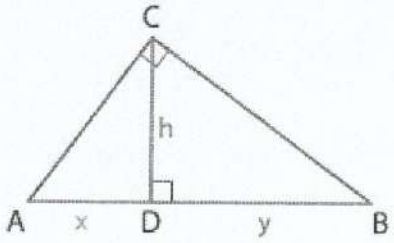
مثال الوسط الهندسي لكل من $a = 4, b = 9$ هو 6 .لأن $6 = \sqrt{9 \times 4}$

النظرية 10.1



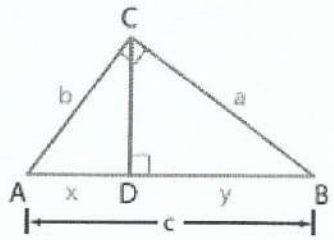
إذا رسمنا ارتفاعًا يمتدّ إلى وتر مثلث قائم الزاوية،
فسيكون المثلثان المتشكلان مشابهين للمثلث الأصلي
ولبعضهما البعض.

النظريات نظريات الوسط الهندسي للمثلثات قائمة الزاوية



8.2 نظرية الوسط الهندسي (الارتفاع) يَفصل الارتفاعُ الممتد إلى وتر المثلث قائم الزاوية الوتر إلى قطعتين مستقيمتين. ويساوي طول هذا الارتفاع الوسط الهندسي بين أطوال هذين الجزأين.

المثال إذا كان $\overline{CD}$ يمثل الارتفاع للوتر $\overline{AB}$ بالمثلث قائم الزاوية $\triangle ABC$، فإن $h = \sqrt{xy}$ او $\frac{x}{h} = \frac{h}{y}$



8.3 نظرية الوسط الهندسي (الساق) يَفصل الارتفاع الممتد إلى وتر المثلث قائم الزاوية الوتر إلى قطعتين مستقيمتين. وطول أحد ساقي هذا المثلث يُمثل الوسط الهندسي بين طول الوتر والقطعة المستقيمة الموجودة على الوتر المجاور لتلك الساق.

المثال إذا كان $\overline{CD}$ هو الارتفاع للوتر $\overline{AB}$ بالمثلث قائم الزاوية $\triangle ABC$ فإن $\frac{c}{b} = \frac{b}{x}$ أو $\frac{c}{a} = \frac{a}{y}$ $b = \sqrt{xc}$
$a = \sqrt{yc}$

أوجد الوسط الهندسي بين كل زوج من الأعداد.

25 و 20

$x = \sqrt{25(20)}$

$x = 22.4$

16 و 25

$x = \sqrt{16(25)}$

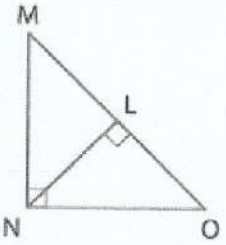
$= 20$

4 و 81

$x = \sqrt{4(81)}$

$= 18$

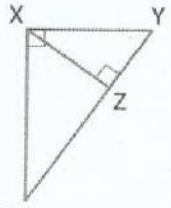
اكتب عبارة تَمَاثُل لتوضيح المثلثات الثلاثة المتماثلة في الشكل.



$\Delta MNO \sim \Delta MLN$

$\Delta MNO \sim \Delta NLO$

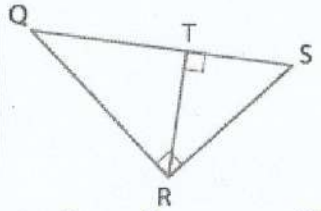
$\Delta MLN \sim \Delta NLO$



$\Delta YXW \sim \Delta XZW$

$\Delta YXW \sim \Delta YZX$

$\Delta XZW \sim \Delta YZX$

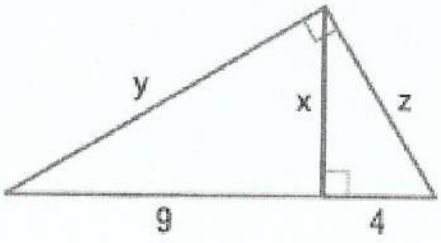


$\Delta QSR \sim \Delta QRT$

$\Delta QSR \sim \Delta RST$

$\Delta QRT \sim \Delta RST$

أوجد x و y و z.



$x^2 = 4(9)$

$x = \sqrt{36}$

$x = 6$

$y^2 = 9(13)$

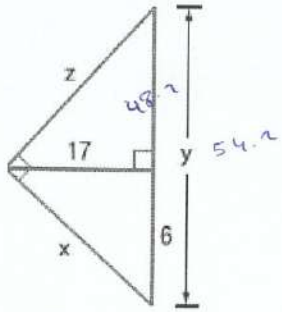
$y = \sqrt{117}$

$y = 10.8$

$Z^2 = 4(13)$

$Z^2 = \sqrt{52}$

$Z = 7.2$



$17^2 = 6(y-6)$

$289 = y-6$

$\frac{289}{6} + 6 = y$

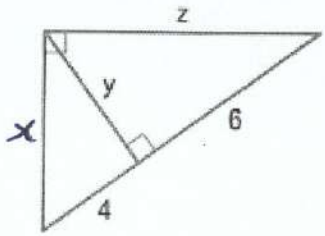
$54.2 = y$

$Z = \sqrt{48.2(6)(54.2)}$

$Z = 51.11$

$x = \sqrt{6(54.2)}$

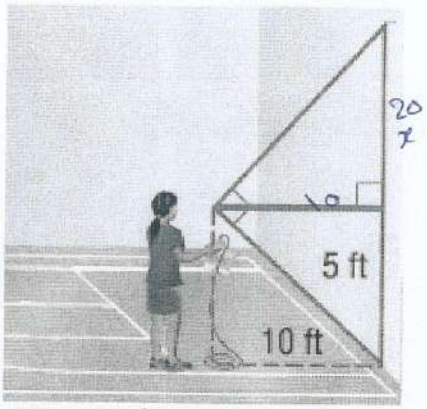
$= 18$



$x = \sqrt{4(10)} = 6.3$

$y = \sqrt{4(6)} = 4.9$

$Z = \sqrt{6(10)} = 7.7$



ملاحظة: غير مرسوم وفقًا لمقياس رسم.

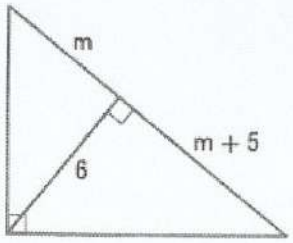
استخدام النماذج تعلّق خديجة نجومًا فضية في سقف صالة الألعاب الرياضية استعدادًا للاحتفال. وأرادت أن تكون أطراف الخيوط المربوط بها النجوم بارتفاع 7 أقدام من الأرض. استخدِم الرسم التخطيطي لتحديد مقدار الطول اللازم تحديده للخيوط.

$100 = 5x$

$x = 20$

$25 - 7 = 18$ ft

الجبر **أوجد قيمة المتغير.**



$6^2 = m(m+5)$

$36 = m^2 + 5m$

$m^2 + 5m - 36 = 0$

$(m-4)(m+9) = 0$

$m = 4$

$m = -9$ مرفوض

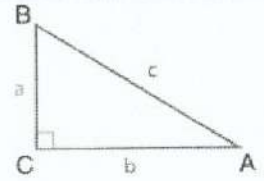
ورقة عمل الصف العاشر

2- 9 نظرية فيثاغورس ومعكوسها

الاسم: _____ الشعبة: __

نواتج التعلّم 1- استخدام نظرية فيثاغورس . 2- استخدام معكوس نظرية فيثاغورس .

النظرية 10.4 نظرية فيثاغورس



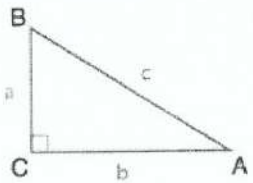
الشرح في مثلث قائم الزاوية، يكون مجموع مربعات أطوال ساقي المثلث مساويًا لمربع طول الوتر.

الرموز إذا كان $\triangle ABC$ مثلثًا قائم الزاوية والزاوية القائمة به هي C، فإن $a^2 + b^2 = c^2$.

المفهوم الأساسي ثلاثيات فيثاغورس الشائعة

3, 4, 5	5, 12, 13	8, 15, 17	7, 24, 25
6, 8, 10	10, 24, 26	16, 30, 34	14, 48, 50
9, 12, 15	15, 36, 39	24, 45, 51	21, 72, 75
$3x, 4x, 5x$	$5x, 12x, 13x$	$8x, 15x, 17x$	$7x, 24x, 25x$

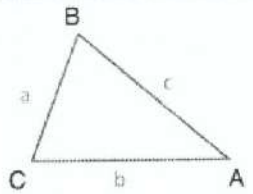
النظرية 10.5 معكوس نظرية فيثاغورس



الشرح إذا كان مجموع مربعات أطوال الضلعين الأقصر لأحد المثلثات مساويًا لمربع طول الضلع الأطول، فإن المثلث يكون قائم الزاوية.

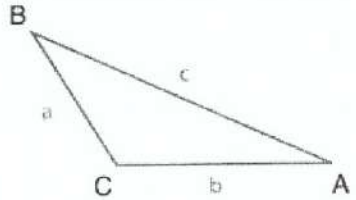
الرموز إذا كان $a^2 + b^2 = c^2$. فإن $\triangle ABC$ مثلث قائم الزاوية.

نظريات نظريات متباينات فيثاغورس



8.6 إذا كان مربع طول الضلع الأطول في أحد المثلثات أقل من مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين، فإن المثلث يكون حاد الزاوية.

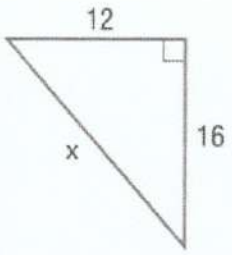
الرموز إذا كانت $c^2 < a^2 + b^2$، فإن $\triangle ABC$ يكون حاد الزاوية.



8.7 إذا كان مربع طول الضلع الأطول في أحد المثلثات أكبر من مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين، فإن المثلث يكون منفرج الزاوية.

الرموز إذا كان $c^2 > a^2 + b^2$، فإن $\triangle ABC$ منفرج الزاوية.

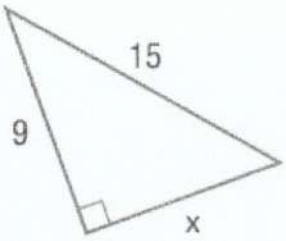
أوجد x.



$x^2 = 12^2 + 16^2$

$x = \sqrt{12^2 + 16^2}$

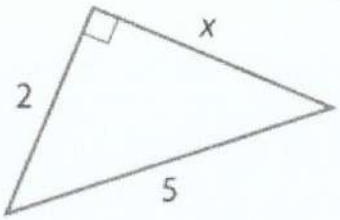
$= 20$



$x^2 = 15^2 - 9^2$

$x = \sqrt{15^2 - 9^2}$

$= 12$

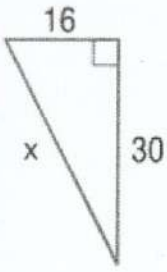


$x^2 = 5^2 - 2^2$

$x = \sqrt{5^2 - 2^2}$

$= \boxed{4.6}$

المثابرة استخدم ثلاثية فيثاغورس لإيجاد قيمة x.

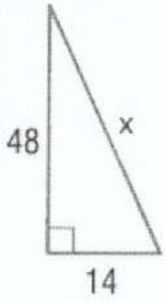


16, 30, x

8, 15, [17]

$x = 17(2)$

$= \boxed{34}$

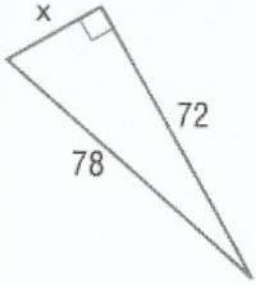


14, 48, x

7, 24, [25]

$x = 25(2)$

$= \boxed{50}$

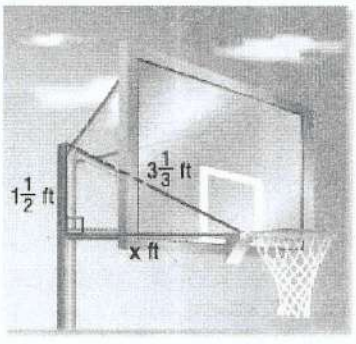


x, 72, 78

[ ], 36, 39 ÷2

[5], 12, 13 ÷3

$x = 5(3)(2) = \boxed{30}$



كرة السلة الجزء الذي يدعم مرمى كرة السلة يشكّل زاوية قائمة كما هو موضّح. فما طول x من الطرف الأفقي من ذلك الجزء الداعم؟

$x^2 = 3\frac{1}{3}^2 - 1\frac{1}{2}^2$

$x = \sqrt{3\frac{1}{3}^2 - 1\frac{1}{2}^2}$

$= \frac{2\sqrt{21}}{3}$

$= \boxed{3.1}$

حدد ما إذا كانت أي مجموعة أعداد من المجموعات التالية يمكن أن تكون قياسات لأضلاع مثلث. إذا كان الأمر كذلك، فصنّف المثلث على أنه حاد أو منفرج أو قائم الزاوية. علل إجابتك. (6)

15, 36, 39

$15^2+36>39$ ✓ نتأكد من باقي المثلث

اختبار فيثاغورث

15^2+36^2 ? 39^2

1521 ? 1521

مساوي

المثلث قائم الزاوية

(7)

16, 18, 26

$16+18>26$ ✓ نتأكد بمتباينة المثلث

اختبار فيثاغورث

16^2+18^2 ? 36^2

580 , 1296

مربع الأكبر أكبر من المجموع

المثلث منفرج الزاوية

(8)

15, 20, 24

$15+20>24$ اختبار صحة المثلث

اختبار فيثاغورث

15^2+20^2 ? 24^2

625 , 576

مربع الأكبر أصغر من المجموع

المثلث حاد الزوايا

(22)

10, 12, 23

$10+12<23$ نتأكد من صحة المثلث

لا يمكن تكوين مثلث

الهندسة الإحداثية حدد ما إذا كان $\triangle XYZ$ هو مثلث حاد أم قائم أم منفرج الزاوية بالنسبة للرؤوس المعطاة. اشرح. (20)

X(−3, −2), Y(−1, 0), Z(0, −1)

$XY=\sqrt{(-3+1)^2+(-2-0)^2}=\sqrt{8}$

$XZ=\sqrt{(-3-0)^2+(-2+1)^2}=\sqrt{10}$ ← الأكبر

$YZ=\sqrt{(-1-0)^2+(0+1)^2}=\sqrt{2}$

اختبار $(\sqrt{2})^2+(\sqrt{8})^2 \stackrel{??}{=} \sqrt{10}^2$

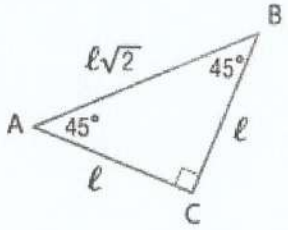
$10=10$

المثلث قائم الزاوية

ورقة عمل الصف العاشر — 3-9 مثلثات خاصة قائمة الزاوية — الاسم: _____ الشعبة: __

نواتج التعلّم 1- استخدام خصائص المثلثات بزوايا 45° و45° و90°. 2- استخدام خصائص المثلثات بزوايا 30° و60° و90°.

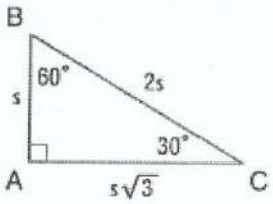
نظرية 10.8 نظرية المثلثات بزوايا قياساتها 45° و45° و90°



في مثلث بزوايا قياساتها 45° و45° و90°. يكون الساقان ℓ متطابقين وطول الوتر h يساوي $\sqrt{2}$ ضعف طول أحد الساقين.

الرموز في المثلث بزوايا قياساتها 45° و45° و90°. يكون $\ell = \ell$ و $h = \ell\sqrt{2}$.

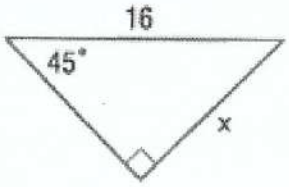
نظرية 10.9 نظرية المثلثات بزوايا قياساتها 30° و60° و90°



في مثلث بزوايا قياساتها 30° و60° و90°. طول الوتر h يساوي ضعفي طول الساق الأقصر s، وطول الساق الأطول ℓ يساوي $\sqrt{3}$ ضعف طول الساق الأقصر.

الرموز في مثلث بزوايا قياساتها 30° و60° و90°. فإن $h = 2s$ و $\ell = s\sqrt{3}$.

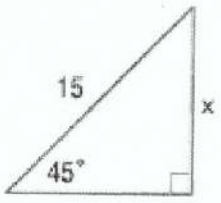
التفكير المنطقي أوجد x.



$x = \frac{16}{\sqrt{2}}$

$x = \frac{16\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = 8\sqrt{2}$

$= 11.3$

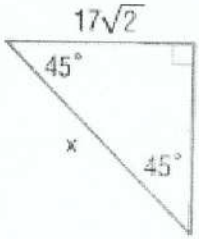


$x = \frac{15}{\sqrt{2}}$

$x = \frac{15}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$= \frac{15\sqrt{2}}{2}$

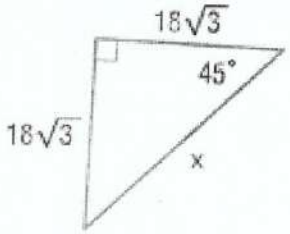
$= 10.6$



$x = 17\sqrt{2}\sqrt{2}$

$= 17(2)$

$= 34$



$x = 18\sqrt{3}\sqrt{2}$

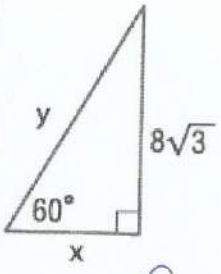
$= 18\sqrt{6}$

$= 44.1$

إذا كان مثلث بزوايا 45° و45° و90° به وتر بطول 9. فأوجد طول الساق.

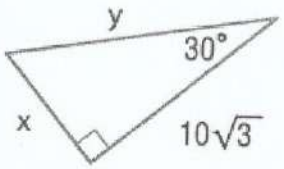
$\text{ساق} = \frac{9}{\sqrt{2}} = \frac{9}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{9\sqrt{2}}{2} = 6.4$

أوجد قيمة x و y.



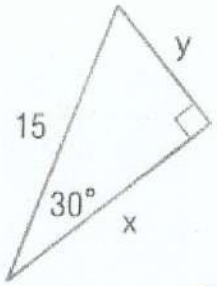
$x = \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 8$

$y = 8(2) = 16$



$x = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 10$

$y = 10(2) = 20$

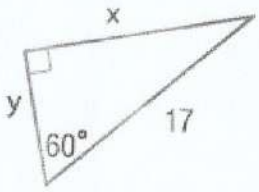


$y = \frac{15}{2} = 7.5$

$x = 7.5\sqrt{3}$

$= \frac{15\sqrt{3}}{2}$

$= 13$



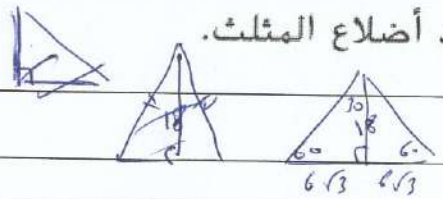
$y = \frac{17}{2} = 8.5$

$x = 8.5\sqrt{3}$

$= \frac{17\sqrt{3}}{2}$

$= 14.7$

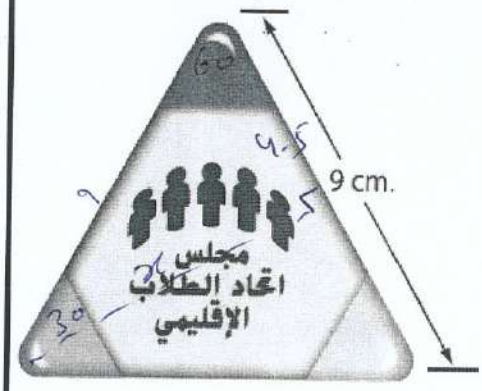
مثلث متساوي الأضلاع طول ارتفاعه 18 قدمًا. حدد طول أحد أضلاع المثلث.



طول الضلع $= 12\sqrt{3}$

استخدام النماذج راجع بداية الدرس.

كل قلم تظليل هو عبارة عن مثلث متساوي الأضلاع بأضلاع يبلغ طولها 9 سنتيمتر. فهل سيتم استيعاب قلم التظليل في صندوق أبعاده 10 سنتيمتر في 7 سنتيمتر؟ اشرح.



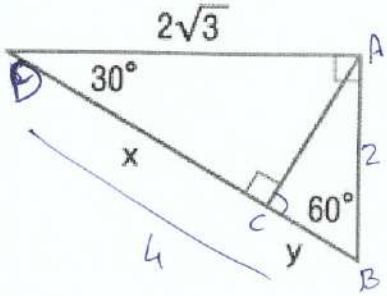
لا، لأن ارتفاع المثلث 7 وهذا هو ارتفاع قلم التظليل.

الارتفاع $= 4.5\sqrt{3}$

$= \frac{9\sqrt{3}}{2}$

$= 7.8$ cm

أوجد قيمة x و y.



في المثلث ABC

$AB = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2$

$CB = 1 \rightarrow y$

$BD = 4$

$CD = 4 - 1 = 3 = x$

ورقة عمل الصف العاشر

4-9 حساب المثلثات

الاسم : _____ الشعبة : __

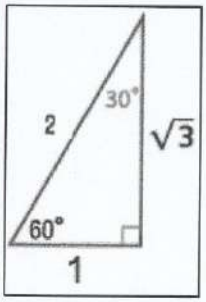
نواتج التعلّم

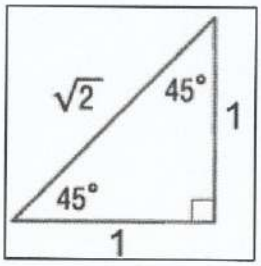
إيجاد النسب المثلثية باستخدام مثلثات قائمة الزاوية.

استخدام النسب المثلثية لإيجاد قياسات زاويا في مثلثات قائمة الزاوية.

النسبة المثلثية هي نسبة أطوال ضلعين من مثلث قائم الزاوية.

Sine	جيب
Cosine	جيب التمام
Tangent	ظل

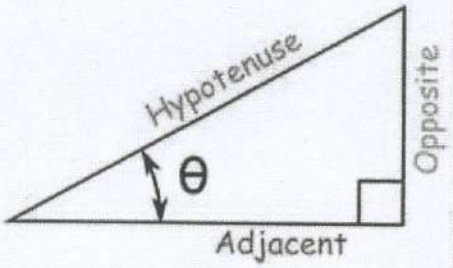




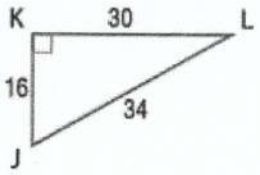
$$\frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \sin\theta = \frac{\text{Opposite}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \cos\theta = \frac{\text{Adjacent}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \tan\theta = \frac{\text{Opposite}}{\text{Adjacent}}$$



أوجد sin J و cos J و tan J و sin L و cos L و tan L. عبّر عن كل نسبة بكسر أو كسر عشري وقرّبه لأقرب جزء من مئة.



$\sin J = \frac{30}{34}$

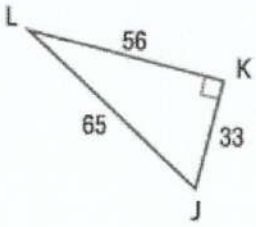
$\cos J = \frac{16}{34}$

$\tan J = \frac{30}{16}$

$\sin L = \frac{16}{34}$

$\cos L = \frac{30}{34}$

$\tan L = \frac{16}{30}$



$\sin J = \frac{56}{65}$

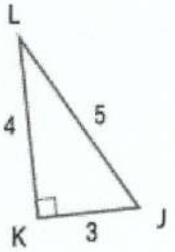
$\cos J = \frac{33}{65}$

$\tan J = \frac{56}{33}$

$\sin L = \frac{33}{65}$

$\cos L = \frac{56}{65}$

$\tan L = \frac{33}{56}$



$\sin J = \frac{4}{5}$

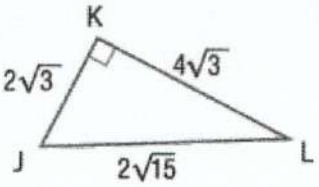
$\cos J = \frac{3}{5}$

$\tan J = \frac{4}{3}$

$\sin L = \frac{3}{5}$

$\cos L = \frac{4}{5}$

$\tan L = \frac{3}{4}$



$\sin J = \frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{15}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$

$\cos J = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

$\tan J = \frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 2$

$\sin L = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

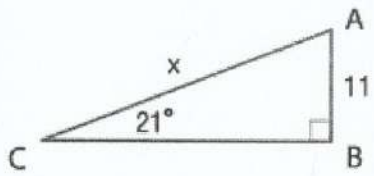
$\cos L = \frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{15}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$

$\tan L = \frac{2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$

استخدم مثلثًا قائم الزاوية للتعبير عن كل نسبة مثلثية بكسر أو كسر عشري وقرّبه لأقرب جزء من مئة.

$\tan 60° = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$	$\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sin 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$
$\sin 30° = \frac{1}{2}$	$\tan 45° = 1$	$\cos 60° = \frac{1}{2}$

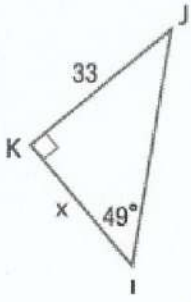
أوجد x. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.



$\frac{\sin 21}{1} = \frac{11}{x}$

$x = \frac{11}{\sin 21}$

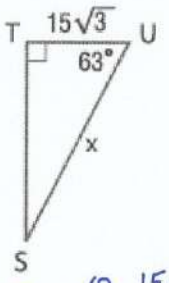
$= 30.7$



$\frac{\tan 49}{1} = \frac{33}{x}$

$x = \frac{33}{\tan 49}$

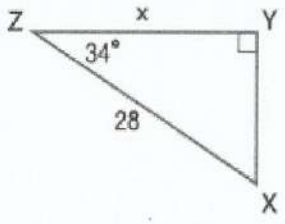
$= 28.7$



$\frac{\cos 63}{1} = \frac{15\sqrt{3}}{x}$

$x = \frac{15\sqrt{3}}{\cos 63}$

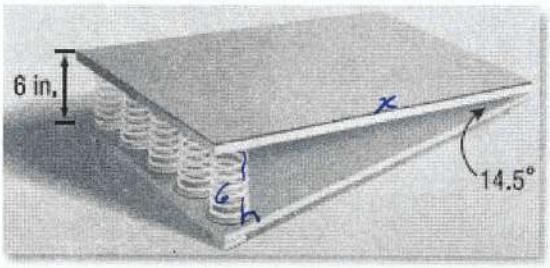
$= 57.2$



$\frac{\cos 34}{1} = \frac{x}{28}$

$x = 28 \cos 34$

$= 23.2$

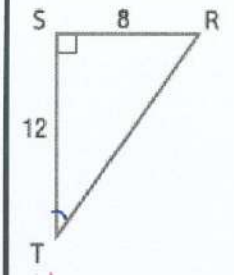


الجمباز منصة الوثب التي يستخدمها وليد في صف التدريب على الجمباز تتضمن ملفات طولها 6 بوصات وتشكل زاوية مقدارها 14.5° مع القاعدة. فما مقدار طول منصة الوثب؟

$\frac{\sin 14.5}{1} = \frac{6}{x}$

$x = \frac{6}{\sin 14.5} = 23.96 \approx \boxed{24}$ in

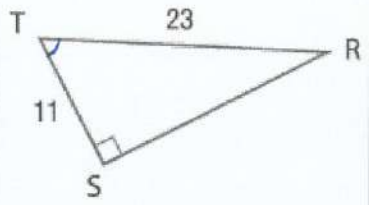
الأدوات استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قياس $\angle T$ إلى أقرب جزء من عشرة.



$\sin T = \frac{8}{12}$ (tan)

$T = \sin^{-1} \frac{8}{12}$

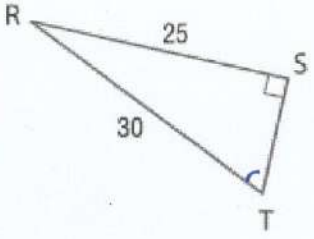
$= 41.8^\circ$ ~~41.8~~ 33.7



$\cos T = \frac{11}{23}$

$T = \cos^{-1} \frac{11}{23}$

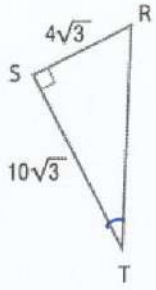
$= 61.4^\circ$



$\sin T = \frac{25}{30}$

$T = \sin^{-1} \frac{25}{30}$

$= 56.4^\circ$

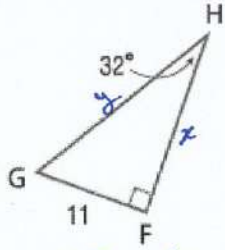


$\tan T = \frac{4\sqrt{3}}{10\sqrt{3}}$

$T = \tan^{-1} \frac{4\sqrt{3}}{10\sqrt{3}}$

$= 21.8^\circ$

حل كل مثلث قائم الزاوية. قرّب قياسات الأضلاع إلى أقرب جزء من العشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

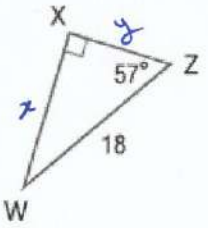


- $m\angle G = 90 - 32 = \boxed{58^\circ}$
- $\tan 32 = \frac{11}{x}$

$x = \frac{11}{\tan 32} = \boxed{17.6}$

- $\sin 32 = \frac{11}{y}$

$y = \frac{11}{\sin 32} = \boxed{20.8}$

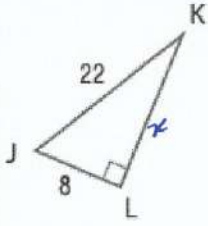


- $m\angle W = 90 - 57 = \boxed{33^\circ}$
- $\sin 57 = \frac{x}{18}$

$x = 18 \sin 57 = \boxed{15.1}$

- $\cos 57 = \frac{y}{18}$

$y = 18 \cos 57 = \boxed{9.8}$



- $\cos J = \frac{8}{22}$

$J = \cos^{-1} \frac{8}{22} = \boxed{68.7^\circ}$

- $\sin k = \frac{8}{22}$

$k = \sin^{-1} \frac{8}{22} = \boxed{21.3^\circ}$

- $x = \sqrt{22^2 - 8^2} = \boxed{2\sqrt{105}}$

$= \boxed{20.5}$

حقائب الظهر لدى سلطان حقيبة ظهر ذات عجلات يبلغ طولها $3\frac{3}{4}$ قدم عند تمديد يد الحقيبة. عند سحب حقيبة الظهر، فإن يد سلطان تكون مرتفعة بمقدار 3 أقدام من الأرض. ما الزاوية التي تحدثها حقيبته مع الأرض؟ قرّب إلى أقرب درجة.

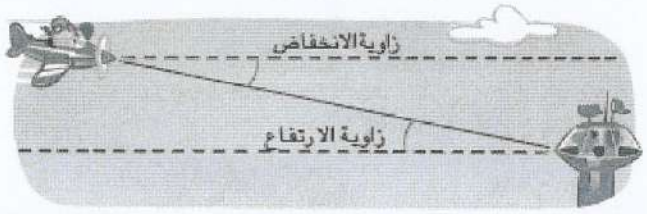
$\sin\theta = \frac{3}{3\frac{3}{4}} \Rightarrow \theta = \sin^{-1}\left(\frac{3}{3\frac{3}{4}}\right) = \boxed{53.1^\circ}$

ورقة عمل الصف العاشر **9-5 زوايا الارتفاع والانخفاض** الاسم : _____ الشعبة : __

نواتج التعلّم 1- حل المسائل التي تتضمن زوايا الارتفاع والانخفاض . 2- استخدام زوايا الارتفاع والانخفاض لإيجاد المسافة بين جسمين .

زاوية الارتفاع هي الزاوية التي تتكون من خط أفقي وخط (مسار) الرؤية للمُراقب تجاه هدف فوق الخط الأفقي.

زاوية الانخفاض هي زاوية تتكون من خط أفقي وخط رؤية المراقب تجاه هدف أدنى من الخط الأفقي.

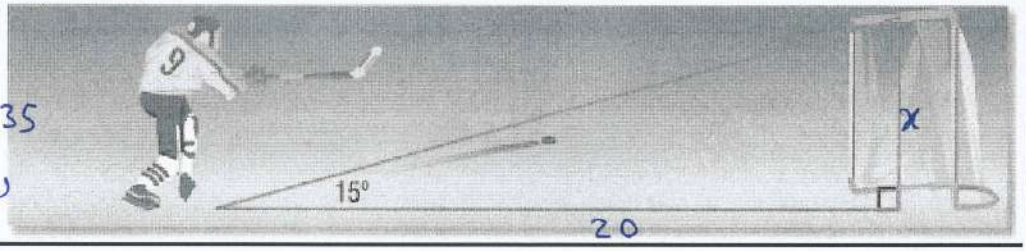


الهوكي يضرب لاعب هوكي القرص من على بُعد 20 قدمًا باتجاه مرمى بارتفاع 5 أقدام. إذا تم ضرب القرص بزاوية ارتفاع 15° باتجاه منتصف المرمى، فهل سيسجل اللاعب هدفًا؟

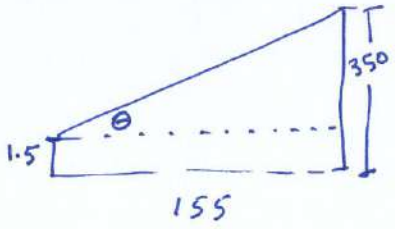
$\tan 15 = \frac{x}{20}$

$x = 20 \tan 15 = 5.35$

لن يسجل هدفاً .



الجبال أوجد زاوية ارتفاع قمة جبل يراها المشاهد من بعد 155 مترًا من الجبل إذا كان المشاهد يقف على ارتفاع 1.5 متر من الأرض علمًا بأن ارتفاع الجبل هو 350 مترًا.

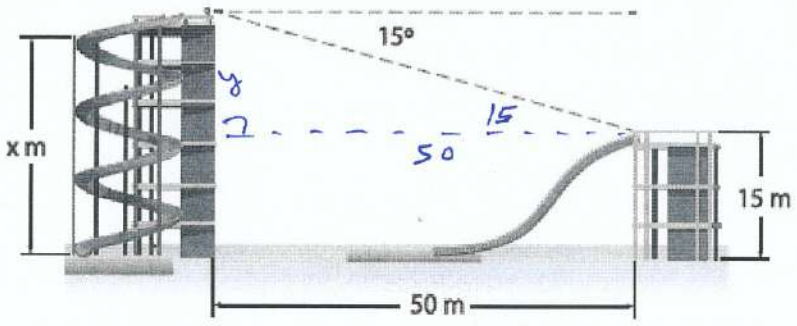


$\tan\theta = \frac{350 - 1.5}{155} = \frac{348.5}{155} =$

$\theta = \tan^{-1} \frac{348.5}{155}$

$= 60^\circ \; 66^\circ$

الملاهي المائية **منحدرا تزحلق** مائيتان يبعدان عن بعضهما 50 مترًا على مستوى الأرض. من قمة منحدر التزحلق الأعلى، تستطيع رؤية قمة منحدر التزحلق الأقل ارتفاعًا بزاوية انخفاض 15°. إذا علمتَ أن ارتفاع منحدر التزلق الأخرى حوالى 15 مترًا من سطح الأرض فما ارتفاعك تقريبًا من سطح الأرض؟ قرّب إلى أقرب عُشُر متر.



$\tan 15 = \frac{y}{50}$

$y = 50 \tan 15 = 13.4$

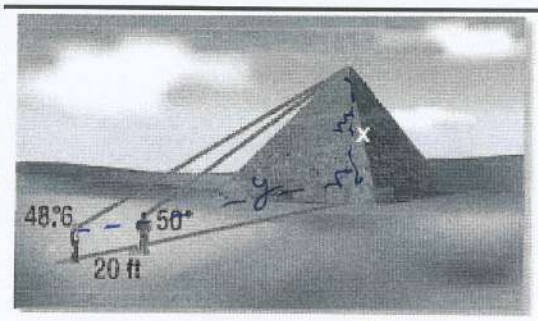
$x = 15 + 13.4$

$= \boxed{28.4}$ m

الطيران بسبب عاصفة، يطير طيَّار على ارتفاع 528 قدمًا ولا بد من أن يهبط بالطائرة. إذا كان ما زالت لديه مسافة أفقية 2000 قدم حتى الهبوط، فبأي زاوية انخفاض يجب أن يهبط؟

$\tan x = \frac{528}{2000}$

$x = \tan^{-1}\frac{528}{2000} = 14.8^\circ$



الأهرامات يزور كل من أحمد وعلي الهرم الأكبر في مصر. بدءًا من مكان أحمد، تبلغ زاوية الارتفاع لقمة الهرم 48.6°. ومن مكان علي، تبلغ زاوية الارتفاع 50°. فإذا كانا يقفان على بعد 20 قدمًا من بعضهما، وكلاهما طوله 5 أقدام و6 بوصات، فما ارتفاع الهرم؟

$\tan 50 = \frac{m}{y}$ ① $\Rightarrow m = y\tan 50$

$\tan 48.6 = \frac{m}{y+20}$ ②

نعوض ③ في ②

$\tan 48.6 = \frac{y\tan 50}{y+20}$

$(y+20)\tan 48.6 = y\tan 50$

$y\tan 48.6 + 20\tan 48.6 = y\tan 50$

$20\tan 48.6 = y(\tan 50 - \tan 48.6)$

$\frac{20\tan 48.6}{\tan 50 - \tan 48.6} = y$

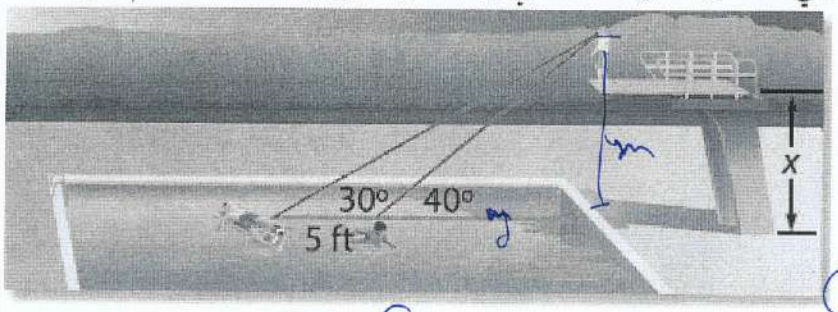
$394.7 = y$

نعوض y في ③

$m = 394.7\tan 50 - 470.4$

$x = 470.4 + 55$

رياضة الغوص يقف محمد على لوح القفز الأعلى في حمام السباحة المحلي. وفي الماء، يوجد اثنان من أصدقائه كما هو مُوَضَّح. فإذا كانت زاوية الانخفاض لأحد أصدقائه هي 40° وللآخر 30° الذي يبعد عن الأول بمسافة 5 أقدام للوراء، فما ارتفاع لوح القفز؟



$\tan 30 = \frac{m}{5+y}$ ③ $\Rightarrow m = (5+y)\tan 30$

$\tan 40 = \frac{m}{y}$ ②

نعوض من ③ في ②

$\tan 40 = \frac{(5+y)\tan 30}{y}$

$y\tan 40 = 5\tan 30 + y\tan 30$

$y(\tan 40 - \tan 30) = 5\tan 30$

$y = \frac{5\tan 30}{\tan 40 - \tan 30} = 11$

في ③

$m = (5+11)\tan 30$

$= 9.3$ ft

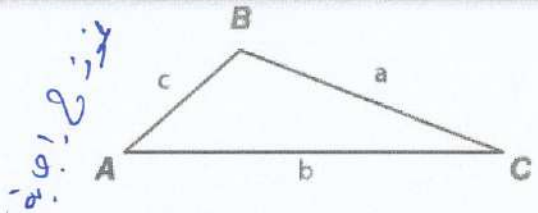
ورقة عمل الصف العاشر 6-9 قانون الـ sin وقانون الـ Cosine الاسم: _____ الشعبة: __

نواتج التعلّم 1. استخدام قانون الـ Sine لحل مسائل المثلثات 2. استخدام قانون الـ Cosine لحل المثلثات

النظرية 10.10 قانون الـ sine

في $\triangle ABC$، إذا كان أطوال أضلاعه a وb وc تُمثل أطوال الأضلاع المقابلة للزوايا A وB وC، فإن

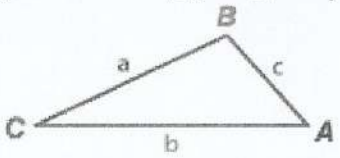
$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$



النظرية 10.11 قانون الـ cosine

في $\triangle ABC$، إذا كان أطوال أضلاعه a وb وc تُمثل أطوال الأضلاع المقابلة للزوايا A وB وC، فإن

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$



ملخص المفهوم حل المثلث

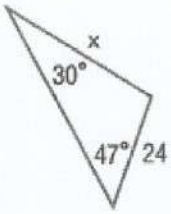
لحل . . .	المعطيات	ابدأ باستخدام . . .
مثلث قائم الزاوية	ساق–ساق (LL) وتر–ساق (HL) زاوية حادة–وتر (AH) زاوية حادة–ساق (AL)	نسبة tan الزاوية نسبة sine أو cosine الزاوية نسبة sine أو cosine الزاوية نسب sine أو cosine أو tan الزاوية
أي مثلث	زاوية–زاوية–ضلع (AAS) زاوية–ضلع–زاوية (ASA) ضلع–زاوية–ضلع (SAS) ضلع–ضلع–ضلع (SSS)	قانون الsine قانون الsine قانون cosine قانون cosine

يمكنك استخدام قانون الـ **sine** لحل مثلث إذا كنت تعرف قياس زاويتين وأي ضلع (AAS أو ASA).

يمكنك استخدام **قانون الـ cosine** لحل مثلث إذا كنت تعرف طول الضلعين والزاوية البينية (SAS).

يمكنك أيضًا استخدام قانون الـ cosine إذا كنت تعرف أطوال الأضلاع الثلاثة (SSS).

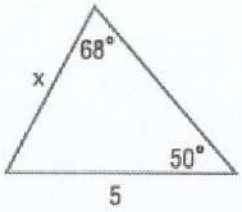
أوجد x. قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.



AAS

$\frac{\sin 47}{x} = \frac{\sin 30}{24}$

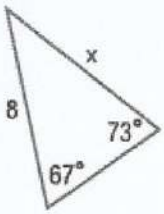
$x = \frac{24 \sin 47}{\sin 30} = 35.1$



AAS

$\frac{\sin 50}{x} = \frac{\sin 68}{5}$

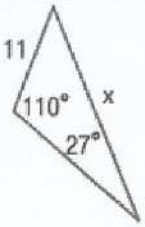
$x = \frac{5 \sin 50}{\sin 68} = 4.1$



AAS

$\frac{\sin 67}{x} = \frac{\sin 73}{8}$

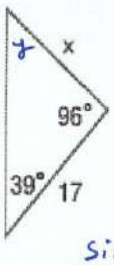
$x = \frac{8 \sin 67}{\sin 73} = 7.7$



AAS

$\frac{\sin 110}{x} = \frac{\sin 27}{11}$

$x = \frac{11 \sin 110}{\sin 27} = 22.8$

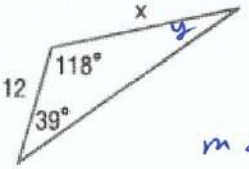


AAS

$m\angle y = 180 - 96 - 39 = 45$

$\frac{\sin 39}{x} = \frac{\sin 45}{17}$

$x = \frac{17 \sin 39}{\sin 45} = 15.1$

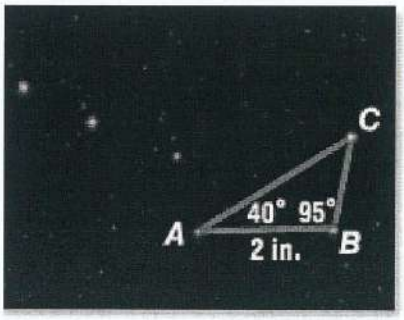


AAS

$m\angle y = 180 - 39 - 118 = 23$

$\frac{\sin 39}{x} = \frac{\sin 23}{12}$

$x = \frac{12 \sin 39}{\sin 23} = 19.3$



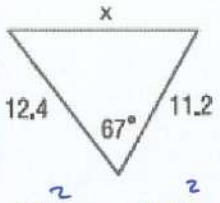
استخدام النماذج تنظر هالة لمجموعة الدب الأكبر من التلسكوب. ويظهر لها أن مجموعة النجوم تُشكّل مثلثًا بقياسات مُوضّحة في الرسم التخطيطي على اليسار. استخدم قانون الـ sine لإيجاد المسافة بين A وC.

$m\angle C = 180 - 95 - 40 = 45$

$\frac{\sin 95}{AC} = \frac{\sin 45}{2}$

$AC = \frac{2 \sin 95}{\sin 45} = 2.8$

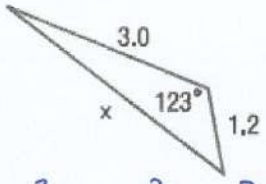
أوجد x. قَرِّب قياسات الزوايا لأقرب درجة وأطوال الأضلاع لأقرب جزء من عشرة.



$x^2 = 11.2^2 + 12.4^2 - 2(11.2)(12.4)\cos 67$

$x^2 = 170.67$

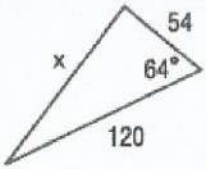
$x = 13.1$



$x^2 = 1.2^2 + 3^2 - 2(1.2)(3)\cos 123$

$x^2 = 14.36$

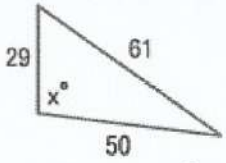
$x = 3.8$



$x^2 = 54^2 + 120^2 - 2(54)(120)\cos 64$

$x^2 = 11634.71$

$x = 107.9$



$61^2 = 50^2 + 29^2 - 2(50)(29)\cos x$

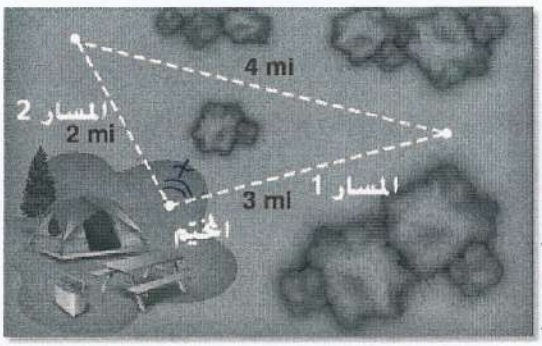
$61^2 - 50^2 - 29^2 = -2(50)(29)\cos x$

$\frac{61^2 - 50^2 - 29^2}{-2(50)(29)} = \cos x$

$x = \cos^{-1}\left[\frac{61^2 - 50^2 - 29^2}{-2(50)(29)}\right]$

$= 97.5$

$\approx 98°$



التجوّل سيرًا على الأقدام يقرر مجموعة من الأصدقاء المشاركين في رحلة تخييم أن يخرجوا للتجول سيرًا على الأقدام. طبقًا للخريطة المُوضحة على اليمين، فما قياس الزاوية بين المسار 1 والمسار 2؟

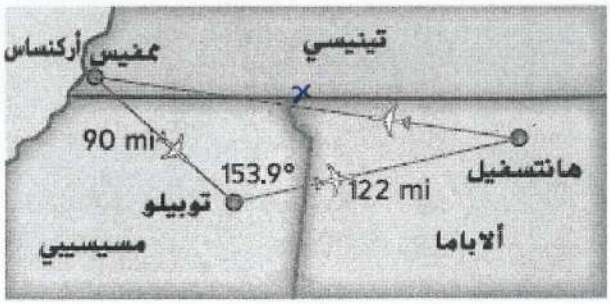
$4^2 = 3^2 + 2^2 - 2(3)(2)\cos x$

$4^2 - 3^2 - 2^2 = -2(3)(2)\cos x$

$\frac{4^2 - 3^2 - 2^2}{-2(3)(2)} = \cos x$

$\cos^{-1}\left[\frac{4^2 - 3^2 - 2^2}{-2(3)(2)}\right] = x$

$104.5^\circ = x$

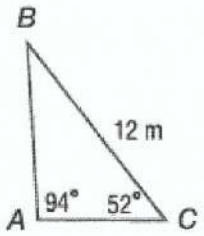


السفر يقود طيار الطائرة بسرعة 90 ميلاً من ممفيس بولاية تينيسي مرورًا بتوبيلو بولاية مسيسيبي ثم هانتسفيل بولاية ألاباما وأخيرًا يعود إلى ممفيس. كم تبعد ممفيس عن هانتسفيل؟

$x^2 = 122^2 + 90^2 - 2(122)(90)\cos 153.9$

$x = 206.7$ mi

البنية حِل كل مثلث. قَرِّب قياسات الزوايا لأقرب درجة وأطوال الأضلاع لأقرب جزء من عشرة.

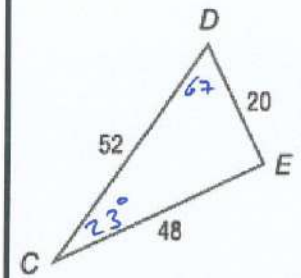


$m\angle B = 180 - 52 - 94 = 34^\circ$

$\frac{\sin 94}{12} = \frac{\sin 52}{AB} \Rightarrow AB = \frac{12\sin 52}{\sin 94} = 9.5$ m

$\frac{\sin 94}{12} = \frac{\sin 34}{AC} \Rightarrow AC = \frac{12\sin 34}{\sin 94} = 6.7$ m

البنية حِل كل مثلث. قَرِّب قياسات الزوايا لأقرب درجة وأطوال الأضلاع لأقرب جزء من عشرة.



$48^2 = 20^2 + 52^2 - 2(20)(52)\cos D$

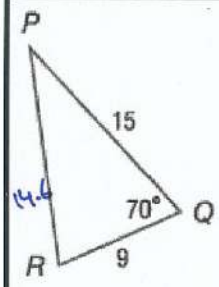
$\cos D = \dfrac{20^2+52^2-48^2}{2(20)(52)} \Rightarrow D = \cos^{-1}\left(\dfrac{20^2+52^2-48^2}{2(20)(52)}\right)$

$= 67^\circ$

$\dfrac{\sin C}{20} = \dfrac{\sin 67}{48} \Rightarrow \sin C = \dfrac{20\sin 67}{48} \Rightarrow C = \sin^{-1}\left(\dfrac{20\sin 67}{48}\right)$

$= 23^\circ$

$m\angle E = 180 - 67 - 23 = 90^\circ$



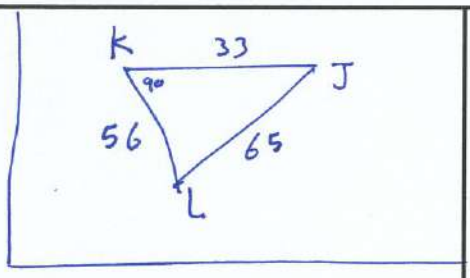
$PR^2 = 9^2 + 15^2 - 2(9)(15)\cos 70$

$PR = 14.6$

$\dfrac{\sin 70}{14.6} = \dfrac{\sin P}{9} \Rightarrow \sin P = \dfrac{9\sin 70}{14.6}$

$\Rightarrow P = 35^\circ$

$m\angle R = 180 - 70 - 35 = 75^\circ$



حل $\triangle JKL$ إذا كان $JK = 33,\ KL = 56,\ LJ = 65$.

$65^2 = 33^2 + 56^2 - 2(33)(56)\cos k$

$65^2 - 33^2 - 56^2 = -2(33)(56)\cos k$

$\dfrac{65^2-33^2-56^2}{-2(33)(56)} = \cos k$

$\cos^{-1}\left[\dfrac{65^2-33^2-56^2}{-2(33)(56)}\right] = k$

$90^\circ =$

$\dfrac{\sin 90}{65} = \dfrac{\sin J}{56} \Rightarrow \sin J = \dfrac{56\sin 90}{65}$

$J = 59^\circ$

$m\angle L = 180 - 90 - 59 = 31^\circ$

ورقة عمل الصف العاشر العام

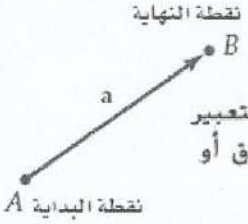
9-7 المتجهات

الاسم: _____

نواتج التعلّم 1- إجراء عمليات هندسية على المتجهات. 2 - إجراء عمليات على المتجه على المستوى الإحداثي.

يمكن وصف الكثير من الكميات الفيزيائية مثل الكتلة بقيمة عددية واحدة، وعندئذٍ تُسمى كمية قياسية (عددية)، ويدل هذا العدد على مقدار الكمية أو قياسها. أما الكمية المتجهة فهي كمية لها مقدار واتجاه؛ فمثلًا سرعة الكرة المتجهة نحو المرمى جنوبًا تمثل كلًّا من: مقدار سرعة الكرة، واتجاه حركتها.

ويمكن تمثيل الكمية المتجهة بسهم يُظهر كلًّا من المقدار والاتجاه ويسمى هذا التمثيل متجهًا. ويمثل الشكل المجاور المتجه الذي له نقطة البداية A ، ونقطة النهاية B . ويرمز لهذا المتجه بالرمز $\overrightarrow{AB}$ أو $\vec{a}$ أو a .



إن **مقدار** $\overrightarrow{AB}$، والذي يُرمز إليه بـ $|\overrightarrow{AB}|$، هو طول المتجه من نقطة بدايته إلى نقطة نهايته. يُمكن التعبير عن **اتجاه** المتجه في صورة زاوية يتم تكوينها مع المركّبة الأفقية أو في صورة قياس بين 0° و90° شرق أو غرب المستقيم الشمالي أو الجنوبي.

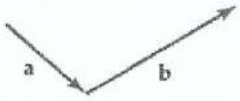
عند جمع متجهين أو أكثر يكون الناتج متجهًا،و يسمى المحصّلة أو الناتج. ويكون لمتجه المحصّلة التأثير نفسه الناتج عن تأثير المتجهين الأصليين عند تطبيقهما واحدًا تلو الآخر. ويمكن إيجاد المحصّلة هندسيًّا باستعمال قاعدة المثلث،أو قاعدة متو ازي الأضلاع.

مفهوم أساسي إيجاد المحصلة

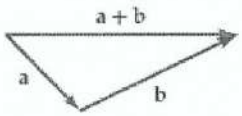
قاعدة المثلث

لإيجاد محصّلة المتجهين a , b ، اتّبع الخطوتين الآتيتين:

الخطوة 1 أجر انسحابًا للمتجه b ، بحيث تلتقي نقطة بدايته مع نقطة نهاية المتجه a .

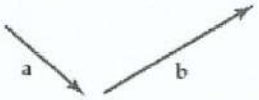


الخطوة 2 محصلة المتجهين a , b هي المتجه المرسوم من نقطة بداية a إلى نقطة نهاية b .

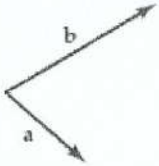


قاعدة متوازي الأضلاع

لإيجاد محصّلة المتجهين a , b ، اتّبع الخطوات الآتية :

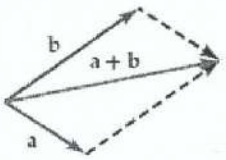


الخطوة 1 أجر انسحابًا للمتجه b ، بحيث تلتقي نقطة بدايته مع نقطة بداية المتجه a .



الخطوة 2 أكمل رسم متوازي الأضلاع الذي ضلعاه a , b .

الخطوة 3 محصلة المتجهين هي المتجه الذي يُمثّله قطر متوازي الأضلاع .



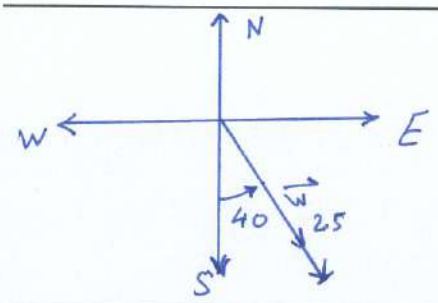
يكون المتجه في **وضع قياسي** إذا كانت نقطة بدايته عند نقطة الأصل.

لوصف متجه من أي نقطة بداية، يمكنك استخدام **الصورة المركّبة** $\langle x, y \rangle$ التي تصف المتجه من حيث مركّبه الأفقي x ومركبه الرأسي y.

لكتابة الصورة المركّبة لمتجه من نقطة البداية (x_1, y_1) ونقطة النهاية (x_2, y_2)، أوجد $\langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle$.

قانون المسافة $$|\vec{r}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

استخدم المسطرة والمنقلة؛ لرسم متجه لكلّ من الكميات الآتية، ثم اكتب مقياس الرسم في كل حالة.



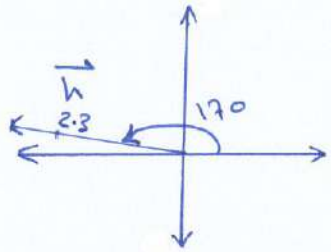
$\vec{w} = 75$ ميلاً في الساعة بزاوية 40° باتجاه الشرق الجنوبي

المقياس 1 cm : 30 km/h

$x : 75$

الطول في الرسم $x = \frac{75}{30} = 2.5$

$\vec{h} = 46$ قدمًا في الثانية بزاوية 170° إلى المركّبة الأفقية



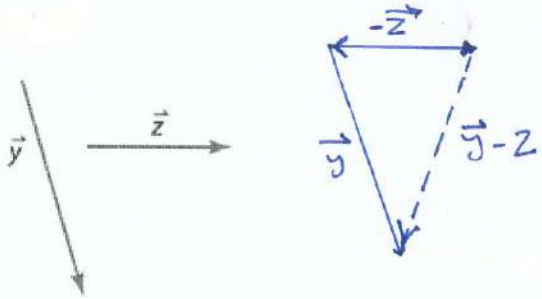
المقياس 1cm = 20 ft/sec

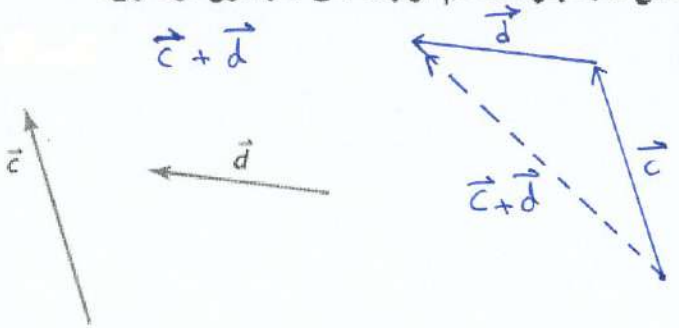
$x : 46$

الطول في الرسم $x = \frac{46}{20} =$

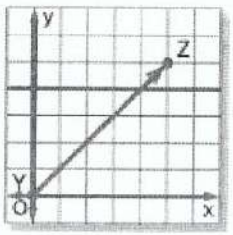
انسخ المتجهات. ثم أوجد كل مجموع أو فرق.

$\vec{y} - \vec{z}$



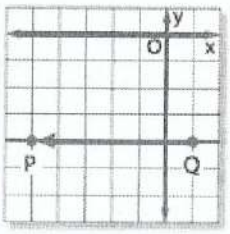


اكتب الصورة المركّبة لكل متجه.



المتجه في الوضع القياسي

$\langle 5, 5 \rangle$



البداية $Q(1, -4)$

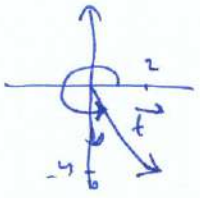
النهاية $P(-5, -4)$

$\langle -5-1 \text{ و } -4-(-4) \rangle$

$\langle -6, 0 \rangle$

أوجد مقدار كل متجه واتجاهه.

$\vec{t} = \langle 2, -4 \rangle$



$|\vec{t}| = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = 4.5$

الاتجاه $\tan\theta = \frac{4}{2}$

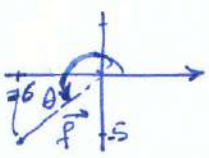
$\theta = 63.4$

الزاوية للمتجه $= 360 - 63.4$

$= 296.6$

مقدار 4.5 بزاوية 296.6 مع المركبة الأفقية.

$\vec{f} = \langle -6, -5 \rangle$



$|\vec{f}| = \sqrt{(-6)^2 + (-5)^2}$

$= 7.8$

الاتجاه $\tan\theta = \frac{5}{6}$

$\theta = 39.8$

زاوية المتجه $= 39.8 + 180 = 219.8°$

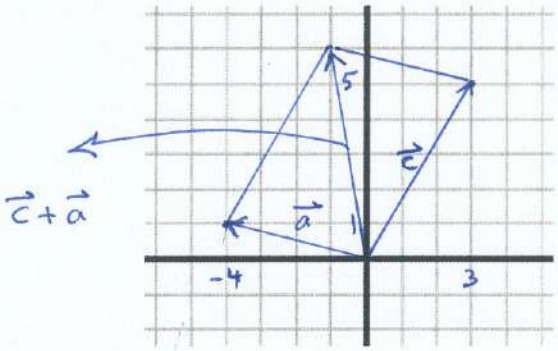
مقدار 7.8 باتجاه 219.8° مع المركبة الأفقية.

أوجد كلاً مما يلي لـ $\vec{a} = \langle -4, 1 \rangle$ **و** $\vec{b} = \langle -1, -3 \rangle$ **و** $\vec{c} = \langle 3, 5 \rangle$. **راجع إجاباتك بيانيًا.**

$\vec{c} + \vec{a}$

$= \langle 3, 5 \rangle + \langle -4 + 1 \rangle$

$= \langle 3 - 4 , 5 + 1 \rangle = \langle -1 , 6 \rangle$



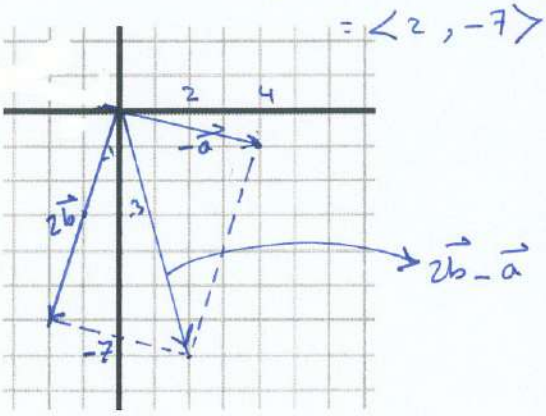
طريقة متوازي الأضلاع

$2\vec{b} - \vec{a}$ $\quad -\vec{a} = \langle 4 , -1 \rangle$

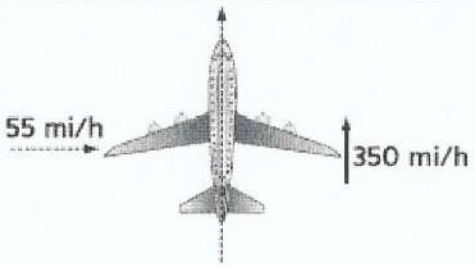
$= 2 \langle -1 , -3 \rangle - \langle -4, 1 \rangle$

$= \langle -2 , -6 \rangle - \langle -4, 1 \rangle = \langle -2-(-4), -6-1 \rangle$

$= \langle 2 , -7 \rangle$



استخدام النماذج تطير طائرة باتجاه الشمال بسرعة 350 ميلاً في الساعة. إذا كانت الرياح تهب من الغرب بسرعة 55 ميلاً في الساعة، فما السرعة الناتجة والاتجاه الذي تطير فيه الطائرة؟



السرعة $= \sqrt{350^2 + 55^2} = 354.3$ mi/h فيتا غورث

الاتجاه $\tan\theta = \frac{55}{350} \Rightarrow \theta = 8.9^\circ$

الناتج/ السرعة 354.3 باتجاه 8.9° شرق الشمال

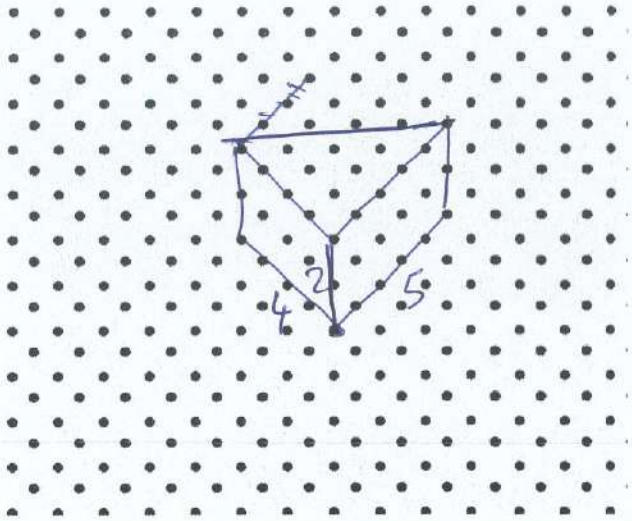
الوحدة العاشرة

ورقة عمل الصف العاشر 1-10 تمثيلات الأشكال ثلاثية الأبعاد الاسم : _____ الشعبة : __

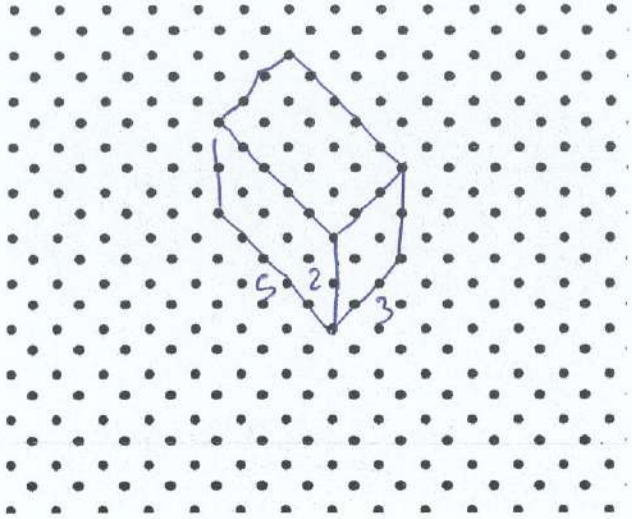
نواتج التعلّم 1- رسم منظورات متماثلة للأشكال ثلاثية الأبعاد. 2 - استكشاف المقاطع العرضية للأشكال ثلاثية الأبعاد.

استخدم الورق المنقط متساوي الأبعاد لرسم كل منشور.

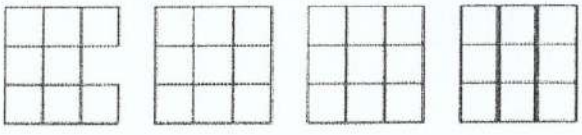
منشور ثلاثي ارتفاعه وحدتان.
ويبلغ طولا ضلعي قاعدته 5 وحدات و 4 وحدات



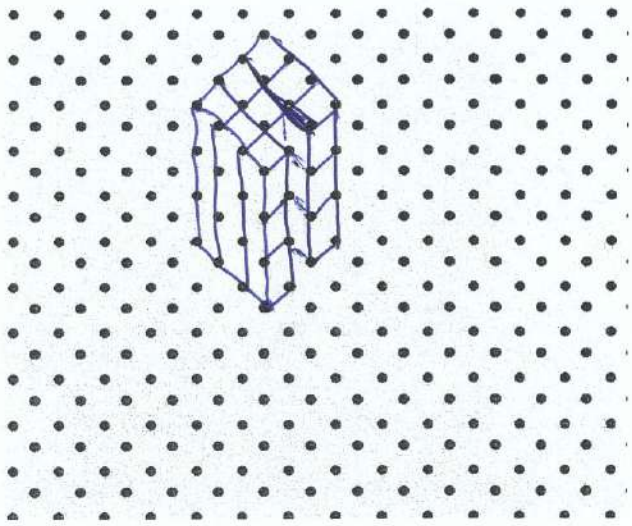
منشور مستطيل ارتفاعه وحدتان.
ويبلغ عرضه 3 وحدات. وطوله 5 وحدات

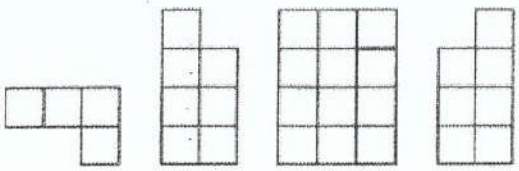


استخدم ورقة منقطة متساوية القياس وكل رسم متعامد لرسم مجسم.

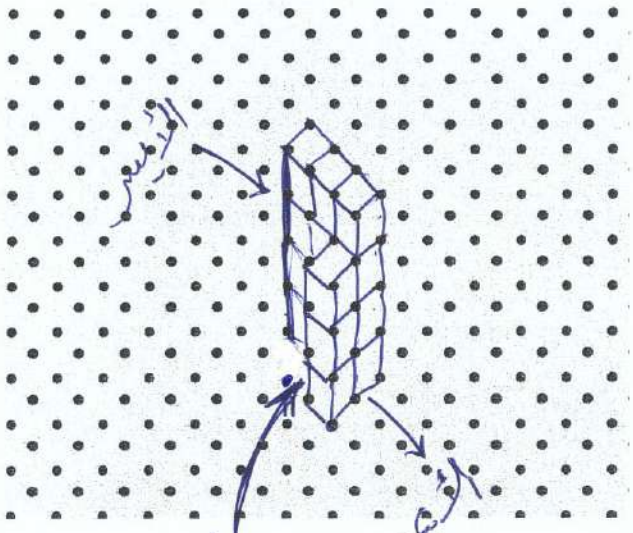


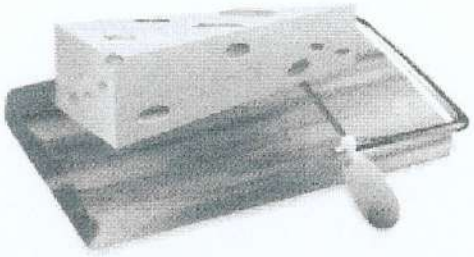
منظور أيمن | منظور أمامي | منظور أيسر | منظور علوي





منظور أيمن | منظور أمامي | منظور أيسر | منظور علوي





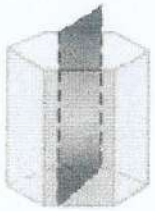
الطعام صف كيف يُمكن تقطيع قطعة الجبن الموضحة على اليسار إلى شرائح بحيث تكوّن كل شريحة كل شكل.

a. مستطيل مقطع رأسي

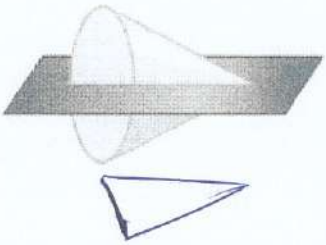
b. مثلث مقطع أفقي

c. شبه منحرف مقطع زاوي

صف كل مقطع عرضي.

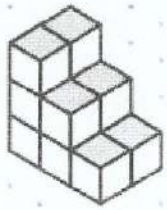


مستطيل

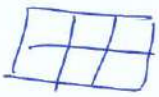


مثلث

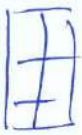
ارسم المنظورات العلوية واليسرى والأمامية اليمنى لكل مجسم.



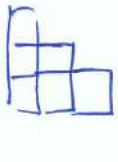
العلوي



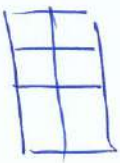
اليسري

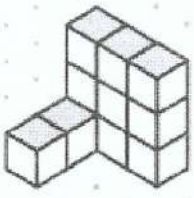


الأمام

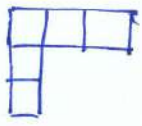


الأيمن

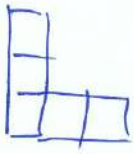




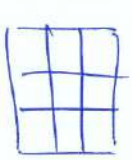
الأعلى



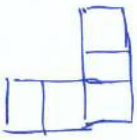
اليسر



الأمام



الأيمن

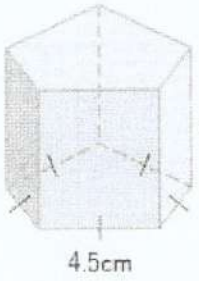


ورقة عمل الصف العاشر 10-2 مساحات سطوح المناشير والأسطوانات الاسم: _____ الشعبة: __

نواتج التعلّم 1- إيجاد المساحات الجانبية ومساحات الأسطح للمناشير. 2 - إيجاد المساحات الجانبية ومساحات الأسطح للأسطوانات.

مساحة السطح (المنشور أو الأسطوانة) = المساحة الجانبية + 2 (مساحة القاعدة)	الارتفاع x محيط القاعدة = المساحة الجانبية (المنشور أو الأسطوانة)
S = L + 2B	L = P x h

أوجد المساحة الجانبية للمنشور.



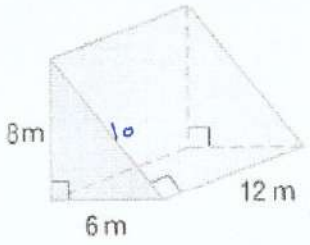
$L = \overbrace{(4.5)(5)}^{P} \times \frac{h}{5}$

$= 112.5 \text{ cm}^2$

أوجد المساحة الجانبية ومساحة السطح. قرّب لأقرب جزء من العشرة.

(ملاحظة صامت)

* القاعدة هي المثلث.



طول الوتر في المثلث القائم الزاوية = $\sqrt{6^2+8^2} = 10$

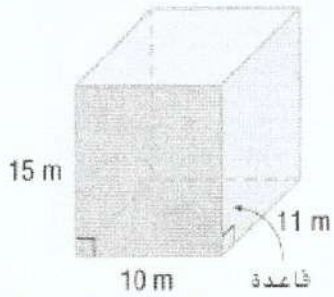
$L = P \times h$

$= (6+8+10) \times 12 = 288 \text{ m}^2$

$S = L + 2B$

$= 288 + 2(6 \times 8 \div 2)$

$= 336 \text{ m}^2$



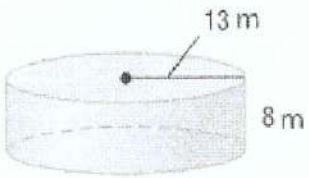
$L = P \times h$

$= (10+10+11+11) \times 15 = 630 \text{ m}^2$

$S = L + 2B$

$= 630 + 2(10 \times 11)$

$= 850 \text{ m}^2$



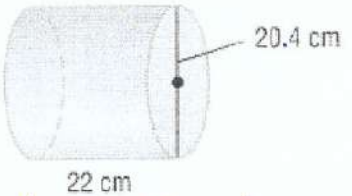
$L = P \times h$

$= [2(13)\pi] \times 8 = 208\pi$

$S = L + 2B$

$= 208\pi + 2(\pi(13)^2)$

$= 546\pi = 1715.3$



$r = 10.2$

$L = P \times h$

$= (20.4\pi) \times 22 = 448.8\pi$

$S = L + 2B$

$= 448.8\pi + 2(\pi(10.2)^2)$

$= 469.2\pi = 1474.04$

2063.6

طعام مساحة سطح علبة الحساء الموضحة على اليسار تساوي 286.3 سنتيمترًا مربعًا. ما ارتفاع العلبة؟ قرّب لأقرب جزء من العشرة.

$S = L + 2B$

$= P \times h + 2(\pi r^2)$

$S = 2\pi r h + 2\pi r^2$

$286.3 = 2\pi(3.4)h + 2\pi(3.4)^2$

$\frac{286.3 - 2\pi(3.4)^2}{2\pi(3.4)} = h$

$10 = h$

مساحة سطح المكعب تساوي 294 سنتيمترًا مربعًا. أوجد طول الحافة الجانبية.

$S = L + 2B$

$S = P \times h + 2(s \cdot s)$

$= 4s \times s + 2 \times s \times s$

$S = 6s^2$

$294 = 6s^2$

$s^2 = \frac{294}{6}$

$s = 7$

حيث s هو طول الحرف

ورقة عمل الصف العاشر 10-3 **مساحات أسطح الأهرامات والمخاريط** الاسم: _____ الشعبة: __

نواتج التعلّم 1- إيجاد المساحات الجانبية ومساحات الأسطح للأهرامات . 2 - إيجاد المساحات الجانبية ومساحات الأسطح للمخاريط .

المساحة الجانبية للهرم المنتظم $L = \frac{1}{2}P\ell$

مساحة سطح الهرم المنتظم $S = \frac{1}{2}P\ell + B$

ℓ هو الارتفاع المائل. و P هو محيط القاعدة.

B هو مساحة القاعدة.

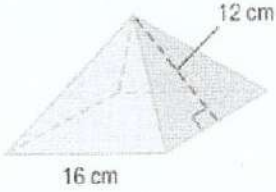
المساحة الجانبية لمخروط $L = \pi r\ell$

مساحة السطح لمخروط $S = \pi r\ell + \pi r^2$

ℓ هو الارتفاع المائل

r هو نصف قطر القاعدة

أوجد المساحة الجانبية ومساحة السطح لكل هرم منتظم. وقرّب لأقرب جزء من العشرة إذا لزم الأمر.



$L = \frac{1}{2}pl$

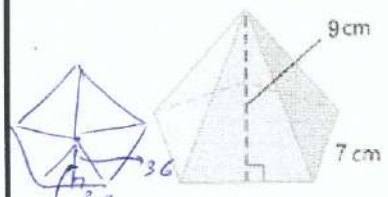
$= \frac{1}{2}(16\times4)\times12$

$= 384\ cm^2$

$S = \frac{1}{2}pl + B$

$= 384 + (16\times16)$

$= 640\ cm^2$



$L = \frac{1}{2}pl = \frac{1}{2}\,7(5)(9) = 157.5\ cm^2$

ارتفاع المثلث $\rightarrow \tan 36 = \frac{3.5}{\text{ارتفاع المثلث}} \rightarrow$ ارتفاع المثلث $= \frac{3.5}{\tan 36} = 4.82$

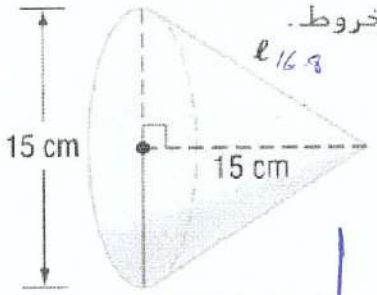
$B = \frac{7(4.82)}{2}\times5 = 84.35$

4.82

$S = \frac{1}{2}pL + B$

$= 157.5 + 84.35 = 241.85\ cm^2$

الاستنتاج المنطقي أوجد المساحة الجانبية ومساحة السطح لكل مخروط.
قرّب لأقرب جزء من العشرة.



$L = \pi r\ell$

$= \pi(7.5)(16.8) = 395.1\ cm^2$

$\ell = \sqrt{15^2 + 7.5^2}$

$= 16.8$

$S = \pi r\ell + \pi r^2$

$= 395.1 + \pi(7.5)^2$

$= 571.86$

$571.9\ cm^2$

ورقة عمل الصف العاشر 10-4 أحجام المناشير والأسطوانات الاسم : _____ الشعبة : __

نواتج التعلّم 1- إيجاد أحجام المناشير. 2 - إيجاد أحجام الأسطوانات.

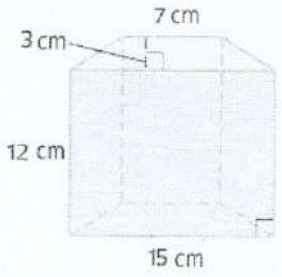
حجم المنشور – الإسطوانة $V = Bh$

حيث B هو مساحة القاعدة و h هو ارتفاع المنشور.

مبدأ كافاليري

إذا كان لمجسمين نفس الارتفاع h ونفس مساحة المقطع العرضي B في كل المستويات. فإن لهما نفس الحجم.

أوجد حجم كل منشور



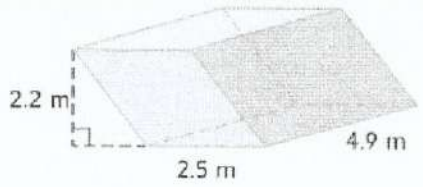
$V = B \times h$

$= \text{مساحة شبه المنحرف} \times 12$

$= \left[\frac{15+7}{2} \times 3\right] \times 12$

$= 396 \text{ cm}^3$

المنشور المستطيل المائل الموضح على اليسار

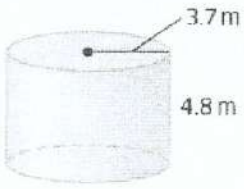


$V = B \times h$

$= 12.5(4.9) \times 2.2$

$= 26.95 \text{ m}^3$

أوجد حجم كل إسطوانة. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.

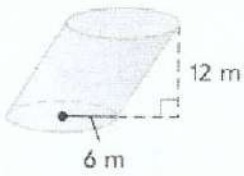


$V = B \times h$

$= \pi r^2 \times h$

$= \pi (3.7)^2 \times 4.8$

$= 206.44 \text{ m}^3$



$V = B \times h$

$= \pi r^2 \times h$

$= \pi (6)^2 (12)$

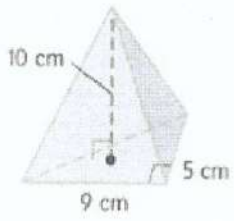
$= 1357.2 \text{ m}^3$

ورقة عمل الصف العاشر 10-5 أحجام الأشكال الهرمية والمخاريط الاسم: _____ الشعبة: __

نواتج التعلّم 1- إيجاد أحجام الأشكال الهرمية. 2 - إيجاد أحجام المخاريط.

حجم الهرم – المخروط $V = \frac{1}{3}Bh$

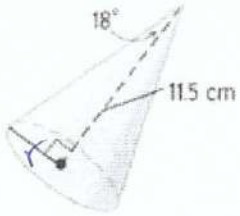
أوجد حجم



$V = \frac{1}{3}Bh$

$= \frac{1}{3} \times \left(\frac{5 \times 9}{2}\right) \times 10$

$= 75 \text{ cm}^3$



$V = \frac{1}{3}Bh$

$= \frac{1}{3} \times (\pi r^2) \times 11.5$

$= \frac{1}{3}(\pi (3.74)^2 \times 11.5$

$= 168.449 \text{ cm}^3$

$\tan 18 = \frac{r}{11.5}$

$r = 11.5 \tan 18$

$= 3.74$

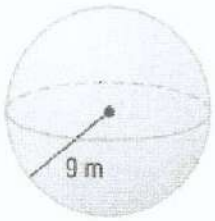
ورقة عمل الصف العاشر 10-6 مساحات أسطح الأشكال الكروية وأحجامها الاسم : _____ الشعبة : __

نواتج التعلّم 1- إيجاد مساحات أسطح الأشكال الكروية. 2 - إيجاد أحجام الأشكال الكروية.

مساحة سطح الشكل الكروي $S = 4\pi r^2$

حجم الشكل الكروي $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

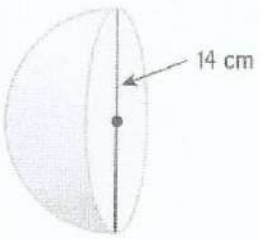
أوجد مساحة سطح كل شكل كروي أو نصف شكل كروي. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.



$S = 4\pi r^2$

$= 4\pi(9)^2$

$= 1017.87$ m^2



$S = \frac{4\pi r^2}{2} + \pi r^2$

$= \frac{4 \times \pi(7)^2}{2} + \pi(7)^2$

$= 147\pi = 461.81$ cm^2

شكل كروي: مساحة الدائرة الكبرى $= 36\pi\ m^2$

$\pi r^2 = 36\pi$

$S = 4\pi r^2 = 4(36)\pi = 452.389$ m^2

أوجد حجم كل شكل كروي أو نصف شكل كروي. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.

شكل كروي: نصف القطر $= 10$ m

$V = \frac{4}{3}\pi(10)^3$

$= \frac{4000}{3}\pi$

$= 4188.79$ m^3

نصف شكل كروي: القطر $= 16$ cm

$V = \frac{4}{3}\pi(8)^3 \div 2$

$= \frac{1024}{3}\pi$

$= 1072.3$ cm^3

نصف شكل كروي: محيط الدائرة الكبرى $= 24\pi$ m

$C = \pi d$

$24\pi = \pi d$

$d = 24$

$V = \frac{4}{3}\pi(12)^3 \div 2$

$= 1152\pi$

$= 3619.114$ m^3

ورقة عمل الصف العاشر — 10-7 الهندسة الفراغية (الكروية) — الاسم : _____

نواتج التعلّم 1– وضع مجموعة من النقاط على شكل كروي. 2 - مقارنة وبيان الفرق بين الهندسة الإقليدية والكروية.

الهندسة الإقليدية في مستوى: يكون المستوى عبارة عن سطح منبسط يتكون من نقاط تمتد بلا نهاية في جميع الاتجاهات.

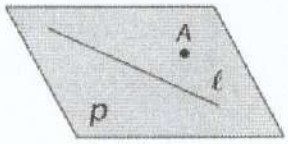
ولكن في **الهندسة الكروية**: يكون المستوى عبارة عن سطح شكل كروي.

يختلف تعريف **المستقيم** في الهندسة الكروية عن تعريفه في الهندسة الإقليدية.

الهندسة غير الإقليدية هي هندسة لا تنطبق فيها واحدة على الأقل من مسلمات الهندسة الإقليدية.

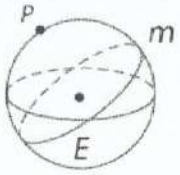
المفهوم الأساسي المستقيمات في هندسة المستويات والهندسة الفراغية

الهندسة الإقليدية في مستوى



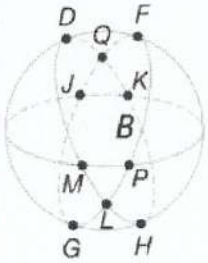
يحتوي المستوى P على مستقيم ℓ ونقطة A ليست على المستقيم ℓ.

الهندسة الفراغية



يحتوي الشكل الكروي E على دائرة كبرى m ونقطة P ليست على m. الدائرة الكبرى m مستقيم على الشكل الكروي E.

قم بتعيين كل مما يلي على الشكل الكروي B.



مستقيمان يحتويان على النقطة Q _____ $\overleftrightarrow{FG}$ ، $\overleftrightarrow{DH}$ _____

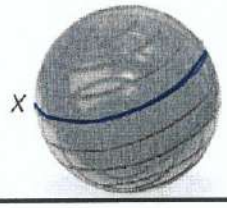
قطعة مستقيمة تحتوي على النقطة L _____ $\overline{HM}$ _____

مثلث _____ $\triangle JKQ$ ، $\triangle MPL$ _____

قطعتان مستقيمتان على الدائرة الكبرى ذاتها _____ $\overline{LG}$ ، $\overline{FP}$ ، ~~$\overline{MP}$~~ _____

رياضة **حدد ما إذا كان الشكل X على كل من الأ شكال الكروية الموضحة هو مستقيم في الهندسة الفراغية أم لا.**

نعم، لأنه يمر عبر قطبي الشكل الكروي



لا، لأنه لا يمر عبر قطبي الشكل الكروي

التبرير حدد ما إذا كانت المسلمة أو الخاصية التالية للهندسة الإ قليدية للمستويات لها عبارة مناظرة في الهندسة الفراغية أم لا. وإذا كان الأ مر كذلك. فاكتب العبارة المناظرة. وإلا. فاشرح استنتاجك.

تتقاطع المستقيمات المتعامدة عند نقطة واحدة. لا. تتقاطع المستقيمات المتعامدة في نقطتين (الدوائر الكبرى)

يستمر المستقيم بلا نهاية في اتجاهين. لا. الدائرة الكبرى نهايتها ترجع الى نقطة بدايتها الأصلية

تصنع المستقيمات المتعامدة أربع زوايا $90°$. نعم. الدوائر الكبرى المتعامدة تتقاطع في 8 زوايا قائمة

ورقة عمل الصف العاشر | 10-8 المجسمات المتطابقة والمتشابهة | الاسم : _____

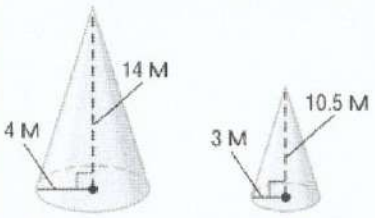
نواتج التعلّم 1– تحديد المجسمات المتطابقة أو المتشابهة. 2 - استخدام خواص المجسمات المتشابهة.

المجسمات المتشابهة لها نفس الشكل ولكن ليست بالضرورة بنفس الحجم والقياسات المتناظرة نسبها متساوية وتسمى النسبة المشتركة **عامل المقياس**.

المجسمات المتطابقة لها نفس الشكل والحجم تمامًا وهي متشابهة وعامل مقياسها 1:1 .

إذا كان عامل مقياس مجسمين متشابهين هو $a : b$ فإن نسبة مساحة السطح هي $a^2 : b^2$ ونسبة الحجم هي $a^3 : b^3$.

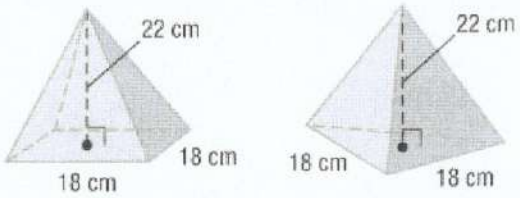
حدد هل كل زوج من المجسمات *متشابه* أم *متطابق* أم *ليس أيًا مما سبق*. إذا كانت المجسمات متشابهة، فاذكر عامل المقياس.



نسبة القياسات المتناظرة متساوية
إذاً المخروطان متشابهان وغير متطابقان
لأن عامل المقياس ≠ 1:1

نسبة أنصاف الأقطار $\frac{4}{3}$

نسبة الارتفاعات $\frac{14}{10.5} = \frac{4}{3}$



ليس أيًا مما سبق لأن المجسمان متطابقان
حيث أن أحدهما هرم رباعي والثاني هرم ثلاثي

هناك أسطوانتان متشابهتان بنصف قطر 15 و 6 سم. ما نسبة مساحة سطح الإسطوانة الصغيرة إلى الكبيرة؟

عامل المقياس = $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ ⇒ نسبة مساحة الصغير إلى الكبير = $\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \boxed{\frac{4}{25}} = 4:25$

يوجد شكلان كرويان حجمهما 36π سم مكعب و288π سم مكعب. ما نسبة نصف قطر الشكل الكروي الصغير إلى الكبير؟

نسبة حجم الصغير إلى الكبير = $\frac{36\pi}{288\pi} = \frac{1}{8}$

⇒ نسبة نصف قطر الصغير إلى نصف قطر الكبير = $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \boxed{\frac{1}{2}} = 1:2$

كرات التمارين تبيع شركة كرات تمارين بحجمين مختلفين. نسبة القطر هي 11 : 15. إذا علمت أن قطر الكرة الصغيرة 55 سم. فما حجم الكرة الكبيرة؟ قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

نسبة القطرين (عامل المقياس) = $\frac{15}{11} = \frac{x}{55}$

⇒ قطر الكبيرة $x = 75\,cm$ ⇒ $r = 37.5\,cm$

⇒ حجم الكرة الكبير = $\frac{4}{3}\pi(37.5)^3 =$ $\boxed{220\,893.2}\ cm^3$

الوحدة الحادية عشر

ورقة عمل الصف العاشر العام | 11-1 تمثيل الفضاءات العينية | الاسم : _____

نواتج التعلّم 1- استخدام القوائم والجداول والمخططات الشجرية لتمثيل الفضاء العيني. 2 - استخدام مبدأ العد الأساسي لعد النتائج.

التجربة هي موقف ينطوي على فرصة تؤدي إلى نتائج. **النتيجة** هي استنتاج لتجريب تجربة ما. **الحدث** هو نتيجة واحدة أو أكثر لتجربة معينة.

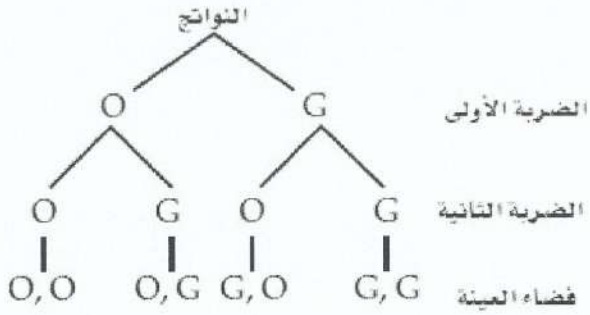
الفضاء العيني هو مجموعة النتائج المحتملة لتجربة. ويمكن تمثيله باستخدام قائمة منظمة أو جدول أو مخطط شجري.

مثل فضاء العينة لكل تجربة بإعداد قائمة منظمة وجدول ومخطط شجري.

عندما يضرب اللاعب ركلة الجزاء فإنه يسجل هدفًا (O) أو لا يسجّل (G). افرض أن اللاعب ضرب ركلة جزاء مرتين.

G,G O,G
G,O O,O

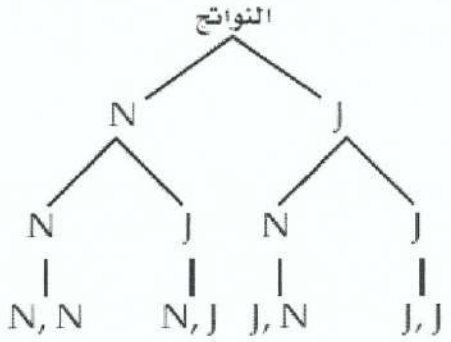
النواتج	تسجيل (G)	عدم تسجيل (O)
تسجيل (G)	G,G	G,O
عدم تسجيل (O)	O,G	O,O



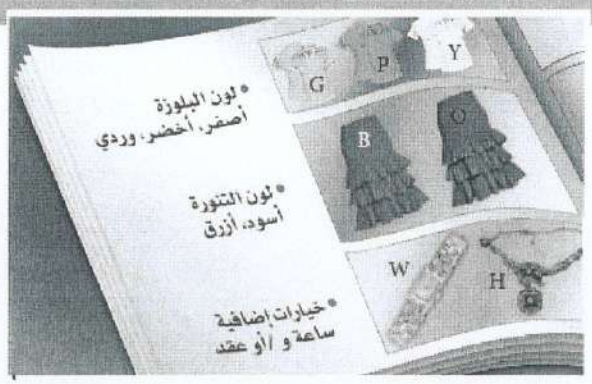
سحب سمير بطاقتين على التوالي مع الإرجاع من كيس فيه بطاقات كتب عليها:
(عصير مجاني J) أو (دفتر ملحوظات مجاني N).

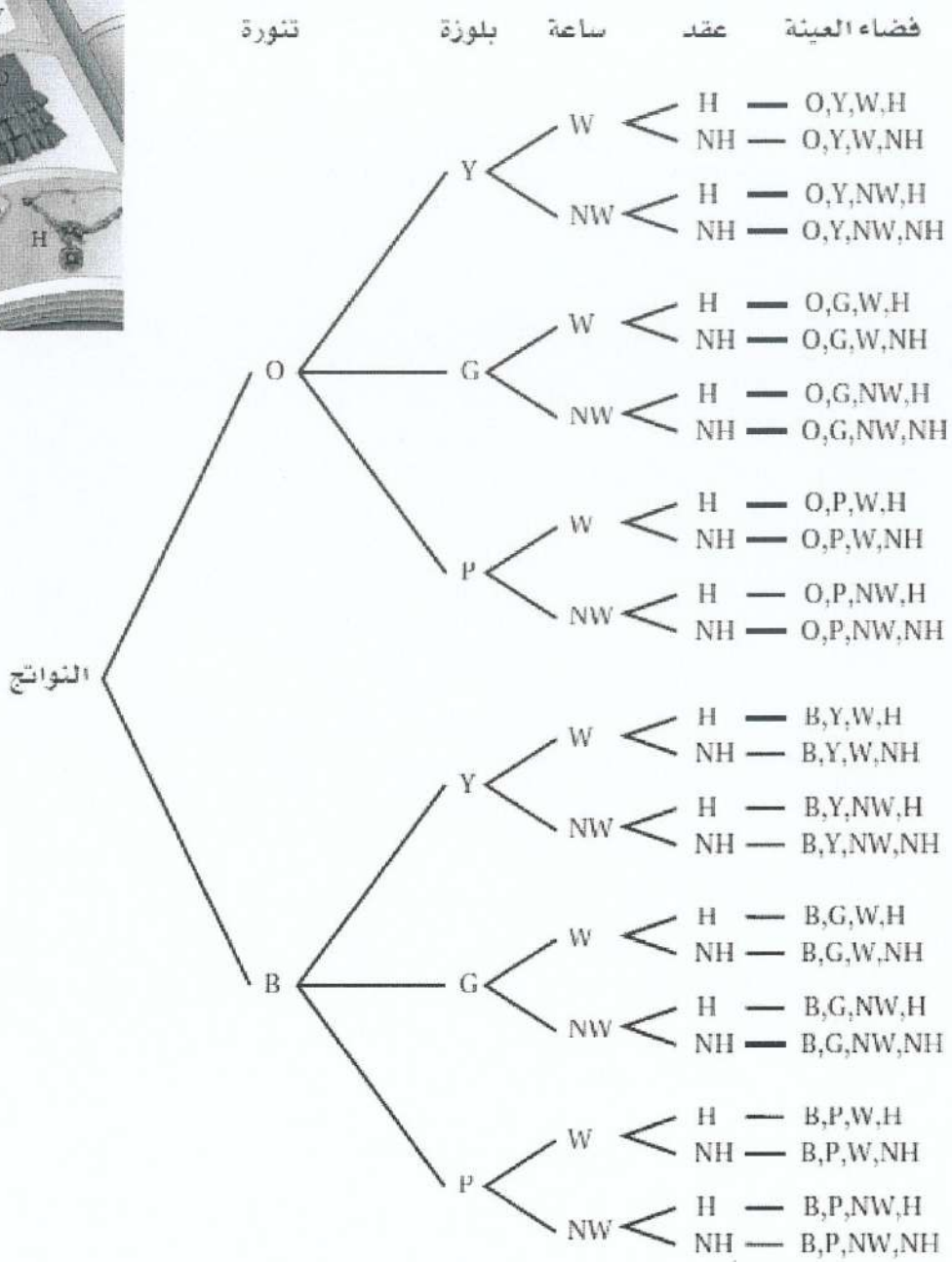
J,J N,N
J,N N,J

النواتج	عصير (J)	دفتر (N)
عصير (J)	J,J	J,N
دفتر (N)	N,J	N,N



ملابس : تريد سمر حضور حفلة ، وعليها أن تختار ما ترتديه في الحفلة من القائمة المجاورة . مثل فضاء العينة في هذا الموقف بالرسم الشجري.





مطاعم : عرضت قائمة بالمأكولات في أحد المطاعم تتضمن الأصناف المبينة في الجدول المجاور وكل صنف منها يحتوي على عدد من الأنواع. افرض أنه يتم اختيار طبق واحد من كل صنف ونوع فما عدد النواتج الممكنة؟

قائمة المأكولات	عدد البدائل
المقبلات	8
الحساء	4
السلطة	6
الطبق الرئيس	12
الحلوى	9

عدد النتائج المحتملة = المقبلات x الحساء x السلطة x الطبق الرئيس x الحلوى

9 x 12 x 6 x 4 x 8 =

20 736 =

ورقة عمل العاشر العام | 11-2 الاحتمال باستخدام التباديل والتوافيق | الاسم:----------

نواتج التعلّم 1- استخدام التباديل في حساب الاحتمال. 2- استخدام التوافيق في حساب الاحتمال.

التباديل : تنظيم لمجموعة من العناصر يكون الترتيب فيه مهمًّا.

يكتب **مضروب** العدد الصحيح الموجب n على الصورة !n ، ويساوي حاصل ضرب جميع الأعداد الصحيحة الموجبة التي هي أصغر من أو تساوي n .

$$_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$\text{الاحتمال بالتباديل} = \frac{\text{التباديل المتبقية}}{\text{التباديل الكلية}}$$

$$\text{الاحتمال} = \frac{\text{عدد نتائج الحدث}}{\text{عدد النتائج الممكنة}}$$

التباديل مع التكرار :عدد التباديل المختلفة لعناصر عددها n عندما يتكرر عنصر منها r_1 من المرات وآخر r_2 من المرات وهكذا ---- فإنه يساوي :

$$= \frac{n!}{r_1! \bullet r_2 \dots\dots \bullet r_k!}$$

التباديل الدائرية : عدد التباديل المختلفة لـ n من العناصر مرتبة على دائرة يساوي : $\frac{n!}{n} = (n-1)!$

التوافيق : هو اختيار مجموعة من العناصر بحيث يكون الترتيب فيها غير مهم.

$$_nC_r = \frac{n!}{(n-r)! \bullet r!}$$

الهندسة: طلب من 5 طلاب أن يختاروا مضلعًا عشوائيًا من المجموعة الموضحة أدناه ويعطوه اسمًا. ما احتمال أن يختار الطالبان الأولان المثلث والشكل الرباعي. بهذا الترتيب؟

عدد التباديل الممكنة = $5! = \boxed{120}$

عدد تباديل الحدث = $(5-2)! = 3! = \boxed{6}$

الاحتمال = $\frac{\text{عدد تباديل الحدث}}{\text{عدد التباديل الممكنة}} = \frac{6}{120} = \boxed{\frac{1}{20}}$

المسرحية: يمثل طلاب مدرسة ثانوية مسرحية A Raisin in the Sun بمشاركة كل طالب في الصف الأول الثانوي في مادة اللغة الإنجليزية من بين 18 طالبا. إذا اختير 3 من فريق العمل عشوائيا. فما احتمال اختيار إبراهيم للإضاءة . واختيار أحمد لإلقاء كلمة الشكر. واختيار إبراهيم لأداء دور إسماعيل؟

عدد التباديل الممكنة لتباديل 3 من 18 $\Leftarrow$ ${}^{18}P_3 = \frac{18!}{(18-3)!} = \frac{18\times17\times16\times15!}{15!} = 4896$

عدد نتائج الحدث = 1 $\Leftarrow$ $P(\text{إبراهيم للإضاءة، أحمد لكلمة الشكر، وإسماعيل لدور}) = \frac{1}{4896}$

القيادة : ما هو احتمال أن تكون لوحة الترخيص التي تستخدم الأحرف C و F و F والأرقام 3 و 3 و 3 و 1 هي CFF3133 ؟

عدد التباديل الممكنة $= \frac{7!}{3!\times2!} = 420$

عدد نتائج الحدث = 1

$\Rightarrow P(CFF3133) = \frac{1}{420}$

كيمياء : في معمل الكيمياء طلب إليك اختبار ست عينات رتبت عشوائيا على منضدة دائرية.

a) ما احتمال ظهور الترتيب المبين في الشكل المجاور؟

عدد تباديل الدائرية $= (6-1)! = 5! = 120$ / عدد نتائج الحدث = 1

$P(\text{الترتيب المبين في الشكل}) = \frac{1}{120}$

b) ما احتمال أن تكون العينة 2 في المكان المشار إليه بسهم على الرسم؟

عدد البسط أصبح تباديل خطية / عدد التباديل الخطية $= 6! = 720$

عدد نتائج الحدث $= (6-1)! = 5! = 120$ / $\Rightarrow P(\text{2 بسهم على الرسم}) = \frac{120}{720} = \frac{1}{6}$

اشترك 500 طالب من بينهم أسامة وأيمن في سحب للفوز بتذكرتي مباراة كرة قدم.ما احتمال أن يفوز أسامة وأيمن بهاتين التذكرتين؟

عدد التوافيق الممكنة لاختيار 2 من 500 $\Leftarrow$ ${}_{500}C_2 = 124\,750$

عدد نتائج الحدث = 1

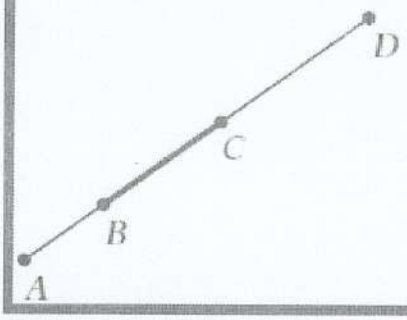
$P(\text{أسامة وأيمن}) = \frac{1}{124\,750}$

ورقة عمل العاشر العام | 11-3 الاحتمالات الهندسية | الاسم:----------

نواتج التعلّم 1- إيجاد الاحتمالات باستخدام الطول. 2- إيجاد الاحتمالات باستخدام المساحة.

الاحتمال الذي يتضمّن قياسًا هندسيًا مثل الطول أو المساحة يسمى **احتمالًا هندسيًّا**.

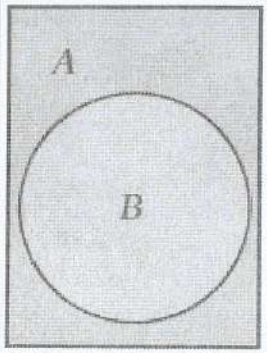
الاحتمال والأطوال



إذا اختيرت النقطة E عشوائيًا على $\overline{AD}$، فإن:

$$P(E \in \overline{BC}) = \frac{BC}{AD}$$

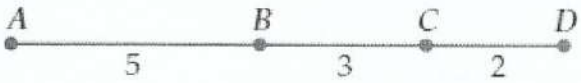
الاحتمال والمساحة



إذا اختيرت النقطة E عشوائيًا في المستطيل A ، فإن:

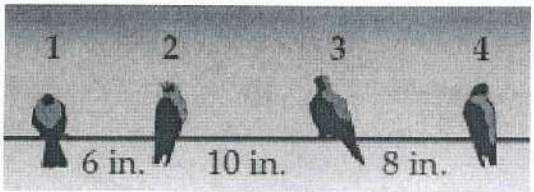
$$P(\text{وقوع النقطة } E \text{ في الدائرة } B) = \frac{\text{مساحة الدائرة } B}{\text{مساحة المستطيل } A}$$

إذا اختيرت النقطة X عشوائيًا على $\overline{AD}$ في الشكل المجاور، فأوجد كلًّا مما يأتي:



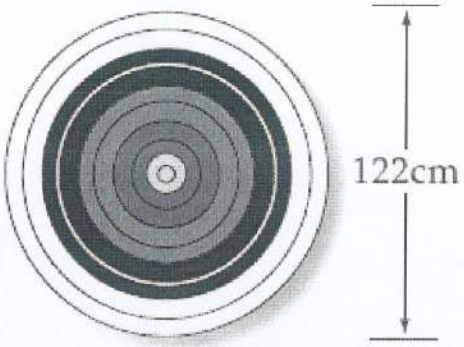
$P(\text{أن تقع } X \text{ على } \overline{BC})$ $= \frac{BC}{AD}$ $= \frac{3}{10} = 30\% = 0.3$

$P(\text{أن تقع } X \text{ على } \overline{BD})$ $= \frac{BD}{AD}$ $= \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 50\%$



طيور: تقف أربعة طيور عند نقاطٍ على سلكٍ كما في الشكل المجاور. فإذا هبط طائر خامس عشوائيًّا على نقطة من نقاط السلك فما احتمال أن يقف بين الطائر رقم 3 والطائر رقم 4؟

$$\frac{8}{8+10+6} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3} = 0.33 = 33\%$$

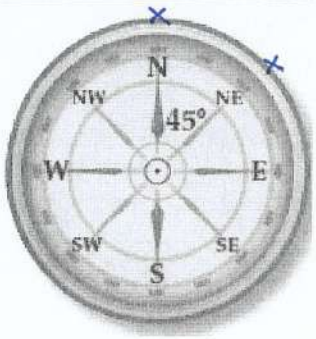


لعبة السهام: يُسدد هدّاف سهمه نحو قرص قطره 122 cm يحتوي على 10 دوائر متحدة المركز تتناقص أقطارها بمقدار 12.2 cm كلما اقتربت من المركز. أوجد احتمال أن يصيب الهدّاف نقطة داخل الدائرة الصغرى.

قطر الدائرة الصغرى
$= 122 - 12.2(9)$
$= 12.2$

نصف قطر الدائرة الصغرى $\Rightarrow$
$\frac{12.2}{2} = 6.1$

احتمال الدائرة الصغرى $=$ مساحة الدائرة الصغرى / مساحة الدائرة الكبرى $= \frac{\pi (6.1)^2}{\pi (61)^2} = \frac{1}{100}$
$= 0.01$
$= 1\%$



ملاحظة: ضَلّ أحد طلبة الكشافة طريقه في غابة، فوجّه بوصلته عشوائيًا كما في الشكل أدناه. أوجد احتمال أن يوجه البوصلة باتجاه المنطقة المحصورة بين الشمال (N) والشمال الشرقي (NE).

$\frac{45}{360} = \frac{1}{8} = 0.125 = 12.5\%$

ورقة عمل العاشر العام | 11-4 المحاكاة | الاسم:----------

نواتج التعلّم 1- تصميم نموذج المحاكاة لتقدير الاحتمال. 2- تلخيص البيانات من خلال نماذج المحاكاة.

نموذج المحاكاة: هو نموذج في الرياضيات يستخدم في مطابقة ظاهرة عشوائية. **المحاكاة:** هي استخدام نموذج الاحتمال في إعادة تمثيل الموقف مرات ومرات لتقدير احتماليات النتائج المختلفة.

تصميم نموذج محاكاة

الخطوة 1 حدد كل نتيجة محتملة واحتمالها النظري.

الخطوة 2 اذكر أي افتراضات.

الخطوة 3 صف نموذج الاحتمال المناسب للموقف.

الخطوة 4 عرّف المحاولة بالنسبة إلى الموقف واذكر عدد المحاولات المفترض إجراؤها.

قيمة التوقع = مجموع ناتج ضرب كل قيمة محتملة X والاحتمال المرتبطة بها $P(X)$.

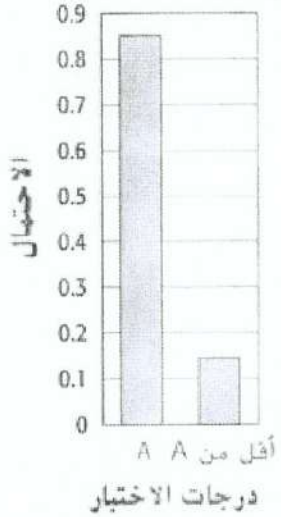
قيمة التوقع $E(X) = \sum [X \cdot P(X)]$

الدرجات حصلت فاطمة على درجة A في 80% من الاختبارات القصيرة لمادة الأحياء في الفصل الدراسي الأول. صمم نموذج محاكاة ونفذه مستخدمًا النموذج الهندسي لتقدير احتمال حصولها على الدرجة A في الاختبار القصير لمادة الأحياء في الفصل الدراسي الثاني. ثم اعرض النتائج مستخدمًا الملخصات العددية والبيانية المناسبة.

الإجابة

الإجابة النموذجية: استخدم قرصًا دوارًا مقسمًا إلى مقطعين أحدهما يشمل 80% أو 288° والآخر 20% أو 72°. نفّذ 20 محاولة وسجّل النتائج في جدول تكرار.

النتيجة	التكرار
A	17
النتائج	3
الإجمالي	20



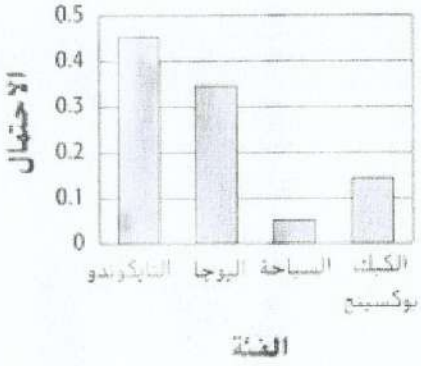
يبلغ احتمال حصول فاطمة على درجة A في الاختبار التالي لها 0.85
ويبلغ احتمال أن تحصل على درجة أخرى 1 − 0.85 أو 0.15.

اللياقة البدنية يبين الجدول النسبة المئوية للأعضاء المشاركين في أربع حصص في نادي اللياقة البدنية. صمم نموذج محاكاة ونفذه لتقدير احتمال مشاركة عضو جديد في النادي في كل حصة. واعرض النتائج مستخدمًا الملخصات العددية والبيانية المناسبة.

الصف الدراسي	نسبة التسجيلات %
التايكوندو	45%
اليوجا	30%
السباحة	15%
الملاكمة	10%

الإجابة

الإجابة النموذجية: استخدم مولد أعداد عشوائية للحصول على أعداد صحيحة من 1 إلى 20 حيث تمثّل الأعداد 9-1 التايكوندو، وتمثّل الأعداد 15-10 اليوجا، وتمثّل الأعداد 18-16 السباحة، وتمثّل الأعداد 20-19 الملاكمة. نفّذ 20 محاولة وسجّل النتائج في جدول تكرار.



النتيجة	التكرار
التايكوندو	9
اليوجا	7
السباحة	1
الملاكمة	3
الإجمالي	20

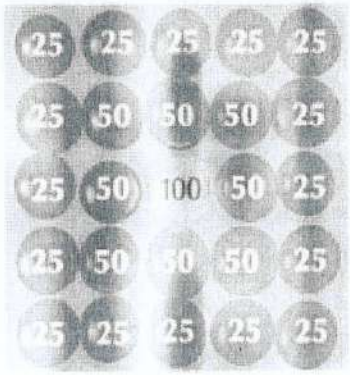
إن احتمال بدء أحد العملاء في فصول التايكوندو هي 0.45، وفصول اليوجا 0.35، والسباحة 0.05، والكيك بوكسينج 0.15.

ألعاب المهرجانات الهدف من اللعبة الموضحة هو جمع النقاط باستخدام سهم لفرقعة البالونات. على فرض أن كل سهم سيصيب بالونًا.

a. احسب قيمة التوقع من كل رمية.

b. صمّم نموذج محاكاة لتقدير متوسط القيمة لهذه اللعبة.

c. كيف تقارن قيمة التوقع بمتوسط القيمة؟



الإجابة

a. 36 ← $25 \times \frac{16}{25} + 50 \times \frac{8}{25} + 100 \times \frac{1}{25} = 36$ ← قيمة التوقع النظرية

3b. الإجابة النموذجية: استخدم مولد أعداد عشوائية للحصول على أعداد صحيحة من 1 إلى 25 حيث الأعداد 16-1 تمثل 25 نقطة والأعداد 24-17 تمثل 50 نقطة والعدد 25 يمثل 100 نقطة. نفّذ 50 محاولة وسجل النتائج في جدول تكرار.

النتيجة	التكرار
25	29
50	21
100	0

متوسط القيمة هو 35.5 ← $25 \times \frac{29}{50} + 50 \times \frac{21}{50} + 100 \times \frac{0}{50} = 35.5$ ← متوسط القيمة

c. **الإجابة النموذجية: قيمة التوقع ومتوسط القيمة متقاربان جدًا.**

ورقة عمل العاشر العام | 11-5 احتمالات الأحداث المستقلة وغير المستقلة | الاسم:----------

نواتج التعلّم 1- إيجاد احتمالات الأحداث المستقلة وغير المستقلة. 2- إيجاد احتمالات الأحداث علمًا بوقوع أحداث أخرى.

يتكون **الحدث المركب** من حدثين بسيطين أو أكثر. ممكن أن تكون الحوادث المركبة مستقلة او غير مستقلة.

يكون الحدثان A و B **مستقلان** إذا كان احتمال حدوث A لا يؤثر في احتمال حدوث B.

يكون الحدثان A و B **غير مستقلين** إذا كان احتمال حدوث A يغيّر بطريقة ما احتمال حدوث B.

إذا كان A و B حدثان مستقلان: $P(A \text{ and } B) = P(A) \bullet P(B)$

إذا كان A و B حدثان غير مستقلين: $P(A \text{ and } B) = P(A) \bullet P(B\backslash A)$

يقرأ الترميز P(B\A) : احتمال حدوث B علمًا بوقوع الحدث A بالفعل. وهذا يسمى **الاحتمال المشروط**.

الاحتمال المشروط لـ B إذا وقع A هو $P(B\backslash A) = \frac{P(A \text{ and } B)}{P(A)}$ حيث $P(A) \neq 0$

حدد ما إذا كانت الأحداث مستقلة أو غير مستقلة. فسر.

أدى عبدالرحمن اختبار **SAT** يوم السبت وحصل على **1350** درجة. وأدى اختبار **ACT** في الأسبوع التالي وحصل على **23** درجة.

مستقلة درجة اختبار ACT لم تتأثر بدرجة اختبار SAT

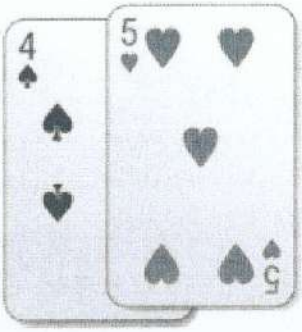
وصل فريق كرة السلة الذي تلعب له نبيلة إلى الدور النهائي لأربعة فرق. وإذا فازوا فسيلعبون مباراة البطولة.

غير مستقلة نتيجة مباراة الدور النهائي ستؤثر على فرصة مشاركتهم في مباراة البطولة
إذا خسروا في الدور النهائي لن يلعبوا في المباراة النهائية.

النقل: يستقل عبد الرحيم الحافلة بعد العمل. وتتكلف رحلته إلى المنزل **0.50 AED**. إذا كان لديه في جيبه **3** عملات معدنية من فئة **25** فلسًا و**5** عملات معدنية من فئة **10** فلوس و**عملتان** من فئة **5** فلس، فأوجد احتمال أن يأخذ عشوائيًا عملتين من فئة **25** فلوس بشكل متتالي. على فرض أن فرصة حدوث الحدثين متساوية.

غير مستقلة لأنه لن يرجع القطعة الأولى.

$P(25 \text{ و } 25) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15} = 0.07 \approx 7\%$



أوراق اللعب: اختيرت بطاقة عشوائيًا من مجموعة أوراق اللعب وعددها 52 بطاقة. وتمت إعادة تلك البطاقة واختيار بطاقة أخرى. ما احتمال اختيار البطاقتين الموضحتين على اليسار؟

$P(\text{البطاقتين الموضحتين}) = \frac{1}{52} \times \frac{1}{52} = \frac{1}{2704}$

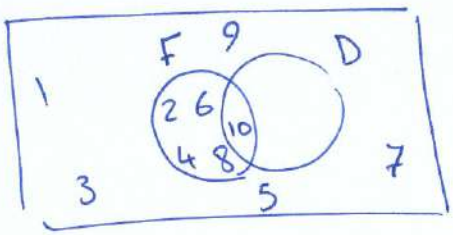
$= 0.00037$

$= 3.7 \times 10^{-4}$

أصدقاء: يلتقي 10 أصدقاء كل يوم عطلة ليلعبوا كرة قدم، ولتشكيل الفريقين يتم سحب بطاقات مرقمة من 1 إلى 10 عشوائيًا، ويشكل الذين يسحبون الأعداد الفردية الفريق A والذين يسحبون الأعداد الزوجية الفريق B. ما احتمال أن يكون أحد لاعبي الفريق B قد سحب العدد 10 ؟

نفترض أن F حدث سحب الزوجي، D حدث سحب العدد 10

$$P(D/F) = \frac{P(D \text{ and } F)}{P(F)}$$



$= \frac{\frac{1}{10}}{\frac{5}{10}}$

$= \boxed{\frac{1}{5}} = 0.20$

حل آخر:

يوجد 5 أعداد زوجية في الفضاء العيني

ويوجد 10 واحدة فقط

$P(10/\text{زوجي}) = \boxed{\frac{1}{5}} = 0.20$

ورقة عمل العاشر العام | 11-6 احتمالات الأحداث المنفصلة | الاسم:----------

نواتج التعلم 1- إيجاد احتمالات الأحداث المنفصلة والغير منفصلة. 2- إيجاد احتمالات المتممات.

عند إيجاد احتمال وقوع حدث أو وقوع حدث آخر، يجب أن تعرف العلاقة بين الحدثين. فإذا لم يكن وقوع الحدثين ممكنًا في الوقت نفسه يقال إنهما **منفصلان** أي أنه لا توجد نواتج ممكنة بينهما.

إذا كان A ، B حدثان منفصلان: $P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B)$

إذا كان A ، B حدثان غير منفصلين: $P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$

عناصر **الحدث المتمم** لـ A تتكون من جميع نواتج فضاء العينة الغير موجودة في الحدث A .

$P(\text{A ليس }) = 1 - P(A)$

الكلمات الرئيسية الدالة على الاحتمال : و ← أحداث مستقلة أو غير مستقلة.

أو ← أحداث منفصلة أو غير منفصلة.

ليس ← أحداث متممة.

حدد ما إذا كانت الأحداث منفصلة أو غير منفصلة. واشرح استنتاجك.

سحب بطاقة من مجموعة أوراق اللعب والحصول على ولد أو سباتي.

غير منفصلة . يمكن أن تكون البطاقة ولد وسباتي في نفس الوقت .

رعاية قطة أو حصان.

منفصلة . لا يمكن أن يكون الحصان قطة ولا يمكن أن تكون القطة حصان.

الوظائف: هيام هي موظفة الشهر المثالية. وجائزتها هي الاختيار عشوائيًا من بين **4** بطاقات هدايا و **6** أقداح قهوة و **7** أسطوانات **DVD** و **10** أسطوانات مضغوطة و **3** سلال هدايا . ما احتمال أن تحصل على بطاقة هدايا أو قدح قهوة أو أسطوانة مضغوطة؟

$P(\text{بطاقة هدايا أو قدح قهوة أو أسطوانة مضغوطة}) = P(\text{بطاقة الهدايا}) + P(\text{قدح قهوة}) + P(\text{أسطوانة مضغوطة})$

$= \frac{4}{30} + \frac{6}{30} + \frac{10}{30} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3} \approx 67\%$

أحداث منفصلة

النوادي: وفقًا للجدول، ما احتمال أن يكون الطالب في النادي في السنة قبل الأخيرة أو في فريق المناظرة؟

النادي	السنة الأولى	السنة قبل الأخيرة	السنة الأخيرة
التطوعي	12	14	8
المناظرة	2	6	3
الرياضيات	7	4	5
الفرنسية	11	15	13
	32	39	29

A = السنة قبل الأخيرة، B = المناظرة، P(A and B) = 6

أحداث غير منفصلة

$$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$$

$$= \frac{39}{100} + \frac{11}{100} - \frac{6}{100} = \frac{44}{100}$$

$$= \frac{11}{25} = 44\%$$

حدد احتمال وقوع كل حدث:

إذا كانت فرصة إسقاط الكرات في لعبة البولينج هي 2 من 10، فما احتمال أن تفوّت الضربة؟

A = إسقاط الكرات، P(A ليس) = احتمال أن تفوّت الضربة

$$P(A) = \frac{2}{10}$$

$$\Rightarrow P(\text{A ليس}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{2}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} = 80\%$$

إذا كانت فرصة الإقامة في مهجع بعينه هي 75%. فما احتمال الإقامة في مهجع آخر؟

P(A) = 75%، P(A ليس) = احتمال الإقامة في مهجع آخر

$$P(\text{A ليس}) = 1 - P(A)$$

$$= 1 - 75\% = 25\%$$

حفل التخرج: في صف خالد للطلاب في السنة الأخيرة الذي يضم 100 طالب. حضر 91 طالبًا حفل تخرج الدفعة. إذا تم اختيار طالبين عشوائيًا من الصف بأكمله. فما احتمال عدم حضور واحد على الأقل منهم حفل التخرج؟

$P(\text{حضور}) = \frac{91}{100}$

$P(\text{غياب}) = \frac{9}{100}$

نعبر عن الحضور بـ ح وللغياب بـ غ عند اختيار طالبين هناك 4 أنواع

ح ح / ح غ / غ ح / غ غ

احتمال عدم حضور واحد على الأقل تعني عدم حضور واحد أو عدم حضور الاثنين. ح غ / غ ح / غ غ

الحدث المطلوب هو متمم الحدث (ح ح)

نحسب P(ح ح)

$$P(\text{ح ح}) = \frac{91}{100} \times \frac{90}{99} = \frac{91}{110}$$

$$P(\text{عدم حضور واحد على الأقل}) = 1 - P(\text{ح ح}) = 1 - \frac{91}{110} = \frac{19}{110} = 17.3\%$$