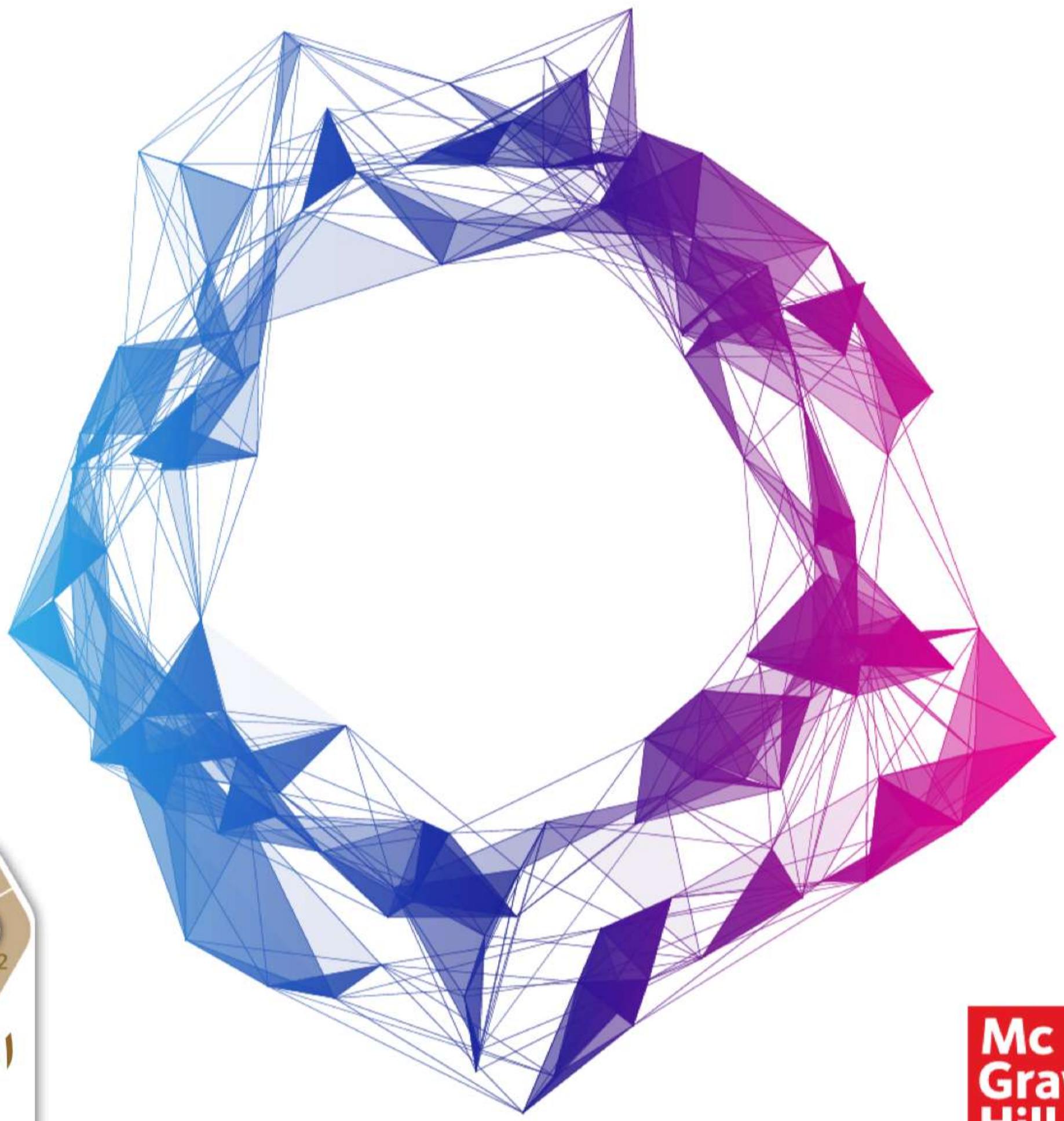
الإمارات العربية المتحدة
وزارة التربية والتعليم

الإمارات

2019-2020

الرياضيات

نسخة الإمارات العربية المتحدة



الصف
9
عام

Mc Graw Hill

Project: McGraw-Hill Education United Arab Emirates Edition Grade 09 Integrated Math T3

FM. Front Matter, from Integrated Math I © 2012
11. Reasoning and Proof, from Integrated Math II Chapter 5 © 2012
12. Parallel and Perpendicular Lines, from Integrated Math I Chapter 11 © 2012
13. Congruent Triangles, from Integrated Math I Chapter 12 © 2012
EM. End Matter/Glossary, from Integrated Math I © 2012

صورة الغلاف: hunthomas/Shutterstock.com

mheducation.com/prek-12

جميع الحقوق محفوظة © للعام 2020 لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

جميع الحقوق محفوظة. لا يجوز إعادة إنتاج أي جزء من هذا المنشور أو توزيعه في أي صورة أو بأي وسيلة كانت أو تخزينه في قاعدة بيانات أو نظام استرداد من دون موافقة خطية مسبقة من McGraw-Hill Education، بما في ذلك، على سبيل المثال لا الحصر، التخزين على الشبكة أو الإرسال عبرها أو البث لأغراض التعليم عن بُعد.

الحقوق الحصرية للتصنيع والتصدير عائدة لمؤسسة McGraw-Hill Education. لا يمكن إعادة تصدير هذا الكتاب من البلد الذي باعته له McGraw-Hill Education. هذه النسخة الإقليمية غير متاحة خارج أوروبا والشرق الأوسط وإفريقيا.

طبع في دولة الإمارات العربية المتحدة.

رقم النشر الدولي: 978-1-52-689951-4 *(نسخة الطالب)*
MHID: 1-52-689951-5 *(نسخة الطالب)*
رقم النشر الدولي: 978-1-52-689953-8 *(نسخة المعلم)*
MHID: 1-52-689953-1 *(نسخة المعلم)*

النسخة الإلكترونية

رقم النشر الدولي: 978-1-52-689961-3 *(نسخة الطالب)*
MHID: 1-52-689961-2 *(نسخة الطالب)*
رقم النشر الدولي: 978-1-52-689963-7 *(نسخة المعلم)*
MHID: 1-52-689963-9 *(نسخة المعلم)*

1 2 3 4 5 6 7 8 9 XXX 22 21 20 19 18 17

صاحب السّمو الشّيخ خليفة بن زايد آل نهيان
رئيس دولة الإمارات العربيّة المتّحدة، حفظه الله

”يجب التزوُّد بالعلوم الحديثة والمعارفِ الواسعة، والإقبال عليها بروح عالية ورغبة صادقة؛ حتى تتمكن دولة الإمارات خلال الألفيّة الثّالثة من تحقيق نقلة حضاريّة واسعة.“

من أقوال صاحب السّمو الشّيخ خليفة بن زايد آل نهيان

ملخص المحتويات

الوحدة 1 التعابير والمعادلات والدوال

الوحدة 2 المعادلات الخطية

الوحدة 3 الدوال الخطية

الوحدة 4 معادلات الدوال الخطية

الوحدة 5 المتباينات الخطية

الوحدة 6 أنظمة المعادلات والمتباينات الخطية

الوحدة 7 التعابير والمعادلات التربيعية

الوحدة 8 الأسس والتعابير الجذرية

الوحدة 9 نظرية المجموعات

الوحدة 10 المنطق والبرهان الرياضي

الوحدة 11 التبرير والبرهان

الوحدة 12 المستقيمات المتوازية والمتعامدة

الوحدة 13 المثلثات المتطابقة

كتيب الطالب

chapter sourced from FM. From Integrated Math I © 2012 McGraw-Hill Education

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

المؤلفون

يضمن مؤلفونا الرواد أن برامج Macmillan/McGraw-Hill وGlencoe/McGraw-Hill للرياضيات منظمة حقًا بشكل رأسي مترابط، مع وضع الغاية النهائية نصب الأعين — ألا وهي تحقيق النجاح في الرياضيات المتكاملة ا وما بعدها. ومن خلال "التخطيط العكسي" للمحتوى المأخوذ من برامج المدارس الثانوية، فإن جميع برامجنا المتعلقة بالرياضيات موضحة بشكل جيد في نطاقها وتسلسلها.

كبار المؤلفين

الدكتور جيه إيه كارتر
المدير
مدرسة أدلاي إي ستيفنسون الثانوية
لينكولنشاير، إلينوي

مجالات الخبرة: استخدام التكنولوجيا والوسائل التعليمية اليدوية لتصوير المفاهيم وتحقيق فهم الرياضيات لدى المتعلمين باللغة الإنجليزية

الدكتور جلبرت جيه كويفاس
أستاذ تعليم الرياضيات
جامعة ولاية تكساس - سان ماركوس
سان ماركوس، تكساس

مجالات الخبرة: تطبيق المفاهيم والمهارات في سياقات ثرية في الرياضيات إلى جانب تمثيلات الرياضيات

الدكتور روجر داي، مجاز في التعليم من المجلس الوطني
رئيس قسم الرياضيات
مدرسة بونتياك تاونشيب الثانوية
بونتياك، إلينوي

مجالات الخبرة: فهم الاحتمالية والإحصائيات وتطبيقها، إلى جانب تدريس الرياضيات لمعلمي الصفوف

الدكتورة كارول مالوي
مدرس مساعد
جامعة نورث كارولاينا في تشابيل هيل
تشابيل هيل، نورث كارولاينا

مجالات الخبرة: عمليات التمثيل والتفكير الناقد؛ نجاح الطلاب في الجبر 1

مؤلفو البرنامج

روث كيسي
مستشار الرياضيات
مدرس إقليمي مشارك
جامعة كنتاكي
ليكسينغتون، كنتاكي

مجالات الخبرة: التمثيل البياني للتكنولوجيا والرياضيات

جيري كامنز
مستشار الرياضيات
الرئيس السابق للمجلس القومي لمشرفي الرياضيات
ويسترن سبرينجز، إلينوي

مجالات الخبرة: التمثيل البياني للتكنولوجيا والرياضيات

الدكتور بيرتشي هوليداي، دكتوراه في التعليم
استشاري إقليمي في الرياضيات
سلفر سبرينج، ماريلاند

مجالات الخبرة: استخدام الرياضيات لنمذجة بيانات الحياة اليومية واستيعابها؛ وتأثير التمثيلات البيانية على فهم الرياضيات

بياتريس مور لاتشين
مستشار الرياضيات
هيوستن، تكساس

مجالات الخبرة: معارف في الرياضيات؛ العمل مع متعلمي اللغة الإنجليزية

مؤلف مشارك

دينا زايك المطويات
مستشار تعليمي
شركة Dinah-Might Activities, Inc.
سان أنطونيو، تكساس

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 1

التعابير والمعادلات والدوال

الاستعداد للوحدة 1 3

1-1 المتغيرات والتعابير 5

1-2 ترتيب العمليات 10

1-3 خصائص الأعداد 16

التوسع: مختبر الجبر الدقة 23

1-4 خاصية التوزيع 25

■ اختبار منتصف الوحدة 32

1-5 المعادلات 33

1-6 العلاقات 40

1-7 الدوال 47

التوسع: مختبر تقنية التمثيلات البيانية تمثيل الدوال 55

1-8 تفسير التمثيل البياني للدوال 56

التقويم

■ دليل الدراسة والمراجعة 62

■ تدريب على الاختبار 67

■ التحضير للاختبارات المعيارية 68

■ تدريب على الاختبار المعياري 70

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 المعادلات الخطية

الاستعداد للوحدة 2 73

2-1 **كتابة المعادلات** 75

الاستكشاف: مختبر الجبر حل المعادلات 81

2-2 **حل معادلات الخطوة الواحدة** 83

الاستكشاف: مختبر الجبر حل المعادلات متعددة الخطوات 90

2-3 **حل معادلات متعددة الخطوات** 91

2-4 **حل معادلات تتضمن متغير في كل طرف** 97

2-5 **حل معادلات تتضمن قيمة مطلقة** 103

■ **اختبار منتصف الوحدة** 110

2-6 **النسب والتناسب** 111

التوسع: مختبر ورق الجدولة التمثيل الوصفي 118

2-7 **النسبة المئوية للتغيير** 119

التوسع: مختبر الجبر الترتيب المئوي 125

2-8 **المعادلات الحرفية والتحليل البُعدي** 126

2-9 **المتوسط الحسابي المرجح** 132

التقويم

■ **دليل الدراسة والمراجعة** 139

■ **تدريب على الاختبار** 145

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** 146

■ **تدريب على الاختبار المعياري، الوحدتان 1 الى 2** 148

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3 الدوال الخطية

الاستعداد للوحدة 3 151

الاستكشاف: مختبر الجبر تحليل التمثيلات البيانية الخطية 153

3-1 **تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا** 155

3-2 **حل المعادلات الخطية بالتمثيل البياني** 163

التوسع: مختبر تقنية التمثيلات البيانية تمثيل الدوال الخطية بيانيًا 169

الاستكشاف: مختبر الجبر معدل تغير الدالة الخطية 171

3-3 **معدل التغير والميل** 172

■ **اختبار منتصف الوحدة** 181

3-4 **التغير الطردي** 182

3-5 **المتتاليات الحسابية على شكل دوال خطية** 189

التوسع: مختبر الجبر التبرير الاستقرائي والاستنتاجي 196

3-6 **العلاقات التناسبية وغير التناسبية** 197

التقويم

■ **دليل الدراسة والمراجعة** 203

■ **تدريب على الاختبار** 207

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** 208

■ **تدريب على الاختبار المعياري، الوحدات 1 الى 3** 210

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4 معادلات الدوال الخطية

الاستعداد للوحدة 4 213

الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيلات البيانية استقصاء صيغة الميل والمقطع 215

4-1 **تمثيل المعادلات بيانيًا بصيغة الميل والمقطع** 216

التوسع: مختبر تقنية التمثيلات البيانية مجموعة التمثيلات البيانية الخطية 224

4-2 **كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع** 226

4-3 **كتابة المعادلات بصيغة النقطة والميل** 233

4-4 **المستقيمات المتوازية والمتعامدة** 239

■ **اختبار الوحدة** 246

التقويم

■ **دليل الدراسة والمراجعة** 248

■ **تدريب على الاختبار** 251

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** 252

■ **تدريب على الاختبار المعياري، الوحدات 1 الى 4** 254

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

5 المتباينات الخطية

الاستعداد للوحدة 5 257

5-1 **حل المتباينات بالجمع والطرح** 259

الإستكشاف: مختبر الجبر حل المتباينات 265

5-2 **حل المتباينات بالضرب والقسمة** 266

5-3 **حل المتباينات متعددة الخطوات** 272

■ **اختبار منتصف الوحدة** 278

الإستكشاف: مختبر الجبر قرائة العبارات المركبة 279

5-4 **حل المتباينات المركبة** 280

5-5 **المتباينات التي تحتوي على قيمة مطلقة** 286

5-6 **التمثيل البياني لمتباينات ذوات متغيرين** 291

التوسّع: مختبر الهندسة نظرية التمثيل البيانى 297

التقويم

■ **دليل الدراسة والمراجعة** 298

■ **تدريب على الاختبار** 301

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** 302

■ **تدريب على الاختبار المعياري، الوحدات 1 الى 5** 304

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

6 أنظمة المعادلات والمتباينات الخطية

الاستعداد للوحدة 6 307

6-1 تمثيل أنظمة المعادلات بيانيًا 309

التوسع: مختبر تقنية التمثيلات البيانية أنظمة المعادلات 316

6-2 التعويض 318

6-3 الحذف باستخدام الجمع والطرح 324

6-4 الحذف باستخدام الضرب 331

■ اختبار منتصف الوحدة 337

6-5 تطبيق أنظمة المعادلات الخطية 338

التوسع: مختبر الجبر استخدام المصفوفات فى حل أنظمة المعادلات 344

6-6 أنظمة المتباينات 346

التوسع: مختبر تقنية التمثيل البياني أنظمة المتباينات 351

التقويم

■ دليل الدراسة والمراجعة 352

■ تدريب على الاختبار 357

■ التحضير للاختبارات المعيارية 358

■ تدريب على الاختبار المعياري، الوحدات 1 الى 6 360

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

7 التعابير والمعادلات التربيعية

الاستعداد للوحدة 7 363

الاستكشاف: مختبر الجبر جمع وطرح كثيرات الحدود 365

7-1 **جمع كثيرات الحدود وطرحها** 367

7-2 **ضرب كثيرة حدود في أحادية حد** 374

الاستكشاف: مختبر الجبر ضرب كثيرات الحدود 380

7-3 **ضرب كثيرات الحدود** 382

7-4 **نواتج الضرب الخاصة** 388

■ **اختبار منتصف الوحدة** 394

الاستكشاف: مختبر الجبر التحليل الى العوامل الأولية باستخدام خاصية التوزيع 395

7-5 **استخدام خاصية التوزيع** 396

الاستكشاف: مختبر الجبر تحليل ثلاثية الحدود للعوامل الأولية 403

7-6 **حل** $x^2+bx+c=0$ 405

7-7 **حل** $ax^2+bx+c=0$ 412

7-8 **الفرق بين مربعين** 418

7-9 **المربعات الكاملة** 424

التقويم

■ **دليل الدراسة والمراجعة** 432

■ **تدريب على الاختبار** 437

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** 438

■ **تدريب على الاختبار المعياري، للوحدة 7** 440

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

8 الأسس والتعابير الجذرية

الاستعداد للوحدة 8 443

8-1 خواص ضرب الأسس 445

8-2 خواص قسمة الأسس 452

8-3 الأسس النسبية 460

8-4 الترميز العلمي 468

■ اختبار منتصف الوحدة 475

8-5 تبسيط التعابير الجذرية 477

التوسع: مختبر الجبر الأعداد النسبية وغير النسبية 483

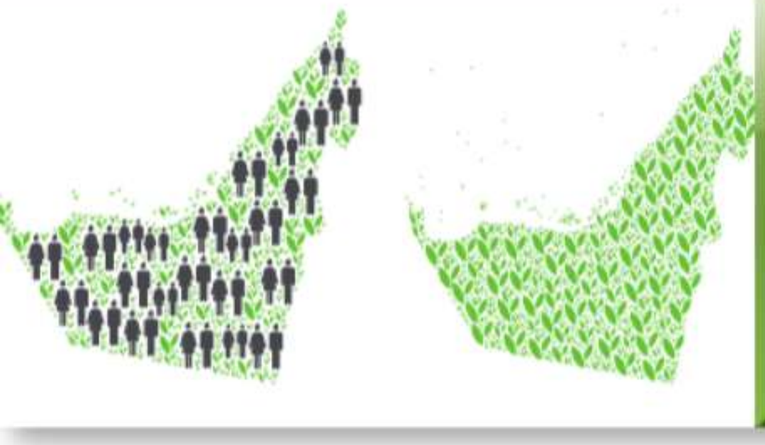
8-6 العمليات على التعابير الجذرية 484

التوسع: مختبر الجبر تبسيط تعابير الجذور النونية 489

التقويم

■ دليل الدراسة والمراجعة 491
■ تدريب على الاختبار 495
■ التحضير للاختبارات المعيارية 496
■ تدريب على الاختبار المعياري، الوحدات 1 الى 8 498

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



9 نظرية المجموعات

الاستعداد للوحدة 9 501

9-1 مقدمة في نظرية المجموعات 502

■ مجموعة التمارين 510

9-2 المجموعات الجزئية والعمليات على المجموعات 515

■ مجموعة التمارين 523

9-3 استخدام مخططات فِن Venn لدراسة العمليات على المجموعات 526

■ مجموعة التمارين 535

9-4 استخدام المجموعات لحل المسائل 537

■ مجموعة التمارين 544

9-5 المجموعات غير المنتهية 547

■ مجموعة التمارين 551

■ الملخص 552

التقويم

■ تمارين المراجعة 553

■ اختبار على الوحدة 556

■ المشاريع 557

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

10 المنطق والبرهان الرياضي

الاستعداد للوحدة 10 559

10-1 التبرير الاستقرائي والتخمين 561

10-2 المنطق 569

10-3 العبارات الشرطية 577

📖 **التوسع: مختبر الهندسة** عبارات ثنائية الشرط 586

10-4 التبرير الإستنتاجي 587

تقويم

- **دليل الدراسة والمراجعة** 596
- **تدريب على الاختبار** 599
- **التحضير للاختبارات المعيارية** 600
- **تدريب على الاختبار المعياري، الوحدات 1 إلى 10** 602

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

11 التبرير والبرهان

الاستعداد للوحدة 11 605

الاستكشاف: مختبر الهندسة الشروط الضرورية والكافية 607

11-1 المسلَّمات والبراهين الحرة 608

11-2 البرهان الجبري 616

11-3 إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة 624

11-4 إثبات العلاقات بين الزوايا 631

تقويم

- **دليل الدراسة والمراجعة** 641
- **تدريب على الاختبار** 644
- **التحضير للاختبارات المعيارية** 646
- **تدريب على الاختبارات المعيارية، الوحدات 1 الى 11** 648

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

12 المستقيمات المتوازية والمتعامدة

الاستعداد للوحدة 12 651

12-1 **المستقيمات المتوازية والمتقاطعة** 653

التوسع: مختبر برامج الهندسة الزوايا والمستقيمات المتوازية 659

12-2 **الزوايا والمستقيمات المتوازية** 660

الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيل البياني استكشاف الميل 667

12-3 **ميل الخط المستقيم** 668

■ **اختبار منتصف الوحدة** 677

12-4 **معادلات المستقيم** 678

التوسع: مختبر الهندسة معادلات المُنصفات العمودية 686

12-5 **إثبات توازي المستقيمات** 687

12-6 **المتعامدات والمسافة** 695

التقويم

■ **دليل الدراسة والمراجعة** 705

■ **تدريب على الاختبار** 709

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** 710

■ **تدريب على الاختبارات المعيارية، الوحدات 1 الى 12** 712

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 13 المثلثات المتطابقة

الاستعداد للوحدة 13 715

13-1 **تصنيف المثلثات** 717

الاستكشاف: مختبر الهندسة زوايا المثلثات 725

13-2 **زوايا المثلثات** 726

13-3 **المثلثات المتطابقة** 735

13-4 **إثبات تطابق المثلثات-تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)، تساوي ضلعين وزاوية (SAS)** 744

التوسع: مختبر الهندسة برهنة الإنشاءات 753

■ **اختبار منتصف الوحدة** 754

13-5 **إثبات تطابق المثلثات-تساوي زوايتين والضلع المحصور بينهما (ASA) وتساوي زاويتين وضلع (AAS)** 755

التوسع: مختبر الهندسة التطابق في المثلثات قائمة الزاوية 763

13-6 **المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع** 765

الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيل البياني تحويلات التطابق 774

13-7 **تحويلات التطابق** 776

13-8 **المثلثات والبرهان الإحداثي** 783

الاستكشاف A: مختبر الهندسة إنشاء المنصفات 790

الاستكشاف B: مختبر الهندسة إنشاء الوسيطات والارتفاعات 791

الاستكشاف C: مختبر تقنية التمثيل البياني متباينة المثلث 792

13-9 **مساحة متوازي الأضلاع والمثلث** 793

التقويم

■ **دليل الدراسة والمراجعة** 801

■ **تدريب على الاختبار** 805

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** 806

■ **تدريب على الاختبارات المعيارية، الوحدات 1 الى 13** 808

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

كتيب الطالب

الرموز والصيغ والمفاهيم الأساسية

الرموز EM-1

القياسات EM-2

العمليات والعلاقات الحسابية EM-3

الصيغ والمفاهيم الجبرية EM-3

الصيغ والمفاهيم الهندسية EM-5

الدوال والمتطابقات المثلثية EM-6

الدوال الأصلية والعمليات الحسابية على الدوال EM-7

النهايات والتفاضل والتكامل EM-7

الصيغ والمفاهيم الاحصائية EM-8

قاموس المصطلحات متوفر في النسخة الإلكترونية

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 11

التبرير والبرهان

Chapter Sourced From: 11. Reasoning and Proof, from Integrated Math II Chapter 5 © 2012 McGraw-Hill Education

السابق

- استخدمت العلاقات بين القطع المستقيمة والزوايا.

الحالي

- بعد دراستك لهذه الوحدة ستكون قادرًا على:
  - وضع تخمينات وتوجد أمثلة مضادة للعبارات.
  - استخدام التبرير الاستدلالي للوصول إلى خلاصات صالحة.
  - كتابة براهين تتضمن نظريات القطع المستقيمة والزوايا.

لماذا؟ ▲

- **العلوم والطبيعة** يستخدم علماء الأحياء والعلماء الآخرون التبرير الاستقرائي والاستدلالي لاتخاذ قرارات واستنتاج خلاصات منطقية حول الجماعات الأحيائية الحيوانية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الاستعداد للوحدة

1 خيار الكتاب المدرسي أجب عن أسئلة التدريب السريع التالية. ارجع إلى المراجعة السريعة للمساعدة.

تدريب سريع

جـــد قيمة كل تعبير عند قيمة x المعطاة.

1. $4x + 7; x = 6$
2. $(x - 2)180; x = 8$
3. $5x^2 - 3x; x = 2$
4. $\frac{x(x-3)}{2}; x = 5$
5. $x + (x + 1) + (x + 2); x = 3$

اكتب كل تعبير لفظي في صورة تعبير جبري.

6. أقل من خمسة أمثال عدد بثمانية
7. أكثر من مربع عدد بثلاثة

جـــد حل كل معادلة من المعادلات التالية.

8. $8x - 10 = 6x$
9. $18 + 7x = 10x + 39$
10. $3(11x - 7) = 13x + 25$
11. $3x + 8 = \frac{1}{2}x + 35$
12. $\frac{2}{3}x + 1 = 5 - 2x$
13. **الملابس** اشترت نبيلة 4 قمصان من المركز التجاري بسعر AED 52. اكتب معادلة لإيجاد متوسط تكلفة القميص الواحد وقم بحلها.

ارجع إلى الشكل الوارد في المثال 3.

14. حدّد زاويتين منفرجتين متقابلتين بالرأس.
15. حدّد زاويتين متجاورتين متتامتين.
16. حدّد زوجا خطيًا.
17. إذا كان $m\angle DXB = 116$ و $m\angle EXA = 3x + 2$. فجـــد قيمة x.
18. إذا كان $m\angle BXC = 90$. و $m\angle CXD = 6x - 13$. و $m\angle DXE = 10x + 7$. فجـــد قيمة x.

مراجعة سريعة

مثال 1

جـــد قيمة $x^2 - 2x + 11$ عند $x = 6$.

$x^2 - 2x + 11$	التعبير الأصلي
$= (6)^2 - 2(6) + 11$	عوّض بـ 6 عن x.
$= 36 - 2(6) + 11$	جـــد قيمة الأس.
$= 36 - 12 + 11$	اضرب.
$= 35$	بسط.

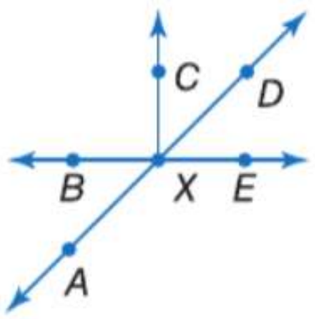
مثال 2

قم بحل $36x - 14 = 16x + 58$

$36x - 14 = 16x + 58$	المعادلة الأصلية
$36x - 14 - 16x = 16x + 58 - 16x$	اطرح $16x$ من كل طرف
$20x - 14 = 58$	بسط
$20x - 14 + 14 = 58 + 14$	اجمع 14 إلى كل طرف
$20x = 72$	بسط
$\frac{20x}{20} = \frac{72}{20}$	اقسم كل طرف على 20
$x = 3.6$	بسط

مثال 3

إذا كان $m\angle BXA = 3x + 5$ و $m\angle DXE = 56$، فجـــد قيمة x.



$m\angle BXA = m\angle DXE$	$\angle$ المتقابلتان بالرأس تكونان $\cong$
$3x + 5 = 56$	تعويض
$3x = 51$	اطرح 5 من كل طرف
$x = 17$	اقسم كل طرف على 3

يشير مصطلح المرابحة إلى مقدار الأموال المدفوعة أو المتحصلة عند اقتراض الأموال أو إقراضها. إذا اقترض العميل من المصرف أموالا، فسيدفع العميل للمصرف نسبة مرابحة نظير استخدامه لأموال المصرف. وإذا ادخر العميل أموالا في حساب مصرفي، فسيدفع المصرف للعميل نسبة مرابحة نظير استخدامه لأموال العميل.

يسمى المبلغ المقترض أو المدّخر في البداية بالمبلغ الأساسي. ونسبة المرابحة هي نسبة مئوية تتم إضافتها أو خصمها خلال فترة زمنية معينة. والمرابحة البسيطة هي مقدار مبلغ المرابحة المُضاف أو المخصوم بعد تطبيق نسبة المرابحة على المبلغ الأساسي.

المرابحة البسيطة (I) هي ناتج ضرب ثلاث قيم هي: المبلغ الأساسي (P) ونسبة المرابحة كرقم عشري (r) والفترة الزمنية (t): $I = P \times r \times t$

McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة

البدء في هذه الوحدة

ستتعلم العديد من المفاهيم والمهارات والمفردات الجديدة أثناء دراستك للوحدة 11.
لتستعد، قم بتحديد المصطلحات المهمة وتنظيم مواردك.
يمكنك الرجوع إلى وحدات سابقة لمراجعة المهارات المطلوبة.

المطويات منظّم الدراسة

التبرير والبرهان أعدّ هذه المطوية لتساعدك في تنظيم ملاحظاتك الخاصة بالوحدة فيما يتعلق بالمنطق والاستنتاج والبرهان. ابدأ بورقة واحدة من ورق الدفتر.

1 **اطو** الورقة طوليًا بحيث تحاذي حافتها الثقوب.

2 **قص** خمسة أجزاء في الورقة العلوية..

3 **سمّ** الأجزاء كما هو موضح.

المفردات الجديدة

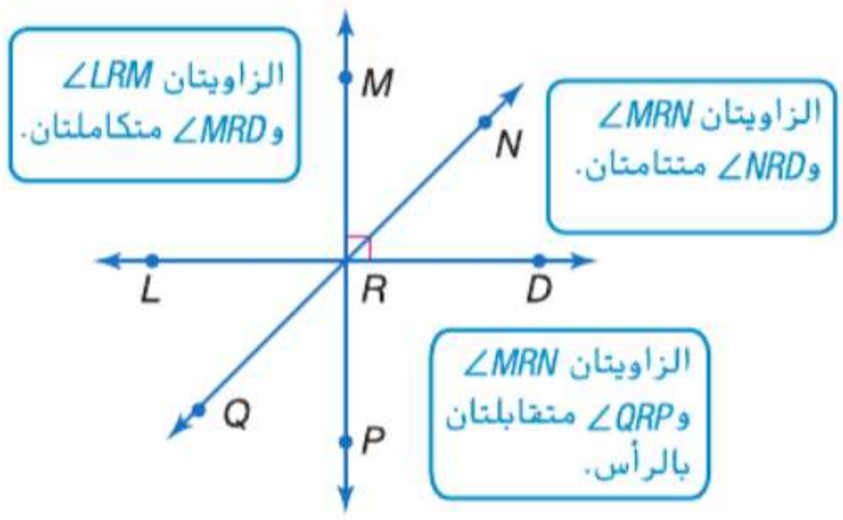
العربية	English
مسلَّمة	postulate
برهان	proof
نظرية	theorem

مراجعة المفردات

الزاويتان المتتامتان هما زاويتان مجموع قياساتهما يساوي 90

الزاويتان المتكاملتان هما زاويتان مجموع قياساتهما يساوي 180

الزاويتان المتقابلتان بالرأس هما زاويتان غير متجاورتين تكونتا بواسطة مستقيمات متقاطعة



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مختبر الهندسة
الشروط الضرورية والكافية

نعرف جميعا أن الماء شرط *ضروري* لتبقى النباتات على قيد الحياة. ومع ذلك، فإنه ليس شرطا *كافيًا*. فعلى سبيل المثال، تحتاج النباتات أيضا إلى ضوء الشمس لتبقى على قيد الحياة.

الشروط الضرورية والكافية مهمة في الرياضيات.
فكر في خاصيّة امتلاك أربعة أضلاع. بينما يعتبر *امتلاك أربعة أضلاع* شرطا ضروريًا ليكون الشيء مربعا، فإن هذا الشرط منفردًا غير كاف لضمان أنه مربع، حيث إن شبه المنحرف رباعي الأضلاع لكنه ليس مربعا.

الشرط	التعريف	أمثلة
ضروري	يقال أن الشرط *A* ضروري للشرط *B*، إذا كان بطلان الشرط *A* أو عدم وجوده يضمن بطلان الشرط *B* أو عدم وجوده. .	إن امتلاك أضلاع متقابلة ومتوازية شرط ضروري ليكون الشيء مربعا.
كاف	يقال إن الشرط *A* كاف للشرط *B*. إذا كانت صحة الشرط *A* أو وجوده تضمن صحة الشرط *B* أو وجوده.	أن يكون الشيء مربعا شرط كاف ليكون مستطيلا .

تمارين

حدد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة أم خاطئة. وإذا كانت خاطئة، فقدم مثالا مضادًا.

1. أن يكون الشيء مربعا شرط ضروري ليكون مستطيلا.
2. أن يكون الشيء مستطيلا شرط ضروري ليكون مربعا.
3. أن يكون العدد أكبر من 5 شرط ضروري ليكون أقل من 10.
4. أن يكون العدد أقل من 18 شرط كاف ليكون أقل من 25.
5. السير على أربعة أرجل شرط كاف ليكون الكائن كلبًا.
6. تنفس الهواء شرط ضروري ليكون الكائن إنسانًا.
7. أن يكون الشيء مستطيلا متساوي الأضلاع شرط كاف وضروري ليكون مربعا.

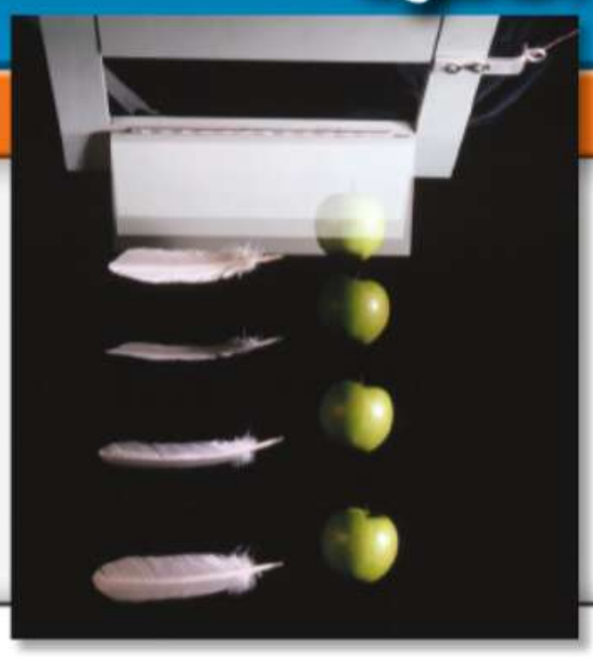
حدد حدد ما إذا كان *I* شرطًا *ضروريًا* لـ *II*، أو شرطًا *كافيًا* لـ *II*، أو كلاهما. اشرح.

8. I. تعطى نقطتان.
   II. يمكن كتابة معادلة مستقيم.
9. I. المستويان متوازيان.
   II. المستويان لا يتقاطعان.
10. I. الزاويتان حادتان.
    II. الزاويتان متممتان.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 11-1

المسلَّمات والبراهين الحرة



السابق:
- استخدمت التبرير الاستدلالي عبر تطبيق قانون الفصل المنطقي وقانون القياس المنطقي.

الحالي:
1. تحديد المسلَّمات الأساسية حول النقاط والمستقيمات والمستويات واستخدامها.
2. كتابة براهين حرة.

لماذا؟
- إذا سقطت ريشة وتفاحة من الارتفاع نفسه في غرفة فارغة، فسيسقط الجسمان بالمعدل نفسه. يوضح هذا أحد قوانين السير إسحاق نيوتن للجاذبية والقصور. هذه القوانين مسلم بصحتها كحقائق أساسية لعلم الفيزياء. يجب افتراض أو التسليم بأن بعض القوانين في الهندسة صحيحة.

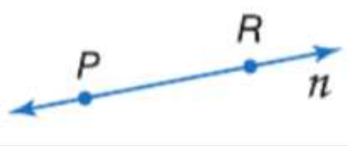
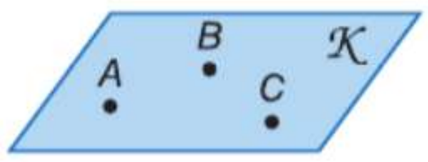
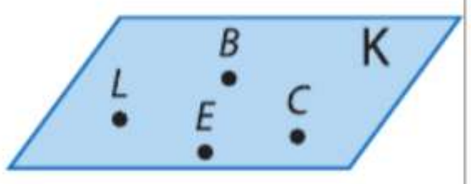
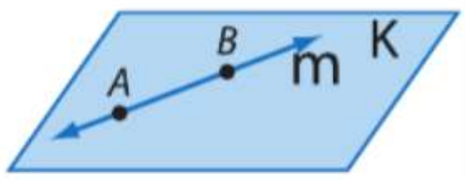
المفردات الجديدة
- مسلَّمة postulate
- بديهية axiom
- برهان proof
- نظرية theorem
- فرضية الاستنتاج deductive argument
- برهان حر paragraph proof
- برهان غير شكلي informal proof

ممارسات في الرياضيات
2 التفكير بطريقة تجريدية وكمية.
3 بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

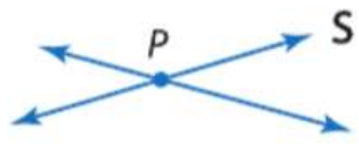
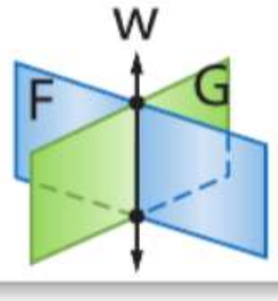
1 النقاط والمستقيمات والمستويات

المسلَّمة أو **البديهية** هي عبارة تقبل صحتها دون برهان. يمكن الإشارة إلى الأفكار الأساسية حول النقاط والمستقيمات والمستويات على أنها مسلَّمات.

المسلَّمات النقاط والمستقيمات والمستويات

	التعبير اللفظي	مثال
11.1	أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.	 المستقيم n هو المستقيم الوحيد المار بالنقطتين P وR.
11.2	أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.	 المستوى K هو المستوى الوحيد المار بالنقاط A وB وC التي ليست على استقامة واحدة.
11.3	يحتوي المستقيم على نقطتين على الأقل.	يحتوي المستقيم n على النقاط P وQ وR.
11.4	يحتوي المستوى على ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامة واحدة.	 يحتوي المستوى K على النقاط L وB وC وE التي ليست على استقامة واحدة.
11.5	إذا وقعت نقطتان في مستوى ما، فإن المستقيم الذي يحتوي على النقطتين يقع كليًا في ذلك المستوى.	 تقع النقطتان A وB في المستوى K. ويحتوي المستقيم m على النقطتين A وB. لذلك يقع المستقيم m في المستوى K.

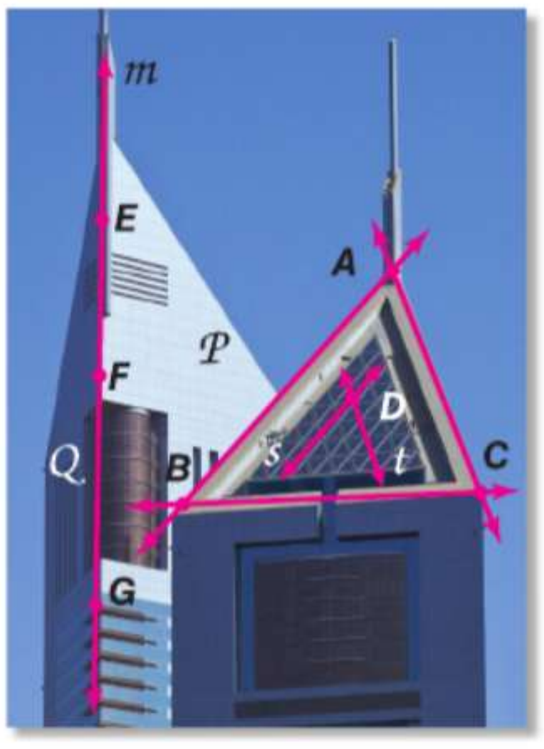
المفهوم الأساسي تقاطعات المستقيمات والمستويات

	التعبير اللفظي	مثال
11.6	إذا تقاطع مستقيمان، فإن تقاطعهما يكون في نقطة واحدة فقط.	 يتقاطع المستقيمان s وt عند النقطة P.
11.7	إذا تقاطع مستويان، فإن تقاطعهما يكون في صورة مستقيم.	 يتقاطع المستويان F وG في المستقيم W.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تشكل هذه المسلَّمات الإضافية أساسا للبراهين والتبريرات المتعلقة النقاط والمستقيمات والمستويات.

مثال من الحياة اليومية 1 تحديد المسلَّمات



الهندسة المعمارية **اشرح كيف توضح الصورة أن كل عبارة صحيحة. ثم اذكر المسلَّمة التي يمكن استخدامها لإثبات أنّ كل عبارة صحيحة.**

a. يحتوي المستقيم m على النقطتين F و G. ويمكن أن تكون النقطة E المستقيم m أيضا.

وحافة المبنى عبارة عن خط مستقيم m. تقع النقاط E و F و G على طول هذه الحافة. لذا فهي تقع على طول المستقيم m. توضح المسلَّمة 11.3، التي تنص على أن المستقيم يحتوي على نقطتين على الأقل، أن هذا صحيح.

b. يتقاطع المستقيمان s و t عند النقطة D.

تشكل الشبكة الموجودة على نافذة المبنى مستقيمات متقاطعة. يتقاطع المستقيمان s و t من هذه الشبكة في موقع واحد فقط، وهو النقطة D. توضح المسلَّمة 11.6، التي تنص على أنه إذا تقاطع مستقيمان فإن تقاطعهما يكون عند نقطة واحدة بالتحديد، أن هذا صحيح.

تمرين موجه

1A. تحدد النقاط A و B و C أحد المستويات **1B.** يتقاطع المستويان P و Q في المستقيم m

يمكنك استخدام المسلَّمات لشرح تبريرك عند تحليل العبارات.

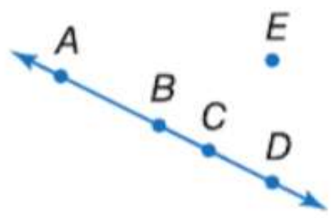
مثال 2 تحليل العبارات باستخدام الفرضيات

حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة *دائما*، أم أحيانًا، أم *غير صحيحة على الإطلاق*. اشرح تبريرك.

a. إذا تقاطع مستقيمان في المستوى نفسه، فإن نقطة تقاطعهما تقع في المستوى نفسه الذي يقع فيه المستقيمان.

دائما: تنص المسلَّمة 11.5 على أنه إذا وقعت نقطتان في مستوى ما، فإن المستقيم الذي يحتوي على النقطتين يقع بأكمله في ذلك المستوى. إذًا، طالما أن كلتا النقطتين تقع في المستوى، فإن أي نقطة على هذه المستقيمات، بما في ذلك نقطة تقاطعهما، تقع أيضا في المستوى.

b. أربع نقاط لا تقع على استقامة واحدة.



أحيانًا: تنص المسلَّمة 11.3 على أن المستقيم يحتوي على الأقل على نقطتين. يعني هذا أن المستقيم يمكن أن يحتوي على نقطتين *أو أكثر*. إذا، يمكن لأربع نقاط ألا تكون على استقامة واحدة، مثل A و E و C و D. أو على استقامة واحدة مثل النقاط A و B و C و D.

تمرين موجه

2A. يحدد مستقيمان متقاطعان أحد المستويات **2B.** تتقاطع ثلاثة مستقيمات في نقطتين

2 البراهين الحرة

لإثبات فرضية، فأنت تستخدم التبرير الاستنتاجي للانتقال من الفرضية إلى الخلاصة الخاصة بالتخمين الذي تحاول إثباته. ويتم هذا عن طريق كتابة **برهان**، وهو فرضية منطقية تدعم فيها أي عبارة تقولها بعبارة صحتها مقبولة.

نصيحة دراسية

النظام البديهي النظام البديهي عبارة عن مجموعة من القواعد البديهية التي يمكن استخدام بعضها أو استخدامها جميعا للاستنتاج المنطقي للنظريات.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

بمجرد إثبات عبارة أو تخمين، يطلق عليها **نظرية**. ويمكن استخدامها كسبب لتبرير العبارات في البراهين الأخرى.

المفهوم الأساسي عملية البرهان

الخطوة 1 اسرد المعلومات المعطاة وصمم، إن أمكن، رسما تخطيطيًا لتوضيح هذه المعلومات.

الخطوة 2 اذكر النظرية أو التخمين المطلوب إثباته.

الخطوة 3 أنشئ فرضية استنتاج من خلال صياغة سلسلة منطقية من العبارات التي تربط المعطيات بما تحاول إثباته.

الخطوة 4 برّر كل عبارة بسبب. تتضمن الأسباب تعريفات وخواص جبرية ومسلَّمات ونظريات.

الخطوة 5 اذكر ما قد أثبته.

نصيحة دراسية

التناسب *التناسب* هو عبارة تنص على إثبات إما أن يكون خطأ أو صوابًا. في الرياضيات، يستخدم التناسب عادة ليعني إثباتًا صحيحا ويمكن أن يكون مرادفًا للنظرية.

تتضمن إحدى وسائل إثبات العبارات والتخمينات، وهي **البرهان الحر**. كتابة فقرة لشرح سبب صحة تخمين لأحد المواقف. تسمى البراهين الحرة أيضا **البراهين غير الشكلية**. على الرغم من أن كلمة غير *شكلي* لا يقصد بها الإيحاء بأن هذه الصيغة من البراهين أقل صحة من أي نوع آخر من البراهين.

مثال 3 كتابة برهان حر

بفرض أنّ *M* هي نقطة منتصف $\overline{XY}$، اكتب برهانا حرًا لإثبات أنّ $\overline{MY} \cong \overline{XM}$.

المعطيات: *M* هي نقطة منتصف $\overline{XY}$.

المطلوب إثباته: $\overline{XM} \cong \overline{MY}$

الخطوتان 1 و2

إذا كانت *M* هي نقطة منتصف $\overline{XY}$، فمن تعريف نقطة منتصف القطعة المستقيمة، نعرف أنّ $XM = MY$. يعني هذا أنّ $\overline{XM}$ و $\overline{MY}$ لهما الطول نفسه. بتعريف التطابق، إذا كان لقطعتين مستقيمتين الطول نفسه، فإنهما متطابقتان.

الخطوتان 3 و4

ومن ثمّ، $\overline{XM} \cong \overline{MY}$.

الخطوة 5

نصيحة لحل المسائل

الحل بترتيب عكسي من استراتيجيات كتابة البرهان أن *تحل* بترتيب عكسي. ابدأ بما تحاول إثباته، وحل بترتيب عكسي خطوة بخطوة حتى تصل إلى المعلومات المعطاة.

تمرين موجه

3. بفرض أنّ *C* تقع بين *A* و *B* و $\overline{AC} \cong \overline{CB}$. اكتب برهانًا حرًا لإثبات أنّ *C* هي نقطة منتصف $\overline{AB}$.

بمجرد إثبات صحة تخمين ما، يمكن ذكره كنظرية واستخدامه في البراهين الأخرى. يعرف التخمين الوارد في المثال 3 باسم نظرية نقطة المنتصف.

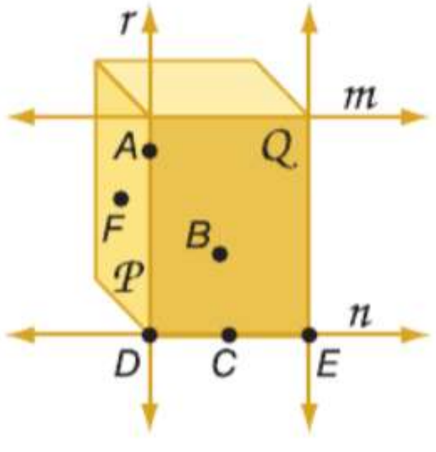
النظرية 11.1 نظرية نقطة المنتصف

إذا كانت *M* هي نقطة منتصف $\overline{AB}$، فإن $\overline{AM} \cong \overline{MB}$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تحقق من فهمك

مثال 1



اشرح كيف يوضح الشكل أن كل عبارة صحيحة. ثم اذكر الفرضية التي يمكن استخدامها لإثبات أنّ كل عبارة صحيحة.

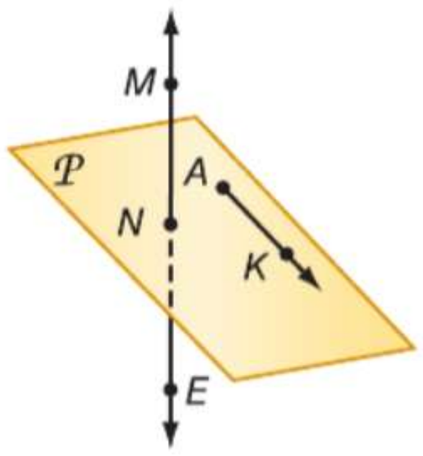
1. يتقاطع المستويان P و Q في المستقيم r.
2. يتقاطع المستقيمان r و n عند النقطة D.
3. يحتوي المستقيم n على النقاط C و D و E.
4. يحتوي المستوى P على النقاط A و F و D.
5. يقع المستقيم n في المستوى Q.
6. المستقيم r هو المستقيم المار بين A و D.

مثال 2

حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة *دائما*، أم *أحيانًا*، أم *غير صحيحة على الإطلاق*. اشرح تبريرك.

7. يكون تقاطع المستويات الثلاثة في صورة مستقيم.
8. يحتوي المستقيم r على النقطة P فقط.
9. أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

في الشكل، يوجد $\overrightarrow{AK}$ في المستوى P وتوجد M على $\overleftrightarrow{NE}$. اذكر المسلَّمة التي يمكن استخدامها لإثبات أنّ كل عبارة صحيحة.



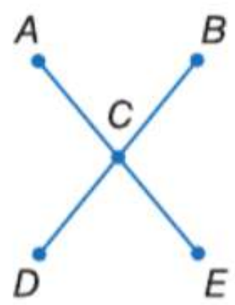
10. M، و K، و N هي نقاط تقع في المستوى نفسه.
11. $\overleftrightarrow{NE}$ يحتوي على النقطتين N و M.
12. N و K تقعان على استقامة واحدة.
13. تقع النقاط N و K و A في المستوى نفسه.

14. **رياضة** تنظم مدرسة رنا في كل عام مسابقة بين الطلاب والمدرسين في كرة السلة لجمع الأموال للجمعيات الخيرية. يشترك هذا العام في المسابقة ثمانية فرق. خلال الجولة الأولى، يلاعب كل فريق الفرق الأخرى كلها.

a. كم عدد المباريات التي ستقام في الجولة الأولى؟
b. صمم رسما تخطيطيًا لنمذجة عدد مباريات الجولة الأولى. ما الفرضية التي يمكن استخدامها لتعليل رسمك التخطيطي؟
c. جـــد وسيلة عددية يمكنك استخدامها، بغض النظر عن عدد الفرق المشاركة في المسابقة، لحساب عدد مباريات الجولة الأولى.

مثال 3

15. **فرضيات** في الشكل الموجود على اليسار. $\overline{DB} \cong \overline{AE}$ و C هي نقطة منتصف $\overline{AE}$ و $\overline{DB}$. اكتب برهانًا حرًا لإثبات أنّ $AC = CB$.

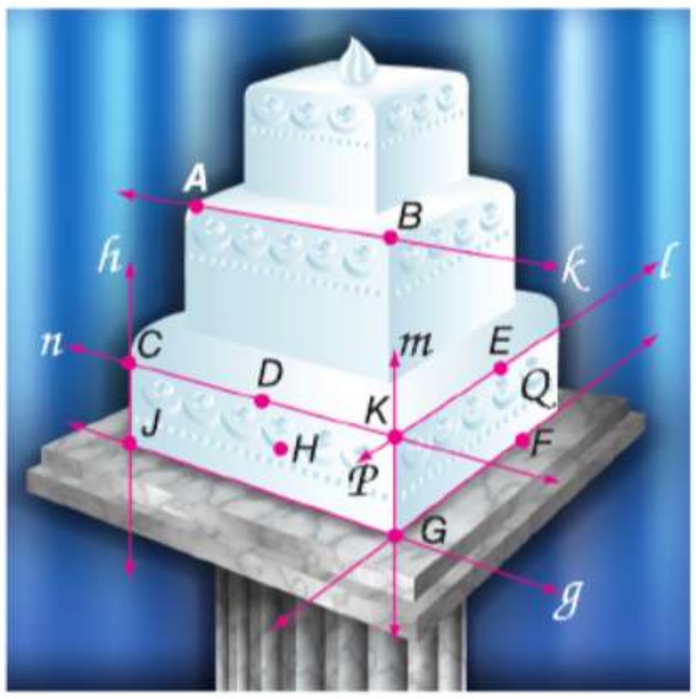


McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

التمرين وحل المسائل

مثال 1

الكعك اشرح كيف توضح الصورة أن كل عبارة صحيحة. ثم اذكر المسلَّمة التي يمكن استخدامها لإثبات أنّ كل عبارة صحيحة.



16. يتقاطع المستقيمان n و ℓ عند النقطة K.

17. يتقاطع المستويان P و Q في المستقيم m.

18. تحدد النقاط D و K و H أحد المستويات.

19. تقع النقطة D أيضا على المستقيم n وتمر بين النقطتين C و K.

20. تقع النقطتان D و H على استقامة واحدة.

21. تقع النقاط E و F و G في المستوى نفسه.

22. $\overleftrightarrow{EF}$ يقع في المستوى Q.

23. يتقاطع المستقيمان h و g عند النقطة J.

مثال 2

حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة دائما، أم أحيانًا، أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح.

24. يوجد مستوى واحد فقط يحتوي على نقاط ليست على استقامة واحدة وهي A و B و C.

25. يوجد ثلاثة مستقيمات على الأقل تمر بالنقطتين J و K.

26. إذا كانت النقاط M و N و P تقع في المستوى X، فإنها تقع على استقامة واحدة.

27. توجد النقطتان X و Y في المستوى Z. أي نقطة على استقامة واحدة مع X و Y توجد في المستوى Z.

28. يمكن لتقاطع مستويين أن يكون في صورة نقطة.

29. تحدد النقاط A و B و C أحد المستويات.

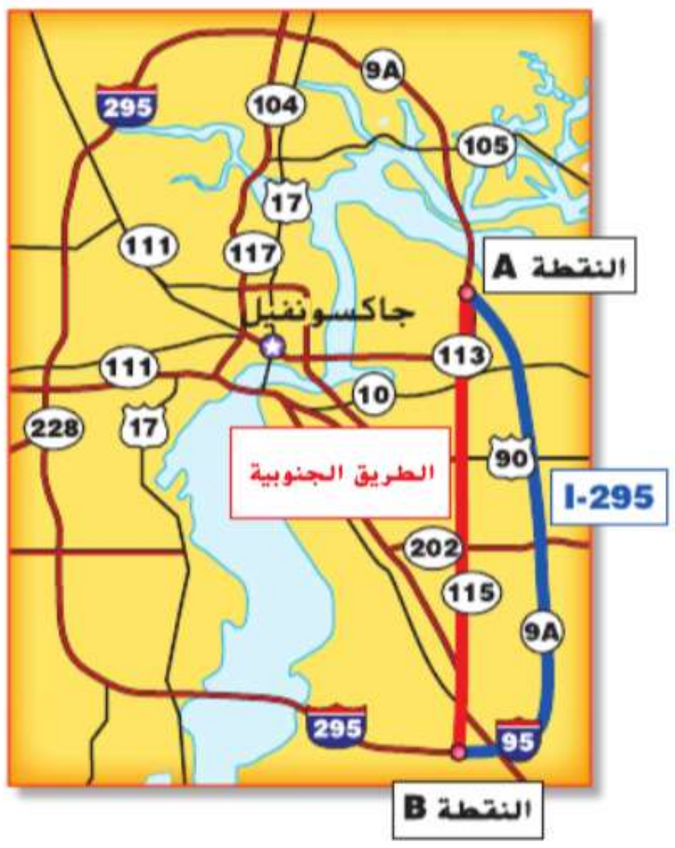
مثال 3

30. **البرهان** النقطة Y هي نقطة منتصف $\overline{XZ}$. Z هي نقطة منتصف $\overline{YW}$. أثبت أنّ $\overline{ZW} \cong \overline{XY}$.

31. **البرهان** النقطة L هي نقطة منتصف $\overline{JK}$. $\overline{JK}$ يتقاطع مع $\overline{MK}$ عند K. إذا كان $\overline{JL} \cong \overline{MK}$. فأثبت أنّ $\overline{LK} \cong \overline{MK}$.

32. **فرضيات** في عطلة نهاية الأسبوع الماضي، قضى إبراهيم وأصدقاؤه ظهيره يوم السبت في الحديقة. وكان ثمة العديد من الأشخاص بالدراجات وألواح التزلج. بلغ إجمالي الدراجات وألواح التزلج 11 بإجمالي 36 عجلة. استخدم برهانًا حرًا لتوضيح عدد الدراجات وعدد ألواح التزلج التي كانت في الحديقة.

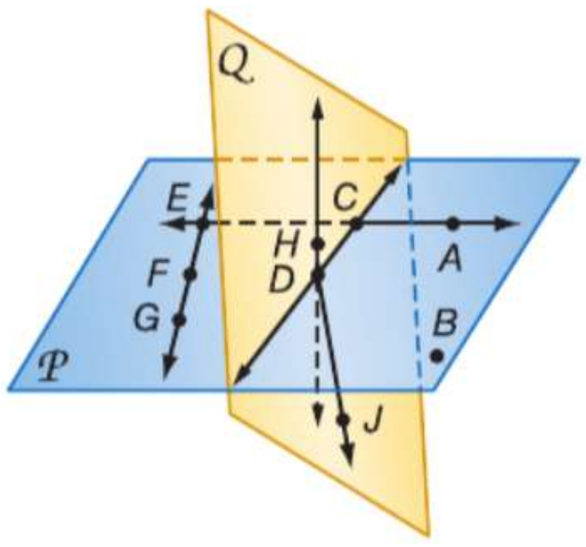
33. **القيادة** تنتقل خديجة من النقطة A إلى النقطة B. ويظهر طريقان محتملان على الخريطة. افترض أن حد السرعة في الطريق الجنوبية هو 55 km/h وأن حد السرعة في I-295 هو 70 km/h.



a. أي الطريقين يغطي المسافة الأقصر؟ اشرح تبريرك.

b. إذا كانت المسافة من النقطة A إلى النقطة B على طول الطريق الجنوبية تبلغ 10.5 كيلومترات والمسافة على طول I-295 تبلغ 11.6 km. فأي الطريقين أسرع بافتراض أنّ خديجة تقود بحد السرعة؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



في الشكل الموجود على اليسار، $\overleftrightarrow{CD}$ و $\overleftrightarrow{CE}$ يقعان في المستوى P و $\overleftrightarrow{DH}$ و $\overleftrightarrow{DJ}$ يقعان في المستوى Q. اذكر المسلَّمة التي يمكن استخدامها لإثبات أنّ كل عبارة صحيحة.

34. تقع النقطتان C و B على استقامة واحدة.

35 $\overleftrightarrow{EG}$ يحتوي على النقاط E و F و G.

36. $\overleftrightarrow{DA}$ يقع في المستوى P.

37. تقع النقطتان D و F على استقامة واحدة.

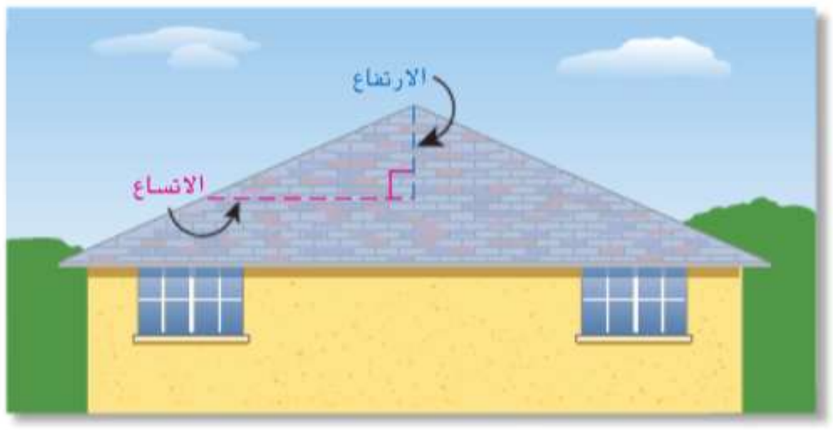
38. تقع النقاط C و D و B في المستوى نفسه.

39. يحتوي المستوى Q على النقاط C و H و D و J.

40. $\overleftrightarrow{AC}$ و $\overleftrightarrow{FG}$ يتقاطعان عند النقطة E.

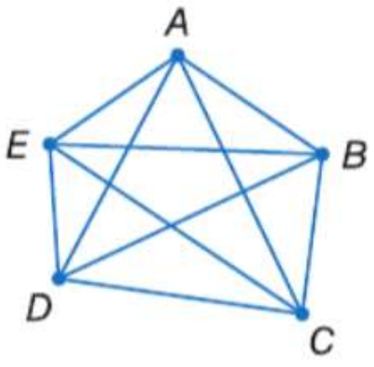
41. يتقاطع المستوى P والمستوى Q عند $\overleftrightarrow{CD}$.

42. فرضيات تصمم الأسقف بناءً على المواد المستخدمة لضمان عدم تسرب الماء إلى المباني التي تغطيها. تبنى بعض الأسقف من مواد مقاومة للماء، وتبنى الأسقف الأخرى لصرف الماء أو التخلص منه بتأثير الجاذبية. درجة ميل السقف عبارة عن الارتفاع عن اتساع السقف، وهي تقاس عامة بالارتفاع لكل متر من الاتساع. استخدم العبارات أدناه لكتابة برهان حر يعلل العبارات التالية: إن درجة ميل السقف في تصميم منال ليست منحدرة بالشكل الكافي.



- يجب أن يكون للأسقف المقاومة للماء حد أدنى من الميلان يساوي $\frac{1}{4}$ cm لكل 1 m.
- يجب أن يكون لأسقف صرف الماء حد أدنى من الميلان يساوي 4 cm لكل 1 m.
- تصمم منال منزلا بسقف لصرف الماء.
- درجة الميل في تصميم منال هي 2 cm لكل 1 m.

43. شبكات يقوم عامر بإنشاء شبكة من عدة أجهزة كمبيوتر بحيث يتصل كل جهاز كمبيوتر بجميع الأجهزة الأخرى. يوضح الرسم التخطيطي الوارد على اليسار هذه الشبكة إذا كان لدى عامر 5 أجهزة كمبيوتر.



a. صمم رسوما تخطيطية للشبكات إذا كان لدى عامر 2 أو 3 أو 4 أو 6 من أجهزة الكمبيوتر.

b. أنشئ جدولا بعدد أجهزة الكمبيوتر وعدد التوصيلات للرسوم التخطيطية التي صممتها.

c. إذا كان ثمة عدد n من أجهزة الكمبيوتر، فاكتب تعبيرًا عن عدد أجهزة الكمبيوتر الذي يتصل بها كل جهاز.

d. إذا كان ثمة عدد n من أجهزة الكمبيوتر، فاكتب تعبيرًا عن عدد الوصلات الموجودة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

44. التفكير المنطقي الصورة لمبنى مستدير في مبنى البرلمان. وعادة يكون هذا المبنى المستدير مغطى بقبة

a. إذا كنت تقف في منتصف المبنى المستدير، فأي مخرج مقوس يكون الأقرب إليك؟

b. ما المعلومات التي استخدمتها لصياغة إجابتك؟

c. ما المصطلح الذي يشير إلى المسافة الأقصر بين مركز الدائرة ونقطة على الدائرة؟

مهارات التفكير العليا. مسائل استخدام مهارات التفكير العليا

45. تحليل الخطأ كان عبيد وعلي يعملان على برهان حر لإثبات أنه إذا كان $\overline{AB}$ يطابق $\overline{BD}$ وكانت النقاط A و B و D على استقامة واحدة، فإن B هي نقطة منتصف $\overline{AD}$.
بدأ كل طالب برهانه بشكل مختلف. هل أي منهما صحيح؟
اشرح تبريرك.

عبيد

إذا كانت B هي نقطة منتصف $\overline{AB}$،
فإن B تقسم $\overline{AD}$ إلى قطعتين
مستقيمتين متطابقتين.

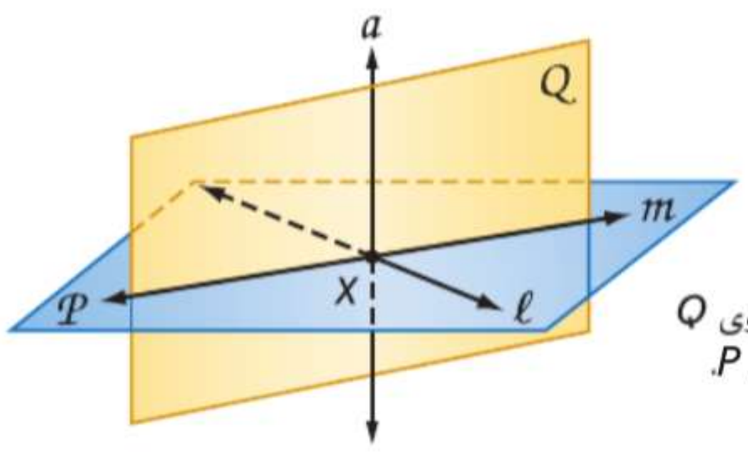
علي

$\overline{AB}$ يطابق $\overline{BD}$ و A و B و D على
استقامة واحدة.

46. مسألة غير محددة الإجابة ارسم شكلا يعبر عن خمس من الفرضيات السبع التي تعلمتها. اشرح المسلَّمات التي اخترتها والطريقة التي يعبر بها الشكل الخاص بك عن كل مسلَّمة.

47. تحفيز استخدم العبارات الصحيحة التالية والتعريفات والمسلَّمات التي قد تعلمتها للإجابة عن كل سؤال.

يتعامد مستويان إذا وفقط إذا احتوى أحد المستويين على مستقيم عمودي على المستوى الثاني.



a. يمر مستوى واحد فقط عمودي على مستقيم بنقطة ما. إذا كان المستوى Q عموديًا على المستقيم ℓ عند النقطة X ويقع المستقيم ℓ في المستوى P، فما الذي يجب أن يكون صحيحا أيضا؟

b. يمر مستقيم واحد فقط عمودي على مستوى بنقطة ما. إذا كان المستوى Q عموديًا على المستوى P عند النقطة X ويقع المستقيم a في المستوى Q، فما الذي يجب أن يكون صحيحا أيضا؟

التبرير حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة *أحيانًا*، أم دائمًا، أم غير صحيحة *على الإطلاق*. اشرح تبريرك أو قدم مثالا مضادًا.

48. أي ثلاث نقاط يمر بها مستوى واحد فقط.

49. لأي ثلاثة مستقيمات في المستوى نفسه نقطتا تقاطع.

50. الكتابة في الرياضيات كيف تتطلب كتابة برهان تفكيرًا منطقيًا؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

51. الجبر أي مما يلي يمثل أحد حلول المعادلة $3x^2 - 5x + 1 = 0$؟

A $\frac{5 + \sqrt{13}}{6}$

B $\frac{-5 - \sqrt{13}}{6}$

C $\frac{5}{6} - \sqrt{13}$

D $-\frac{5}{6} + \sqrt{13}$

52. إجابة شبكية لدى سلطان 20 كرة زجاجية في حقيبة، جميعها بالحجم والشكل أنفسهما. توجد 8 من الكرات الحمراء، و 2 من الكرات الزرقاء، و 10 من الكرات الصفراء في الحقيبة. وسيختار كرة زجاجية من الحقيبة بشكل عشوائي. فما احتمال أن تكون الكرة الزجاجية التي سيختارها سلطان صفراء؟

53. أي العبارات *لا* يمكن أن تكون صحيحة؟

F تحدد ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة أحد المستويات.

G يتقاطع مستقيمان في نقطة واحدة فقط.

H يمكن لمستقيمين على الأقل أن يحتويا على النقطتين أنفسهما.

J تقسم نقطة المنتصف القطعة المستقيمة إلى قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

54. اختبار الكفاءة الدراسية/اختبار القبول ما أكبر عدد من المناطق يمكن تكوينها إذا تقاطعت 3 مستقيمات متمايزة مع دائرة؟

A 3

B 4

C 5

D 6

E 7

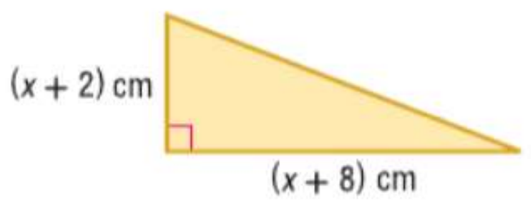
مراجعة شاملة

حلّ كل معادلة بإكمال المربع. وقرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

55. $x^2 + 4x - 8 = 5$

56. $3x^2 + 5x = 18$

57. جـــد قيمة x في الشكل إذا كانت المساحة $36\ cm^2$.



حلّل كل من كثيرات الحدود إلى عواملها.

58. $\frac{1}{2}t^2 - 162$

59. $25d^2 - 49d$

60. $196t^2u^3 - 144u^3$

61. $169a^4b^6 - 121c^8$

62. $4g^2 - 1296h^2$

63. $18a^3 + 27a^2 - 50a - 75$

64. علم الأحياء أثناء تجربة ما، يمكن التعبير عن عدد ذرات أحد الفيروسات باستخدام الصيغة $f(t) = 2^{t-2}$، حيث تمثل t الزمن بالأيام و $f(t)$ عدد الخلايا. حدّد عدد الأيام التي قد مرت إذا كان ثمة 64 خلية فيروس.

حلّ كل معادلة باستخدام التحليل إلى العوامل.

65. $2x^2 + x - 10 = 0$

66. $2x^2 + x = 28$

بسط.

67. $(10 + 3i) + (3 - 7i)$

68. $(2 + i)(2 - i)$

69. $\frac{5}{1 + 3i}$

70. الارتفاع يبلغ طول مازن 172.7 cm. كم يبلغ طول مازن بالبوصة؟

مراجعة المهارات

الجبر جـــد حل كل معادلة.

71. $4x - 3 = 19$

72. $\frac{1}{3}x + 6 = 14$

73. $5(x^2 + 2) = 30$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 2-11

البرهان الجبري

السابق

- استخدمت المسلَّمات حول النقاط والمستقيمات والمستويات لكتابة براهين حرة.

الحالي

1 استخدام علم الجبر لكتابة براهين من عمودين.

2 استخدام خواص المساواة لكتابة براهين هندسية.

لماذا؟

- يحدد مقياس فهرنهايت درجات التجمد والغليان للماء عند 32° و212°. على التوالي، بينما يحددهما المقياس المئوي عند 0° و100°. يمكنك استخدام برهان جبري لإثبات أنه إذا كانت هذه المقاييس مرتبطة ببعضها بالصيغة $C = \frac{5}{9}(F - 32)$. فإنها أيضا مرتبطة ببعضها بالصيغة $F = \frac{9}{5}C + 32$

المفردات الجديدة

برهان جبري
algebraic proof

برهان من عمودين
two-column proof

برهان شكلي
formal proof

ممارسات في الرياضيات

3 بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 البرهان الجبري

البرهان الجبري الجبر عبارة عن نظام مكوَّن من مجموعات من الأعداد والعمليات والخواص التي تسمح لك بإجراء عمليات جبرية. يلخص الجدول التالي عدة خواص للأعداد الحقيقية التي درستها في الجبر.

المفهوم الأساسي خواص الأعداد الحقيقية

تعتبر الخواص التالية صحيحة لأي من الأعداد الحقيقية a و b و c.

خاصية الجمع في المعادلة	إذا كان $a = b$، فإن $a + c = b + c$.
خاصية الطرح في المعادلة	إذا كان $a = b$، فإن $a - c = b - c$.
خاصية الضرب في المعادلة	إذا كان $a = b$، فإن $a \cdot c = b \cdot c$.
خاصية القسمة في المعادلة	إذا كان $a = b$ و $c \neq 0$، فإن $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.
خاصية الانعكاس في المعادلة	$a = a$
خاصية التماثل في المعادلة	إذا كان $a = b$، فإن $b = a$.
خاصية التعدي في المعادلة	إذا كان $a = b$ و $b = c$، فإن $a = c$.
خاصية التعويض في المعادلة	إذا كان $a = b$، فإن a يمكن أن تستبدلها b في أي معادلة أو تعبير.
خاصية التوزيع	$a(b + c) = ab + ac$

البرهان الجبري عبارة عن برهان يتكون من سلسلة من العبارات الجبرية. وتبرر خواص المساواة الكثير من العبارات المستخدمة في البراهين الجبرية.

مثال 1 تبرير كل خطوة عند حل معادلة ما

أثبت أنه إذا كان $-5(x + 4) = 70$، فإن $x = -18$. واكتب تبريرًا لكل خطوة.

$-5(x + 4) = 70$	المعادلة الأصلية أو المعطى
$-5x + (-5)4 = 70$	خاصية التوزيع
$-5x - 20 = 70$	خاصية التعويض في المعادلة
$-5x - 20 + 20 = 70 + 20$	خاصية الجمع في المعادلة
$-5x = 90$	خاصية التعويض في المعادلة
$\frac{-5x}{-5} = \frac{90}{-5}$	خاصية القسمة في المعادلة
$x = -18$	خاصية التعويض في المعادلة

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تمرين موجه

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة.

1A. إذا كان $x + 4 + (-5) = -1 + (-5) + 4$، فإن $x = x - 1$.

1B. إذا كان $5 = y$، فإن $y = 5$.

1C. أثبت أنه إذا كان $2x - 13 = -5$، فإن $x = 4$. واكتب تبريرًا لكل خطوة.

المثال 1 عبارة عن برهان للعبارة الشرطية *إذا كان* $-5(x + 4) = 70$، *فإن* $x = -18$. لاحظ أنّ العمود الموجود على اليمين عبارة عن عملية مفصلة خطوة بخطوة تقود إلى النتيجة. ويحوي العمود الموجود على اليسار تبرير كل عبارة.

نصيحة دراسية

فرضيات *الخوارزمية* عبارة عن سلسلة من الخطوات لتنفيذ إجراء ما أو حل مسألة. يمكن اعتبار البراهين نوعا من الخوارزميات لأنها تسير خطوة بخطوة.

في الهندسة، تستخدم صيغة مشابهة لإثبات التخمينات والنظريات. يحتوي **البرهان ثنائي الأعمدة** أو **البرهان الشكلي** على *عبارات ومبررات* منظمة في عمودين.

مثال من الحياة اليومية 2 كتابة برهان جبري

العلوم **إذا كانت صيغة تحويل درجة الحرارة من فهرنهايت إلى مئوية هي $C = \frac{5}{9}(F - 32)$، فإن صيغة تحويل درجة الحرارة من مئوية إلى فهرنهايت هي $F = \frac{9}{5}C + 32$. اكتب برهانًا من عمودين للتحقق من هذا التخمين.**

ابدأ بذكر ما هو معطى وما ستثبته.

المعطيات: $C = \frac{5}{9}(F - 32)$

المطلوب إثباته: $F = \frac{9}{5}C + 32$

البرهان:

العبارات	المبررات
1. $C = \frac{5}{9}(F - 32)$	1. المعطيات
2. $\frac{9}{5}C = \frac{9}{5} \cdot \frac{5}{9}(F - 32)$	2. خاصية الضرب في المعادلة
3. $\frac{9}{5}C = F - 32$	3. خاصية التعويض في المعادلة
4. $\frac{9}{5}C + 32 = F - 32 + 32$	4. خاصية الجمع في المعادلة
5. $\frac{9}{5}C + 32 = F$	5. خاصية التعويض في المعادلة
6. $F = \frac{9}{5}C + 32$	6. خاصية التماثل في المعادلة

نصيحة دراسية

الرياضيات الذهنية إذا سمح لك معلمك بالقيام بذلك، فيمكن تجاوز بعض الخطوات عن طريق القيام بالحسابات الذهنية. على سبيل المثال، يمكن حذف الخطوتين 2 و4 في المثال 2. عندئذ سيكون سبب العبارة رقم 3 خاصية الضرب في المعادلة وسيكون سبب العبارة رقم 5 خاصية الجمع في المعادلة.

تمرين موجه

اكتب برهانًا من عمودين للتحقق من صحة كل تخمين.

2A. إذا كان $\frac{5x + 1}{2} - 8 = 0$، فإن $x = 3$.

2B. **الفيزياء** إذا كانت المسافة d التي يقطعها جسم بسرعة متجهة ابتدائية u وسرعة متجهة نهائية v في زمن t تعطى بالصيغة $d = t \cdot \frac{u + v}{2}$، فإن $u = \frac{2d}{t} - v$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 البرهان الهندسي

بما أنّ الهندسة تستخدم المتغيرات والأعداد والعمليات أيضا، فإن الكثير من خواص المساواة المستخدمة في الجبر صحيحة أيضا في الهندسة. على سبيل المثال، قياسات القطع المستقيمة والزوايا عبارة عن أعداد حقيقية، لذا يمكن استخدام الخواص المستخدمة في الجبر لمناقشة علاقاتها كما هو مبيّن في الجدول أدناه.

الخاصية	القطع المستقيمة	الزوايا
الانعكاس	$AB = AB$	$m\angle 1 = m\angle 1$
التماثل	إذا كان $AB = CD$، فإن $CD = AB$.	إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$، فإن $m\angle 2 = m\angle 1$.
التعدي	إذا كان $AB = CD$ و $CD = EF$، فإن $AB = EF$.	إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$ و $m\angle 2 = m\angle 3$، فإن $m\angle 1 = m\angle 3$.

يمكن استخدام هذه الخواص لكتابة براهين هندسية.

نصيحة دراسية

خاصيتا التبديل والتجميع

سنفترض في هذا الكتاب أنه إذا كان a وb وc أعدادًا حقيقية، فإن الخواص التالية صحيحة.

خاصية التبديل في الجمع
$a + b = b + a$

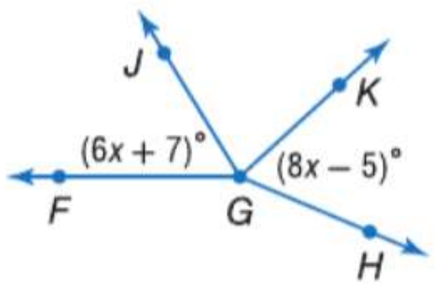
خاصية التبديل في الضرب
$a \cdot b = b \cdot a$

خاصية التجميع في الجمع
$(a + b) + c = a + (b + c)$

خاصية التجميع في الضرب
$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

مثال 3 كتابة برهان هندسي

إذا كان $\angle JGK \cong \angle KGH$ و $\angle FGJ \cong \angle JGK$، فإن $x = 6$. اكتب برهانًا من عمودين للتحقق من هذا التخمين.



المعطيات: $\angle FGJ \cong \angle JGK,\ \angle JGK \cong \angle KGH$
$m\angle FGJ = 6x + 7,\ m\angle KGH = 8x - 5$

المطلوب إثباته: $x = 6$

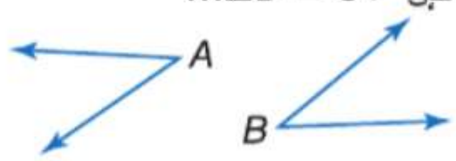
البرهان:

العبارات	المبررات
1. $m\angle FGH = 6x + 7,\ m\angle KGH = 8x - 5$ $\angle FGJ \cong \angle JGK;\ \angle JGK \cong \angle KGH$	1. المعطيات
2. $m\angle FGJ = m\angle JGK;\ m\angle JGK = m\angle KGH$	2. تعريف الزوايا المتطابقة
3. $m\angle FGJ = m\angle KGH$	3. خاصية التعدي
4. $6x + 7 = 8x - 5$	4. خاصية التعويض
5. $6x + 7 + 5 = 8x - 5 + 5$	5. خاصية الجمع
6. $6x + 12 = 8x$	6. خاصية التعويض
7. $6x + 12 - 6x = 8x - 6x$	7. خاصية الطرح
8. $12 = 2x$	8. خاصية التعويض
9. $\frac{12}{2} = \frac{2x}{2}$	9. خاصية القسمة
10. $6 = x$	10. خاصية التعويض
11. $x = 6$	11. خاصية التماثل

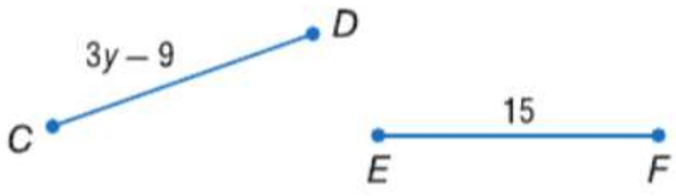
تمرين موجه

اكتب برهانًا من عمودين للتحقق من كل تخمين.

3A. إذا كان $\angle A \cong \angle B$ و$m\angle A = 37$، فإن $m\angle B = 37$.



3B. إذا كان $\overline{CD} \cong \overline{EF}$، فإن $y = 8$.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تحقق من فهمك

مثال 1 **اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة.**

1. إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$ و$m\angle 2 = m\angle 3$، فإن $m\angle 1 = m\angle 3$.

2. $XY = XY$

3. إذا كان $x = 5$، فإن $x = 5$.

4. إذا كان $2x + 5 = 11$، فإن $2x = 6$.

مثال 2 **5.** أكمل البرهان التالي.

المعطيات: $\frac{y + 2}{3} = 3$

المطلوب إثباته: $y = 7$

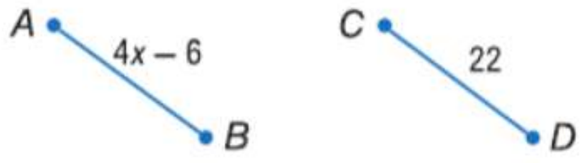
البرهان:

العبارات	المبررات
a. ?	a. معطى
b. $3\left(\frac{y + 2}{3}\right) = 3(3)$	b. ؟
c. ?	c. ؟
d. $y = 7$	d. خاصية الطرح

الأمثلة 2–3 **البرهان** **اكتب برهانًا من عمودين للتحقق من كل تخمين.**

6. إذا كان $-4(x - 3) + 5x = 24$، فإن $x = 12$.

7. إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$، فإن $x = 7$.



8. **فرضيات** تقيس مها معدل ضربات قلبها في أي وقت تمارس فيه التمارين الرياضية وتحاول أن تتأكد من بقائها في نطاق معدل ضربات القلب الذي تستهدفه. تقترح جمعية القلب الأمريكية صيغة لمعدل ضربات القلب المستهدف هي $T = 0.75(220 - a)$، حيث تمثل T معدل ضربات القلب الذي يستهدفه الشخص وa هي عمره.

a. أثبت أنه بمعلومية معدل ضربات القلب الذي يستهدفه شخص ما، يمكنك حساب عمره باستخدام الصيغة $a = 220 - \frac{T}{0.75}$.

b. إذا كان معدل ضربات القلب الذي تستهدفه مها هو 153، فكم عمرها؟ ما الخاصية التي تبرر حسابك؟

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة.**

9. إذا كان $a + 10 = 20$، فإن $a = 10$.

10. إذا كان $\frac{x}{3} = -15$، فإن $x = -45$.

11 إذا كان $4x - 5 = x + 12$، فإن $4x = x + 17$.

12. إذا كان $\frac{1}{5}BC = \frac{1}{5}DE$، فإن $BC = DE$.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة.

13. إذا كان $5(x + 7) = -3$، فإن $5x + 35 = -3$.

14. إذا كان $m\angle 1 = 25$ و $m\angle 2 = 25$، فإن $m\angle 1 = m\angle 2$.

15. إذا كان $AB = BC$ و $BC = CD$، فإن $AB = CD$.

16. إذا كان $3\left(x - \frac{2}{3}\right) = 4$، فإن $3x - 2 = 4$.

مثال 2 **فرضيات** **أكمل كل برهان.**

17. **المعطيات:** $\frac{8 - 3x}{4} = 32$

المطلوب إثباته: $x = -40$

البرهان:

العبارات	المبررات
a. $\frac{8 - 3x}{4} = 32 = 32$	a. معطى
b. $4\left(\frac{8 - 3x}{4}\right) = 4(32)$	b. _____ ؟
c. $8 - 3x = 128$	c. _____ ؟
d. _____ ?	d. خاصية الطرح
e. $x = -40$	e. _____ ؟

18. **المعطيات:** $x\ \frac{1}{5} + 3 = 2x - 24$

المطلوب إثباته: $x = 15$

البرهان:

العبارات	المبررات
a. _____ ?	a. معطى
b. _____ ?	b. خاصية الضرب
c. $x + 15 = 10x - 120$	c. _____ ؟
d. _____ ?	d. خاصية الطرح
e. $135 = 9x$	e. _____ ؟
f. _____ ?	f. خاصية القسمة
g. _____ ?	g. خاصية التماثل

مثال 3 **البرهان** **اكتب برهانًا من عمودين للتحقق من كل تخمين.**

19. إذا كان $-\frac{1}{3}n = 12$، فإن $n = -36$.

20. إذا كان $-3r + \frac{1}{2} = 4$، فإن $r = -\frac{7}{6}$.

21 **العلوم** العجلة a المقيسة بالمتر لكل ثانية مربعة، والمسافة المقطوعة d المقيسة بالمتر، والسرعة المتجهة v المقيسة بالمتر لكل ثانية، والزمن t المقيس بالثانية جميعها مرتبطة في الصيغة $d = vt + \frac{1}{2}at^2$.

a. أثبت أنه إذا علمت قيم المسافة والسرعة المتجهة والزمن، فإنه يمكن حساب عجلة جسم ما باستخدام الصيغة $a = \frac{2d - 2vt}{t^2}$.

b. إذا قطع جسم مسافة 2850 m في 30 s بسرعة متجهة ابتدائية مقدارها 50 m/s، فكم يبلغ تسارع الجسم؟ ما الخاصية التي تبرر حسابك؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

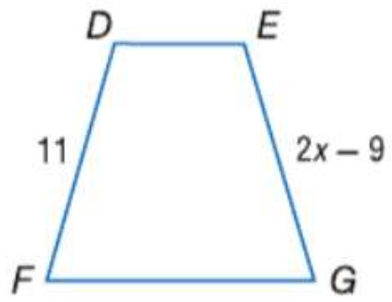
22. فرضيات يعطى قانون الغاز المثالي بالصيغة $PV = nRT$، حيث P = الضغط مقيسا بالضغط الجوي، و V = الحجم باللترات، و n = كمية الغاز بالمولات، و R قيمة ثابتة، و T = درجة الحرارة بالكلفن.

a. أثبت أنه إذا عرف الضغط والحجم وكمية الغاز، فإن الصيغة $T = \frac{PV}{nR}$ تعطي درجة حرارة الغاز.

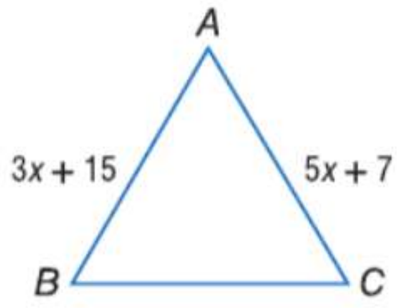
b. إذا كان لديك مول واحد من الأكسجين بحجم 25 L عند ضغط 1 ضغط جوي، فما درجة حرارة الغاز؟ قيمة R تساوي 0.0821. ما الخاصية التي تبرر حسابك؟

البرهان اكتب برهانًا من عمودين.

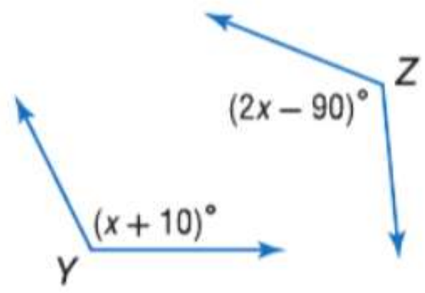
23. إذا كان $\overline{DF} \cong \overline{EG}$ فإن $x = 10$.



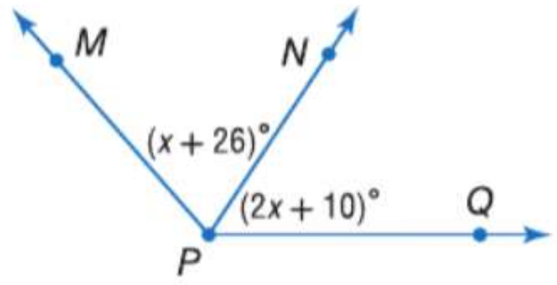
24. إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{AC}$، فإن $x = 4$.



25 إذا كان $\angle Z \cong \angle Y$، فإن $x = 100$.



26. إذا كان $\angle QPN \cong \angle MPN$، فإن $x = 16$.

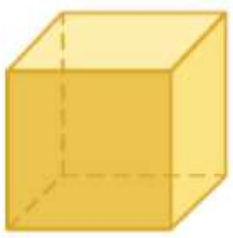


27. الكهرباء يمكن حساب الجهد V لدائرة كهربائية ما باستخدام الصيغة $V = \frac{P}{I}$، حيث تمثل P القدرة و I شدة التيار المار في الدائرة.

a. اكتب برهانًا لإثبات أنه عندما تكون القدرة ثابتة، ينخفض الجهد إلى النصف عند مضاعفة التيار.

b. اكتب برهانا لإثبات أنه عندما يكون التيار ثابتًا، يزيد الجهد إلى الضعف عند مضاعفة القدرة.

28. التمثيلات المتعددة افترض أنّ مكعبًا طول ضلعه s.



وحدات s

a. حسيًّا ارسم أو أنشئ نموذجا لمكعبات أطوال أضلاعها 2 و 4 و 8 و 16 وحدة.

b. جدوليًّا جـــد حجم كل مكعب. نظم نتائجك في جدول مثل المبيّن.

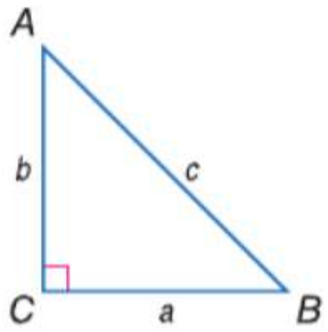
الحجم (V)	طول الضلع (s)
	2
	4
	8
	16

c. لفظيًّا استخدم جدولك للوصول إلى تخمين حول التغير في الحجم عند مضاعفة طول ضلع المكعب. عبر عن تخمينك بالكلمات.

d. تحليليًّا اكتب تخمينك في صورة معادلة جبرية.

e. منطقيًّا اكتب برهانًا لتخمينك. تأكد من كتابة عبارات *المعطيات* و*المطلوب إثباته* في بداية برهانك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



29. نظرية فيثاغورس تنص نظرية فيثاغورس على أنه في أي مثلث قائم الزاوية ABC، يكون مجموع مربع طول الضلعين a وb مساويًا لمربع طول الوتر c، أو $a^2 + b^2 = c^2$. اكتب برهانًا من عمودين لإثبات أن $a = \sqrt{c^2 - b^2}$. استخدم خاصية الجذر التربيعي في المعادلة، التي تنص على أنه إذا كان $a^2 = b^2$، فإن $a = \pm\sqrt{b^2}$.

علاقة *التكافؤ* عبارة عن أي علاقة تحقق خاصية الانعكاس والتماثل والتعدي. في الأعداد الحقيقية، تعتبر المساواة أحد أنواع علاقة التكافؤ. حدّد ما إذا كانت كل علاقة هي علاقة تكافؤ. اشرح تبريرك.

30. "له عيد الميلاد نفسه مثل" بالنسبة إلى مجموعة كل البشر

31. "أطول من" بالنسبة إلى مجموعة كل البشر

32. "أكثر زُرقة من" بالنسبة إلى كل ألوان الدهان التي تحتوي على الأزرق

33. $\neq$، بالنسبة إلى مجموعة الأعداد الحقيقية

34. $\geq$، بالنسبة إلى مجموعة الأعداد الحقيقية

35. $\approx$، بالنسبة إلى مجموعة الأعداد الحقيقية

مسائل مهارات التفكير العليا. استخدام مهارات التفكير العليا

36. مسألة غير محددة الإجابة اذكر مثالا واحدًا من *الحياة اليومية* ومثالا مغايرًا من *الحياة اليومية* لخواص التماثل والتعدي والتعويض.

37. التفكير المنطقي تقع النقطة P على $\overline{AB}$. طول $\overline{AP}$ يساوي $2x + 3$. وطول $\overline{PB}$ يساوي $\frac{3x + 1}{2}$. طول القطعة المستقيمة AB يبلغ 10.5 وحدات. صمم رسما تخطيطيًا لهذا الموقف. وأثبت أنّ النقطة P تقع عند ثلثي المسافة بين النقطة A والنقطة B.

التبرير صنّف كل عبارة أدناه إلى صحيحة *أحيانًا*، *أو دائما*، أو غير صحيحة *على الإطلاق*. اشرح تبريرك.

38. إذا كان a و b عددين حقيقيين وكان $a + b = 0$، فإن $a = -b$.

39. إذا كان a و b عددين حقيقيين و$a^2 = b$. فإن $a = \sqrt{b}$.

40. تحفيز وضعت علياء تخمينًا ينص على أنّ مجموع أي عددين صحيحين فرديين يكون عددًا صحيحا زوجيًا.

a. اذكر المعلومات التي تدعم هذا التخمين. ثم اشرح السبب في أن المعلومات التي ذكرتها لا تثبت أن هذا التخمين صحيح.

b. يمكن تمثيل العددين الصحيحين الفرديين بالتعبيرين $2n - 1$ و $2m - 1$. حيث n وm عددان صحيحان. اذكر معلومات تدعم هذه العبارة.

c. إذا كان عدد ما زوجيًا، فإنه يكون من مضاعفات أي عدد؟ اشرح بالكلمات كيف يمكنك استخدام التعبيرات الواردة في الجزء **a** وإجابتك عن الجزء **b** لإثبات تخمين عليا.

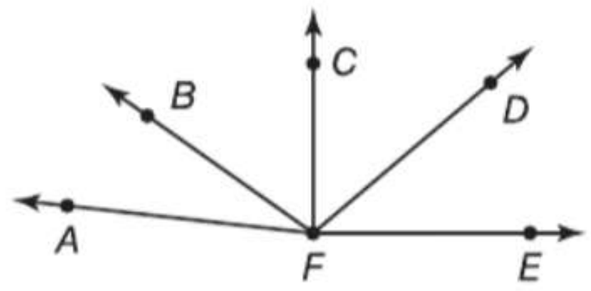
d. اكتب برهانا جبريًا لإثبات أن مجموع أي عددين صحيحين فرديين يكون عددًا صحيحا زوجيًا.

41. الكتابة في الرياضيات لماذا من المفيد أن يكون لديك صيغ مختلفة يمكنك استخدامها عند كتابة برهان؟

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تدريب على الاختبار المعياري

42. في الرسم التخطيطي، $m\angle CFE = 90$ و $\angle CFD \cong \angle AFB$. أي من العبارات التالية لا يلزم أن تكون صحيحة؟



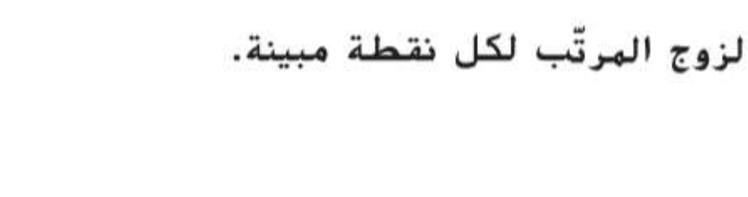
A $m\angle BFD = m\angle BFD$

B $\overline{BF}$ ينصف الزاوية $\angle AFD$

C $m\angle CFD = m\angle AFB$

D $\angle CFE$ زاوية قائمة

43. إجابة قصيرة جـــد قياس $\angle B$ عندما تكون $m\angle A = 55$ و $m\angle C = 42$.



44. الجبر تعهد رعاة خولة في ماراثون المشي بدفع AED 30 زائد AED 7.50 عن كل كيلومتر تمشيه. بينما تعهد رعاة مايسة بدفع AED 45 زائد AED 3.75 عن كل كيلومتر تمشيه. بعد كم من الكيلومترات ستكون كل من خولة ومايسة قد جمعتا المبلغ المالي نفسه؟

F 10

G 8

H 5

J 4

45. اختبار الكفاءة الدراسية/اختبار القبول عند إضافة 17 إلى $4m$، تكون النتيجة $15z$. أي من المعادلات التالية تمثل العبارة أعلاه؟

A $17 + 15z = 4m$

B $(4m)(15z) = 17$

C $4m - 15z = 17$

D $17(4m) = 15z$

E $4m + 17 = 15z$

مراجعة شاملة

حدد ما إذا كانت العبارات التالية صحيحة *دائما*، أم *أحيانًا*، أم *غير صحيحة على الإطلاق*. اشرح. (الدرس 1-1)

46. أي أربع نقاط تقع في مستوى واحد.

47. الزاويتان المنفرجتان متكاملتان.

48. يتقاطع المستويان P و Q في المستقيم m. يقع المستقيم m في كلا المستويين P و Q.

جـــد احداثيات الرأس ومحور التماثل ومعادلته، ونقاط التقاطع مع المحور y للتمثيل البياني لكل معادلة.

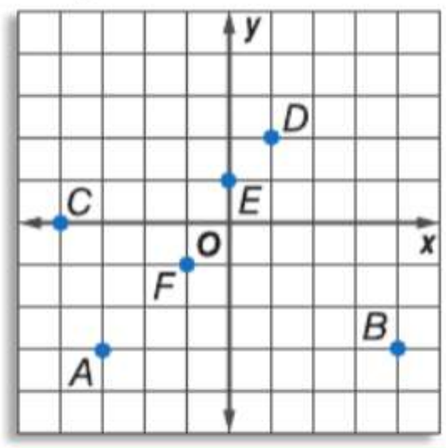
49. $y = 4x^2 + 8x - 5$

50. $y = -2x^2 + 8x + 5$

51. $y = x^2 - 8x + 9$

52. $y = 4x^2 + 16x - 6$

اكتب الزوج المرتّب لكل نقطة مبينة.



53. A **54.** B

55. C **56.** D

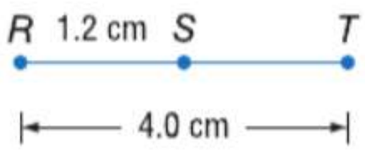
57. E

58. F

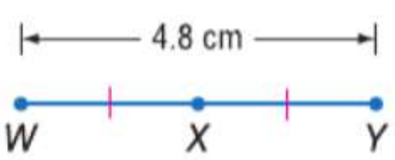
مراجعة المهارات

جـــد قياس كل قطعة مستقيمة. افترض أن كل شكل ليس مرسومًا بمقياس.

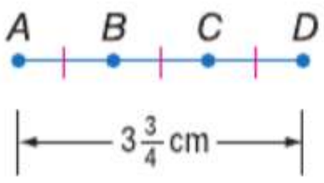
59. $\overline{ST}$



60. $\overline{WX}$



61. $\overline{BC}$



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3-11 إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة

السابق

- كتبت براهين جبرية وبراهين من عمودين.

الحالي

1 كتابة براهين تتضمن جمع القطع المستقيمة.

2 كتابة براهين تتضمن تطابق القطع المستقيمة.

لماذا؟

- تعمل عبير في محل أقمشة بعد المدرسة. تقيس طول القماش عن طريق الإمساك بالحافة المستقيمة للقماش مع عصا طولها 1 yd. لقياس أطوال مثل 39 in. تقوم بتحديد طول 36 in. ومن نهاية هذا التحديد، تقيس طولا إضافيًا يبلغ 3 in. يضمن هذا أن يكون الطول الإجمالي للقماش يساوي 3 + 36 أو 39 in.

ممارسات في الرياضيات

2 التفكير بطريقة تجريدية وكميّة.

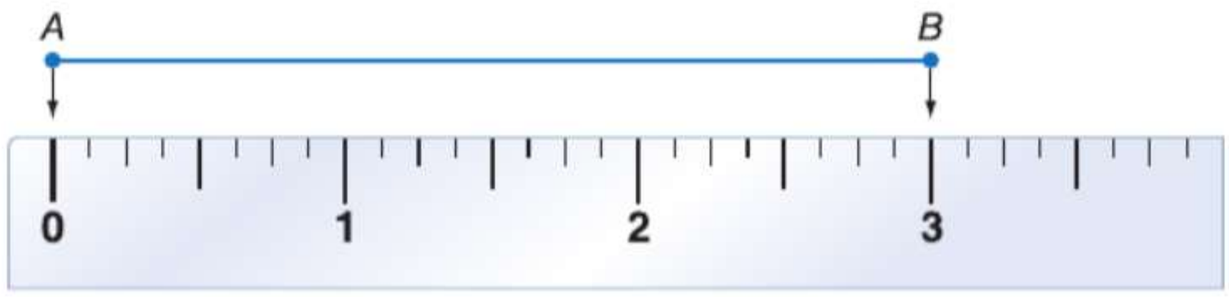
3 بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 مسلمة المسطرة

المسلّمة 11.8 مسلَّمة المسطرة

التعبير اللفظي يمكن وضع النقاط الموجودة على أي مستقيم أو قطعة مستقيمة داخل تطابق عنصر بعنصر باستخدام أعداد حقيقية.

الرموز بافتراض أي نقطتين A و B على مستقيم. إذا تطابقت A مع الصفر، فإن B تتطابق مع عدد حقيقي موجب.

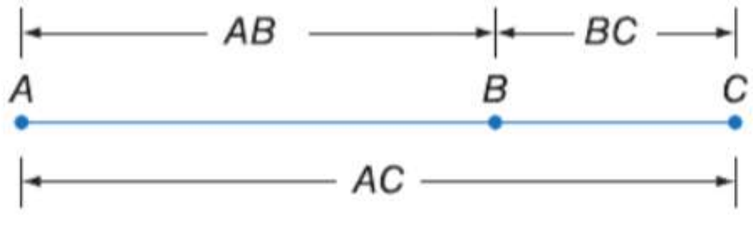


في ما يلي مسلَّمة جمع القطع المستقيمة.

المسلّمة 11.9 مسلَّمة جمع القطع المستقيمة

التعبير اللفظي إذا كانت A و B و C على استقامة واحدة، فإن النقطة B تقع بين A و C إذا كان $AB + BC = AC$.

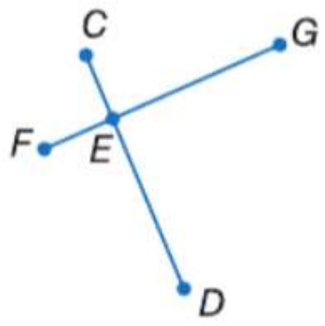
الرموز



تستخدم مسلَّمة جمع القطع المستقيمة كتبرير في الكثير من البراهين الهندسية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 1 استخدام مسلَّمة جمع القطع المستقيمة



أثبت أنه إذا كان $\overline{FE} \cong \overline{CE}$ و $\overline{EG} \cong \overline{ED}$، فإن $\overline{FG} \cong \overline{CD}$.

المعطيات: $\overline{CE} \cong \overline{FE}$، $\overline{ED} \cong \overline{EG}$

المطلوب إثباته: $\overline{CD} \cong \overline{FG}$

البرهان:

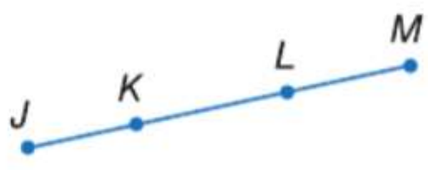
العبارات	المبررات
1. $\overline{CE} \cong \overline{FE}$; $\overline{ED} \cong \overline{EG}$	1. المعطيات
2. $CE = FE$; $ED = EG$	2. تعريف التطابق
3. $CE + ED = CD$	3. مسلَّمة جمع القطع المستقيمة
4. $FE + EG = CD$	4. التعويض (الخطوتان 2 و 3)
5. $FE + EG = FG$	5. مسلَّمة جمع القطع المستقيمة
6. $CD = FG$	6. التعويض (الخطوتان 4 و 5)
7. $\overline{CD} \cong \overline{FG}$	7. تعريف التطابق

قراءة في الرياضيات

خاصية التعويض عادةً ما تكتب خاصية التعويض في المعادلة في صورة تعويض.

تمرين موجه

انسخ البرهان وأكمله.



1. **المعطيات:** $\overline{JL} \cong \overline{KM}$

المطلوب إثباته: $\overline{JK} \cong \overline{LM}$

البرهان:

العبارات	المبررات
a. $\overline{JL} \cong \overline{KM}$	a. معطى
b. $JL = KM$	b. ؟
c. $JK + KL =$? ; $KL + LM =$?	c. مسلَّمة جمع القطع المستقيمة
d. $JK + KL = KL + LM$	d. ؟
e. $JK + KL - KL = KL + LM - KL$	e. خاصية الطرح في المعادلة
f. ?	f. التعويض
g. $\overline{JK} \cong \overline{LM}$	g. تعريف التطابق

2 تطابق القطع المستقيمة

رأيت سابقًا أن قياسات القطع المستقيمة منعكسة ومتماثلة ومتعدية. وبما أن القطع المستقيمة ذات القياس نفسه متطابقة، فإن تطابق القطع المستقيمة أيضا انعكاسي ومتماثل ومتعدٍ أيضا.

النظرية 11.2 خواص تطابق القطع المستقيمة

خاصية الانعكاس في التطابق	$\overline{AB} \cong \overline{AB}$
خاصية التماثل في التطابق	إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$، فإن $\overline{CD} \cong \overline{AB}$.
خاصية التعدي في التطابق	إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{EF}$، فإن $\overline{AB} \cong \overline{EF}$.

سوف تثبت خواص التماثل والانعكاس في التمارين 6 و7 على التوالي.

الربط بالمفردات

متماثل

الاستخدام اليومي متوازن أو متناسب

الاستخدام الرياضي إذا كان $a = b$، فإن $b = a$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

البرهان خاصية التعدي في التطابق

المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$; $\overline{CD} \cong \overline{EF}$

المطلوب إثباته: $\overline{AB} \cong \overline{EF}$

البرهان الحر:

بما أنّ $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{EF}$. $\overline{AB} = \overline{CD}$ و $\overline{CD} = \overline{EF}$ بتعريف القطع المستقيمة المتطابقة. وبخاصية التعدي في المعادلة، $\overline{AB} = \overline{EF}$. ومن ثمَّ، $\overline{AB} \cong \overline{EF}$ بتعريف التطابق.

مثال من الحياة اليومية 2 البرهان باستخدام تطابق القطع المستقيمة

التطوع توضح الخريطة مسار سباق ركض خيري. تقطع النقطتان X و Z عند المنتصف بين خط البداية والنقطة Y وبين النقطة Y وخط النهاية F على التوالي. إذا كان بعدا النقطة Y عن النقطتين X و Z متساويين، فأثبت أن الطريق من النقطة Z إلى خط النهاية يتطابق مع الطريق من خط البداية إلى النقطة X.

المعطيات: X نقطة منتصف $\overline{SY}$. Z نقطة منتصف $\overline{YF}$. $XY = YZ$

المطلوب إثباته: $\overline{ZF} \cong \overline{SX}$

برهان من عمودين:

العبارات	المبررات
1. X نقطة منتصف $\overline{SY}$. Z نقطة منتصف $\overline{YF}$. $XY = YZ$	1. المعطيات
2. $\overline{SX} \cong \overline{XY}$; $\overline{YZ} \cong \overline{ZF}$	2. تعريف نقطة المنتصف
3. $\overline{XY} \cong \overline{YZ}$	3. تعريف التطابق
4. $\overline{SX} \cong \overline{YZ}$	4. خاصية التعدي في التطابق
5. $\overline{SX} \cong \overline{ZF}$	5. خاصية التعدي في التطابق
6. $\overline{ZF} \cong \overline{SX}$	6. خاصية التماثل في التطابق

الربط بالحياة اليومية

وفقًا لاستطلاع أجري مؤخرًا يبدأ 70% من المراهقين التطوع قبل سن 12 عاما. وقال آخرون إنهم كانوا سيتطوعون إذا توافر لهم المزيد من الفرص للقيام بذلك.

المصدر: Youth Service America

تمرين موجه

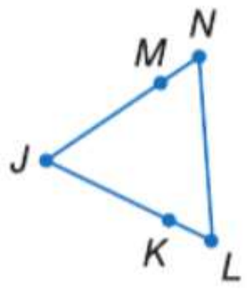
2. **النجارة** يقطع نجار لوحا خشبيًّا أبعاده 20 cm في 40 cm بالطول المرغوب. ثم يستخدم هذا اللوح كنموذج لقطع لوح آخر مطابق للأول. وبالمثل، يستخدم اللوح الثاني لقطع لوح ثالث واللوح الثالث لقطع لوح رابع.
أثبت أنّ آخر لوح مقطوع له قياسات اللوح الأول نفسها.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تحقق من فهمك

مثال 1

1. **فرضيات** انسخ البرهان وأكمله.



المعطيات: $\overline{LK} \cong \overline{NM}$ ، $\overline{KJ} \cong \overline{MJ}$

المطلوب إثباته: $\overline{LJ} \cong \overline{NJ}$

البرهان:

العبارات	المبررات
a. $\overline{LK} \cong \overline{NM}, \overline{KJ} \cong \overline{MJ}$	a. ؟
b. ؟	b. تعريف القطع المستقيمة المتطابقة
c. $LK + KJ = NM + MJ$	c. ؟
d. ؟	d. مسلّمة جمع القطع المستقيمة
e. $LJ = NJ$	e. ؟
f. $\overline{LJ} \cong \overline{NJ}$	f. ؟

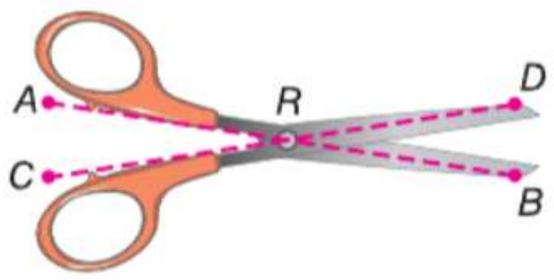
مثال 2

2. **البرهان** أثبت ما يلي.

المعطيات: $\overline{WX} \cong \overline{YZ}$

المطلوب إثباته: $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$

3. **المقص** ارجع إلى الرسم التخطيطي المبيّن.

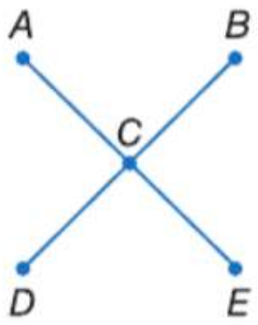


$\overline{AR}$ يتطابق مع $\overline{CR}$. $\overline{DR}$ يتطابق مع $\overline{BR}$. أثبت أنّ $AR + DR = CR + BR$.

التمرين وحل المسائل

مثال 1

4. **فرضيات** انسخ البرهان وأكمله.



المعطيات: و C هي نقطة منتصف $\overline{AE}$.

و C هي نقطة منتصف $\overline{BD}$.

$\overline{AE} \cong \overline{BD}$

المطلوب إثباته: $\overline{AC} \cong \overline{CD}$

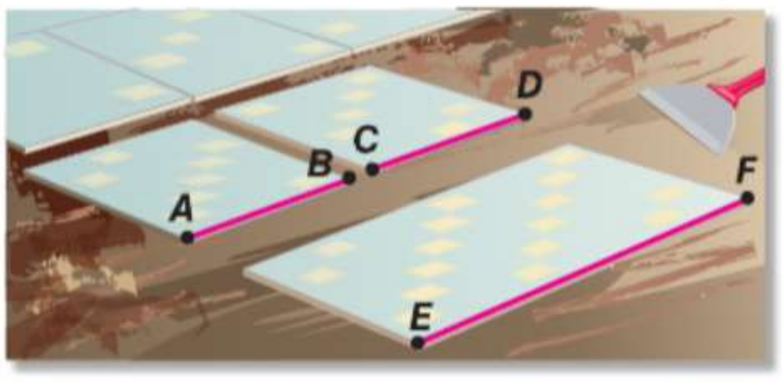
البرهان:

العبارات	المبررات
a. ؟	a. معطى
b. $AC = CE, BC = CD$	b. ؟
c. $AE = BD$	c. ؟
d. ؟	d. مسلّمة جمع القطع المستقيمة
e. $AC + CE = BC + CD$	e. ؟
f. $AC + AC = CD + CD$	f. ؟
g. ؟	g. بسط.
h. ؟	h. خاصية القسمة
i. $\overline{AC} \cong \overline{CD}$	i. ؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 2

5. التبليط يقطع المبلط قطعة بلاط بالطول المرغوب. ثم يستخدمها كنموذج لقطع بلاطة ثانية مطابقة للأولى. ويستخدم هاتين البلاطتين لقطع بلاطة ثالثة يبلغ طولها مجموع طولَي البلاطتين الأوليين. أثبت أنّ قياس البلاطة الثالثة يساوي مثلي قياس البلاطة الأولى.



فرضيات أثبت كل نظرية.

6. خاصية التماثل في التطابق (النظرية 11.2)

7 خاصية الانعكاس في التطابق (النظرية 11.2)

8. السفر يربط الطريق السريع 90 بين أربع مدن: المدينة A والمدينة B والمدينة C والمدينة D. وتقع المدينة A في أقصى الغرب.

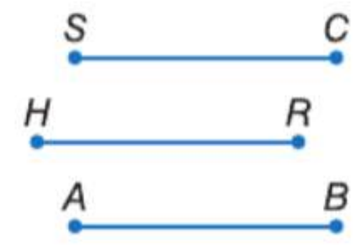
- تقع المدينة C على بعد 126 km من المدينة D وعلى بعد 263 km من المدينة A.
- تقع المدينة A على بعد 137 km من المدينة D وعلى بعد 184 km من المدينة B.

a. صمم رسما تخطيطيًا لتمثيل مواقع المدن نسبةً إلى بعضها بعضا والمسافات بينها. افترض أن الطريق 90 مستقيم.

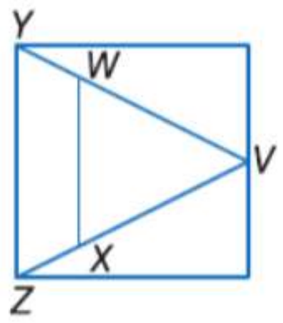
b. اكتب برهانا حرًا لدعم خلاصتك.

البرهان أثبت ما يلي.

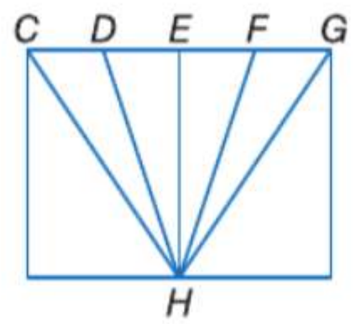
9. إذا كان $\overline{SC} \cong \overline{HR}$ و $\overline{HR} \cong \overline{AB}$ فإن $\overline{SC} \cong \overline{AB}$.



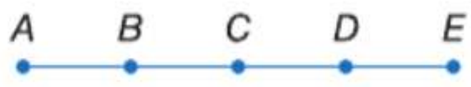
10. إذا كان $\overline{VY} \cong \overline{VZ}$ و $\overline{XZ} \cong \overline{WY}$ فإن $\overline{VX} \cong \overline{VW}$.



11. إذا كانت E نقطة منتصف $\overline{DF}$ و $\overline{CD} \cong \overline{FG}$، فإن $\overline{CE} \cong \overline{EG}$.



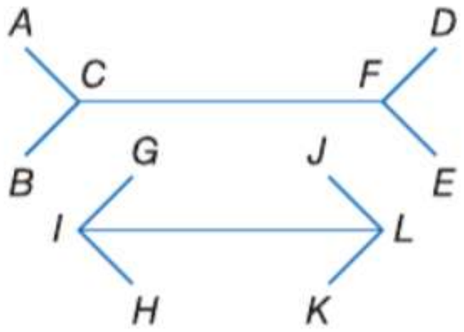
12. إذا كانت B نقطة منتصف $\overline{AC}$، D نقطة منتصف $\overline{CE}$، و $\overline{AB} \cong \overline{DE}$. فإن $AE = 4AB$.



13. خداع بصري $\overline{AC} \cong \overline{GI}$، $\overline{FE} \cong \overline{LK}$ و $AC + CF + FE = GI + IL + LK$.

a. أثبت أنّ $\overline{CF} \cong \overline{IL}$

b. برّر برهانك باستخدام القياس. اشرح طريقتك.

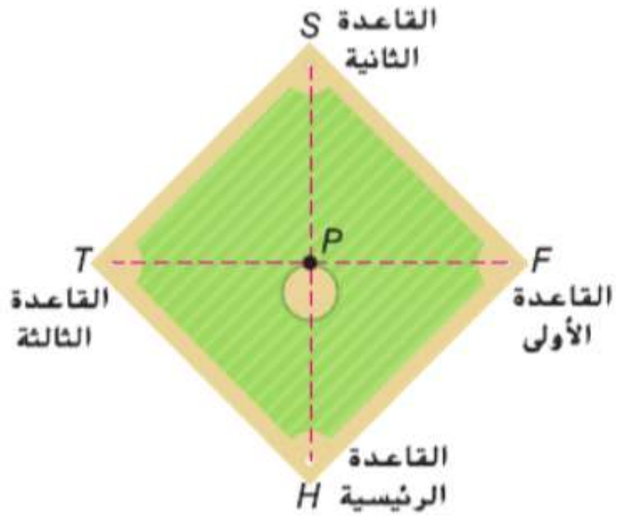


McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة

14. **منشآت** أنشئ قطعة مستقيمة بضعف طول $\overline{PQ}$.

اشرح كيف يمكن استخدام مسلَّمة جمع القطع المستقيمة لتبرير ما أنشأته.

15 **البيسبول** استخدم الرسم التخطيطي لملعب البيسبول الموضح.



a. على الرسم التخطيطي، $\overline{SH} \cong \overline{TF}$. P نقطة منتصف $\overline{SH}$ و $\overline{TF}$. باستخدام برهان من عمودين، أثبت أنّ $\overline{SP} \cong \overline{TP}$.

b. تبلغ المسافة من القاعدة الرئيسية إلى القاعدة الثانية 38.8 مترًا. احسب المسافة من القاعدة الأولى إلى القاعدة الثانية؟

16. **التمثيلات المتعددة** A نقطة منتصف O، و B نقطة منتصف $\overline{PA}$، و C نقطة منتصف $\overline{PB}$.

a. هندسيًّا أنشئ رسما لتمثيل هذا الموقف.

b. جبريًّا ضع تخمينًا للعلاقة الجبرية بين PC و PQ.

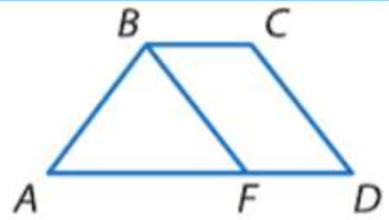
c. هندسيًّا انسخ القطعة المستقيمة $\overline{PQ}$ من رسمك. ثم أنشئ النقطتين B و C على $\overline{PQ}$. اشرح كيف يمكنك استخدام ما أنشأته لدعم تخمينك.

d. حسيًّا استخدم مسطرة لرسم قطعة مستقيمة متطابقة مع $\overline{PQ}$ من رسمك ولرسم النقطتين B و C على $\overline{PQ}$. استخدم رسمك لدعم تخمينك.

e. منطقيًّا أثبت تخمينك.

مهارات التفكير العليا. مسائل استخدام مهارات التفكير العليا

17. **النقد** في الرسم التخطيطي، $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{BF} \cong \overline{CD}$. افحص النتائج التي توصلت إليها كل من لمياء وسالي. هل أي منهما صحيح؟



لمياء

بما أنّ $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{BF}$. فإن $\overline{AB} \cong \overline{AF}$ بخاصية التعدي في التطابق

سالي

بما أنّ $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{BF}$. فإن $\overline{AB} \cong \overline{BF}$ بخاصية الانعكاس في التطابق.

18. **تحفيز** $ABCD$ عبارة عن مربع. أثبت أنّ $\overline{AC} \cong \overline{BD}$.

19. **الكتابة في الرياضيات** هل توجد خاصية جمع في التطابق؟ اشرح.

20. **التبرير** صنّف العبارات التالية إلى *صواب* أو *خطأ*. وإذا كانت خطأً، فاذكر مثالا مضادًا.

إذا كانت النقاط A و B و C و D و E تقع على استقامة واحدة وكانت B بين A و C، و C بين B و D، و D بين C و E، وكانت $AC = BD = CE$ فإن $AB = BC = DE$.

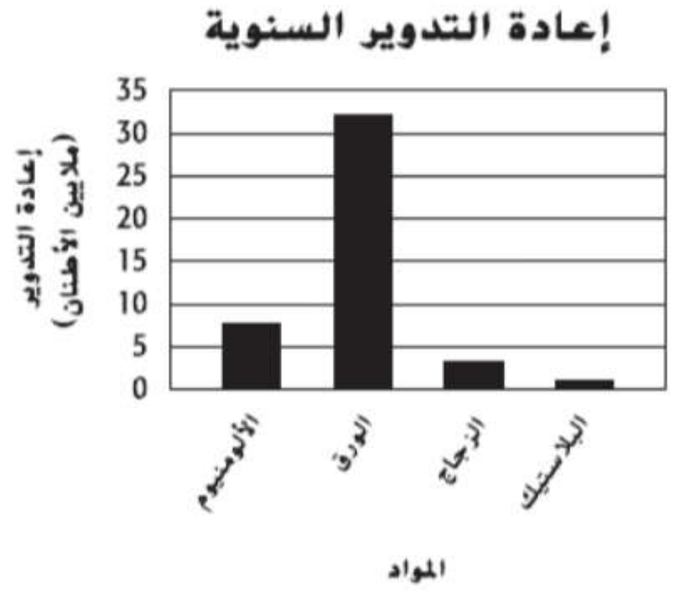
21. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم تمثيلا لمسلَّمة جمع القطع المستقيمة تكون فيه القطعة المستقيمة بطول سنتيمترين، وتحتوي على أربع نقاط على استقامة واحدة، ولا تحتوي على قطع مستقيمة متطابقة.

22. **الكتابة في الرياضيات** قارن وقابل بين البراهين الحرة والبراهين ذات العمودين.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبارات المعيارية

23. الجبر يوضح المخطط أدناه عملية إعادة التدوير السنوية حسب المواد في دولة ما. حوالي كم كيلوجرام من الألومنيوم تجري إعادة تدويره في كل عام؟



A 7.5
B 15,000
C 7,500,000
D 15,000,000,000

24. الجبر ما التعبير الذي يكافئ $\frac{12x^{-4}}{4x^{-8}}$؟

F $\frac{1}{3x^4}$
G $3x^4$
H $8x^2$
J $\frac{x^4}{3}$

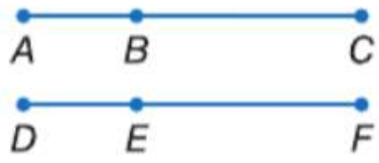
25. إجابة قصيرة النسبة بين قياسي زاويتين متتامتين هي 4:1. ما قياس الزاوية الأصغر؟

26. اختبار الكفاءة الدراسية/اختبار القبول
تستطيع هالة طباعة 40 كلمة في الدقيقة على لوحة المفاتيح. كم عدد الدقائق التي ستستغرقها هالة لطباعة 200 كلمة؟

A 0.5
B 2
C 5
D 10
E 12

مراجعة شاملة

27. البرهان اكتب برهانًا من عمودين. (الدرس 2-11)



المعطيات: $AC = DF$
$AB = DE$
المطلوب إثباته: $BC = EF$

28. النماذج يستخدم برايان ستة مربعات من الورق المقوى لتشكيل منشور مستطيل. ما الشكل الهندسي الذي تمثله قطع الورق المقوى، وكم عدد المستقيمات التي ستتكون بتقاطعها؟

29. المصباح سقط مصباح مسافة 25 ft من مبنى ما. يمكن استخدام الصيغة $h = -16t^2 + 25$ لتقدير عدد الثواني التي سيستغرقها المصباح ليصطدم بالأرض.

a. ما المدة التي سيستغرقها المصباح ليصطدم بالأرض؟

b. إذا التقطه عند 4 ft. فما مدة سقوط المصباح؟

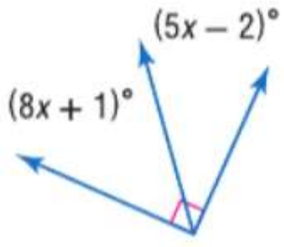
بسط.

30. $\sqrt{48}$
31. $\sqrt{162}$
32. $\sqrt{25a^6b^4}$
33. $\sqrt{45xy^8}$

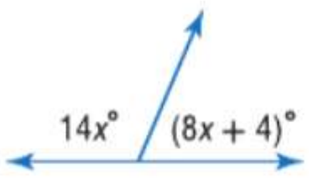
مراجعة المهارات

الجبر جـــد x.

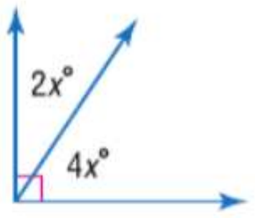
34.



35.



36.



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

الدرس 11-4

إثبات العلاقات بين الزوايا

السابق

- تعرّفت على أزواج خاصة من الزوايا واستخدمتها.

الحالي

1 كتابة براهين تتضمن زوايا متكاملة وزوايا متتامة.

2 كتابة براهين تتضمن زوايا متطابقة وزوايا قائمة.

لماذا؟

- تبني مدرسة جمال رصيفًا يحتوي على قراميد بها أسماء المتخرجين من كل فصل. وبما أنّ كل القراميد مستطيلة الشكل، ستكوّن الزوايا أزواجا خطية عند وضع القراميد.

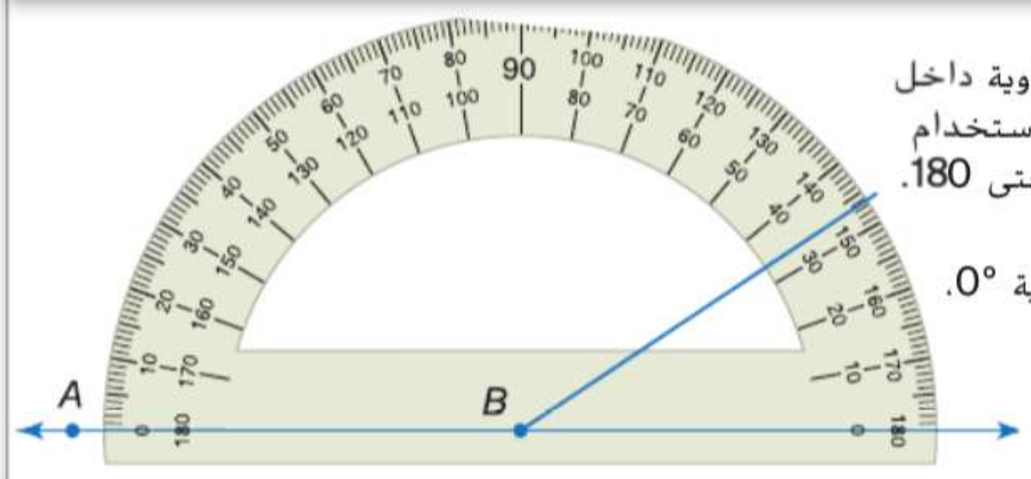
ممارسات في الرياضيات

3 بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

6 مراعاة الدقة

1 الزوايا المتكاملة والمتتامة توضح مسلَّمة المنقلة العلاقة بين قياسات الزوايا والأعداد الحقيقية.

المسلَّمة 11.10 مسلَّمة المنقلة

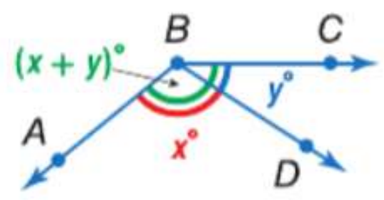


التعبير اللفظي يمكن وضع قياس أي زاوية داخل تطابق عنصر بعنصر باستخدام أعداد حقيقية من 0 حتى 180.

مثال إذا وضع $\overrightarrow{BA}$ على المنقلة عند الزاوية 0°. فعندئذٍ سيقابل قياس الزاوية $\angle ABC$ عددًا حقيقيًا موجبًا.

تعلمت سابقًا مسلَّمة جمع القطع المستقيمة. توجد علاقة مشابهة بين قياسات الزوايا.

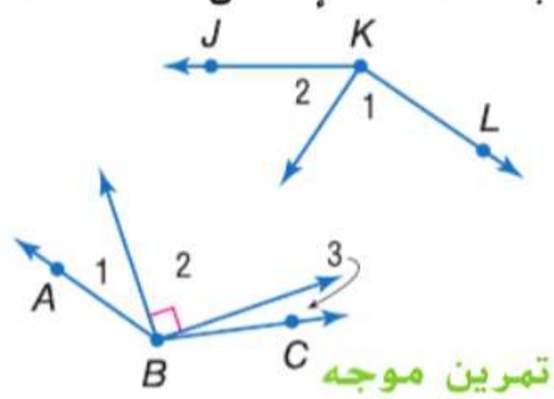
المسلَّمة 11.11 مسلَّمة جمع الزوايا



تقع D داخل $\angle ABC$ فقط في حالة $m\angle ABD + m\angle DBC = m\angle ABC$.

مثال 1 استخدام مسلَّمة جمع الزوايا

جـــد $m\angle 1$ إذا كان $m\angle 2 = 56$ و $m\angle JKL = 145$.



$m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle JKL$	مسلَّمة جمع الزوايا
$m\angle 1 + 56 = 145$	$m\angle 2 = 56$ $m\angle JKL = 145$
$m\angle 1 + 56 - 145 = 56 - 56$	خاصية الطرح في المعادلة
$m\angle 1 = 89$	التعويض

تمرين موجه

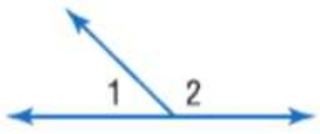
1. إذا كان $m\angle 1 = 23$ و $m\angle ABC = 131$. فجـــد قياس $\angle 3$. برّر كل خطوة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يمكن استخدام مسلَّمة جمع الزوايا مع العلاقات الأخرى بين الزوايا لتوفر نظريات إضافية تتعلق بالزوايا.

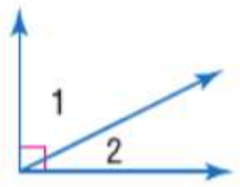
النظريات

11.3 نظرية الزاويتين المتكاملتين إذا كوَّنت زاويتان زوجا خطيًا، فإنهما زاويتان متكاملتان.



مثال $m\angle 1 + m\angle 2 = 180$

11.4 نظرية الزاويتين المتتامتين إذا شكل الضلعان غير المشتركين لزاويتين متجاورتين زاوية قائمة فإنّ الزاويتين تكونان متتامتين.



مثال $m\angle 1 + m\angle 2 = 90$

نصيحة دراسية

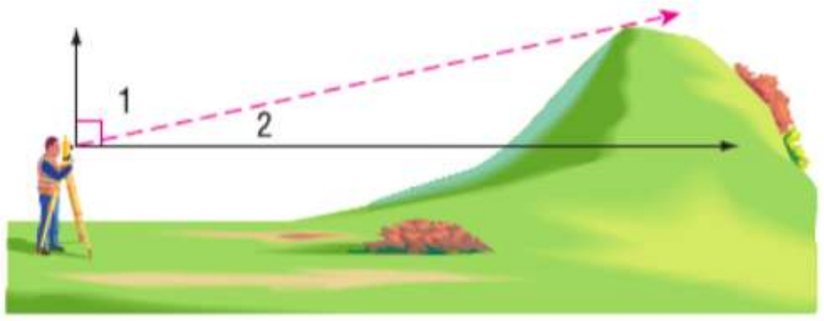
نظرية الزوج الخطي تعرف نظرية الزاويتين المتكاملتين أيضا باسم *نظرية الزوج الخطي*.

سوف تثبت النظريتين 11.3 و 11.4 من خلال التمرينين 16 و 17 على التوالي.

مثال من الحياة اليومية 2 استخدام الزوايا المتكاملة والمتتامة

مسح الأراضي **استخدم المساح مزواة لقياس الزاوية بين مستوى نظره وقمة التلة وكانت حوالي 73°. ما قياس الزاوية بين قمة التلة والمستوى الأفقي؟ برّر كل خطوة.**

الفهم أنشئ رسما للموقف. يقيس المساح الزاوية بين خط نظره والمستوى الرأسي. ارسم شعاعا رأسيًا وآخر أفقيًا من النقطة التي يشاهد فيها المساح التلة. ثم سمِّ الزوايا الناتجة. نعرف أن الشعاعين الرأسي والأفقي يكونان زاوية قائمة.



التخطيط بما أن $\angle 1$ و $\angle 2$ يكونان زاوية قائمة، فيمكنك استخدام نظرية الزاويتين المتتامتين.

الحل

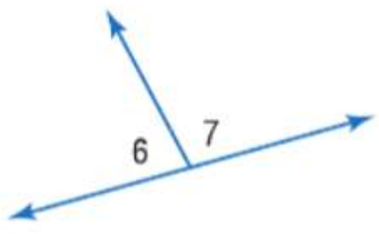
$m\angle 2 + m\angle 1 = 90$	نظرية الزاويتين المتتامتين
$73 + m\angle 1 = 90$	$m\angle 1 = 73$
$73 + m\angle 1 - 73 = 90 - 73$	خاصية الطرح في المعادلة
$m\angle 1 = 17$	التعويض

تكوِّن قمة التل زاوية 17° مع المستوى الأفقي.

التحقق بما أننا نعرف أن مجموع الزوايا يجب أن يساوي 90، فيمكنك أن تحقق من حساباتك.
إنّ مجموع 17 و 73 يساوي 90. ✓

تمرين موجه

2. تكوِّن الزاويتان $\angle 6$ و $\angle 7$ زوجا خطيًا. إذا كان $m\angle 6 = 3x + 32$ و $m\angle 7 = 5x + 12$. فجد x و $m\angle 6$ و $m\angle 7$. برّر كل خطوة.



مراجعة المفردات

الزاويتان المتكاملتان هما زاويتان مجموع قياساتهما يساوي 180

الزاويتان المتتامتان هما زاويتان مجموع قياساتهما يساوي 90

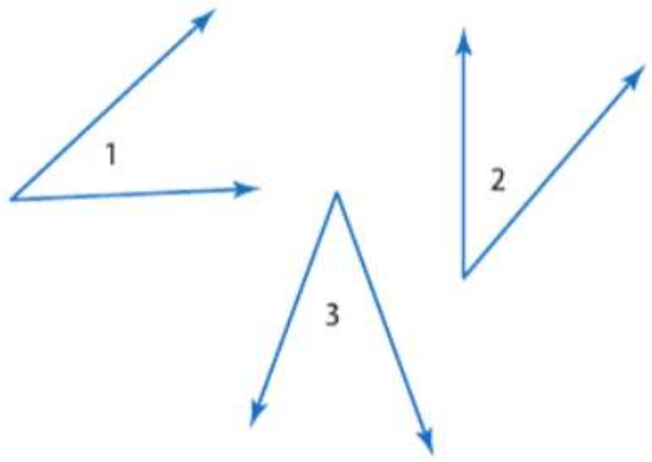
الزوج الخطي عبارة عن زوج من الزوايا المتجاورة بحيث يكون ضلعاهما غير المشتركين شعاعين متقابلين

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

2 الزوايا المتطابقة

إنّ خواص الجبر التي تنطبق على تطابق القطع المستقيمة وتساوي قياساتها تنطبق أيضا على تطابق الزوايا وتساوي قياساتها.

النظرية 11.5 خواص تطابق الزاوية



خاصية الانعكاس في التطابق

$\angle 1 \cong \angle 1$

خاصية التماثل في التطابق

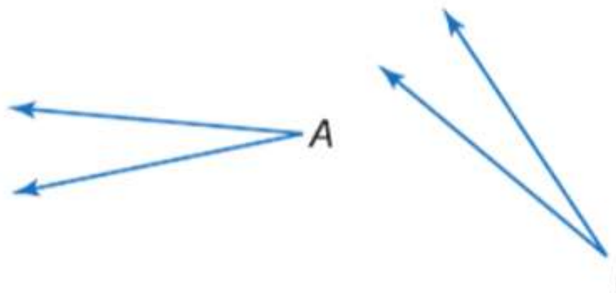
إذا كان $\angle 2 \cong \angle 1$، فإن $\angle 1 \cong \angle 2$.

خاصية التعدي في التطابق

إذا كان $\angle 2 \cong \angle 1$ و $\angle 3 \cong \angle 2$، فإن $\angle 3 \cong \angle 1$.

سوف تثبت خواص الانعكاس والتعدي في التطابق من خلال التمرينين 18 و19 على التوالي.

البرهان خاصية التماثل في التطابق



المعطيات: $\angle A \cong \angle B$

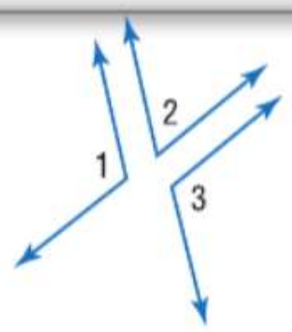
المطلوب إثباته: $\angle B \cong \angle A$

البرهان الحر:

بفرض أنّ $\angle A \cong \angle B$. وبتعريف الزوايا المتطابقة،
فإن $m\angle A = m\angle B$. وباستخدام خاصية التماثل في المعادلة.
فإن $m\angle B = m\angle A$. إذًا، فإنّ $\angle B \cong \angle A$ وفقًا لتعريف الزوايا المتطابقة.

يمكن تطبيق الخواص الجبرية لإثبات النظريات الخاصة بعلاقات التطابق التي تشتمل على الزوايا المتكاملة والمتتامة.

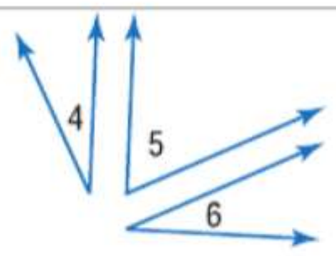
النظريات



11.6 نظرية تطابق الزوايا المتكاملة الزاويتان المكملتان للزاوية نفسها أو لزاويتين متطابقتين تكونان متطابقتين.

الاختصار إنّ ∡ *المكملة للزاوية* ∠ *نفسها أو* ∡ ≅ *تكون* ≅.

مثال إذا كان $m\angle 1 + m\angle 2 = 180$ و $m\angle 2 + m\angle 3 = 180$. فإن $\angle 3 \cong \angle 1$.



11.7 نظرية تطابق الزوايا المتتامة الزاويتان المتتامتان للزاوية نفسها أو لزاويتين متطابقتين تكونان متطابقتين.

الاختصار إنّ ∡ *المتممة للزاوية* ∠ *نفسها أو* ∡ ≅ *تكون* ≅.

مثال إذا كان $m\angle 4 + m\angle 5 = 90$ و $m\angle 5 + m\angle 6 = 90$. فإن $\angle 6 \cong \angle 4$.

سوف تثبت إحدى حالات النظرية 11.6 في التمرين 6.

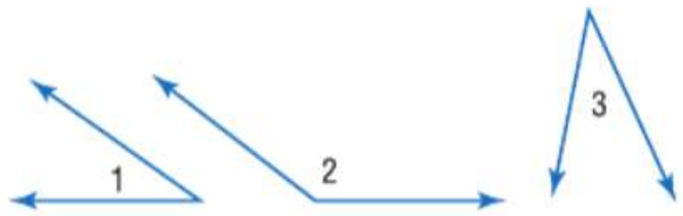
قراءة في الرياضيات

اختصارات ورموز

الرمز ∡ يعني *الزوايا*.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

البرهان إحدى حالات نظرية تطابق الزوايا المتكاملة

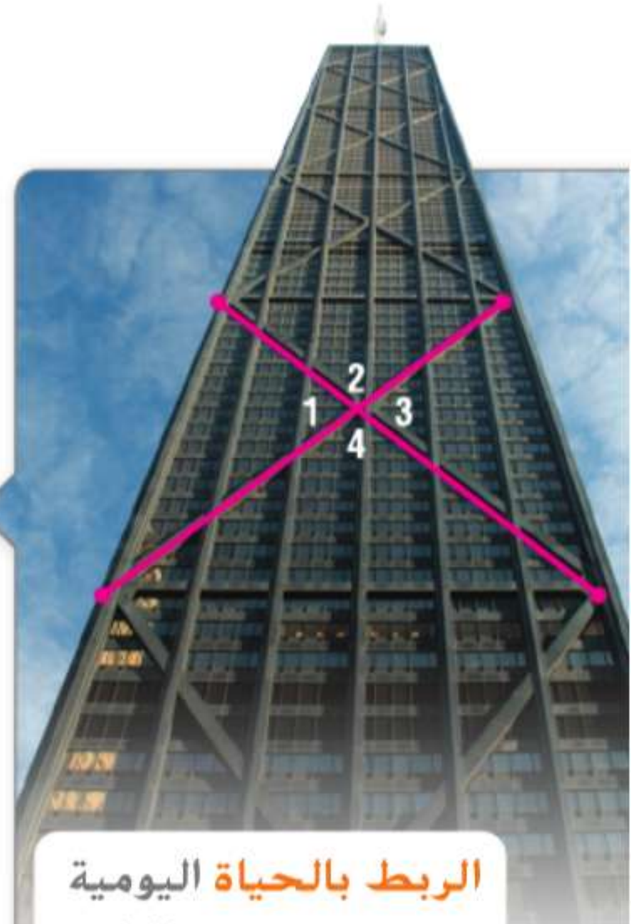


المعطيات: **الزاويتان** $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان.
الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ متكاملتان.

المطلوب إثباته: $\angle 3 \cong \angle 1$

البرهان:

العبارات	المبررات
1. الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ متكاملتان.	1. المعطيات
2. $m\angle 1 + m\angle 2 = 180$; $m\angle 2 + m\angle 3 = 180$	2. تعريف الزوايا المتكاملة
3. $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 2 + m\angle 3$	3. التعويض
4. $m\angle 2 = m\angle 2$	4. خاصية الانعكاس
5. $m\angle 1 = m\angle 3$	5. خاصية الطرح
6. $\angle 1 \cong \angle 3$	6. تعريف الزوايا المتطابقة



الربط بالحياة اليومية

يستخدم مبنى جون هانكوك المتكوّن من 100 طابق دعامات على شكل حرف X في تصميمه. وتتصل هذه الأقطار بالأعمدة الخارجية. مما يجعل انتقال قوى الرياح الشديدة إلى الأعمدة الخارجية بعيدًا عن الدعامات وعودتها ممكنًا.

المصدر: PBS

مثال 3 براهين باستخدام نظرية تطابق الزوايا المتتامة أو نظرية تطابق الزوايا المتكاملة

أثبت أن الزاويتين المتقابلتين بالرأس 2 و 4 في الصورة في جهة اليمين متطابقتان.

المعطيات: **الزاويتان** $\angle 2$ و $\angle 4$ متقابلتان بالرأس.

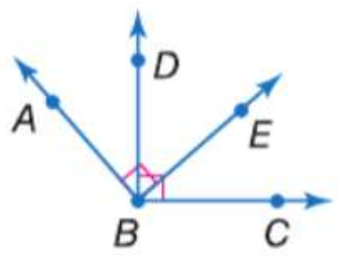
المطلوب إثباته: $\angle 4 \cong \angle 2$

البرهان:

العبارات	المبررات
1. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 4$ متقابلتان بالرأس.	1. المعطيات
2. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 4$ غير متجاورتين تكونتا بواسطة مستقيمات متقاطعة.	2. تعريف الزوايا المتقابلة بالرأس
3. تكوّن الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ زاوية مستقيمة. تكوّن الزاويتان $\angle 3$ و $\angle 4$ زاوية مستقيمة.	3. تعريف الزاوية المستقيمة
4. الزاويتان $\angle 2$ و$\angle 3$ متكاملتان. الزاويتان $\angle 3$ و$\angle 4$ متكاملتان.	4. نظرية الزاويتين المتكاملتين
5. $\angle 2 \cong \angle 4$	5. إنّ $\measuredangle$ المكملة للزاوية $\angle$ نفسها أو $\measuredangle \cong$ تكون $\cong$.

تمرين موجه

3. في الشكل، الزاويتان $\angle ABE$ و $\angle DBC$ قائمتان. أثبت أنّ الزاوية $\angle EBC \cong \angle ABD$.



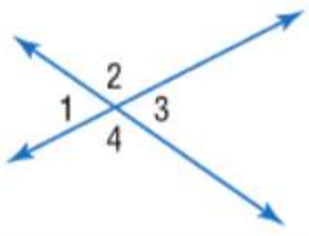
مراجعة المفردات

الزاويتان المتقابلتان بالرأس زاويتان غير متجاورتين تكونتا بواسطة مستقيمات متقاطعة

لاحظ أنه في المثال 3، الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 3$ متقابلتان بالرأس. تدعم الخلاصة الواردة في المثال نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس.

النظرية 11.8 نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس

إذا كانت الزاويتان متقابلتين بالرأس، فهما متطابقتان.



الاختصار *الزوايا المتقابلة بالرأس* $\measuredangle$ تكون $\cong$.

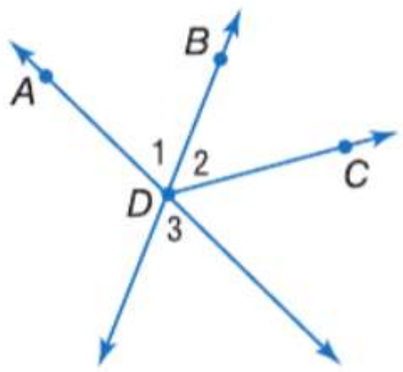
مثال $\angle 3 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 2$

سوف تثبت النظرية 11.8 في التمرين 28.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 4 استخدام الزوايا المتقابلة بالرأس

أثبت أنه إذا كان $\overrightarrow{DB}$ ينصف الزاوية $\angle ADC$، فإن $\angle 3 \cong \angle 2$.



المعطيات: ينصف $\overrightarrow{DB}$ الزاوية $\angle ADC$.

المطلوب إثباته: $\angle 3 \cong \angle 2$

البرهان:

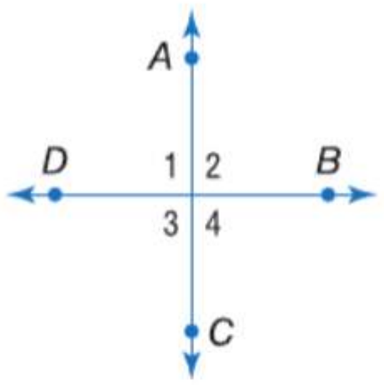
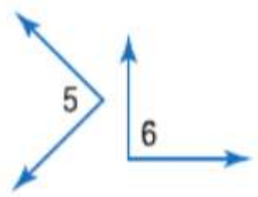
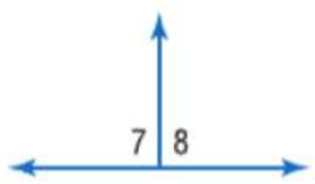
العبارات	المبررات
1. ينصف $\overrightarrow{DB}$ الزاوية $\angle ADC$.	1. المعطيات
2. $\angle 1 \cong \angle 2$	2. تعريف منصف الزوايا
3. الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 3$ متقابلتان بالرأس.	3. تعريف الزوايا المتقابلة بالرأس
4. $\angle 3 \cong \angle 1$	4. الزوايا المتقابلة بالرأس تكون $\cong$.
5. $\angle 3 \cong \angle 2$	5. خاصية التعدي في التطابق
6. $\angle 2 \cong \angle 3$	6. خاصية التماثل في التطابق

تمرين موجه

4. إذا كانت الزاويتان $\angle 3$ و$\angle 4$ متقابلتين بالرأس. $m\angle 3 = 6x + 2$. و $m\angle 4 = 8x - 14$.
فجـــد $m\angle 3$ و $m\angle 4$. برّر كل خطوة.

يمكن استخدام النظريات الواردة في هذا الدرس لإثبات نظريات الزاوية القائمة التالية.

النظريات نظريات الزاوية القائمة

النظرية	مثال
11.9 يتقاطع المستقيمان المتعامدان ليكونا أربع زوايا قائمة. **مثال** إذا كان $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{DB}$ فإن $\angle 1$ و $\angle 2$ و $\angle 3$ و $\angle 4$ قائمة.	
11.10 كل الزوايا القائمة متطابقة. **مثال** إذا كانت $\angle 1$ و $\angle 2$ و $\angle 3$ و $\angle 4$ قائمة. فإن $\angle 4 \cong \angle 3 \cong \angle 2 \cong \angle 1$.	
11.11 المستقيمان المتعامدان يكونان زوايا متجاورة متطابقة. **مثال** إذا كان $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{DB}$، فإن $\angle 2 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 2$ و $\angle 4 \cong \angle 3$ و $\angle 3 \cong \angle 1$.	
11.12 إذا كانت الزاويتان متكاملتين ومتطابقتين، فإنهما قائمتان. **مثال** إذا كانت $\angle 6 \cong \angle 5$ و $\angle 5$ مكملة للزاوية $\angle 6$، فإن $\angle 5$ و $\angle 6$ قائمتان.	
11.13 إذا كوّنت زاويتان متطابقتان زاوية مستقيمة، فإنهما قائمتان. **مثال** إذا كوّنت $\angle 7$ و $\angle 8$ زاوية مستقيمة، فإن $\angle 7$ و $\angle 8$ قائمتان.	

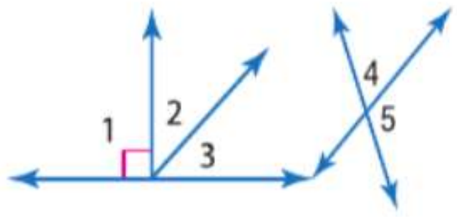
سوف تثبت النظريات من 11.9 إلى 11.13 في التمارين من 22 إلى 26.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تحقق من فهمك

مثال 1

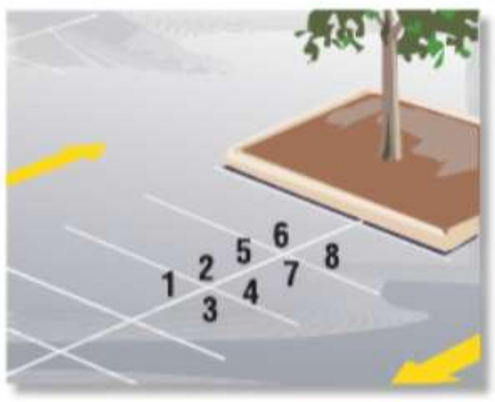
جـــد قياس كل زاوية مرقمة، واذكر النظريات التي تبرر عملك.



1. $m\angle 2 = 26$
2. $m\angle 2 = x,\ m\angle 3 = x - 16$
3. $m\angle 4 = 2x,\ m\angle 5 = x + 9$
4. $m\angle 4 = 3(x - 1),\ m\angle 5 = x + 7$

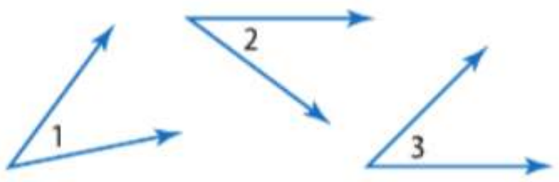
مثال 2

5. ركن السيارات راجع الرسم التخطيطي لساحة السيارات الموجود في جهة اليسار. إذا علمت أنّ $\angle 6 \cong \angle 2$. فأثبت أنّ $\angle 8 \cong \angle 4$.



مثال 3

6. البرهان انسخ برهان حالة واحدة من النظرية 11.6 وأكمله.



المعطيات: الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 3$ متتامتان. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ متتامتان.

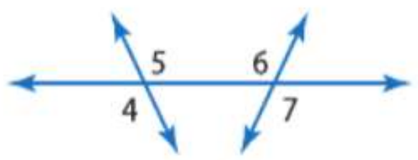
المطلوب إثباته: $\angle 1 \cong \angle 2$

البرهان:

العبارات	المبررات
a. الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 3$ متتامتان. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ متتامتان.	a. ؟
b. $m\angle 1 + m\angle 3 = 90;$ $m\angle 2 + m\angle 3 = 90$	b. ؟ المتتامتان
c. $m\angle 1 + m\angle 3 = m\angle 2 + m\angle 3$	c. ؟
d. ؟	d. خاصية الانعكاس
e. $m\angle 1 = m\angle 2$	e. ؟
f. $\angle 1 \cong \angle 2$	f. ؟

مثال 4

7. فرضيات اكتب برهانًا من عمودين.



المعطيات: $\angle 4 \cong \angle 7$

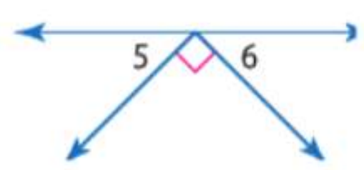
المطلوب إثباته: $\angle 5 \cong \angle 6$

التمرين وحل المسائل

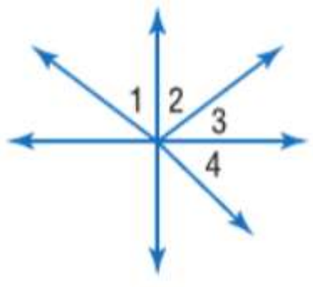
الأمثلة 3-1

جـــد قياس كل زاوية مرقمة، واذكر النظريات المستخدمة التي تبرر عملك.

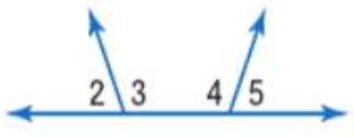
8. $m\angle 5 = m\angle 6$



9. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ متتامتان. $\angle 1 \cong \angle 4$ و $m\angle 2 = 28$



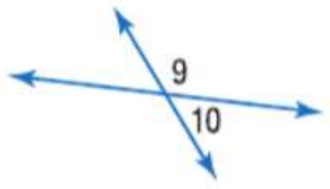
10. الزوايا $\angle 2$ و $\angle 4$ و $\angle 4$ و $\angle 5$ متكاملة. $m\angle 4 = 105$



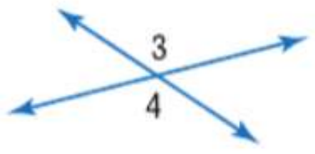
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

جـــــد قياس كل زاوية مرقمة، واذكر النظريات المستخدمة التي تبرر عملك.

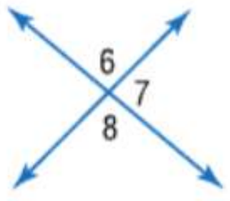
11. $m\angle 9 = 3x + 12$
$m\angle 10 = x - 24$



12. $m\angle 3 = 2x + 23$
$m\angle 4 = 5x - 112$



13 $m\angle 6 = 2x - 21$
$m\angle 7 = 3x - 34$

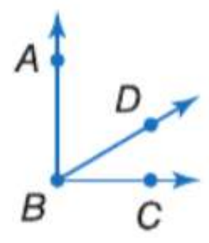


مثال 4

البرهان اكتب برهانًا من عمودين.

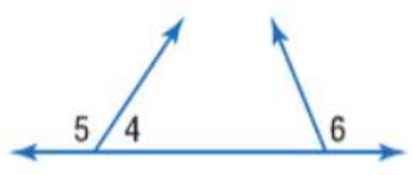
14. المعطيات: $\angle ABC$ زاوية قائمة.

المطلوب إثباته: الزاويتان $\angle ABD$ و$\angle CBD$ متتامتان.



15. المعطيات: $\angle 6 \cong \angle 5$

أثبت أن: الزاويتان $\angle 4$ و $\angle 6$ متكاملتان.



اكتب برهانًا لكل نظرية.

16. نظرية الزاويتين المتكاملتين

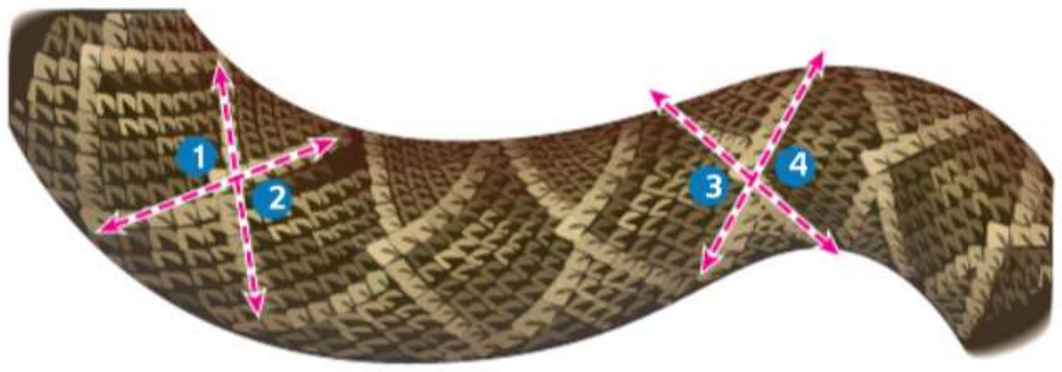
17. نظرية الزاويتين المتتامتين

18. خاصية الانعكاس في تطابق الزوايا

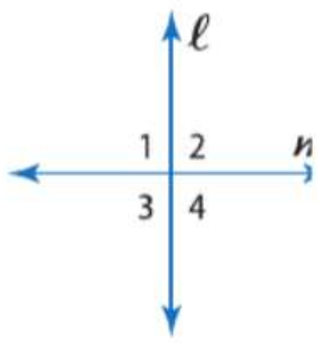
19. خاصية التعدي في تطابق الزوايا

20. الأعلام انظر إلى العلم الموجود على اليسار. أثبت أنّ مجموع قياسات الزوايا الأربع يساوي 360.

21. فرضيات الأفعى المجلجلة ذات الظهر ماسي الشكل أفعى سامة تتميز بنمط ماسي الشكل على ظهرها. يوجد تكبير لجزء من جلدها موضحا أدناه. إذا كانت $\angle 4 \cong \angle 1$. فأثبت أنّ $\angle 3 \cong \angle 2$.



البرهان استخدم الشكل لكتابة برهان كل نظرية.



22. النظرية 11.9

23. النظرية 11.10

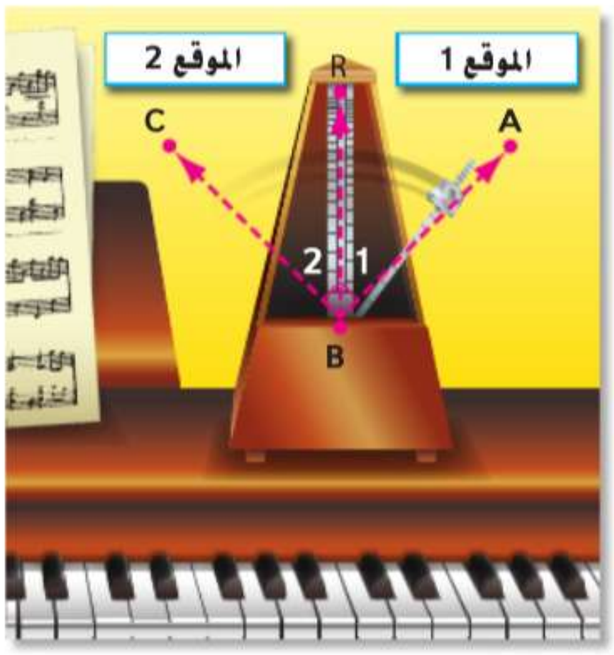
24. النظرية 11.11

25. النظرية 11.12

26. النظرية 11.13

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

27. **فرضيات** لتحديد إيقاع معين، تم تعديل وزن بندول الساعة بحيث يتأرجح بمعدل معين. افترض أنّ زاوية $\angle ABC$ الواردة في الصورة قائمة. وإذا كان $m\angle 1 = 45$. فاكتب برهانًا حرًا لإثبات أنّ $\overrightarrow{BR}$ ينصف $\angle ABC$.



28. **البرهان** اكتب برهانًا للنظرية 11.8.

29. **الجغرافيا** تشترك يوتا وكولورادو وأريزونا ونيومكسيكو في نقطة مشتركة على حدودها تسمى الزوايا الأربع. هذا هو المكان الوحيد الذي تلتقي فيه أربع ولايات في نقطة واحدة. إذا كانت $\angle 2$ زاوية قائمة. فأثبت أن المستقيمين ℓ و m متعامدان.

30. **التمثيلات المتعددة** ستستكشف في هذه المسألة العلاقات بين الزوايا.

a. هندسيًّا ارسم الزاوية القائمة ABC. ضع النقطة D داخل هذه الزاوية. وارسم $\overrightarrow{BD}$ ثم ارسم $\overrightarrow{KL}$ وأنشئ $\angle JKL$ مطابقة للزاوية $\angle ABD$.

b. لفظيًّا ضع تخمينًا للعلاقة بين $\angle JKL$ و $\angle DBC$.

c. منطقيًّا أثبت تخمينك.

مسائل مهارات التفكير العليا. استخدام مهارات التفكير العليا

31. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم الزاوية WXZ حيث يكون $m\angle WXZ = 45$. ثم أنشئ $\angle YXZ$ مطابقة لـ $\angle WXZ$. ضع تخمينًا حول قياس $\angle WXY$. أثبت تخمينك.

32. **الكتابة في الرياضيات** اكتب الخطوات التي ستستخدمها لإكمال البرهان أدناه.

المعطيات: $AB = \frac{1}{2}BD$ ، $\overline{BC} \cong \overline{CD}$

المطلوب إثباته: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

33. **تحفيز** تم إثبات حالة واحدة من حالات نظرية تطابق الزوايا المتكاملة في هذا الدرس. وقد أثبت في التمرين 6 الحالة نفسها لنظرية تطابق الزوايا المتتامة. اشرح سبب وجود حالة أخرى لكل نظرية من هاتين النظريتين. ثم اكتب برهانًا للحالة الثانية من كل نظرية.

34. **التبرير** حدّد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة *أحيانًا* أم *دائما* أم لا تصح *أبدا*. اشرح تبريرك.

إذا كانت إحدى الزوايا المتكونة من خلال مستقيمين متقاطعين حادة، فإن الزوايا الثلاثة الأخرى المتكونة تكون حادة أيضا.

35. **الكتابة في الرياضيات** اشرح كيف يمكنك استخدام المنقلة لإيجاد قياس الزاوية المكملة لزاوية أخرى بطريقة سريعة.

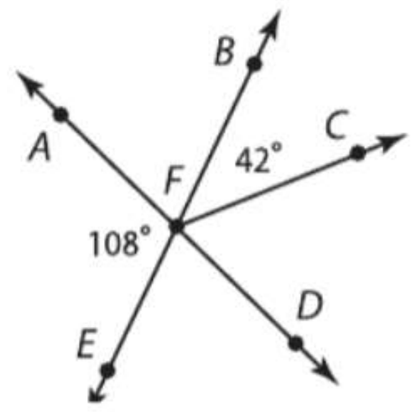
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

36. إجابة شبكية ما منوال هذه مجموعة البيانات هذه؟

4 ,1 ,0 ,4 , 1 ,2− ,3 ,4

37. جـــد قياس $\angle CFD$.



A 66°
B 72°
C 108°
D 138°

38. الجبر بسط.

$$4(3x - 2)(2x + 4) + 3x^2 + 5x - 6$$

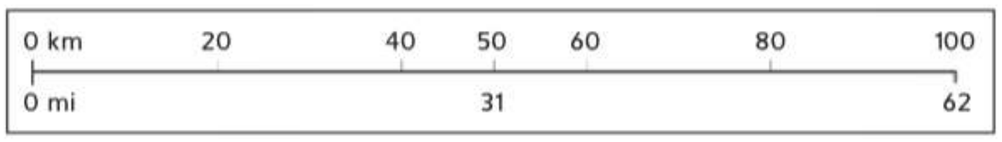
F $9x^2 + 3x - 14$
G $9x^2 + 13x - 14$
H $27x^2 + 37x - 38$
J $27x^2 + 27x - 26$

39. اختبار الكفاءة الدراسية/اختبار القبول
يقع منزل وفاء عند (3, 0) بينما يقع مجمع تجاري عند النقطة (0, 4). وذلك على شبكة إحداثيات تمثل كل وحدة فيها كيلومترًا واحدًا. فما المسافة بين منزل وفاء والمجمع التجاري؟

A 3 km
B 5 km
C 12 km
D 13 km
E 25 km

مراجعة شاملة

40. الخرائط يوجد في الخريطة مقياسا يوضح الكيلومترات بالأعلى والأميال بالأسفل.



افترض أن $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ قطعتان مستقيمتان. إذا كان $AB = 100$ كيلومتر و$CD = 62$ كيلو متر. فهل $\overline{AB} \cong \overline{CD}$؟ اشرح. (الدرس 3-11)

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة. (الدرس 4-11)

41. إذا كان $y + 7 = 5$، فإن $y = -2$.

42. إذا كان $MN = PQ$، فإن $PQ = MN$.

43. إذا كان $a - b = x$ و $b = 3$، فإن $a - 3 = x$.

44. إذا كان $x(y + z) = 4$، فإن $xy + xz = 4$.

مثّل كل دالة بيانيًا. حدّد المجال والمدى.

45. $f(x) = 3(4)^x$

46. $f(x) = 2^{3x} - 3$

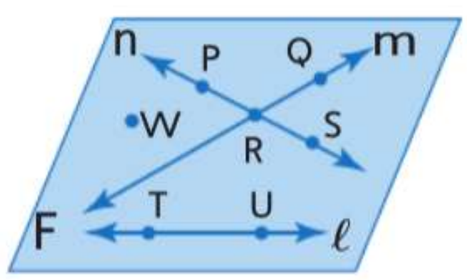
حل كل من المعادلات التالية.

47. $2^{x-1} = 8^{x+3}$

48. $5^{2x+12} = 25^{10x-12}$

مراجعة المهارات

ارجع إلى الشكل.



49. سمِّ مستقيما يحتوي على النقطة P.

50. سمِّ تقاطع المستقيمين n وm.

51. سمِّ نقطة لا تقع على أي من المستقيمات ℓ أو m أو n.

52. ما الاسم الآخر للمستقيم n؟

53. هل يتقاطع المستقيم ℓ مع المستقيم m أو المستقيم n؟ اشرح.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

ملاحظاتي

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

البرهان (الدروس من 1-11 إلى 4-11)

الخطوة 1 اذكر المعلومات المعطاة وصمم رسما تخطيطيًا إذا أمكن.

الخطوة 2 حدّد المطلوب إثباته.

الخطوة 3 أنشئ فرضية استدلالية.

الخطوة 4 برّر كل عبارة بسبب.

الخطوة 5 اذكر ما أثبته.

المطويات منظم الدراسة

تأكد من تدوين المفاهيم الأساسية في مطويتك.

المفردات الأساسية

برهان جبري	برهان حر
قاعدة بديهية	مسلَّمة
فرضية استدلالية	برهان
برهان شكلي	نظرية
برهان غير شكلي	برهان من عمودين

مراجعة المفردات

حدد ما إذا كانت كل جملة مما يلي *صحيحة* أم *خاطئة*. وإذا كانت *خاطئة*، فاستبدل المصطلح الذي تحته خط بحيث تصبح الجملة صحيحة.

1. المسلَّمة هي عبارة تحتاج إلى برهان.
2. النظرية هي عبارة صحتها مقبولة بدون برهان.
3. تسمى الخواص التي تبرر كل خطوة في البرهان ذي العمودين التبريرات.
4. يتضمن البرهان غير الشكلي كتابة فقرة تشرح سبب صحة تخمين ما.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

11-1 المسلَّمات والبراهين الحرة

حدِّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة *دائما*، أم أحيانا، أم *غير صحيحة على الإطلاق*. اشرح.

5. يتقاطع المستويان في نقطة واحدة.
6. تقع ثلاث نقاط في أكثر من مستوى واحد.
7. إذا كان المستقيم m يقع في المستوى X ويمر المستقيم m بالنقطة Q، فإن النقطة Q تقع في المستوى X.
8. إذا كانت الزاويتان متتامتين، فإنهما تشكلان زاوية قائمة.
9. **التواصل** جرى تقديم ستة أشخاص في مؤتمر عمل. فإذا صافح كل شخص بقية الأشخاص، فما عدد المصافحات التي تبادلها هؤلاء الأشخاص؟ ضمن نموذجا يدعم تبريرك.

مثال 1

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة *دائما*، أم أحيانًا، أم *غير صحيحة على الإطلاق*. اشرح.

a. ***إذا وقعت النقاط X وY وZ في المستوى R، فإن هذه النقاط لا تقع على استقامة واحدة.***

أحيانًا؛ حقيقة أنّ النقاط X وY وZ تقع في المستوى R لا تتضمن ما إذا كانت هذه النقاط تقع على استقامة واحدة أم لا.

b. **يمر مستقيم واحد فقط بالنقطتين A وB.**

دائما؛ حسب المسلَّمة 1-11، يوجد مستقيم واحد فقط يمر بنقطتين.

11-2 البرهان الجبري

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة.

10. إذا كان $7(x - 3) = 35$، فإن $35 = 7(x - 3)$.
11. إذا كان $2x + 19 = 27$، فإن $2x = 8$.
12. $5(3x + 1) = 15x + 5$
13. $7x - 2 = 7x - 2$
14. إذا كان $2x + 8 = 12$ و $2x + 8 = 3y$، فإن $3y = 12$.
15. انسخ البرهان التالي وأكمله.

المعطيات: $6(x - 4) = 42$

المطلوب إثباته: $x = 11$

العبارات	المبررات
a. $6(x - 4) = 42$	a. ؟
b. $6x - 24 = 42$	b. ؟
c. $6x = 66$	c. ؟
d. $x = 11$	d. ؟

16. اكتب برهانًا من عمودين لإثبات أنه إذا كان $PQ = RS$ و $PQ = 5x + 9$، و $RS = x - 31$، فإن $x = -10$.
17. **درجات الطلاب** حصل فالح في اختبارات هذا الربع على درجة مساوية لخليفة. وحصل خليفة في اختبارات هذا الربع على درجة مساوية لحمد. ما الخاصية التي تثبت أن فالح وحمد حصلا على درجات متساوية؟

مثال 2

اكتب برهانًا من عمودين.

المعطيات: $\frac{5x - 3}{6} = 2x + 1$

المطلوب إثباته: $x = -\frac{9}{7}$

البرهان:

العبارات	المبررات
1. $\frac{5x - 3}{6} = 2x + 1$	1. المعطيات
2. $5x - 3 = 6(2x + 1)$	2. خاصية الضرب في المعادلة
3. $5x - 3 = 12x + 6$	3. خاصية التوزيع في المعادلة
4. $-3 = 7x + 6$	4. خاصية الطرح في المعادلة
5. $-9 = 7x$	5. خاصية الطرح في المعادلة
6. $-\frac{9}{7} = x$	6. خاصية القسمة في المعادلة
7. $x = -\frac{9}{7}$	7. خاصية التماثل في المعادلة

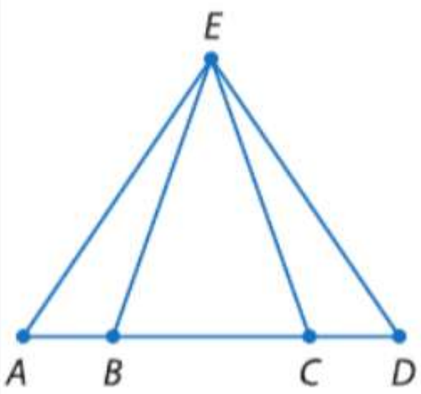
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

11-3 إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة

اكتب برهانًا من عمودين.

18. **المعطيات:** X نقطة منتصف $\overline{WY}$ و $\overline{VZ}$.
المطلوب إثباته: $VW = ZY$

19. **المعطيات:** $AB = DC$
المطلوب إثباته: $AC = DB$



20. **الجغرافيا** يخطط فهد إلى القيادة من منزله إلى منزل جدته عبر الطريق السريع 35. تقدّر الخريطة التي يستخدمها المسافة من منزله حتى موقع آخر بـ 194 km ومن ذلك الموقع حتى منزل جدته بـ 243 km. ماذا سمح له باستنتاج أن المسافة التي سيقودها ستبلغ 437 km من منزله حتى منزل جدته؟ افترض أنّ الطريق السريع 35 يشكل مستقيما.

مثال 3

اكتب برهانًا من عمودين.

المعطيات: B نقطة منتصف $\overline{AC}$.
C نقطة منتصف $\overline{BD}$.

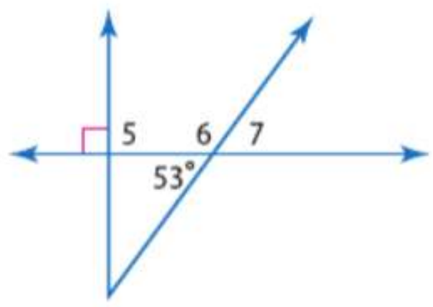
المطلوب إثباته: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

البرهان:

العبارات	المبررات
1. B نقطة منتصف $\overline{AC}$.	1. المعطيات
2. $\overline{AB} \cong \overline{BC}$	2. تعريف نقطة المنتصف
3. C نقطة منتصف $\overline{BD}$	3. المعطيات
4. $\overline{BC} \cong \overline{CD}$	4. تعريف نقطة المنتصف
5. $\overline{AB} \cong \overline{CD}$	5. خاصية التعدي في المعادلة

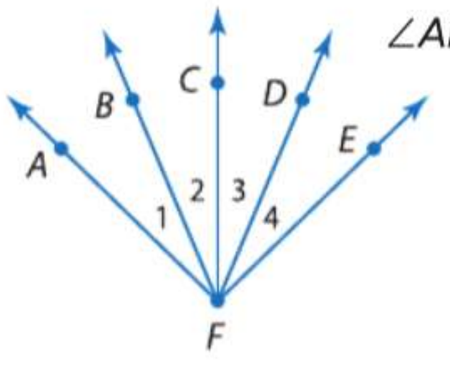
11-4 إثبات العلاقات بين الزوايا

جـــد قياس كل زاوية.



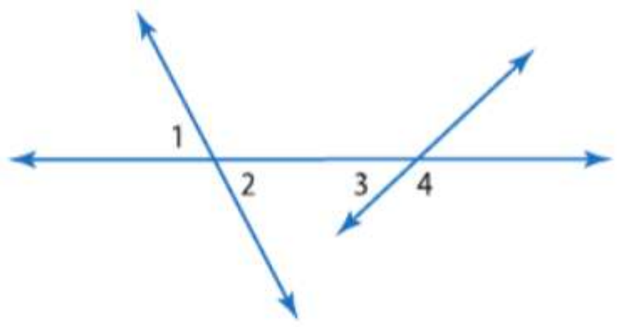
21. $\angle 5$
22. $\angle 6$
23. $\angle 7$

24. **البرهان** اكتب برهانًا من عمودين.
المعطيات: $\angle 3 \cong \angle 2$, $\angle 4 \cong \angle 1$
المطلوب إثباته: $\angle EFC \cong \angle AFC$



مثال 4

جـــد قياس كل زاوية مرقمة إذا كان $m\angle 1 = 72$ و $m\angle 3 = 26$.



$m\angle 2 = 72$. بما أنّ $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان متقابلتان بالرأس.

تشكل $\angle 3$ و $\angle 4$ زوجا خطيًا وينبغي أن تكونا زاويتين متكاملتين.

$26 + m\angle 4 = 180$ تعريف الزوايا المتكاملة

$m\angle 4 = 154$ اطرح 26 من كل طرف

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

11 تدريب على الاختبار

1. **البرهان** انسخ البرهان التالي وأكمله.
المعطيات: $3(x - 4) = 2x + 7$
المطلوب إثباته: $x = 19$
البرهان:

العبارات	المبررات
a. $3(x - 4) = 2x + 7$	a. معطى
b. $3x - 12 = 2x + 7$	b. ؟
c. ؟	c. خاصية الطرح
d. $x = 19$	d. ؟

حدِّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة *دائما*، أم أحيانًا، أم *غير صحيحة على الإطلاق*.

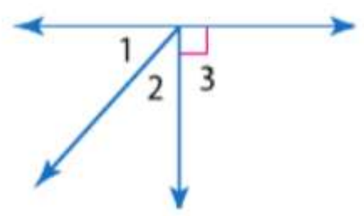
2. تكوّن الزاويتان المتكاملتان زوجا خطيًا.

3. إذا وقعت النقطة B بين النقطتين A و C، فإن $AC + AB = BC$.

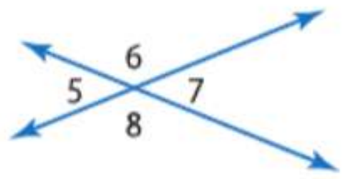
4. إذا تقاطع مستقيمان وكوَّنا زوايا متجاورة متطابقة، فإن المستقيمين متعامدان.

جـــد قياس كل زاوية مرقمة، واذكر النظريات التي تبرر عملك.

5. $m\angle 1 = x$,
$m\angle 2 = x - 6$



6. $m\angle 7 = 7x + 15$,
$m\angle 8 = 8x$



اكتب كل عبارة في صورة "إذا، فإن".

7. قياس الزاوية الحادة أقل من 90.

8. يتقاطع المستقيمان المتعامدان ليكوّنا زوايا قائمة.

9. **الاختيار من متعدد** إذا احتوى المثلث على زاوية منفرجة واحدة، فإنه مثلث منفرج الزاوية.

أي العبارات التالية هي المعاكس الإيجابي للعبارة الشرطية أعلاه؟

A إذا لم يكن المثلث منفرج الزاوية، فإنه يحتوي على زاوية منفرجة واحدة.

B إذا لم يحتوِ المثلث على زاوية منفرجة واحدة، فإنه ليس مثلثًا منفرج الزاوية.

C إذا لم يكن المثلث منفرج الزاوية، فإنه لا يحتوي على أي زاوية منفرجة.

D إذا كان المثلث منفرج الزاوية، فإنه يحتوي على زاوية منفرجة واحدة.

حدِّد ميل المستقيم الذي يحتوي على النقاط المعطاة.

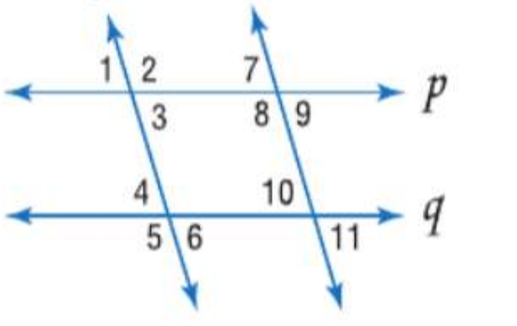
10. $G(8, 1)$, $H(8, -6)$

11. $A(0, 6)$, $B(4, 0)$

12. $E(6, 3)$, $F(-6, 3)$

13. $E(5, 4)$, $F(8, 1)$

في الشكل، $m\angle 8 = 96$ و $m\angle 12 = 42$. جـــد قياس كل زاوية. اذكر أي مسلَّمة (مسلَّمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها.



14. $\angle 9$

15. $\angle 11$

16. $\angle 6$

17. جـــد قيمة x في الشكل أدناه.

حدِّد أي مستقيمين، إن وجدا، متوازيين بناءً على المعلومات التالية. واذكر المسلَّمة أو النظرية التي تبرر إجابتك.

18. $\angle 4 \cong \angle 10$

19. $\angle 9 \cong \angle 6$

20. $\angle 7 \cong \angle 11$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

ملاحظاتي

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 11: التحضير للاختبارات المعيارية

التبرير المنطقي

يتطلب حل المسائل الهندسية في كثير من الأحيان استخدام التبرير المنطقي. يمكنك استخدام أساسيات التبرير المنطقي لمساعدتك في حل مسائل الاختبارات المعيارية.

استراتيجيات استخدام التبرير المنطقي

الخطوة 1

اقرأ المسألة لتحدّد المعطيات وما يجب أن تجده للإجابة عن السؤال.

الخطوة 2

حدّد هل بإمكانك تطبيق إحدى مبادئ التبرير المنطقي على المسألة.

- **المثال المضاد:** يناقض المثال المضاد عبارة يفترض أنها صائبة. حدّد اختيارات الإجابة التي ترى أنها مناقضة لنص المسألة واحذفها.
- **المسلَّمات:** المسلَّمة هي عبارة تصف علاقة أساسية في الهندسة. حدّد هل بإمكانك تطبيق مسلَّمة للتوصل إلى نتيجة منطقية.

الخطوة 3

إذا لم تصل إلى أي نتيجة باستخدام مبادئ الخطوة 2، فحدّد ما إذا كانت الأدوات الآتية تساعدك على الحل أم لا.

- **الأنماط:** ابحث عن نمط لوضع تخمين مناسب.
- **جداول الصواب:** استعمل جدول صواب لتنظيم قيم الصواب للعبارات المعطاة في المسألة.
- **مخططات فيين:** استعمل مخططات فيين لتمثيل العلاقات بين عناصر المجموعات بوضوح.
- **البراهين:** استخدم التبرير الاستدلالي والتبرير الاستقرائي للتوصل إلى نتيجة على شكل برهان.

الخطوة 4

إذا لم تتمكن من التوصل إلى نتيجة حتى باستخدام مبادئ الخطوة 3، فضع **تخمينًا** أو توقعا مدروسًا حول أي خيار إجابة معقول. ثم ضع علامة على المسألة حتى ترجع إليها إذا بقي متسع من الوقت في نهاية الاختبار.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. وحدِّد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات في حل المسألة.

يبلغ عدد الطلاب في مدرسة 292 طالبًا. شارك 94 منهم في الألعاب الرياضية. و 122 في النوادي الثقافية. و 31 في كلتيهما. فكم طالبًا في المدرسة لم يشارك في الألعاب الرياضية أو في النوادي الثقافية؟

A 95

B 107

C 122

D 138

اقرأ المسألة بعناية. من الواضح أنه لا توجد أمثلة مضادة. ولا يمكن استخدام مسلَّمة للتوصل إلى نتيجة منطقية. لذا ينبغي أن تفكر في الأدوات التي يمكن أن تستخدمها لتنظيم المعلومات.

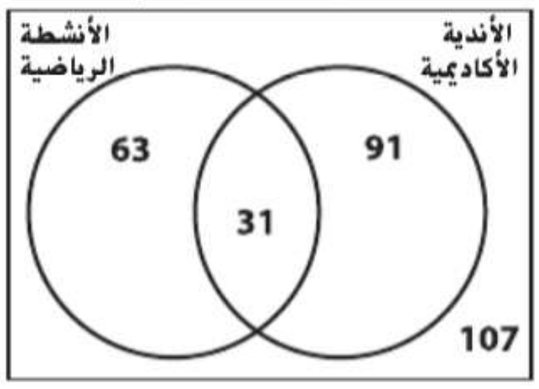
ويمكن استخدام مخطط فيين لتوضيح التقاطع بين المجموعتين. ارسم مخطط فيين باستخدام المعلومات المقدمة في عبارة المسألة.

حدِّد عدد الطلاب الذين شاركوا في الألعاب الرياضية أو في النوادي الثقافية فقط.

الألعاب الرياضية فقط: $94 - 31 = 63$

النوادي الثقافية فقط: $122 - 31 = 91$

المشاركة المدرسية



استخدم هذه المعلومات لحساب عدد الطلاب الذين لم يشاركوا في الألعاب الرياضية ولا في النوادي الثقافية.

$292 - 63 - 91 - 31 = 107$

يوجد 107 طلاب لم يشاركوا في الألعاب الرياضية ولا في النوادي الثقافية. الإجابة الصحيحة هي B.

تمارين

اقرأ كل سؤال، ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي يقدمها لك معلمك أو في أي ورقة أخرى.

1. حدِّد مدى صحة العبارة التالية. وإذا كانت خاطئة، فأعط مثالا مضادًا.

ناتج ضرب عددين زوجيين هو عدد زوجي.

A خاطئة؛ $8 \times 4 = 32$

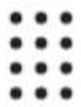
B خاطئة؛ $7 \times 6 = 42$

C خاطئة؛ $3 \times 10 = 30$

D صحيحة

2. جـــد العنصر التالي في النمط.

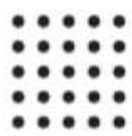
F



H

G

J



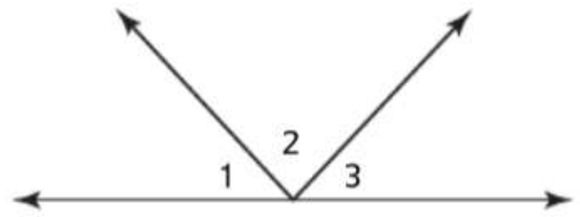
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 11 تدريب على الاختبارات المعيارية

الاختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال، ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي يقدمها لك معلمك أو في أي ورقة أخرى.

1. في الرسم التخطيطي أدناه، $\angle 3 \cong \angle 1$.



أي من الخلاصات التالية لا يلزم أن تكون صحيحة؟

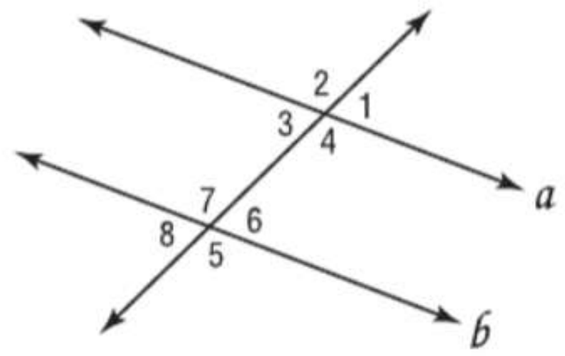
F $m\angle 1 - m\angle 2 + m\angle 3 = 90$

G $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 180 = 3$

H $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 2 + m\angle 3$

J $m\angle 2 - m\angle 1 = m\angle 2 - m\angle 3$

2. إذا كان $a \parallel b$ في الرسم التخطيطي أدناه، فأي الاستنتاجات التالية صحته *ليست* مؤكدة؟



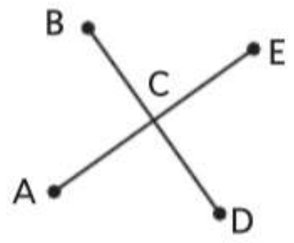
A $\angle 1 \cong \angle 3$

B $\angle 4 \cong \angle 7$

C $\angle 2 \cong \angle 5$

D $\angle 8 \cong \angle 2$

3. في الرسم التخطيطي، يتقاطع $\overline{BD}$ مع $\overline{AE}$ في النقطة C. أي من الخلاصات التالية *لا* يلزم أن تكون صحيحة؟



A $\angle ACB \cong \angle ECD$

B تكوّن $\angle ACB$ و $\angle ACD$ زوجا خطيًا.

C $\angle BCE$ و $\angle ACD$ زاويتان متقابلتان بالرأس.

D $\angle BCE$ و $\angle ECD$ زاويتان متتامتان.

4. ما التأثير في التمثيل البياني للمعادلة $y = x^2 + 4$ عندما تتغير إلى $y = x^2 - 3$؟

F يتغير ميل التمثيل البياني.

G يزيد عرض التمثيل البياني.

H لا يتغير شكل التمثيل البياني، وتنتقل رأسه إلى الأسفل.

J لا يتغير شكل التمثيل البياني، وتنتقل رأسه إلى اليسار.

5. ما المعادلة التي تنتج أضيق قطع مكافئ عند تمثيلها بيانيًا؟

A $y = 3x^2$

B $y = \frac{3}{4}x^2$

C $y = 6 - x^2$

D $y = -\frac{3}{4}x^2$

6. ما التأثير في التمثيل البياني للمعادلة $y = 3x^2$ عندما تتغير إلى $y = 2x^2$؟

F التمثيل البياني لـ $y = 2x^2$ انعكاس للتمثيل البياني لـ $y = 3x^2$ عبر المحور y.

G يدور التمثيل البياني بمقدار 90 درجة حول نقطة الأصل.

H يقل عرض التمثيل البياني.

J يزيد عرض التمثيل البياني.

نصيحة عند حل الاختبار

السؤال 3 *المثال المضاد* هو مثال يستخدم لإثبات أن العبارة المعطاة ليست صحيحة دائما.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابة قصيرة/إجابة شبكية

دوّن إجابتك في ورقة الإجابات التي زوّدك بها المعلّم أو أي ورقة عادية

7. استخدم البرهان للإجابة عن السؤال.

المعطيات: $\angle A$ متتامة مع $\angle B$. $m\angle B = 46$

المطلوب إثباته: $m\angle A = 44$

البرهان:

العبارات	المبررات
1. A متممة لـ $\angle B$؛ إذًا $m\angle B = 46$.	1. المعطيات
2. $m\angle A + m\angle B = 90$	2. تعريف الزوايا المتتامة
3. $m\angle A + 46 = 90$	3. خاصية التعويض
4. $m\angle A + 46 - 46 = 90 - 46$	4. ؟ _____
5. $m\angle A = 44$	5. خاصية التعويض

ما السبب الذي يمكن تقديمه لتبرير العبارة 4؟

8. الارتفاع يمكن تعديل ارتفاع h كرة ترتد في الزمن t بالثانية من خلال المعادلة $h = -16t^2 + 28.3t$.

a. اكتب المعادلة التي تمثل الارتفاع في صيغة العوامل.

b. ما ارتفاع الكرة بعد 1.5 ثانية؟

c. ما ارتفاع ارتداد الكرة؟

إجابة موسعة

9. يطلق سلطان نموذجا لصاروخ من مستوى الأرض. ويمكن إيجاد ارتفاع الصاروخ h بالمتر باستخدام المعادلة $h = -4.9t^2 + 56t$، حيث يمثل t الزمن بالثانية بعد الإطلاق.

a. ما أقصى ارتفاع سيصل إليه الصاروخ؟ قرّب إلى أقرب جزءٍ من عشرة من المتر. وضح كل خطوة واشرح الطريقة.

b. ما المدة التي سيستغرقها الصاروخ بعد إطلاقه حتى يصل إلى أقصى ارتفاع له. قرّب إلى أقرب جزءٍ من العشرة من الثانية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 12

المستقيمات المتوازية والمتعامدة

Chapter 12 Parallel and Perpendicular Lines, from Integrated Math I Chapter 11 © 2012 McGraw-Hill Education

السابق

- تعلمت دروسا عن المستقيمات والزوايا وكتابة البراهين الهندسية.

الحالي

- بعد دراستك لهذه الوحدة، ستكون قادًا على:
  - تحديد وتثبت علاقات الزوايا التي تتكوّن من مستقيمات متوازية و قاطع.
  - استخدام الميل لتحليل مستقيم وكتابة معادلته.
  - إيجاد المسافة بين نقطة ومستقيم وبين مستقيمين متوازيين.

لماذا؟ ▲

- **الإنشاءات والهندسة** يستخدم المهندسون المعماريون والنجارون والمهندسون المستقيمات المتوازية والمتعامدة لتصميم المباني والأثاث والماكينات.

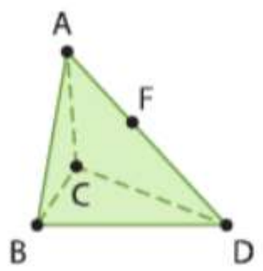
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الاستعداد للوحدة

1 خيار الكتاب المدرسي أجب عن التدريب السريع أدناه. عد إلى المراجعة السريعة للمساعدة.

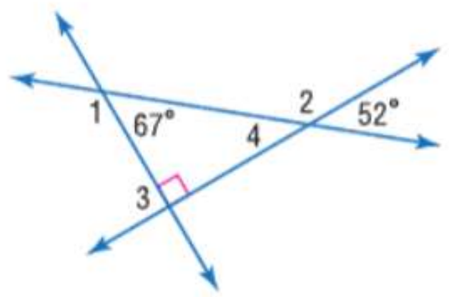
تدريب سريع

ارجع إلى الشكل لتحديد كلٍّ مما يلي.



1. كم عدد المستويات الموضحة في هذا الشكل؟
2. عيّن ثلاث نقاط تقع على خط واحد.
3. هل النقطتان C و D متحدتا المستوى؟ اشرح. انظر الهامش.
4. **التصوير الفوتوغرافي** تلتقط رنا صورة لأصدقائها. إذا قامت بضبط مستوى الحامل الثلاثي على الأرض. فهل ستكون قاعدة كلٍّ من أرجل الحامل الثلاث على مستوى واحد؟

جـــد قياس كل زاوية.



5. $\angle 1$
6. $\angle 2$
7. $\angle 3$
8. $\angle 4$

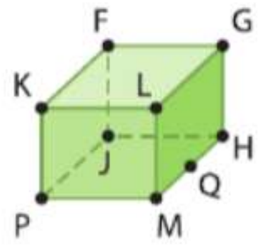
جـــد قيمة x للقيم المعطاة لكل من a و b.

9. $a + 8 = -4(x - b)$. حيث $b = 3$ و $a = 8$
10. $b = 3x + 4a$. حيث $b = 12$ و $a = -9$
11. $\frac{a + 2}{b + 13} = 5x$ حيث $a = 18$ $b = -1$
12. **لعبة الجولف** على ملعب مصغر في ملعب جولف مصغر. يتم تقديم آيس كريم بسعر AED 1 مع كل جولة يتم حجزها من العبة. فإذا تناول كل من خمسة أصدقاء قطعة آيس كريم واحدة بعد ممارسة لعبة الجولف وكان إجمالي ما دفعوه AED 30، فكم تبلغ تكلفة جولة الجولف الواحدة؟

مراجعة سريعة

مثال 1

ارجع إلى الشكل.



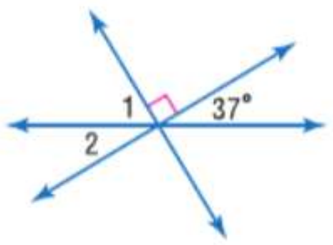
a. كم عدد المستويات الموضحة في هذا الشكل؟
ستة مستويات :المستوى $FGLK$ والمستوى $JHMP$ والمستوى $FKPJ$ والمستوى $GLMH$ والمستوى $FGHJ$ والمستوى $KLMP$

b. عيّن ثلاث نقاط تقع على خط واحد.
النقاط M و Q و H تقع على خط واحد.

c. هل النقاط F و K و J تقع على مستوى واحد؟ اشرح.
نعم .النقاط F و K و J تقع جميعها في المستوى $FKPJ$.

مثال 2

جـــد $m\angle 1$.



اجمع.
بسـط.

$$m\angle 1 + 37 + 90 = 180$$
$$m\angle 1 = 53$$

مثال 3

جـــد قيمة x في $a + 8 = b(x - 7)$ إذا كان $a = 12 = 10$.

اكتب المعادلة.
$a = 12 = 10$
بسـط.
اجمع.
اقسم.

$$a + 8 = b(x - 7)$$
$$12 + 8 = 10(x - 7)$$
$$20 = 10x - 70$$
$$90 = 10x$$
$$x = 9$$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

البدء في هذه الوحدة

سوف تتعلم عدة مفاهيم ومهارات ومفردات جديدة خلال دراستك الوحدة 12. ولكي تستعد، حدد المفردات المهمّة ونظم مواردك.

مطويات منظم الدراسة

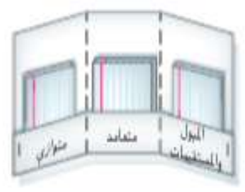
المستقيمات المتوازية والمتعامدة اصنع هذه المطوية لمساعدتك على تنظيم ملاحظاتك على الوحدة 12 بشأن العلاقات بين المستقيمات .ابدأ بورقة بمقاس A3 وست بطاقات فهرسة.

1 **اطوِ** بالطول حوالي 7 cm من الأسفل.

2 **اطوِ** الورقة لثلاثة أثلاث.

3 **افتح** ودبّس الحواف في أحد الجوانب لتكوّن ثلاثة جيوب.

4 **اكتب** على الجيوب كما هو موضح. ضع بطاقتي فهرسة في كل جيب.



مفردات جديدة

مستقيمات متوازية (parallel lines)

مستقيمات متخالفة (skew lines)

مستويات متوازية (parallel planes)

قاطع (transversal)

زوايا داخلية (interior angles)

زاوية خارجية (exterior angles)

زوايا متناظرة (corresponding angles)

ميل (slope)

معدل التغير (rate of change)

صيغة الميل والمقطع (slope-intercept form)

صيغة النقطة والميل (point-slope form)

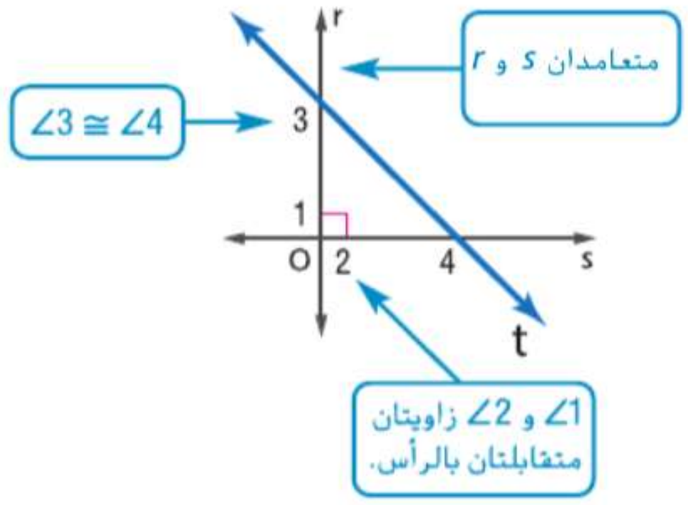
مسافة متساوية (equidistant)

مراجعة المفردات

الزوايا المتطابقة هما زاويتان لهما نفس القياس

المتعامد مستقيمان أو قطعتان مستقيمتان أو شعاعان يتقاطعان لتكوين زوايا قائمة

الزاويتان المتقابلتان بالرأس زاويتان غير متجاورتين تشكلهما مستقيمات متقاطعة



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

12-1 المستقيمات المتوازية والمتقاطعة

السابق

- استخدمت العلاقات بين الزوايا والقطع المستقيمة لإثبات النظريات.

الحالي

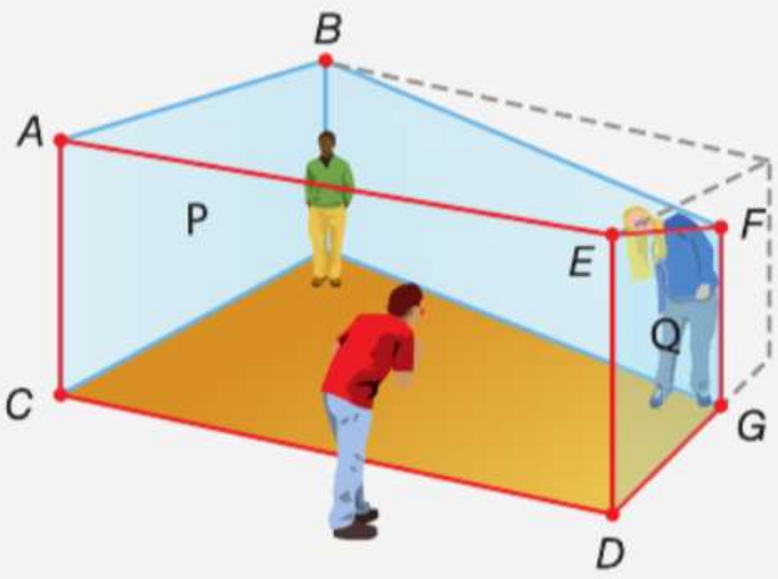
1 تحديد العلاقات بين مستقيمين أو مستويين.

2 تعيين أزواج الزوايا المتكونة من المستقيمات المتوازية والمتقاطعة.

لماذا؟

- في غرفة إيمان، يخيَّل أن هناك شخصا يقف في الركن الأيمن أكبر حجما بكثير من شخص يقف في الركن الأيسر.

من خلال ثقب أمامي ينظر منه، يظهر الجداران الأمامي والخلفي متوازيين، بينما هما في الحقيقة مائلان. ويظهر السقف والأرضية أفقيّين، بينما هما في الحقيقة مائلان.



المفردات الجديدة

مستقيمات متوازية parallel lines
مستقيمات متخالفة skew lines
مستويات متوازية parallel planes
قاطع transversal
زوايا داخلية interior angles
زاويا خارجية exterior angles
زوايا داخلية متتالية consecutive interior angles
زوايا داخلية متبادلة alternate interior angles
زوايا خارجية متبادلة alternate exterior angles
زوايا متناظرة corresponding angles

ممارسات في الرياضيات

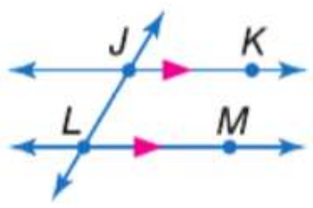
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 العلاقات بين المستقيمات والمستويات في تصميم غرفة إيمان المذكورة أعلاه، يتم استخدام مستقيمات متقاطعة ومتوازية ومتخالفة، إضافة إلى مستويات متقاطعة ومتوازية، لعمل خدعة بصرية.

المفاهيم الأساسية التوازي والتخالف

المستقيمات المتوازية هي مستقيمات متحدة المستوى غير متقاطعة.

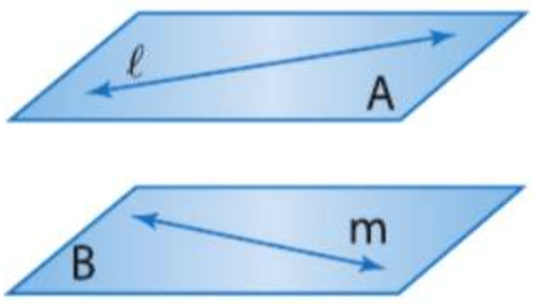
مثال $\overleftrightarrow{JK} \parallel \overleftrightarrow{LM}$



يتم استخدام الأسهم لتبين أن المستقيمين متوازيان.

المستقيمات المتخالفة هي مستقيمات غير متقاطعة وليست متحدة المستوى.

مثال المستقيمان ℓ وm مستقيمان متخالفان.



المستويات المتوازية هي مستويات غير متقاطعة.

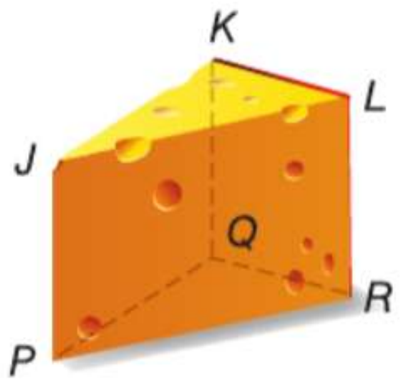
مثال المستويان A وB مستويان متوازيان.

$\overleftrightarrow{JK} \parallel \overleftrightarrow{LM}$ يقرأ كما يلي: المستقيم JK يوازي المستقيم LM.

فإذا كانت القطع المستقيمة أو الشعاعات متضمنة في المستقيمات المتوازية أو المتخالفة، تكون القطع المستقيمة أو الشعاعات متوازية أو متخالفة.

مثال 1 من الحياة اليومية تحديد العلاقات المتوازية والمتخالفة

حدد كلاً مما يلي باستخدام قطعة الجبن أدناه.



a. كل القطع المستقيمة المتوازية مع $\overline{JP}$

$\overline{KQ}$ و $\overline{LR}$

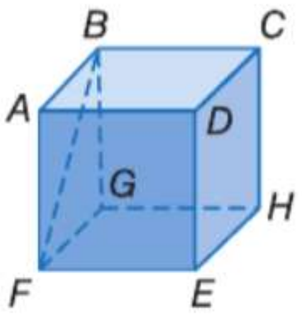
b. قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{KL}$

$\overline{JP}$ أو $\overline{PQ}$ أو $\overline{PR}$

c. مستوى متوازٍ مع المستوى PQR

المستوى JKL هو المستوى الوحيد المتوازي مع المستوى PQR.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



تمرين موجه

حدد كلا مما يلي باستخدام المكعب الموضح.

1A. كل القطع المستقيمة المتخالفة مع $\overleftrightarrow{BC}$

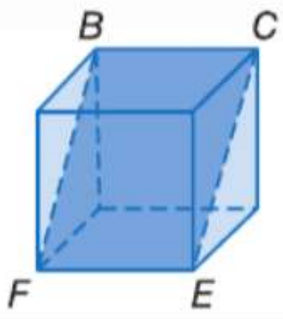
1B. قطعة مستقيمة متوازية مع $\overleftrightarrow{EH}$

1C. كل المستويات المتوازية مع المستوى DCH

انتبه!

المتوازي مقابل المتخالف

في سؤال التحقق من تقدمك 1A، $\overleftrightarrow{FE}$ ليس *متخالفا* مع $\overleftrightarrow{BC}$. بدلا من ذلك، هذان المستقيمان متوازيان في المستوى BCF.

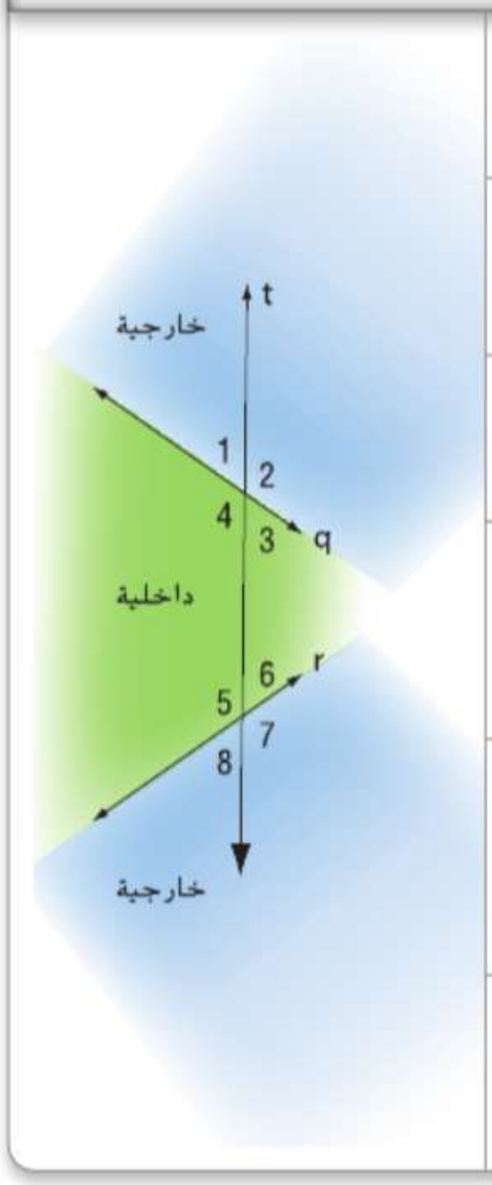


2 العلاقات بين أزواج الزوايا المتقاطعة

المستقيم الذي يقطع مستقيمين أو أكثر على مستوى واحد عند نقطتين مختلفتين يسمى **قاطعًا**. في الرسم التخطيطي أدناه، المستقيم t يعتبر قاطعا للمستقيمين q و r. لاحظ أن المستقيم t يكوّن ثماني زوايا مع المستقيمين q و r. وهذه الزوايا وأزواج محددة منها يتم تمييزها بأسماء خاصة.

المفهوم الأساسي العلاقات بين أزواج الزوايا المتقاطعة

أربع **زوايا داخلية** تقع في المنطقة بين المستقيمين q و r.	$\angle 3$ و $\angle 5$. $\angle 4$و $\angle 6$
أربع **زوايا خارجية** تقع في المنطقتين اللتين ليستا بين المستقيمين q و r.	$\angle 1$ و $\angle 7$. $\angle 2$ و $\angle 8$
الزوايا الداخلية المتتالية هي الزوايا الداخلية التي تقع على نفس الضلع من القاطع t.	$\angle 4$ و $\angle 3$. $\angle 5$ و $\angle 6$
الزوايا الداخلية المتبادلة هي الزوايا الداخلية غير المتجاورة التي تقع على جهتين مختلفتين للقاطع t.	$\angle 3$ و $\angle 5$. $\angle 4$ و $\angle 6$
الزوايا الخارجية المتبادلة هي الزوايا الخارجية غير المتجاورة التي تقع على جهتين مختلفتين للقاطع t.	$\angle 1$ و $\angle 7$. $\angle 2$ و $\angle 8$
الزوايا المتناظرة تقع على نفس الضلع للقاطع t وعلى نفس الضلع للمستقيمين q و t.	$\angle 1$ و $\angle 5$. $\angle 2$ و $\angle 6$ $\angle 3$ و $\angle 7$. $\angle 4$ و $\angle 8$



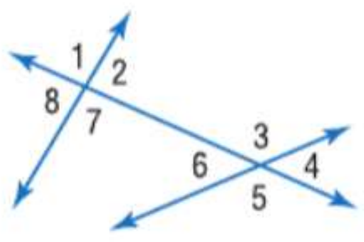
قراءة في الرياضيات

الزوايا الداخلية لنفس الضلع

الزوايا الداخلية المتتالية تسمى أيضا *الزوايا الداخلية لنفس الضلع*.

مثال 2 تصنيف العلاقات بين أزواج الزوايا

ارجع إلى الشكل أدناه. صنِّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتبارها زوايا داخلية متبادلة أو زوايا خارجية متبادلة أو زوايا متناظرة أو زوايا داخلية متتالية.



a. $\angle 5$ و $\angle 1$
خارجية متبادلة

b. $\angle 7$ و $\angle 6$
داخلية متتالية

c. $\angle 4$ و $\angle 2$
متناظرة

d. $\angle 6$ و $\angle 2$
داخلية متبادلة

تمرين موجه

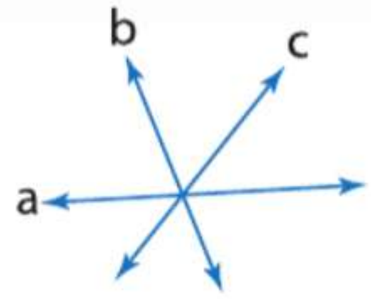
2A. $\angle 3$ و $\angle 7$ **2B.** $\angle 5$ و $\angle 7$ **2C.** $\angle 4$ و $\angle 8$ **2D.** $\angle 3$ و $\angle 2$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

عندما يمكن أن يكون أكثر من مستقيم واحد قاطعا، حدد أولاً القاطع لزوج معطى من الزوايا من خلال تحديد موقع المستقيم الواصل بين رؤوس الزوايا.

نصيحة دراسية

مثال خارج عن التعريف في الشكل أدناه، المستقيم c ليس قاطعا للمستقيمين a و b، حيث إن المستقيم c يقطع المستقيمين a و b في نقطة واحدة فقط.



مثال 3 تحديد المتقاطعات وتصنيف أزواج الزوايا

حدد القاطع الواصل بين كل زوج من الزوايا في الصورة، ثم صنِّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا.

a. ∠1 و ∠3

القاطع الواصل بين ∠1 و ∠3 هو المستقيم h.
هذه زوايا خارجية متبادلة.

b. ∠5 و ∠6

القاطع الواصل بين ∠5 و ∠6 هو المستقيم k.
هذه زوايا داخلية متتالية.

c. ∠2 و ∠6

القاطع الواصل بين ∠2 و ∠6 هو المستقيم ℓ.
هذه زوايا متناظرة.

تمرين موجّه

3A. ∠3 و ∠5

3B. ∠2 و ∠8

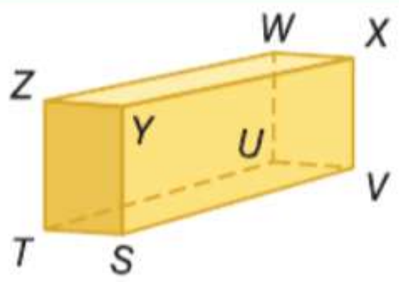
3C. ∠5 و ∠7

3D. ∠2 و ∠9

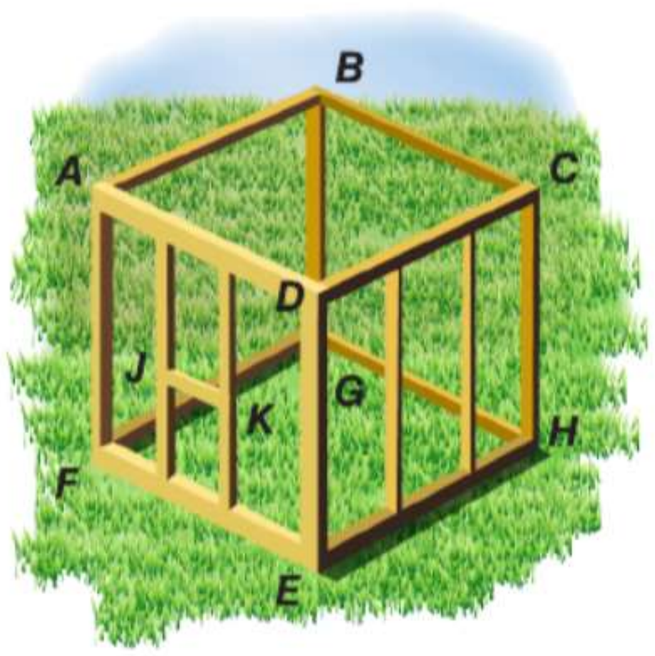
التحقق من فهمك

مثال 1

ارجع إلى الشكل في اليسار لتحديد كلٍّ مما يلي.



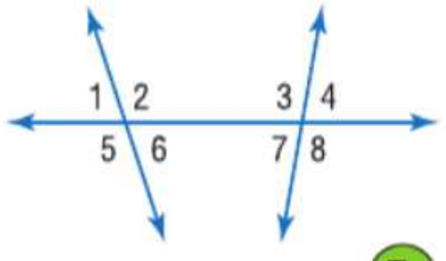
1. مستوى متوازٍ مع المستوى ZWX
2. قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{TS}$ التي تضم النقطة W
3. كل القطع المستقيمة المتوازية مع $\overline{SV}$



4. **أشكال وتصميمات** استخدِم الرسم التخطيطي لسقيفة التخزين المؤطرة جزئيًا الموضحة لتحديد كلٍّ مما يلي.
   a. عيّن ثلاثة أزواج من المستويات المتوازية.
   b. عيّن ثلاث قطع مستقيمة متوازية مع $\overline{DE}$.
   c. عيّن قطعتين مستقيمتين متوازيتين مع $\overline{FE}$.
   d. عيّن زوجين من القطع المستقيمة المتخالفة.

مثال 2

صنِّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتبارها زوايا داخلية متبادلة أو زوايا خارجية متبادلة أو زوايا متناظرة أو زوايا داخلية متتالية.



5. ∠1 و ∠8

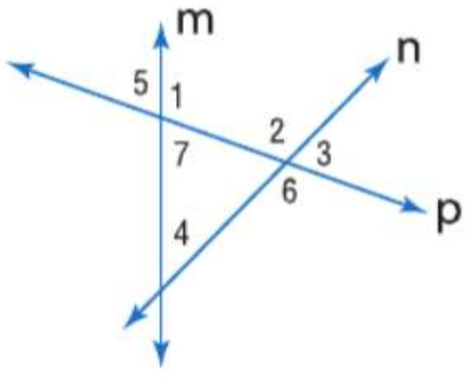
6. ∠2 و ∠4

7. ∠3 و ∠6

8. ∠6 و ∠7

McGraw-Hill Education لصالح مؤسسة
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح

مثال 3 حدد القاطع الواصل بين كل زوج من الزوايا. ثم صنِّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا.



10. $\angle 6$ و $\angle 5$

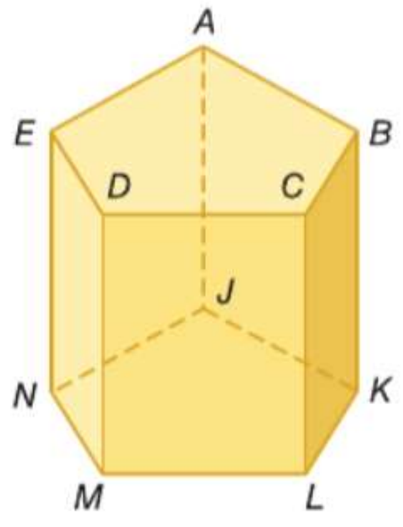
9. $\angle 4$ و $\angle 2$

12. $\angle 7$ و $\angle 2$

11. $\angle 7$ و $\angle 4$

التمرين وحل المسائل

مثال 1 ارجع إلى الشكل لتحديد كلٍّ مما يلي.



13. كل القطع المستقيمة المتوازية مع $\overline{DM}$

14. مستوى متوازٍ مع المستوى ACD

15. قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{BC}$

16. كل المستويات المتقاطعة مع المستوى EDM

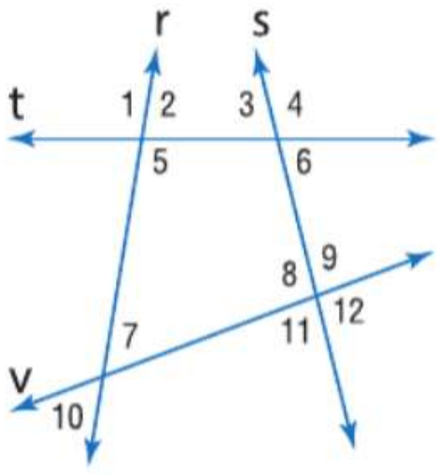
17. كل القطع المستقيمة المتخالفة مع $\overline{AE}$

18. قطعة مستقيمة متوازية مع $\overline{EN}$

19. قطعة مستقيمة متوازية مع $\overline{AB}$ من خلال النقطة J

20. قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{CL}$ من خلال النقطة E

المثالان 3-2 **الدقة** حدد القاطع الواصل بين كل زوج من الزوايا. ثم صنف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتبارها *زوايا داخلية متبادلة أو زوايا خارجية متبادلة أو زوايا متناظرة أو زوايا داخلية متتالية*.



21. $\angle 4$ و $\angle 9$

22. $\angle 5$ و $\angle 7$

23. $\angle 3$ و $\angle 5$

24. $\angle 10$ و $\angle 11$

25. $\angle 1$ و $\angle 6$

26. $\angle 6$ و $\angle 8$

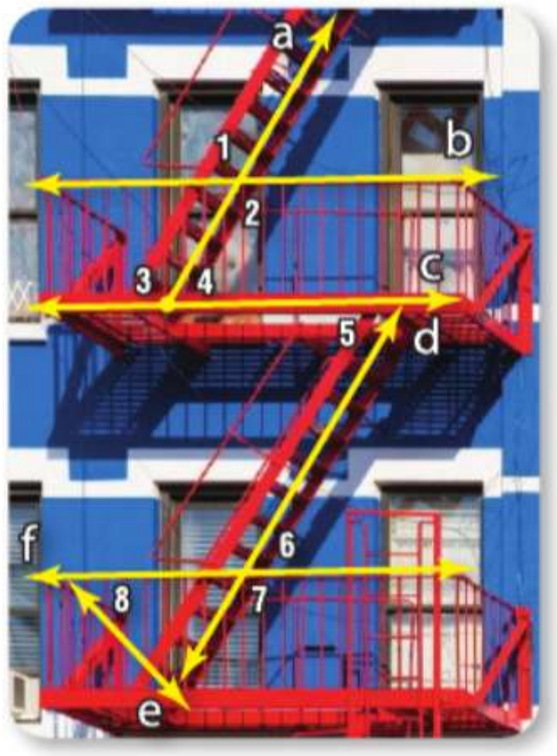
27. $\angle 2$ و $\angle 3$

28. $\angle 9$ و $\angle 10$

29. $\angle 4$ و $\angle 11$

30. $\angle 7$ و $\angle 11$

مثال 3 **السلامة** حدد القاطع الواصل بين كل زوج من الزوايا في صورة الهروب من الحريق الموضحة. ثم صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا.



31. $\angle 1$ و $\angle 2$

32. $\angle 2$ و $\angle 4$

33. $\angle 4$ و $\angle 5$

34. $\angle 6$ و $\angle 7$

35. $\angle 7$ و $\angle 8$

36. $\angle 2$ و $\angle 3$

37. **الكهرباء** لا يُسمح بالتقاطع بين خطوط الكهرباء.

a. ما العلاقة التي يجب أن تكون بين خطي الكهرباء p و m؟ اشرح استنتاجك.

b. ما العلاقة بين المستقيم q و المستقيمين p و m؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

صف العلاقة بين كل زوج من القطع المستقيمة باعتبارها *علاقة توازٍ* أو *تخالف* أو *تقاطع*.

38. $\overline{FG}$ و $\overline{BC}$

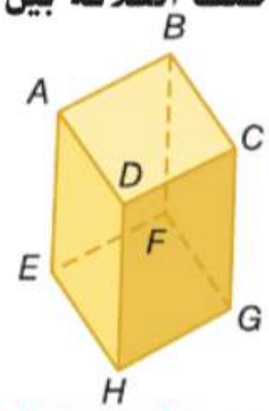
39. $\overline{AB}$ و $\overline{CG}$

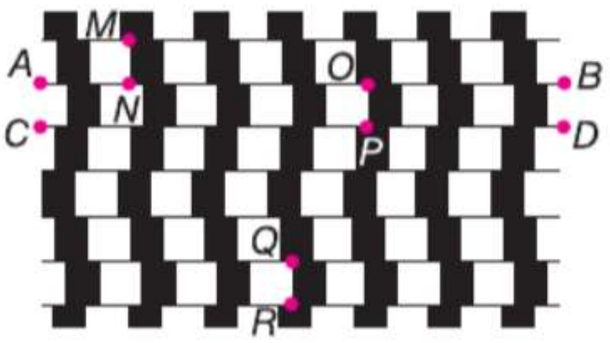
40. $\overline{DH}$ و $\overline{HG}$

41. $\overline{DH}$ و $\overline{BF}$

42. $\overline{EF}$ و $\overline{BC}$

43. $\overline{CD}$ و $\overline{AD}$



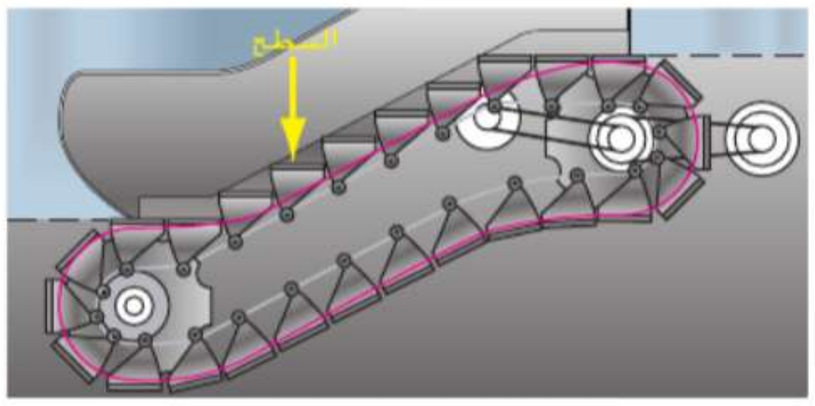


44. الاستنتاج المنطقي الشكل التخيلي الموضح على اليسار ناتج عن استخدام مربعات وخطوط مستقيمة.

a. ما العلاقة بين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$؟ برّر استنتاجك.

b. ما العلاقة بين $\overline{MN}$ و $\overline{QR}$؟ والعلاقة بين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ و $\overline{OP}$؟

45. السلالم المتحركة تتكون السلالم الكهربائية المتحركة من درجات على حلقة دوارة يتم تحريكها باستخدام موتور. تنبسط الدرجات عند أعلى وأسفل منصة السلم لتوفير سطح مستوٍ للدخول للسلم والخروج منه.



a. ما العلاقة بين سطح درجات الصاعدة؟

b. ما العلاقة بين سطح الدرجتين عند قمة الجزء المنحدر؟

c. ما العلاقة بين سطح الدرجات في الجزء المنحدر من السلم المتحرك وسطح الدرجات عند أسفل السلم المتحرك؟

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

46. مسألة غير محددة الإجابة المستوى P يحتوي على المستقيمين a وb. المستقيم c يقطع المستوى P عند النقطة J. المستقيمان a وb متوازيان، والمستقيمان a وc متخالفان، والمستقيمان b وc غير متخالفين. ارسم شكلاً مستندًا إلى هذا الوصف.

47. تحدٍّ افترض أن النقاط A وB وC موجودة بالمستوى P، وأن النقاط D وE وF موجودة بالمستوى Q. يضم المستقيم m النقطتين D وF ولا يتقاطع مع المستوى P. المستقيم n يضم النقطتين A وE.

a. صمم رسما تخطيطيًا يمثل هذه الحالة.

b. ما العلاقة بين المستويين P وQ؟

c. ما العلاقة بين المستقيمين m وn؟

التبرير المستوى X والمستوى Y متوازيان، والمستوى Z يتقاطع مع المستوى X. المستقيم $\overleftrightarrow{AB}$ موجود في المستوى X، والمستقيم $\overleftrightarrow{CD}$ موجود في المستوى Y، والمستقيم $\overleftrightarrow{EF}$ موجود في المستوى Z. حدد إذا كانت كل عبارة صحيحة *دائما* أم *أحيانًا* أم ليست صحيحة *مطلقًا*. اشرح.

48. $\overleftrightarrow{AB}$ متخالف مع $\overleftrightarrow{CD}$.

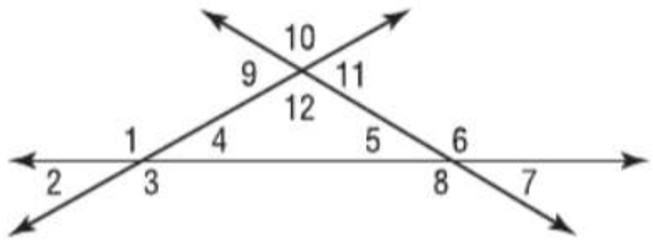
49. $\overleftrightarrow{AB}$ متقاطع مع $\overleftrightarrow{EF}$.

50. الكتابة في الرياضيات هل يمكن وصف زوج من المستويات بأنهما متخالفان؟ اشرح.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

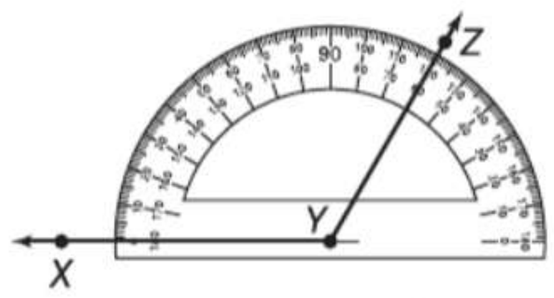
تدريب على الاختبارات المعيارية

51. أيّ من أزواج الزوايا التالية تعتبر زوايا خارجية متبادلة؟



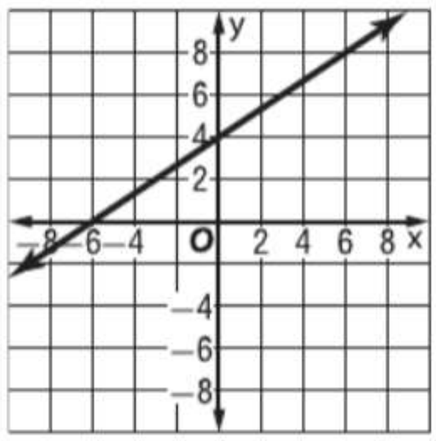
A $\angle 1$ و $\angle 5$
B $\angle 2$ و $\angle 6$
C $\angle 2$ و $\angle 10$
D $\angle 5$ و $\angle 9$

52. ما قياس $\angle XYZ$؟



F 30°
G 60°
H 120°
J 150°

53. إجابة قصيرة عيّن إحداثيات النقاط التي تمثل نقطتي التقاطع x و y في التمثيل البياني الموضح أدناه.



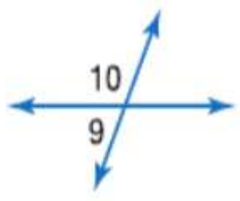
54. SAT/ACT فيما يلي، الخيار *الذي* لا يساوي 485 هو:

A $(3 \times 100) + (4 \times 10) + 145$
B $(3 \times 100) + (18 \times 10) + 5$
C $(4 \times 100) + (8 \times 10) + 15$
D $(4 \times 100) + (6 \times 10) + 25$
E $(4 \times 100) + (5 \times 10) + 35$

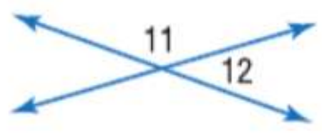
مراجعة شاملة

جـــد قياس جميع الزوايا المرقمة.

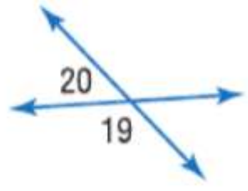
55. $m\angle 9 = 2x - 4$,
$m\angle 10 = 2x + 4$



56. $m\angle 11 = 4x$,
$m\angle 12 = 2x - 6$



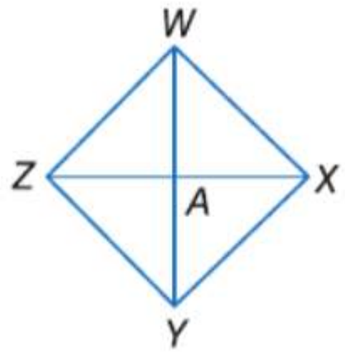
57. $m\angle 19 = 100 + 20x$,
$m\angle 20 = 20x$



58. البرهان أثبت ما يلي.

المعطيات: $\overline{WY} \cong \overline{ZX}$
A هي نقطة منتصف $\overline{WY}$.
A هي نقطة منتصف $\overline{ZX}$.

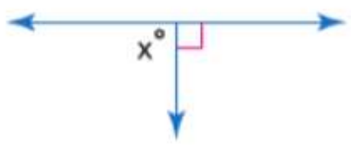
المطلوب: $\overline{WA} \cong \overline{ZA}$



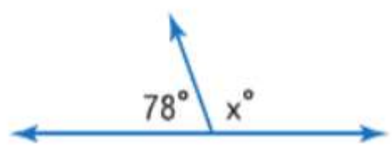
مراجعة المهارات

جـــد x.

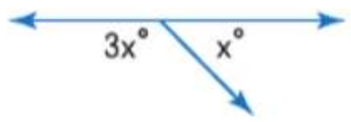
59.



60.



61.



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مختبر برامج الهندسة

الزوايا والمستقيمات المتوازية

يمكنك استخدام لوح التمثيل البياني (Geometer Sketchpad®) لتحديد الزوايا المتكونة من مستقيمين متوازيين وقاطع.

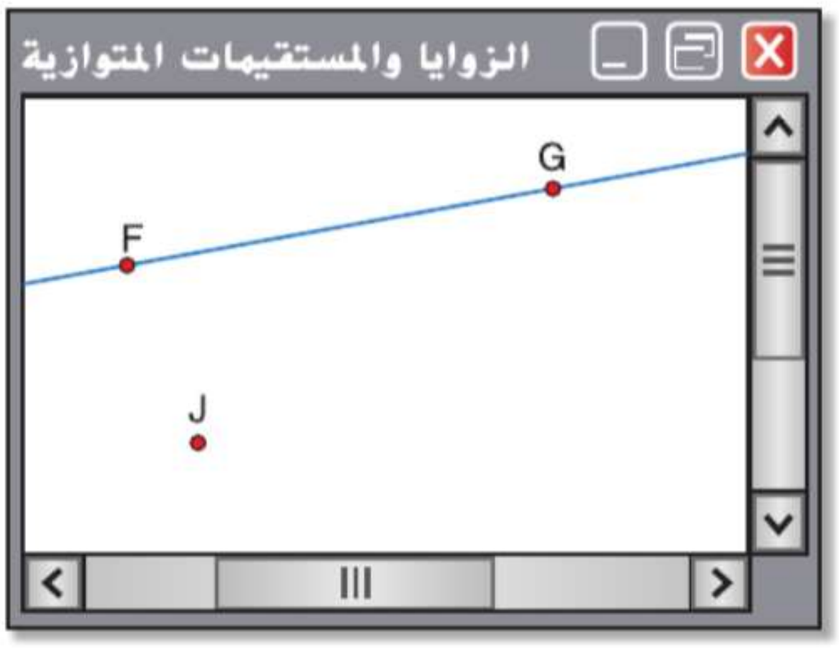
النشاط المستقيمات المتوازية مع وجود قاطع

الخطوة 1 **ارسم مستقيمًا.**

ارسم نقطتين وسمهما F و G. ثم استخدم أداة رسم المستقيمات لرسم المستقيم $\overleftrightarrow{FG}$.

الخطوة 2 **ارسم مستقيمًا متوازيًا.**

ارسم نقطة خارج المستقيم $\overleftrightarrow{FG}$ وسمها بالحرف J. حدد $\overleftrightarrow{FG}$ والنقطة J. ثم حدد الخيار **Parallel Line (خط متوازي)** من قائمة **Construct (إنشاء)**. ارسم نقطة وسمها K على هذا المستقيم المتوازي.

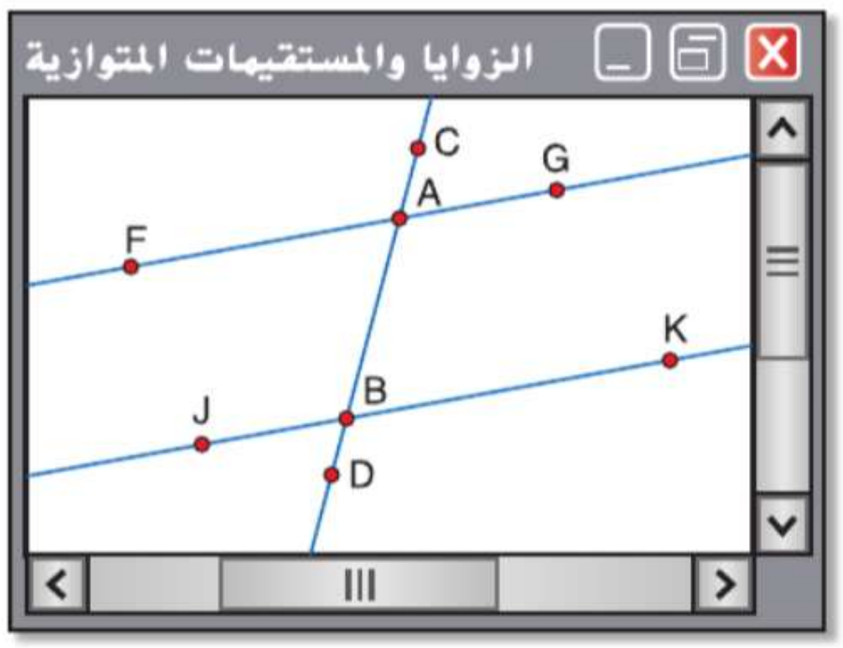


الخطوة3 **ارسم قاطعا.**

ارسم نقطة وسمها A على المستقيم $\overleftrightarrow{FG}$ ونقطة B على المستقيم $\overleftrightarrow{JK}$. حدد النقطتين A و B ثم حدد الخيار **Line (مستقيم)** من قائمة **Construct (إنشاء)** لرسم قاطع $\overleftrightarrow{AB}$. ثم ارسم نقطتين وسمهما C و D على القاطع $\overleftrightarrow{AB}$ كما هو موضح.

الخطوة 4 **قِس كل زاوية.**

قِس جميع الزوايا الثماني المتكونة من هذه المستقيمات. على سبيل المثال، حدد النقطتين F و A، ثم النقطة C. وحدد الخيار **Angle (زاوية)** من قائمة **Measure (قياس)** لإيجاد $m\angle FAC$.



حلّل النتائج

1. سجل القياسات الناتجة من الخطوة 4 في جدول مثل هذا الجدول. أي الزوايا لها نفس القياس؟

زاوية	$\angle FAC$	$\angle CAG$	$\angle GAB$	$\angle FAB$	$\angle JBA$	$\angle ABK$	$\angle KBD$	$\angle JBD$
القياس الأول								

2. اسحب النقطة C أو النقطة D لتحريك القاطع $\overleftrightarrow{AB}$ بحيث يقطع المستقيمين المتوازيين عند زاوية مختلفة. أضف بالجدول صفًا جديدًا للقياسات الثانية، ثم سجل فيه القياسات الجديدة. كرر تلك الخطوات حتى تكتمل بجدولك صفوف بيانات قياس ثالثة، ورابعة، وخامسة.

3. باستخدام الزوايا المدرجة في الجدول، حدد وصف العلاقة بين كل أزواج الزوايا ذات الأسماء الخاصة التالية .ثم اكتب تخمينًا بصيغة" إذا كان - إذًا" عن كل زوج من الزوايا عندما يتكوّن من أي مستقيمين متوازيين تقاطع معهما قاطع.

a. متناظرة **b.** داخلية متبادلة **c.** خارجية متبادلة **d.** داخلية متتالية

4. اسحب النقطة C أو النقطة D بحيث يكون قياس أي من الزوايا هو 90.

a. ماذا تلاحظ بالنسبة لقياسات الزوايا الأخرى؟

b. خمّن فرضية بالنسبة لقاطع متعامد على أحد المستقيمين المتوازيين.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

12-2 الزوايا والمستقيمات المتوازية

السابق

- تعلمت كيفية تسمية أزواج الزوايا المتكونة من المستقيمات المتوازية مع القواطع.

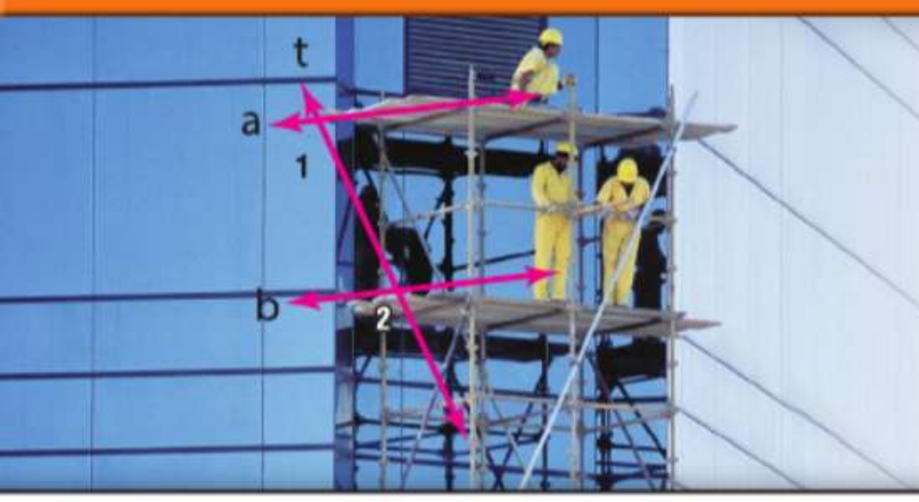
الحالي

1 استخدام النظريات لتحديد العلاقات بين أزواج معينة من الزوايا.

2 استخدام الجبر لإيجاد قياسات الزوايا.

لماذا؟

- يستخدم عمال الإنشاءات والصيانة عادةً سقالة للصعود. يوفر هذا الهيكل الدعم والوصول إلى المناطق المرتفعة. القاطع t الموضح يوفر دعما هيكليًا لمنطقتي العمل المتوازيتين.



ممارسات في الرياضيات

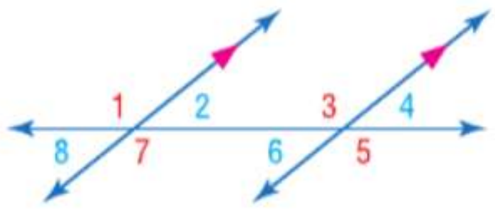
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 المستقيمات المتوازية وأزواج الزوايا في الصورة، المستقيم t قاطع للمستقيمين a و b. وتعد $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتين متناظرتين. بما أن المستقيمين a و b متوازيان، فهناك علاقة خاصة بين أزواج الزوايا المتناظرة.

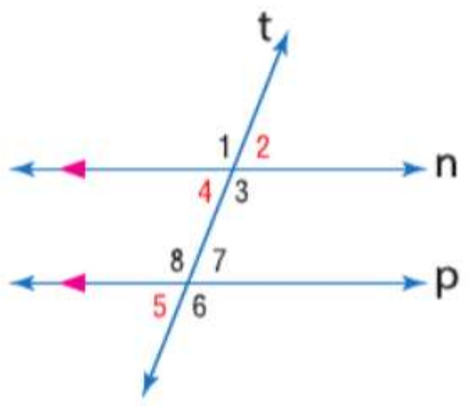
المسلّمة 12.1 مسلّمة الزوايا المتناظرة

إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، يكون كل زوج من الزوايا المتناظرة متطابقًا.



أمثلة $\angle 3 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 2$ و $\angle 7 \cong \angle 5$ و $\angle 8 \cong \angle 6$

مثال 1 استخدام مسلّمة الزوايا المتناظرة



في الشكل، $m\angle 5 = 72$ جـــد قياس كل زاوية. اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها.

a. $\angle 4$

$\angle 4 \cong \angle 5$	مسلّمة الزوايا المتناظرة
$m\angle 4 = m\angle 5$	تحديد الزوايا المتطابقة
$m\angle 4 = 72$	تعويض

b. $\angle 2$

$\angle 2 \cong \angle 4$	نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس
$\angle 4 \cong \angle 5$	مسلّمة الزوايا المتناظرة
$\angle 2 \cong \angle 5$	خاصية التعدي في التطابق
$m\angle 2 = m\angle 5$	تحديد الزوايا المتطابقة
$m\angle 2 = 72$	تعويض

تمرين موجه

في الشكل، افترض أن $m\angle 8 = 105$. جـــد قياس كل زاوية. اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظرية) استخدمتها.

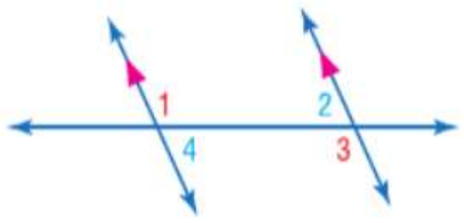
1A. $\angle 1$ **1B. $\angle 2$** **1C. $\angle 3$**

في المثال1 . إن $\angle 2$ و $\angle 5$ زاويتان خارجيتان متبادلتان متطابقتان. يقترح هذا المثال وغيره من الأمثلة النظريات التالية عن أزواج الزوايا الأخرى المتكونة من مستقيمين متوازيين يقطعهما قاطع.

McGraw-Hill Education مؤسسة حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح

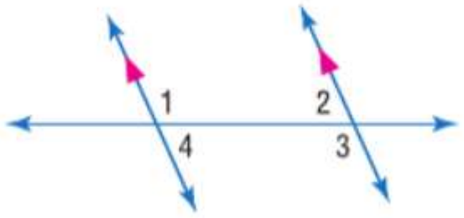
نظريات المستقيمات المتوازية وأزواج الزوايا

12.1 نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإذا يكون كل زوج من الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقًا.



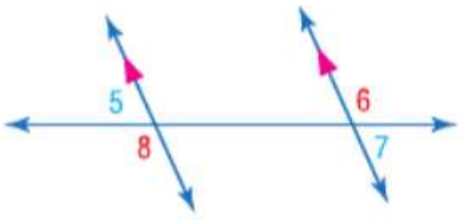
أمثلة $\angle 3 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 2$

12.2 نظرية الزوايا الداخلية المتتالية إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإذًا يكون كل زوج من الزوايا المتتالية متكاملاً.



أمثلة $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان.
$\angle 3$ و $\angle 4$ متكاملتان.

12.3 نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين فإذا، يكون كل زوج من الزوايا الخارجية المتبادلة متطابقًا.



أمثلة $\angle 8 \cong \angle 6$ و $\angle 7 \cong \angle 5$

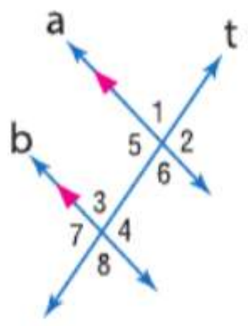
نصيحة دراسية

العلاقات بين الزوايا تعمم هذه النظريات العلاقات بين أزواج معينة من الزوايا. إذا اختلطت عليك هذه العلاقات، يمكنك التحقق منها بالأساليب المستخدمة في المثال 1، باستخدام الزوايا المتناظرة والزوايا المتقابلة بالرأس والزوايا المتكاملة فقط.

سوف تقوم بإثبات النظريتين 12.2 و 12.3 من خلال التمرينين 30 و 35 على الترتيب.

نظرًا لأنه يتم قبول بعض المسلّمات دون إثبات، يمكنك استخدام مسلّمة الزوايا المتناظرة لإثبات كلٍّ من النظريات أعلاه.

إثبات نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة



المعطيات: $a \parallel b$
t يمثّل قاطعا لكل من a و b.

المطلوب: $\angle 5 \cong \angle 4$ و $\angle 6 \cong \angle 3$

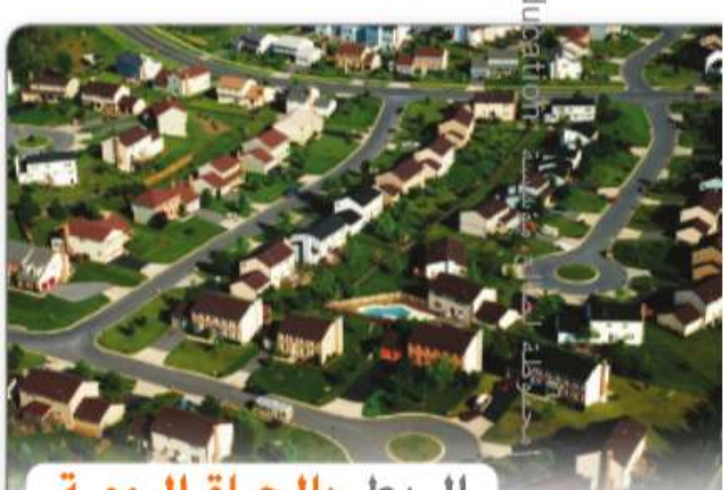
فقرة الإثبات: نعلم أن $a \parallel b$ قطعهما القاطع t.
وحسب مسلمة الزوايا المتناظرة، تكون الزوايا المتناظرة متطابقة. لذلك، $\angle 4 \cong \angle 2$ و $\angle 8 \cong \angle 6$. كذلك، $\angle 2 \cong \angle 5$ و $\angle 3 \cong \angle 8$ لأن الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة. وبالتالي، $\angle 4 \cong \angle 5$ و $\angle 6 \cong \angle 3$ حيث إن تطابق الزوايا متعدٍّ.

مثال 2 من الحياة اليومية استخدام النظريات مع المستقيمات المتوازية

التخطيط المجتمعي **ممر ريدينغ وطريق جدول كريك المائي هما شارعان متوازيان يتقاطعان مع طريق المنتزه على طول الجانب الغربي لمنتزه وِندِل.**
إذا كان $m\angle 1 = 118$، فجـــد $m\angle 2$.

مسلّمة الزوايا الداخلية المتبادلة	$\angle 2 \cong \angle 1$
تحديد الزوايا المتطابقة	$m\angle 2 = m\angle 1$
التعويض	$m\angle 2 = 118$

الربط بالحياة اليومية
تحتاج بعض المدن إلى أن تتقاطع شوارعها في تقسيمات التخطيط الجديدة بزاوية لا تقل عن 60°.



تمرين **موجّه**

التخطيط المجتمعي **ارجع إلى الرسم التخطيطي أعلاه لإيجاد قياس كل زاوية.**
اذكر أي مسلَمة (مسلّمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها.

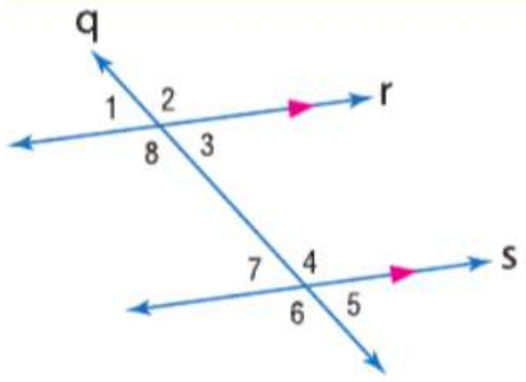
2A. إذا كان $m\angle 1 = 100$ فجـــد $m\angle 4$

2B. إذا كان $m\angle 3 = 70$ فجـــد $m\angle 4$.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف

2 الجبر وقياسات الزوايا يمكن استخدام علاقات خاصة بين الزوايا التي تكونت من مستقيمين متوازيين وقاطع لإيجاد قيم غير معروفة.

مثال 3 إيجاد قيم المتغيرات



الجبر **استخدم الشكل الموضح على اليسار لإيجاد المتغير المشار إليه. اشرح استنتاجك.**

a. إذا كان $m\angle 4 = 2 - 17$ و $\angle 1 = 85$ فجـــد .

$\angle 3 \cong \angle 1$	نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس
$m\angle 3 = m\angle 1$	تحديد الزوايا المتطابقة
$m\angle 3 = 85$	تعويض

نظرًا لأن المستقيمين r و s متوازيان، تكون الزاويتان $\angle 4$ و $\angle 3$ متكاملتين حسب نظرية الزوايا الداخلية المتتالية.

$m\angle 3 + m\angle 4 = 180$	تحديد الزوايا المتكاملة
$85 + 2x - 17 = 180$	تعويض
$2x + 68 = 180$	بسط.
$2x = 112$	اطرح 86 من كل طرف.
$x = 56$	اقسم كل طرف على 2.

b. جـــد إذا كان $m\angle 3 = 4 + 30$ و $\angle 7 = 7 + 6$.

$\angle 3 \cong \angle 7$	نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة
$m\angle 3 = m\angle 7$	تحديد الزوايا المتطابقة
$4y + 30 = 7y + 6$	تعويض
$30 = 3y + 6$	اطرح $4y$ من كل طرف.
$24 = 3y$	اطرح 6 من كل طرف.
$8 = y$	اقسم كل طرف على 3.

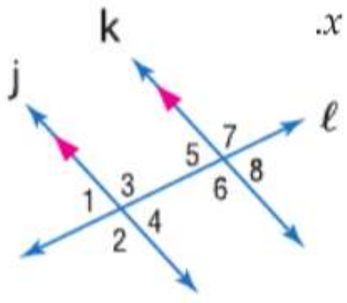
نصيحة دراسية

الدقة المسلّمات والنظريات التي ستدرسها في هذا الدرس لا تنطبق إلا *على المستقيمات المتوازية* التي يقطعها قاطع. يجب عليك عدم افتراض أن المستقيمات متوازية إلا إذا أعطيت معلومات عن ذلك أو إذا تم تمييز المستقيمات بأسهم توضح علاقة التوازي.

تمرين موجّه

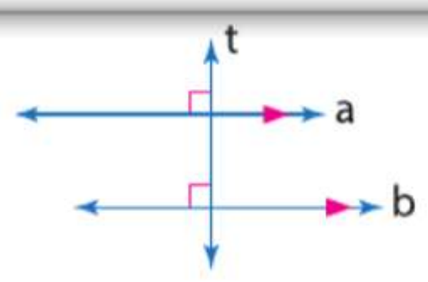
3A. إذا كان $m\angle 2 = 4x + 7$ و $m\angle 7 = 5x - 13$ فجـــد x.

3B. جـــد y إذا كان $m\angle 5 = 68$ و $m\angle 3 = 3y - 2$.



توجد علاقة خاصة عندما يكون قاطع مستقيمين متوازيين عبارة عن مستقيم متعامد.

النظرية 12.4 نظرية القاطع المتعامد



في أي مستوى، إذا وجد مستقيم متعامدًا على أحد مستقيمين متوازيين، فإن هذا المستقيم يكون متعامدًا على المستقيم المتوازي الثاني.

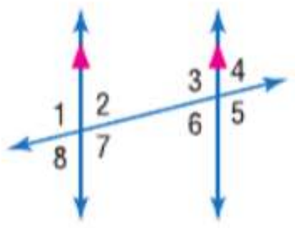
أمثلة إذا كان المستقيم $a \parallel$ المستقيم b والمستقيم $a \perp$ المستقيم t، إذًا يكون المستقيم $b \perp$ المستقيم t.

سوف تثبت النظرية 12.4 في التمرين 37.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

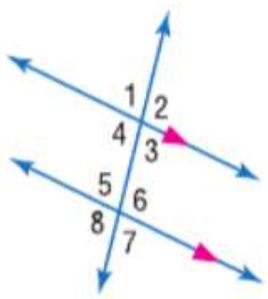
التحقق من فهمك

مثال1 في الشكل، $m\angle 2 = 85$. جـــد قياس كل زاوية.
اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها.



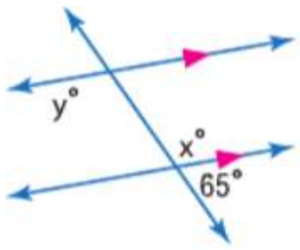
1. $\angle 4$
2. $\angle 6$
3. $\angle 7$

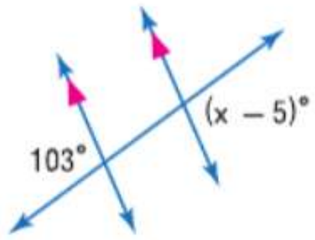
مثال2 في الشكل، $m\angle 6 = 110$ جـــد قياس كل زاوية.
اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظريات استخدمتها.

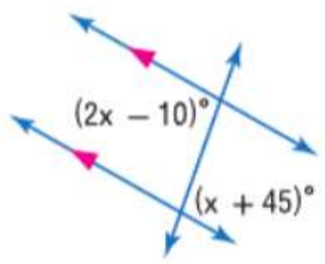


4. $\angle 4$
5. $\angle 3$
6. $\angle 1$

مثال3 جـــد قيمة المتغير (المتغيرات) في كل شكل. اشرح استنتاجك.

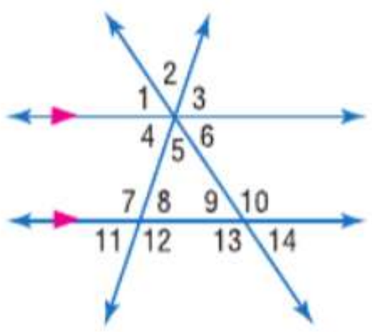
7.


8.


9.


التمرين وحل المسائل

المثالان1 و 2 في الشكل، $m\angle 11 = 62$ و $m\angle 14 = 38$. جـــد قياس
كل زاوية. اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها.



10. $\angle 4$
11. $\angle 3$
12. $\angle 12$
13. $\angle 8$
14. $\angle 6$
15. $\angle 2$
16. $\angle 10$
17. $\angle 5$
18. $\angle 1$

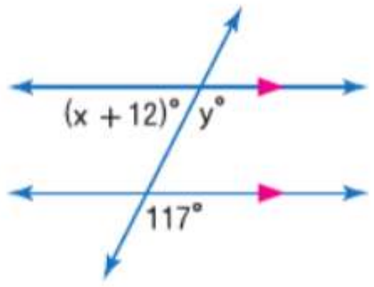
مثال3 **جهاز استقبال إشارات القمر الصناعي** تجمع الأطباق اللاقطة لإشارات التليفزيون الإشارة عن طريق توجيه الإشعاع القادم من القمر الصناعي إلى جهاز استقبال موضوع في بؤرة الطبق اللاقط للإشارة. افترض أن أشعة الإشعاع القادم من القمر الصناعي متوازية. حدد العلاقة بين كل زوج من الزوايا واشرح استنتاجك.

19. $\angle 1$ و $\angle 2$
20. $\angle 1$ و $\angle 3$
21. $\angle 2$ و $\angle 4$
22. $\angle 1$ و $\angle 4$

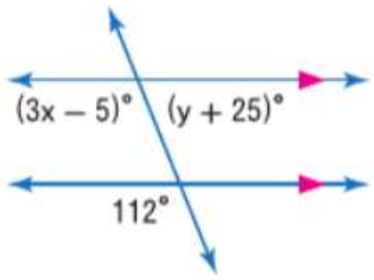
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

جـــد قيمة المتغير (المتغيرات) في كل شكل. اشرح استنتاجك.

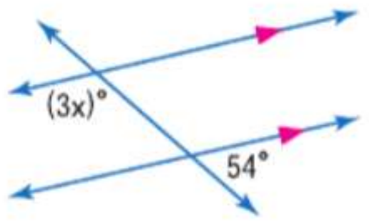
23.



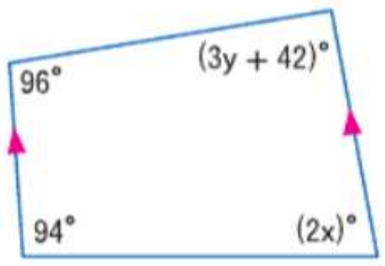
24.



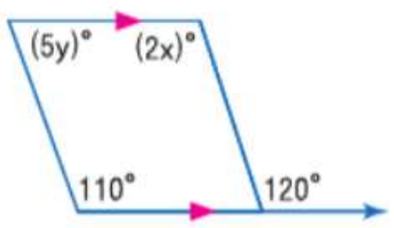
25.



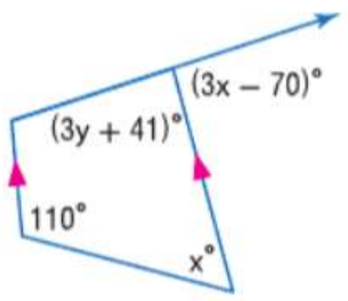
26.



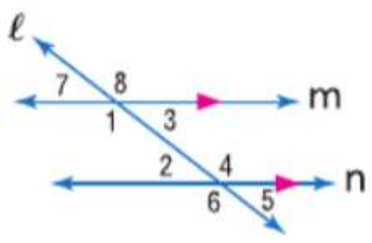
27.



28.



29. البرهان انسخ وأكمل إثبات النظرية 12.2.



المعطيات : $m \parallel n$، و ℓ يمثل قاطعا.

المطلوب: الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان؛ والزاويتان $\angle 3$ و $\angle 4$ متكاملتان.

البرهان:

العبارات	المبررات
a. ?	a. معطيات
b. $\angle 1$ و $\angle 3$ تكوّنان زاوية مستقيمة	b. ?
$\angle 2$ و $\angle 4$ تكوّنان زاوية مستقيمة.	c. إذا شكلت زاويتان زاوية مستقيمة، إذًا تكون هاتان الزاويتان متكاملتين.
c. ?	d. ?
d. $\angle 1 \cong \angle 4$ ،$\angle 2 \cong \angle 3$	e. تحديد التطابق
e. $m\angle 1 = m\angle 4$، $m\angle 2 = m\angle 3$	f. ?
f. ?	

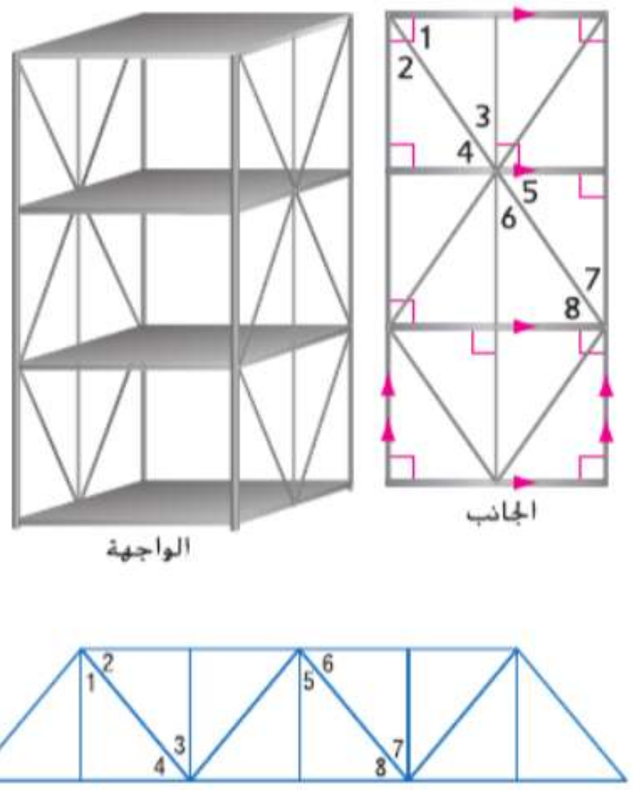
التخزين عند الحاجة إلى الوصول للرفوف الصناعية من أي جانب، يتم توفير دعم إضافي على الجانب بأجزاء متقاطعة . حدد العلاقة بين كل زوج من الزوايا واشرح استنتاجك.

30. $\angle 2$ و $\angle 7$

31. $\angle 3$ و $\angle 7$

32. $\angle 4$ و $\angle 5$

33. $\angle 5$ و $\angle 6$



34. الإثبات اكتب إثباتًا من عمودين لنظرية الزوايا الخارجية المتبادلة. (النظرية 12.3)

35. الجسور راجع الرسم التخطيطي الموضح على اليسار لهيكل جسر. الدعامتان الأفقيتان للجسر متوازيتان.

a. اكتب تخمينًا عن الزوايا زوجية الترقيم. اشرح استنتاجك.

b. اكتب تخمينًا عن الزوايا فردية الترقيم. اشرح استنتاجك.

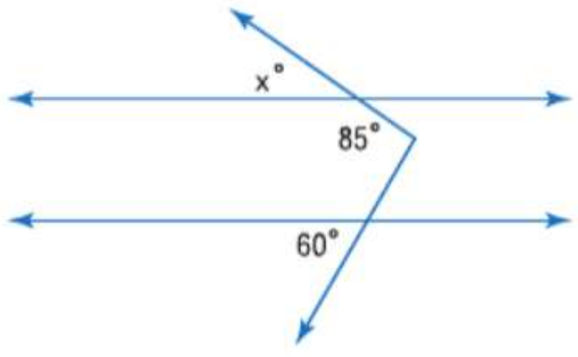
c. اكتب تخمينًا عن أي زوج من الزوايا تكون إحدى زاويتيه فردية الترقيم والأخرى زوجية الترقيم. اشرح استنتاجك.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

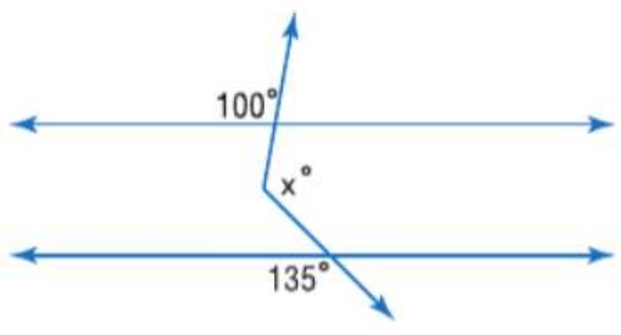
36. الإثبات في مستوى ما، أثبت أنه إذا كان هناك مستقيم متعامد على أحد مستقيمين متوازيين، إذًا يكون متعامدًا على المستقيم الآخر. (النظرية 12.4)

الأدوات جـــد x. (إرشاد: ارسم خطًا مساعدًا.)

37.



38.



39. ارسم زوجا من المستقيمات المتوازية، x و y. ارسم مستقيما، w، يمثل قاطعا يقطع المستقيمين x و y. قم بترقيم الزوايا بحيث تكون الزوايا ذات الأرقام الفردية في جانب واحد من القاطع، وتكون الزوايا ذات الأرقام الزوجية في الجانب الآخر من القاطع.

a. سجل كل أزواج الزوايا المحتملة بالنسبة للزوايا زوجية الترقيم. اذكر العلاقة بين كل زوج.

b. سجل كل أزواج الزوايا المحتملة بالنسبة للزوايا فردية الترقيم. اذكر العلاقة بين كل زوج.

c. إذا كان عليك تحديد زاويتين عشوائيًا، فكم يكون عدد أزواج الزوايا المحتملة؟

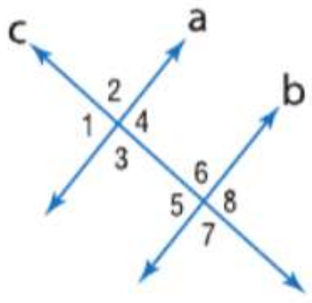
d. ما العلاقة (العلاقات) المحتملة بين أزواج الزوايا؟

e. ما احتمال تحديد زوج من الزوايا المتطابقة؟

f. ما احتمال تحديد زوج من الزوايا المتكاملة؟

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

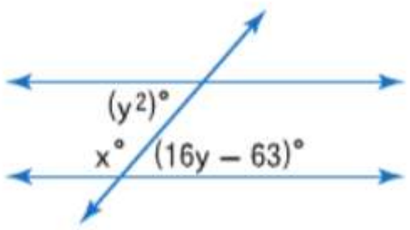
40. الكتابة في الرياضيات إذا كان المستقيم a متوازيًا مع المستقيم b و $\angle 6 \cong \angle 5$، فصف العلاقة بين المستقيمين a و c. اشرح استنتاجك.



41. الكتابة في الرياضيات قارن وبيّن الفرق بين نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة ونظرية الزوايا الخارجية المتتالية.

42. مسألة غير محددة الإجابة ارسم زوجا من المستقيمات المتوازية يقطعهما قاطع وقِس الزاويتين الخارجيتين على نفس الجانب من القاطع. حدد قياساتك على الرسم. اعتمادًا على النموذج الذي رأيته لتسمية أزواج زوايا أخرى، ماذا تعتقد أن يكون اسم زوج الزوايا الذي قسته؟

43. تحدٍّ جـــد x و y.



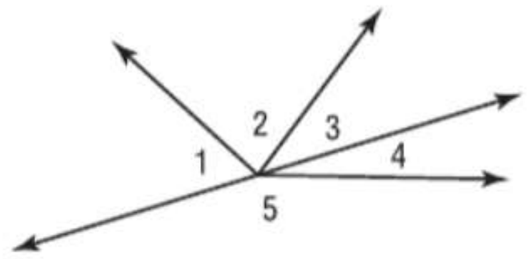
التبرير حدّد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة *أحيانًا* أم صحيحة *دائما* أم غير صحيحة على *الإطلاق*. اشرح استنتاجك.

44. إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين وعرف قياس إحدى الزوايا، فإنه يمكن معرفة قياس جميع الزوايا الأخرى أيضا.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تدريب على الاختبارات المعيارية

45. افترض أن ∠4 و ∠5 تكوّنان زوجا خطيًا.
إذا كان $m\angle 1 = 2x$ و $m\angle 2 = 3x - 20$ و $m\angle 3 = x - 4$. فما هو $m\angle 3$؟

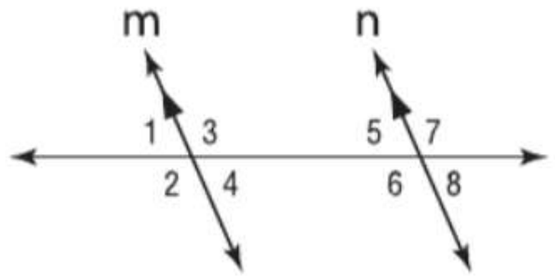


A 26°
B 28°
C 30°
D 32°

46. SAT/ACT يربي مزارع دجاجا وأغناما .فإذا كان إجمالي رؤوس الطيور والحيوانات لديه 120 رأسا في إجمالي 300 m. فكم يكون عدد الدجاج لدى المزارع؟

F 60
G 70
H 80
J 90

47. إجابة مختصرة إذا كان $m \parallel n$ إذًا أي العبارات التالية لا بد من أن تكون صحيحة؟



I. ∠3 و ∠6 زاويتان داخليتان متبادلتان.
II. ∠4 و ∠6 زاويتان داخليتان متتاليتان.
III. ∠1 و ∠7 زاويتان خارجيتان متبادلتان.

48. الجبر إذا كان $x = -6 + -2$ ، إذًا $-17 - x =$؟

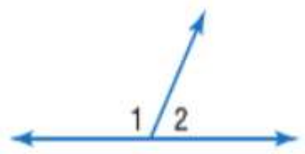
A −13
B −4
C 9
D 13
E 21

مراجعة شاملة

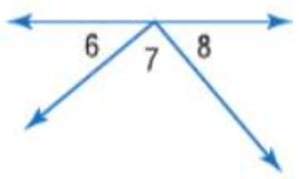
49. الطيران تم تعيين مستوى ارتفاع الطائرات اعتمادًا على اتجاه طيرانها.
فإذا كانت طائرة تطير تجاه الشمال الغربي عند ارتفا 10,500 m وتطير طائرة أخرى تجاه الشرق عند ارتفاع 7,500 m. فصف نوع المستقيمات المتكونة بمسارات الطائرتين. اشرح استنتاجك.

استخدم العبارة المعطاة لإيجاد قياس كل زاوية مرقمة.

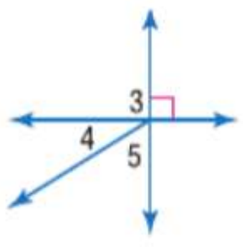
50. ∠1 و ∠2 تكونان زوجا خطيًا و $m\angle 2 = 67$.



51. ∠6 و ∠8: زاويتان متتامتان $m\angle 8 = 47$.



52. $m\angle 4 = 32$



مراجعة المهارات

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

53. $\frac{6 - 5}{4 - 2}$

54. $\frac{-5 - 2}{4 - 7}$

55. $\frac{-11 - 4}{12 - (-9)}$

56. $\frac{16 - 12}{15 - 11}$

57. $\frac{10 - 22}{8 - 17}$

58. $\frac{8 - 17}{12 - (-3)}$

McGraw–Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

مختبر تقنية التمثيل البياني
استكشاف الميل

يطلق على معدل التغير في مستوى انحدار مستقيم مصطلح "*الميل*". يمكن استخدام الميل لاستكشاف العلاقة بين كميات بالحياة الواقعية.

إعداد التجربة

- صل جهاز تجميع بيانات بحاسبة التمثيل البياني. ضع الجهاز على مكتب أو منضدة بحيث يمكنه قراءة حركة شخص سائر.
- ضع علامات على الأرض على مسافتين تبعدان 1 m و 6 m عن الجهاز.

النشاط

الخطوة 1 اجعل أحد أعضاء المجموعة يقف على العلامة التي على بعد متر وعندما يقوم عضو آخر من المجموعة بالضغط على الزر لبدء تجميع البيانات، ينبغي أن يتحرك السائر بعيدًا عن الجهاز بخطى ثابتة بطيئة.

الخطوة 2 توقف عن تجميع البيانات عندما يتخطى السائر العلامة التي على بعد 6 m . احفظ هذه البيانات باسم التجربة 1.

الخطوة 3 كرر التجربة، مع السير بخطى أسرع. احفظ هذه البيانات باسم التجربة 2.

الخطوة 4 لإجراء التجربة 3 كرر التجربة ولكن بالسير البطيء تجاه جهاز تجميع البيانات.

الخطوة 5 كرر التجربة، مع السير بسرعة تجاه الجهاز. احفظ هذه البيانات باسم التجربة 4.

حلل النتائج

1. قارن وبين الفرق بين التمثيل البياني للتجربتين 1 و 2 ما مدى تشابه التمثيل البياني للتجربتين 1 و 3؟

2. استخدم خاصية **التتبع** بالحاسبة لإيجاد إحداثيات نقطتين على كل تمثيل بياني. سجل الإحداثيات في جدول مثل الجدول الموضح. ثم استخدم النقاط لإيجاد ميل المستقيم.

التجربة	النقطة A (x_2, y_2)	النقطة B (x_1, y_1)	الميل $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
1			
2			
3			
4			

3. قارن وبين الفرق بين الميل للتجربتين 1 و 2. ما مدى تشابه الميل للتجربتين 1 و 2 مع الميل للتجربتين 3 و 4؟

4. يوضح ميل المستقيم معدل التغير في الكميات التي تمثلها قيمتا x و y ما الذي تم تمثيله بواسطة معدل التغير في هذه التجربة؟

5. **التخمين** كيف سيبدو التمثيل البياني إذا قمت بتجميع بيانات أثناء وقوف الشخص السائر دون حركة؟ استخدم جهاز تجميع البيانات للتحقق من تخمينك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

12-3 ميل الخط المستقيم

السابق

- استخدمت خواص الخطوط المستقيمة المتوازية لتحديد الزوايا المتطابقة.

الحالي

1. تصنيف ميول الخطوط المستقيمة.
2. استخدام الميل لتحديد الخطوط المستقيمة المتوازية والمتعامدة.

لماذا؟

- تعيّن منتجعات للتزلج تقييمات لمسارات التزلج الخاصة بها وفقًا لمدى صعوبتها. ومن العوامل الأساسية في تحديد هذا التقييم انحدار المسار أو درجة *ميله*. ينخفض المسار الذي له درجة ميل بقيمة 6% أو $\frac{6}{100}$ بمقدار 6 m رأسيًا لكل 100 m يتم قطعها رأسيًا خلال التزلج.

والمسارات الأسهل، المميزة بعلامة ●، لها ميول تتراوح ما بين 6% و 25%. بينما المسارات الأصعب، المميزة بعلامة ♦ أو ♦♦، فلها ميول بمقدار 40% أو أكثر.

المفردات الجديدة

ميل slope

معدل التغير rate of change

ممارسات في الرياضيات

استخدام نماذج الرياضيات.

محاولة إيجاد البنية واستخدامها.

البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك.

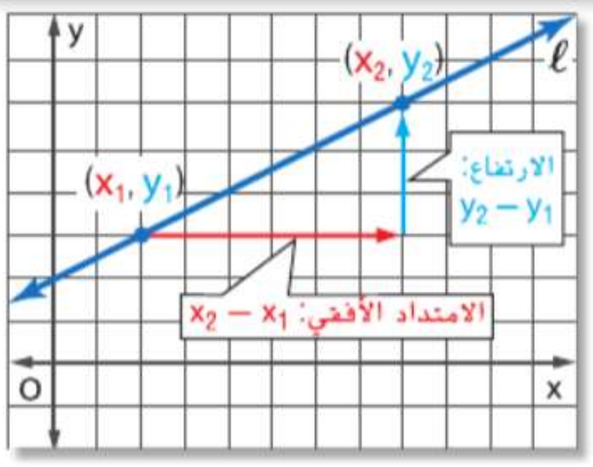
1 ميل المستقيم يتم توضيح انحدار أو ميل هضبة بنسبة ارتفاع الهضبة الرأسي إلى امتدادها الأفقي. وفي الجبر، تعلمت أن ميل المستقيم في المستوى الإحداثي يمكن حسابه باستخدام أي نقطتين على المستقيم.

المفهوم الأساسي ميل المستقيم

في المستوى الإحداثي، **ميل** المستقيم هو نسبة التغيير بطول المحور y إلى التغيير بطول لمحور x بين أي نقطتين على المستقيم.

الميل m للمستقيم الذي يحتوي على نقطتين لهما الإحداثيات (x_1, y_1) و (x_2, y_2) محدد من خلال القاعدة

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$، حيث إن $x_1 \neq x_2$.

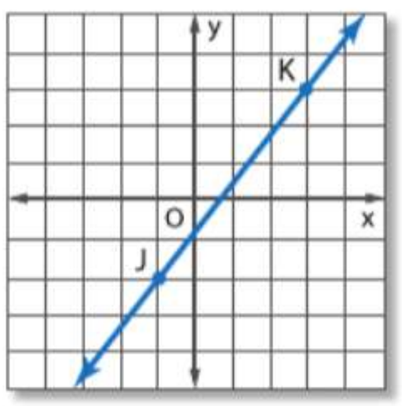


$$m = \frac{\text{الارتفاع}}{\text{الامتداد الأفقي}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

مثال 1 إيجاد ميل المستقيم

جـــد ميل كل مستقيم.

a.

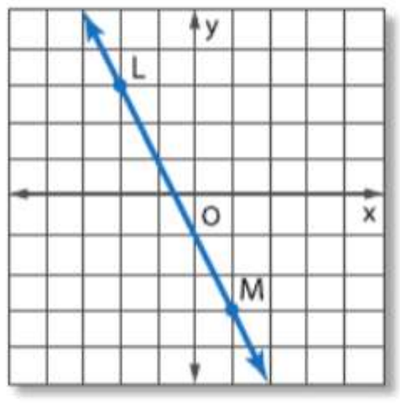


عوّض $(-2, -1)$ عن (x_1, y_1) و $(3, 3)$ عن (x_2, y_2).

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	قانون الميل
$= \frac{3 - (-2)}{3 - (-1)}$	تعويض
$= \frac{5}{4}$	بسط.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

b.



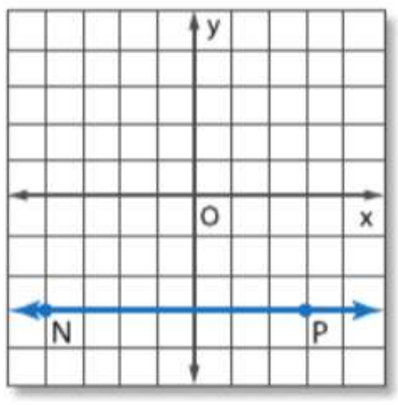
عوّض $(-2, 3)$ عن (x_1, y_1) و $(1, -3)$ عن (x_2, y_2).

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$ قانون الميل

$$= \frac{-3 - 3}{1 - (-2)}$$ التعويض

$$= -2$$ بسط.

c.



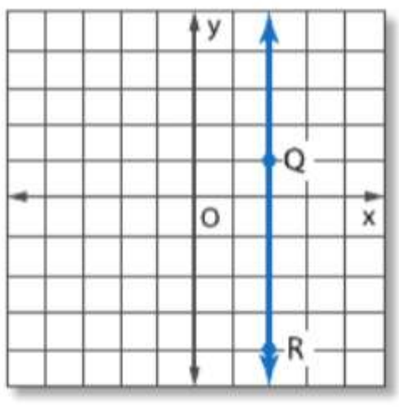
عوّض $(-4, -3)$ عن (x_1, y_1) و $(3, -3)$ عن (x_2, y_2).

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$ قانون الميل

$$= \frac{-3 - (-3)}{3 - (-4)}$$ تعويض

$$= \frac{0}{7} = 0$$ بسط.

d.



عوّض $(2, 1)$ عن (x_1, y_1) و $(2, -4)$ عن (x_2, y_2).

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$ قانون الميل

$$= \frac{-4 - 1}{2 - 2}$$ تعويض

$$= \frac{-5}{0}$$ بسط.

هذا الميل **غير محدد**.

نصيحة دراسية

القسمة على 0 $\frac{-5}{0}$ محدد لأنه لا يوجد عدد يمكنك ضربه في 0 وتحصل على النتيجة 5−. وبما أن هذا صحيح مع أي عدد، فإن جميع الأعداد المقسومة على 0 سيكون لها ميل غير محدد. وكذلك، جميع الخطوط المستقيمة الرأسية لها ميول غير محددة.

تمرين موجّه

1A. المستقيم المار بالنقطتين $(2-, 6)$ و $(5-, 3-)$

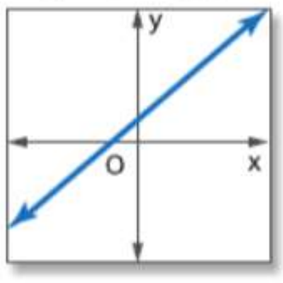
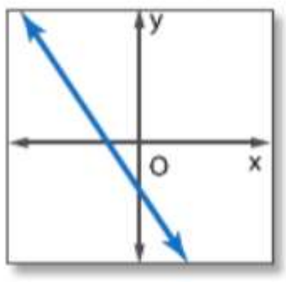
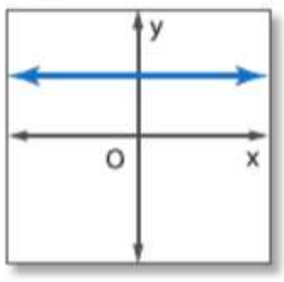
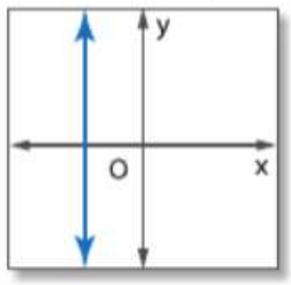
1B. المستقيم المار بالنقطتين $(3-, 8)$ و $(2-, 6-)$

1C. المستقيم المار بالنقطتين $(2, 4)$ و $(3-, 4)$

1D. المستقيم المار بالنقطتين $(3-, 3)$ و $(3, 4)$

يوضح المثال 1 مختَلف الأنواع الأربعة للميول.

ملخص المفهوم تصنيف الميول

الميل الموجب	الميل السالب	الميل الصفري	الميل غير المحدد
			

يمكن تفسير الميل على أنه **معدل التغير**. إذ أنه يصف كيفية تغير كمية y تبعا لكمية x. ويمكن استخدام ميل المستقيم لتحديد إحداثيات أي نقطة على المستقيم.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

مثال 2 من الحياة اليومية استخدام الميل في صورة معدل التغير

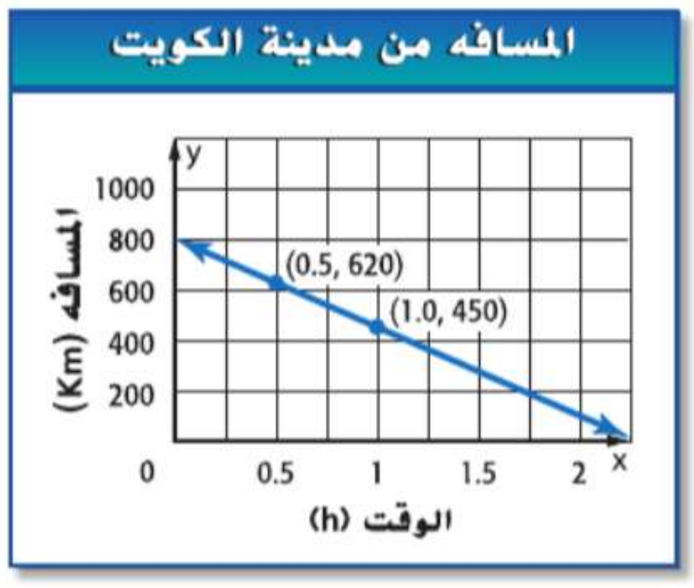
السفر **طيار يطير بطائرة من أبوظبي إلى مدينة الكويت. بعد 0.5 h ، تصل الطائرة إلى ارتفاع مناسب للطيران وهي على بعد 620 km من مدينة الكويت. بعد نصف ساعة، تصبح الطائرة على بعد 450 km من مدينة الكويت. فكم كانت تبعد الطائرة عن مدينة الكويت بعد 1.25 h من الإقلاع؟**

الفهم استخدم البيانات المعطاة لعمل تمثيل بياني للمستقيم الذي يمثل المسافة من مدينة الكويت y بوحدة الكيلومترات في صورة دالة لإيجاد الزمن x بالساعات.

افترض أن السرعة ثابتة.
حدد النقطتين (0.5, 620) و (1.0, 450)، وارسم خطا مستقيما يمر بهما.

تريد أن تجد المسافة من مدينة الكويت بعد 1.25 h

من التمثيل البياني، يمكننا تقدير أنه بعد 1.25 h ، كانت المسافة أقل من 400 km.



التخطيط جـــد ميل المستقيم الممثّل بيانيًا. استخدم معدل التغير هذا في مسافة ابتعاد الطائرة عن مدينة الكويت في الساعة لإيجاد المسافة من مدينة الكويت بعد 1.25 h

الحل استخدم قانون الميل لإيجاد ميل المستقيم.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(450 - 620)\text{ km}}{(1.0 - 0.5\text{ h})} = \frac{-170\text{ km}}{0.5\text{ h}} \text{ أو } \frac{-340\text{ km}}{1\text{ h}}$$

طارت الطائرة بمتوسط سرعة 340 km/h.
تدل علامة السالب على *تناقص* في المسافة بمرور الوقت.

استخدم ميل المستقيم ونقطة واحدة معلومة على المستقيم لحساب المسافة y عندما يكون الوقت x هو 1.25.

قانون الميل $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$m = -340. x_1 = 0.5. y_1 = 620. x_2 = 1.25$

$-340 = \frac{y_2 - 620}{1.25 - 0.5}$

بسط. $-340 = \frac{y_2 - 620}{0.75}$

اضرب كل طرف في 0.75. $-255 = y_2 - 620$

اجمع 620 إلى كل طرف. $365 = y_2$

وبذلك، فإن المسافة من مدينة الكويت بعد 1.25 h تساوي 365 km.

التحقق بما أن 365 قريبة إلى التقدير، فإن إجابتنا منطقية. ✔

مهنة من الحياة اليومية

المضيف الجوي يتحقق المضيف الجوي من التذاكر ويساعد الركاب في الجلوس في مقاعدهم وحمل أمتعتهم وتوضيح كيفية استخدام معدات الطوارئ وإجراءاتها. يلزم الحصول على شهادة التعليم الثانوي. ولكن شركات الطيران دائما ما تفضل المرشحين الذين يتحدثون لغتين أو أكثر ممن يحملون شهادات جامعية.

تمرين موجّه

2. تنزيلات الوسائط عبر الإنترنت في عام 2006، تم تنزيل 500 مليون أغنية بطريقة قانونية من الإنترنت. وفي عام 2004، تم تنزيل 200 مليون أغنية بطريقة قانونية.

A. استخدم البيانات المعطاة لعمل تمثيل بياني للمستقيم الذي يمثل عدد الأغاني التي تم تنزيلها بطريقة قانونية y في صورة دالة للوقت x بوحدة الأعوام.

B. جـــد ميل المستقيم، وفسر معناه.

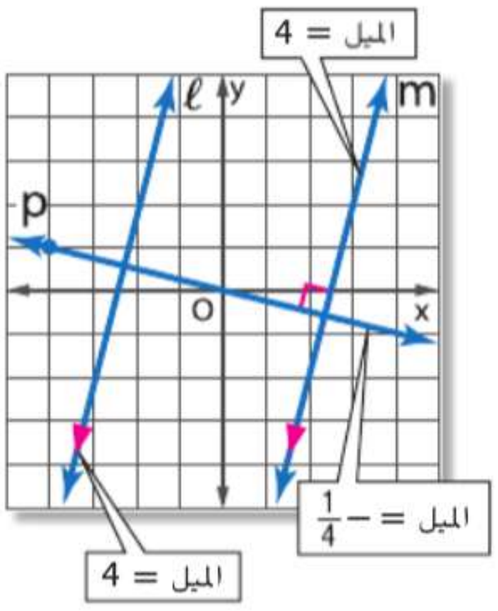
C. إذا استمر هذا الاتجاه بالمعدل ذاته، فكم عدد الأغاني التي سيتم تنزيلها بطريقة قانونية في عام 2020؟

McGraw-Hill Education مؤسسة حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح

2 المستقيمات المتوازية والمتعامدة

يمكنك استخدام ميل مستقيمين لتحديد ما إذا كان المستقيمان متوازيين أم متعامدين. المستقيمان ذوا الميل الواحد متوازيان.

المسلَّمات المستقيمات المتوازية والمتعامدة



12.2 ميول المستقيمات المتوازية لا يكون لمستقيمين غير رأسيين الميل ذاته إلا في حالة أن يكونا متوازيين. فجميع المستقيمات الرأسية متوازية.

مثال المستقيمان المتوازيان ℓ لهما الميل ذاته، 4.

12.3 ميول المستقيمات المتعامدة لا يتعامد مستقيمان غير رأسيين إلا إذا كان ناتج ضرب ميلهما يساوي 1− المستقيم الرأسي والمستقيم الأفقي متعامدان.

مثال المستقيم $m \perp$ المستقيم p

ناتج ضرب الميلين $= -\frac{1}{4} \cdot 4$ أو 1−

مثال 3 تحديد العلاقة بين المستقيمات

اذكر ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$ *متوازيين أم متعامدين، أم ليس أي منهما* بالنسبة لـ $A(1, 1)$ و $D(6, 1)$ و $C(3, 2)$ و $B(-1, -5)$. مثّل كل مستقيم بيانيًا للتحقق من إجابتك.

الخطوة 1 جـــد الميل لكل مستقيم.

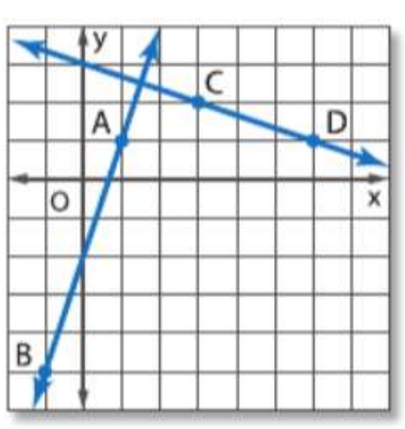
ميل $\overleftrightarrow{AB} = \frac{-5-1}{-1-1} = \frac{-6}{-2}$ أو 3 ميل $\qquad$ $\overleftrightarrow{CD} = \frac{1-2}{6-3}$ أو $\frac{-1}{3}$

الخطوة 2 اذكر العلاقة، إن وجدت، بين المستقيمين.

المستقيمان ليس لهما ميل واحد، إذًا فهما غير متوازيين. ولتحديد ما إذا كان المستقيمان متعامدين أم لا. جـــد ناتج ضرب ميلهما.

ناتج ضرب ميل $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$ $\qquad 3\left(-\frac{1}{3}\right) = -1$

بما أن ناتج ضرب ميلهما يساوي 1−. فإن المستقيم $\overleftrightarrow{AB}$ متعامد على المستقيم $\overleftrightarrow{CD}$.



التحقق عندما مُثِّل المستقيمان بيانيًا، يبدو أنهما يتقاطعان ويشكلان أربع زوايا قائمة. ✓

نصيحة دراسية

ميول المستقيمات المتعامدة

إذا كان للمستقيم ℓ ميل بقيمة $\frac{a}{b}$، فإن ميل المستقيم المتعامد على المستقيم ℓ يساوي المعكوس الضربي، $-\frac{b}{a}$ إذ أن $\frac{a}{b}\left(-\frac{b}{a}\right) = -1$.

تمرين موجّه

اذكر ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$ *متوازيين أم متعامدين، أم ليس أي منهما*.
مثل كل مستقيم بيانيًا للتحقق من إجابتك.

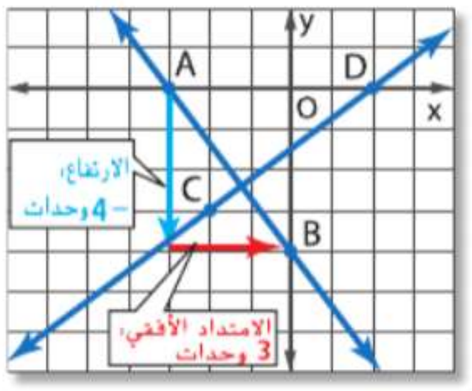
3A. $A(14, 13)$, $B(-11, 0)$, $C(-3, 7)$, $D(-4, -5)$

3B. $A(3, 6)$, $B(-9, 2)$, $C(5, 4)$, $D(2, 3)$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مثال 4 استخدام الميل لتمثيل المستقيم بيانيًا

ارسم تمثيلا بيانيًا للمستقيم الذي يمر بالنقطة $A(-3, 0)$ ويتعامد على $\overleftrightarrow{CD}$ مع $C(-2, -3)$ و $D(2, 0)$.



ميل $\overleftrightarrow{CD}$ يساوي $\frac{0-(-3)}{2-(-2)}$ أو $\frac{3}{4}$.

بما أن $\frac{3}{4}\left(\frac{4}{-3}\right) = -1$ فإن ميل المستقيم

المتعامد على $\overleftrightarrow{CD}$ بالنقطة A يساوي $-\frac{4}{3}$ أو $\frac{-4}{3}$.

لتمثيل المستقيم بيانيًا، ابدأ عند النقطة A. انتقل إلى الأسفل 4 وحدات ثم إلى اليمين 3 وحدات .حدد النقطة B وارسم $\overleftrightarrow{AB}$.

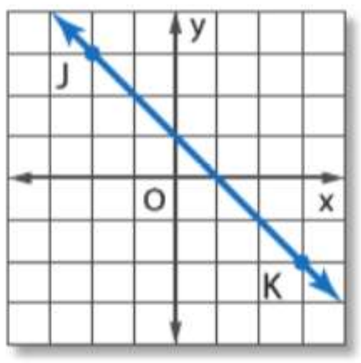
تمرين موجّه

4. ارسم تمثيلاً بيانيًا للمستقيم الذي يتضمن $P(0, 1)$ ويتعامد على $\overleftrightarrow{QR}$ مع $Q(-6, -2)$ و $R(0, -6)$.

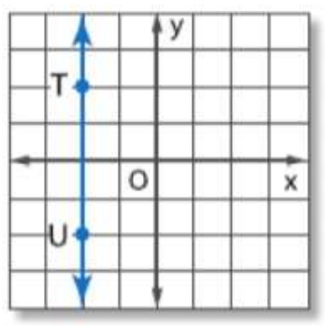
التحقق من فهمك

مثال 1 **جـــد ميل كل مستقيم.**

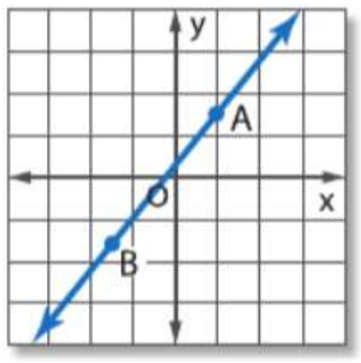
1.



2.



3.



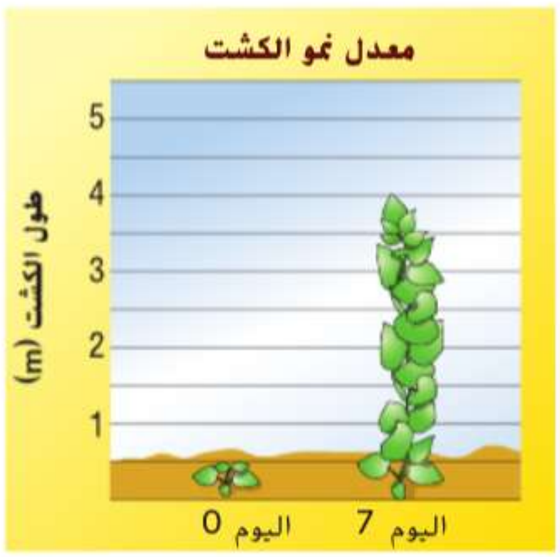
مثال 2

4. **علم النباتات** نبات الكشت عبارة عن كرمة سريعة النمو توجد في جنوب الولايات المتحدة. يبلغ الطول المبدئي لكرمة الكشت 0.5 m وبعد سبعة أيام، يصبح طول النبات 4 m.

a. مثّل بيانيًا المستقيم الذي يمثل طول النبات بمرور الوقت.

b. ما الميل في تمثيلك البياني؟ ما الذي يمثله؟

c. بافتراض أن معدل النمو للنبات مستمر، فكم سيكون طول النبات بعد 15 يوما؟



مثال 3 **اذكر ما إذا كان $\overleftrightarrow{WX}$ و $\overleftrightarrow{YZ}$ متوازيين أم متعامدين أم ليس أي منهما. مثل كل خط بيانيًا للتحقق من إجابتك.**

5 $W(2, 4), X(4, 5), Y(4, 1), Z(8, -7)$

6. $W(1, 3), X(-2, -5), Y(-6, -2), Z(8, 3)$

7. $W(-7, 6), X(-6, 9), Y(6, 3), Z(3, -6)$

8. $W(1, -3), X(0, 2), Y(-2, 0), Z(8, 2)$

مثال 4 **مَثل بيانيًا المستقيم الذي يتوافق مع كل حالة.**

9. يمر بالنقطة $A(3, -4)$. ويوازي $\overleftrightarrow{BC}$ المار بالنقطتين $C(5, 6)$ و $B(2,4)$

10. الميل $= 3$. ويمر بالنقطة $A(-1, 4)$

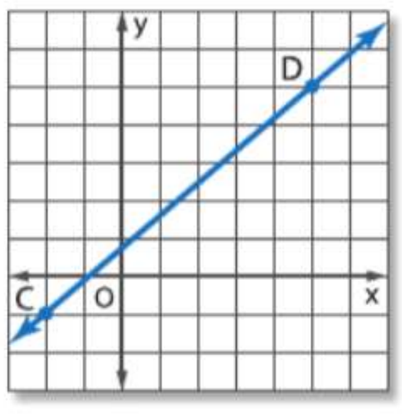
11. يمر بالنقطة $P(7, 3)$. العمودي على $\overleftrightarrow{LM}$ المار بالنقطتين $L(-2, -3)$ و $M(-1, 5)$

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

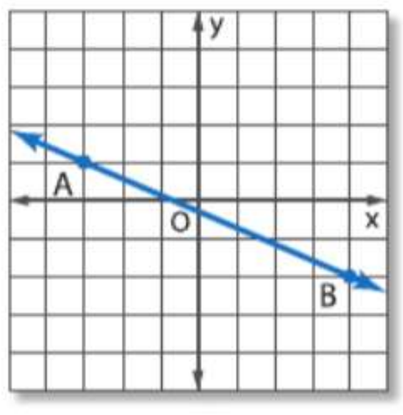
التمرين وحل المسائل

مثال 1 جـــد ميل كل مستقيم.

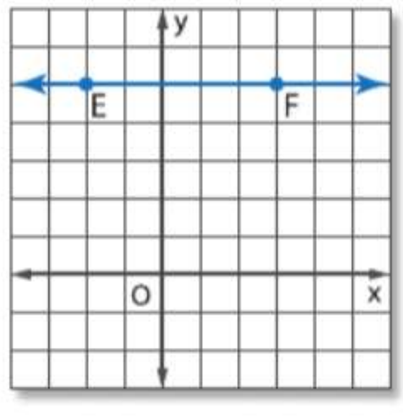
12.



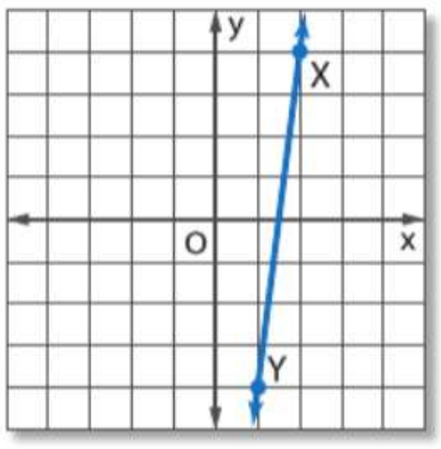
13



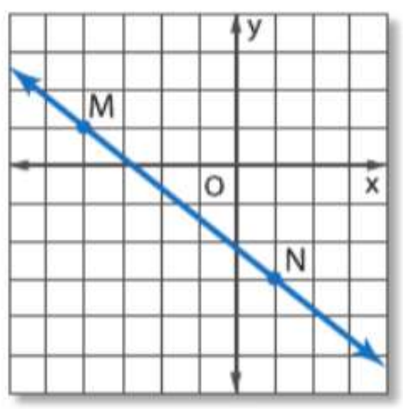
14.



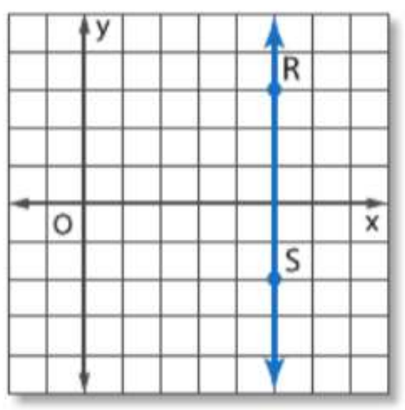
15.



16.



17.



حدد ميل المستقيم الذي يمر بالنقاط المعطاة.

18. $C(3, 1), D(-2, 1)$ **9.** $E(5, -1), F(2, -4)$ **1**

20. $G(-4, 3), H(-4, 7)$

21. $J(7, -3), K(-8, -3)$

22. $L(8, -3), M(-4, -12)$

23. $P(-3, -5), Q(-3, -1)$

24. $R(2, -6), S(-6, 5)$

25. $T(-6, -11), V(-12, -10)$

مثال 2

26. تمثيل النماذج في عام 2004، شارك 8 ملايين أمريكي فوق سن 7 سنوات في مسابقة ركوب الدراجات في الجبال. وفي عام2006، شارك 8.5 ملايين.

a. ارسم تمثيلا بيانيًا لتوضيح عدد المشاركين في مسابقة ركوب الدراجات في الجبال بناء على التغيير في المشاركة من عام 2004 إلى 2006.

b. حسب البيانات، ما معدل الزيادة كل عام للرياضة؟

c. إذا استمرت المشاركة بالمعدل ذاته، فكم ستكون المشاركة في عام 2013 بالتقريب إلى أقرب 10,000؟

27. المعرفة المالية افترض أن مشغل MP3 يتكلف AED 499 في عام 2003 و AED 249.99 في عام 2009.

a. مثّل بيانيًا اتجاه المستقيم لتوقع سعر مشغل MP3 من عام 2003 حتى 2009.

b. حسب البيانات، كم سينخفض السعر في العام؟

c. إذا استمر الاتجاه، فكم ستكون تكلفة مشغل MP3 في عام 2013؟

مثال 3 **حدد ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$ متوازيين أم *متعامدين* أم *غير ذلك*. مثل كل خط بيانيًا للتحقق من إجابتك.**

28. $A(1, 5), B(4, 4), C(9, -10), D(-6, -5)$

29. $A(-6, -9), B(8, 19), C(0, -4), D(2, 0)$

30. $A(4, 2), B(-3, 1), C(6, 0), D(-10, 8)$

31. $A(8, -2), B(4, -1), C(3, 11), D(-2, -9)$

32. $A(8, 4), B(4, 3), C(4, -9), D(2, -1)$

33. $A(4, -2), B(-2, -8), C(4, 6), D(8, 5)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 4

مثل بيانيًا المستقيم الذي يتوافق مع كل حالة.

34. يمر بالنقطة $A(2, -5)$، ويوازي $\overleftrightarrow{BC}$ المار بالنقطتين $B(1, 3)$ و $C(4, 5)$

35. الميل $2-$ ويمر بالنقطة $H(-2, -4)$

36. يمر بالنقطة $K(3, 7)$، وعمودي على $\overleftrightarrow{LM}$ المار بالنقطتين $L(-1, -2)$ و $M(-4, 8)$

37. يمر بالنقطة $X(1, -4)$، ويوازي المستقيم $\overleftrightarrow{YZ}$ المار بالنقطتين $Z(-3, -5)$ و $Y(5, 2)$

38. الميل $= \frac{2}{3}$، ويمر بالنقطة $J(-5, 4)$

39. يمر بالنقطة $D(-5, -6)$، وعمودي على $\overleftrightarrow{FG}$ المار بالنقطتين $F(-2, -9)$ و $G(1, -5)$

40. الإستادات قبل هدم استاد آر سي إيه دوم، كان المقر الرئيس لفريق إنديانابوليس كولتس. في عام 2001، بلغ عدد الحاضرين 450,746 مشجعا وفي عام 2005 بلغ الحاضرون 457,373 مشجعا.

a. ما معدل التغير التقريبي في عدد الحضور من عام 2001 وحتى عام 2005؟

b. إذا استمر معدل التغير هذا، فتوقع عدد بعدد الحضور لعام 2012.

c. هل سيستمر عدد الحضور في الزيادة بمعدل غير محدد؟ اشرح.

d. بنى مسؤولو فريق كولتس إستادًا جديدًا الآن وأكبر مساحة .فهل تعتقد أن قرارهم كان منطقيًا؟ لماذا أو لماذا لا؟

حدد أي مستقيم يمر بالنقاط المحددة له ميل أكثر انحدارًا.

41. المستقيم 1: (0, 5) و (6, 1)
المستقيم 2: (4, 10−) و (5−, 8)

42. المستقيم 1: (4−, 0) و (2, 2)
المستقيم 2: (4−, 0) و (4, 5)

43 المستقيم 1: (4−, 9−) و (0, 7)
المستقيم 2: (1, 0) و (4, 7)

44. المستقيم 1: (7, 6−) و (3−, 9)
المستقيم 2: (9, 9−) و (5, 3)

45. تمثيل النماذج تعد ولاية ميتشيجان مأوى لنوعين مهددين بالانقراض من الأحياء البرية وهما، النسر الأقرع و الذئب الرمادي. يوضح التمثيل البياني تعداد كل نوع في ولاية ميتشيجان في عام 1992 وعام 2006 .

a. أي نوع منهما كان له معدل تغير أكبر في التعداد؟

b. ارسم تمثيلاً بيانيًا خطيًا يوضح نمو كلا التعدادين.

c. إذا استمر النوعان في النمو بمعدلاتهما الخاصة، فكم يبلغ تعداد كل نوع في 2012؟

جـــد قيمة x أو y التي تتوافق مع الحالات المعطاة. ثم مثل المستقيم بيانيًا.

46. المستقيم المار بالنقطتين $(1-, 4)$ و $(6-, x)$ له ميل يساوي $-\frac{5}{2}$

47. المستقيم المار بالنقطتين $(4-, 9)$ و $(4, 3)$ يوازي المستقيم المار بالنقطتين $(8-, 1)$ و $(4, y)$.

48. المستقيم المار بالنقطتين $(8, 7)$ و $(7, 6-)$ عمودي على المستقيم المار بالنقطتين $(2, 4)$ و $(x, 3)$.

49. المستقيم المار بالنقطتين $(1-, 3)$ و $(3, y)$ يوازي المستقيم المار بالنقطتين $(5, 6-)$ و $(9, y)$.

50. المدارس في عام 2000، كان في مدرسة جيفرسون الثانوية 1125 طالبًا. وفي عام 2006، زاد عدد الطلاب ليصبح 1425 طالبًا. عندما بنيت مدرسة فيرفيو الثانوية في عام 2001، كان لديها 5721 طالبًا .فكم طالبًا التَحق بمدرسة فيرفيو الثانوية في عام 2006 إذا زاد عدد الطلاب بالمعدل ذاته مثل مدرسة جيفرسون الثانوية؟

McGraw-Hill Educati
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة on

51 **الموسيقى** تريد أماني ومنى أن تذهبا إلى متجر الموسيقى القريب من منزل أماني بعد المدرسة. ويمكنهما المشي 3.5 km/h أو قيادة الدراجة بسرعة 10 km/h .

a. ارسم جدولاً لتوضيح المسافة التي يمكن أن تمشيها أماني ومنى أو تقطعاها إذا ركبا الدراجة. أدرج المسافات المقطوعة في 0 و 1 و 2 و 3 و 4 ساعات.

b. ارسم تمثيلاً بيانيًا لتوضيح المسافة التي يمكن أن تقطعها أماني ومنى بناءً على زمن كل من المشي وركوب الدراجة احرص على وضع علامات لمحاور تمثيلك البياني.

c. ما الذي يمثله الميل في تمثيلك البياني؟

d. تقول والدة أماني إنه لا يمكنهما الذهاب إلا إذا كان بإمكانهما الذهاب إلى متجر الموسيقى والعودة منه في أقل من ساعتين. إذا أرادتا قضاء 30 min على الأقل في متجر الموسيقى وهو يبعد عنهما بمسافة 4 km فهل يمكنهما ذلك؟ فهل ينبغي لهما المشي أم ركوب دراجتيهما؟ اشرح استنتاجك.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

52. **كتابة سؤال** يقول زميل في الصف إن جميع الخطوط المستقيمة لها ميل موجب أو سالب. اكتب سؤالاً يمكن من خلاله التحقق من تخمينه.

53. **تحليل الخطأ** احتسب كل من أحمد وخالد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين $R(-2, 2)$ و $Q(3, 5)$. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

أحمد

$$m = \frac{5 - 2}{3 - (-2)} = \frac{3}{5}$$

خالد

$$m = \frac{5 - 2}{-2 - 3} = -\frac{3}{5}$$

54. **التبرير** ارسم المربع $ABCD$ على أن تكون الرؤوس المتقابلة عند النقطتين $C\ (10, 4)$ و $A(2, -4)$.

a. جـــد رأسين آخرين للمربع وسمهما بالنقطتين B و D.

b. وضح أن $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ و $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$.

c. وضح أن قياس كل زاوية داخل المربع تساوي 90.

55. **الكتابة في الرياضيات** أوضح ميل برج خليفة وبرج بيزا المائل.

البرج المائل

برج خليفة

56. **تحدٍّ** ستتعلم في هذا الدرس أن $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ استخدم البرهان الجبري لتوضيح أن الميل يمكن حسابه باستخدام المعادلة $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$.

57. **الكتابة في الرياضيات** جـــد نقطتين إضافيتين تقعان بطول المستقيم ذاته مثل $y(-1, 7)$ و $x(3, -1)$. أوضح طريقة عامة يمكنك استخدامها لإيجاد مزيد من النقاط على المستقيم من أي نقطة محددة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبارات المعيارية

58. ما ميل المستقيم العمودي على المستقيم المار بالنقطتين $(-1, 6)$ و$(-4, 3)$؟

A $m = -\frac{5}{2}$

B $m = -1$

C $m = -\frac{2}{5}$

D $m = \frac{2}{5}$

59. **إجابة مختصرة** مجموعة من 25 بطاقة مقلوبة على وجهها عشوائيًا على منضدة. 15 بطاقة ليس مكتوبًا عليها سوى حرف A على وجهها، و 10 بطاقات ليس مكتوبًا عليها سوى حرف B. قَلَب عمر بطاقة واحدة. ما احتمال أن تكون البطاقة مكتوب على وجهها حرف B؟

60. **الجبر** تجمع سها الأموال لشراء هدية بقيمة AED 81 لمعلمتها. وقد ساهمت بالفعل بمبلغ AED 24 وسوف تجمع AED 3 من كل طالبة سوف تساهم أيضا. كم طالبة أخرى يجب أن تشارك؟

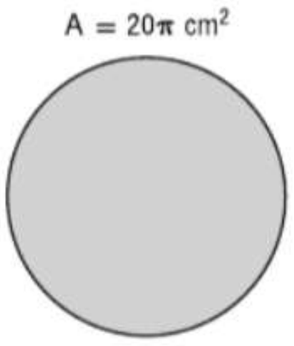
F 3 طالبات

G 9 طالبات

H 21 طالبة

J 91 طالبة

61. **SAT/ACT** مساحة دائرة تساوي $20\pi \text{ cm}^2$.
فما محيطها؟



A $\sqrt{5}\pi$ cm

B $2\sqrt{5}\pi$ cm

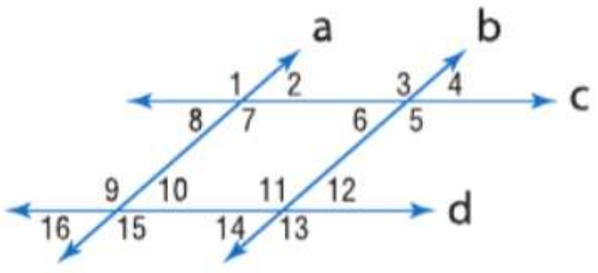
C $4\sqrt{5}\pi$ cm

D 20π cm

E 40π cm

مراجعة شاملة

في الشكل، إن $a \parallel b$ و $c \parallel d$. و $m\angle 4 = 57$.
فجـــد قياس كل زاوية.



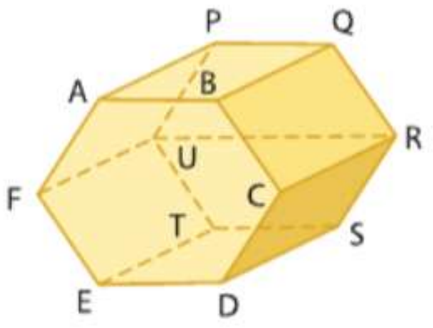
62. $\angle 5$

63. $\angle 1$

64. $\angle 8$

65. $\angle 10$

راجع الرسم التخطيطي الموجود على اليسار.



66. حدد جميع القطع المستقيمة التي توازي $\overline{TU}$.

67. حدد جميع المستويات التي تتقاطع مع المستوى BCR.

68. حدد جميع القطع المستقيمة المتخالفة مع $\overline{DE}$

69. **الإنشاء** توجد أربعة بنايات في حرم مدرسة مانسفيلد الثانوية، ولا تبدو ثلاث بنايات منها على مستقيم. فكم عدد الممرات التي ينبغي بناؤها حتى يتصل كل مبنى مباشرة بالمباني الأخرى؟

مراجعة المهارات

جـــد قيمة y.

70. $3x + y = 5$

71. $4x + 2y = 6$

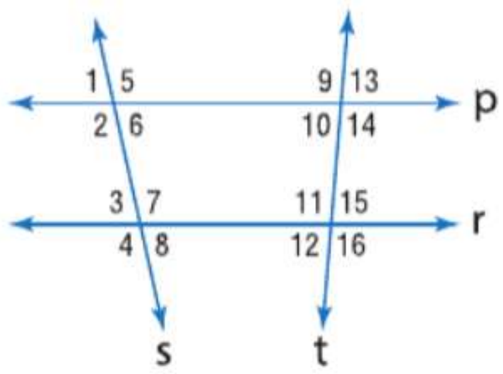
72. $4y - 3x = 5$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

اختبار منتصف الوحدة

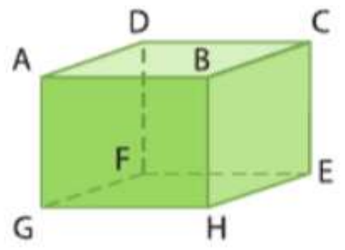
الدروس من 12-1 إلى 12-3

حدد القاطع الواصل بين كل زوج من الزوايا. ثم صنِّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتبارها *زوايا داخلية متبادلة أو زوايا خارجية متبادلة أو زوايا متناظرة أو زوايا داخلية متتالية*.



1. $\angle 6$ و $\angle 3$
2. $\angle 1$ و $\angle 14$
3. $\angle 10$ و $\angle 11$
4. $\angle 5$ و $\angle 7$

ارجع إلى الشكل لتحديد كلٍّ مما يلي.

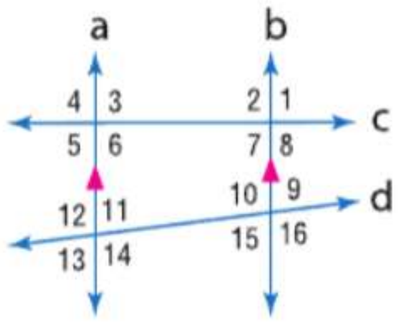


5. مستوى متوازٍ مع المستوى $ABCD$
6. قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{GH}$ التي تضم النقطة D
7. كل القطع المستقيمة المتوازية مع القطع $\overline{HE}$

8. **الاختيار من متعدد** أي من المصطلحات التالية يمثل الوصف الأمثل لزوج الزوايا $\angle 4$ و $\angle 8$؟

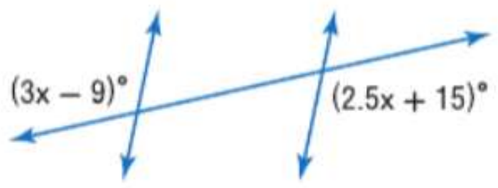
A متناظرة
B خارجية متبادلة
C داخلية متبادلة
D داخلية متتالية

في الشكل، إذا كان $m\angle 4 = 104$ و الزاوية *14 = 118* درجة. جـــد قياس كل زاوية. اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظريات) قد استخدمتها.



9. $\angle 2$
10. $\angle 9$
11. $\angle 10$
12. $\angle 7$

13. جـــد قيمة x.

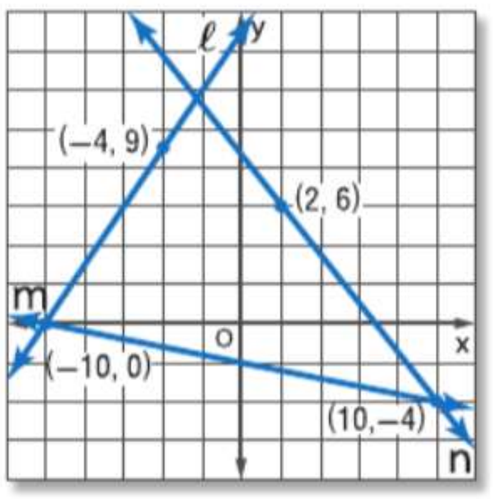


14. **نماذج للقطارات** تصمم هدى قضيبي قطار متوازيين بحيث يمر قضيب ثالث قُطريًا عبر القضيبين الآخرين. لكي تصمم تحويلة بشكل صحيح، تحتاج إلى أن تكون الزاوية بين المسار القُطري والجزء العلوي الأيمن من القضيب الثاني ضعف الزاوية التي بين القطر والجزء السفلي الأيمن من القضيب الأول. ما قياس الزاوية التي بين المسار القُطري والجزء العلوي الأيمن من القضيب الثاني؟

حدد ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{XY}$ متوازيين أم متعامدين أم غير ذلك. مثّل كل مستقيم بيانيًا للتحقق من صحة إجابتك.

15. $A(2, 0), B(4, -5), X(-3, 3), Y(-5, 8)$
16. $A(1, 1), B(6, -9), X(4, -10), Y(7, -4)$

جـــد ميل كل مستقيم.



17. المستقيم ℓ
18. مستقيم متوازٍ مع m
19. مستقيم متعامد على n

20. **المبيعات** في الجدول أدناه، موضح مبيعات شركة" فون إلكترونيك" في عامي 2008 و 2011.

العام	المبيعات التقريبية (AED)
2008	240,000
2011	330,000

a. ما معدل التغير في المبيعات التقريبية من 2008 حتى 2011؟

b. إذا استمر هذا المعدل في التغير، فماذا تتوقع أن تكون المبيعات التقريبية لعام 2015.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

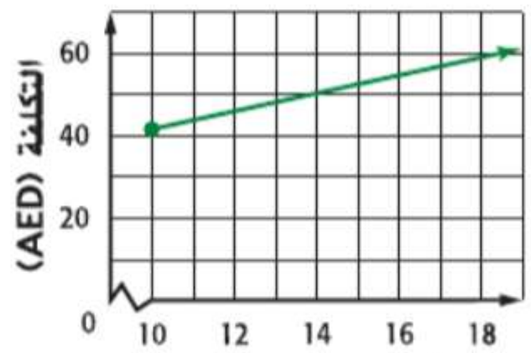
12-4 معادلات المستقيم

السابق
- إيجاد ميل المستقيم.

الحالي
1. كتابة معادلة لمستقيم بناءً على معلومات عن التمثيل البياني.
2. حل المسائل عن طريق كتابة المعادلات.

لماذا؟
- على طريق ضيق بالقرب من مدينة هانا، تبلغ الغرامة الأدنى على تجاوز حد السرعة المقدر بسرعة 65 km بالساعة لكل تجاوز بمعدل عشرة كيلو مترات أو أقل بالساعة .AED 42.50 وهناك رسم إضافي بقيمة AED 2 عن كل كيلو متر بالساعة زائد عن الكيلو مترات العشرة الأولى بالساعة .ويمكن تمثيل التكلفة الإجمالية، دون حساب تكاليف المحكمة، بواسطة المعادلة $C = 42.5 + 2m$.

غرامة السرعة



المفردات الجديدة
- slope-صيغة الميل والمقطع
- intercept form
- point-slope صيغة النقطةو الميل form

ممارسات في الرياضيات
استخدام نماذج الرياضيات.
البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك.

1 كتابة معادلات للمستقيمات

ربما تتذكر من الجبر أن معادلة مستقيم غير رأسي يمكن كتابتها بصيغ مختلفة ولكنها متساوية.

المفهوم الأساسي معادلات المستقيم غير الرأسي

صيغة الميل والمقطع لمعادلة خطية هي $y = mx + b$ حيث m هو ميل الخط و b هو طول والمقطع من المحور y.

الميل ← $y = mx + b$ ← التقاطع من المحور الرأسي y

$y = 3x + 8$

صيغة النقطة والميل لمعادلة خطية هي $y - y_1 = m(x - x_1)$.
حيث (x_1, y_1) تمثل أي نقطة على المستقيم و m هو ميل المستقيم.

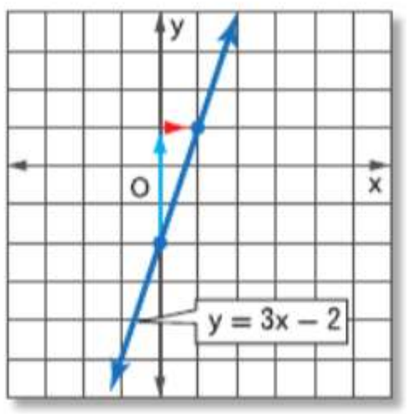
النقطة على المستقيم (3, 5) ← $y - 5 = -2(x - 3)$ ← الميل

عند علمك بالميل بالإضافة إلى العلم بالمقطع من المحور y أو بنقطة على مستقيم، يمكنك استخدام تلك الصيغ لكتابة معادلة المستقيم.

مثال 1 الميل والمقطع من المحور y

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم ذي الميل 3 والمقطع من المحور y يساوي -2 ثم مثّل المستقيم بيانيًا.

$y = mx + b$	صيغة الميل والمقطع
$y = 3x + (-2)$	$m = 3, b = -2$
$y = 3x - 2$	بسط.



طول المقطع من المحور y .-2.استخدم الميل بقيمة 3 أو $\frac{3}{1}$ لإيجاد نقطة أخرى على بعد 3 وحدات لأعلى وعلى بعد وحدة واحدة إلى اليمين من التقاطع مع المحور y. ثم ارسم المستقيم المار بهاتين النقطتين.

تمرين موجّه

1. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم الذي ميله $-\frac{1}{2}$ ومقطعه من المحور y يساوي 8. ثم مثّل المستقيم بيانيًا.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

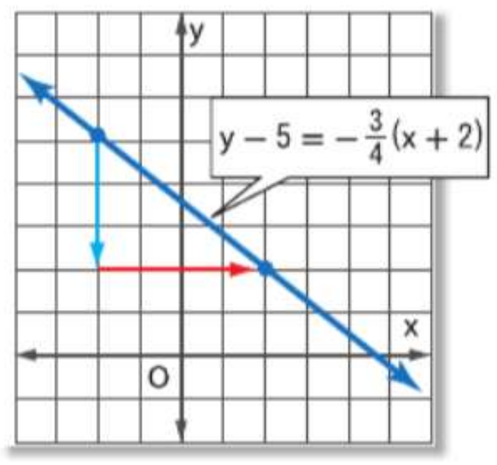
مثال 2 نقطة وميل على المستقيم

اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم ذي الميل $-\frac{3}{4}$ والمار بالنقطة $(-2, 5)$. ثم مثِّل المستقيم بيانيًا.

صيغة النقطة والميل $y - y_1 = m(x - x_1)$

$m = -\frac{3}{4}$ ، $(x_1, y_1) = (-2, 5)$ $y - 5 = -\frac{3}{4}[x - (-2)]$

بسط. $y - 5 = -\frac{3}{4}(x + 2)$



مثّل بيانيًا النقطة المعطاة $(-2, 5)$. استخدم الميل $-\frac{3}{4}$ أو $\frac{-3}{4}$ لإيجاد نقطة أخرى على بعد 3 وحدات للأسفل و 4 وحدات إلى اليمين .ثم ارسم المستقيم بحيث يمر بهاتين النقطتين.

انتبه!

استبدال الإحداثيات السالبة عند استبدال إحداثيات سالبة، استخدم الأقواس لتجنب إحداث أخطاء في العلامات.

تمرين موجّه

2. اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم ذي الميل 4 الذي يمر بالنقطة (-6, -3). ثم مثِّل المستقيم بيانيًا.

عندما يكون ميل المستقيم غير معروف، فاستخدم نقطتين على المستقيم لحساب قيمة الميل .ثم استخدم صيغة النقطة والميل أو صيغة الميل والمقطع لكتابة معادلة للمستقيم.

مثال 3 نقطتان

اكتب معادلة للمستقيم المار بكل زوج من النقاط بصيغة الميل والمقطع.

a. (-2, -1) و (0, 3)

الخطوة 1 جـــد ميل المستقيم المار بالنقاط.

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 3}{-2 - 0} = \frac{-4}{-2}$ أو 2 استخدم قانون الميل.

الخطوة 2 اكتب معادلة للمستقيم.

$y = mx + b$ صيغة الميل والمقطع

$y = 2x + 3$ $m = 2$ ؛ (0, 3) يمثل التقاطع مع المحور y.

b. (-7, 4) و (, -4)

الخطوة 3 قانون الميل. $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - 4}{9 - (-7)} = \frac{-8}{16}$ أو $-\frac{1}{2}$

الخطوة 4 صيغة النقطة والميل $y - y_1 = m(x - x_1)$

$m = -\frac{1}{2}$ ، $(x_1, y_1) = (-7, 4)$ $y - 4 = -\frac{1}{2}[x - (-7)]$

بسط. $y - 4 = -\frac{1}{2}(x + 7)$

حل باستخدام خاصية التوزيع. $y - 4 = -\frac{1}{2}x - \frac{7}{2}$

اجمع 4 لكل طرف $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

$\frac{7}{2} + 4 = -\frac{7}{2} + \frac{8}{2}$

$\frac{1}{2} =$

نصيحة دراسية

المثابرة في المثال 3b. يمكنك أيضا استخدام صيغة الميل والمقطع ونقطة واحدة لإيجاد المقطع من المحور y وكتابة المعادلة.

$y = mx + b$

$4 = -\frac{1}{2}(-7) + b$

$4 = \frac{7}{2} + b$

$4 - \frac{7}{2} = b$

$b = \frac{1}{2}$

إذًا، $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$.

تمرين موجّه

3A. (−2. 4) و (8. 10) **3B.** (−1. 3) و (7. 3)

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مثال 4 مستقيم أفقي

اكتب معادلة للمستقيم المار بالنقطتين (−2, 6) و (5, 6) بصيغة الميل والمقطع.

الخطوة 1 هذا مستقيم أفقي. $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 6}{5 - (-2)} = \frac{0}{7}$ أو 0

الخطوة 2 صيغة النقط والميل

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$m = -\frac{1}{2}$, $(x_1, y_1) = (-2, 6)$ $\quad y - 6 = 0[x - (-2)]$

بسط. $\quad y - 6 = 0$

اجمع 6 لكل طرف. $\quad y = 6$

الربط بتاريخ الرياضيات

غاسبار مونج

(1746–1818) قدّم مونج صيغة الميل والنقطة لمعادلة لمستقيم في ورقة بحثية نشرت في 1784.

تمرين موجّه

4. اكتب معادلة للمستقيم المار بالنقطتين (5, 0) و (−1, 0) بصيغة الميل والمقطع.

معادلات المستقيمات الأفقية والرأسية لا تحتوي إلا على متغير واحد.

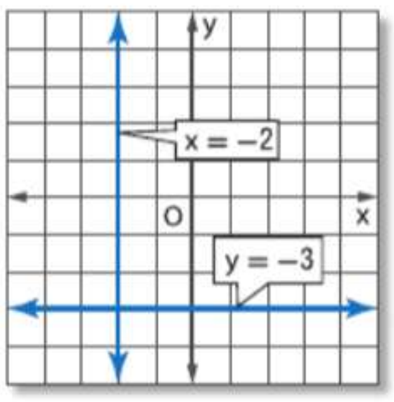
المفاهيم الأساسية معادلات المستقيمات الأفقية والرأسية

معادلة المستقيم الأفقي $y = b$, حيث b هو المقطع من المحور y للمستقيم.

مثال $y = -3$

معادلة المستقيم الرأسي $x = a$, حيث a هو المقطع من المحور x للمستقيم.

مثال $x = -2$



يكون للمستقيمات المتوازية غير الرأسية ميول متساوية. ويكون المستقيمين غير الرأسيين عموديان إذا كان ناتج ضرب ميليهما هو −1. المستقيمات الرأسية والأفقية متعامدة دائما على بعضها البعض.

مثال 5 كتابة معادلات للمستقيمات المتوازية أو العمودية

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم العمودي على $y = -3x + 2$ حيث يمر بالنقطة (4, 0).

ميل $y = -3x + 2$ هو −3 بحيث يكون ميل مستقيم عمودي عليه هو $\frac{1}{3}$.

صيغة الميل والمقطع $\quad y = mx + b$

$m = \frac{1}{3}$ و $(x, y) = (4, 0)$ $\quad 0 = \frac{1}{3}(4) + b$

بسط. $\quad 0 = \frac{4}{3} + b$

اطرح $\frac{4}{3}$ من كل طرف. $\quad -\frac{4}{3} = b$

إذًا. فالمعادلة هي $y = \frac{1}{3}x + \left(-\frac{4}{3}\right)$ أو $y = \frac{1}{3}x - 1\frac{1}{3}$.

تمرين موجّه

5. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لمستقيم متوازٍ مع $y = -\frac{3}{4}x + 3$ ويحتوي على (−3, 6).

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

2 كتابة معادلات لحل المسائل

يمكن تمثيل الكثير من مواقف الحياة اليومية باستخدام معادلة خطية.

قراءة في الرياضيات

خطي كلمة "خطي" تشير إلى شكل مستقيم. والتمثيل البياني لمعادلة خطية يأخذ شكل مستقيم.

مثال 6 من الحياة اليومية كتابة معادلات خطية

المعرفة المالية **تبلغ تكلفة عرض الهاتف اللاسلكي الحالية الخاصة بمازن، العرض X. مبلغ AED 39.95 لكل شهر نظير إجراء مكالمات غير محدودة و AED 0.05 لكل رسالة نصية. ويفكر مازن في التغيير إلى العرض Y الذي يكلّف AED 35 لكل شهر نظير إجراء مكالمات غير محدودة بالإضافة إلى مبلغ AED 0.10 لكل رسالة نصية. فأي عرض يقدم له السعر الأفضل؟**

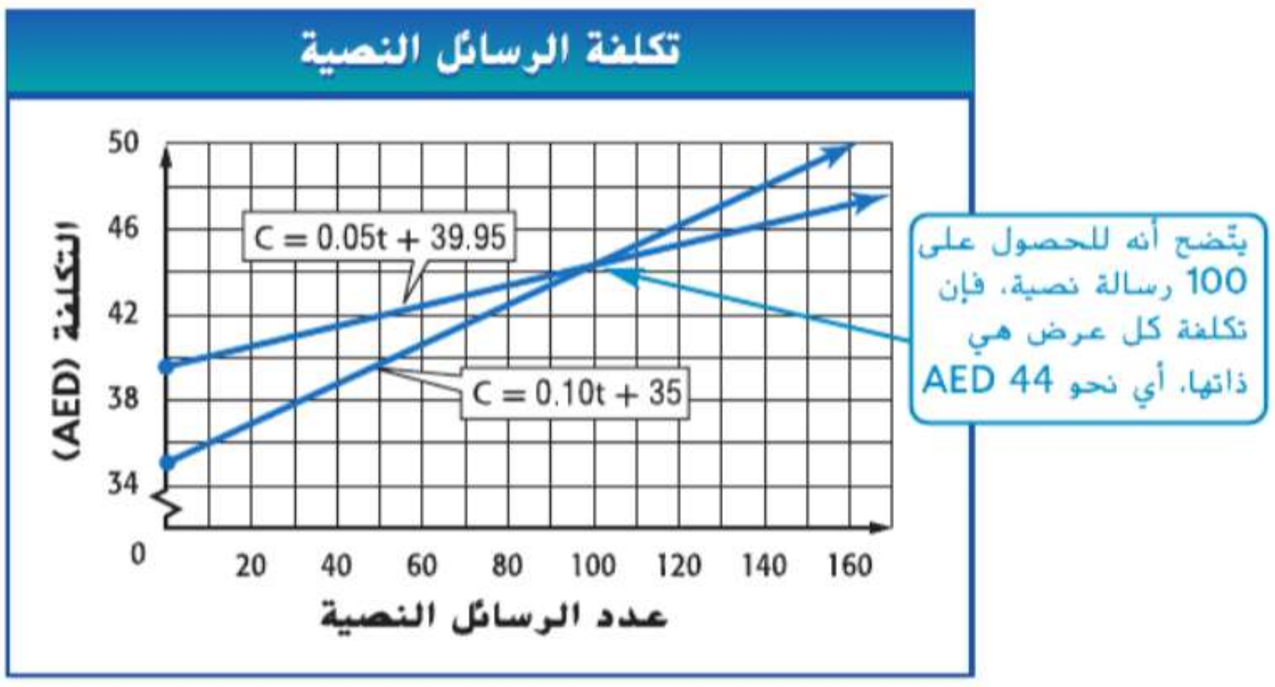
الفهم العرض X يكلف AED 39.95 لكل شهر بالإضافة إلى AED 0.05 لكل رسالة نصية. والعرض Y يكلف AED 35 لكل شهر بالإضافة إلى AED 0.10 لكل رسالة نصية. تحتاج إلى مقارنة العرضيْن لتحديد متى تكون تكلفة أحد العرضين أقل من الآخر.

التخطيط اكتب معادلة لتمثيل التكلفة الشهرية الإجمالية C لكل خطة مقابل t الرسائل النصية المرسلة أو المستقبلة. ثم مثّل المعادلات بيانيًا لمقارنة العرضين.

الحل تبلغ معدلات الزيادة، أو الميل m، في التكاليف الإجمالية AED 0.05 للعرض X و AED 0.10 للعرض Y. وعندما يكون عدد الرسائل النصية هو 0، فإن التكلفة الإجمالية هي مجرد الرسوم الشهرية. إذًا، فطول المقطع من المحور y هو b 39.95 للعرض X و 35 للعرض Y.

العرض X	صيغة الميل والمقطع	العرض Y
$C = mt + b$		$C = mt + b$
$C = 0.05t + 39.95$	عوّض عن m و b.	$C = 0.10t + 35$

مثّل المعادلتين بيانيًا على المستوى الإحداثي نفسه.



من التمثيل البياني، يبدو أنه إذا أرسل مازن أو استقبل أقل من حوالي 100 رسالة نصية، فالعرض Y يقدم السعر الأقل. ولأكثر من 100رسالة، فإن العرض X هو الأقل.

التحقق تحقق من تقييمك. مقابل 100 رسالة نصية، فالعرض X يكلف 0.05(100) + 39.95 أو 44.95. والعرض Y يكلف 35 + 0.1(100) أو 45. وبتعديل تقييمنا، نجد أنه حين يصل عدد الرسائل إلى 99، فإن كلتي الخطتين تكلف AED 44.90. ✔

نصيحة في حل المسائل

رسم تمثيل بياني في المثال 6، بالرغم من أن العرض Y يكلف رسوما شهرية أقل، فالتكلفة لكل رسالة نصية أعلى. وهذا يجعل العرضيْن أصعب في المقارنة بينهما. وغالبًا، يمكن أن يوضح التمثيل البياني مقارنةً أفضل بين موقفين موضحين بصورة خطية.

تمرين موجّه

6. لنفترض أن السعر للعرض Y كان AED 44 في الشهر و AED 0.02 للرسالة النصية. فأي عرض سيقدم لمازن السعر الأفضل؟ علل إجابتك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

مثال 1 **اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم ذي الميل المعطى والمقطع من المحور y. ثم مثِّل المستقيم بيانيًا.**

1. m: 4 ، المقطع من المحور y: -3

2. m: $\frac{1}{2}$ ، المقطع من المحور y: -1

3. m: $-\frac{2}{3}$ ،المقطع من المحور y: 5

مثال 2 **اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم ذي الميل المعطى والذي يمر بالنقطة المعطاة. ثم مثِّل المستقيم بيانيًا.**

4. $m = 5$, $(3, -2)$ **5.** $m = \frac{1}{4}$, $(-2, -3)$ **6.** $m = -4.25$, $(-4, 6)$

المثالان 3 و 4 **اكتب معادلة للمستقيم المار بكل زوج من النقاط بصيغة الميل والمقطع.**

7.

x	y
0	-1
4	4

8.

x	y
4	3
1	-6

9.

x	y
6	5
-1	-4

مثال 5

10. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم العمودي على $y = -2x + 6$ حيث يمر بالنقطة $(3, 2)$.

11. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم المتوازي مع $y = 4x - 5$ حيث يمر بالنقط $(-1, 5)$.

مثال 6

12. استخدام النماذج تشترك ياسمين حاليًا في النور للصوتيات، وهي خدمة موسيقى على الإنترنت، ولكنها تفكر في التغيير إلى خدمة أخرى على الإنترنت، وهي البركة للصوتيات. موضح العرض المقدم لكل خدمة موسيقى على الإنترنت.

a. اكتب معادلة لتمثيل التكلفة الشهرية الإجمالية لكل عرض.

b. مثِّل المعادلات بيانيًا.

c. إذا قامت ياسمين بتنزيل 15 أغنية في الشهر، فهل عليها عدم تغيير عرضها الحالي، أم عليها التغيير إلى العرض الآخر؟ اشرح.

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم ذي الميل المعطى والمقطع من المحور y. ثم مثل المستقيم بيانيًا.**

13. m: -5, y المقطع من المحور: -2

14. m: -7, b: -4

15. m: 9, b: 2

16. m: 12, y :المقطع من المحور: $\frac{4}{5}$

17. m: $-\frac{3}{4}$, $(0, 4)$

18. m: $\frac{5}{11}$, $(0, -3)$

مثال 2 **اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم ذي الميل المعطى والذي يمر بالنقطة المعطاة .ثم مثل المستقيم بيانيًا.**

19 $m = 2$, $(3, 11)$ **20.** $m = 4$, $(-4, 8)$ **21.** $m = -7$, $(1, 9)$

22. $m = \frac{5}{7}$, $(-2, -5)$ **23.** $m = -\frac{4}{5}$, $(-3, -6)$ **24.** $m = -2.4$, $(14, -12)$

المثالان 3 و 4 **اكتب معادلة للمستقيم المار بكل زوج من النقاط بصيغة الميل والمقطع.**

25. $(-1, -4)$ و $(3, -4)$

26. $(2, -1)$ و $(2, 6)$

27. $(-3, -2)$ و $(-3, 4)$

28. $(0, 5)$ و $(3, 3)$

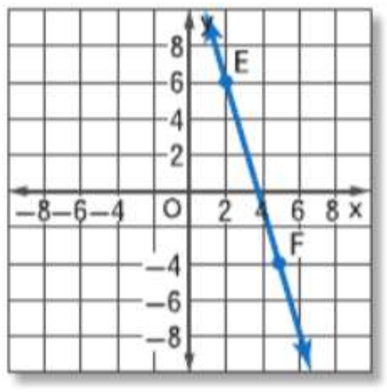
29. $(-12, -6)$ و $(8, 9)$

30. $(2, 4)$ و $(-4, -11)$

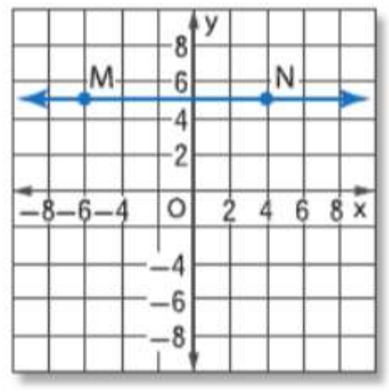
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لكل مستقيم موضح أو موصوف.

31.



32.



33.

x	-1	3
y	-2	4

34.

x	-4	-8
y	-5	-13

35. المقطع من المحور x يساوي 3، والمقطع من المحور y يساوي -2

36. المقطع من المحور x يساوي $-\frac{1}{2}$، المقطع من المحور y يساوي 4

مثال 5

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لكل مستقيم موضح.

37. يمر بالنقطة $(-7, -4)$، وعمودي على المستقيم $y = \frac{1}{2}x + 9$

38. يمر بالنقطة $(-1, -10)$، ويوازي المستقيم $y = 7$

39. يمر بالنقطة $(6, 2)$، ويوازي المستقيم $y = -\frac{2}{3}x + 1$

40. يمر بالنقطة $(-2, 2)$، وعمودي على المستقيم $y = -5x - 8$

مثال 6

41. التخطيط تخطط سهيلة لحفل تخرج لصف طلاب السنة الأخيرة. وتخطط لاستئجار غرفة اجتماعات في مركز المؤتمرات وهي تتكلف AED 400. ويتم فرض رسم إضافي بقيمة AED 5.50 لكل شخص يحضر الحفل.

a. اكتب معادلة للتمثيل عن تكلفة y الحفل إذا حضر عدد x من الناس.

b. مثّل المعادلة بيانيًا.

c. يوجد 285 شخصا في صف سهيلة. فإذا حضر $\frac{2}{3}$ من هؤلاء الناس، فكم سيتكلف الحفل؟

d. إذا جمع صف طلاب التخرج مبلغ AED 2000 لصالح الحفل، فكم من الأشخاص يمكنه الحضور؟

42. استخدام النماذج يدخر يوسف يدخر أمواله لشراء راديو جديد بالبث عبر الأقمار الصناعية لسيارته. ويرغب في ادخار مالٍ كاف للراديو والاشتراك لمدة سنة واحدة من خدمة راديو الأقمار الصناعية قبل أن يتم صفقة الشراء. وبدأ في الادخار لشراء الراديو بمبلغ AED 50 من المال المخصص لتخرجه. ومنذ هذا الحين، ظل يضيف AED 15 كل أسبوع بعد صرف شيك راتبه.

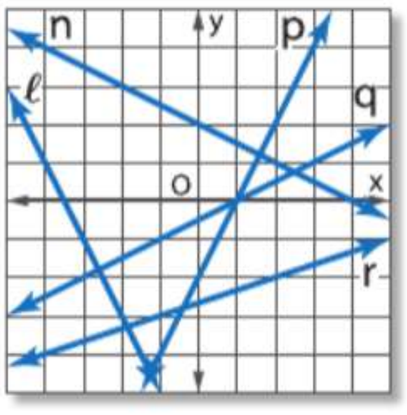
a. اكتب معادلة لتمثيل مدخراتيوسف y بعد عدد x أسابيع.

b. مثّل المعادلة بيانيًا.

c. كم من الوقت سيستغرقه يوسف لادخار AED 150؟

d. يكلف راديو الأقمار الصناعية AED 180. وخدمة القمر الصناعي تكلف AED 10 لكل شهر. إذا بدأ يوسف في الادخار منذ أسبوعين ، فكم من الوقت الإضافي سيستغرقه لادخار مال كاف؟ اشرح.

اذكر المستقيم (المستقيمات) على التمثيل البياني الموضح الذي يوافق كل وصف.



43. يوازي المستقيم $y = 2x - 3$

44. عمودي على المستقيم $y = \frac{1}{2}x + 7$

45. متقاطع مع ولكن ليس عموديًا على المستقيم $y = \frac{1}{2}x - 5$

حدد ما إذا كانت المستقيمات *متوازية*، أو *متعامدة*، أو *ليست أيًا منهما*.

46. $y = 2x + 4$. $y = 2x - 10$

47. $y = -\frac{1}{2}x - 12$. $y = 2x + 7$

48. $y - 4 = 3(x + 5)$. $y + 3 = -\frac{1}{3}(x + 1)$

49. $y - 3 = 6(x + 2)$. $y + 3 = -\frac{1}{3}(x - 4)$

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

50. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لمستقيم يمر بالنقطة (4, 2) ويوازي مع المستقيم $y - 2 = 3(x + 7)$.

51 اكتب معادلة لمستقيم يمر بالنقطة (−8, 12) عمودي على المستقيم المار بالنقطتين (−7, 2) و (3, 2).

52. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لمستقيم مار بالنقطة (5, 3) ويوازي مع المستقيم $y + 11 = \frac{1}{2}(4x + 6)$.

53. **صناعة الفخار** يقدم مركز اجتماعي فصولاً لتعليم صناعة الفخار .ويغطي رسم الاشتراك بقيمة AED 40 اللوازم والخامات، بما فيها كيس واحد من الطين. وتكلف أكياس الطين الإضافية مبلغ AED 15 لكل كيس. فاكتب معادلة لتمثيل تكلفة الفصل وعدد x من أكياس الطين.

54. **التمثيلات المتعددة** في الجبر 1، تعلمت أن حل نظام من معادلتين خطيتين يتمثل في زوج مرتب يعتبر حلاً لكلتا المعادلتين. لاحظ المستقيمات q و r و s و t مع مراعاة المعادلات المعطاة.

المستقيم q: $y = 3x + 2$ المستقيم r: $y = 0.5x - 3$ المستقيم s: $2y = x - 6$

المستقيم t: $y = 3x - 3$

a. التمثيل الجدولي ارسم جدول قيم لكل معادلة لـ $x = -3$ و -2 و -1 و 0 و 1 و 2 و 3. أي أزواج من المستقيمات يبدو أنه يمثل نظام معادلات له حل واحد؟
ليس له حل؟ له حلول كثيرة بقدر لا محدود؟ استخدم جداولك لتشرح استنتاجك.

b. التمثيل البياني مثّل بيانيًا المعادلات على المستوى الإحداثي نفسه. صف العلاقة الهندسية بين كل زوج من المستقيمات، بما فيها نقاط التقاطع.

c. التمثيل التحليلي كيف أمكنك تحديد إجاباتك عن الجزء *a* بمجرد استخدام معادلات المستقيمات؟

d. التمثيل اللفظي اشرح كيفية تحديد ما إذا كان نظام معطى لمعادلتين خطيتين لهما حل واحد، أو ليس لهما حل، أو لهما حلول كثيرة بقدر لا محدود باستخدام جدول، أو تمثيل بياني، أو معادلات للمستقيمات.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

55. **التحدي** جـــد قيمة n بحيث يكون المستقيم العمودي على المستقيم ذي المعادلة $-2y + 4 = 6x + 8$ مارًا بالنقطتين $(n, -4)$ و $(2, -8)$.

56. **التبرير** حدد ما إذا كانت النقاط (2, −2) و (2, 5) و (6, 8) تقع على مستقيم واحد أم لا. برر إجابتك.

57. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب معادلات لزوجين مختلفين من المستقيمات المتعامدة التي تتقاطع عند النقطة $(-3, -7)$.

58. **التفكير النقدي** كتبت أماني وميساء معادلة لمستقيم ذي ميل بقيمة −5 ويمر بالنقطة (−2, 4). هل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

أماني

$y - 4 = -5(x - (-2))$
$y - 4 = -5(x + 2)$
$y - 4 = -5x - 10$
$y = -5x - 6$

ميساء

$y - 4 = -5(x - (-2))$
$y - 4 = -5(x + 2)$

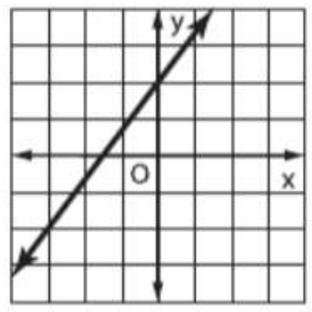
59. **الكتابة في الرياضيات** متى يكون من الأسهل استخدام صيغة النقطة والميل لكتابة معادلة لمستقيم ومتى يكون من الأسهل استخدام صيغة الميل والمقطع؟

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

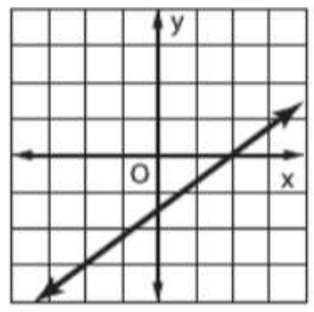
تدريب على الاختبارات المعيارية

60. أي تمثيل بياني هو أفضل تمثيل للمستقيم المار بالنقطة $(-2, -3)$؟

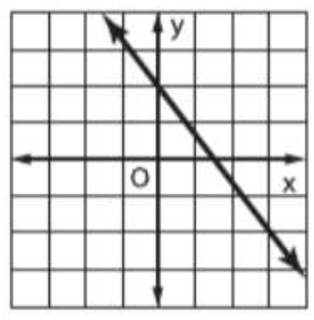
A



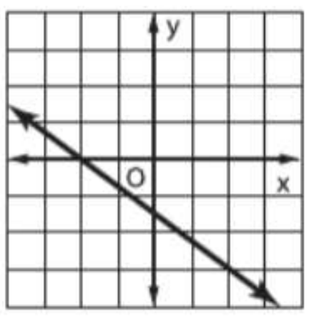
C



B



D



61. أي معادلة تصف المستقيم الذي يمر بالنقطة $(-2, 1)$ وعمودي على المستقيم $y = \frac{1}{3}x + 5$؟

F $y = 3x + 7$

H $y = -3x - 5$

G $y = \frac{1}{3}x + 7$

J $y = -\frac{1}{3}x - 5$

62. إجابة شبكية في إحدى الكليات، يمتلك 80% من الطلاب هواتف خلوية. ومن بين الطلاب الذين يمتلكون هواتف خلوية، يمتلك 70% منهم أجهزة كمبيوتر. فما نسبة الطلاب في الكلية الذين يمتلكون هاتفًا خلويًا وجهاز كمبيوتر على حدٍّ سواء؟

63. SAT/ACT أي تعبير متساوٍ مع $4(x - 6) - \frac{1}{2}(x^2 + 8)$؟

A $4x^2 + 4x - 28$

D $3x - 20$

B $-\frac{1}{2}x^2 + 4x - 20$

E $-\frac{1}{2}x^2 + 4x - 28$

C $-\frac{1}{2}x^2 + 6x - 24$

مراجعة شاملة

حدد ميل المستقيم الذي يمر بالنقاط التالية.

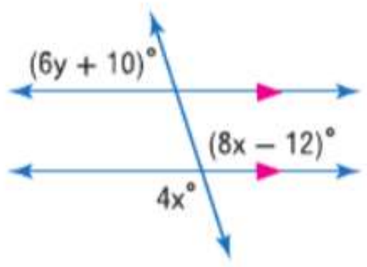
64. $J(4, 3)$, $K(5, -2)$

65. $X(0, 2)$, $Y(-3, -4)$

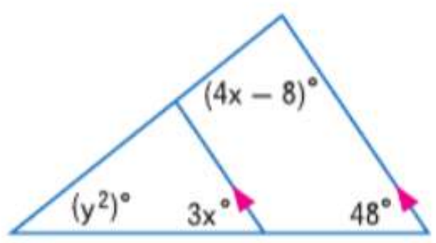
66. $A(2, 5)$, $B(5, 1)$

جـــد x و y في كل شكل.

67.



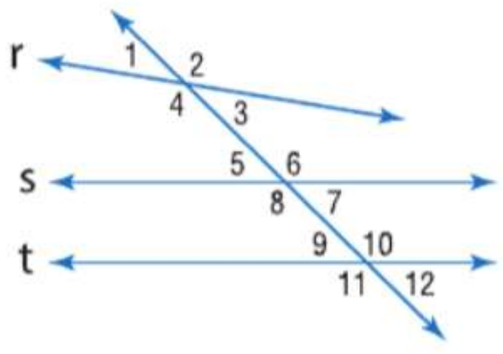
68.



69. القيادة يقع منزل وفاء في منتصف المسافة بين محطة الغاز "نيومان" ومحطة الغاز" أو راما ."وتقع محطة الغاز"نيومان" على بعد ربع كيلو متر من منزل وفاء. فكم تبعد محطة الغاز"أو راما " عن منزل وفاء؟ وكم تبعد محطتا الغاز عن بعضهما؟

مراجعة المهارات

حدد العلاقة بين كل زوج من الزوايا.



70. $\angle 12$ و $\angle 1$

71. $\angle 10$ و $\angle 7$

72. $\angle 8$ و $\angle 4$

73. $\angle 11$ و $\angle 2$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مختبر الهندسة

معادلات المُنصِّفات العمودية

يمكنك تطبيق ما تعلمته عن الميل ومعادلات المستقيمات على الأشكال الهندسية على أحد المستويات.

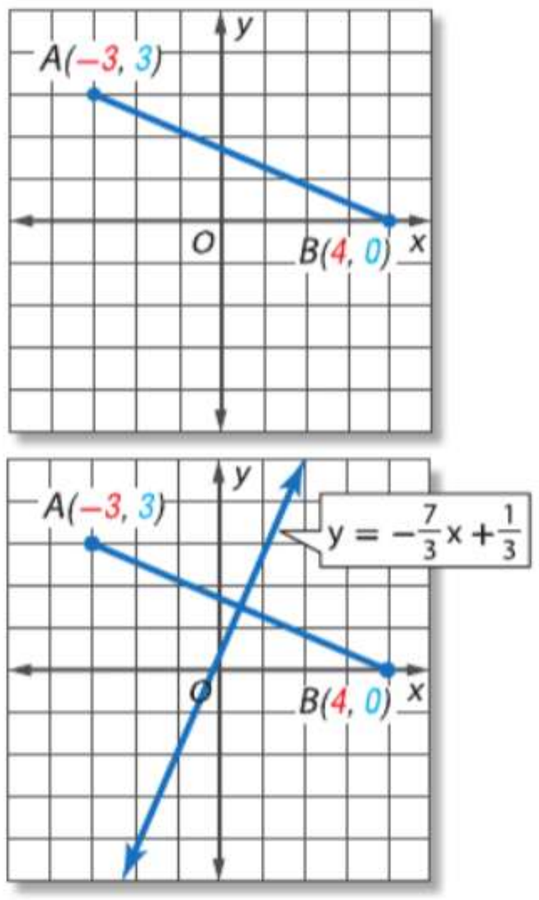
النشاط

جـــد معادلة مستقيم يكون المنصف العمودي على القطعة المستقيمة AB ذات النقطتين الطرفيتين $A(-3, 3)$ و $B(4, 0)$.

الخطوة 1 منصف قطعة مستقيمة يحتوي على نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة. استخدم قانون نقطة المنتصف لإيجاد نقطة المنتصف M في $\overline{AB}$.

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = M\left(\frac{-3 + 4}{2}, \frac{3 + 0}{2}\right)$$

$$= M\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$$



الخطوة 2 منصف عمودي متعامد على القطعة المستقيمة بنقطة المنتصف. ومن أجل إيجاد ميل المنصف، جـــد أولاً ميل $\overline{AB}$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$ قانون الميل

$$= \frac{0 - 3}{4 - (-3)}$$ $x_1 = -3, x_2 = 4, y_1 = 3, y_2 = 0$

$$= -\frac{3}{7}$$ بسط.

الخطوة 3 الآن، استخدم صيغة النقطة والميل لكتابة معادلة المستقيم. ميل المنصف هو $\frac{7}{3}$ حيث إن $-\frac{3}{7}\left(\frac{7}{3}\right) = -1$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$ صيغة النقطة والميل

$$y - \frac{3}{2} = \frac{7}{3}\left(x - \frac{1}{2}\right)$$ $= m = \frac{7}{3}, \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right) = (x_1, y_1)$

$$y - \frac{3}{2} = \frac{7}{3}x - \frac{7}{6}$$ خاصية التوزيع

$$y = \frac{7}{3}x + \frac{1}{3}$$ اجمع $\frac{3}{2}$ على كل طرف.

تمارين

جـــد معادلة مستقيم يكون المنصف العمودي $\overline{PQ}$ بالنسبة للنقاط الطرفية المعطاة.

1. $P(5, 2), Q(7, 4)$
2. $P(-3, 9), Q(-1, 5)$
3. $P(-6, -1), Q(8, 7)$
4. $P(-2, 1), Q(0, -3)$
5. $P(0, 1.6), Q(0.5, 2.1)$
6. $P(-7, 3), Q(5, 3)$
7. **تحدٍّ** جـــد معادلات المستقيمات التي تحتوي على أضلاع $\triangle XYZ$ و الرؤوس $X(-2, 0)$و $Y(1, 3)$ و $Z(3, -1)$.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

12-5 إثبات توازي المستقيمات

.. السابق

- استخدمت الميول لتحديد المستقيمات المتوازية والمتعامدة.

.. الحالي

1 التعرف على أزواج الزوايا التي تتكوّن مع المستقيمات المتوازية.

2 إثبات أن مستقيمين متوازيان.

.. لماذا؟

- عندما ترى قضبان لعبة الأفعوانية، تلاحظ أن طرفي القضبان دائما على نفس المسافة. وهذا بالرغم من أن القضبان تنحرف وتنعطف. فالقضبان مبنية بعناية لتكون متوازية على كل النقاط بحيث تكون العربة ثابتة على القضبان.

ممارسات في الرياضيات

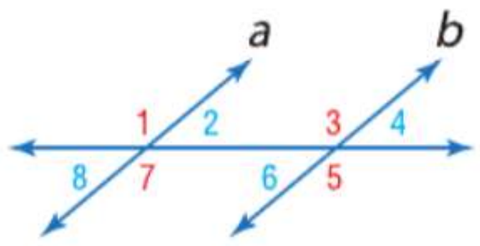
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 تحديد المستقيمات المتوازية طرفا قضبان لعبة الأفعوانية متوازيان. وكل الدعامات على طول القضبان هي أيضا متوازية. وكل زاوية من الزوايا المتشكلة بين القضبان والدعامات هي زاوية متناظرة. وقد عرفنا أن الزوايا المتناظرة تكون متطابقة عندما تكون المستقيمات متوازية. ومعكوس هذه العلاقة صحيح أيضا.

المسلمة 12.4 مسلمة معكوس الزوايا المتناظرة

إذا قُطع مستقيمان بواسطة قاطع بحيث تكون الزوايا المتناظرة متطابقة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.

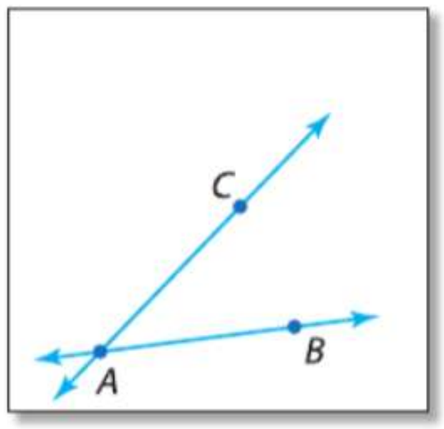


أمثلة إذا كان $\angle 3 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 2$ و $\angle 7 \cong \angle 5$ و $\angle 8 \cong \angle 6$. فإن $a \parallel b$.

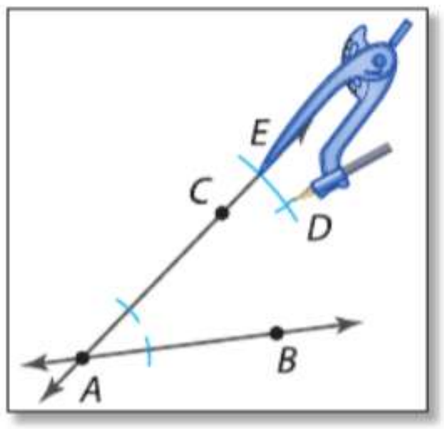
معكوس مسلمة الزوايا المتناظرة يمكن استخدامها لإنشاء مستقيمات متوازية.

الإنشاء مستقيم متوازٍ عن طريق نقطة ليست موجودة على المستقيم

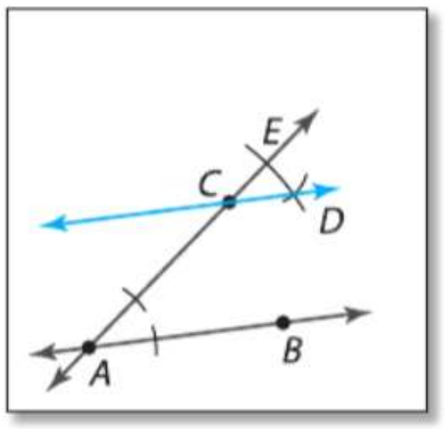
الخطوة 1 استخدم مسطرة تقويم لرسم $\overleftrightarrow{AB}$. وارسم النقطة C بحيث لا تكون على $\overleftrightarrow{AB}$ وارسم $\overleftrightarrow{CA}$.



الخطوة 2 انسخ $\angle CAB$ بحيث تكون C هي رأس الزاوية الجديدة. وسمِّ نقاط التقاطع بالحرفين D و E.



الخطوة 3 ارسم CD. ولأن $\angle ECD \cong \angle CAB$ حسب معطيات الشكل وهما زاويتان متناظرتان، فإن $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$.



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

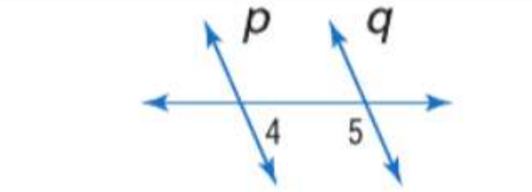
يثبت الشكل أن هناك مستقيم واحد *على الأقل* يمر بالنقطة C ومتوازٍ مع $\overleftrightarrow{AB}$. وتؤكد المسلمة التالية أن هذا المستقيم هو المستقيم *الوحيد*.

نصيحة دراسية

مسلمات إقليدس أدرك إقليدس، أبو الهندسة الحديثة، (حوالي 300 ق.م.) أنه لا يلزم سوى القليل من المسلمات لإثبات النظريات في أيامه. والمسلمة 12.5 هي إحدى مسلمات إقليدس الأصلية الخمسة.

المسلمة 12.5 مسلمة المتوازيات

لديك مستقيم ونقطة ليست على هذا المستقيم. إذًا هناك بالضبط مستقيم واحد يمر بالنقطة وموازٍ للمستقيم المعطى.

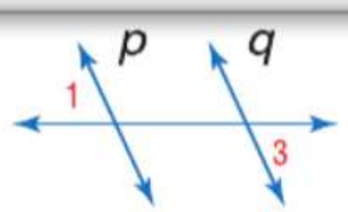


المستقيمان المتوازيان اللذان يقطعهما قاطع يشكلان أزواجا متعددة من الزوايا المتطابقة. ويمكن استخدام هذه الزوايا الخاصة أيضا من أجل إثبات أن زوجا من المستقيمات متوازٍ.

نظريات إثبات توازي المستقيمات

12.5 معكوس الزوايا الخارجية المتبادلة

إذا قُطع مستقيمان على مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون زوج من الزوايا المتبادلة الخارجية متطابقًا، فإن المستقيمين متوازيان.



إذا كان $\angle 3 \cong \angle 1$، فإن $p \parallel q$.

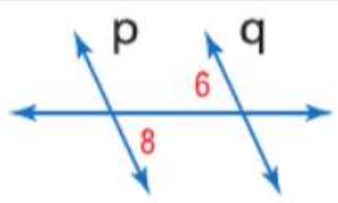
12.6 معكوس الزوايا الداخلية المتتالية

إذا قُطع مستقيمان على مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون زوج من الزوايا الداخلية المتتالية متكاملاً، فإن المستقيمين متوازيان.

إذا كان $m\angle 4 + m\angle 5 = 180$، فإن $p \parallel q$.

12.7 معكوس الزوايا الداخلية المتبادلة

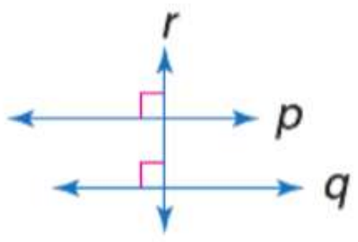
إذا قُطع مستقيمان في مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون زوج من الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقًا، فإن المستقيمين متوازيان.



إذا كان $\angle 8 \cong \angle 6$، فإن $p \parallel q$.

12.8 معكوس القاطع العمودي

في مستوى، إذا كان مستقيمان عموديين على المستقيم نفسه، فإنهما متوازيان.

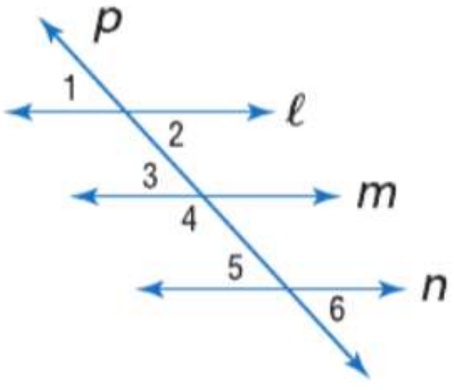


إذا كان $p \perp r$ و $q \perp r$، فإن $p \parallel q$.

ستثبت النظريات 12.5 و 12.6 و 12.7 و 12.8 في التمارين 6 و 23 و 31 و 30 على الترتيب.

مثال 1 تحديد المستقيمات المتوازية

بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وُجدت، متوازية. اذكر المسلّمة أو النظرية التي تعلل إجابتك.



a. $\angle 1 \cong \angle 6$

$\angle 1$ و $\angle 6$ هما زاويتان خارجيتان متبادلتان على المستقيمين ℓ .

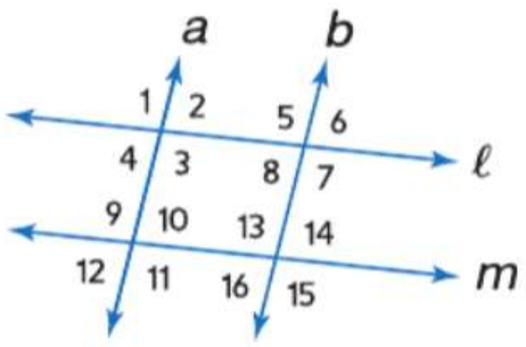
بما أن $\angle 6 \cong \angle 1$، فإن $\ell \parallel n$ بناءً على معكوس نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة.

b. $\angle 2 \cong \angle 3$

$\angle 2$ و $\angle 3$ هما زاويتان داخليتان متبادلتان على المستقيمين ℓ و m.

بما أن $\angle 3 \cong \angle 2$، فإن $\ell \parallel m$ بناءً على معكوس نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة



تمرين موجّه

1A. $\angle 2 \cong \angle 8$

1B. $\angle 3 \cong \angle 11$

1C. $\angle 12 \cong \angle 14$

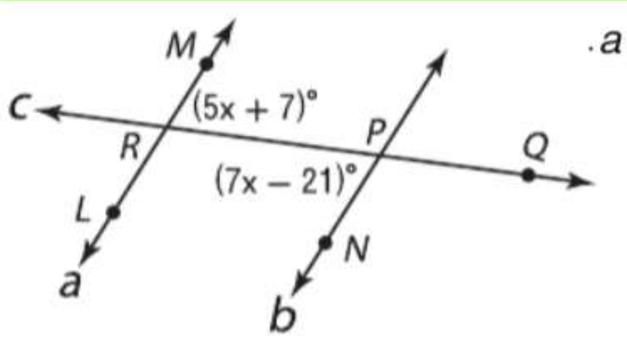
1D. $\angle 1 \cong \angle 15$

1E. $m\angle 8 + m\angle 13 = 180$

1F. $\angle 8 \cong \angle 6$

يمكن استخدام علاقات الزوايا من أجل حل المسائل التي تشمل قيما مجهولة.

مثال 2 على الاختبار المعياري استخدام علاقات الزوايا



مسألة غير محددة الإجابة جـــد $m\angle MRQ$ بحيث يكون $a \parallel b$. اكتب الحل هنا.

قراءة فقرة الاختبار

من الشكل، تعرف أن $m\angle MRQ = 5x + 7$ وأن $m\angle RPN = 7x - 21$. والمطلوب منك هو إيجاد قياس $\angle MRQ$.

حل فقرة الاختبار

$\angle MRQ$ و $\angle RPN$ هما زاويتان داخليتان متبادلتان. وليكون المستقيمان a متوازيين، ينبغي أن تكون الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة. لذا $\angle MRQ \cong \angle RPN$. وبحسب تعريف التطابق، فإن $m\angle MRQ = m\angle RPN$. أدرج قياسات الزوايا المعطاة في هذه المعادلة وجـــد قيمة x.

$m\angle MRQ = m\angle RPN$ الزوايا الداخلية المتبادلة

$5x + 7 = 7x - 21$ التعويض

$7 = 2x - 21$ اطرح $5x$ من كل طرف.

$28 = 2x$ اجمع 12 على كل طرف

$14 = x$ اقسم كل طرف على 2.

والآن، استخدم قيمة x لإيجاد $\angle MRQ$.

$m\angle MRQ = 5x + 7$ التعويض

$= 5(14) + 7$ $x = 14$

$= 77$ بسط.

التحقق راجع إجابتك باستخدام قيمة x لإيجاد $m\angle RPN$.

$m\angle RPN = 7x - 21$

$= 7(14) - 21 = 77$ ✔

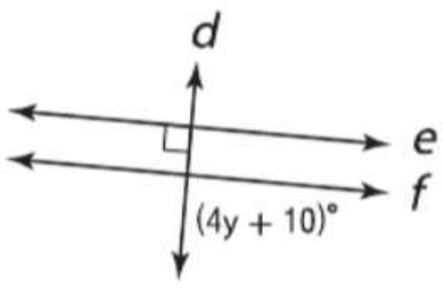
بما أن $m\angle MRQ = m\angle RPN$ و $a \parallel b$، $\angle MRQ \cong \angle RPN$. ✔

نصيحة دراسية

إيجاد ما هو مطلوب

تأكد من إعادة قراءة أسئلة الاختبار بعناية لتتأكد من إجابتك على السؤال المطروح. وفي المثال 2، قد يكون من الأخطاء الشائعة التوقف بعد أن وجدت قيمة x والقول بأن حل المسألة هو 14.

تمرين موجّه



2. جـــد y بحيث يكون $e \parallel f$. اكتب الحل هنا.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

نصيحة دراسية

إثبات توازي المستقيمات عندما يقطع مستقيمان متوازيان بواسطة قاطع، فأزواج الزوايا المتكونة هي إما متطابقة أو متكاملة. وعندما يكون زوج من المستقيمات زوايا لا تفي بهذا المعيار، فليس من المحتمل أن تكون المستقيمات متوازية.

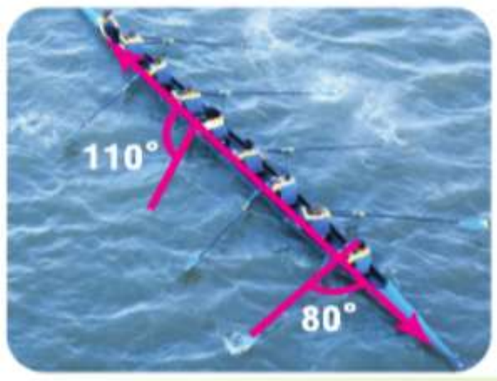
2 إثبات توازي المستقيمات يمكن استخدام علاقات أزواج الزوايا المتكونة بواسطة قاطع لإثبات أن مستقيمين متوازيان.

مثال 3 من الحياة اليومية إثبات توازي المستقيمات

الأثاث المنزلي في السلم الموضح، كل درجة عمودية على قضيبي الدرابزين. فهل من الممكن إثبات أن قضيبي الدرابزين متوازيان وأن كل الدرجات متوازية؟ وإذا كان الأمر كذلك، فاشرح الكيفية. وإن لم يكن، فاشرح السبب في هذا.

بما أن كلا قضيبي الدرابزين عمودي على كل درجة، فإن القضيبين متوازيان استنادًا إلى معكوس نظرية القاطع العمودي.
وبما أن أي زوج من الدرجات عمودي على قضيبي الدرابزين، فإنهما متوازيتان أيضا.

تمرين موجّه

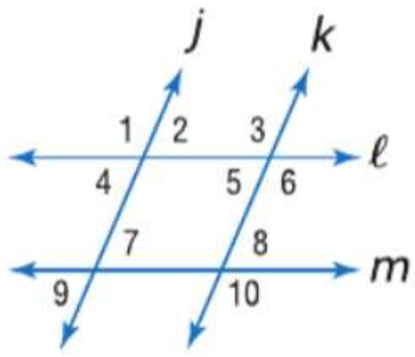


3. **التجديف** من أجل الحركة في خط مستقيم بفعالية قصوى، ينبغي أن تكون مجاديف المُجدِّفين متوازية .ارجع إلى الصورة على اليسار. هل من الممكن إثبات أن أيًّا من المجاديف متوازٍ؟ إذا كان الأمر كذلك، فاشرح الكيفية .و إن لم يكن، فاشرح السبب في هذا.

التحقق من فهمك

مثال 1

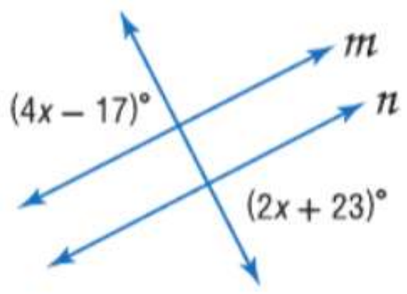
بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وُجدت، متوازية. اذكر المسلمة أو النظرية التي تعلل إجابتك.



1. $\angle 6 \cong \angle 10$
2. $\angle 4 \cong \angle 7$
3. $\angle 1 \cong \angle 6$
4. $m\angle 2 + m\angle 3 = 180$

مثال 2

5. **إجابة مختصرة** جـــد x بحيث يكون $m \parallel n$.
اكتب الحل هنا.



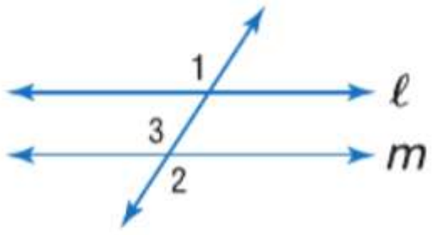
مثال 3

6. **الإثبات** انسخ وأكمل إثبات النظرية 12.5.

المعطيات: $\angle 2 \cong \angle 1$

المطلوب: $m \parallel \ell$

البرهان:



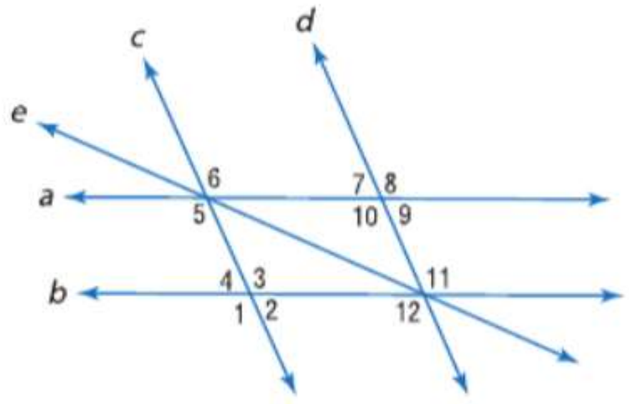
العبارات	المبررات
a. $\angle 1 \cong \angle 2$	a. المعطيات
b. $\angle 2 \cong \angle 3$	b. _____؟
c. $\angle 1 \cong \angle 3$	c. خاصية التعدي
d. _____؟	d. _____؟

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

7. **الإنشاء** هل من الممكن إثبات أن المقاعد على طاولة الرحلات هذه موازية لبعضها البعض؟ فإذا كان الأمر كذلك، فاشرح. وإن لم يكن، فاشرح لم لا.

التمرين وحل المسائل

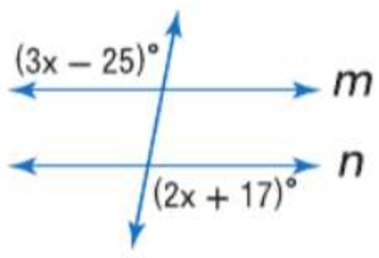
مثال 1 **بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وجدت، متوازية. اذكر المسلمة أو النظرية التي تعلل إجابتك.**



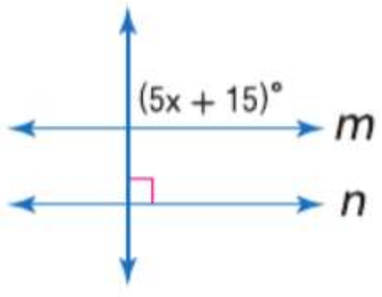
8. $\angle 8 \cong \angle 11$
9. $\angle 8 \cong \angle 12$
10. $\angle 3 \cong \angle 5$
11. $m\angle 2 + m\angle 12 = 180$
12. $m\angle 4 + m\angle 5 = 180$
13. $\angle 6 \cong \angle 10$
14. $\angle 1 \cong \angle 9$
15. $\angle 6 \cong \angle 8$

مثال 2 **جـــد x بحيث يكون $n \parallel m$. حدد المسلمة أو النظرية التي استخدمتها.**

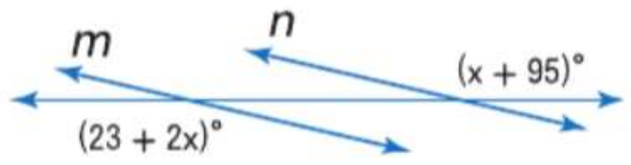
16.



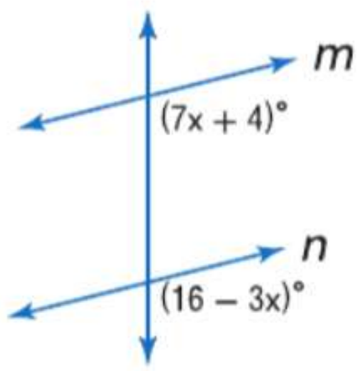
17.



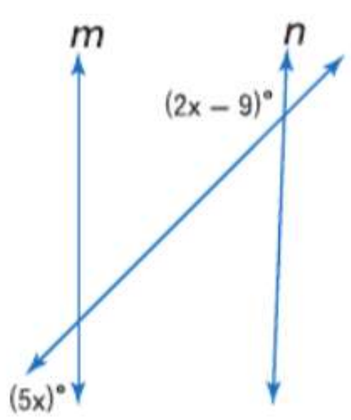
18.



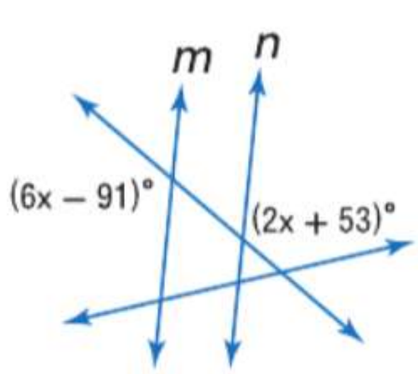
19



20.



21.



22. **إطارات خشبية** غالبًا ما يتم تصنيع إطارات الأبواب الخشبية باستخدام صندوق أو منشار مخصص لعمل أسطح مشطوبة زاويّة. وهاتان الأداتان تسمحان لك بالقطع بزاوية ذات قياس محدد. فإذا كانت كل قطعة من القطع الثلاث من مواد التأطير قد قُطعت بزاوية بقياس 45°، فهل سيكون جانبا إطار الباب متوازيين؟ اشرح استنتاجك.

مثال 3

23. **الإثبات** انسخ وأكمل إثبات النظرية 12.6.

المعطيات: $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان.

المطلوب: $\ell \parallel m$

البرهان:

العبارات	المبررات
a. _____؟	a. المعطيات
b. $\angle 2$ و $\angle 3$ يكوّنان زوجا خطيًا.	b. _____؟
c. _____؟	c. _____؟
d. $\angle 1 \cong \angle 3$	d. _____؟
e. $\ell \parallel m$	e. _____؟

McGraw-Hill Education مؤسسة حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح

24. تصنع هالة إطارًا لملصقها المفضل. فاشترت طقم إطار مقطعي. وبينما تجمع الإطار، لاحظت أن الأركان مقطوعة بزوايا قياسها 45°. فكيف ستعرف أن الأركان هي زوايا قائمة وأن كل زوج من الأضلاع المتقابلة متوازٍ؟

الإثبات اكتب إثباتًا من عمودين لكلٍّ مما يلي.

25. **المعطيات:** $\angle 1 \cong \angle 3$

$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

المطلوب: $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$

26. **المعطيات:** $\overline{WY} \parallel \overline{XZ}$

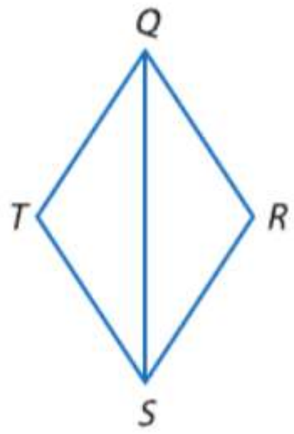
$\angle 2 \cong \angle 4$

المطلوب: $\overline{WX} \parallel \overline{YZ}$

27. **المعطيات:** $\angle TQR \cong \angle TSR$

$m\angle R + m\angle TSR = 180$

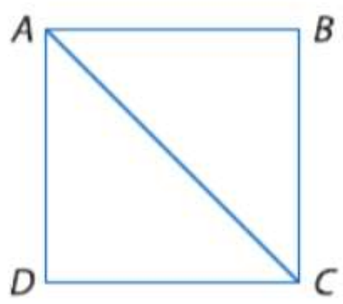
المطلوب: $\overline{QT} \parallel \overline{RS}$



28. **المعطيات:** $\angle DAB \cong \angle DCB$

$\overline{AD} \perp \overline{AB}$

المطلوب: $\overline{DC} \perp \overline{BC}$



29. **التخزين** القطع الصغيرة غالبًا ما تحفظ في أدراج لجعل العثور على المقاس الصحيح أسهل. وفي صندوق التخزين المبين، إطار كل درج عمودي على كل ضلع من الأضلاع. فما الذي يمكنك استنتاجه بشأن الأدراج؟ اشرح استنتاجك.

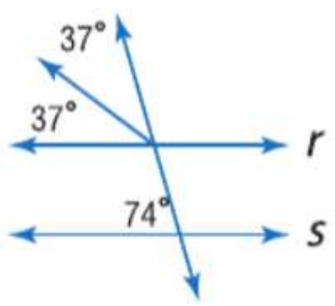
30. **الإثبات** اكتب فقرة إثبات للنظرية 12.8.

31. **إثبات** اكتب إثباتًا من عمودين للنظرية 12.7.

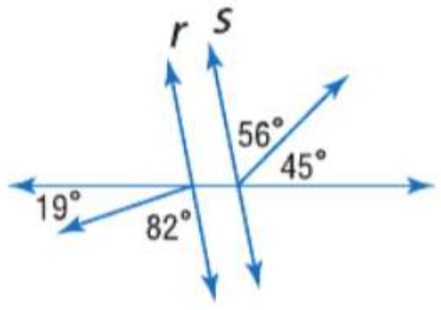
32. **درجات السلم** بناءً على المعلومات المعطاة في صورة السلم على اليسار. ما العلاقة بين كل درجة؟ اشرح استنتاجك.

حدد ما إذا كان المستقيمان r متوازيين. علل إجابتك.

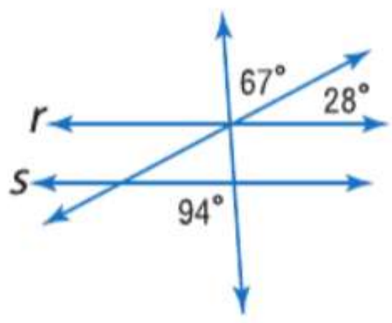
33.



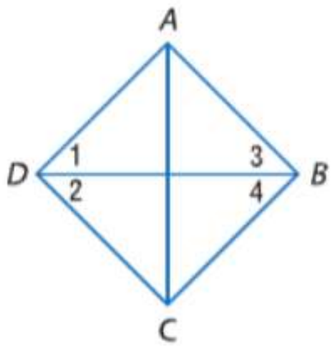
34.



35.



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة



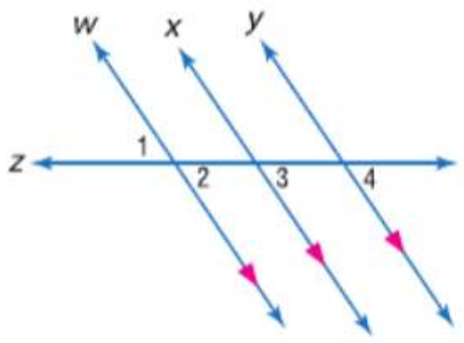
36. **تحليل الخطأ** منال ومها أخبرتا أنه في الشكل على اليسار $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$.
ومنال تقول إن هذا لا يصح إلا في حالة $\angle 4 \cong \angle 1$. ومها تختلف معها وتقول إن هذا لا يكون صحيحا إلا في حالة $\angle 3 \cong \angle 2$. فهل أيٌّ منهما على صواب؟ اشرح.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

37. **تحدٍّ** المسافة من مستقيم إلى نقطة هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم البادئ من هذه النقطة. المسافة بين مستقيمين متوازيين هي المسافة بين أي نقطة على أحد المستقيمين والمستقيم الآخر. فجـــد المسافة بين المستقيمين $y = 2x + 5$ و $y = 2x - 1$. إرشاد: استخدم قانون المسافة.

38. **التبرير** هل النظرية 12.8 لا تزال صحيحة إذا كان المستقيمان ليسا متحدي المستوى؟ ارسم الشكل لتبرير إجابتك.

39. **تحدٍّ** استخدم الشكل على اليسار لإثبات أن المستقيمين الموازيين لمستقيم ثالث موازيان لبعضهما البعض.



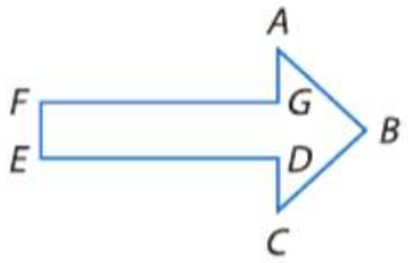
40. انسخ الشكل على اليسار إلى ورقتك.

a. ارسم مستقيما متوازيًا مع $\overline{FG}$ بالنقطة A.

b. استخدم القياس لتبرير أن المستقيم الذي رسمته متوازٍ مع $\overline{FG}$.

c. ارسم مستقيما متوازيًا مع $\overline{FG}$ بالنقطة C.

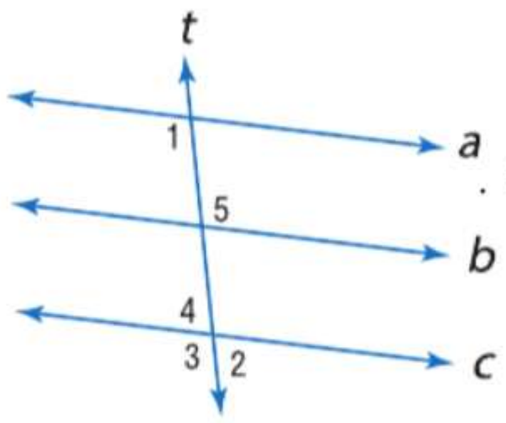
d. خمن فرضية بشأن العلاقة بين المستقيمين الذين رسمتهما. اشرح.



41. **تحدٍّ** ارجع إلى الشكل على اليسار.

a. إذا كان $m\angle 5 + m\angle 2 = 180$، فأثبت أن $b \parallel c$.

b. بافتراض أن $a \parallel b$، وإذا كان $m\angle 1 + m\angle 5 = 180$، فأثبت أن $t \perp b$.



42. **الكتابة في الرياضيات** لخص الطرق الخمس المستخدمة في هذا الدرس لإثبات أن المستقيمين متوازيان.

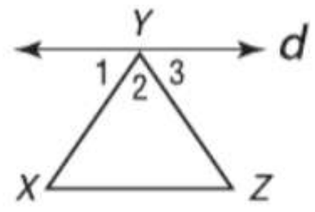
التبرير حدد ما إذا كانت العبارة صحيحة أحيانًا أم دائما أم مطلقًا. اشرح استنتاجك.

43. الزاويتان اللتان تشكلان زاوية مستقيمة مكافئتان ومتطابقتان .

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

تدريب على الاختبارات المعيارية

44. أيّ من الحقائق التالية ستكون كافية لإثبات أن المستقيم d متوازٍ مع $\overline{XZ}$؟

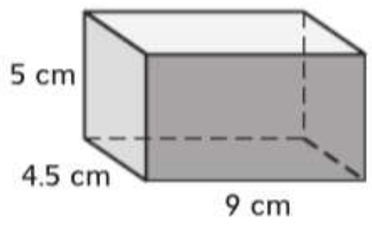


A $\angle 1 \cong \angle 3$
B $\angle 3 \cong \angle Z$
C $\angle 1 \cong \angle Z$
D $\angle 2 \cong \angle X$

45. الجبر التعبير $\sqrt{52} + \sqrt{117}$ متساوٍ مع

F 13
G $5\sqrt{13}$
H $6\sqrt{13}$
J $13\sqrt{13}$

46. ما مساحة السطح التقريبية للشكل؟



A 101.3 cm^2
B 108 cm^2
C 202.5 cm^2
D 216 cm^2

47. SAT/ACT إذا كان $y^2 = 9$ و $x^2 = 25^2$، فما هي أكبر قيمة محتملة لـ $(x - y)^2$؟

F 4
G 16
H 58
J 64
K 70

مراجعة شاملة

اكتب معادلة بصيغة والميل والمقطع للمستقيم الذي له الميل المعطى ونقطة تقاطعه مع المحور y.

48. m: 2.5, (0, 0.5)

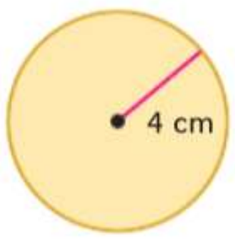
49. m: $\frac{4}{5}$, (0, −9)

50. m: $-\frac{7}{8}$, $\left(0, -\frac{5}{6}\right)$

51. رحلة على الطريق تقطع ميسون بسيارتها مسافة 600 km لزيارة شلالات نياجرا. وتمكنت من قطع أول 150 كيلومترًا من رحلتها في ساعتين. فإذا استمرت على هذا المعدل، فكم من الزمن ستستغرق لكي تقطع المسافة المتبقية؟

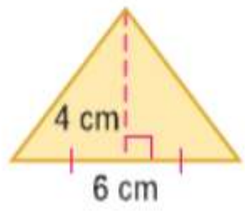
جـــد محيط ومساحة كل شكل .قرّب لأقرب جزء من عشرة.

52.



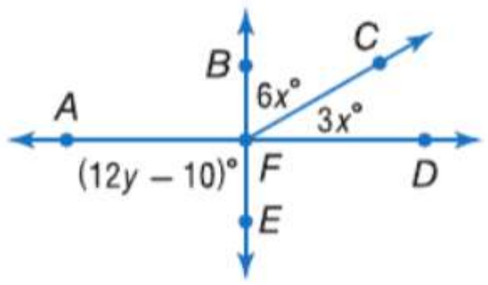
53.

54.



مراجعة المهارات

55. جـــد x بحيث يكون $\overline{BE}$ و $\overline{AD}$ متعامدين.



McGraw-Hill Education مؤسسة
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح

12-6 المتعامدات والمسافة

السابق

- أثبتت أن مستقيمين متوازيان باستخدام العلاقات بين الزوايا.

الحالي

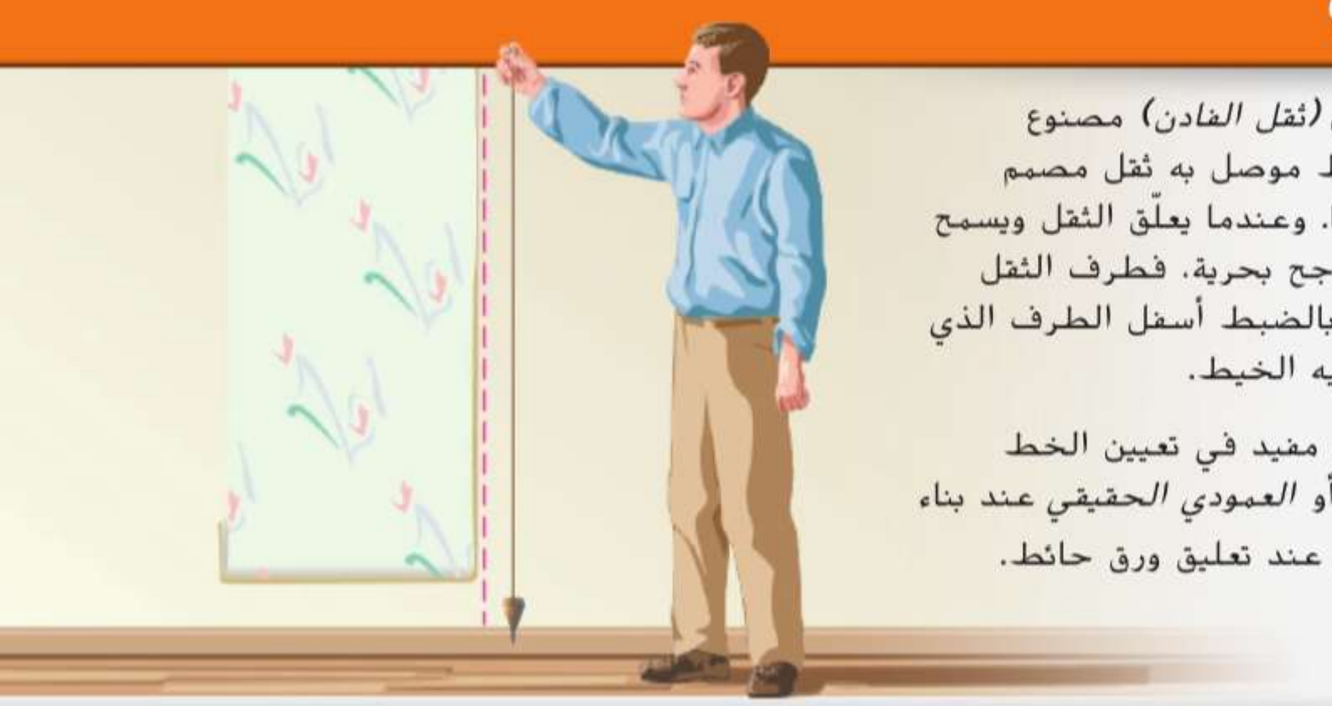
1 إيجاد المسافة بين نقطة ومستقيم.

2 إيجاد المسافة بين المستقيمات المتوازية.

لماذا؟

- الشاقول (*ثقل الفادن*) مصنوع من خيط موصل به ثقل مصمم خصيصا. وعندما يعلّق الثقل ويسمح له بالتأرجح بحرية، فطرف الثقل سيكون بالضبط أسفل الطرف الذي ثُبّت عليه الخيط.

الشاقول مفيد في تعيين الخط الرأسي أو *العمودي الحقيقي* عند بناء جدار أو عند تعليق ورق حائط.



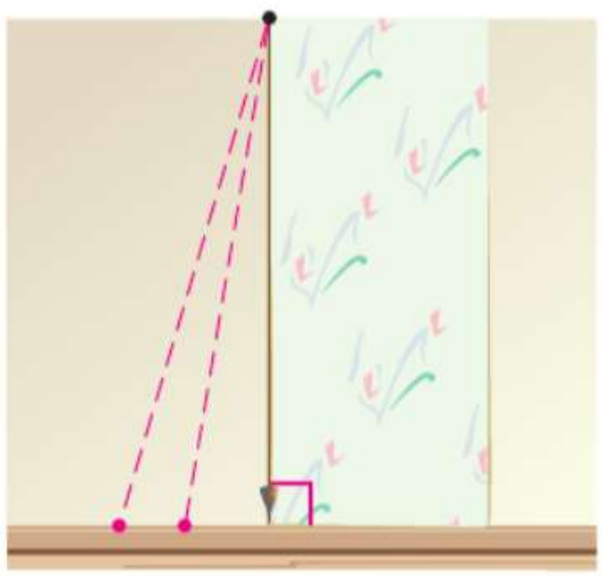
المفردات الجديدة

مسافة متساوية equidistant

ممارسات في الرياضيات

التفكير بطريقة تجريدية وكميّة.
استخدام نماذج الرياضيات.

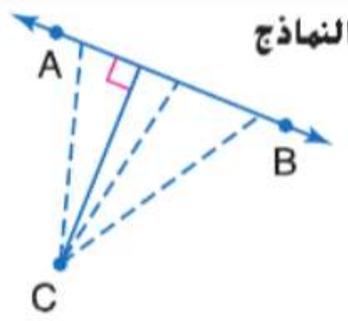
1 المسافة من نقطة إلى مستقيم يشير الشاقول كذلك إلى أقصر مسافة بين النقطة التي علّق عليها في السقف والأرض المستوية أسفلها. وهذه المسافة العمودية بين نقطة ومستقيم هي الأقصر في كل الحالات.



المفهوم الأساسي المسافة بين نقطة ومستقيم

الشرح المسافة بين مستقيم ونقطة ليست على هذا المستقيم هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من هذه النقطة.

استخدام النماذج

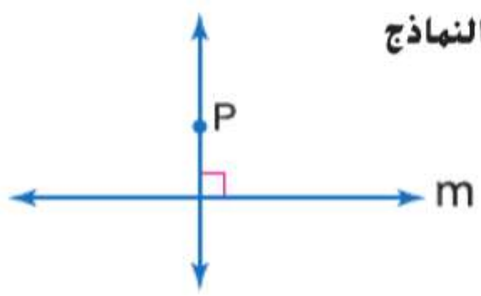


من خلال إنشاء مستقيم عمودي على مستقيم موجود بالفعل بنقطة ليست على المستقيم الموجود كما هو موضح، يتم إثبات أنه هناك *على الأقل* مستقيم واحد يمر بنقطة P وهو عمودي على مستقيم AB. والمسلمة التالية توضح أن هذا المستقيم هو المستقيم *الوحيد* المار بالنقطة P والعمودي على $\overleftrightarrow{AB}$.

المسلمة 12.6 مسلمة التعامد

الشرح إذا أعطيت مستقيما ونقطة ليست على هذا المستقيم، فإنه يوجد مستقيم واحد فقط يمر بالنقطة ويكون عموديًا على المستقيم المعطى.

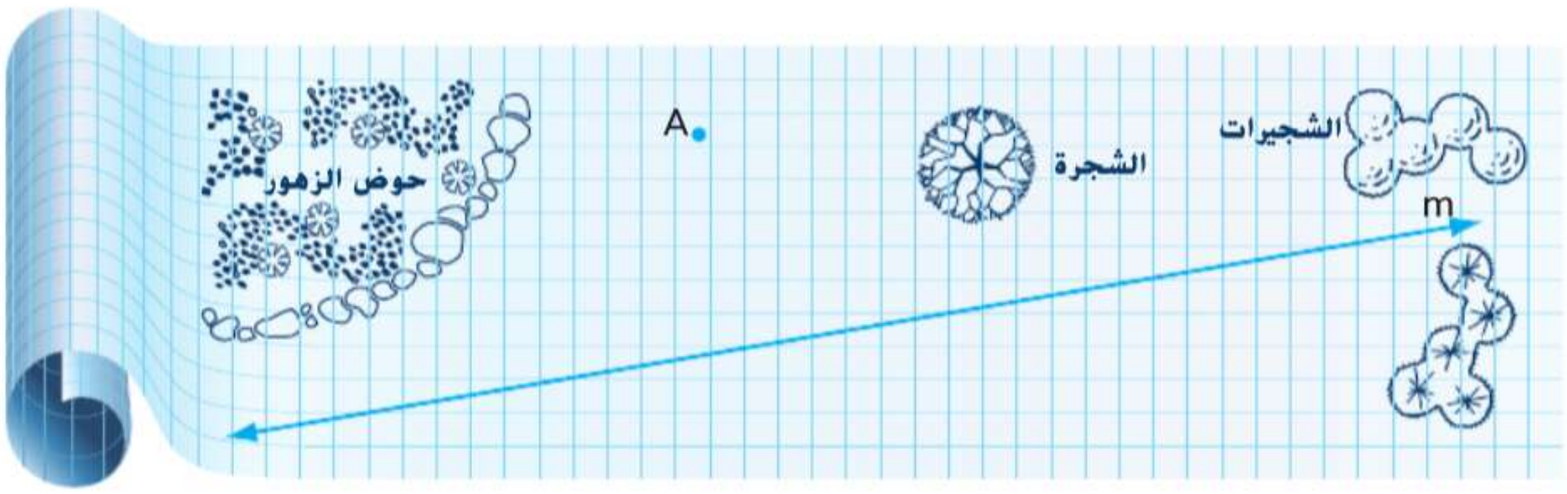
استخدام النماذج



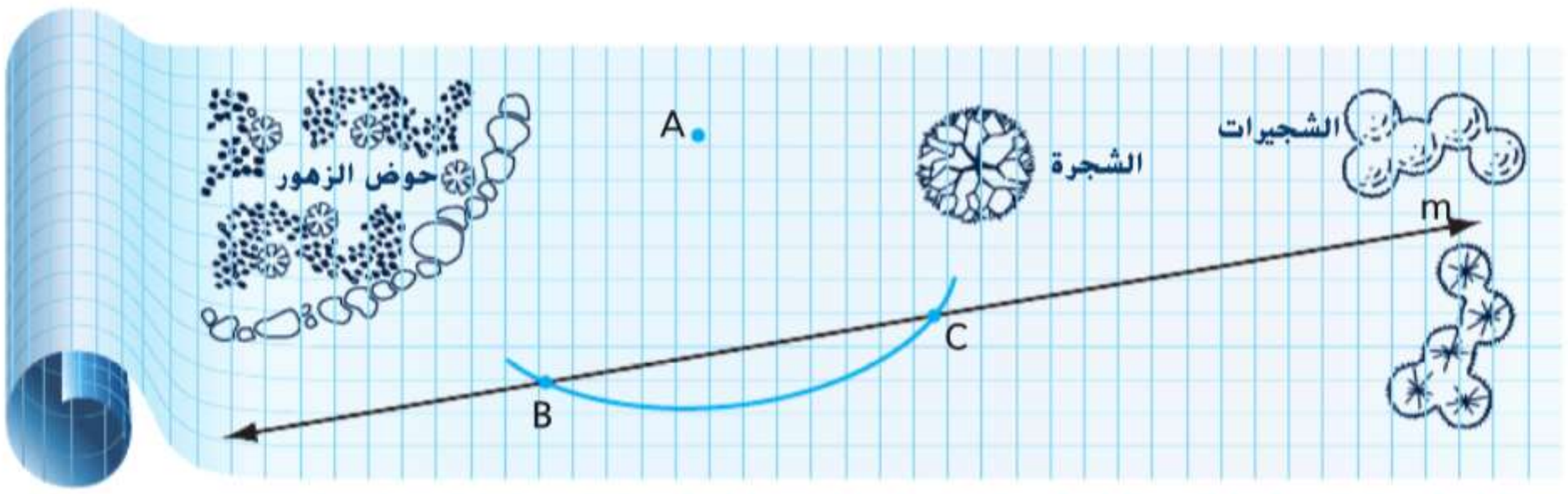
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 1 من الحياة اليومية إنشاء مسافة من نقطة إلى مستقيم

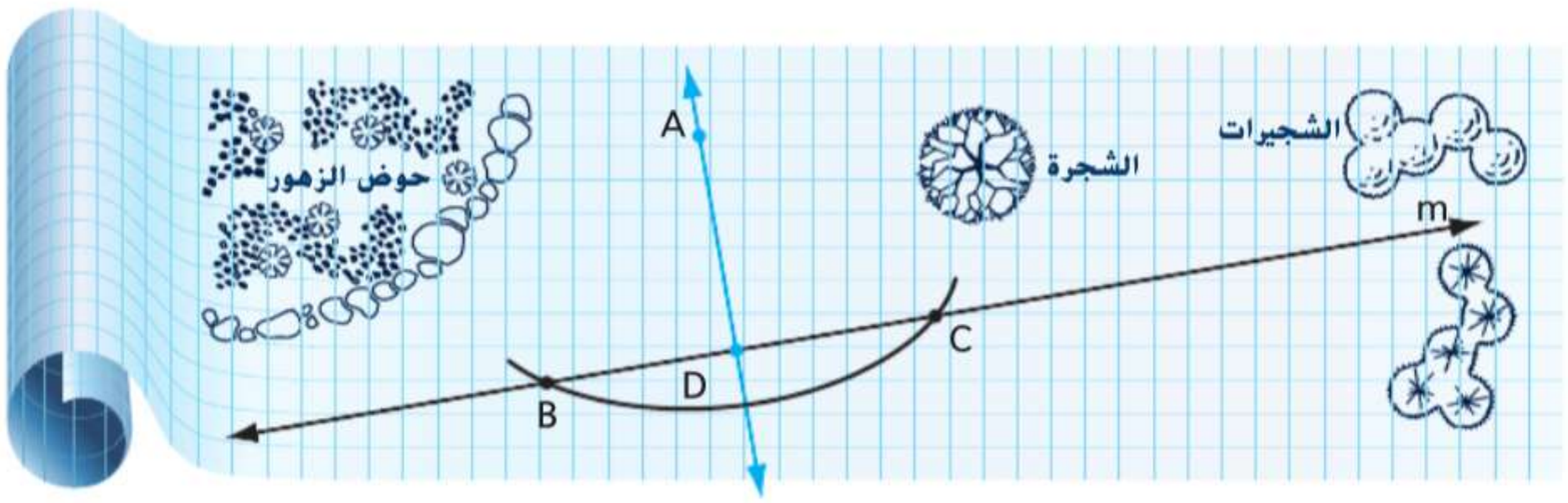
تنسيق الحدائق لاحظت مهندسة تنسيق حدائق أن أحد أجزاء قطعة بطول متر من المواسير لا يصرِّف المياه على نحو جيد. وترغب المهندسة في الاستفادة من ماسورة موجودة بالفعل تحت الأرض مُمثلة بالمستقيم m. فأنشئ وسمِّ القطعة المستقيمة ذات الطول الذي يمثل أقصر مقاس من المواسير ستحتاج المهندسة إلى وضعها لتوصيل ماسورة الصرف هذه إلى النقطة A.



المسافة من مستقيم إلى نقطة ليست على هذا المستقيم هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من هذه النقطة. حدد مكان النقطتين B و C على المستقيم m الواقعتين على مسافة واحدة من النقطة A.



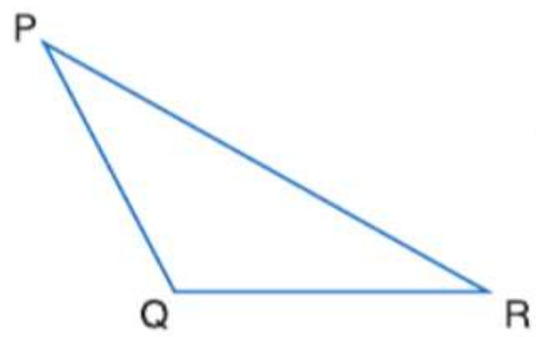
حدد مكان نقطة ثالثة على المستقيم m بحيث تكون واقعة على مسافة واحدة من النقطة B والنقطة C. سمِّ هذه النقطة D. ثم ارسم $\overleftrightarrow{AD}$ بحيث يكون $\overleftrightarrow{AD} \perp \overleftrightarrow{BC}$.



قياس $\overline{AD}$ يمثل أقصر مقاس من المواسير ستحتاج المهندسة لوضعه لتوصيل ماسورة الصرف إلى النقطة A.

تمرين موجّه

1. انسخ الشكل. ثم أنشئ وسمِّ القطعة المستقيمة التي تمثل المسافة من Q إلى $\overleftrightarrow{PR}$.



مهنة من الحياة اليومية

مهندس تنسيق الحدائق

يستمتع مهندسو تنسيق الحدائق بالعمل بأيديهم ويمتلكون مهارات تحليلية قوية. كما أن الرؤية الإبداعية والموهبة الفنية من الصفات المطلوبة في هذه المهنة. وفي المعتاد، يطلب من مهندسي تنسيق الحدائق الحصول على درجة البكالوريوس، ولكن قد تكون درجة الماجستير مطلوبة من أجل تخصصات مثل تصميم ملاعب الجولف.

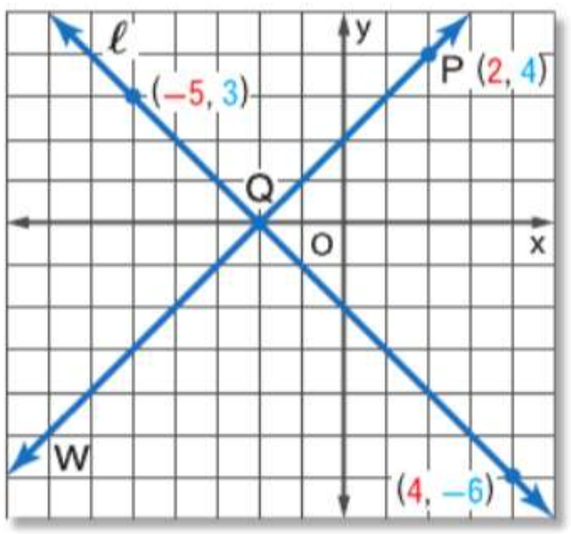
نصيحة دراسية

رسم أقصر مسافة يمكنك استخدام أدوات مثل زاوية قطعة ورق لمساعدتك على رسم قطعة مستقيمة عمودية من نقطة إلى مستقيم، ولكن لا يمكن استخدام سوى فرجار ومسطرة عدلة لإنشاء هذه القطعة المستقيمة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 2 المسافة من نقطة إلى مستقيم على المستوى الإحداثي

الهندسة الإحداثية المستقيم ℓ يمر بالنقطتين $(-5, 3)$ و $(4, -6)$. جـــد المسافة بين المستقيم ℓ والنقطة $P(2, 4)$.



الخطوة 1 جـــد معادلة هذا المستقيم ℓ.

ابدأ بإيجاد ميل المستقيم المار بالنقطتين $(-5, 3)$ و $(4, -6)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6 - 3}{4 - (-5)} = \frac{-9}{9} = -1$$

ثم اكتب معادلة هذا المستقيم باستخدام النقطة $(4, -6)$ الموجودة على هذا المستقيم.

$y = mx + b$	صيغة الميل و المقطع
$-6 = -1\,(4) + b$	$m = -1$ و $(x, y) = (4, -6)$
$-6 = -4 + b$	بسـط.
$-2 = b$	اجمع 4 لكل طرف.

معادلة المستقيم ℓ هي $y = -x + (-2)$ أو $y = -x - 2$.

الخطوة 2 اكتب معادلة المستقيم w العمودي على المستقيم ℓ المار بالنقطة $P(2, 4)$.

بما أن ميل المستقيم ℓ هو -1 وميل المستقيم p هو 1. فاكتب معادلة المستقيم w المار بالنقطة $P(2, 4)$ بميل قيمته 1.

$y = mx + b$	صيغة الميل والمقطع
$4 = 1\,(2) + b$	$m = -1$ و $(x, y) = (2, 4)$
$4 = 2 + b$	بسـط.
$2 = b$	اطرح 2 من كل طرف.

معادلة المستقيم w هي $y = x + 2$.

الخطوة 3 حل نظام المعادلات لتحديد نقطة التقاطع.

المستقيم ℓ: $y = -x - 2$

المستقيم w: $\underline{(+)\ y = x + 2}$

$2y = 0$	اجمع المعادلتين.
$y = 0$	اقسم كل طرف على 2.

جـــد حل x.

$0 = x + 2$	عوّض 0 عن y في المعادلة الثانية.
$-2 = x$	اطرح 2 من كل طرف.

نقطة التقاطع هي $(-2, 0)$. لنفترض أن هذه النقطة هي Q.

الخطوة 4 استخدم قانون المسافة لتحديد المسافة بين $P(2, 4)$ و $Q(-2, 0)$.

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	قانون المسافة
$= \sqrt{(-2 - 2)^2 + (0 - 4)^2}$	$x1 = 2$ و $x2 = -2$ و $y1 = 4$ و $y2 = 0$
$= \sqrt{32}$	بسـط.

المسافة بين النقطة والمستقيم هي $\sqrt{32}$ أو حوالي 5.66 وحدة.

نصيحة دراسية

المسافة إلى المحاور لاحظ أن المسافة من نقطة إلى المحور الأفقي x يمكن تحديدها عن طريق النظر إلى الإحداثي y. والمسافة من نقطة إلى المحور الرأسي y يمكن تحديدها عن طريق النظر إلى الإحداثي x.

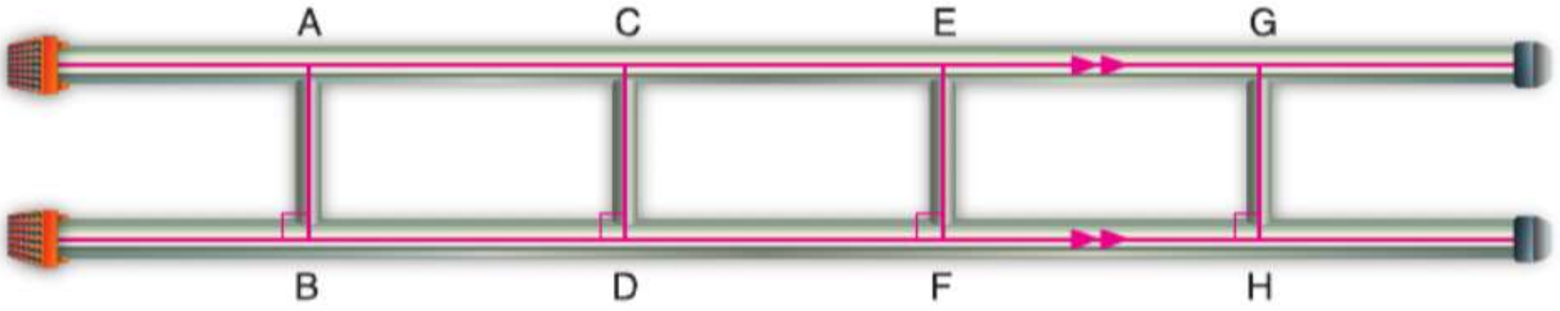
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تمرين موجّه

2 المستقيم ℓ يحتوي على نقطتين في (1, 2) و (5, 4). فأنشئ خطا عموديًا على ℓ ويمر بالنقطة $P(1, 7)$. ثم جـــد المسافة من P إلى ℓ.

2 المسافة بين المستقيمات المتوازية

حسب التعريف، فالمستقيمات المتوازية لا تتقاطع. ويذكر تعريف بديل أن مستقيمين في مستوى يكونان متوازيين إذا كانا على **مسافة واحدة من بعضهما البعض من كل مكان**. وعلى مسافة واحدة تعني أن المسافة بين مستقيمين مقيسه بامتداد مستقيم عمودي على المستقيمين هي نفسها دائما.



$AB = CD = EF = GH$

وهذا يؤدي إلى تعريف المسافة بين مستقيمين متوازيين.

المفهوم الأساسي المسافة بين المستقيمات المتوازية

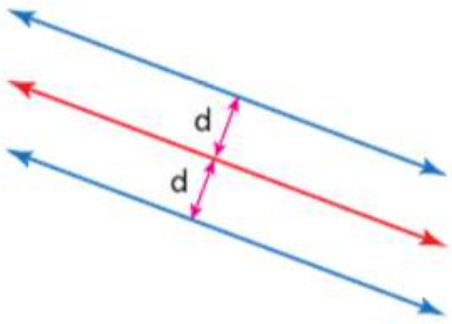
المسافة بين مستقيمين متوازيين هي المسافة العمودية بين أحد المستقيمين وأي نقطة على المستقيم الآخر.

نصيحة دراسية

المحل الهندسي للنقاط على مسافة واحدة من مستقيمين متوازيين

على العكس، المحل الهندسي للنقاط في مستوى وعلى مسافة واحدة من مستقيمين متوازيين هو مستقيم ثالث متوازٍ مع المستقيمين المتوازيين ومتمركز بينهما.

أن *المحل الهندسي* هو مجموع كل النقاط التي تحقق شرطا معطى. والمستقيمات المتوازية يمكن وصفها على أنها المحل الهندسي لنقاط في مستوى على مسافة واحدة من مستقيم معطى.



النظرية 12.9 مستقيمان على مسافة واحدة من مستقيم ثالث

في مستوى، إذا كان مستقيمان على مسافة واحدة من مستقيم ثالث، فإن المستقيمين متوازيان.

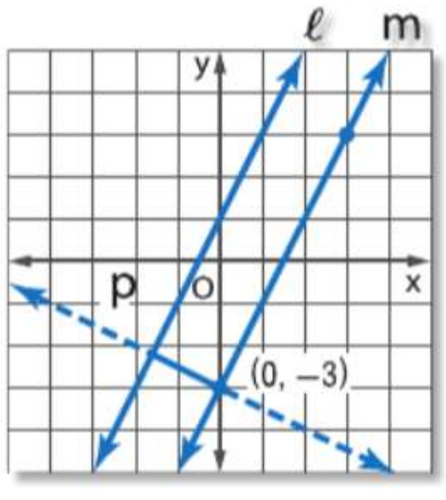
سوف تثبت النظرية 12.9 في التمرين 30.

مثال 3 المسافة بين المستقيمات المتوازية

جـــد المسافة بين المستقيمين المتوازيين ℓ و m باستخدام المعادلتين $y = 2x + 1$ و $y = 2x - 3$ على الترتيب.

ستحتاج إلى حلٍ نظام معادلات لإيجاد النقطتين الطرفيتين لقطعة مستقيمة عمودية على كل من ℓ و m. ومن معادلتيهما، نعرف أن ميل المستقيم ℓ والمستقيم m هو 2.

ارسم المستقيم p المار بالتقاطع مع المحور y للمستقيم m $(0, -3)$. والعمودي على المستقيمين m و ℓ.



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

الخطوة 1 اكتب معادلة للمستقيم p. مع العلم أن ميل p هو المعكوس الضربي المقابل لـ 2, أو $-\frac{1}{2}$. استخدم طول المقطع من المحور y للمستقيم m. والنقطة $(0, -3)$. بوصفها إحدى النقطتين الطرفيتين للقطعة المستقيمة العمودية.

$(y - y_1) = m(x - x_1)$ صيغة النقطة والميل

$[y - (-3)] = -\frac{1}{2}(x - 0)$ $m = -\frac{1}{2}$ و $y_1 = 3$ و $x_1 = 0$

$y + 3 = -\frac{1}{2}x$ بسط.

$y = -\frac{1}{2}x - 3$ اطرح 3 من كل طرف.

الخطوة 2 استخدم نظام معادلات لتحديد نقطة تقاطع المستقيمين ℓ و p.

ℓ: $y = 2x + 1$

p: $y = -\frac{1}{2}x - 3$

$2x + 1 = -\frac{1}{2}x - 3$ عوّض $2x + 1$ عن y في المعادلة الثانية.

$2x + \frac{1}{2}x = -3 - 1$ اجمع الحدود المتشابهة في كل طرف.

$\frac{5}{2}x = -4$ بسط.

$x = -\frac{8}{5}$ اضرب كل طرف في $\frac{2}{5}$.

$y = -\frac{1}{2}\left(-\frac{8}{5}\right) - 3$ عوّض $-\frac{8}{5}$ عن x في معادلة p.

$= -\frac{11}{5}$ بسط.

نقطة التقاطع هي $\left(-\frac{8}{5}, -\frac{11}{5}\right)$ أو $(-1.6, -2.2)$.

الخطوة 3 استخدم قانون المسافة لتحديد المسافة بين $(0, -3)$ و $(-1.6, -2.2)$.

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ قانون المسافة

$= \sqrt{(-1.6 - 0)^2 + [-2.2 - (-3)]^2}$ $x_2 = -1.6$ و $x_1 = 0$ و $y_2 = -2.2$ و $y_1 = -3$

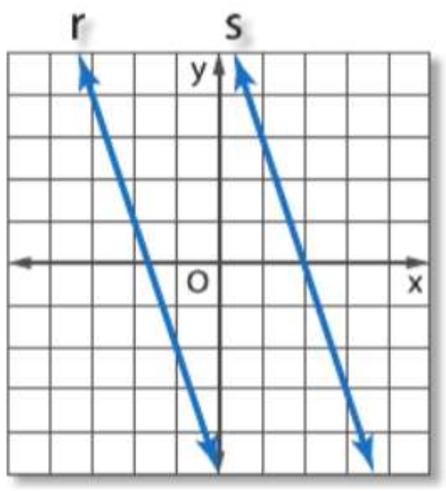
≈ 1.8 بسط باستخدام حاسبة.

المسافة بين المستقيمين تبلغ حوالي 1.8 وحدة.

تمرين موجّه

3A. جد المسافة بين المستقيمين المتوازيين r و s اللذين معادلتاهما هما $y = -3x - 5$ و $y = -3x + 6$ على الترتيب.

3B. جد المسافة بين المستقيمين المتوازيين a و b اللذين معادلتاهما $x + 3y = 6$ و $x + 3y = -14$ على الترتيب.

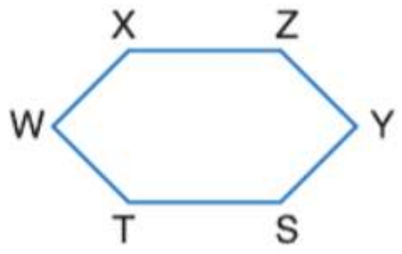


حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

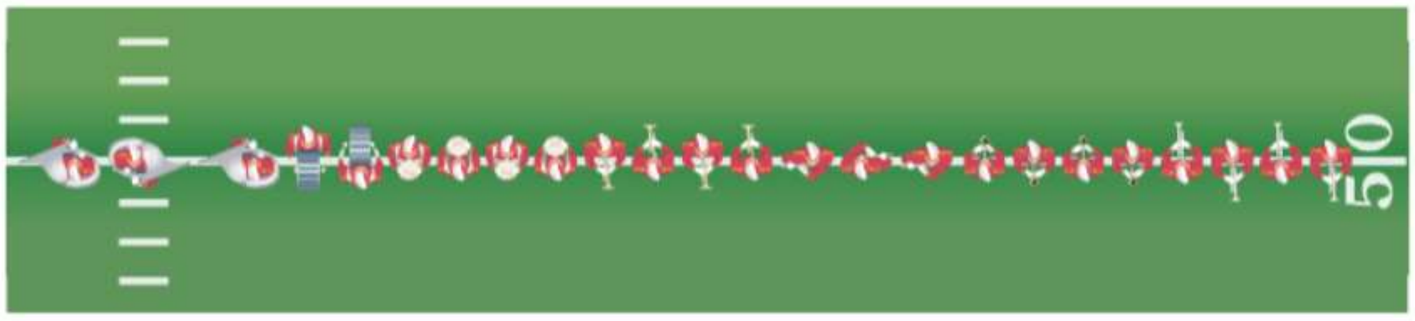
مثال 1 **انسخ كل شكل. أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثل المسافة المشار إليها.**

1. Y إلى $\overleftrightarrow{TS}$



2. C إلى $\overleftrightarrow{AB}$

3. **البنية** بعد تكوين صف، يستدير كل عضو يحمل عددًا زوجيًا من فرقة موسيقية ليواجه الطرف الأيمن من الملعب ويسير 5 خطوات للأمام مباشرةً. وفي الوقت نفسه، يستدير كل عضو يحمل عددًا فرديًا نحو الاتجاه المقابل ويسير 5 خطوات للأمام مباشرةً. وبفرض أن كل عضو في الفرقة يغطي المسافة نفسها، فأي شكل سينتج؟ برر إجابتك.



مثال 2 **الهندسة الإحداثية** **جـــد المسافة من P إلى ℓ.**

4. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين (3, 4) و (0, −2). والنقطة $P(3, 10)$
5. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين (1, −6) و (−4, −9). والنقطة $P(4, 1)$
6. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين (18, 4) و (9, −2). والنقطة $P(-9, 5)$

مثال 3 **جـــد المسافة بين كل زوج من المستقيمات المتوازية باستخدام المعادلات المعطاة.**

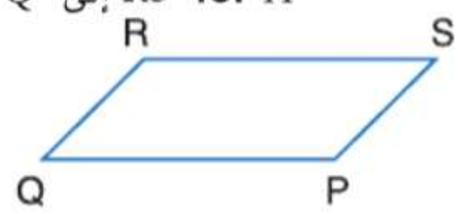
7. $y = -2x + 4$
   $y = -2x + 14$

8. $y = 7$
   $y = -3$

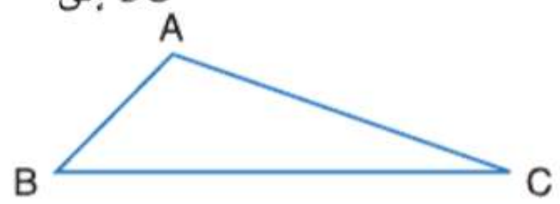
التمرين وحل المسائل

مثال 1 **انسخ كل شكل. أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثل المسافة المشار إليها.**

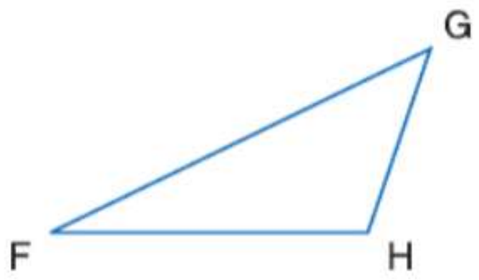
9. Q إلى $\overline{RS}$



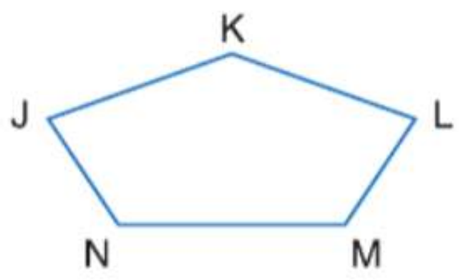
10. A إلى $\overline{BC}$



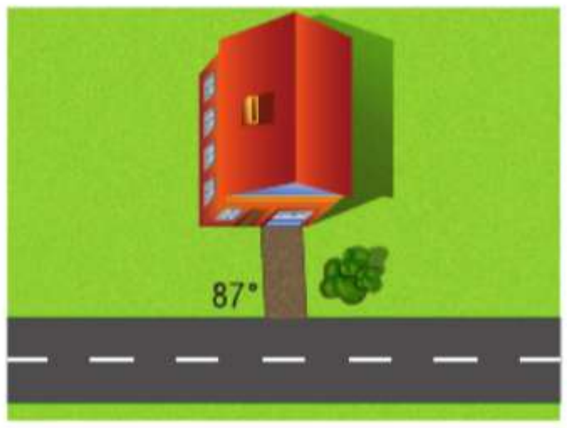
11. H إلى $\overline{FG}$



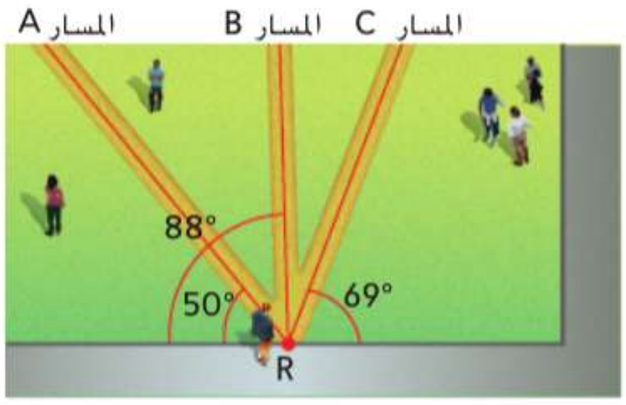
12. K إلى $\overline{LM}$



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة



13. **ممرات السيارات** في الرسم التخطيطي على اليسار، هل ممر السيارات الموضح هو أقصر ممر محتمل من المنزل إلى الطريق ؟ اشرح لماذا أو لماذا لا.



14. **تمثيل النماذج** تعبر نسرين الفناء الموجود أمام مدرستها. وثمة ثلاثة مسارات موضحة في الرسم التخطيطي على اليسار. فأيٌّ من المسارات الثلاثة الموضحة هو الأقصر؟ اشرح استنتاجك.

مثال 2 **الهندسة الإحداثية** **جـــد المسافة من P إلى ℓ.**

15. المستقيم ℓ يمر بالنقطتين $(-3, 0)$ و $(4, 7)$. والنقطة $P(4, 3)$

16. المستقيم ℓ يمر بالنقطتين $(-1, 11)$ و $(-3, -11)$. والنقطة $P(-1, 1)$

17. المستقيم ℓ يمر بالنقطتين $(-2, 1)$ و $(4, 1)$. والنقطة $P(5, 7)$

18. المستقيم ℓ يمر بالنقطتين $(-1, 4)$ و $(4, 9)$. والنقطة $P(1, 6)$

19. المستقيم ℓ يمر بالنقطتين $(1, 5)$ و $(4, -4)$. والنقطة $P(-1, 1)$

20. المستقيم ℓ ييمر بالنقطتين $(-8, 1)$ و $(3, 1)$. والنقطة $P(-2, 4)$

مثال 3 **جـــد المسافة بين كل زوج من المستقيمات المتوازية باستخدام المعادلات المعطاة.**

21. $y = -2$
$y = 4$

22. $x = 3$
$x = 7$

23. $y = 5x - 22$
$y = 5x + 4$

24. $y = \frac{1}{3}x - 3$
$y = \frac{1}{3}x + 2$

25. $x = 8.5$
$x = -12.5$

26. $y = 15$
$y = -4$

27. $y = \frac{1}{4}x + 2$
$4y - x = -60$

28. $3x + y = 3$
$y + 17 = -3x$

29. $y = -\frac{5}{4}x + 3.5$
$4y + 10.6 = -5x$

30. **البرهان** اكتب برهانًا من عمودين للنظرية 12.9.

جـــد المسافة من المستقيم إلى النقطة المعطاة.

31. $y = -3$, $(5, 2)$

32. $y = \frac{1}{6}x + 6$, $(-6, 5)$

33. $x = 4$, $(-2, 5)$ **6 وحدات**

34. **مُلصقات** تعلّق نجاة ملصقين على الحائط في غرفتها كما هو موضح. فكيف يمكن لنجاة استخدام المسافات العمودية لتأكيد أن الملصقين متوازيان؟.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

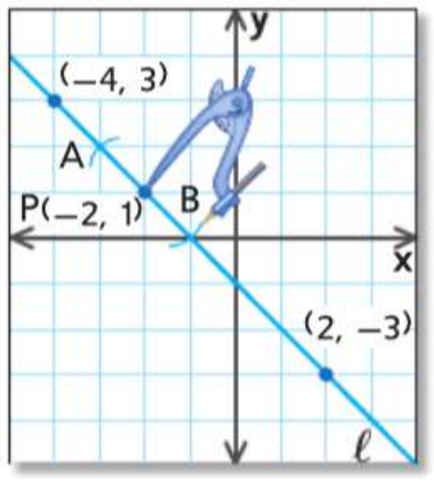
35 روح الدعم بالمدارس يزين عيسى لوحة إعلانات في رواق المدرسة لعرض صور لطلاب يظهرون روح الدعم بالمدرسة. ويقطع طولا واحدًا من الطرف ليتوافق مع عرض الطرف العلوي من اللوحة. ثم يستخدم هذا الشريط المقطوع كقالب لقطع شريط ثان تمامًا بنفس الطول من أجل الطرف السفلي.

وعند تدبيس الطرف السفلي في مكانه، لاحظ أن الشريط الذي قطعه أقصر بقرابة نصف سنتيمتر. فصف ما الذي يمكنه استنتاجه بشأن لوحة الإعلانات. اشرح استنتاجك.

الإنشاء المستقيم ℓ يمر بالنقطتين عند $(3, -4)$ و $(-3, 2)$. وتقع النقطة $P(-2, 1)$ على المستقيم ℓ. أكمل الشكل التالي.

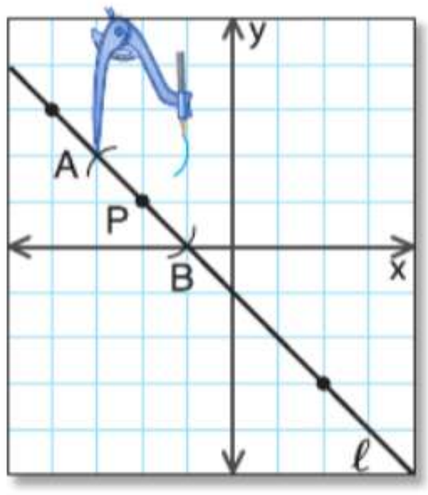
الخطوة 1

مثّل بيانيًا المستقيم ℓ والنقطة P. ضع المنقلة عند النقطة P. وباستخدام وضعية الفرجار نفسها، ارسم أقواسا على يسار ويمين النقطة P. وسمِّ هاتين النقطتين A و B.



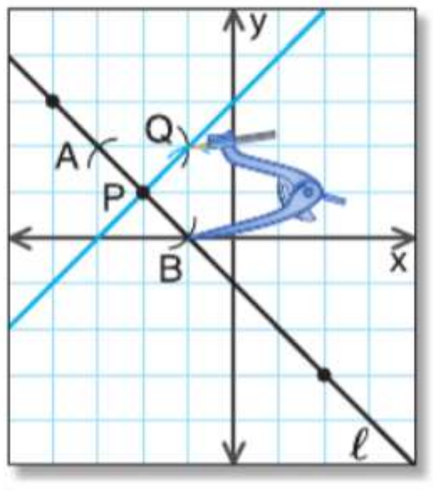
الخطوة 2

افتح الفرجار على وضعية أكبر من AP. وضع الفرجار عند النقطة A وارسم قوسا فوق المستقيم ℓ.



الخطوة 3

باستخدام وضعية الفرجار نفسها، ضع الفرجار عند النقطة B وارسم قوسا فوق المستقيم ℓ. وسمِّ نقطة التقاطع Q. ثم ارسم $\overleftrightarrow{PQ}$.



36. ما العلاقة بين المستقيم ℓ و $\overleftrightarrow{PQ}$؟ تحقق من تخمينك باستخدام ميل المستقيمين.

37. كرر الشكل أعلاه باستخدام مستقيم مختلف ونقطة على ذلك المستقيم.

38. الاستنتاج المنطقي $\overline{AB}$ لها ميل يساوي 2 ونقطة منتصف $M(3, 2)$. والقطعة المستقيمة العمودية على $\overline{AB}$ لها نقطة منتصف $P(4, -1)$ وتشترك في نقطة طرفية B مع $\overline{AB}$.

a. مثّل بيانيًا القطعتين المستقيمتين.

b. جـــد إحداثيات النقطة A والنقطة B.

39. التمثيلات المتعددة في هذه المسألة، ستستكشف مساحات المثلثات المتشكلة بواسطة نقاط على مستقيمات متوازية.

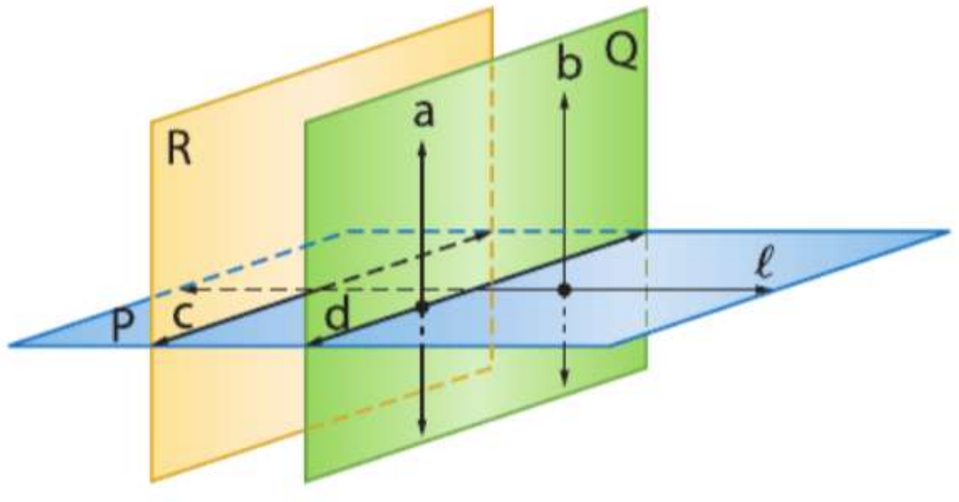
a. هندسيًا ارسم مستقيمين متوازيين وسمهما كما هو موضح.

b. لفظيًا أين ستضع النقطة C على المستقيم m لضمان أن المثلث ABC ستكون له أكبر مساحة؟ اشرح استنتاجك.

c. تحليليًا إذا كان $AB = 11$ سنتيمترًا، فما المساحة القصوى للمثلث $\triangle ABC$؟

McGraw-Hill Education مؤسسة حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح

40. التعامدية والمستويات اصنع نسخة من الرسم التخطيطي أدناه للإجابة عن كل سؤال، مع وضع علامات على الرسم التخطيطي باستخدام المعلومات المعطاة.



a. إذا كان مستقيمان عموديين على المستوى نفسه، فإنهما يقعان في مستوى واحد أي متحدا المستوى. وإذا كان كلٌّ من المستقيم a و المستقيم b عموديين على المستوى P، فماذا ينبغي أن يكون صحيحا أيضا؟

b. إذا قطع مستوى مستويين متوازيين، فإن التقاطعات تشكل مستقيمين متوازيين. وإذا كان المستويان R و Q متوازيين وقطعا المستوى P، فماذا ينبغي أن يكون صحيحا أيضا؟

c. إذا كان مستويان عموديين على المستقيم ذاته، فهما إذًا متوازيان. وإذا كان كلا المستويين Q و R عموديين على المستقيم ℓ، فماذا ينبغي أن يكون صحيحا أيضا؟

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

41 **تحليل الخطأ** يرسم عدنان القطعتين المستقيمتين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ الموضحتين أدناه باستخدام مسطرة عدلة. ويزعم أن هذين المستقيمين، إذا تم تمديدهما، فلن يتقاطعا أبدًا. ويزعم حسام أنهما سيتقاطعان. فهل أيٌّ منهما مُحق؟ برر إجابتك.

42. تحدٍّ صف المحل الهندسي للنقاط التي على مسافة واحدة من مستقيمين متقاطعين، وارسم مثالاً.

43. تحدٍّ لنفترض أن مستقيما عموديًا على زوج من المستقيمات المتوازية يقطع المستقيمين عند النقطتين $(a, 4)$ و $(0, 6)$. فإذا كانت المسافة بين المستقيمين المتوازيين هي $\sqrt{5}$، فجد قيمة a ومعادلات المستقيمين المتوازيين.

44. التبرير حدد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة *أحيانًا* أم *دائما* أم غير صحيحة *مطلقا*. اشرح.

يمكن إيجاد المسافة بين مستقيم ومستوى.

45. مسألة غير محددة الإجابة ارسم مضلعا خماسيًا غير منتظم باستخدام مسطرة عدلة.

a. استخدم فرجارًا ومسطرة عدلة لإنشاء مستقيم بين رأس وضلع مقابل لهذه الرأس.

b. استخدم القياس لتبرير أن المستقيم المُنشأ عمودي على الضلع المختار.

c. استخدم صيغ الرياضيات لتبرير هذا الاستنتاج.

46. الاستنتاج المنطقي أعد كتابة النظرية 12.9 بدلالة أن مستويين يقعان على مسافة واحدة من مستوى ثالث. ارسم مثالاً.

47. الكتابة في الرياضيات لخص الخطوات اللازمة لإيجاد المسافة بين زوج من المستقيمات المتوازية باستخدام معادلات المستقيمين المعطاة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبارات المعيارية

48. إجابة موسعة القطعة المستقيمة AB عمودية على القطعة المستقيمة CD. والقطعة المستقيمة AB والقطعة المستقيمة CD ينصفان بعضهما عند النقطة X.

a. ارسم شكلاً لتمثيل المسألة.

b. جد $\overline{BD}$ إذا كان $AB = 12$ و $CD = 16$.

c. جد $\overline{BD}$ إذا كان $AB = 24$ و $CD = 18$.

49. متنزه المدينة مربع الشكل ومساحته $81{,}000\ m^2$. فأيّ مما يلي هو الأقرب لطول أحد أضلاع شكل المتنزه؟

A 100 m **C** 300 m

B 200 m **D** 400 m

50. الجبر اشترى حسن كِنزة صوفية كان عليها تخفيض بنسبة 25% من السعر الأصلي وتخفيض آخر بنسبة 40% من السعر المُخفّض. فإذا كانت الكنزة تكلف في الأصل 48 AED. فماذا كان السعر النهائي للكنزة؟

F AED 14.40 **H** AED 31.20

G AED 21.60 **J** AED 36.00

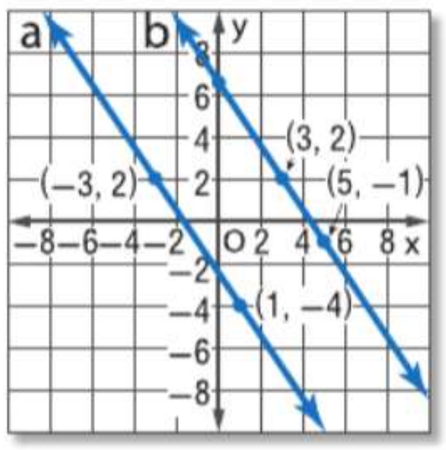
51. SAT/ACT بعد تقسيم عدد N من قطع البسكويت بالتساوي بين 8 أطفال، بقيت 3 قطع. فكم سيكون عدد القطع المتبقية إذا قُسم عدد $(N + 6)$ من قطع البسكويت بالتساوي بين الأطفال الثمانية؟

A 0 **C** 2 **E** 6

B 1 **D** 4

مراجعة شاملة

52. ارجع إلى الشكل على اليسار. وحدد ما إذا كان. $b \parallel a$ برر إجابتك. انظر الهامش.



اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم ذي الميل المعطى الذي يمر بالنقطة المعطاة.

53. m: $\frac{1}{4}$, $(3, -1)$

54. m: 0, $(-2, 6)$

55. m: -1, $(-2, 3)$

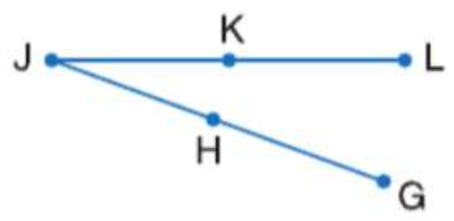
56. m: -2, $(-6, -7)$

أثبت ما يلي.

57. إذا كان $AB = BC$ فإن $AC = 2BC$.

58. المعطيات: $\overline{JK} \cong \overline{KL}, \overline{HJ} \cong \overline{GH}, \overline{KL} \cong \overline{HJ}$

المطلوب: $\overline{GH} \cong \overline{JK}$



مراجعة المهارات

استخدم قانون المسافة لإيجاد المسافة بين كل زوج من النقاط.

59. $A(0, 0), B(15, 20)$

60. $O(-12, 0), P(-8, 3)$

61. $C(11, -12), D(6, 2)$

62. $R(-2, 3), S(3, 15)$

63. $M(1, -2), N(9, 13)$

64. $Q(-12, 2), T(-9, 6)$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

القواطع (الدرس 1-12)

- عندما يقطع قاطع مستقيمين، فتتكون الأنواع التالية من الزوايا: خارجية، وداخلية، وداخلية متتالية، وداخلية متبادلة، وخارجية متبادلة، ومتناظرة.
- إذا قُطع مستقيمان متوازيان بواسطة قاطع، فإن:
  - كل زوج من الزوايا المتناظرة يكون متطابقًا
  - كل زوج من الزوايا الداخلية المتبادلة يكون متطابقًا
  - كل زوج من الزوايا الداخلية المتتالية يكون متكاملاً
  - كل زوج من الزوايا الخارجية المتبادلة يكون متطابقًا

الميل (الدرس 3-12)

- الميل m الخاص بمستقيم يحتوي على نقطتين بإحداثيات (x_1, y_1) و (x_2, y_2) هو $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. حيث $x_1 \neq x_2$.

إثبات توازي المستقيمات (الدرس 5-12)

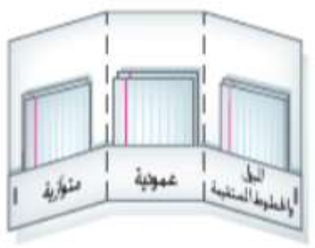
- إذا قُطع مستقيمان في مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون أيٌّ مما يلي صحيحا، فإن المستقيمين متوازيان:
  - زوجٌ من الزوايا المتناظرة متطابق، أو
  - زوج من الزوايا الخارجية المتبادلة متطابق، أو
  - زوج من الزوايا الداخلية المتبادلة متطابق، أو
  - زوج من الزوايا الداخلية المتتالية متكامل
- في مستوى، إذا تعامد مستقيمان على المستقيم نفسه، فإنهما متوازيان.

المسافة (الدرس 6-12)

- المسافة من مستقيم إلى نقطة ليست على المستقيم هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من هذه النقطة.
- المسافة بين مستقيمين متوازيين هي المسافة العمودية بين أحد المستقيمين وأي نقطة على المستقيم الآخر.

المطويات منظم الدراسة

تأكد من أن المفاهيم الأساسية مدرجة في المطوية.



المفردات الأساسية

alternate exterior angles زوايا خارجية متبادلة

alternate interior angles زوايا داخلية متبادلة

consecutive interior angles زوايا داخلية متتالية

corresponding angles زوايا متناظرة

equidistant مسافة متساوية

parallel lines مستقيمات متوازية

parallel planes مستويات متوازية

point-slope form صيغة النقطة والميل

rate of change معدل التغير

skew lines مستقيمات متخالفة

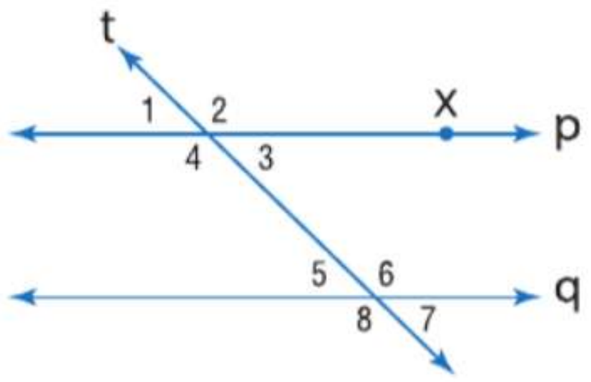
slope ميل

slope-intercept form صيغة الميل والمقطع

transversal قاطع

مراجعة المفردات

اذكر إذا ما كانت كل عبارة *صحيحة* أم *خاطئة*. فإذا كانت *خاطئة*، فاستبدل الكلمة أو العدد الذي تحته خط لتكوين عبارة صحيحة.



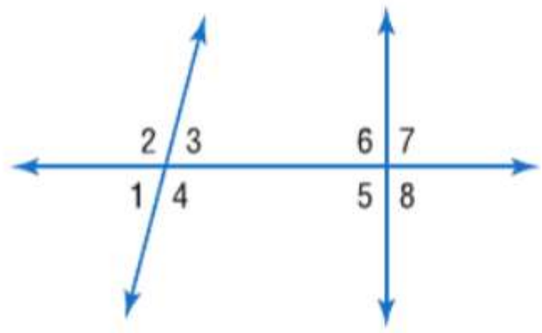
1. إذا كان $\angle 5 \cong \angle 1$، فإن المستقيمين p و q متخالفان.
2. الزاويتان 4 و 6 زاويتان داخليتان متبادلتان.
3. الزاويتان 1 و 7 زاويتان خارجيتان متبادلتان.
4. إذا كان المستقيمان p و q متوازيين، فإن الزاويتين 3 و 6 متطابقتان.
5. المسافة من النقطة X إلى المستقيم q هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم q من X.
6. المستقيم t يعتبر قاطع المستقيمين p و q.
7. إذا كان $q \parallel p$، فإن $\angle 2$ و $\angle 8$ متكاملتان.
8. الزاويتان 4 و 8 زاويتان متناظرتان.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مراجعة درس بدرس

12-1 المستقيمات المتوازية والمتقاطعة

صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتباره *زوايا داخلية متبادلة أو خارجية متبادلة أو متناظرة أو زوايا داخلية متتالية*.

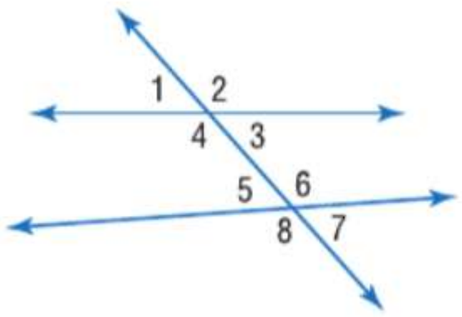


9. $\angle 5$ و $\angle 1$
10. $\angle 6$ و $\angle 4$
11. $\angle 8$ و $\angle 2$
12. $\angle 5$ و $\angle 4$

13. **الجسور** يمتد جسر روبلينج المعلق فوق نهر أوهايو رابطا مدينة سينسيناتي في ولاية أوهايو بمدينة كوفينجتون بولاية كنتاكي. فصف نوع المستقيمات المتشكلة بواسطة الجسر والنهر.

مثال 1

ارجع إلى الشكل أدناه. صنِّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتباره *زوج زوايا داخلية متبادلة أو خارجية متبادلة أو متناظرة أو زوايا داخلية متتالية*.



a. $\angle 3$ و $\angle 6$ متتالية داخلية

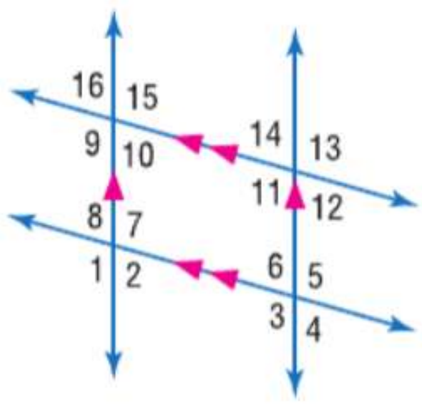
b. $\angle 2$ و $\angle 6$ متناظرة

c. $\angle 1$ و $\angle 7$ متبادلة خارجية

d. $\angle 3$ و $\angle 5$ متبادلة داخلية

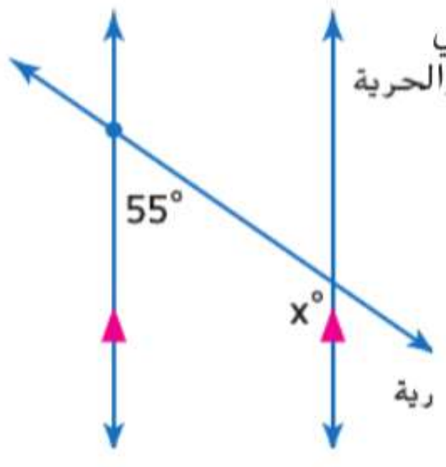
12-2 الزوايا والمستقيمات المتوازية

في الشكل، $m\angle 1 = 123$. جـــد قياس كل زاوية. واذكر أي مسلمة(مسلمات) أو نظرية (نظريات) قد استخدمتها.



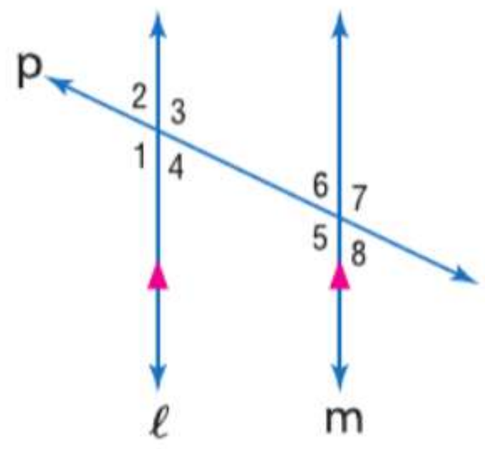
14. $\angle 5$
15. $\angle 14$
16. $\angle 16$
17. $\angle 11$
18. $\angle 4$
19. $\angle 6$

20. **الخرائط** يوضح الرسم التخطيطي تخطيط الشوارع النصر والسلام والحرية فجـــد قيمة x.



مثال 2

الجبر إذا كان $m\angle 5 = 7x - 5$ وكان $m\angle 4 = 2x + 23$، فجـــد x. اشرح استدلالك.



تعريف تكامل الزوايا ∡	$m\angle 4 + m\angle 5 = 180$
التعويض	$(2x + 23) + (7x - 5) = 180$
بســـط.	$9x + 18 = 180$
اطرح.	$9x = 162$
اقسم.	$x = 18$

بما أن المستقيمين ℓ و m متوازيان والزاويتين $\angle 4$ و $\angle 5$ متكاملتان باستخدام نظرية الزوايا الداخلية المتتالية.

McGraw-Hill Education مؤسسة صالح للطبع والتأليف © محفوظة لصالح حقوق الطبع والتأليف

12-3 ميول الخطوط المستقيمة

حدد ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{XY}$ *متوازيين* أم *متعامدين* أم *ليس أيًا منهما*. مثل كل مستقيم بيانيًا للتحقق من صحة إجابتك.

21. $A(5, 3)$, $B(8, 0)$, $X(-7, 2)$, $Y(1, 10)$

22. $A(-3, 9)$, $B(0, 7)$, $X(4, 13)$, $Y(-5, 7)$

23. $A(8, 1)$, $B(-2, 7)$, $X(-6, 2)$, $Y(-1, -1)$

مثل المستقيم الذي يستوفي كل الشروط بيانيًا.

24. يمر بالنقطة $A(2, 5)$ (3, 4−) ومتوازٍ مع $\overleftrightarrow{AB}$ بالإحداثي و $B(9, 2)$

25. يمر بالنقطة $P(4, -6)$ (1, 3) وعمودي على $\overleftrightarrow{PQ}$ بالإحداثي و $Q(6, -1)$

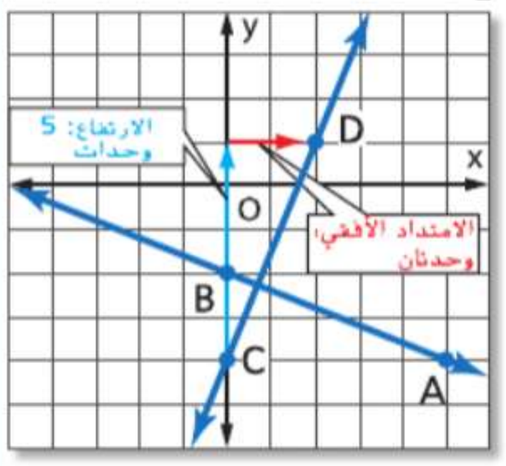
26. الطائرات تطير طائرتا خطوط جوية عابرة للمحيطات على الارتفاع نفسه. وباستخدام صور الأقمار الصناعية، يمكن تحديد موضع الطائرة على مستوى إحداثي. وحددت الرحلة رقم 815 على النقطة (23, 17) والنقطة (5, 11) بينما حددت الرحلة رقم 44 على النقطة (3, 15) والنقطة (9, 17). فحدد ما إذا كان مساراهما *متوازيين* أم *متعامدين* أم *ليس أيًا منهما*.

مثال 3

مثِّل بيانيًا المستقيم الذي يمر بالنقطة $C(0, -4)$ وعمودي على $\overleftrightarrow{AB}$ المار بالنقطتين $A(5, -4)$ و $B(0, -2)$.

ميل $\overleftrightarrow{AB}$ هو $\frac{-2-(-4)}{0-5}$ أو $-\frac{2}{5}$.

بما أن $-\frac{2}{5}\left(\frac{5}{2}\right) = -1$، فإن ميل المستقيم العمودي على $\overleftrightarrow{AB}$ الذي يمر بالنقطة C هو $\frac{5}{2}$.



لتمثيل المستقيم بيانيًا، ابدأ عند النقطة C. انتقل لأعلى بمقدار 5 وحدات ثم لليمين بمقدار وحدتين. وسمِّ النقطة D وارسم $\overleftrightarrow{CD}$.

12-4 معادلات الخط المستقيم

اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم ذي الميل المعطى الذي يمر بالنقطة المعطاة.

27. $m = 2$, $(4, -9)$

28. $m = -\frac{3}{4}$, $(8, -1)$

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم ذي الميل المعطى والتقاطع مع المحور y.

29. m: 5، التقاطع مع المحور y: 3−

30. m: $\frac{1}{2}$، التقاطع مع المحور y: 4

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لكل مستقيم.

31. (3, 12−) و (15, 0)

32. (7, 2−) و (5, 8)

33. تنظيف النوافذ تكلف شركة "إيس لخدمة تنظيف النوافذ" مبلغ AED 50 مقابل طلب الحصول على الخدمة و AED 20 مقابل كل ساعة يقضونها في العمل. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع تمثل التكلفة الإجمالية C من حيث عدد الساعات h.

مثال 4

اكتب معادلة للمستقيم المار بالنقطتين (2, 5) و (6, 3) بصيغة الميل والمقطع.

الخطوة 1 جد ميل المستقيم المار بالنقطتين.

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ قانون الميل

$= \frac{3-5}{6-2}$ $x_1 = 2$ و $y_1 = 5$ و $x_2 = 6$ و $y_2 = 3$

$= \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$ بسط.

الخطوة 2 اكتب معادلة للمستقيم.

$y - y_1 = m(x - x_1)$ صيغة النقطة والميل

$y - 5 = -\frac{1}{2}[x - (2)]$ $m = -\frac{1}{2}$ و $(x_1, y_1) = (2, 5)$

$y - 5 = -\frac{1}{2}x + 1$ بسط.

$y = -\frac{1}{2}x + 6$ اجمع 5 لكل طرف.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

12-5 إثبات توازي المستقيمات

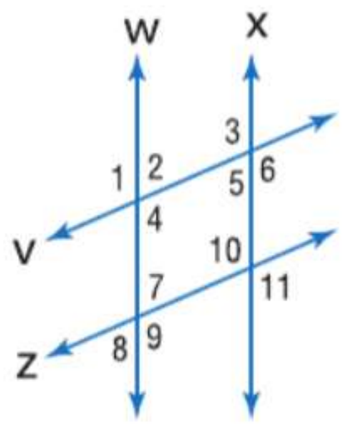
بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وجدت، متوازية. اذكر المسلمة أو النظرية التي تبرر إجابتك.

34. $\angle 7 \cong \angle 10$

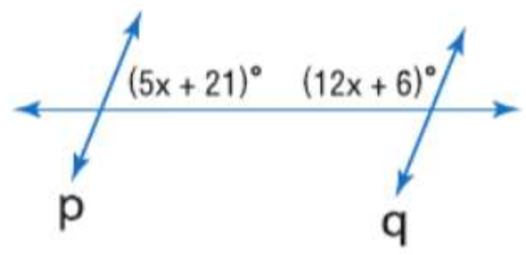
35. $\angle 2 \cong \angle 10$

36. $\angle 1 \cong \angle 3$

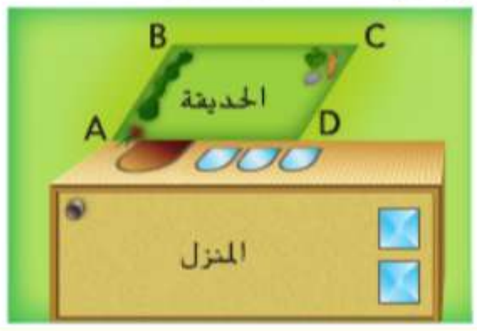
37. $\angle 3 \cong \angle 11$



38. جد x بحيث يكون $p \parallel q$. حدد المسلمة أو النظرية التي استخدمتها.



39. **تنسيق الحدائق** جد القياس الضروري لـ $m\angle ADC$ بحيث يجعل $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ إذا كان $m\angle BAD = 45$.



مثال 5

بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وجدت، متوازية. اذكر المسلمة أو النظرية التي تبرر إجابتك.

a. $\angle 1 \cong \angle 7$

$\angle 7$ و $\angle 1$ هما زاويتان داخليتان خارجيتان على المستقيمين b و d.

بما أن $\angle 7 \cong \angle 1$ و $b \parallel d$ بناءً على معكوس نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة.

b. $\angle 4 \cong \angle 5$

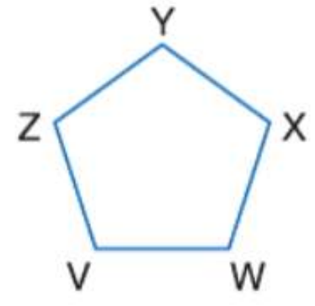
$\angle 4$ و $\angle 5$ هما زاويتان داخليتان متبادلتان على المستقيمين c و d.

بما أن $\angle 5 \cong \angle 4$ و $c \parallel d$ بناءً على معكوس نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة.

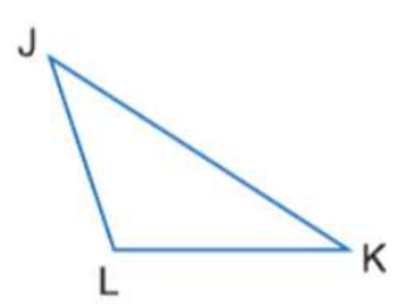
12-6 المتعامدات والمسافة

انسخ كل شكل. ارسم القطعة المستقيمة التي تمثل المسافة المشار إليها.

40. X إلى $\overline{VW}$



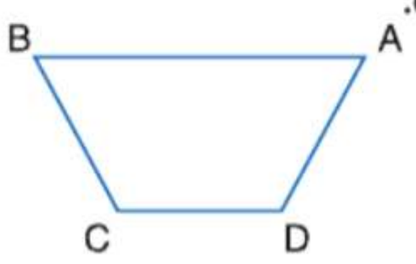
41. L إلى $\overline{VW}$



42. **ديكور المنزل** يرغب حمد في تعليق صفين من الصور المؤطرة في خطوط متوازية على جدار غرفة معيشته. في البداية، باعدَ بين المسامير على الجدار في صورة خط مستقيم للصف العلوي. بعد ذلك، علق خيطا بثقل لتحديد المسقط الرأسي من كل مسمار وقاس مسافة متساوية أسفل كل مسمار من أجل تحديد الصف الثاني. فلماذا يضمن هذا أن صفي الصور سيكونان متوازيين؟

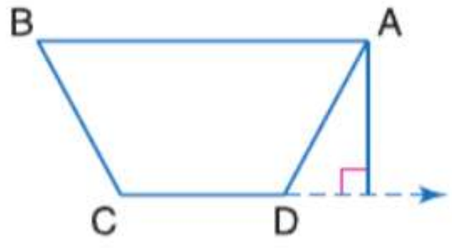
مثال 6

انسخ الشكل. ارسم القطعة المستقيمة التي تمثل المسافة من النقطة A إلى $\overline{CD}$.



المسافة من مستقيم إلى نقطة ليست على هذا المستقيم هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم المار عبر هذه النقطة.

وسع $\overline{CD}$ وارسم القطعة المستقيمة العمودية على $\overline{CD}$ من A.

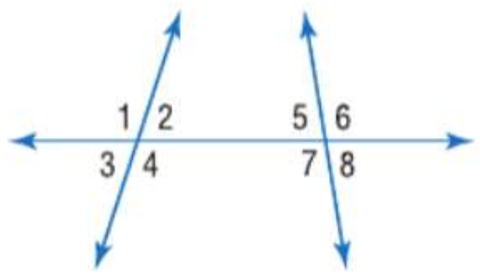


McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

12 تدريب على الاختبار

صنِّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتباره *زوايا داخلية متبادلة* أو *خارجية متبادلة* أو *متناظرة* أو *داخلية متتالية*.

1. $\angle 3$ و $\angle 6$
2. $\angle 7$ و $\angle 4$
3. $\angle 4$ و $\angle 5$

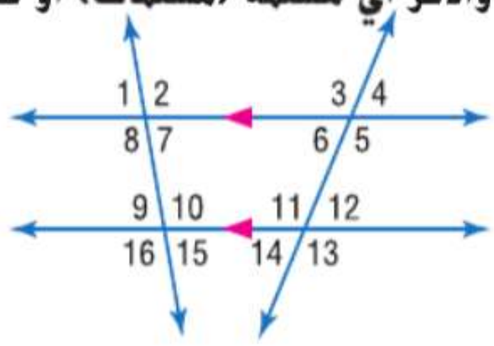


حدد ميل المستقيم الذي يحتوي على النقاط المعطاة.

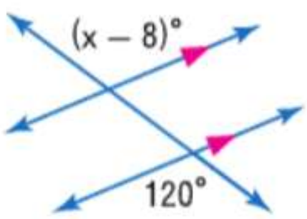
4. $G(8, 1), H(8, -6)$
5. $A(0, 6), B(4, 0)$
6. $E(6, 3), F(-6, 3)$
7. $E(5, 4), F(8, 1)$

في الشكل، $m\angle 8 = 96$ و$m\angle 12 = 42$. جـــد قياس كل زاوية. واذكر أي مسلمة (مسلمات) أو نظرية(نظريات) استخدمتها.

8. $\angle 9$
9. $\angle 11$
10. $\angle 6$



11. جـــد قيمة x في الشكل أدناه.



12. **اللياقة البدنية** ترغب في الالتحاق بمركز لياقة بدنية. ويكلف مركز "فيت آن تريم" AED 80 لكل شهر. ويكلف مركز "فيت فور لايف" رسم عضوية لمرة واحدة بقيمة AED 75 و AED 55 لكل شهر.
   a. اكتب ومثّل بيانيًا معادلتين بصيغة الميل والمقطع لتمثيل التكلفة y للحضور في كل مركز لياقة بدنية في فترة x شهر/شهور.
   b. هل المستقيمات التي مثلتها بيانيًا في الجزء a متوازية؟ اشرح لماذا أو لماذا لا.
   c. أي مركز لياقة بدنية يقدم السعر الأفضل؟ اشرح.

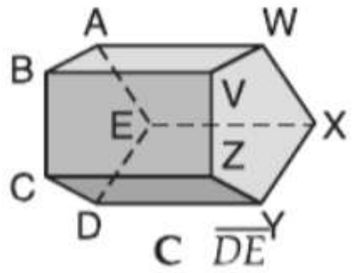
اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لكل مستقيم موصوف.

13. يمر بالنقطة $(-8, 1)$، وعمودي على المستقيم $y = 2x - 17$
14. يمر بالنقطة $(0, 7)$ ويوازي المستقيم $y = 4x - 19$
15. يمر بالنقطة $(-12, 3)$، وعمودي على المستقيم $y = -\frac{2}{3}x - 11$

جـــد المسافة بين كل زوج من الخطوط المتوازية ذات المعادلات المعطاة.

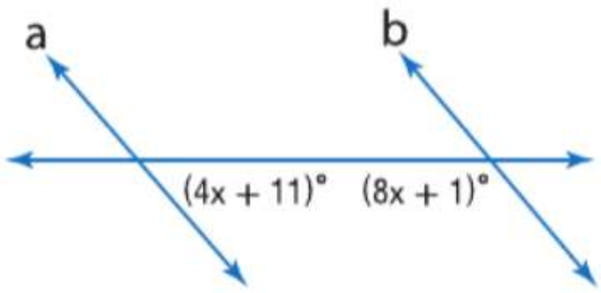
16. $y = x - 11$
    $y = x - 7$
17. $y = -2x + 1$
    $y = -2x + 16$

18. **الاختيار من متعدد** أي قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{CD}$؟



A $\overline{ZY}$
C $\overline{DE}$
B $\overline{AB}$
D $\overline{VZ}$

19. جـــد x بحيث يكون $a \parallel b$. حدد المسلمة أو النظرية التي استخدمتها.

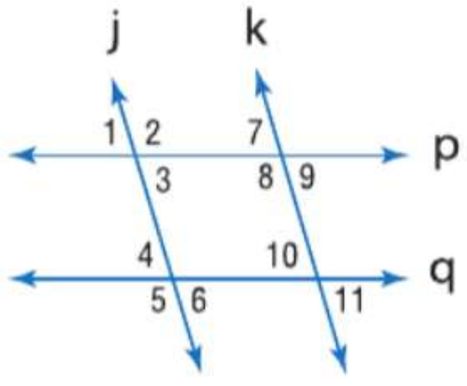


الهندسة الإحداثية جـــد المسافة من P إلى ℓ.

20. المستقيم ℓ المار بالنقطتين $(-4, 2)$ و $(-5, 3)$. النقطة $P(1, 2)$.
21. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين $(5, 6)$ و $(3, 2)$. النقطة $P(2, 6)$.

بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وجدت، متوازية. اذكر المسلمة أو النظرية التي تبرر إجابتك.

22. $\angle 4 \cong \angle 10$
23. $\angle 9 \cong \angle 6$
24. $\angle 7 \cong \angle 11$

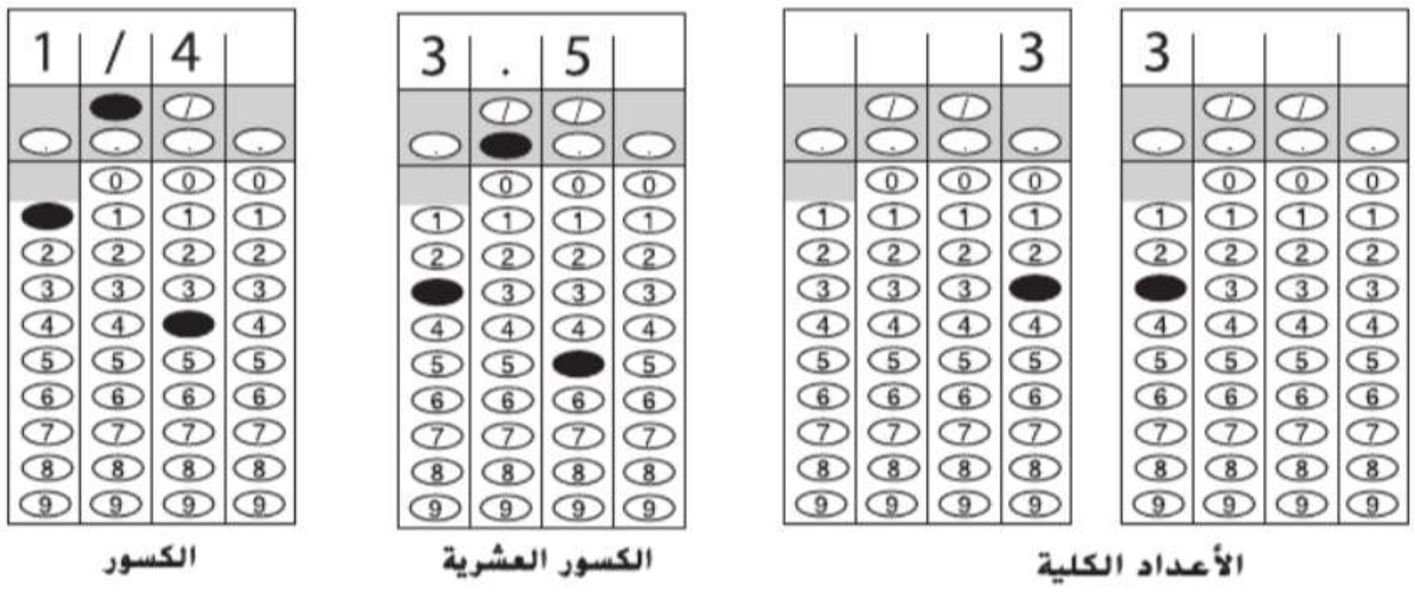


25. **الوظائف** يعمل محمود في متجر للهدايا .وأجره AED 10 لكل ساعة بالإضافة إلى عمولة بنسبة 15%على البضاعة التي يبيعها. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع بحيث تمثل ما يكسبه خلال أسبوع إذا باع بضاعة بقيمة AED 550.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

أسئلة الإجابة الشبكية

بالإضافة إلى أسئلة الاختيار من متعدد، والأسئلة ذات الإجابات القصيرة، وأسئلة الإجابة الموسعة، فمن المحتمل أنك ستحل أسئلة الإجابة الشبكية في الاختبارات المعيارية. بعد حل سؤال إجابة شبكية، عليك أن تنسخ إجابتك على ورقة إجابة وتضع علامة في الدوائر الصحيحة على الشبكة لتلائم إجابتك. والإجابات على أسئلة الإجابة الشبكية قد تكون أعدادًا كلية أو كسورًا عشرية أو كسورًا.



إستراتيجيات حل الأسئلة ذات الإجابات الشبكية

الخطوة 1

اقرأ المسألة بعناية وحلها.

- تأكد من منطقية إجابتك.
- إذا سمح الوقت، فتحقق من الإجابة.

الخطوة 2

اكتب إجابتك في المربعات المخصصة للإجابة.

- اكتب رقما أو رمزًا واحدًا فقط في كل مربع إجابة.
- لا تكتب أي أرقام أو رموز خارج مربعات الإجابة.
- اكتب الإجابة في صورة عدد كلي أو كسر عشري أو كسر.

الخطوة 3

املأ الشبكة.

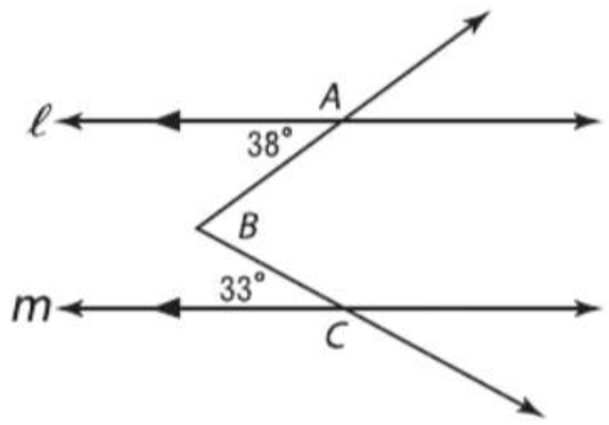
- لا تملأ سوى فقاعة واحدة لكل مربع إجابة كتبت فيه. وتأكد من عدم ملء فقاعة أسفل مربع إجابة فارغ.
- املأ كل فقاعة بالكامل وبوضوح.

McGraw-Hill Education مؤسسة
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. حدد ما تحتاج لمعرفته. ثم استخدم المعلومات الموجودة في المسألة لحلها.

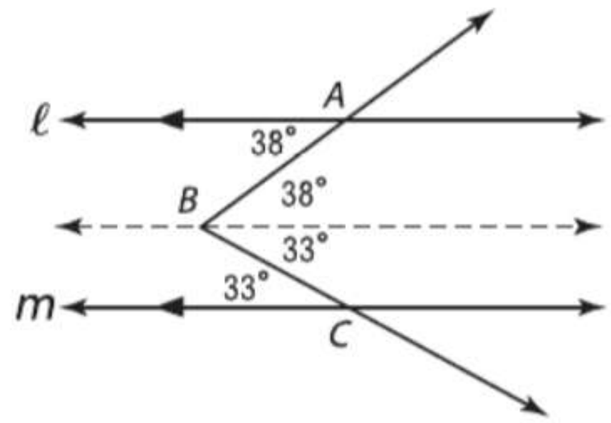
إجابة شبكية في الشكل أدناه، يتم قطع $\angle ABC$ بواسطة المستقيمين المتوازيين ℓ. فما قياس الزاوية $\angle ABC$؟ عبر عن إجابتك بالدرجات.



	⓪	⓪	⓪
①	①	①	①
②	②	②	②
③	③	③	③
④	④	④	④
⑤	⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨	⑨

أعد رسم الشكل وأضف مستقيما ثالثًا موازيًا للمستقيمين ℓ ويمر بالنقطة B.
جـــد قياس الزاوية باستخدام الزوايا الداخلية المتبادلة.

حل المسألة



$m\angle ABC = 38 + 33 = 71$

واملأ الشبكة

7	1		
	⓪	⓪	⓪
①	●	①	①
②	②	②	②
③	③	③	③
④	④	④	④
⑤	⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥	⑥
●	⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨	⑨

اكتب إجابتك في مربع الإجابة واملأ الشبكة.

تمارين

اقرأ كل سؤال. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي قدمها المعلم أو في ورقة أخرى.

1. **إجابة شبكية** ما ميل المستقيم المار بالنقطتين $S(10, 6)$ و $R(-2, 1)$ ؟ عبّر عن إجابتك في صورة كسر.

2. **إجابة شبكية** حل لإيجاد قيمة x في الشكل أدناه.

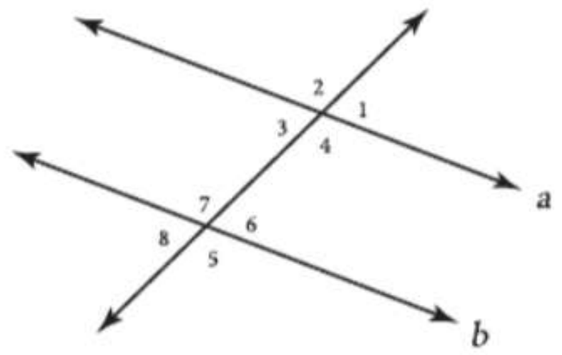
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

12 تدريب على الاختبارات المعيارية

الاختيار من متعدّد

اقرأ كل سؤال. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي قدمها المعلم أو في ورقة أخرى.

1. إذا كان $a \parallel b$ في الرسم التخطيطي أدناه، فأيٌّ مما يلي قد لا يكون صحيحا؟



A $\angle 1 \cong \angle 3$

B $\angle 4 \cong \angle 7$

C $\angle 2 \cong \angle 5$

D $\angle 8 \cong \angle 2$

2. في المتحف، تبلغ تكلفة دخول كل طفل AED 5.75 وكل شخص بالغ AED 8.25. فكم تبلغ تكلفة دخول أسرة تتألف من فردين بالغين و 4 أطفال؟

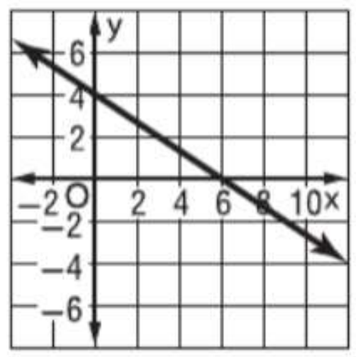
A AED 34.50

B AED 39.50

C AED 44.50

D AED 49.50

3. ما ميل المستقيم؟



A $-\frac{2}{3}$

B $-\frac{1}{2}$

C $-\frac{2}{5}$

D $-\frac{1}{6}$

4. المستقيم k يمر بالنقطتين $(1, 4)$ و $(-5, -5)$. جد المسافة بين المستقيم k والنقطة $F(0, -4)$.

F 3.3 وحدات

G 3.6 وحدات

H 4.0 وحدات

J 4.2 وحدات

5. ما التمثيل البياني لأي من المعادلا معادلات المستقيم المار بالنقطتين النقطتين $(-3, -1)$و $(-2, 3)$؟

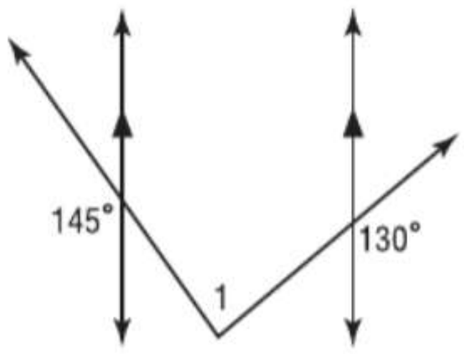
F $y = -6x - 9$

G $y = -\frac{1}{4}x + 3$

H $y = 4x - 5$

J $y = \frac{2}{3}x + 1$

6. ما قيمة $m\angle 1$ في الشكل أدناه؟



F 85

G 90

H 95

J 100

7. يدخر راشد المال لشراء جهاز إستيريو سيارة. وقد ادخر مبلغ AED 45، ويمكنه ادخار مبلغ AED 15 كل أسبوع. فإذا كان جهاز الإستيريو الذي يريده بسعر AED 210، فكم أسبوعا سيستغرق راشد لشراء جهاز الإستيريو؟

A 10

B 11

C 12

D 13

نصيحة عند حل الاختبار

السؤال 6 *ارسم رسما تخطيطيًا* يمكنك الاستعانة به في حل المسائل. ارسم مستقيما موازيًا ثالثًا يمر برأس الزاوية 1. ثم استخدم خصائص المستقيمات المتوازية والقواطع لحل المسألة.

McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح محفوظة © حقوق الطبع والتأليف

الإجابة المختصرة/الإجابة الشبكية

اكتب إجاباتك في ورقة الإجابة التي قدمها إليك المعلم أو في ورقة أخرى.

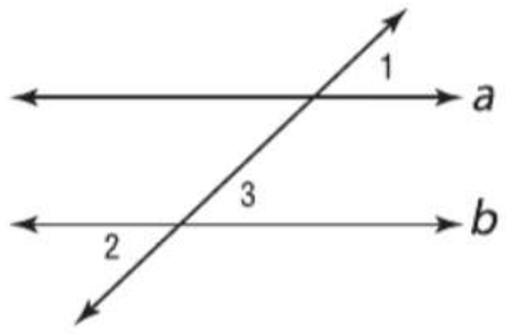
8. **إجابة شبكية** بالنسبة لمستقيم معطى ونقطة ليست على هذا المستقيم، كم عدد المستقيمات الموجودة التي تمر بالنقطة وتتوازى مع المستقيم المعطى؟

9. **إجابة شبكية** جـــد ميل المستقيم المار بالنقطتين (4, 3) و(5− ,2−).

10. أكمل البرهان.

المعطيات: $\angle 2 \cong \angle 1$

المطلوب: $a \parallel b$



البرهان:

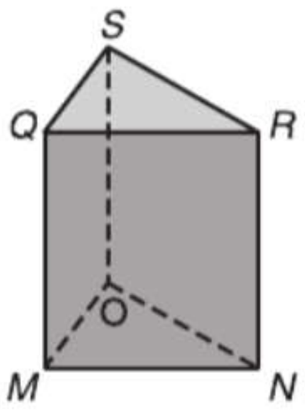
العبارات	المبررات
1. $\angle 1 \cong \angle 2$	1. معطى
2. $\angle 2 \cong \angle 3$	2. ؟
3. $\angle 1 \cong \angle 3$	3. خاصية التعدي
4. $a \parallel b$	4. إذا كانت الزوايا المتناظرة متطابقة، فإن المستقيمين متوازيان.

11. اكتب تعبيرًا يصف المساحة بالبوصات المربعة لمثلث ارتفاعه $4c^3d^2$ وقاعدته $3cd^4$.

الإجابة الموسعة

دون إجاباتك على ورقة.
اكتب الحل هنا.

12. ارجع إلى الشكل لتحديد كل مما يلي.

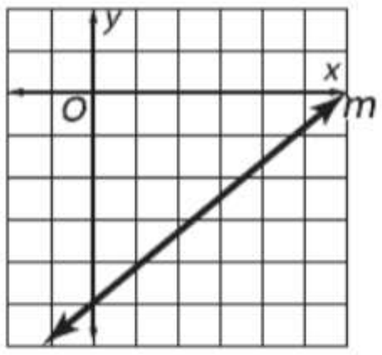


a. كل القطع المستقيمة المتوازية مع $\overline{MQ}$

b. كل المستويات المتقاطعة مع المستوى SRN

c. قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{ON}$

13. استخدم هذا التمثيل البياني للإجابة عن كل سؤال.



a. ما معادلة المستقيم m؟

b. ما ميل المستقيم الموازي للمستقيم m؟

c. ما ميل المستقيم العمودي على المستقيم m؟

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

الوحدة 13

المثلثات المتطابقة

السابق

- تعرفت على القطع والزوايا واكتشفت العلاقات بين قياساتها.

الحالي

- بعد دراستك لهذه الوحدة ستكون قادرًا على:
  - تطبيق علاقات خاصة بين الزوايا الداخلية والخارجية للمثلثات.
  - تحديد الأجزاء المقابلة للمثلثات المتطابقة وإثبات تطابق المثلثات.
  - التعرّف على الخواص الخاصة للمثلثات متساوية الساقين والمثلثات متساوية الأضلاع

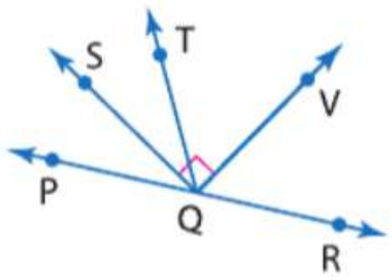
لماذا؟ ▲

- **اللياقة** تستخدم المثلثات لإضافة قوة إلى الكثير من التركيبات، بما في ذلك معدات اللياقة مثل هياكل الدراجات.

Chapter Sourced from 13. Congruent Triangles, from Integrated Math I Chapter 12 © 2012 McGraw-Hill Education
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب سريع

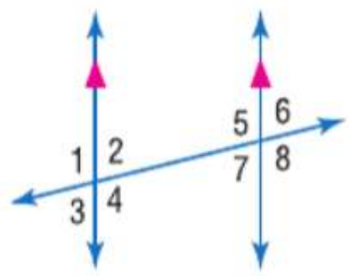
ضع تصنيفًا لكل زاوية باعتبارها *قائمة*، أو *حادة*، أو *منفرجة*.



1. $m\angle VQS$
2. $m\angle TQV$ **حادة**
3. $m\angle PQV$

4. **أوريغامي** يتضمن فن طي الأوريغامي طي قطعة ورقية بحيث تشكل الحافة السفلية للقطعة زاوية قائمة مع نفسها. ضع تصنيفًا لكل زاوية باعتبارها قائمة أو حادة أو منفرجة.

الجبر استخدم الشكل لإيجاد المتغير المتغيرات المشار إليه. اشرح تبريرك.



5. جـــد قيمة x إذا كانت $m\angle 3 = x - 12$ و $m\angle 6 = 72$.
6. إذا كانت $m\angle 4 = 2y + 32$ و $m\angle 5 = 3y - 3$، فجـــد قيمة y.

جـــد المسافة بين كل زوجين من النقاط.

7. $F(3, 6)$, $G(7, -4)$
8. $X(-2, 5)$, $Y(1, 11)$
9. $R(8, 0)$, $S(-9, 6)$
10. $A(14, -3)$, $B(9, -9)$

11. **الخرائط** وضعت إيمان شبكة إحداثية على خريطة إمارة بحيث تمثل كل وحدة 10 km. إذا علمت أن مدينتها تقع عند $(-12, -8)$ وعاصمة الإمارة تقع عند $(0, 0)$. فجـــد المسافة من مدينتها لعاصمة الإمارة مع التقريب لأقرب جزء من عشرة من الكيلومتر.

مراجعة سريعة

مثال 1

ضع تصنيفًا لكل زاوية باعتبارها *مستقيمة*، أو *حادة*، أو *منفرجة*.

a. $m\angle ABG$

تقع النقطة G في الزاوية $\angle ABG$ على الزاوية القائمة $\angle ABF$ من الخارج؛ ولذلك فإن $\angle ABG$ هي زاوية منفرجة.

b. $m\angle DBA$

تقع النقطة D في الزاوية $\angle DBA$ على الزاوية القائمة $\angle FBA$ من الداخل؛ ولذلك فإن $\angle DBA$ هي زاوية حادة.

مثال 2

في الشكل، $m\angle 4 = 42$. جـــد $m\angle 7$.

$\angle 7$ و $\angle 1$ زاويتان داخليتان متبادلتان، إذًا هما متطابقتان. $\angle 1$ و $\angle 4$ زوج خطي، إذًا هما متكاملتان. إذًا، $\angle 7$ تكمل $\angle 1$. قياس $\angle 7$ هو $180 - 42$ أو 138.

مثال 3

جـــد المسافة بين $J(5, 2)$ و $K(11, -7)$.

$JK = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	صيغة المسافة
$= \sqrt{(11 - 5)^2 + [(-7) - 2]^2}$	عوّض.
$= \sqrt{6^2 + (-9)^2}$	اطرح.
$= \sqrt{36 + 81} = \sqrt{117}$	بسط.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

البدء في هذه الوحدة

سوف تتعلم عدة مفاهيم ومهارات ومفردات جديدةٍ أثناء دراستك للوحدة 13. ولكي تستعد، حدّد المفردات المهمّة ونظم مواردك.

المطويات منظم الدراسة

المثلثات المتطابقة شكل المطوية التالية لمساعدتك في تنظيم ملاحظات الوحدة 13 عن المثلثات المتطابقة. وابدأ بورقة قياسها 27.5 cm × 21 cm.

1 **قم** بطيها على شكل مثلث قاعدته مربعة. ثم اقطع قطعة الورق الزائدة التي تكونت من المربع.

2 **افتح** الطي وأعد طيه في الاتجاه المقابل لتشكيل مثلث آخر ونمط الطي X.

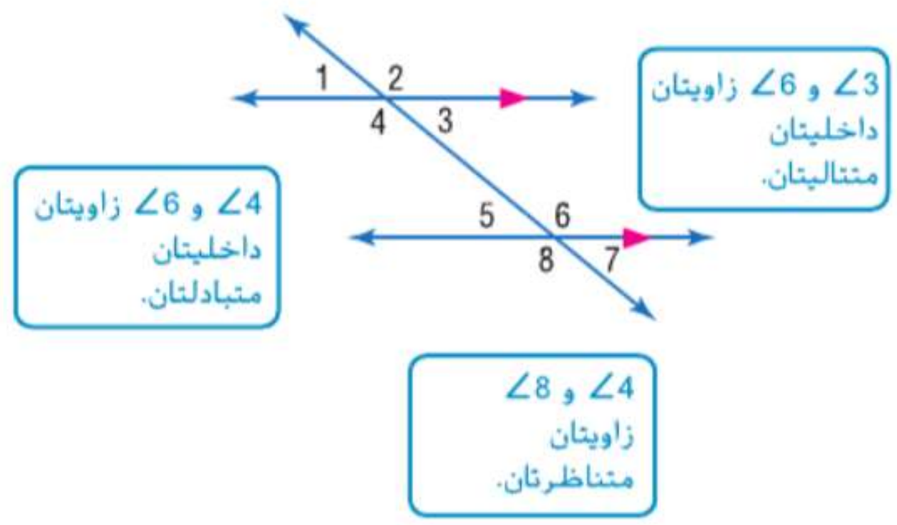
3 **افتح** الأركان وقم بطيها نحو النقطة المركزية في الشكل X لتشكيل مربع صغير.

4 **اكتب** على الأظرف كما هو موضح.

المفردات الجديدة

equiangular triangle	مثلث متساوي الزوايا
equilateral triangle	مثلث متساوي الأضلاع
isosceles triangle	مثلث متساوي الساقين
scalene triangle	مثلث مختلف الأضلاع
auxiliary line	خط مساعد
congruent	تطابق
congruent polygons	مضلعات متطابقة
corresponding parts	أجزاء متناظرة
included angle	زاوية محصورة
included side	ضلع محصور
base angle	زاوية قاعدية
transformation	التحويل
preimage	الصورة الأصلية
image	الصورة
reflection	الانعكاس
translation	إزاحة
rotation	الدوران

مراجعة المفردات



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

13-1 تصنيف المثلثات

السابق

- لقد قست الزوايا وصنفتها.

الحالي

1 تحديد المثلثات وتصنيفها حسب قياس الزوايا.

2 تحديد المثلثات وتصنيفها حسب قياس الأضلاع.

لماذا؟

- تم تصميم أبراج البث اللاسلكي لتدعم الهوائيات لبث إشارات المذياع أو التلفاز. يكشف هيكل البرج المعروض عن نمط للدعامات المثلثة.

المفردات الجديدة

مثلث حاد
acute triangle
مثلث متساوي الزوايا
equiangular triangle
مثلث منفرج الزاوية
obtuse triangle
مثلث قائم الزاوية
right triangle
مثلث متساوي الأضلاع
equilateral triangle
مثلث متساوي الساقين
isosceles triangle
مثلث مختلف الأضلاع
scalene triangle

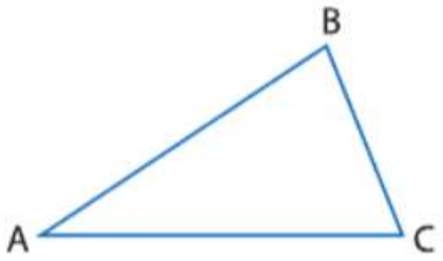
تصميم إنشاءات هندسية للأشكال باستخدام مختلف الأدوات والطرق (الفرجار والمسطرة والخيط والأدوات العاكسة والورق القابل للطي وبرنامج هندسي ديناميكي، وما إلى ذلك).

التفكير بطريقة تجريدية وكميّة.

مراعاة الدقة.

1 تصنيف المثلثات حسب الزوايا تذكر أن المثلث شكل ثلاثي الأضلاع المثلث *ABC*. يكتب $\triangle ABC$.

له أجزاء مسماة باستخدام الأحرف *A* و *B* و *C*.



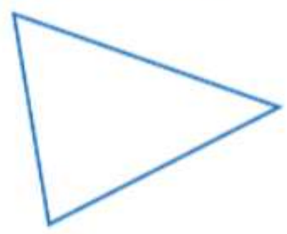
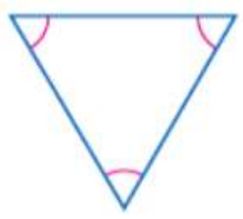
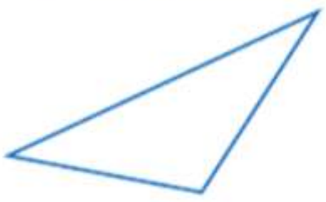
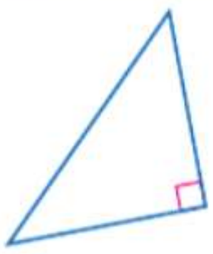
أضلاع $\triangle ABC$ هي $\overline{AB}$ و $\overline{BC}$ و $\overline{CA}$.

الرؤوس هي النقاط *A* و *B* و *C*.

الزوايا هي $\angle BAC$ أو $\angle A$ و $\angle ABC$ أو $\angle B$ و $\angle BCA$ أو $\angle C$.

يمكن تصنيف المثلثات بطريقتين – حسب زواياها أو حسب أضلاعها. تحتوي كل المثلثات على زاويتين حادتين على الأقل. لكن الزاوية الثالثة تستخدم في تصنيف المثلث.

المفهوم الأساسي تصنيفات المثلثات حسب الزوايا

مثلث حاد	مثلث متساوي الزوايا	مثلث منفرج الزاوية	مثلث قائم الزاوية
			
3 زوايا حادة	3 زوايا حادة متطابقة	1 زاوية منفرجة	1 زاوية قائمة

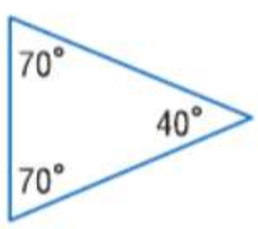
المثلث متساوي الزوايا هو نوع خاص من المثلث حاد الزاوية.

عند تصنيف المثلثات، كن دقيقًا قدر الإمكان. فبينما المثلث الذي يضم ثلاث زوايا حادة متطابقة يعتبر مثلثًا حاد الزاوية، من الأدق تصنيفه على أنه مثلث متساوي الزوايا.

مثال 1 تصنيف المثلثات حسب الزوايا

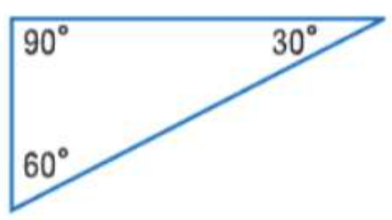
ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره حاد الزاوية أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية.

a.



يحتوي المثلث على ثلاث زوايا حادة غير متساوية.

b.



يبلغ قياس إحدى زوايا المثلث 90. ولذلك فهي زاوية قائمة. بما أن المثلث يحتوي على زاوية قائمة، فهو مثلث قائم الزاوية.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مراجعة المفردات

الزاوية الحادة زاوية بقياس درجة أقل من 90

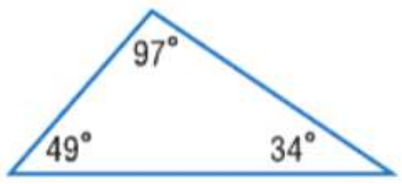
الزاوية القائمة زاوية بقياس درجة يبلغ 90

الزاوية المنفرجة زاوية بقياس درجة أكبر من 90

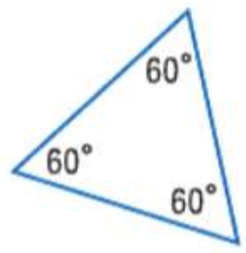
تمرين موجّه

ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره حاد الزاوية أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية.

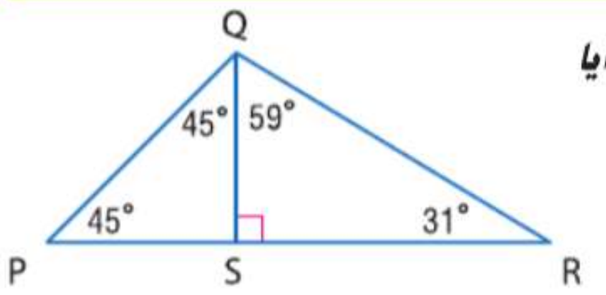
1A.



1B.



مثال 2 تصنيف المثلثات حسب الزوايا داخل الأشكال



ضع تصنيفا للمثلث $\triangle PQR$ باعتباره حاد الزاوية أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية. اشرح تبريرك.

النقطة S تقع في الزاوية الداخلية لـ $\angle PQR$. إذا حسب مسلّمة جمع الزوايا، $m\angle PQR = m\angle PQS + m\angle SQR$. بالتعويض، $m\angle PQR = 45 + 59$ أو 104.

بما أن $\triangle PQR$ يحتوي على زاوية منفرجة، فهو مثلث منفرج.

تمرين موجّه

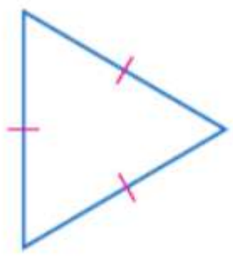
2. استخدم الرسم التخطيطي لتصنيف $\triangle PQS$ باعتباره حاد الزاوية، أو متساوي الزوايا، أو منفرج الزاوية، أو قائم الزاوية. اشرح تبريرك.

2 تصنيف المثلثات حسب الأضلاع

يمكن أيضا تصنيف المثلثات وفقًا لعدد الأضلاع المتطابقة فيها. لتوضيح أن أضلاع المثلث متطابقة، يتم رسم عدد متساوٍ من علامات التجزئة على الأضلاع المتناظرة.

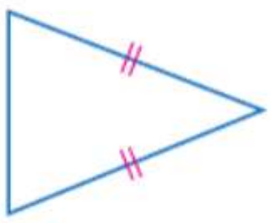
المفهوم الأساسي تصنيفات المثلثات حسب الأضلاع

مثلث متساوي الأضلاع



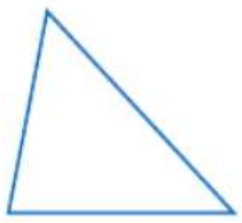
الأضلاع الثلاثة متطابقة

مثلث متساوي الساقين



ضلعان متطابقان على الأقل

مثلث مختلف الأضلاع



لا توجد أضلاع متطابقة

المثلث متساوي الأضلاع نوع خاص من المثلث متساوي الساقين.

مثال 3 من الحياة اليومية تصنيف المثلثات حسب الأضلاع

الموسيقى ***ضع تصنيفًا لصندوق أصوات العزف الروسي أدناه باعتباره متساوي الأضلاع أو متساوي الساقين أو مختلف الأضلاع.***

ضلعان لهما القياس نفسه وهو 40 cm. إذًا، المثلث له ضلعان متطابقان. المثلث متساوي الساقين.

تمرين موجّه

3. **سلامة القيادة** ضع تصنيفًا للزر في الصورة على اليمين حسب أضلاعه.

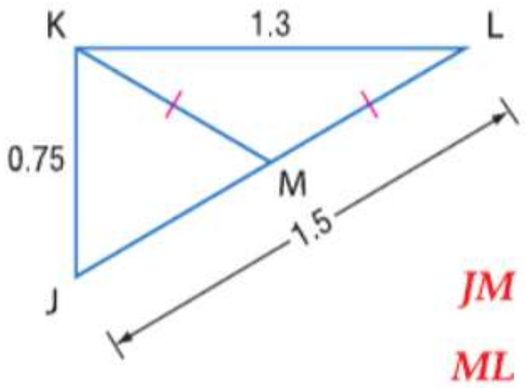
الربط بالحياة اليومية

في الكثير من السيارات، تعمل مصابيح الخطر بالضغط على زر صغير يوجد بالقرب من عمود القيادة. يتخذ المفتاح في العادة شكلا مألوفًا يشبه المثلث متساوي الأضلاع.

المصدر: جنرال موتورز

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 4 تصنيف المثلثات حسب الأضلاع داخل الأشكال



إذا كانت النقطة M هي نقطة المنتصف في $\overline{JL}$، فضع تصنيفا للمثلث $\triangle JKM$ باعتباره *متساوي الأضلاع*، أو *متساوي الساقين*، أو *مختلف الأضلاع*. اشرح تبريرك.

حسب تعريف نقطة المنتصف، $JM = ML$.

$JM + ML = JL$	مُسلّمة جمع القطع المستقيمة
$ML + ML = 1.5$	تعويض
$2ML = 1.5$	بسط.
$ML = 0.75$	اقسم الطرفين على 2.

$JM = ML$ أو 0.75. بما أن $KM = ML$ و $\overline{KM} \cong \overline{ML}$ أو 0.75.

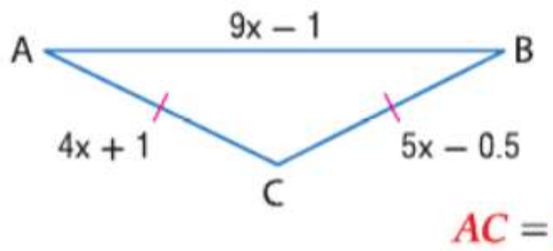
بما أن $KJ = JM = KM = 0.75$ يضم المثلث ثلاثة أضلاع بالقياس نفسه. ولهذا، يضم المثلث ثلاثة أضلاع متطابقة، ولهذا فهو متساوي الأضلاع.

تمرين موجّه

4. صنّف $\triangle KML$ باعتباره متساوي الأضلاع، أو متساوي الساقين، أو مختلف الأضلاع. اشرح تبريرك.

يمكنك أيضا استخدام خواص المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع لإيجاد القيم المفقودة.

مثال 5 إيجاد القيم المفقودة



الجبر جـــد قياسات أضلاع المثلث متساوي الساقين ABC

الخطوة 1 جـــد قيمة x.

$AC = CB$	معطى
$4x + 1 = 5x - 0.5$	التعويض
$1 = x - 0.5$	اطرح $4x$ من كل ضلع.
$1.5 = x$	بجمع 0.5 إلى كل طرف.

الخطوة 2 قم بالتعويض لإيجاد طول كل ضلع.

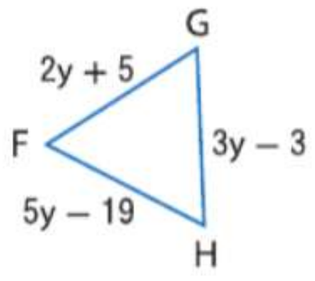
$AC = 4x + 1$	معطى
$= 4(1.5) + 1 = 7$	$x = 1.5$
$CB = AC$	معطى
$= 7$	$AC = 7$
$AB = 9x - 1$	معطى
$= 9(1.5) - 1$	$x = 1.5$
$= 12.5$	بسط.

نصيحة دراسية

المثابرة في المثال 5، للتحقق من إجابتك، قم بإجراء اختبار لترى ما إذا كان $CB = AC$ عند وضع 1.5 مكان x في التعبير $CB = 5x - 0.5$. $CB = 5x - 0.5$؛
$= 5(1.5) - 0.5 = 7$ ✓

تمرين موجّه

5. جـــد قياس أضلاع المثلث متساوي الأضلاع FGH.

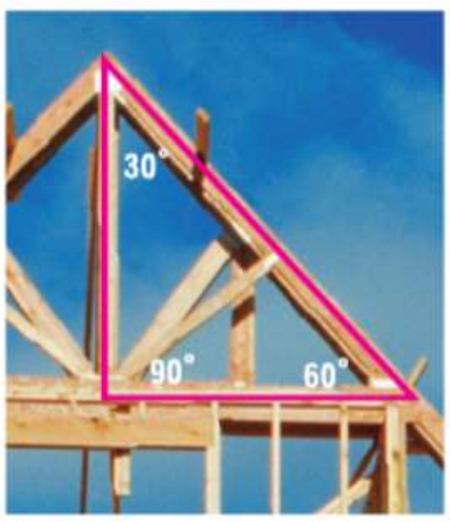


McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

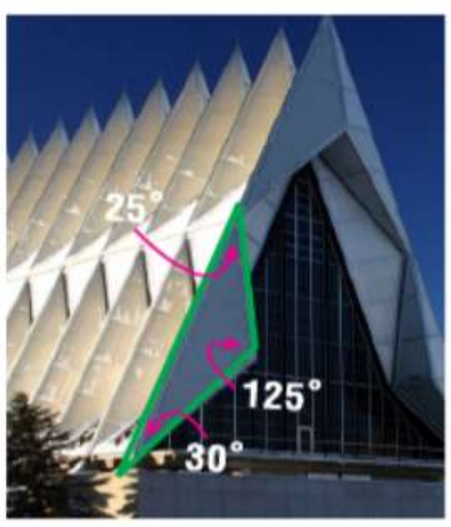
التحقق من فهمك

مثال 1 **الهندسة المعمارية** ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره *حاد الزاوية أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية.*

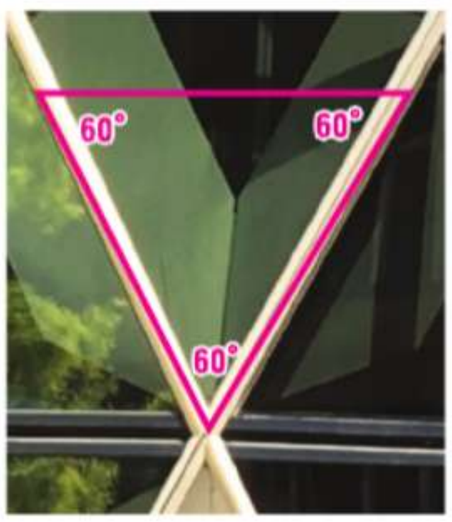
1.



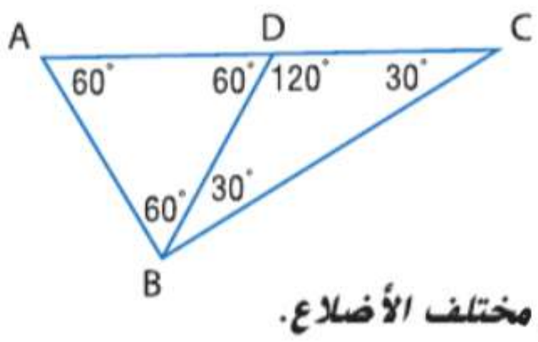
2.



3.



مثال 2 ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره *حاد الزاوية أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية . اشرح تبريرك.*



4. $\triangle ABD$

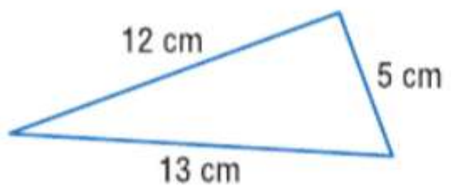
5. $\triangle BDC$

6. $\triangle ABC$

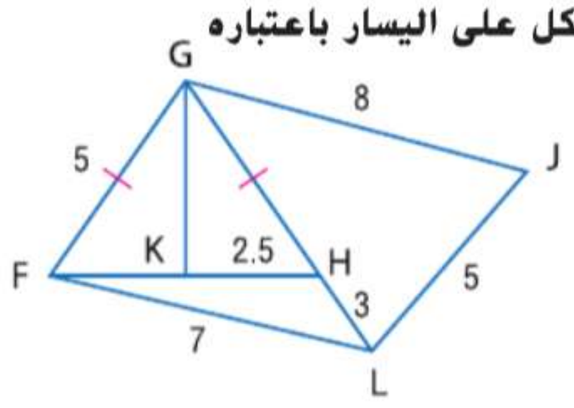
مثال 3 **الدقة** ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره *متساوي الأضلاع، أو متساوي الساقين، أو مختلف الأضلاع.*

7.

8.



مثال 4 إذا كانت النقطة K هي نقطة المنتصف في $\overline{FH}$، فضع تصنيفًا لكل مثلث في الشكل على اليسار باعتباره *متساوي الأضلاع، أو متساوي الساقين، أو مختلف الأضلاع.*



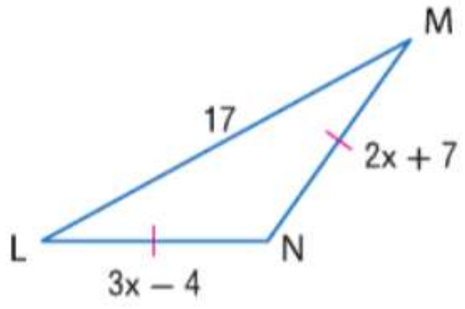
9. $\triangle FGH$

10. $\triangle GJL$

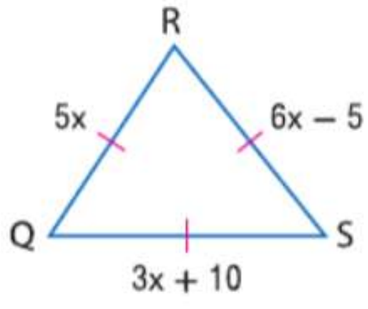
11. $\triangle FHL$

مثال 5 **الجبر** جـــد قيمة x المجهولة في قياس الأضلاع لكل مثلث.

12.



13.



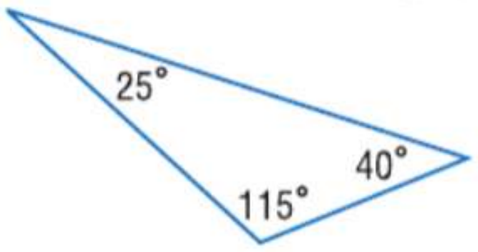
14. **مجوهرات** افترض أنك تطوي سلكا من الصلب الذي لا يصدأ لعمل القرط المعروض. الجزء المثلث من القرط عبارة عن مثلث متساوي الساقين. إذا كان مطلوبًا 1.5 cm لعمل جزء تعليق القرط. فكم عدد الأقراط التي يمكن عملها من 45 cm من السلك؟ اشرح تبريرك.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

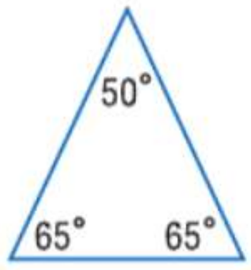
التمرين وحل المسائل

مثال 1 ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره *حاد الزاوية أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية*.

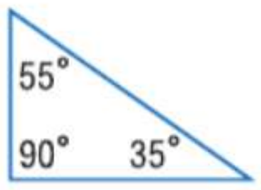
15.



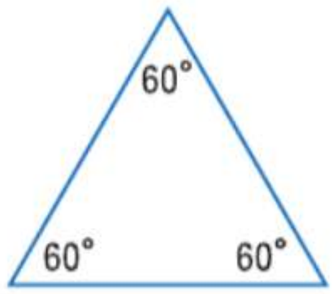
16.



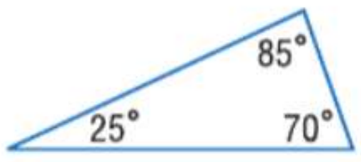
17.



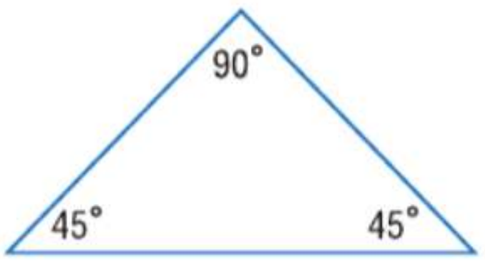
18.



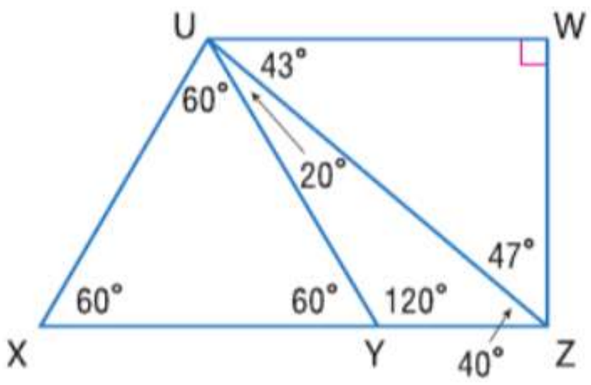
19.

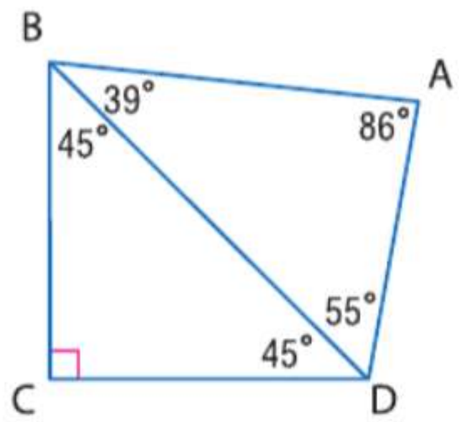


20.



مثال 2 **الدقة** ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره *حاد الزاوية أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية*.





21. $\triangle UYZ$

22. $\triangle BCD$

23. $\triangle ADB$

24. $\triangle UXZ$

25. $\triangle UWZ$

26. $\triangle UXY$

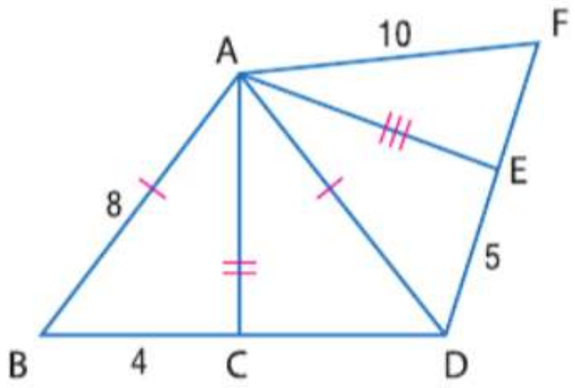
مثال 3 ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره *متساوي الأضلاع، أو متساوي الساقين ، أو مختلف الأضلاع*.

27.

28.

29.

مثال 4 إذا كانت النقطة C هي نقطة الوسط في $\overline{BD}$ والنقطة E هي نقطة الوسط في $\overline{DF}$، فضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره *متساوي الأضلاع، أو متساوي الساقين، أو مختلف الأضلاع*.



30. $\triangle ABC$

31. $\triangle AEF$

32. $\triangle ADF$

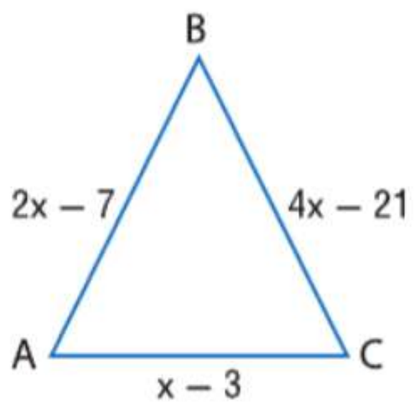
33. $\triangle ACD$

34. $\triangle AED$

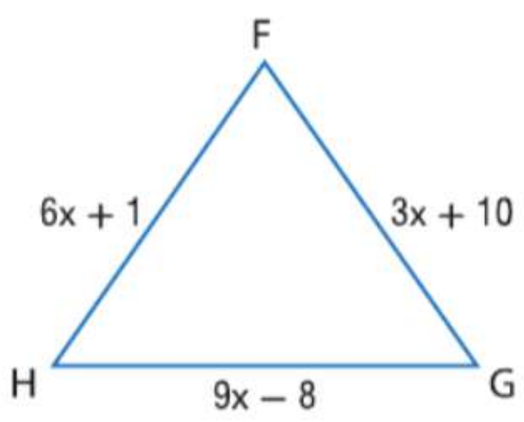
35. $\triangle ABD$

مثال 5

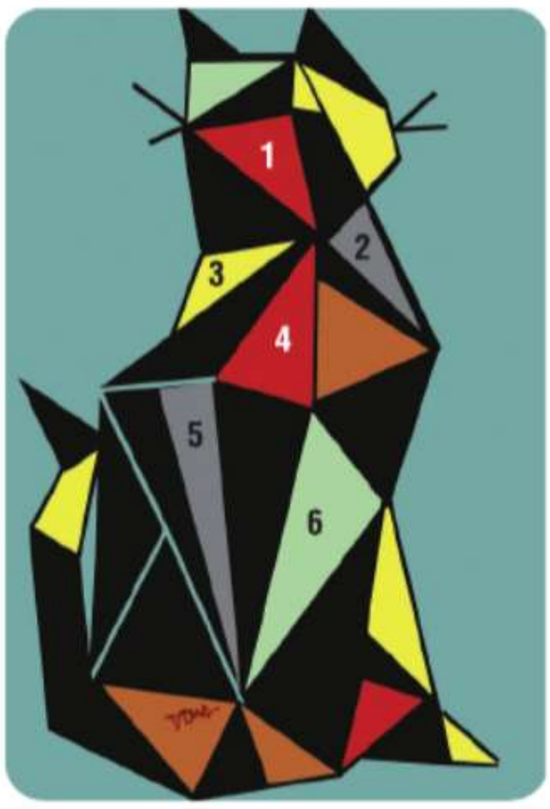
36. **الجبر** جد قيمة x وطول كل ضلع إذا كان $\triangle ABC$ متساوي الساقين حيث $\overline{AB} \cong \overline{BC}$.



37. **الجبر** جد قيمة x وطول كل ضلع إذا كان $\triangle FGH$ متساوي الأضلاع.



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

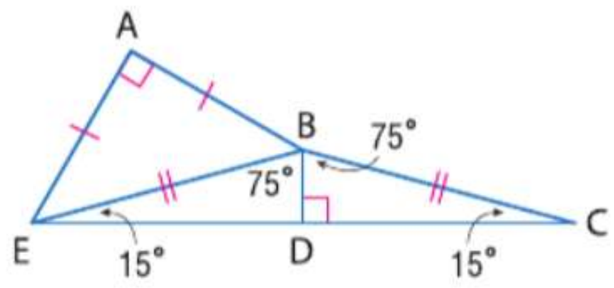


Kat , 2002, by Diana Ong, computer graphic

38. فن الرسم راجع الرسم المعروض. صنّف كل مثلث مرقّم في شكل الطائرة الورقية *Kat* حسب زواياه وأضلاعه. استخدم ركن صفحة الدفتر لتصنيف قياس الزاوية واستخدم مسطرة لقياس الأضلاع.

39. كليدوسكوب يبني إبراهيم كليدوسكوبًا مختلف الألوان باستخدام أنبوب بلاستيكي وورق مقوى وقطع من الورق الملون وبلاطة عاكسة $30\ cm^2$. سيتم تقطيع البلاطة المربعة إلى شرائح وترتيبها لتشكيل منشور مفتوح بقاعدة تشبه قاعدة مثلث متساوي الأضلاع. اصنع رسمًا للمنشور مع تحديد أبعاده. اشرح تبريرك.

الدقة ضع تصنيفًا لكل مثلث في الشكل حسب زواياه وأضلاعه.



40. $\triangle ABE$

41. $\triangle EBC$

42. $\triangle BDC$

هندسة الإحداثيات جـــد قياس أضلاع $\triangle XYZ$ وضع تصنيفًا لكل مثلث حسب أضلاعه.

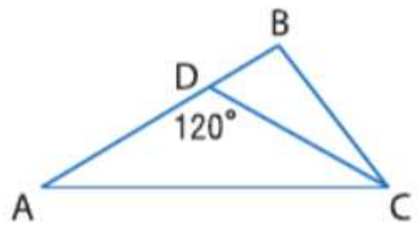
43. $X(-5, 9)$, $Y(2, 1)$, $Z(-8, 3)$

44. $X(7, 6)$, $Y(5, 1)$, $Z(9, 1)$

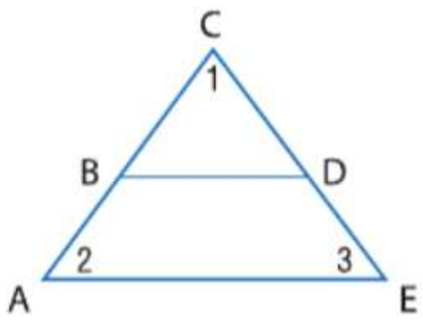
45. $X(3, -2)$, $Y(1, -4)$, $Z(3, -4)$

46. $X(-4, -2)$, $Y(-3, 7)$, $Z(4, -2)$

47. البرهان اكتب برهانا حرًّا لإثبات أن $\triangle DBC$ حاد الزاوية إذا كان $m\angle ADC = 120$ و $\triangle ABC$ حاد الزاوية



48. البرهان اكتب برهانًا من عمودين لإثبات أن BCD متساوي الزوايا إذا كان ACE متساوي الزوايا و $\overline{BD} \parallel \overline{AE}$.



الجبر لكل مثلث، جـــد x وقياس كل ضلع.

49. $\triangle FGH$ مثلث متساوي الأضلاع حيث $FG = 3x - 10$ و $GH = 2x + 5$ و $HF = x + 20$.

50. $\triangle JKL$ مثلث متساوي الساقين حيث $\overline{JK} \cong \overline{KL}$ و $JK = 4x - 1$ و $KL = 2x + 5$ و $LJ = 2x - 1$.

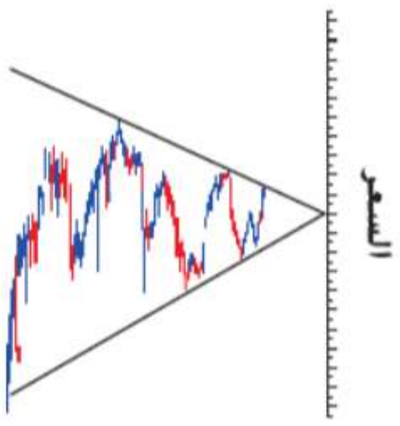
51. $\triangle MNP$ مثلث متساوي الساقين حيث $\overline{MN} \cong \overline{NP}$ أقل باثنين من خمسة مضروبة في x و NP أكثر بسبعة من اثنين مضروبة في x و PM أكثر باثنين من ثلاثة مضروبة في x.

52. $\triangle RST$ مثلث متساوي الأضلاع. RS أكثر بثلاثة من أربعة مضروبة في x و ST أكثر بسبعة من اثنين مضروبة في x و TR أكثر بواحد من خمسة مضروبة في x.

53. الإنشاء قم بإنشاء مثلث متساوي الأضلاع. تحقق من إنشائك باستخدام القياس وعلله باستخدام الرياضيات. (تلميح: استخدم الإنشاء في نسخ قطعة مستقيمة).

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

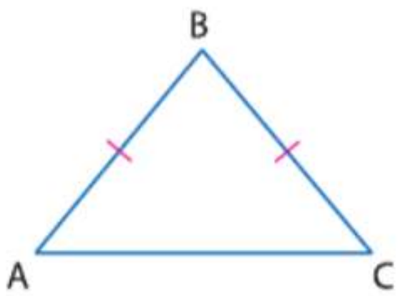
54. **الأسهم** يستخدم المحللون الفنيون مخططات بيانية لتحديد الأنماط التي يمكن أن تشير إلى نشاط مستقبلي في أسعار الأسهم. تحقق مخططات المثلثات المتناظرة الفائدة الأكبر عندما يقل التقلب في سعر سهم مع الوقت.



a. ضع تصنيفًا حسب الأضلاع والزوايا للمثلث الذي يتشكل إذا تم رسم خط رأسي عند أية نقطة على التمثيل البياني. مثلث

b. كيف يجب أن يتقلب السعر لكي تشكل البيانات مثلثًا منفرج الزاوية؟ ارسم مثالا لدعم تبريرك.

55. **التمثيلات** المتعددة في الرسم التخطيطي، الرأس *المقابلة* للضلع $\overline{BC}$ هي $\angle A$.



a. هندسيًا ارسم أربعة مثلثات متساوية الساقين، بما فيها مثلث حاد الزاوية ومثلث قائم الزاوية ومثلث منفرج الزاوية. واكتب على الرأسين المقابلين للضلعين المتطابقين الحرفين A و C. وميّز الرأس المتبقية بالحرف B. ثم قس زوايا كل مثلث واكتب كل زاوية مع قياسها.

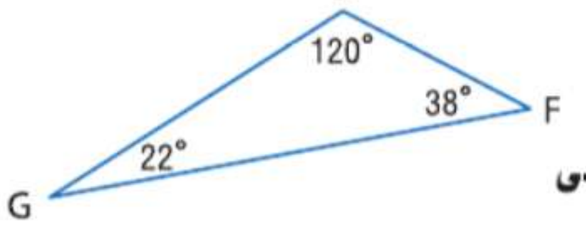
b. جدوليًا قس جميع زوايا كل مثلث. ضع القياسات بالترتيب لكل مثلث في جدول. وأضف عمودًا إلى جدولك لتسجيل مجموع هذه القياسات.

c. لفظيًا ضع تخمينًا لقياسات الزوايا المقابلة للأضلاع المتطابقة لمثلث متساوي الساقين. ثم ضع تخمينًا لمجموع قياسات الزوايا لمثلث متساوي الساقين.

d. جبريًا إذا كانت x هي قياس إحدى الزوايا المقابلة لأحد الأضلاع المتطابقة في مثلث متساوي الساقين، فاكتب تعابير لقياسات كل من الزاويتين الأخريين في المثلث. اشرح.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

56. **تحليل الخطأ** تقول أسماء إن $\triangle DFG$ منفرج الزاوية. تختلف معها أماني، وتشرح أن المثلث يحتوي على زوايا حادة أكثر من الزوايا المنفرجة، فلا بد أنه حاد الزاوية. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح تبريرك.



الدقة **حدد ما إذا كانت العبارات أدناه صحيحة *أحيانًا*، أم *دائما*، أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح تبريرك.**

57. المثلثات متساوية الزوايا تعتبر أيضا مثلثات قائمة الزاوية.

58. المثلثات متساوية الأضلاع تعتبر متساوية الساقين.

59. المثلثات قائمة الزاوية تعتبر متساوية الأضلاع.

60. **تحدٍ** إذا كان قياس أضلاع مثلث متساوي الأضلاع $5x + 3$ وحدات و $7x - 5$ وحدات. فما محيط المثلث؟ اشرح.

مسألة غير محددة الإجابة **ارسم مثالا لكل نوع من المثلثات أدناه باستخدام منقلة ومسطرة. اكتب قياس أضلاع وزوايا كل مثلث. وإن كان ذلك غير ممكن، فاشرح السبب.**

61. مختلف الأضلاع قائم الزاوية

62. متساوي الساقين منفرج الزاوية

63. متساوي الأضلاع منفرج الزاوية

64. **الكتابة في الرياضيات** اشرح السبب في أن تصنيف مثلث متساوي الزوايا باعتباره مثلثًا حادًا متساوي الزوايا غير ضروري.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تدريب على الاختبارات المعيارية

65. ما نوع المثلث الذي يمكن أن يقدم مثالا مضادًا على الفرضية أدناه؟

> إذا كانت زاويتا مثلث حادتين، فإن قياس الزاوية الثالثة يجب أن يكون أكبر من 90 أو يساويها.

A متساوي الأضلاع
B منفرج الزاوية
C قائم الزاوية
D مختلف الأضلاع

66. الجبر يتكلف قفاز كرة البيسبول في الأصل AED 84.50. اشتراه إسماعيل بخصم 40%. فكم كان مقدار الخصم من السعر الأصلي؟

F AED 50.70
G AED 44.50
H AED 33.80
J AED 32.62

67. الإجابة الشبكية يتدرب أسامة لخوض سباق 20 km. ويركض 7 km أيام الاثنين والثلاثاء والجمعة، و 12 km يومي الأربعاء والسبت. بعد 6 أسابيع من التدريب، كم عدد السباقات التي تساوي ما يفترض أن يكون أسامة قد ركضه حينها؟

68. SAT/ACT ما ميل المستقيم الذي تحدده المعادلة $2x + y = 5$؟

A $-\frac{5}{2}$
B -2
C -1
D 2
E $\frac{5}{2}$

مراجعة شاملة

جـــد المسافة بين كل زوج من الخطوط المتوازية بمراعاة المعادلات المعطاة.

69. $x = -2$, $x = 5$

70. $y = -6$, $y = 1$

71. $y = 2x + 3$, $y = 2x - 7$

72. $y = x + 2$, $y = x - 4$

73. كرة القدم عند تخطيط ملعب التدريب على كرة القدم، رسم السيد أيمن الخطوط الجانبية أولاً. ثم وضع علامات لزيادات بمقدار 10 أمتار على أحد خطوط الجانب. ثم وضع خطوطا عمودية على الخطوط الجانبية عند كل علامة على مسافة 10 m. لماذا يضمن هذا توازي خطوط الـ 10 m؟

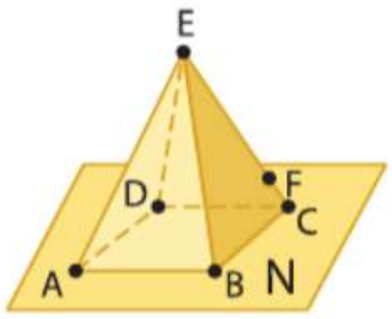
راجع الشكل الموجود على اليسار.

74. كم عدد المستويات التي تظهر في هذا الشكل؟

75. اذكر اسم تقاطع المستوى AEB مع المستوى N.

76. عيّن ثلاث نقاط تقع على استقامة واحدة.

77 هل النقاط D، و E، و C، و B على مستوى واحد؟



مراجعة المهارات

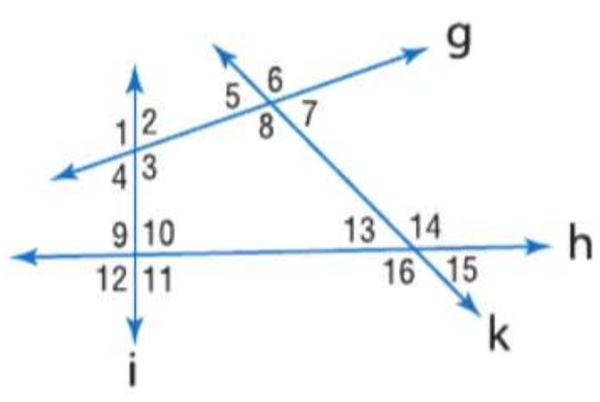
حدد كل زوج من الزوايا باعتباره *زوايا داخلية متبادلة*، أو *زوايا خارجية متبادلة*، أو *زوايا متناظرة*، أو *زوايا داخلية متتالية*.

78. $\angle 5$ و $\angle 3$

79. $\angle 9$ و $\angle 4$

80. $\angle 11$ و $\angle 13$

81. $\angle 1$ و $\angle 11$



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مختبر الهندسة
زوايا المثلثات

في هذا النشاط المعملي، ستجد علاقات خاصة بين زوايا المثلثات.

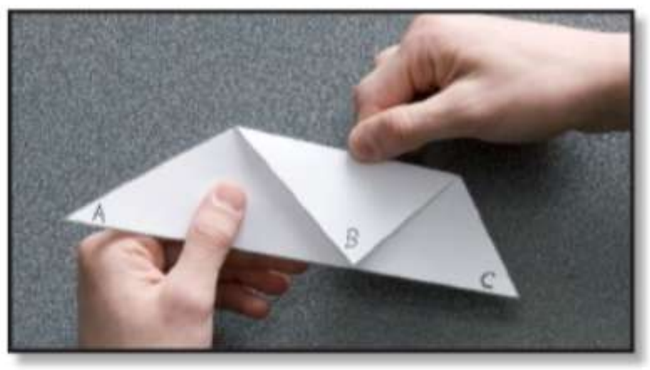
قم بتصميم إنشاءات هندسية للأشكال باستخدام مختلف الأدوات والطرق (الفرجار والمسطرة والخيط والأدوات العاكسة والورق القابل للطي وبرنامج هندسي ديناميكي، وما إلى ذلك).

النشاط 1 الزوايا الداخلية لمثلث

الخطوة 1

ارسم عدة مثلثات مختلفة وقصها. واكتب على الرؤوس A و B و C.

الخطوة 2



مع كل مثلث، قم بطي الرأس B لأسفل بحيث يتوازى خط الطي مع $\overline{AC}$. أعد تسمية الرأس باسم B.

الخطوة 3

ثم قم بطي الرأسين A و C بحيث يقابلان الرأس B. أعد تسمية الرأسين باسم A و C.

تحليل النتائج

1. الزوايا A و B و C تسمى الزوايا الداخلية للمثلث ABC. ما نوع الشكل التي تشكله هذه الزوايا عند ضمها معا في الخطوة 3؟

2. **التخمين** مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمثلث.

النشاط 2 الزوايا الخارجية لمثلث

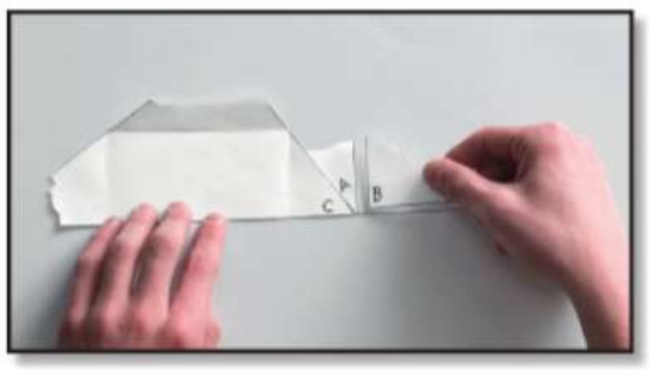
الخطوة 1

افتح كل مثلث ناتج عن النشاط 1 وضع كلاً منها على قطعة ورق منفصلة. وقم بمد $\overline{AC}$ كما هو موضح.

الخطوة 2

من كل مثلث، اقطع الزاويتين $\angle A$ و $\angle B$.

الخطوة 3



قم بترتيب $\angle A$ و $\angle B$ بحيث تملآن الزاوية المجاورة للزاوية $\angle C$ كما هو موضح.

تمثيل النتائج وتحليلها

3. الزاوية المجاورة لـ $\angle C$ تسمى زاوية خارجية للمثلث ABC. **خمّن** العلاقة بين $\angle A$ و $\angle B$ والزاوية الخارجية عند C.

4. كرر الخطوات في النشاط 2 مع الزاويتين الخارجيتين $\angle A$ و $\angle B$ في كل مثلث.

5. **قم بتخمين** قياس زاوية خارجية ومجموع قياس الزوايا الداخلية غير المجاورة لها.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

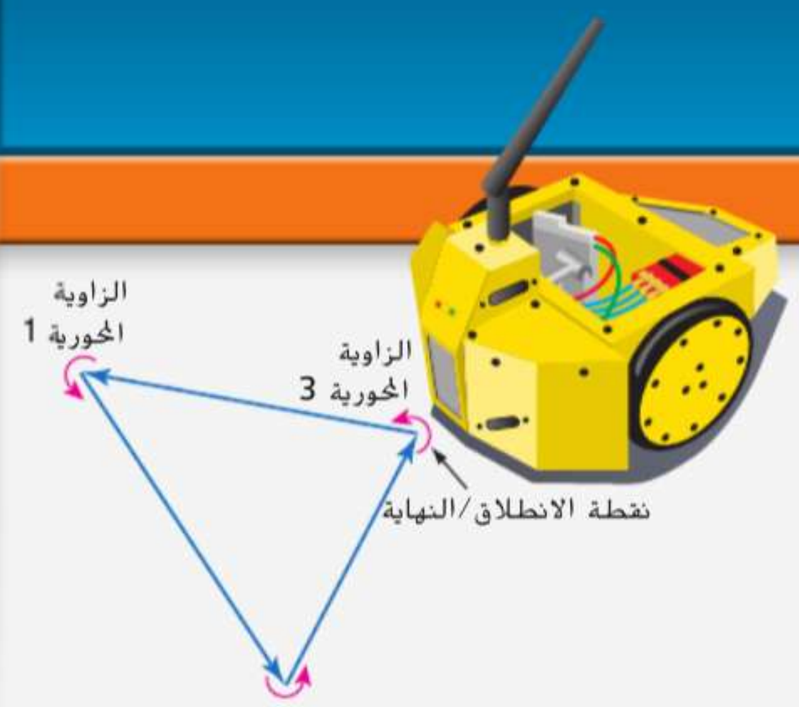
13-2 زوايا المثلثات

السابق
- لقد صنفت المثلثات حسب أطوال أضلاعها أو قياس زواياها.

الحالي
1. تطبيق نظرية مجموع زوايا المثلث.
2. تطبيق نظرية الزاوية الخارجية.

لماذا؟
- يرعى معهد ماساتشوستس للتقنية (MIT) المسابقة السنوية *للتصميم 2.007* التي يصمم فيها الطلاب إنسانا آليًا ويصنعونه.

من بين اختبارات حركات الإنسان الآلي برمجته على التحرك في مسار مثلث. سيظل مجموع قياس الزوايا المحورية التي يجب أن يدور الإنسان الآلي عبرها ثابتًا دائما.



المفردات الجديدة
- خط مساعد — auxiliary line
- زاوية خارجية — exterior angle
- زوايا داخلية غير مجاورة — remote interior angles
- البرهان التسلسلي — flow proof
- نتيجة — corollary

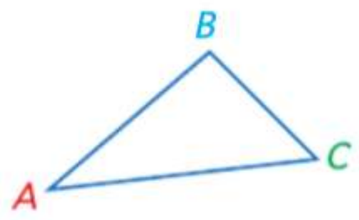
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها. بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 نظرية مجموع زوايا المثلث تحدد نظرية مجموع زوايا المثلث العلاقة بين قياس الزوايا الداخلية في أي مثلث.

النظرية 13.1 نظرية مجموع زوايا المثلث

الشرح يبلغ مجموع قياس زوايا المثلث 180.

مثال $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180$



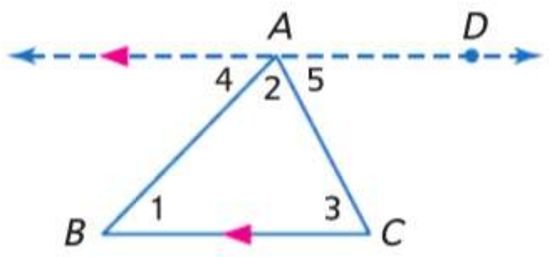
تتطلب برهنة نظرية مجموع زوايا المثلث استخدام خط مساعد. **الخط المساعد** خط إضافي أو قطعة إضافية مرسومة في شكل للمساعدة في تحليل العلاقات الهندسية. كما يحدث مع أي عبارة في برهان، يجب عليك أن تعلل أي خواص لخط مساعد رسمته.

البرهان نظرية مجموع زوايا المثلث

المعطيات: $\triangle ABC$

المطلوب: $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180$

البرهان:



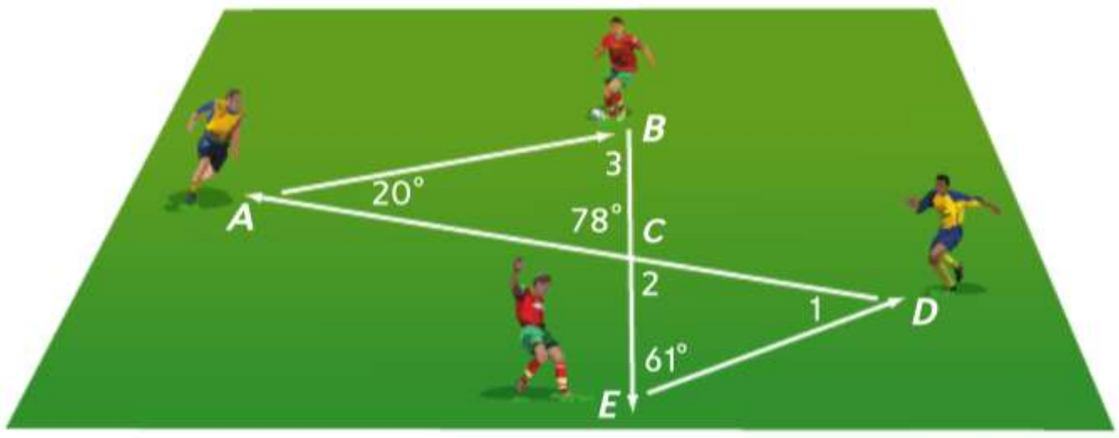
العبارات	المبرّرات
1. $\triangle ABC$	1. المعطيات
2. ارسم $\overleftrightarrow{AD}$ عبر A بحيث يكون موازيًا لـ $\overline{BC}$.	2. مسلمة التوازي
3. $\angle 4$ و $\angle BAD$ تشكلان زاوية مستقيمة.	3. تعريف الزاوية المستقيمة
4. $\angle 4$ و $\angle BAD$ متكاملتان.	4. إذا كان 2 ∡s تشكلان زاوية مستقيمة، فهما متكاملتان.
5. $m\angle 4 + m\angle BAD = 180$	5. تعريف نظرية التكامل ∡s
6. $m\angle BAD = m\angle 2 + m\angle 5$	6. مسلّمة جمع الزوايا
7. $m\angle 4 + m\angle 2 + m\angle 5 = 180$	7. التعويض
8. $\angle 4 \cong \angle 1, \angle 5 \cong \angle 3$	8. نظرية ∡s الداخلية المتبادلة
9. $m\angle 4 = m\angle 1, m\angle 5 = m\angle 3$	9. تعريف ∡s $\cong$
10. $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180$	10. التعويض

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يمكن استخدام نظرية مجموع زوايا المثلث لتحديد قياس الزاوية الثالثة لمثلث عند معرفة قياسي الزاويتين الأخريين.

مثال 1 من الحياة اليومية استخدام نظرية مجموع زوايا المثلث

كرة القدم يوضح الرسم التخطيطي مسار الكرة في تدريب على التمرير لأربعة أصدقاء. جـــد قياس كل زاوية مرقَّمة.



الفهم افحص المعلومات المذكورة في الرسم التخطيطي. أنت تعرف قياسي زاويتين في مثلث واحد وقياس زاوية واحدة فقط في مثلث آخر. أنت تعرف أيضا أن $\angle ACB$ و $\angle 2$ زاويتان رأسيتان.

التخطيط جـــد $m\angle 3$ باستخدام نظرية مجموع زوايا المثلث لأن قياسي زاويتي $\angle ABC$ معلوم. استخدم نظرية الزوايا الرأسية لإيجاد $m\angle 2$. ثم ستكون لديك معلومات كافية لإيجاد قياس $\angle 1$ في $\triangle CDE$.

الحل

$m\angle 3 + m\angle BAC + m\angle ACB = 180$ نظرية مجموع زوايا المثلث

$m\angle 3 + 20 + 78 = 180$ تعويض

$m\angle 3 + 98 = 180$ بسط.

$m\angle 3 = 82$ اطرح 98 من كل طرف.

$\angle ACB$ و $\angle 2$ زاويتان رأسيتان متطابقتان. إذًا، $m\angle 2 = 78$.

استخدم $m\angle 2$ و $\angle CED$ في $\triangle CDE$ لإيجاد قيمة $m\angle 1$.

$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle CED = 180$ نظرية مجموع زوايا المثلث

$m\angle 1 + 78 + 61 = 180$ تعويض

$m\angle 1 + 139 = 180$ بسط.

$m\angle 1 = 41$ اطرح 139 من كل طرف.

التحقق ينبغي أن يبلغ مجموع قياس زوايا $\triangle ABC$ و $\triangle CDE$ 180.

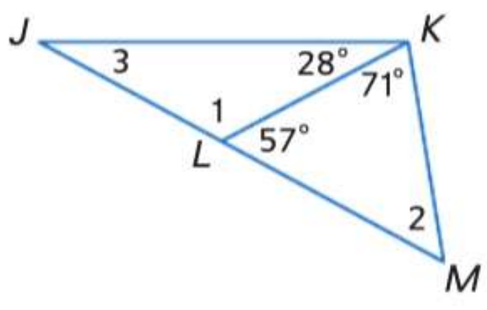
$\triangle ABC$: $m\angle 3 + m\angle BAC + m\angle ACB = 82 + 20 + 78 = 180$ ✓

$\triangle CDE$: $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle CED = 41 + 78 + 61 = 180$ ✓

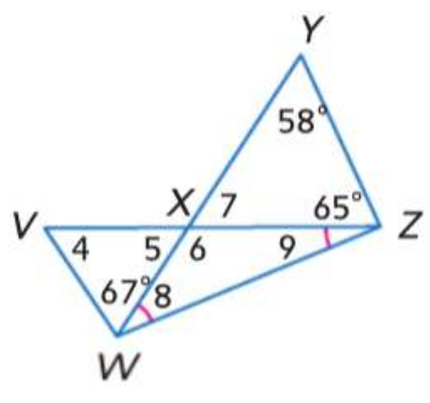
تمرين موجّه

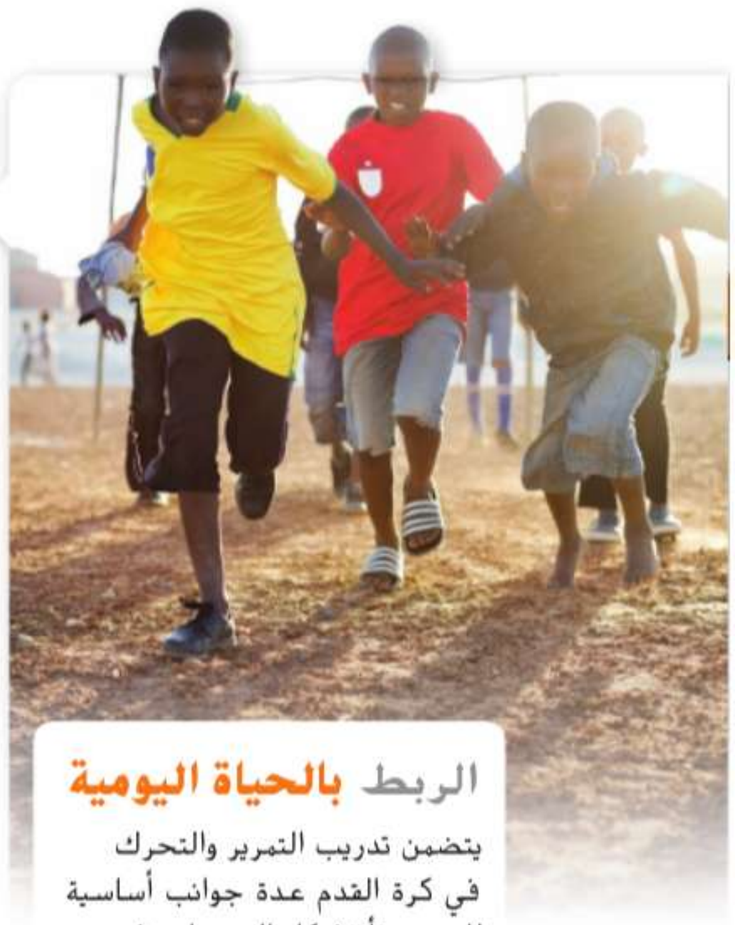
جـــد قياس جميع الزوايا المرقمة.

1A.



1B.





الربط بالحياة اليومية

يتضمن تدريب التمرير والتحرك في كرة القدم عدة جوانب أساسية للتمرير. تأخذ كل التمريرات في هذا التدريب شكل مثلث، وهو أساس كل حركات الكرة. كما أن اللاعبين ملزمون بالتحرك بمجرد تمرير الكرة.

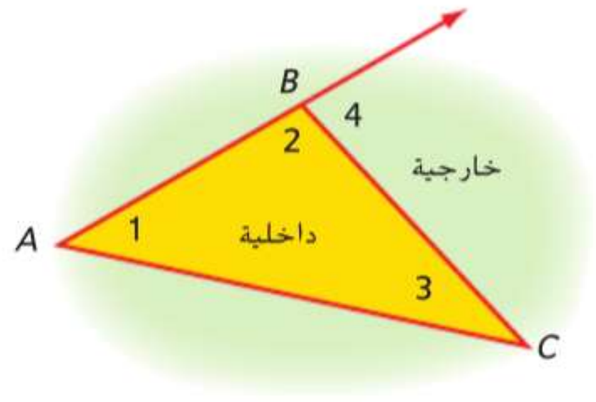
نصيحة في حل المسائل

الاستنتاج المنطقي غالبًا ما يمكن حل المسألة المعقدة بسهولة أكبر إذا حللتها أولاً إلى أجزاء أسهل في التعامل معها. في المثال 1، قبل أن تتمكن من إيجاد قيمة $m\angle 1$، يجب أولاً أن تجد قيمة $m\angle 2$.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

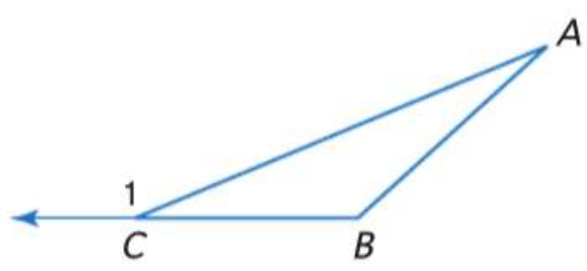
2 نظرية الزوايا الخارجية

بالإضافة إلى الزوايا الداخلية الثلاث في المثلث، يمكن أن تتشكل **زاوية خارجية** من أحد أضلاع المثلث وامتداد الضلع المجاور. يوجد لكل زاوية خارجية في المثلث **زاويتان داخليتان غير مجاورتين**، أي أنهما لا تجاوران الزاوية الخارجية.



$\angle 4$ هي زاوية خارجية للمثلث $\triangle ABC$. وزاويتاها الداخليتان غير المجاورتين هما $\angle 1$ و $\angle 3$.

النظرية 13.2 نظرية الزوايا الخارجية



قياس الزاوية الخارجية في مثلث يساوي مجموع قياس الزاويتين الداخليتين غير المجاورتين.

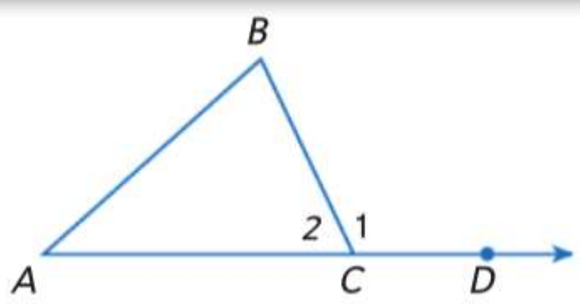
مثال $m\angle A + m\angle B = m\angle 1$

قراءة في الرياضيات

برهان المخطط التسلسلي يسمى البرهان التسلسلي أحيانا ببرهان *المخطط التسلسلي*.

يستخدم **البرهان التسلسلي** عبارات مكتوبة بمربعات وأسهم لإظهار التسلسل المنطقي للفرضية. السبب المبرر لكل عبارة مكتوب تحت المربع. يمكنك استخدام البرهان التسلسلي في إثبات نظرية الزوايا الخارجية.

البرهان نظرية الزوايا الخارجية



المعطيات: $\triangle ABC$

المطلوب: $m\angle A + m\angle B = m\angle 1$

البرهان التسلسلي:

$\triangle ABC$
المعطيات

$m\angle A + m\angle B + m\angle 2 = 180$
نظرية مجموع زوايا المثلث

$\angle 2$ و $\angle 1$ تشكلان زوجا خطيًا.
تعريف الزوج الخطي

$\angle 2$ و $\angle 1$ زاويتان متكاملتان.
إذا شكلت $\angle 2$ و $\angle 1$ زوجا خطيًا، فإنهما متكاملتان.

$m\angle 2 + m\angle 1 = 180$
تحديد الزوايا المتكاملة

$m\angle A + m\angle B + m\angle 2 = m\angle 2 + m\angle 1$
التعويض

$m\angle A + m\angle B = m\angle 1$
خاصية الطرح في المعادلة

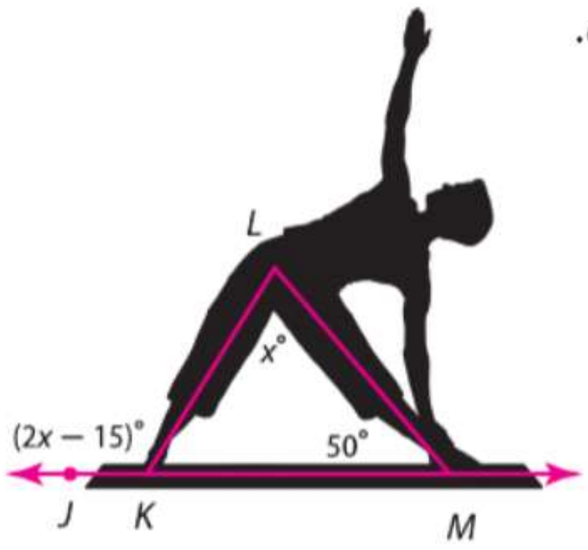
نصيحة دراسية

البراهين التسلسلية يمكن كتابة البراهين التسلسلية رأسيًا أو أفقيًا.

يمكن أيضا استخدام نظرية الزوايا الخارجية في إيجاد القياسات الناقصة.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مثال 2 من الحياة اليومية استخدام نظرية الزوايا الخارجية



اللياقة جـــد قياس $\angle JKL$ في الوضعية المعروضة التي على شكل مثلث.

$m\angle KLM + m\angle LMK = m\angle JKL$ نظرية الزوايا الخارجية

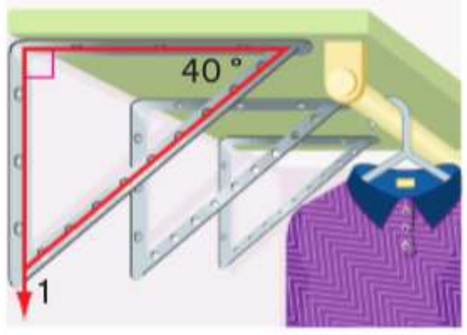
$x + 50 = 2x - 15$ تعويض

$50 = x - 15$ بطرح x من كل طرف.

$65 = x$ بجمع 15 إلى كل طرف.

إذًا، $m\angle JKL = 2(65) - 15$ أو 115.

تمرين موجّه



2. ترتيب الخزانة تثبت بثينة ذراع الرف الظاهر في جدار خزانتها. ما قياس $\angle 1$، وهي الزاوية التي يشكلها الذراع مع الجدار؟

مهنة من الحياة اليومية

المدرب الشخصي يعمل المدربون الشخصيون على توجيه الأفراد وتحفيزهم في نشاطات التمارين. يشرحون عدة تمارين ويساعدون العملاء على تحسين أساليب التدريب لديهم. ويجب أن يحصل المدربون الشخصيون على اعتماد في مجال اللياقة.

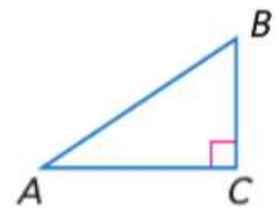
النتيجة نظرية لها برهان تأتي كنتيجة مباشرة لنظرية أخرى. كما هو الحال مع النظرية، يمكن استخدام النتيجة كسبب في برهان. تنتج اللوازم أدناه بشكل مباشر عن نظرية مجموع زوايا المثلث.

اللوازم نتائج مجموعة زوايا المثلث

13.1 الزاويتان الحادتان في المثلث القائم الزاوية هما زاويتان متممتان.

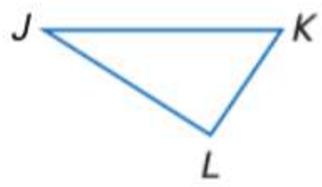
الاختصار: $\measuredangle$ الحادة في $\triangle$ قائم متممة.

مثال: إذا كانت $\angle C$ زاوية قائمة، فإن $\angle A$ و $\angle B$ متممتان.



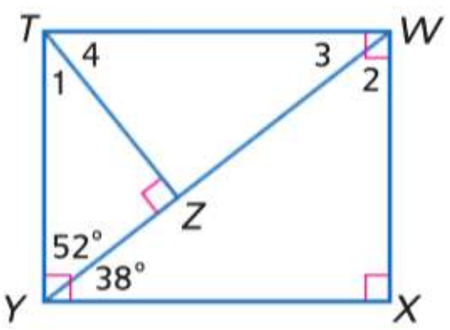
13.2 يمكن أن توجد زاوية واحدة قائمة أو منفرجة بحد أقصى في المثلث.

مثال: إذا كانت $\angle L$ زاوية قائمة أو منفرجة، فإن $\angle J$ و $\angle K$ يجب أن تكونا زاويتين حادتين.



ستبرهن النتيجتين 13.1 و 13.2 في التمرينين 34 و 35.

مثال 3 إيجاد قياس الزوايا في المثلثات قائمة الزاوية



جـــد قياس جميع الزوايا المرقمة.

$m\angle 1 + m\angle TYZ = 90$ $\measuredangle$ الزوايا الحادة في $\triangle$ القائم متممة.

$m\angle 1 + 52 = 90$ التعويض

$m\angle 1 = 38$ اطرح 52 من كل طرف.

تمرين موجّه

3A. $\angle 2$ **3B.** $\angle 3$ **3C.** $\angle 4$

نصيحة دراسية

التحقق من مدى صحة الحل عندما تعمل على إيجاد قياس زاوية أو أكثر في مثلث، تحقق دائما للتأكد من أن مجموع قياسات الزوايا يبلغ 180.

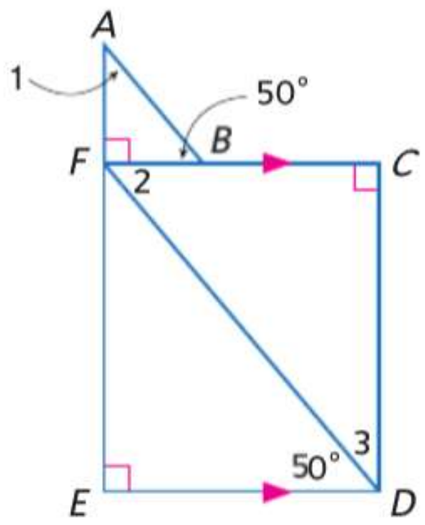
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

مثال 1 جـــد قياس جميع الزوايا المرقمة.

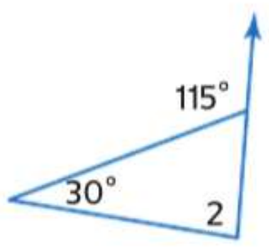
1.

2.

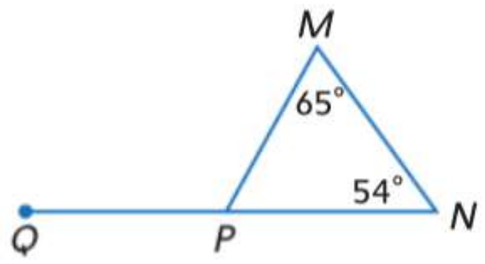


مثال 2 جـــد قياس كل مما يلي.

3. $m\angle 2$



4. $m\angle MPQ$



المقعد تشكل دعامة مقعد الاسترخاء هذا مثلثًا مع بقية هيكل المقعد كما هو ظاهر. إذا علمت أن $m\angle 1 = 105$ و $m\angle 3 = 48$. فجـــد كل قياس.

5. $m\angle 4$

6. $m\angle 6$

7. $m\angle 2$

8. $m\angle 5$

مثال 3 **الانتظام** جـــد قياس كل مما يلي.

9. $m\angle 1$

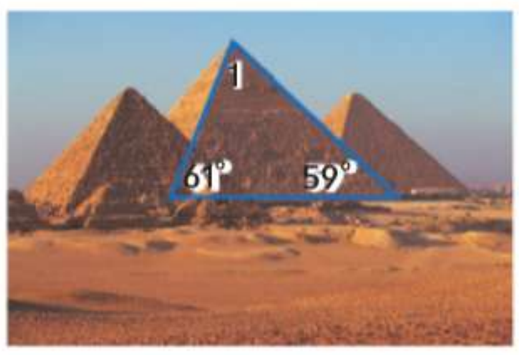
10. $m\angle 3$

11. $m\angle 2$

التمرين وحل المسائل

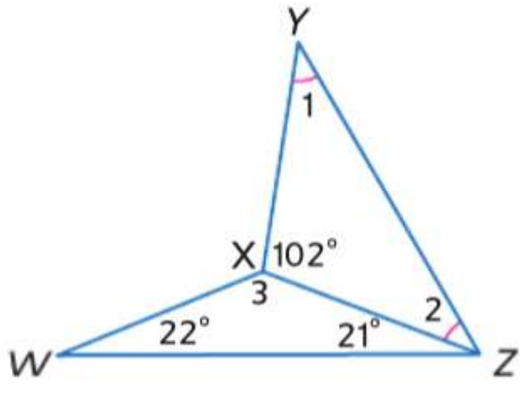
مثال 1 جـــد قياس جميع الزوايا المرقمة.

12.

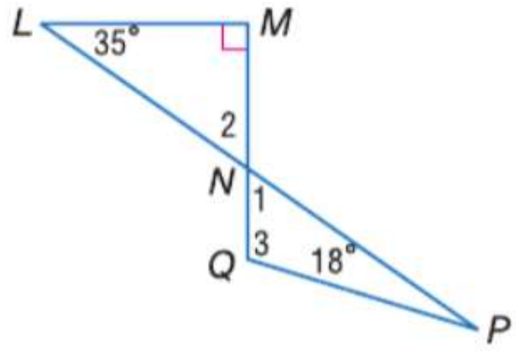


13.

14.

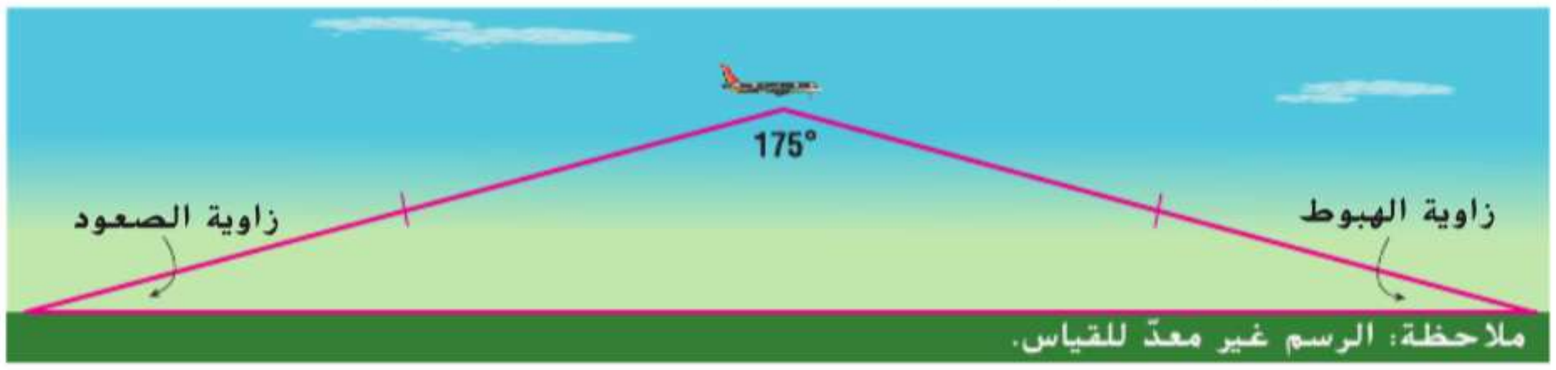


15.



McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح © محفوظة والتأليف الطبع حقوق

16. **الطائرات** يمكن تمثيل مسار طائرة باستخدام ضلعي مثلث كما هو ظاهر. المسافة التي تقطعها الطائرة أثناء الصعود تساوي المسافة التي تقطعها أثناء الهبوط.

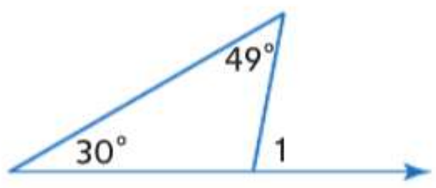


a. ضع تصنيفًا للنموذج باستخدام أضلاعه وزواياه.

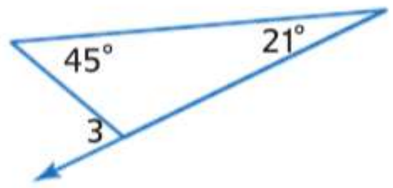
b. زاويتا الصعود والهبوط متطابقتان. جـــد قياسيهما.

مثال 2 **جـــد قياس كل مما يلي.**

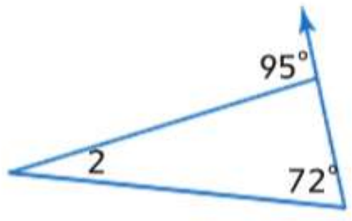
17. $m\angle 1$



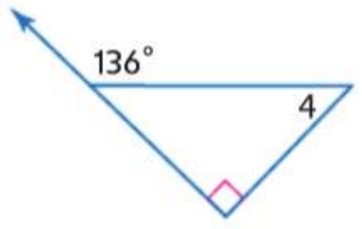
18. $m\angle 3$



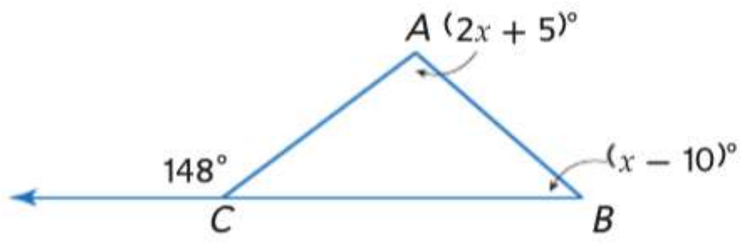
19. $m\angle 2$



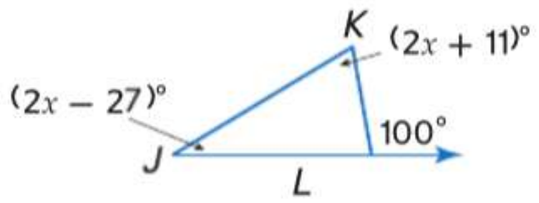
20. $m\angle 4$



21. $m\angle ABC$



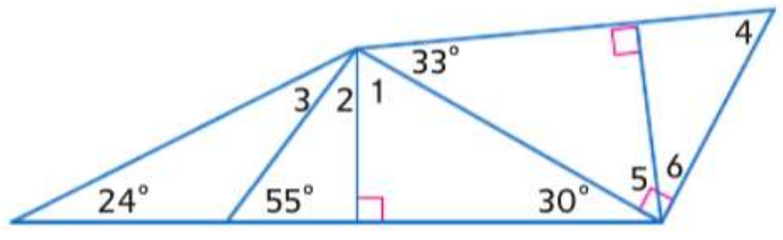
22. $m\angle JKL$



مثال 3

23. **منحدر الكرسي المتحرك** افترض أن منحدر الكرسي المتحرك الظاهر يشكل زاوية تبلغ 12° مع الأرض. فما قياس الزاوية التي يشكلها المنحدر مع باب السيارة؟

الانتظام **جـــد قياس كل مما يلي.**



24. $m\angle 1$

25. $m\angle 2$

26. $m\angle 3$

27. $m\angle 4$

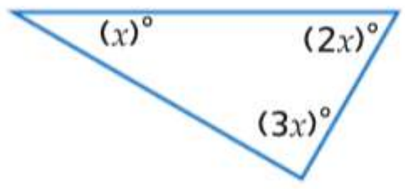
28. $m\angle 5$

29. $m\angle 6$

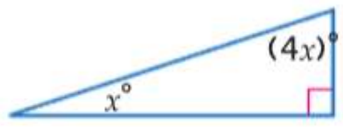
McGraw-Hill Education مؤسسة
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح

الجبر جـــد قيمة x. ثم جـــد قياس كل زاوية.

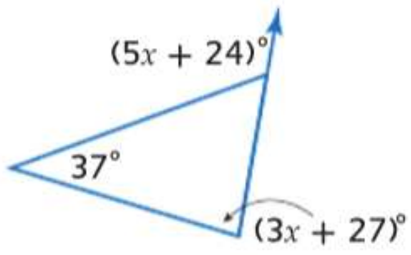
30.



31.



32.



33. **البستنة** قرر أحد مهندسي المناظر الطبيعية ضم دفيئة زراعية مثلثة الشكل إلى حديقة. الشكل هو مثلث متساوي الساقين زاويته الرأسية ربع زاوية القاعدة. ماذا ينبغي أن يكون قياس كل زاوية؟

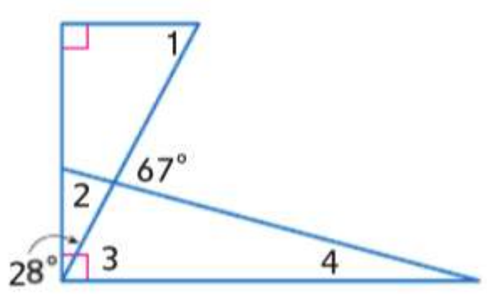
البرهان اكتب النوع المحدد من البراهين.

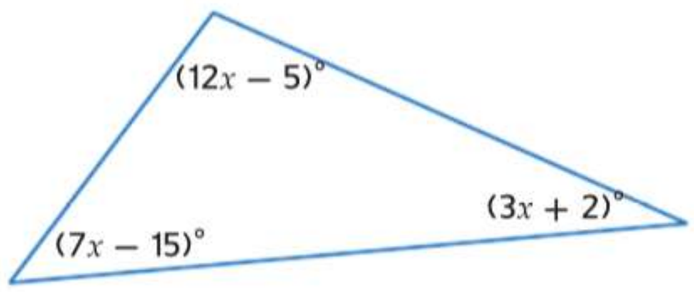
34. البرهان التسلسلي للنتيجة 13.1

35. فقرة برهان للنتيجة 13.2

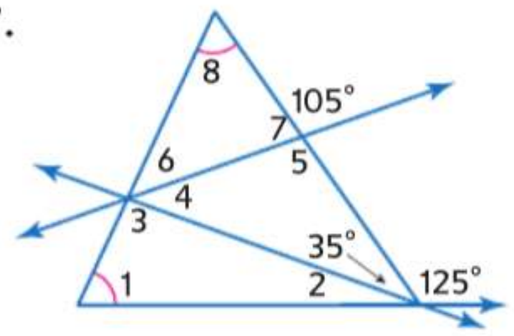
الانتظام جـــد قياس جميع الزوايا المرقمة.

36.





37.



38. **الجبر** صنِّف المثلث الموضح حسب زواياه. اشرح تبريرك.

39. **الجبر** يقل قياس الزاوية الحادة الأكبر في المثلث القائم الزاوية بمقدار 12 درجة عن ناتج ضرب أربعة في قياس الزاوية الحادة الأصغر. جـــد قياس كل زاوية.

40. حدّد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة أم *خاطئة*.
إذا كانت خاطئة فقدم مثالا مضادًا. وإذا كانت صحيحة، فاذكر فرضية تدعم استنتاجك.

إذا كان مجموع زاويتين حادتين في مثلث أكبر من 90، فالمثلث حاد الزاوية.

41. **الجبر** في $\triangle XYZ$، $m\angle X = 152$ و $m\angle Z = z$ و $m\angle Y = Y$. اكتب متباينة لوصف القياسات المحتملة للزاوية $\angle Z$. اشرح تبريرك.

42. **السيارات** راجع الصورة الموجودة على اليسار.

a. جـــد $m\angle 1$ و $m\angle 2$.

b. إذا كان داعم الغطاء أطول من الداعم المعروض، فما التغير الذي سيحدث في $m\angle 1$؟ اشرح.

c. إذا كان داعم الغطاء أطول من الداعم المعروض، فما التغير الذي سيحدث في $m\angle 2$؟ اشرح.

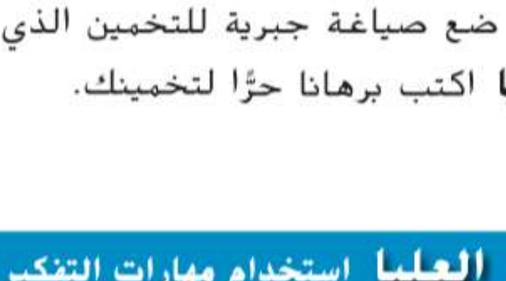
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

البرهان **اكتب نوع البرهان المحدد.**

43. برهان من عمودين

المعطيات: $ABCDEF$ شكل خماسي الأضلاع.

المطلوب: $m\angle B + m\angle BCD + m\angle CDE + m\angle DEF + m\angle F + m\angle FAB = 720$

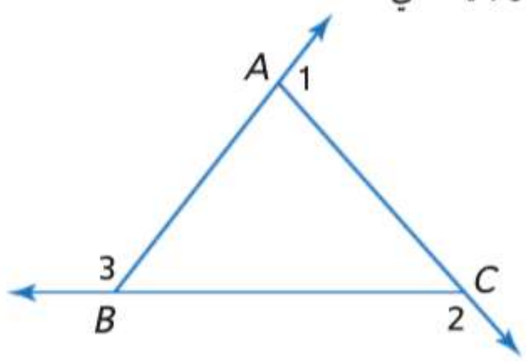


44. برهان حرّ

المعطيات: الصورة على اليسار

المطلوب: $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 5 + m\angle 6$

45. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة. ستتعرف على مجموع قياس الزوايا الخارجية في مثلث.



a. هندسيًا ارسم خمسة مثلثات مختلفة مع تمديد الأضلاع وتسمية الزوايا كما يظهر. احرص على إدراج مثلث منفرج الزاوية ومثلث قائم الزاوية ومثلث حاد الزوايا واحدًا من كل نوع على الأقل.

b. جدوليًا قس الزوايا الخارجية في كل مثلث. وسجل قياسات كل مثلث ومجموع هذه القياسات في جدول.

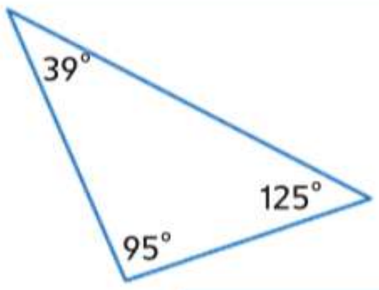
c. لفظيًا قم بتخمين مجموع الزوايا الخارجية في مثلث. واكتب تخمينك بكلمات.

d. جبريًا ضع صياغة جبرية للتخمين الذي كتبته في الجزء c.

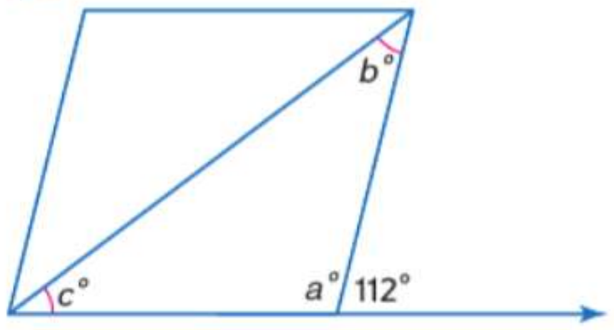
e. تحليليًا اكتب برهانا حرًّا لتخمينك.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

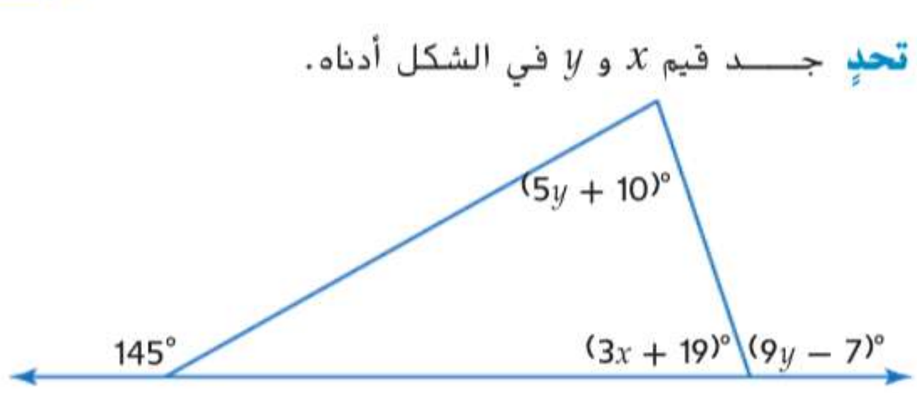
46. **تحليل الخطأ** قاس بدر زوايا المثلث وأسماها كما هو ظاهر. ويقول بلال إن قياسا واحدًا على الأقل غير صحيح. اشرح بطريقتين مختلفتين على الأقل كيف عرف بلال ذلك.



47. **الكتابة في الرياضيات** اشرح كيف ستتوصل إلى القياسات الناقصة في الشكل الظاهر.



48. **تحدٍ** جـــد قيم x و y في الشكل أدناه.



49. **التبرير** إذا كانت الزاوية الخارجية المجاورة للزاوية $\angle A$ زاوية منفرجة. فهل $\triangle ABC$ حاد الزاوية أم قائم الزاوية أم منفرج الزاوية أم لا يمكن تحديد تصنيفه؟ اشرح تبريرك.

50. **الكتابة في الرياضيات** اشرح السبب في أن المثلث لا يمكن أن يحتوي على زوايا داخلية منفرجة وحادة وقائمة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبارات المعيارية

51. الاحتمال يملك السيد جاسم متجر فيديو ويريد إجراء استبيان لعملائه للتوصل إلى نوع الأفلام التي ينبغي أن يشتريها. أي من الخيارات التالية سيمثل الطريقة الأفضل لكي يحصل السيد جاسم على نتائج دقيقة للاستبيان؟

A إجراء استبيان للعملاء الذين يأتون من الساعة 9 مساءً إلى الساعة 10 مساءً

B إجراء استبيان للعملاء الذين يأتون في الإجازة الأسبوعية

C إجراء استبيان للعملاء الذكور

D إجراء استبيان في أوقات مختلفة من الأسبوع واليوم

52. الإجابة القصيرة يبلغ قياس زاويتين في مثلث °35 و °80. جـــد قيم قياس الزوايا الخارجية للمثلث.

53. الجبر ما المعادلة التي تعادل $7x - 3(2 - 5x) = 8x$؟

F $2x - 6 = 8$

G $22x - 6 = 8x$

H $-8x - 6 = 8x$

J $22x + 6 = 8x$

54. SAT/ACT يملك جمال 4 ألعاب فيديو أكثر من حارب ونصف ما يملكه حسام. إذا كان مجموع ما معهم يبلغ 24 لعبة فيديو، فكم عدد ما يملكه حسام؟

A 7

B 9

C 12

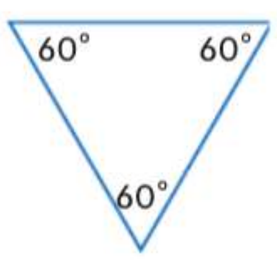
D 13

E 14

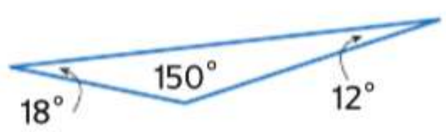
مراجعة شاملة

ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره حاد الزاوية أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية.

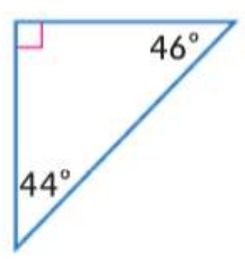
55.



56.



57.



هندسة الإحداثيات جـــد المسافة من P إلى ℓ.

58. المستقيم ℓ يمر بالنقطتين $(-2, 0)$ و $(1, 3)$. والنقطة $P(-4, 4)$

59. المستقيم ℓ يمر بالنقطتين $(-3, 0)$ و $(3, 0)$. والنقطة $P(4, 3)$

مراجعة المهارات

اذكر الخاصية التي تعلل كل عبارة.

60. إذا كانت $\frac{x}{2} = 7$، فإن $x = 14$.

61. إذا كانت $x = 5$ و $b = 5$، فإن $x = b$.

62. إذا كانت $XY - AB = WZ - AB$، فإن $XY = WZ$.

63. إذا كانت $m\angle A = m\angle B$ و $m\angle A = m\angle C$، فإن $m\angle B = m\angle C$.

64. إذا كانت $m\angle 1 + m\angle 2 = 90$ و $m\angle 2 = m\angle 3$، فإن $m\angle 1 + m\angle 3 = 90$.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

13-3 المثلثات المتطابقة

السابق

- تعرفت على المثلثات المتطابقة واستخدمتها.

الحالي

1 ذكر الأجزاء المتناظرة في المضلعات المتطابقة واستخدامها.

2 البرهنة على تطابق المثلثات باستخدام تعريف التطابق.

لماذا؟

- تصنع شركات كثيرة أجهزة الاستريو في السيارة بواجهات قابلة للفك كنوع من التأمين ضد السرقة. يجب أن يتطابق شكل الواجهة وحجمها تماما مع المساحة التي يتم تركيبها فيها لكي يتم تركيبها في لوحة عدادات السيارة بالشكل الملائم.

المفردات الجديدة

تطابق congruent

مضلعات متطابقة congruent polygons

أجزاء متناظرة corresponding parts

استخدام تعريف التطابق بدلالة الحركات الصلبة لتوضيح أن المثلثين يكونان متطابقين إذا وفقط إذا كانت أزواج الأضلاع المتناظرة متطابقة وأزواج الزوايا المتناظرة متطابقة.

استخدام معايير التقارب والتشابه بالنسبة للمثلثات لحل المسائل وإثبات العلاقات في الأشكال الهندسية.

مراعاة الدقة.

بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 التطابق والأجزاء المتناظرة إذا كان هناك شكلان هندسيان بنفس الشكل والحجم، فإنهما **متطابقان**.

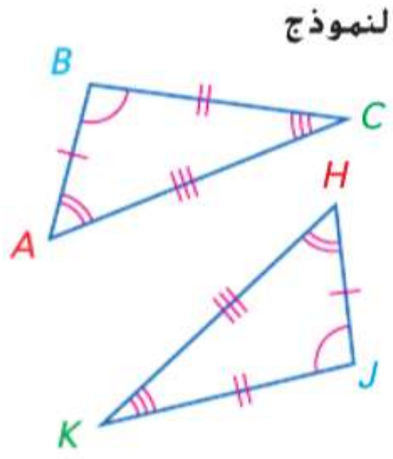
متطابقة	غير متطابقة
على الرغم من أن الأشكال 1 و 2 و 3 في أوضاع مختلفة، إلا أن لها نفس الشكل والقياس.	الشكلان 4 و 5 لهما الشكل نفسه تماما لكن ليس القياس نفسه. والشكلان 5 و 6 لهما القياس نفسه ولكن ليس الشكل نفسه.

في **المضلعين المتطابقين**، تتطابق جميع أجزاء أحد المضلعين مع **الأجزاء المتناظرة** أو الأجزاء المقابلة في المضلع الآخر. وتشمل هذه الأجزاء المتناظرة الزوايا المتناظرة والأضلاع المتناظرة.

المفهوم الأساسي تعريف المضلعات المتطابقة

الشرح يتطابق المضلعان فقط إذا تطابقت أجزاؤهما المتناظرة.

النموذج



مثال

الزوايا المتناظرة

$\angle A \cong \angle H$ $\angle B \cong \angle J$ $\angle C \cong \angle K$

الأضلاع المتناظرة

$\overline{AB} \cong \overline{HJ}$ $\overline{BC} \cong \overline{JK}$ $\overline{AC} \cong \overline{HK}$

عبارة التطابق

$\triangle ABC \cong \triangle HJK$

توجد عبارات تطابق أخرى بالنسبة للمثلثات أعلاه. إن عبارات التطابق الصحيحة للمضلعات المتطابقة تسرد الرؤوس المتناظرة بالترتيب نفسه.

عبارة صحيحة

$\triangle BCA \cong \triangle JKH$

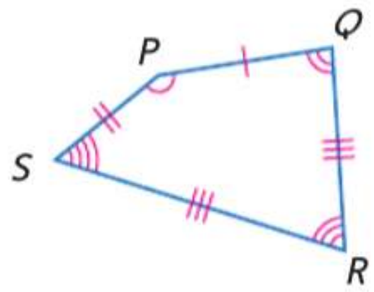
ليست عبارة صحيحة

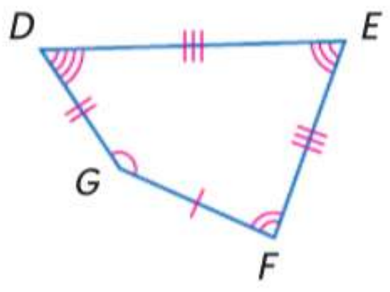
$\triangle ABC \cong \triangle HKJ$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مثال 1 تحديد الأجزاء المتطابقة المتناظرة

وضح أن الشكلين المضلعين متطابقان عن طريق تحديد جميع الأجزاء المتناظرة المتطابقة. ثمّ اكتب جملة التطابق.





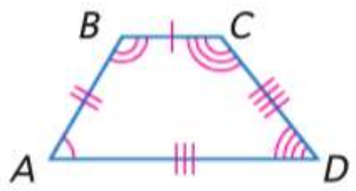
الزوايا: $\angle P \cong \angle G, \angle Q \cong \angle F,$
$\angle R \cong \angle E, \angle S \cong \angle D$

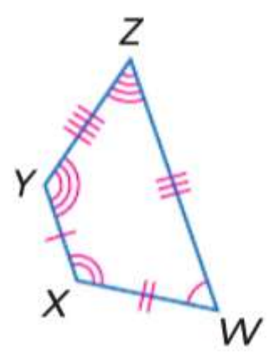
الأضلاع: $\overline{PQ} \cong \overline{GF}, \overline{QR} \cong \overline{FE},$
$\overline{RS} \cong \overline{ED}, \overline{SP} \cong \overline{DG}$

جميع الأجزاء المتناظرة في المضلعين متطابقة.
ولذلك، المضلع PQRS ≅ المضلع GFED.

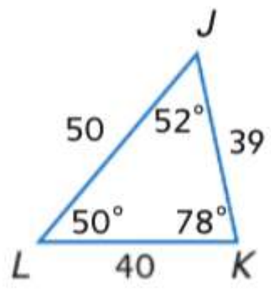
تمرين موجّه

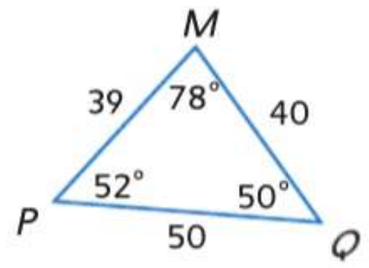
1A.





1B.





الربط بتاريخ الرياضيات

يوهان كارل فريدريش غاوس

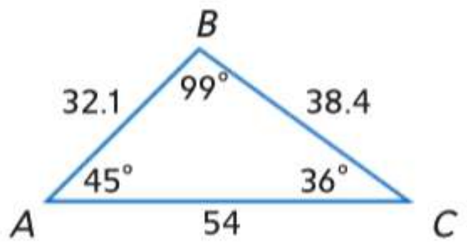
(1777–1855) ابتكر غاوس رمز التطابق ليوضح أن طرفي المعادلة متشابهان وإن لم يكونا متساويين. وتوصل إلى الكثير من التطورات في الرياضيات والفيزياء، بما في ذلك برهان للنظرية الأساسية في الجبر.

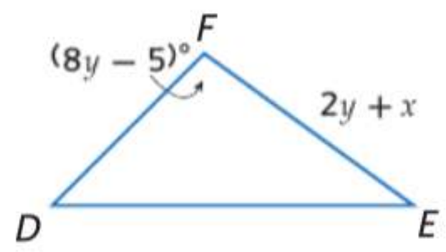
المصدر: The Granger Collection, New York

تعني عبارة "فقط إذا" في تعريف المضلع المتطابق أن كلاً من الشرط وعكسه صحيحان. وعلى هذا، فإذا كان المضلعان متطابقين، فإن أجزاءهما المتناظرة تكون متطابقة. بالنسبة للمثلثات، نقول إن الأجزاء المتناظرة في المثلثات المتطابقة تكون متطابقة.

مثال 2 استخدام الأجزاء المتناظرة في مثلثين متطابقين

في الرسم التخطيطي، $\triangle DFE \cong \triangle ABC$. جـــد قيمة x و y.





$\angle F \cong \angle B$	خاصية الانعكاس في التطابق
$m\angle F = m\angle B$	تعريف التطابق
$8y - 5 = 99$	تعويض
$8y = 104$	اجمع 5 إلى كل طرف.
$y = 13$	اقسم الطرفين على 8.
$\overline{FE} \cong \overline{BC}$	خاصية الانعكاس في التطابق
$FE = BC$	تعريف التطابق
$2y + x = 38.4$	تعويض
$2(13) + x = 38.4$	تعويض
$26 + x = 38.4$	بسط.
$x = 12.4$	اطرح 26 من كل طرف.

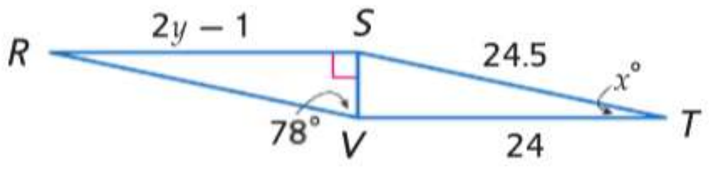
نصيحة دراسية

استخدام عبارة تطابق يمكنك استخدام عبارة تطابق لتساعدك على تحديد الأضلاع المتناظرة بشكل صحيح.

$\triangle ABC \cong \triangle DFE$
$\overline{BC} \cong \overline{FE}$

تمرين موجّه

2. في الرسم التخطيطي، $\triangle RSV \cong \triangle TVS$. جـــد قيمة x و y.

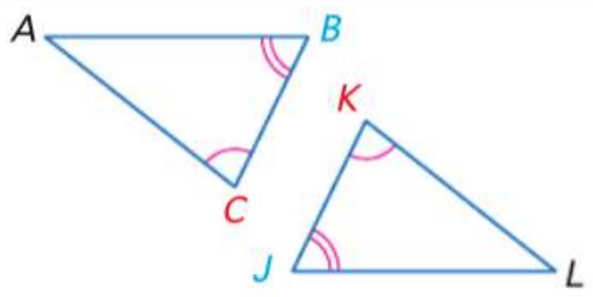


McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

2 البرهنة على تطابق المثلثات

تؤدي نظرية مجموع زوايا المثلث إلى نظرية أخرى حول الزوايا في مثلثين.

النظرية 13.3 نظرية الزاوية الثالثة



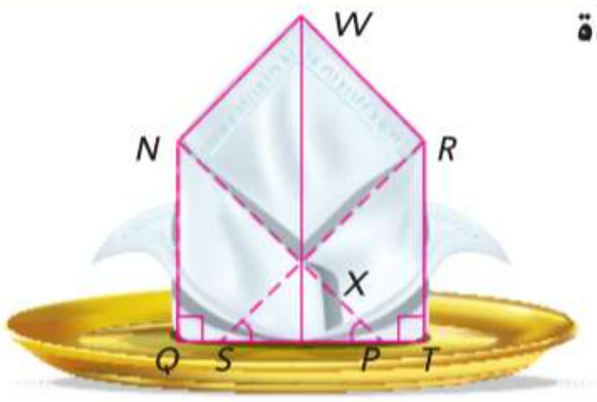
الشرح: إذا كانت زاويتان في مثلث متطابقتين مع زاويتين في مثلث آخر، فعندئذٍ تتطابق الزاوية الثالثة في المثلثين.

مثال: إذا كانت $\angle K \cong \angle C$ و $\angle J \cong \angle B$، إذًا $\angle L \cong \angle A$.

ستبرهن على هذه النظرية في التمرين 21.

مثال 3 من الحياة اليومية استخدام نظرية الزاوية الثالثة

تنظيم حفل **قرر مخططو المائدة الكبرى طي مناديل المائدة على شكل طي الجيب المثلث كي يتمكنوا من وضع هدية صغيرة في الجيب. إذا علمت أن $\angle NPQ \cong \angle RST$ و $m\angle NPQ = 40$، فجد $m\angle SRT$.**



$\angle RST \cong \angle NPQ$. وبما أن جميع الزوايا القائمة متطابقة،
$\angle RTS \cong \angle NQP$. وحسب نظرية الزاوية الثالثة، $\angle SRT \cong \angle QNP$.
ووفقًا لتعريف التطابق، $m\angle QNP = m\angle TRS$.

$m\angle QNP + m\angle NPQ = 90$	الزاويتان الحادتان في المثلث القائم الزاوية متتامتان.
$m\angle QNP + 40 = 90$	التعويض
$m\angle QNP = 50$	بطرح 40 من كل طرف.

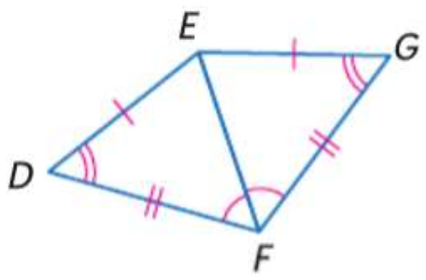
بالتعويض، $m\angle SRT = m\angle QNP$ أو 50.

تمرين موجّه

3. في الرسم التخطيطي أعلاه، إذا كانت $\angle WNX \cong \angle WRX$ و $\overline{WX}$ تنصف $\angle NXR$ و $m\angle WNX = 88$ و $m\angle NXW = 49$. فجد $m\angle NWR$. اشرح تبريرك.

مثال 4 البرهنة على أن الزاويتين متطابقتان

اكتب برهانا من عمودين.



المعطيات: $\overline{DE} \cong \overline{GE}, \overline{DF} \cong \overline{GF}, \angle D \cong \angle G,$
$\angle DFE \cong \angle GFE$

المطلوب: $\triangle DEF \cong \triangle GEF$

البرهان:

العبارات	المبرّرات
1. $\overline{DE} \cong \overline{GE}, \overline{DF} \cong \overline{GF}$	1. المعطيات
2. $\overline{EF} \cong \overline{EF}$	2. خاصية الانعكاس في التطابق
3. $\angle D \cong \angle G, \angle DFE \cong \angle GFE$	3. المُعطى
4. $\angle DEF \cong \angle GEF$	4. نظرية الزوايا الثالثة
5. $\triangle DEF \cong \triangle GEF$	5. تعريف المضلعات المتطابقة

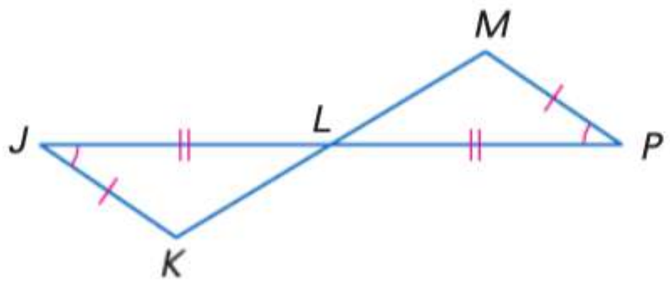
الربط بالحياة اليومية

استخدام بعض المهارات الأساسية في طي المناديل يمكن أن يضيف لمسة أنيقة على أي حفل. الكثير من الطيات تستخدم المثلثات.

نصيحة دراسية

خاصية الانعكاس عندما يشترك مثلثان في ضلع، استخدم خاصية انعكاس التطابق لإثبات أن الضلع المشترك متطابق مع نفسه.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



تمرين موجّه

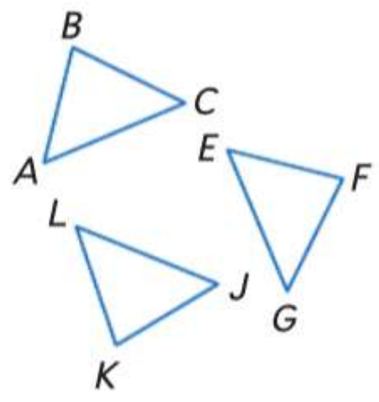
4. اكتب برهانًا من عمودين.

المعطيات: $\angle J \cong \angle P,\ \overline{JK} \cong \overline{PM},$ و L تنصف $\overline{KM}$. $\overline{JL} \cong \overline{PL}$

المطلوب: $\triangle JLK \cong \triangle PLM$

مثل تطابق القطع والزوايا، تطابق المثلثات يتمتع بخواص الانعكاس والتناظر والتعدي.

النظرية 13.4 خصائص تطابق المثلث



خاصية انعكاس تطابق المثلث

$\triangle ABC \cong \triangle ABC$

خاصية تناظر تطابق المثلث

إذا كان $\triangle EFG \cong \triangle ABC$، فإن $\triangle ABC \cong \triangle EFG$.

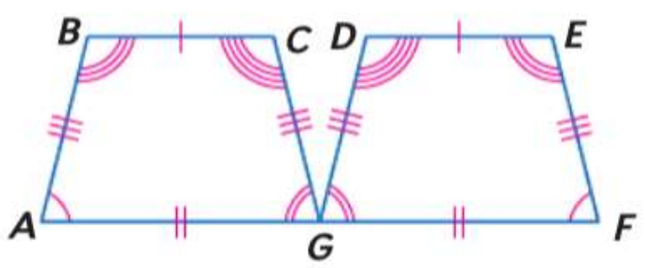
خاصية تعدي تطابق المثلث

إذا كان $\triangle EFG \cong \triangle ABC$ و $\triangle EFG \cong \triangle JKL$، فإن $\triangle ABC \cong \triangle JKL$.

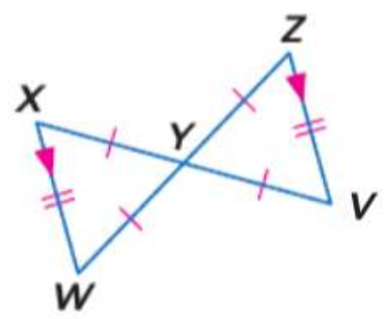
التحقق من فهمك

مثال 1 **وضح أن الشكلين المضلعين متطابقان عن طريق تحديد جميع الأجزاء المتناظرة المتطابقة. ثمّ اكتب عبارة التطابق.**

1.



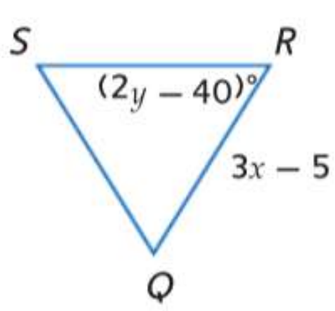
2.

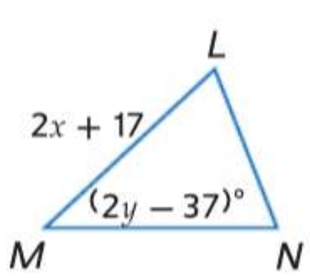


مثال 2 **في الشكل، $\triangle QRS \cong \triangle LMN$.**

3. جد x.

4. جد y.

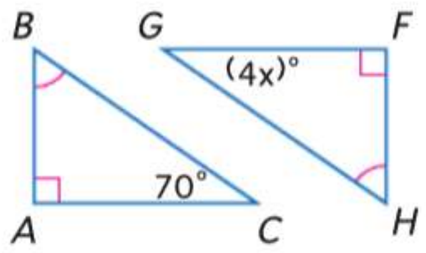




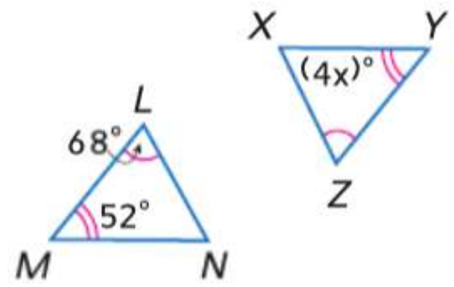
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مثال 3 **الانتظام** جـــد x. اشرح تبريرك.

5.



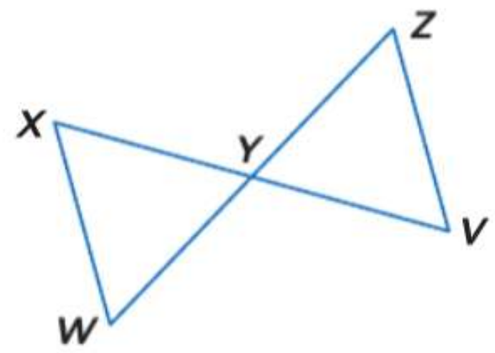
6.



مثال 4 7. **البرهان** اكتب برهانا حرًّا.

المعطيات: Y هي نقطة منتصف $\overline{XV}$ و $\overline{WZ}$، $\overline{WX} \parallel \overline{ZV}; \overline{WX} \cong \overline{ZV}$

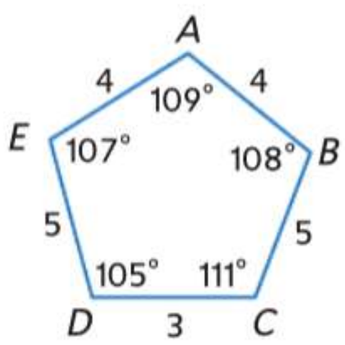
المطلوب: $\triangle WYX \cong \triangle ZYV$

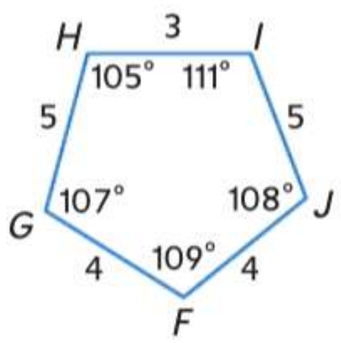


التمرين وحل المسائل

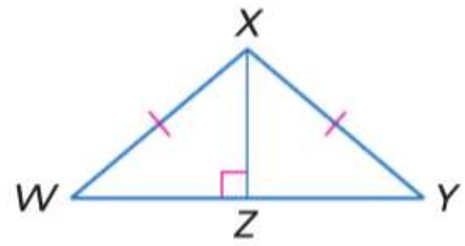
مثال 1 وضح أن الشكلين المضلعين متطابقان عن طريق تحديد جميع الأجزاء المتناظرة المتطابقة. ثمّ اكتب عبارة التطابق.

8.

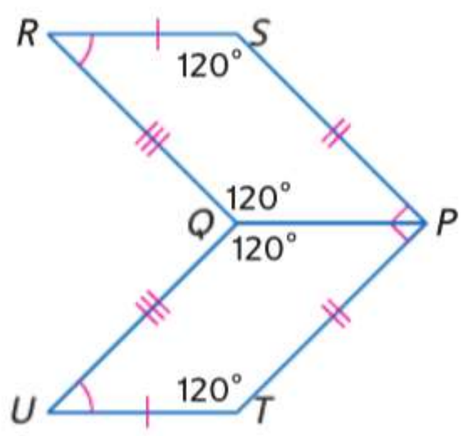




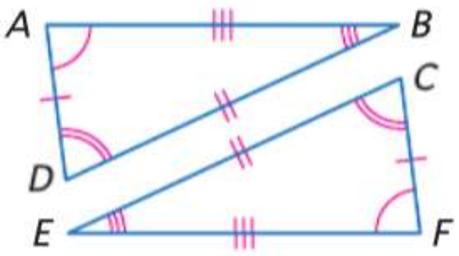
9.



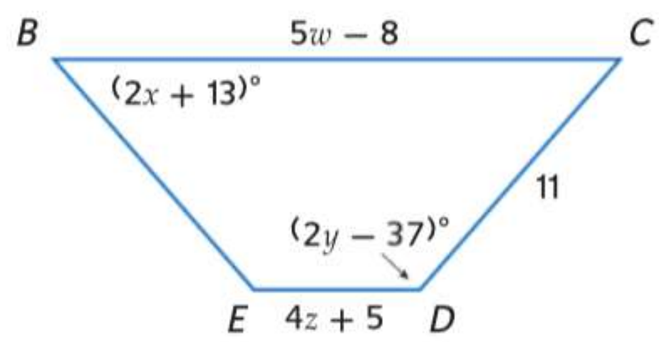
10.

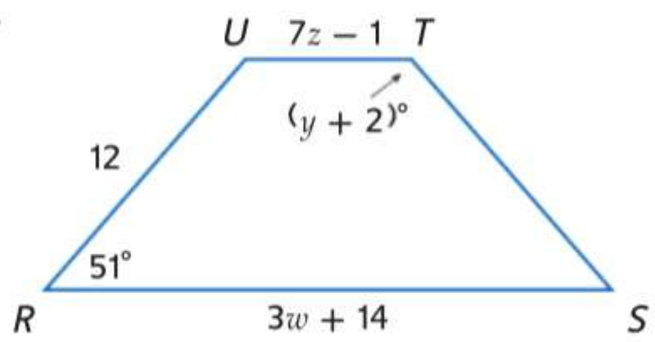


11.



مثال 2 المضلع $BCDE \cong$ المضلع $RSTU$. جـــد قيمة كل مما يلي.



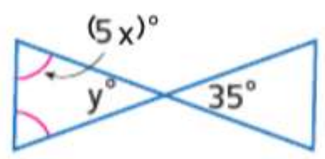


12. x 13. y 14. z 15. w

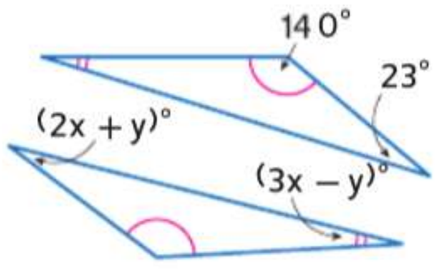
McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

مثال 3 **جـــد قيمة x و y.**

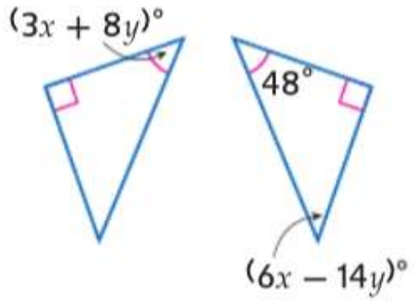
16.



17.



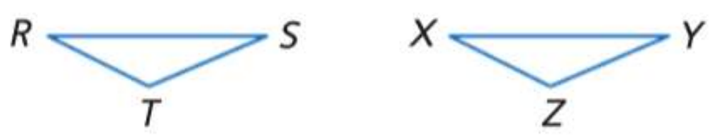
18.



مثال 4 **19. البرهان** اكتب برهانا حرًّا للنظرية 13.3.

20. البرهان ضع العبارات المستخدمة في برهنة العبارة أدناه بالترتيب الصحيح. واذكر مبرّرات كل عبارة.

تطابق المثلثات يكون متناظرا. (*النظرية* 13.4)



المعطيات: $\triangle RST \cong \triangle XYZ$

المطلوب: $\triangle XYZ \cong \triangle RST$

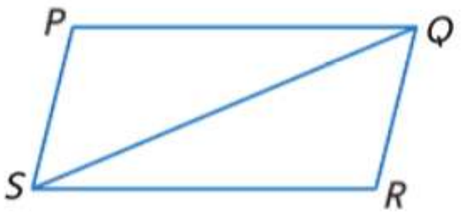
البرهان:

$\triangle XYZ \cong \triangle RST$	?
$\triangle RST \cong \triangle XYZ$	?
$\angle R \cong \angle X$, $\angle S \cong \angle Y$, $\angle T \cong \angle Z$, $\overline{RS} \cong \overline{XY}$, $\overline{ST} \cong \overline{YZ}$, $\overline{RT} \cong \overline{XZ}$	?
$\angle X \cong \angle R$, $\angle Y \cong \angle S$, $\angle Z \cong \angle T$, $\overline{XY} \cong \overline{RS}$, $\overline{YZ} \cong \overline{ST}$, $\overline{XZ} \cong \overline{RT}$	?

الفرضيات اكتب برهانًا من عمودين.

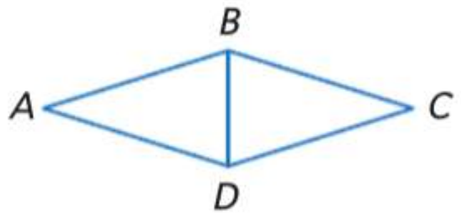
21. المعطيات: متوازي الأضلاع $PQRS$

المطلوب: $\triangle PQS \cong \triangle RSQ$



22. المعطيات: $\angle A \cong \angle C$; $\angle ABD \cong \angle CBD$; $\angle ADB \cong \angle CDB$
$\overline{AB} \cong \overline{CB}$; $\overline{CD} \cong \overline{AD}$

المطلوب: $\triangle ABD \cong \triangle CBD$



23. طباعة القمصان تعشق حصة مادة الرياضيات وأرادت الطباعة على القمصان من أجل صديقاتها. وقد ذهبت إلى شركة تطبع على القمصان حسب الطلب. تصميمها موضح على اليسار. ما الخاصية التي تضمن تطابق التصميمات المطبوعة؟

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

البرهان **اكتب النوع المحدد من برهان الجزء المشار إليه في النظرية 13.4.**

24. تطابق المثلثات يتسم بالتعدي. (برهان حرّ)

25. تطابق المثلثات يتسم بالانعكاس. (برهان تسلسلي)

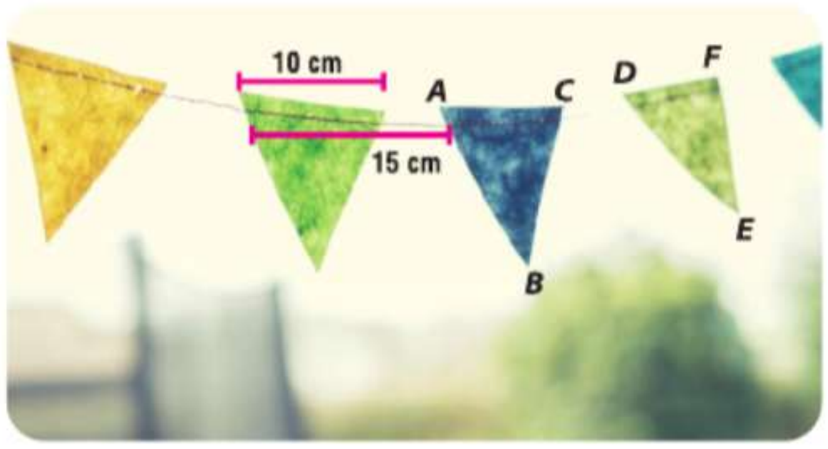
الجبر **ارسم شكلا وسمّه لتمثيل المثلثات المتطابقة. ثم جـــد قيمة x و y.**

26. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, $AB = 11$, $AC = 17 + x$, $DF = 2x + 13$, $DE = 3y + 2$

27. $\triangle LMN \cong \triangle RST$, $m\angle L = 51$, $m\angle M = 9y$, $m\angle S = 72$, $m\angle T = 4x + 15$

28. $\triangle JKL \cong \triangle MNP$, $JK = 12$, $LJ = 7$, $PM = 3x - 2$, $m\angle L = 67$, $m\angle K = y + 9$, $m\angle N = 2y - 4$

29. **الأشكال المثلثة** يتولى حسن مسؤولية تطويق منطقة بحبل وتبلغ مساحتها 9 أمتار مربعة لكي تستخدمها الفرقة الموسيقية أثناء تجمع طلابي. ويستخدم سلسلة من المثلثات المتطابقة متساوية الساقين.



a. اذكر سبعة أزواج من القطع المتطابقة في الصورة.

b. إذا كانت المساحة التي يطوقها بحبل مربعة. فما الطول المطلوب لحبل المثلثات؟

c. كم عدد المثلثات التي ستكون في الحبل؟

30. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة. ستتعرف على عبارة *محيطات المثلثات المتطابقة متساوية*.

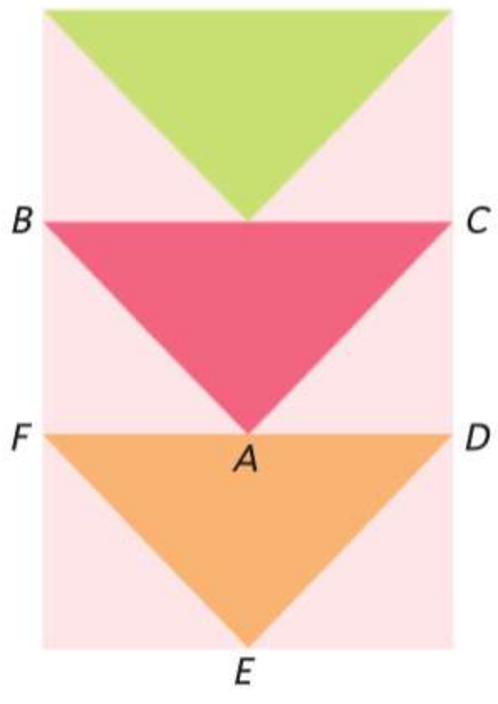
a. لفظيًا اكتب عبارة شرطية لتمثيل العلاقة بين محيطي زوج من المثلثات المتطابقة.

b. لفظيًا اكتب عبارة عكسية لعبارتك الشرطية. هل العكس صحيح أم خطأ؟ اشرح تبريرك.

c. هندسيًا ارسم مثلثين لهما المحيط ذاته لكنهما غير متطابقين إذا كان ذلك ممكنًا. وإن كان ذلك غير ممكن. فاشرح السبب.

d. هندسيًا ارسم مستطيلين لهما المحيط ذاته لكنهما غير متطابقين إذا كان ذلك ممكنًا. وإن كان ذلك غير ممكن. فاشرح السبب.

31. **الأنماط** الإوز الطائر قالب يستخدم كثيرًا في صناعة الألحفة.



a. ما المضلعان المستخدمان لإنشاء النمط؟

b. اذكر اسم زوج من المثلثات المتطابقة.

c. اذكر اسم زوج من الزوايا المتناظرة.

d. إذا كانت $BC = 4$. فما FD؟ اشرح.

e. ما قياس الزاوية $\angle E$؟ اشرح.

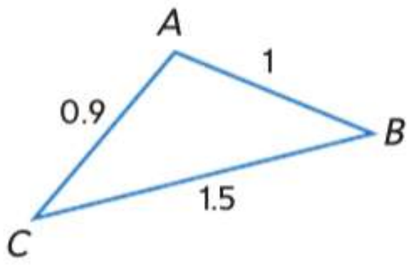
32. **الموسيقى** يمكن استخدام أطواق طبلة صوت الباص لإصلاحها. ويجب أن تكون الأطواق بالحجم ذاته. أي قياس ستستخدم لإثبات أن الأطواق متطابقة. اشرح استنتاجك.

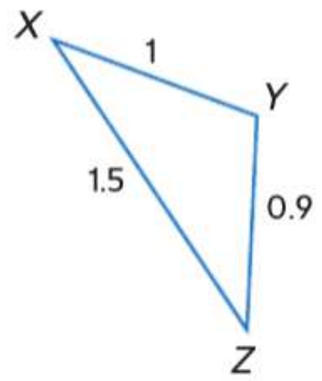
McGraw-Hill Education مؤسسة للطبع والتأليف © محفوظة لها حقوق

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

33. الكتابة في الرياضيات اشرح سبب أهمية ترتيب الرؤوس عند تسمية المثلثات المتطابقة. اذكر مثالاً لدعم إجابتك.

34. تحليل الخطأ يحدد حمادة ووليد قيما للأشكال المتطابقة أدناه. يقول حمادة $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ ويقول وليد $\triangle CAB \cong \triangle XYZ$. فهل أيّ منهما على صواب؟





الكتابة في الرياضيات حدّد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحةً دائمًا أم أحيانا أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح تبريرك.

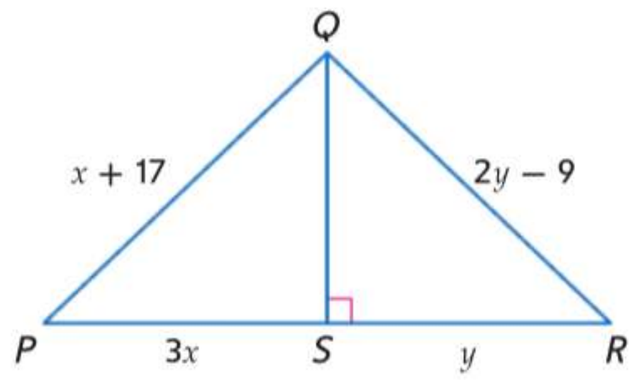
35. *المثلثات متساوية الزوايا متطابقة.*

36. *المثلثان اللذان يتطابق بهما زوجان من الأضلاع المتناظرة وزوج من الزوايا المتناظرة يكونان متطابقين.*

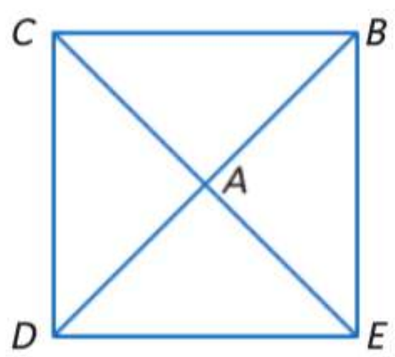
37. *المثلثان اللذان يتطابق بهما ثلاثة أزواج من الأضلاع المتناظرة يكونان متطابقين.*

38. *المثلثان القائمان اللذان يتطابق بهما زوجان من السيقان المتناظرة يكونان متطابقين.*

39. تحدٍ جـــد قيمة x و y إذا كان $\triangle RQS \cong \triangle PQS$



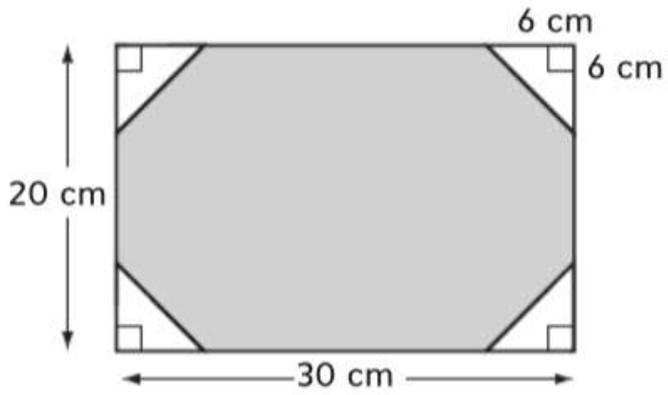
40. تحدٍ اكتب برهانا حرًّا لإثبات أن المثلثات الأربعة الناتجة بواسطة أقطار مربع تكون متطابقة.



McGraw-Hill Education مؤسسة
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح

تدريب على الاختبارات المعيارية

41. قطع حسن أربعة مثلثات متطابقة من أركان مستطيل ليصنع شكلا ثمانيًا كما هو ظاهر بالأدنى. فما مساحة الشكل الثماني؟



A 456 cm^2
B 528 cm^2
C 552 cm^2
D 564 cm^2

42. الإجابة الشبكية المثلث ABC متطابق مع $\triangle HIJ$. رؤوس $\triangle ABC$ هي $A(-1, 2)$ و $B(0, 3)$ و $C(2, -2)$. فما قياس ضلع $\overline{HJ}$؟

43. الجبر أي مما يلي عامل من عوامل التعبير $x^2 + 19x - 42$؟

F $x + 14$
G $x + 2$
H $x - 2$
J $x - 14$

44. SAT/ACT يقطع حمد مسافة معينة بسرعة 20 km في الساعة ويعود على نفس الطريق بسرعة 65 km/h. فما متوسط سرعته بالكيلومتر في الساعة طوال الرحلة؟

A 32.5
B 35.0
C 41.0
D 47.5
E 55.3

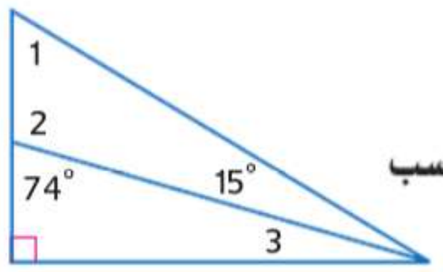
مراجعة شاملة

جـــد كل قياس في المثلث الذي على اليسار.

45. $m\angle 2$

46. $m\angle 1$

47. $m\angle 3$



هندسة الإحداثيات جـــد قياسات أضلاع $\triangle JKL$ وضع تصنيفًا لكل مثلث حسب قياسات أضلاعه.

48. $J(-7, 10)$, $K(15, 0)$, $L(-2, -1)$

49. $J(9, 9)$, $K(12, 14)$, $L(14, 6)$

50. $J(4, 6)$, $K(4, 11)$, $L(9, 6)$

51. $J(16, 14)$, $K(7, 6)$, $L(-5, -14)$

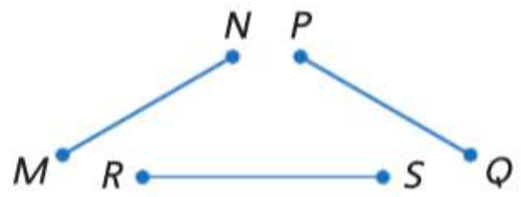
مراجعة المهارات

52. انسخ البرهان مع إكماله.

المعطيات: $\overline{MN} \cong \overline{PQ}, \overline{PQ} \cong \overline{RS}$

المطلوب: $\overline{MN} \cong \overline{RS}$

البرهان:



العبارات	المبرّرات
a. ؟	a. المعطى
b. $MN = PQ, PQ = RS$	b. ؟
c. ؟	c. ؟
d. $\overline{MN} \cong \overline{RS}$	d. تعريف القطع المتطابقة

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

13-4 إثبات تطابق المثلثات - تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)، تساوي ضلعين وزاوية (SAS)

السابق

- لقد برهنت على تطابق المثلثات باستخدام تعريف التطابق.

الحالي

1. استخدام مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS) لاختبار تطابق المثلثين.
2. استخدام مسلّمة تساوي ضلعين وزاوية (SAS) لاختبار تطابق المثلثين.

لماذا؟

- اللوح المزدوج بهيكل على شكل A يعتبر طريقة مريحة لعرض المعلومات. ولا تقتصر مزاياه على الطي بشكل مسطح للتخزين بسهولة. لكن عند تثبيت الذراع الجانبية في مكانها، يصبح الهيكل قويًا جدًا. وعندما يكون الذراعان الجانبيان بالطول نفسه وعلى المسافة نفسها من أعلى على أي من الجانبين، يشكل الهيكل المفتوح مثلثين متطابقين.

المفردات الجديدة

زاوية محصورة
included angle

إثبات نظريات حول المثلثات.

استخدام معايير التقارب والتشابه بالنسبة للمثلثات لحل المسائل وإثبات العلاقات في الأشكال الهندسية.

بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين. فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

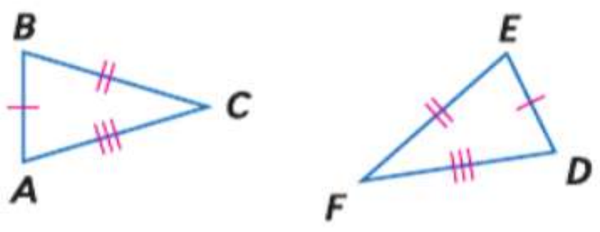
1 مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة SSS

في الدرس 3-13، برهنت على أن المثلثين كانا متطابقين بتوضيح أن كل الأزواج الستة من الأجزاء المتناظرة كانت متطابقة. من الممكن البرهنة على تطابق المثلثين باستخدام أزواج أقل.

يوضح اللوح المزدوج أنه إذا كان المثلثان بنفس أطوال الأضلاع الثلاثة، فهما متطابقان. ويظهر هذا في المسلّمة أدناه.

المسلّمة 13.1 تطابق بتساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)

إذا كانت ثلاثة أضلاع في مثلث متطابقة مع ثلاثة أضلاع في مثلث آخر، فالمثلثان متطابقان.



مثال إذا كان الضلع $\overline{AB} \cong \overline{DE}$.
الضلع $\overline{BC} \cong \overline{EF}$.
والضلع $\overline{AC} \cong \overline{DF}$.
إذًا $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

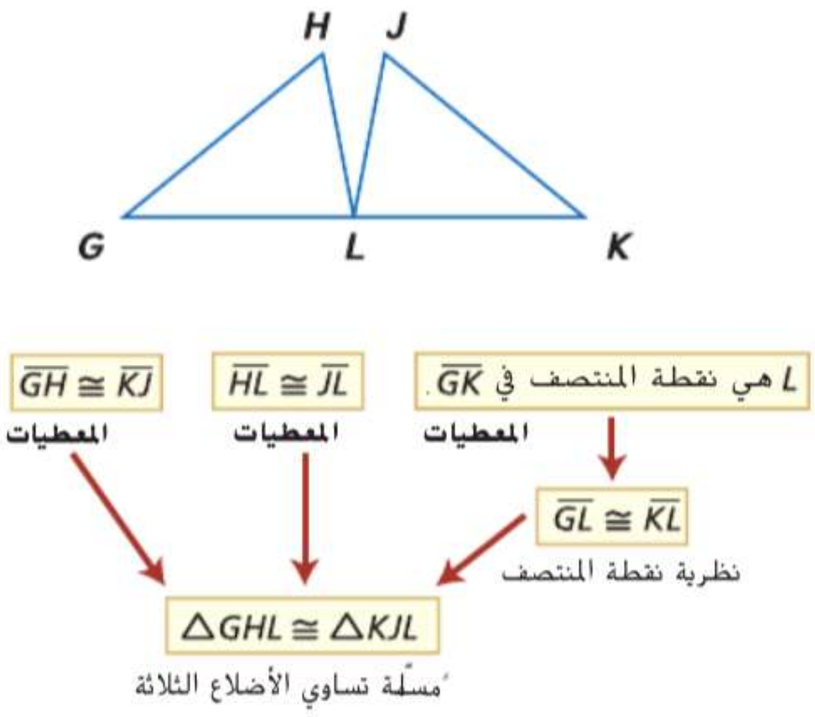
مثال 1 استخدام تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS) للبرهنة على أن المثلثين متطابقان

اكتب برهانا تسلسليًا.

المعطيات: $\overline{GH} \cong \overline{KJ}$ و $\overline{HL} \cong \overline{JL}$ و L نقطة المنتصف في $\overline{GK}$.

المطلوب: $\triangle GHL \cong \triangle KJL$

البرهان التسلسلي:

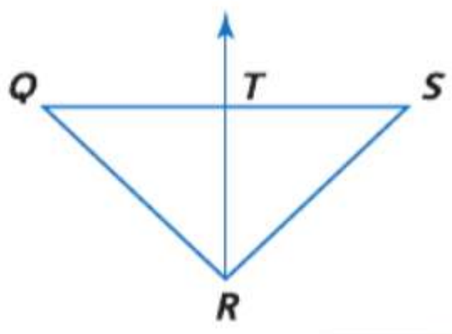


تمرين موجّه

1. اكتب برهانا تسلسليًا.

المعطيات: $\triangle QRS$ متساوي الساقين حيث $\overline{QR} \cong \overline{SR}$.
$\overline{RT}$ ينصف $\overline{QS}$ عند النقطة T.

المطلوب: $\triangle QRT \cong \triangle SRT$



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مثال 2 على الاختبار المعياري تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS) على المستوى الإحداثي

إجابة موسعة المثلث ABC رؤوسه $A(1, 1)$ و $B(0, 3)$ و $C(2, 5)$. والمثلث EFG رؤوسه $E(1, -1)$ و$F(2, -5)$ و $G(4, -4)$.

a. ارسم كلا المثلثين على مستوى إحداثي واحد.

b. استخدم التمثيل البياني لتخمين ما إذا كان المثلثان متطابقين أم لا. اشرح تبريرك.

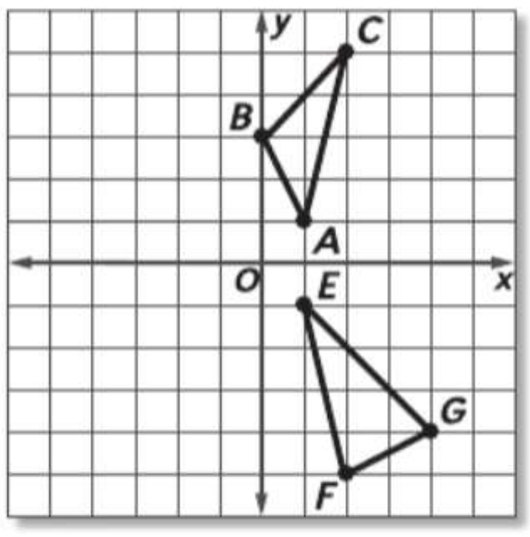
c. اكتب فرضية منطقية باستخدام هندسة الإحداثيات لدعم التخمين الذي توصلت إليه في الجزء b.

قراءة فقرة الاختبار

مطلوب منك ثلاثة أشياء في هذه المسألة. في الجزء a. عليك تصميم تمثيل بياني لكل من $\triangle ABC$ و $\triangle EFG$ على المستوى الإحداثي ذاته. في الجزء b. عليك تخمين أن $\triangle ABC \cong \triangle EFG$ أو $\triangle ABC \ncong \triangle EFG$ بناءً على التمثيل البياني. وأخيرًا في الجزء c. مطلوب منك إثبات التخمين.

حل فقرة الاختبار

a.



b. يبدو من التمثيل البياني أن المثلثين ليسا بالشكل نفسه. إذًا يمكننا تخمين أنهما ليسا متطابقين.

c. استخدم قانون المسافة لبيان عدم تساوي قياس كل الأضلاع المتناظرة.

$$AB = \sqrt{(0-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

$$EF = \sqrt{(2-1)^2 + [-5-(-1)]^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$$

$$BC = \sqrt{(2-0)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$$

$$FG = \sqrt{(4-2)^2 + [-4-(-5)]^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

$$AC = \sqrt{(2-1)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$$

$$EG = \sqrt{(4-1)^2 + [-4-(-1)]^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$$

بينما $AB = FG$ و $AC = EF$ و $BC \neq EG$. نظرًا لعدم التطابق بتساوي الأضلاع الثلاثة. $\triangle ABC \ncong \triangle EFG$.

تمرين موجّه

2. المثلث JKL رؤوسه $J(2, 5)$ و $K(1, 1)$ و $L(5, 2)$. والمثلث NPQ رؤوسه $N(-3, 0)$ و $P(-7, 1)$ و $Q(-4, 4)$.

a. مثّل المثلثين بيانيًا على مستوى إحداثي واحد.

b. استخدم التمثيل البياني لتخمين ما إذا كان المثلثان متطابقين أم لا. اشرح تبريرك.

c. اكتب فرضية منطقية باستخدام هندسة الإحداثيات لدعم التخمين الذي توصلت إليه في الجزء b.

نصيحة عند حل الاختبار

الأدوات عندما تحل المسائل باستخدام المستوى الإحداثي، تذكر أن تستخدم أدوات مثل قوانين المسافة ونقطة المنتصف والميل لحل المسائل والتحقق من حلولك.

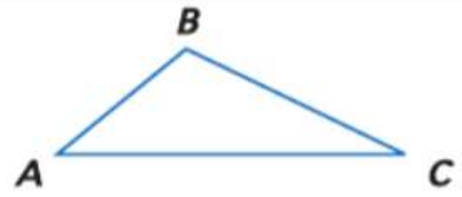
قراءة في الرياضيات

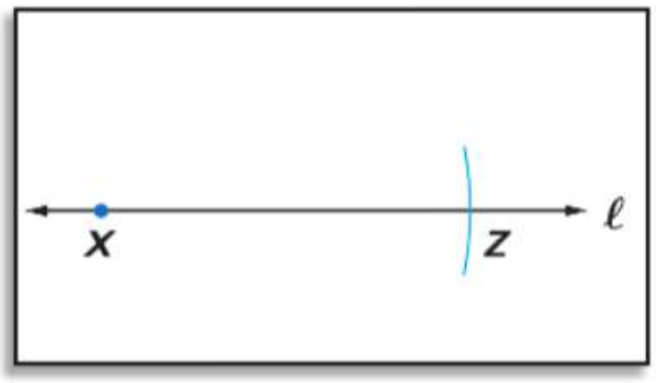
الرموز $\triangle ABC \ncong \triangle EFG$ تقرأ المثلث ABC ليس مطابقًا للمثلث EFG.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

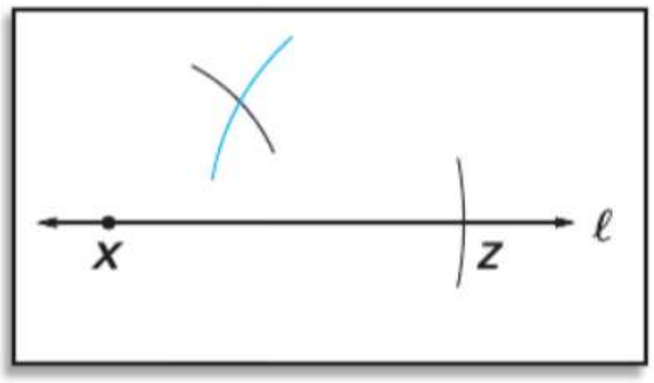
الإنشاء المثلثات المتطابقة باستخدام الأضلاع

ارسم مثلثا وسمه $\triangle ABC$. ثم استخدم مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS) لإنشاء $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$.

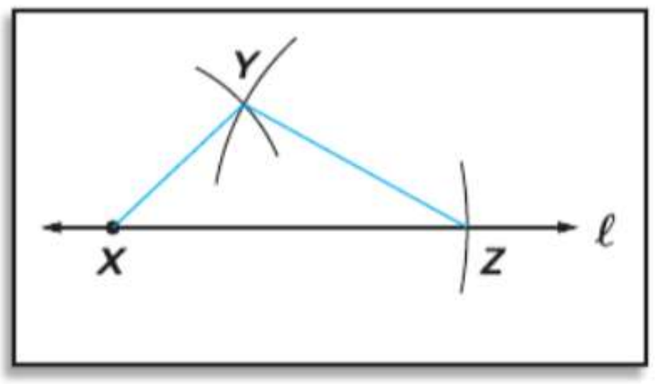




الخطوة 1 ارسم النقطة X على المستقيم ℓ. ثم قم بإنشاء $\overline{XZ} \cong \overline{AC}$ على المستقيم ℓ



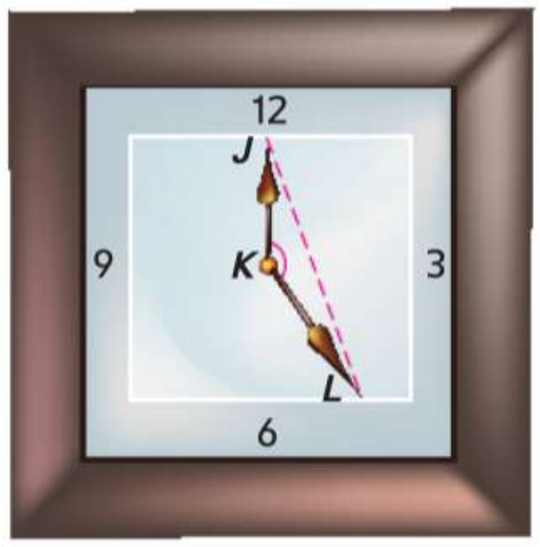
الخطوة 2 قم بإنشاء قوس بنصف القطر AB ومركزه عند النقطة X وقوس آخر بنصف القطر BC ومركزه عند النقطة Z.

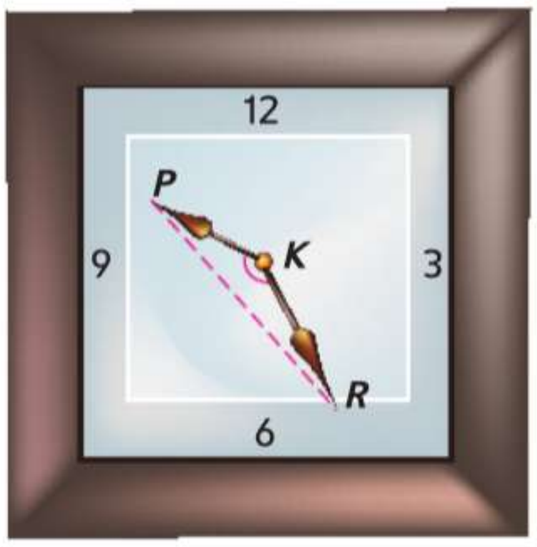


الخطوة 3 اكتب على نقطة تقاطع القوسين Y. ارسم $\overline{XY}$ و $\overline{ZY}$ لتكوين $\triangle XYZ$.

2 مسلّمة تساوي ضلعين وزاوية (SAS)

الزاوية التي يشكلها ضلعان متجاوران في مضلع تسمى **زاوية محصورة**. فكر في الزاوية المحصورة JKL التي تشكلها العقارب على الساعة الأولى الظاهرة أدناه. في أي وقت تشكل العقارب زاوية بالقياس نفسه، ستكون المسافة بين طرفي العقربين $\overline{JL}$ و $\overline{PR}$ واحدة.



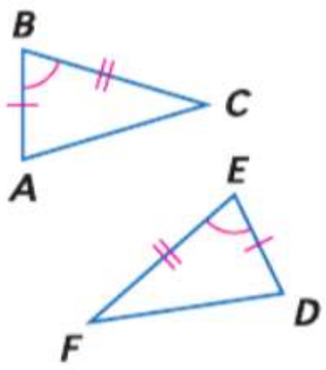


$\triangle PKR \cong \triangle JKL$

أي مثلثين يتشكلان باستخدام نفس أطوال الأضلاع والزاوية المحصورة سيتطابقان. وهذا يوضح المسلّمة التالية.

المسلّمة 13.2 التطابق بتساوي ضلعين وزاوية (SAS)

الشرح عند تطابق ضلعين والزاوية المحصورة بينهما في مثلث مع ضلعين والزاوية المحصورة بينهما في مثلث آخر، فيكون المثلثان متطابقين.



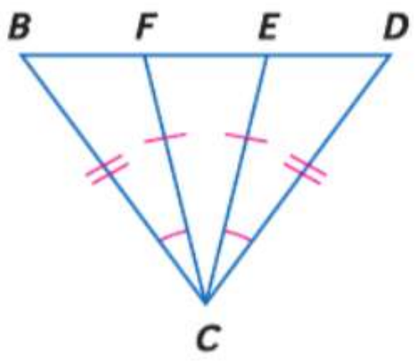
مثال إذا كان الضلع $\overline{AB} \cong \overline{DE}$.
والزاوية $\angle B \cong \angle E$.
والضلع $\overline{BC} \cong \overline{EF}$.
فإن $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

نصيحة دراسية

مسلمة تساوي ضلعين وزاوية لا يكفي قياس الضلعين والزاوية غير المحصورة للبرهنة على تطابق مثلثين.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مثال 4 تساوي ضلعين وزاوية (SAS) أو تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)



اكتب برهانا حرًّا.

المعطيات: $\overline{BC} \cong \overline{DC}, \angle BCF \cong \angle DCE, \overline{FC} \cong \overline{EC}$

المطلوب: $\angle CFD \cong \angle CEB$

البرهان:

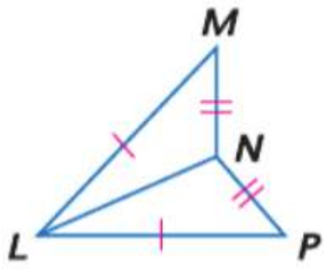
بما أن $\overline{BC} \cong \overline{DC}$ ، $\angle BCF \cong \angle DCE$ و $\overline{FC} \cong \overline{EC}$، إذًا $\triangle BCF \cong \triangle DCE$ وفقا لمسلمة SAS. حسب CPCTC، $\angle CFB \cong \angle CED$.

$\angle CFD$ تشكل زوجا خطيًا مع $\angle CFB$، و $\angle CEB$ تشكل زوجا خطيًا مع $\angle CED$.

وفقا لمسلمة نظرية تطابق الزوايا المتكاملة، $\angle CFD$ تكمل $\angle CFB$ و $\angle CEB$ تكمل $\angle CED$. بما أن الزوايا المتكاملة مع زاوية واحدة أو متكاملة مع زوايا متطابقة تكون متطابقة، فإن $\angle CFD \cong \angle CEB$.

تمرين موجّه

4. اكتب برهانا من عمودين.

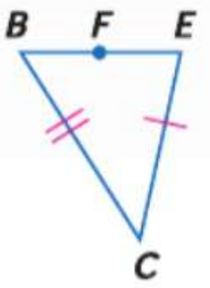


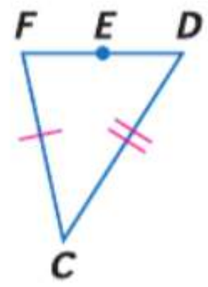
المعطيات: $\overline{MN} \cong \overline{PN}, \overline{LM} \cong \overline{LP}$

المطلوب: $\angle LNM \cong \angle LNP$

نصيحة دراسية

الأشكال المتداخلة عندما تتداخل المثلثات، قد يكون من المفيد رسم كل مثلث بشكل منفصل وتسمية الأجزاء المتطابقة. في المثال 4، كان يمكن فصل الشكل كما هو ظاهر.





التحقق من فهمك

مثال 1

1. الهندسة المعمارية المثلثات شائعة الاستخدام في الهندسة المعمارية لأنها أشكال "ثابتة". كيف تفسر خاصية تطابق المثلثات هذه الخاصية؟ بخلاف الأسقف، اذكر مثالا واحدًا على الأقل لتطابق المثلثات في منزلك.

مثال 2

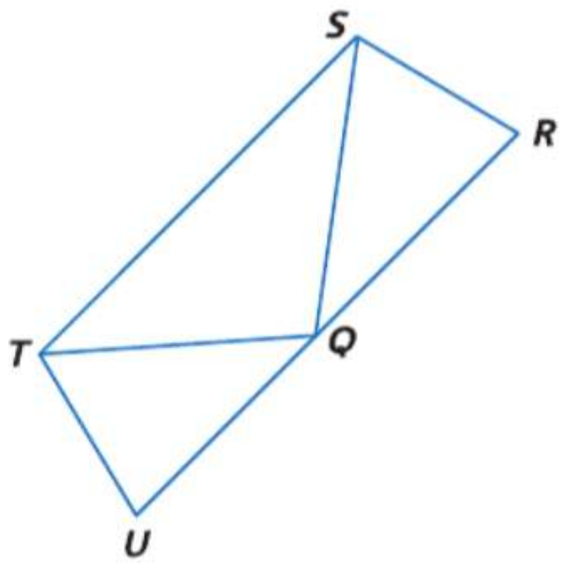
2. إجابة موسعة المثلث ABC رؤوسه $A(-4, 1)$ و $B(-1, 1)$ و $C(-1, 5)$. والمثلث XYZ رؤوسه $X(4\ -1)$ و $Y(1\ -1)$ و $Z(1\ -5)$.

a. ارسم كلا المثلثين على مستوى إحداثي واحد.

b. استخدم التمثيل البياني لتخمين ما إذا كان المثلثان متطابقين أم لا. اشرح تبريرك.

c. اكتب فرضية منطقية باستخدام هندسة الإحداثيات لدعم تخمينك.

مثال 3



3. في الرسم التخطيطي، $\triangle TQR$ متساوي الأضلاع، و $\angle UTQ \cong \angle RSQ$. و $\overline{SR} \cong \overline{TU}$. اكتب برهانا حرًّا لإثبات أن $\triangle UTQ \cong \triangle RSQ$.

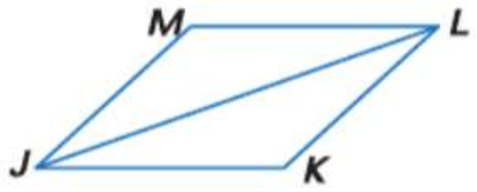
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مثال 4

4. **اكتب برهانًا من عمودين.**

المعطيات: $\overline{JK} \cong \overline{LM}; \angle KJL \cong \angle MLJ$

المطلوب: $\overline{JM} \cong \overline{LK}$



التمرين وحل المسائل

مثال 1

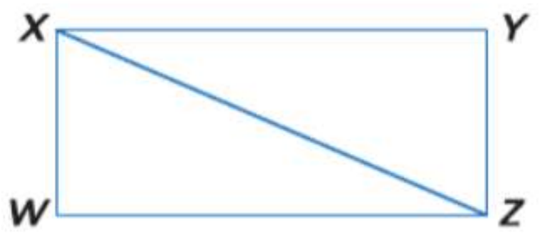
البرهان اكتب النوع المحدد من البراهين.

5. برهان حرّ

المعطيات: $\overline{XY} \cong \overline{ZW}$

$\overline{XW} \cong \overline{ZY}$

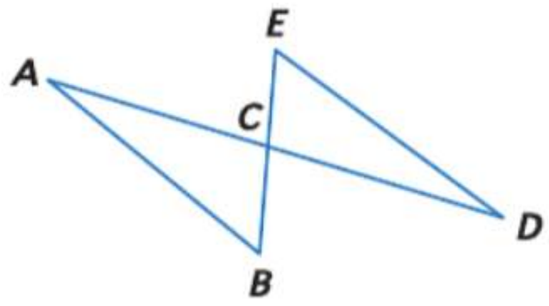
المطلوب: $\triangle XYZ \cong \triangle ZWX$



6. برهان من عمودين

المعطيات: C نقطة منتصف كل من $\overline{AD}$ و $\overline{BE}$.

المطلوب: $\triangle ABC \cong \triangle DCE$



7. **الجسور** يوجد الجسر المعلق أدناه في يوشانغ في مقاطعة خوبي في الصين. والجسر مدعوم باستخدام كابلات من الصلب معلقة من دعامتين خرسانيتين. إذا كانت الدعامتان بالارتفاع نفسه فوق الطريق وعموديتين على الطريق وتلتقي أعلى الكابلات عند نقطة في المنتصف بين الدعامتين. فبرهن على أن المثلثين الظاهرين في الصورة متطابقان.

الاستنتاج المنطقي حدد ما إذا كان $\triangle QRS \cong \triangle MNO$. اشرح.

8. $M(2, 5), N(5, 2), O(1, 1), Q(-4, -4), R(-7, -1), S(-3, 0)$
9. $M(0, -1), N(-1, -4), O(-4, -3), Q(-3, 3), R(-4, 4), S(-3, 7)$
10. $M(0, -3), N(0, 2), O(-3, 1), Q(4, -1), R(6, 1), S(9, -1)$
11. $M(4, 7), N(5, 4), O(2, 3), Q(2, 3), R(3, 0), S(0, -1)$

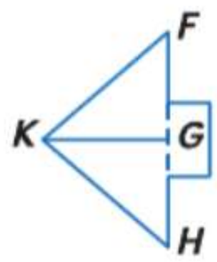
مثال 3

البرهان اكتب النوع المحدّد من البراهين.

12. برهان من عمودين

المعطيات: $\overline{KG}$ منصف عمودي لـ $\overline{FH}$

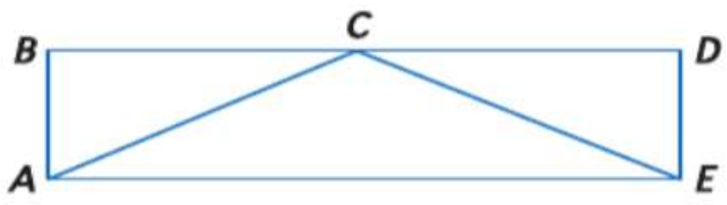
المطلوب: $\triangle KGH \cong \triangle KGF$



13. برهان حرّ

المعطيات: المستطيل $ABDE$ ؛ C نقطة منتصف $\overline{BD}$

المطلوب: $\triangle ABC \cong \triangle EDC$



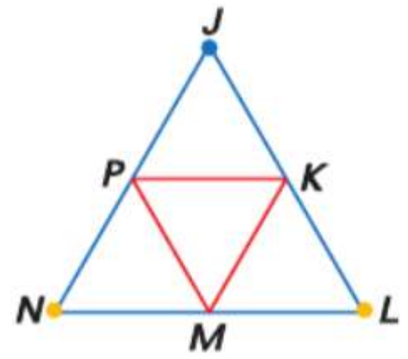
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مثال 4 **البرهان** **اكتب النوع المحدّد من البراهين.**

14. برهان من عمودين

المعطيات: K نقطة منتصف $\overline{JL}$؛ P نقطة منتصف $\overline{JN}$؛ M نقطة منتصف $\overline{NL}$؛ $\triangle JLN$ متساوي الأضلاع

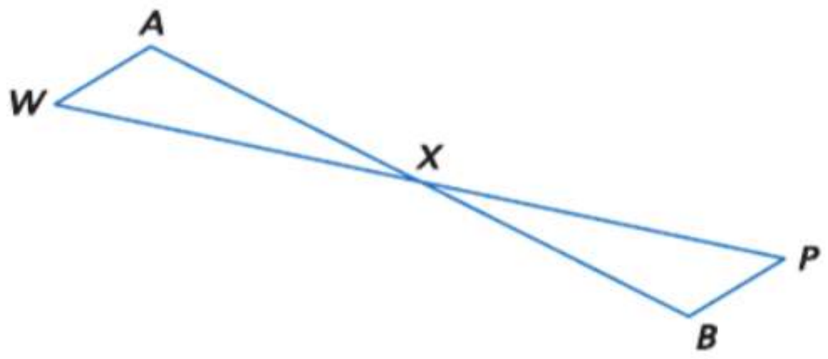
المطلوب: $\triangle NPM \cong \triangle LKM$



15. برهان حرّ

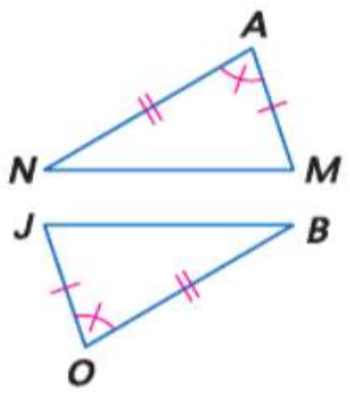
المعطيات: $\overline{AB}$ و $\overline{WP}$ ينصف كل منهما الآخر

المطلوب: $\angle A \cong \angle B$

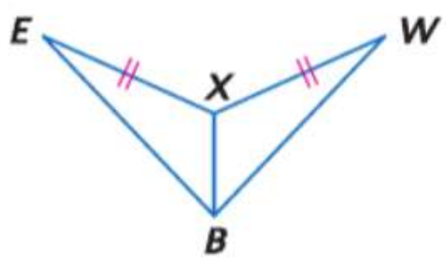


فرضيات **حدد المسلّمة التي يمكن استخدامها لإثبات أن المثلثين متطابقان. وإذا لم يكن ممكنًا إثبات التطابق، فاكتب لا يمكن.**

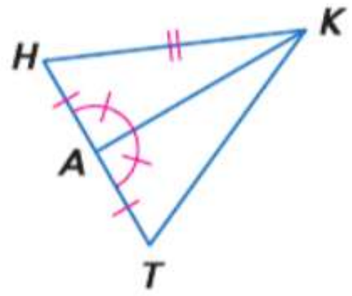
16.



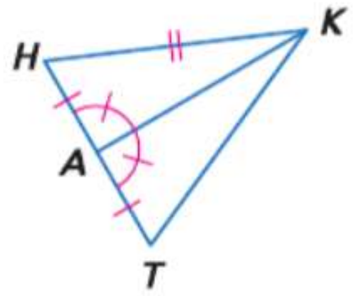
17.



18.



19.

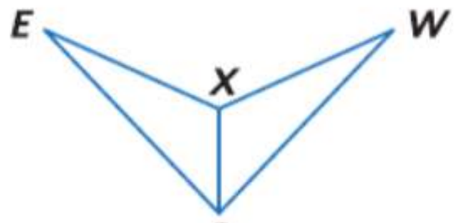


20. **الموسيقى** لتحديد وتيرة معيّنة، يتم ضبط الوزن على بندول الإيقاع (المسرّع) بحيث يتأرجح بمعدل محدد. أثبت أن المثلثات المتشكلة نتيجة حركة البندول متطابقة، أي أثبت أن $\triangle CBR \cong \triangle ABR$.

البرهان **اكتب برهانا من عمودين.**

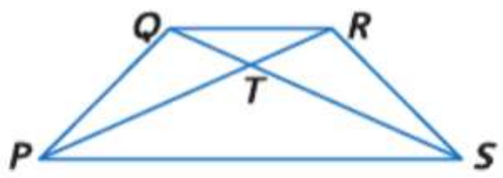
21. **المعطيات:** $\overline{XB}$ ينصف $\angle EBW$
$\overline{EB} \cong \overline{WB}$

المطلوب: $\angle E \cong \angle W$

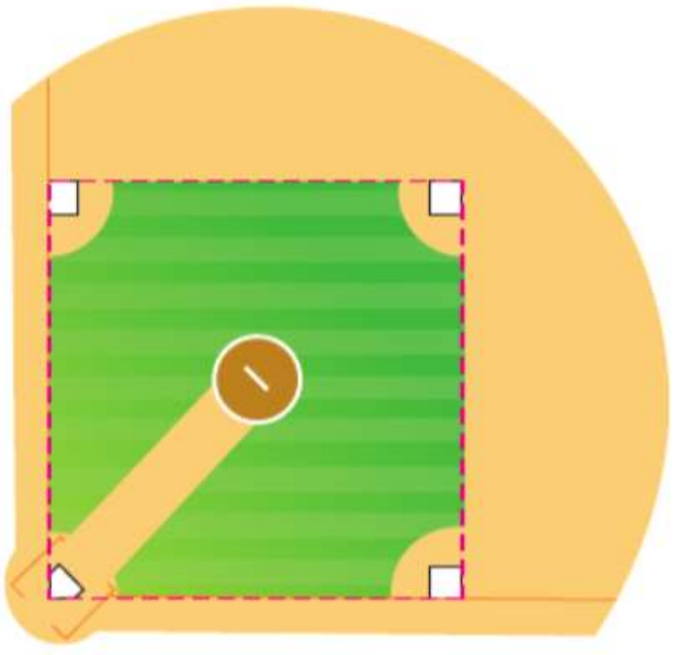


22. **المعطيات:** شبه منحرف متساوي الساقين $PQRS$

المطلوب: $\triangle PQR \cong \triangle SRQ$



23. **البيسبول** استخدم الرسم التخطيطي الموضح لملعب البيسبول.



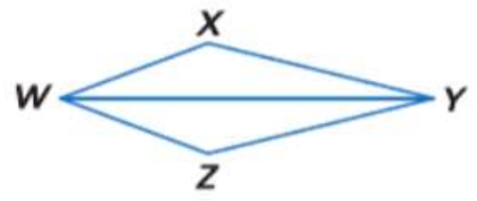
a. اكتب برهانًا من عمودين لإثبات أن المسافة من القاعدة الأولى إلى القاعدة الثالثة هي نفسها المسافة من اللوح الأصلي إلى القاعدة الثانية.

b. اكتب برهانًا من عمودين لإثبات أن الزاوية التي تتشكل من القاعدة الثانية واللوح الأصلي والقاعدة الثالثة هي نفسها الزاوية التي تتشكل من القاعدة الثانية واللوح الأصلي والقاعدة الأولى.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

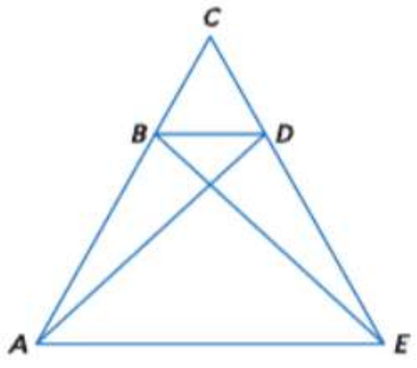
24. **المعطيات:** $\overline{XW} \cong \overline{ZW}, \overline{XY} \cong \overline{ZY}$

المطلوب: $\angle X \cong \angle Z$



25. **المعطيات:** $\triangle EAB \cong \triangle DCB$

المطلوب: $\triangle ADE \cong \triangle CED$



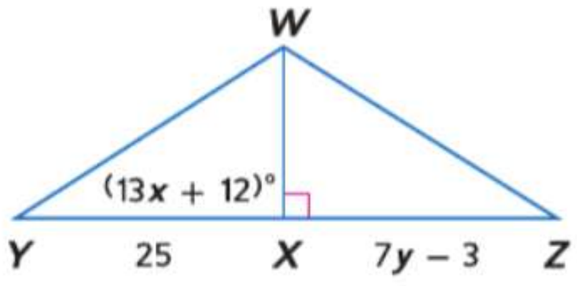
26. **فرضيات** اكتب برهانا حرًّا.

المعطيات: $\overline{BF} \cong \overline{DF}; \overline{FE} \cong \overline{FA}$, $\overline{AB} \cong \overline{ED}$

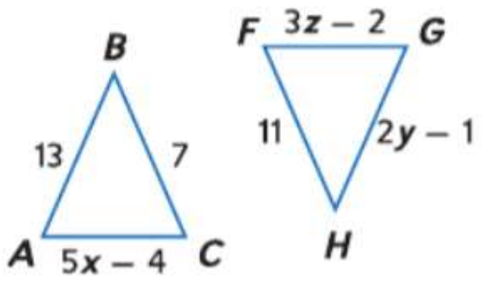
المطلوب: $\triangle ABE \cong \triangle EDA$

الجبر باستخدام خاصية الانعكاس في التطابق، جـــد قيم المتغيرات التي تحقق مثلثات متطابقة.

27. $\triangle WXY \cong \triangle WXZ$



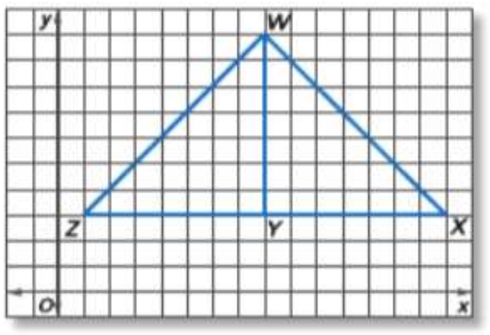
28. $\triangle ABC \cong \triangle FGH$



مسائل مهارات التفكير العليا

استخدام مهارات التفكير العليا

29. **تحدٍ** راجع التمثيل البياني المعروض.

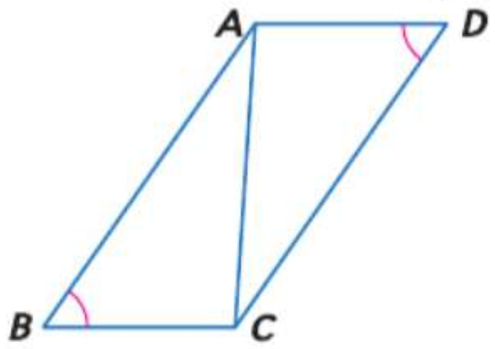


a. صف طريقتين يمكنك استخدامهما للبرهنة على أن $\triangle WYZ$ متطابق مع $\triangle WYX$. لا يجوز لك استخدام مسطرة أو منقلة. أي طريقةٍ أكثر كفاءة برأيك؟ اشرح.

b. هل $\triangle WYZ$ و $\triangle WYX$ متطابقان؟ اشرح تبريرك.

30. **التبرير** حدد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة أم *خاطئة*. وإذا كانت العبارة صحيحة، فاشرح تبريرك. وإذا كانت *خاطئة*، فاذكر مثالا مضادًا.

إذا كانت زاويتي القاعدة في مثلث متساوي الساقين بنفس قياس زاويتي القاعدة في مثلث آخر متساوي الساقين، فإن المثلثين متطابقان.



31. **تحليل الخطأ** تقول خديجة إن $\triangle ABC \cong \triangle CAD$ حسب المسلّمة SSS. وتختلف معها خولة وتقول إنهما متطابقان حسب مبرهنة SAS. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح.

32. **مسألة غير محددة الإجابة** استخدم حافة مستقيمة لرسم المثلث منفرج الزاوية ABC. ثم قم بإنشاء $\triangle XYZ$ بحيث يكون متطابقًا مع $\triangle ABC$ باستخدام المسلّمة SSS أو SAS. برر إنشاءك رياضيًا وتحقق منه باستخدام القياس.

33. **الكتابة في الرياضيات** حدّد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحةً دائما أم أحيانًا أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح تبريرك. *إذا تطابق زوجان من الأضلاع المتناظرة في مثلثين قائمين، فالمثلثان متطابقان.*

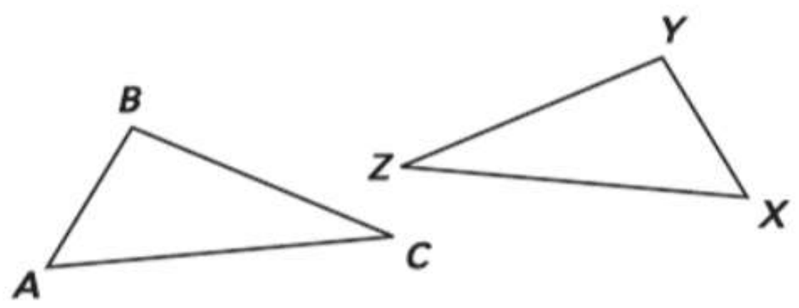
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تدريب على الاختبارات المعيارية

34. الجبر قطعت عائلة خالد مسافة 300 km بالسيارة لزيارة الجد والجدة. وقام السيد خالد بقيادة السيارة بسرعة 70 km/h لمسافة تعادل 65% من الرحلة و 35 km/h أو أقل لمسافة تعادل 20% من الرحلة المتبقية. بافتراض أن السيد خالد لم يقم بزيادة السرعة مطلقًا عن 70 km/h. فكم عدد الكيلومترات التي قطعها بين 35 km/h و 70 km/h؟

A 195
B 84
C 21
D 18

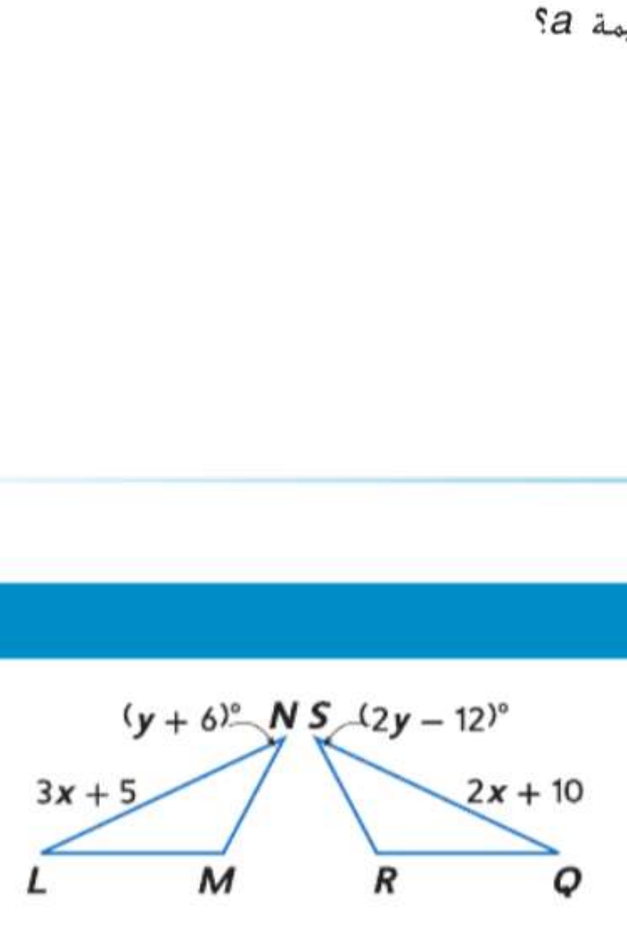
35. في الشكل، $\angle Z \cong \angle C$ و $\overline{AC} \cong \overline{XZ}$.



ما المعلومات الإضافية التي يمكن استخدامها للبرهنة على أن $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$؟

F $\overline{BC} \cong \overline{YZ}$
G $\overline{AB} \cong \overline{XY}$
H $\overline{BC} \cong \overline{XZ}$
J $\overline{XZ} \cong \overline{XY}$

36. إجابة موسعة يوضح التمثيل البياني أدناه ألوان عيون كل الطلاب في صف دراسي. ما احتمال أن يكون الطالب المختار عشوائيًا من هذا الصف بعينين زرقاوين؟ اشرح تبريرك.



37. SAT/ACT إذا كان $4a + 6b = 6$ و $-2a + b = -7$، فما قيمة a؟

A -2
B -1
C 2
D 3
E 4

مراجعة شاملة

في الرسم التخطيطي، $\triangle QRS \cong \triangle LMN$.

38. جـــد x.

39. جـــد y.

40. الفلك مجموعة الدبة الكبرى جزء من كوكبة الدب الأكبر. تشكل ثلاثة من النجوم الأكثر سطوعا في الكوكبة $\triangle RSA$. إذا كان $m\angle R = 41$ و $m\angle S = 109$. فجـــد $m\angle A$.

اكتب معادلةً وفق صيغة الميل والمقطع لكل خط.

41. $(-5, -3)$ و $(10, -6)$

42. $(4, -1)$ و $(-2, -1)$

43. $(-4, -1)$ و $(-8, -5)$

مراجعة المهارات

اذكر الخاصية التي تعلل كل عبارة.

44. $AB = AB$

45. إذا كان $EF = GH$ و $GH = JK$، إذًا $EF = JK$.

46. إذا كان $a^2 = b^2 - c^2$، إذًا $b^2 - c^2 = a^2$.

47. إذا كان $XY + 20 = YW$ و $XY + 20 = DT$، إذًا $YW = DT$.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

13-4 مختبر الهندسة
برهنة الإنشاءات

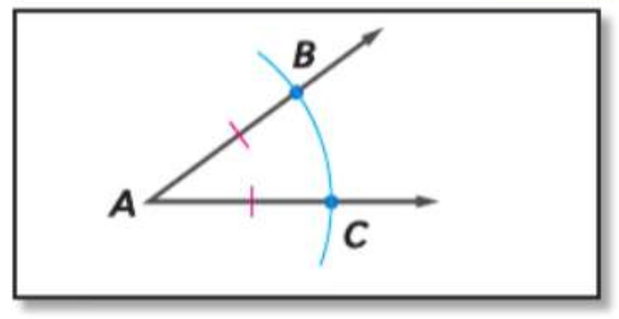
عندما ترسم الإنشاء باستخدام المسطرة والفرجار، فإنك تفترض تطابق القطع التي يتم إنشاؤها باستخدام ضبط واحد للفرجار. يمكنك استخدام هذه المعلومات إلى جانب التعريفات والمسلّمات والنظريات للبرهنة على الإنشاءات.

عمل رسومات هندسية للأشكال مستخدما مختلف الأدوات والطرق (فرجار ومسطرة تقويم، خيط، أدوات عاكسة، ورق قابل للطي، برنامج هندسي ديناميكي، وما إلى ذلك).
استخدام معايير التقارب والتشابه بالنسبة للمثلثات لحل المسائل وإثبات العلاقات في الأشكال الهندسية.

النشاط

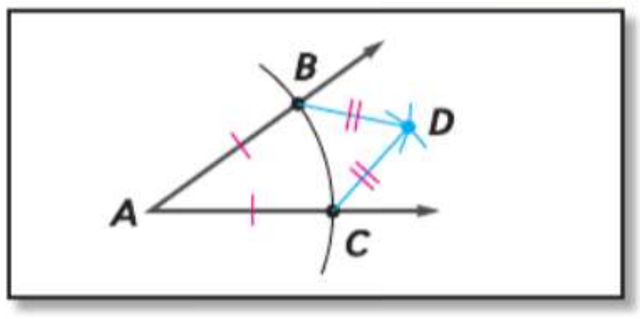
اتبع الخطوات أدناه لتنصيف زاوية. ثم برهن على الإنشاء.

الخطوة 1



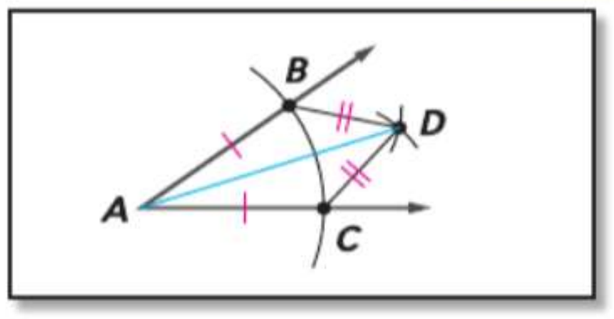
ارسم زاوية بالرأس A. ضع نقطة الفرجار عند A وارسم قوسا يتقاطع مع كلا ضلعي $\angle A$. قم بتسمية النقطتين B و C. ضع علامة على القطع المتطابقة.

الخطوة 2



ضع نقطة الفرجار عند B، وارسم قوسا في $\angle A$. باستخدام نصف القطر نفسه، ارسم قوسا من C يتقاطع مع القوس الأول عند D. ارسم القطعتين $\overline{BD}$ و $\overline{CD}$. ضع علامة على القطع المتطابقة.

الخطوة 3

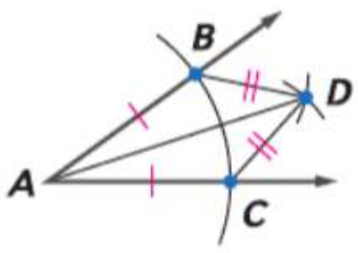


ارسم $\overline{AD}$.

المعطيات: وصف الخطوات والرسم التخطيطي للإنشاء

المطلوب: $\overline{AD}$ ينصف $\angle BAC$.

البرهان:



العبارات	المبرّرات
1. $\overline{AB} \cong \overline{AC}$	1. تم استخدام إعداد واحد للفرجار من النقطة A لإنشاء النقطتين B و C.
2. $\overline{BD} \cong \overline{CD}$	2. تم استخدام إعداد واحد للفرجار من النقطتين B و C لإنشاء النقطة D.
3. $\overline{AD} \cong \overline{AD}$	3. خاصية الانعكاس
4. $\triangle ABD \cong \triangle ACD$	4. مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة
5. $\angle BAD \cong \angle CAD$	5. مسلمة تطابق الأجزاء المتقابلة في المثلثات المتطابقة
6. $\overline{AD}$ ينصف $\angle BAC$.	6. تعريف منصف الزاوية

التمارين

1. قم بإنشاء مستقيم يوازي خط معين ويمر بنقطة معينة على المستقيم. واكتب برهانًا من عمودين لإنشائك.
2. قم بإنشاء مثلث متساوي الأضلاع. واكتب برهانا حرًّا لإنشائك.
3. **تحدٍ** أنشئ منصف قطعة يكون عموديًا أيضا على القطعة واكتب برهانًا من عمودين لإنشائك. (*تلميح:* ستحتاج إلى استخدام أكثر من زوج من المثلثات المتطابقة).

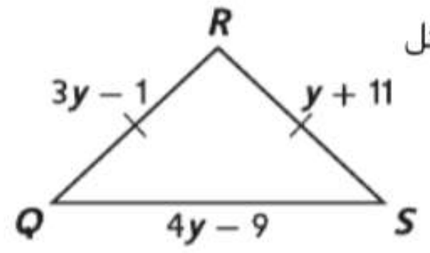
McGraw-Hill Education مؤسسة حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح

13 اختبار منتصف الوحدة

الدروس من 1-13 إلى 4-13

1. **هندسة الإحداثيات** حدد تصنيف $\triangle ABC$ بالرؤوس $A(-2, -1)$ و $B(-1, 3)$ و $C(2, 0)$ باعتباره *مختلف الأضلاع*. أو *متساوي الأضلاع*. أو *متساوي الساقين*.

2. **الاختيار من متعدد** أي مما يلي يمثل قياسات أضلاع مثلث متساوي الساقين QRS؟

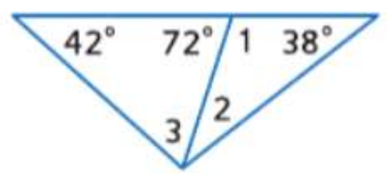


A 17, 17, 15 **C** 14, 15, 14

B 15, 15, 16 **D** 14, 14, 16

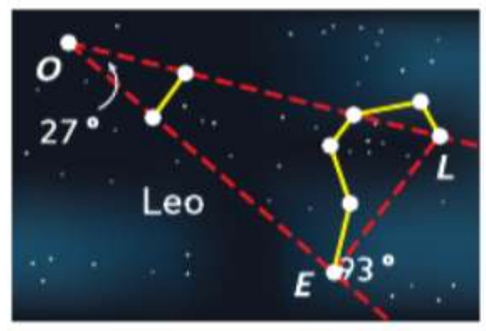
3. **الجبر** جد قيمة x وطول كل ضلع إذا علمت أن $\triangle WXY$ مثلث متساوي الأضلاع أضلاعه $\overline{WX} = 6x - 12$, $\overline{XY} = 2x + 10$ و $\overline{WY} = 4x - 1$.

جد قياس جميع الزوايا المشار إليها.



4. $m\angle 1$
5. $m\angle 2$
6. $m\angle 3$

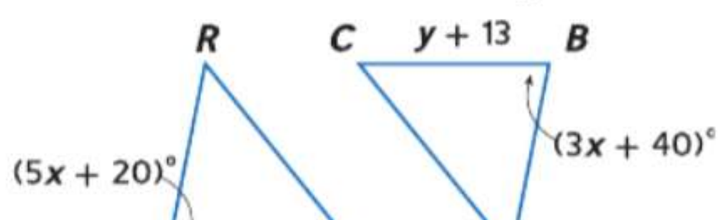
7. **فلك** ليو هي عبارة عن كوكبة على شكل أسد. تشكل ثلاثة من النجوم الأكثر سطوعا في الكوكبة $\triangle LEO$. إذا كانت الزوايا بالقياسات الموضحة في الشكل، فجد $m\angle OLE$.



جد قياس جميع الزوايا المرقمة.

8. $m\angle 4$
9. $m\angle 5$
10. $m\angle 6$
11. $m\angle 7$

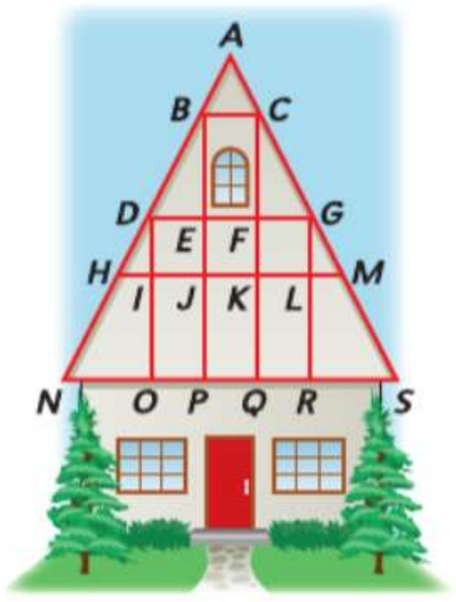
في الرسم التخطيطي، $\triangle ABC \cong \triangle RST$.



12. جد x.

13. جد y.

14. **الهندسة المعمارية** يوضح الرسم التخطيطي منزلا بهيكل على شكل A وبه عدة نقاط لها أسماء. افترض أن القطع والزوايا التي تبدو متطابقة في الرسم التخطيطي متطابقة. أوضح أي المثلثات متطابقة.

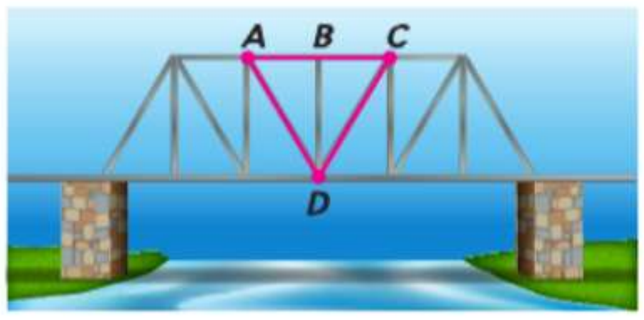


15. **الاختيار من متعدد** حدد العبارة الصحيحة إذا علمت أن $\triangle CBX \cong \triangle SML$.

F $\overline{MO} \cong \overline{SL}$ **H** $\angle X \cong \angle S$

G $\overline{XC} \cong \overline{ML}$ **J** $\angle XCB \cong \angle LSM$

16. **الجسور** تظهر أطواق حديدية لجسر في الرسم التخطيطي أدناه. حيث $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ و B نقطة منتصف $\overline{AC}$. ما الطريقة التي يمكن استخدامها لإثبات أن $\triangle ABD \cong \triangle CBD$؟



حدد ما إذا كان $\triangle PQR \cong \triangle XYZ$.

17. $P(3, -5)$, $Q(11, 0)$, $R(1, 6)$, $X(5, 1)$, $Y(13, 6)$, $Z(3, 12)$

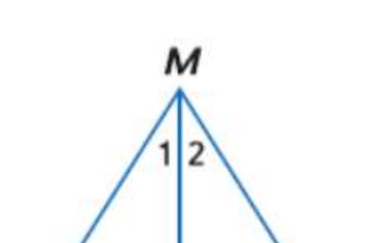
18. $P(-3, -3)$, $Q(-5, 1)$, $R(-2, 6)$, $X(2, -6)$, $Y(3, 3)$, $Z(5, -1)$

19. $P(8, 1)$, $Q(-7, -15)$, $R(9, -6)$, $X(5, 11)$, $Y(-10, -5)$, $Z(6, 4)$

20. اكتب برهانا من عمودين.

المعطيات: $\triangle LMN$ مثلث متساوي الساقين، حيث $\overline{LM} \cong \overline{NM}$. و $\overline{MO}$ ينصف $\angle LMN$.

المطلوب: $\triangle MLO \cong \triangle MNO$



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

13-5 إثبات تطابق المثلثات-تساوي زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA) وتساوي زاويتين وضلع (AAS)

السابق

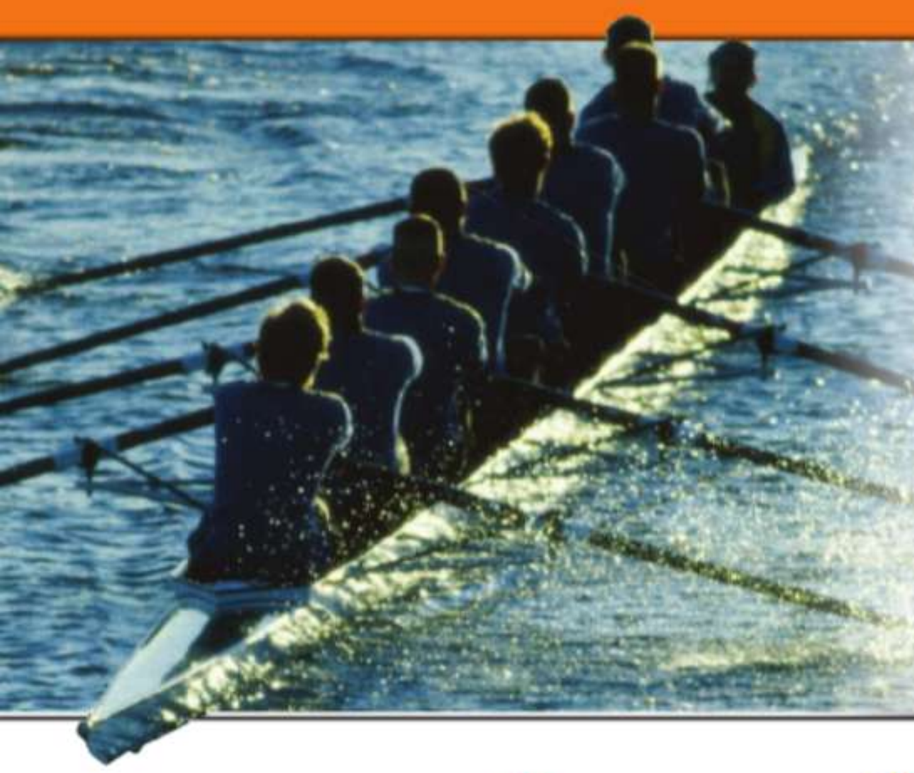
- لقد برهنت على تطابق مثلثين باستخدام مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS) وتساوي ضلعين وزاوية (SAS).

الحالي

1 استخدام مسلّمة زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA) لاختبار التطابق.

2 استخدام نظرية تساوي زاويتين وضلع (AAS) لاختبار التطابق.

لماذا؟



- تتضمن رياضة التجديف بالتمشيط. وتسمى أيضا *الطاقم*. شخصين أو أكثر يجلسون بمواجهة مؤخرة القارب ويسحب كل مجدف مجدافًا واحدًا. في مسابقات المدرسة الثانوية. يتطلب السباق الذي يسمى *ريغاتا* في العادة مسطحا مائيًا يزيد طوله على 1500 متر. يمكن استخدام المثلثات المتطابقة لقياس المسافات التي لا يمكن قياسها مباشرة بسهولة. مثل طول مسار الريغاتا.

المفردات الجديدة

ضلع محصور
included side

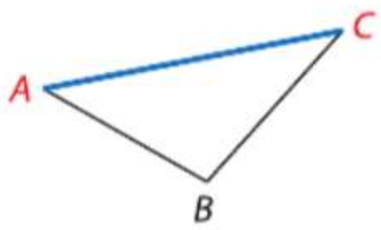
إثبات نظريات حول المثلثات.

استخدام معايير التقارب والتشابه بالنسبة للمثلثات لحل المسائل وإثبات العلاقات في الأشكال الهندسية.

بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين. استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.

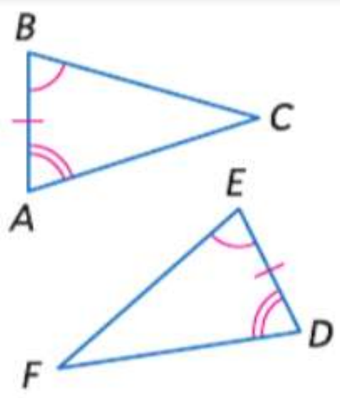
1 مسلمة زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA)

الضلع المحصور هو الضلع الموجود بين زاويتين متتاليتين في مضلع. في $\triangle ABC$ على اليسار، $\overline{AC}$ هو الضلع المحصور بين $\angle A$ و $\angle C$.



المسلّمة 13.3 تطابق زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA)

عند تطابق زاويتين والضلع المحصور بينهما في مثلث مع زاويتين والضلع المحصور بينهما في مثلث آخر، يكون المثلثان متطابقان.



مثال إذا كانت الزاوية $\angle D \cong \angle A$.

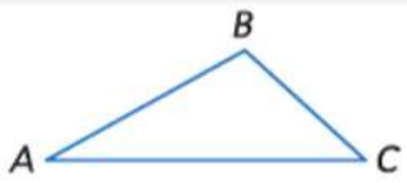
والضلع $\overline{DE} \cong \overline{AB}$.

الزاوية $\angle E \cong \angle B$.

فإن $\triangle DEF \cong \triangle ABC$.

الإنشاء مثلثان متطابقان باستخدام زاويتين والضلع المحصور بينهما

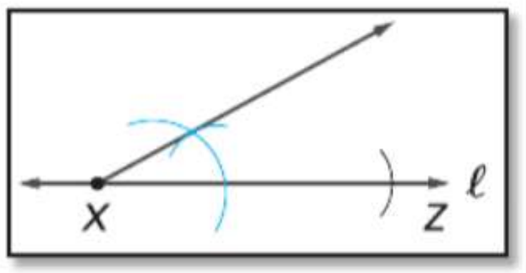
ارسم مثلثا وسمه $\triangle ABC$. ثم استخدم مسلّمة تساوي زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA) لإنشاء $\triangle XYZ \cong \triangle ABC$.



الخطوة 1

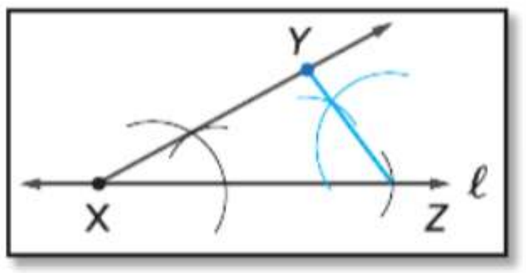
ارسم المستقيم ℓ وحدد النقطة X وقم بإنشاء $\overline{XZ}$ بحيث $\overline{XZ} \cong \overline{AC}$.

الخطوة 2



أنشئ زاوية متطابقة مع $\angle A$ عند X باستخدام $\overleftrightarrow{XZ}$ كضلع للزاوية.

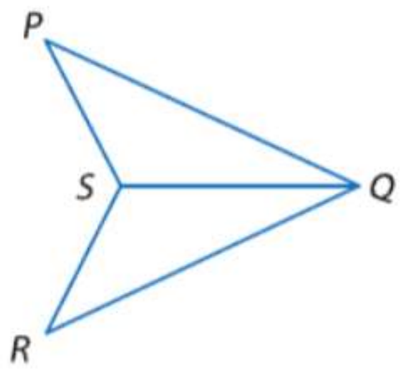
الخطوة 3



أنشئ زاوية متطابقة مع $\angle C$ عند Z باستخدام $\overleftrightarrow{XZ}$ كضلع للزاوية. ضع اسما للنقطة التي يلتقي عندها الضلعان الجديدان للزوايا Y.

McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح محفوظة © والتأليف الطبع حقوق

مثال 1 استخدام مسلّمة زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA) لإثبات أن المثلثين متطابقان



اكتب برهانًا من عمودين.

المعطيات: $\overline{QS}$ ينصف $\angle PQR$
$\angle PSQ \cong \angle RSQ$.

المطلوب: $\triangle PQS \cong \triangle RQS$

البرهان:

العبارات	المبرّرات
1. $\overline{QS}$ ينصف $\angle PQR$؛ $\angle PSQ \cong \angle RSQ$.	1. المعطيات
2. $\angle PQS \cong \angle RQS$	2. تعريف منصف الزاوية
3. $\overline{QS} \cong \overline{QS}$	3. خاصية الانعكاس في التطابق
4. $\triangle PQS \cong \triangle RQS$	4. مسلّمة زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA)

تمرين موجّه

1. اكتب برهانا تسلسليًا.

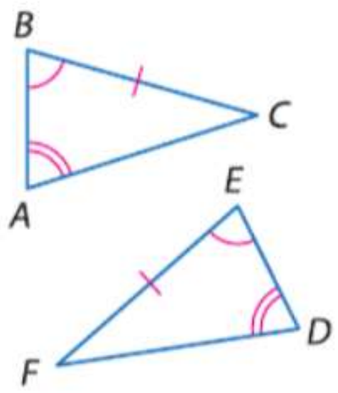
المعطيات: $\overline{ZX}$ ينصف $\angle WZY$؛ $\overline{XZ}$ ينصف $\angle YXW$.

المطلوب: $\triangle WXZ \cong \triangle XZY$

2 نظرية تساوي زاويتين وضلع

تطابق زاويتين وضلع غير محصور كاف أيضا للبرهنة على تطابق مثلثين. تمثل علاقة التطابق هذه نظرية لأنها يمكن البرهنة عليها باستخدام نظرية الزوايا الثالثة.

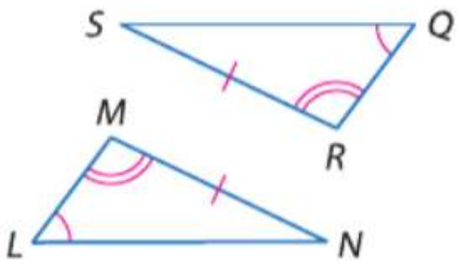
النظرية 13.5 تطابق بتساوي زاويتين وضلع (AAS)



عند تطابق زاويتين والضلع غير المحصور بينهما في مثلث مع زاويتين وضلع مناظرين في مثلث آخر، فالمثلثان متطابقان.

مثال إذا كانت الزاوية $\angle D \cong \angle A$،
الزاوية $\angle E \cong \angle B$،
و الضلع $\overline{EF} \cong \overline{BC}$
فإن $\triangle DEF \cong \triangle ABC$.

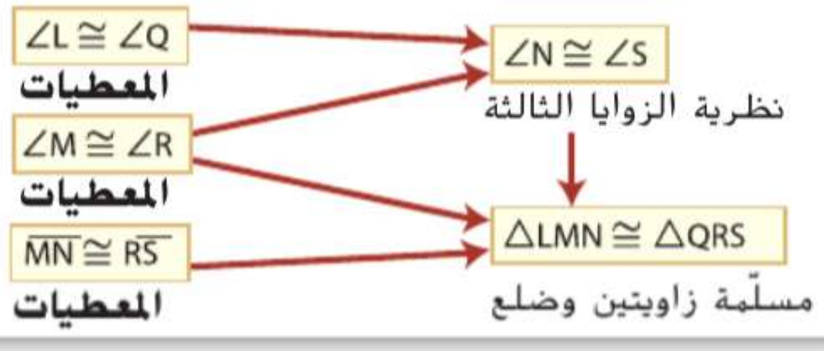
إثبات نظرية زاويتين وضلع



المعطيات: $\angle L \cong \angle Q$, $\angle M \cong \angle R$, $\overline{MN} \cong \overline{RS}$

المطلوب: $\triangle LMN \cong \triangle QRS$

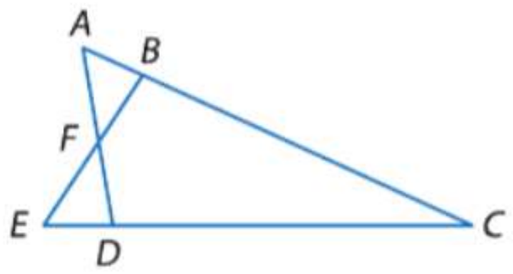
البرهان:



McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

مثال 2 استخدام مسلّمة زاويتين وضلع لإثبات أن المثلثين متطابقان

اكتب برهانًا من عمودين.



المعطيات: $\angle DAC \cong \angle BEC$

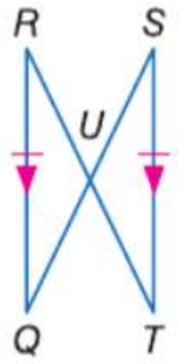
$\overline{DC} \cong \overline{BC}$

المطلوب: $\triangle ACD \cong \triangle ECB$

البرهان: نعلم أن $\angle DAC \cong \angle BEC$ و $\overline{DC} \cong \overline{BC}$. $\angle C \cong \angle C$ حسب خاصية الانعكاس. حسب مسلّمة ضلعين وزاوية، $\triangle ACD \cong \triangle ECB$.

تمرين موجه

2. اكتب برهانا تسلسليًا.



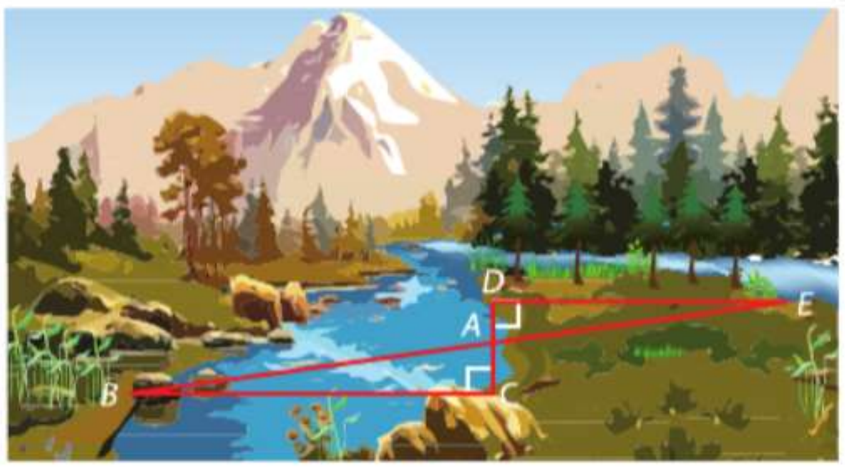
المعطيات: $\overline{RQ} \cong \overline{ST}$ و $\overline{RQ} \parallel \overline{ST}$

المطلوب: $\triangle RUQ \cong \triangle TUS$

يمكنك استخدام المثلثات المتطابقة لقياس المسافات التي من الصعب قياسها مباشرة.

مثال 3 من الحياة اليومية تطبيق تطابق المثلثات

الخدمة المجتمعية يعمل خلف ضمن مجموعة للخدمة المجتمعية لبناء جسر يعبر قناة في حديقة محلية. سيغطي الجسر القناة بين النقطتين C و B. حدد خلف النقطة الثابتة D لاستخدامها كنقطة مرجعية بحيث يكون بين القطع العلاقات الموضحة. A نقطة منتصف $\overline{CD}$ و DE تساوي 5 أمتار. ما الطول المطلوب للجسر؟



لتحديد طول $\overline{CD}$، يجب أن نبرهن أولاً على أن المثلثين اللذين صنعهما خلف متطابقان.

- بما أن $\overline{CB}$ متعامد على كل من $\overline{CB}$ و $\overline{DE}$، تشكل القطع مثلثات قائمة الزاوية كما يظهر على الرسم التخطيطي.
- كل الزوايا القائمة متطابقة، إذا $\angle EDA \cong \angle BCA$.
- النقطة A هي نقطة المنتصف في $\overline{CD}$، إذًا $\overline{CA} \cong \overline{AD}$.
- $\angle BAC$ و $\angle EAD$ زاويتان متقابلتان بالرأس، ولذلك فهما متطابقتان.

ولهذا، وبموجب مسلّمة زاويتين وضلع محصور بينهما، فإن $\triangle BAC \cong \triangle EAD$.

بما أن $\overline{CB} \cong \overline{DE}$، $\triangle BAC \cong \triangle EAD$ حسب CPCTC. بما أن قياس $\overline{DE}$ هو 5 m، إذًا قياس $\overline{CB}$ كذلك 5 m. إذًا، الطول المطلوب للجسر هو 5 m.

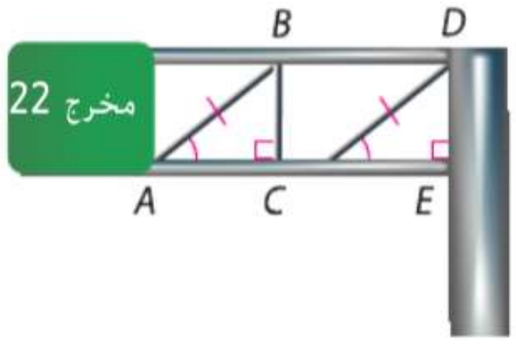
نصيحة دراسية

تطابق الزوايا الثلاث في المثال 3، $\angle B$ و $\angle E$ متطابقتان حسب نظرية الزوايا الثالثة. إلا أن تطابق الزوايا المتناظرة الثلاثة جميعا لا يكفي للبرهنة على أن المثلثين متطابقان.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

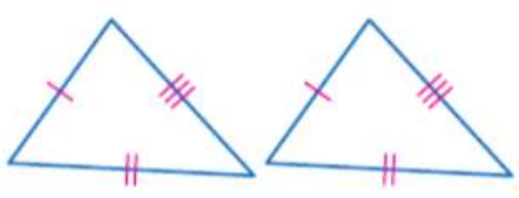
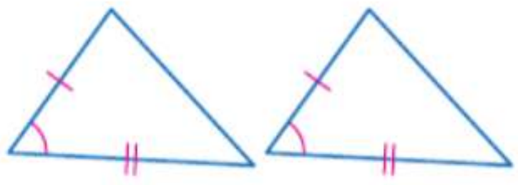
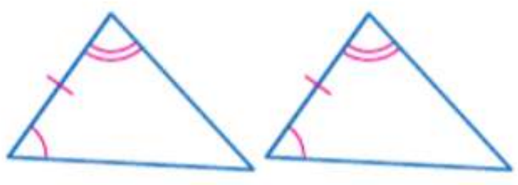
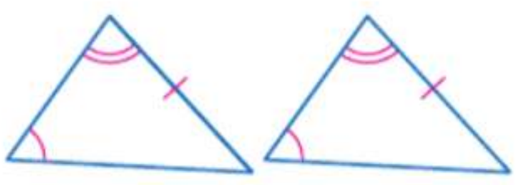
تمرين موجه

3. في سقالة اللافتة الظاهرة على اليسار، $\overline{AC} \perp \overline{BC}$ و $\overline{CE} \perp \overline{DE}$. $\angle BAC \cong \angle DCE$ و $\overline{AB} \cong \overline{CD}$. واكتب برهان حرّ لإثبات أن $\overline{BC} \cong \overline{DE}$.



لقد تعلمت عدة طرق للبرهنة على تطابق المثلثات.

ملخص المفهوم البرهنة على تطابق المثلثات

ضلع-ضلع-ضلع	ضلع-زاوية-ضلع	زاوية-ضلع-زاوية	ضلع-ضلع-زاوية
			
تطابق ثلاثة أزواج من الأضلاع المتناظرة.	تطابق زوجين من الأضلاع المتناظرة والزاويتين المحصورتين بينهما.	تطابق زوجين من الزوايا المتناظرة والضلعين المحصورين بينهما.	تطابق زوجين من الزوايا المتناظرة والضلعين المتناظرين غير المحصورين.

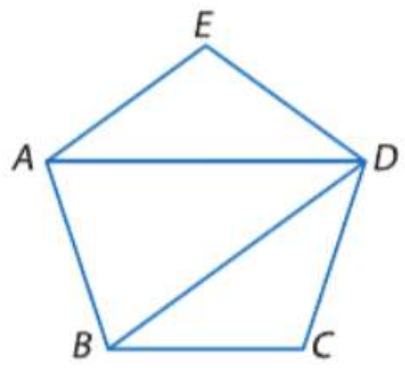
التحقق من فهمك

مثال 1 **البرهان** اكتب النوع المحدد من البراهين.

1. برهان تسلسلي

المعطيات: خماسي منتظم $ABCDE$

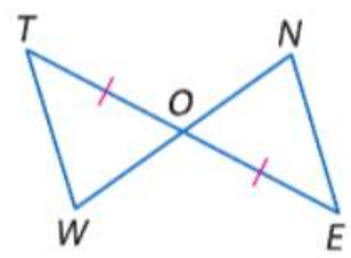
المطلوب: $\overline{AD} \cong \overline{DB}$



2. برهان من عمودين

المعطيات: $\overline{WT} \parallel \overline{NE}; \overline{TO} \cong \overline{EO}$

المطلوب: $\triangle WOT \cong \triangle NOE$

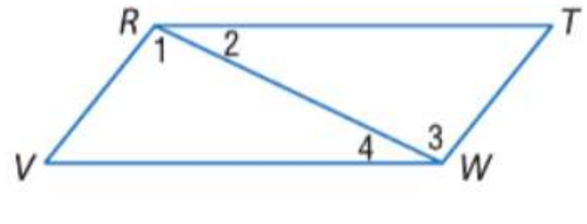


مثال 2

3. برهان حرّ

المعطيات: $\overline{RV} \parallel \overline{TW}; \overline{RT} \parallel \overline{VW}$

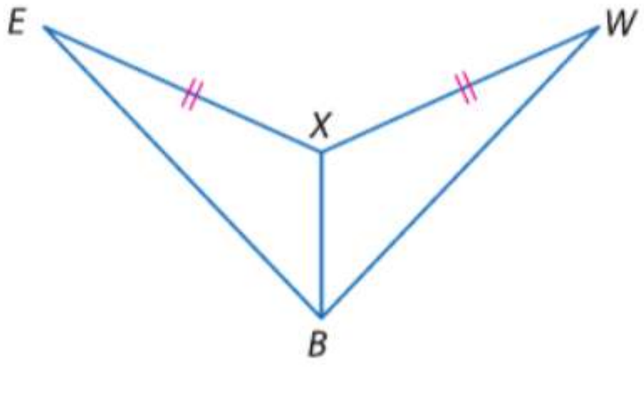
المطلوب: $\triangle RWV \cong \triangle WRT$



4. برهان من عمودين

المعطيات: $\overline{EX} \cong \overline{WX}$؛ $\overline{XB}$ ينصف $\angle EXW$ و $\angle EBW$

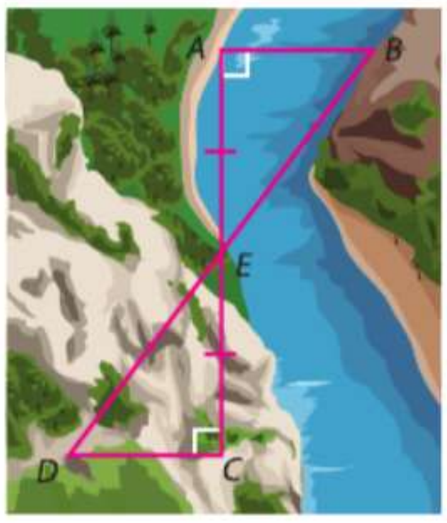
المطلوب: $\triangle EXB \cong \triangle WXB$



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مثال 3

5. **بناء الجسور** تحتاج مهندسة مسح إلى إيجاد المسافة من النقطة A إلى النقطة B عبر أحد الأودية. وضعت وتدًا عند A، ووضع زميل لها وتدًا عند B على الجانب الآخر من الوادي. ثم حددت مهندسة المسح النقطة C على نفس الجانب من الوادي الموجود عليه A بحيث $\overline{CA} \perp \overline{AB}$. تم وضع وتد رابع عند E، نقطة منتصف $\overline{CA}$. وأخيرًا، تم وضع وتد عند D بحيث إن $\overline{CD} \perp \overline{CA}$ وتقع D، و E، و B على الخط نفسه.



a. اشرح كيف تستطيع مهندسة المسح استخدام المثلثات التي تشكلت لإيجاد AB.

b. إذا كان $AC = 1500$ m، و $DC = 690$ m، و $DE = 973.5$ m . فما قياس AB؟ اشرح تبريرك.

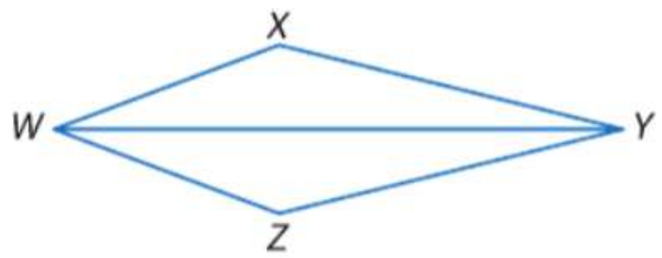
التمرين وحل المسائل

مثال 1

البرهان اكتب برهانًا حرًّا.

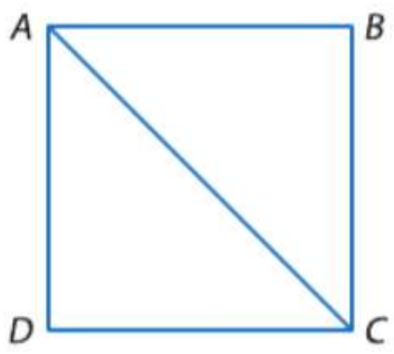
6. **المعطيات:** $\overline{WY}$ ينصف $\angle XWZ$ و $\angle XYZ$

المطلوب: $\triangle WYX \cong \triangle YWZ$



7. **المعطيات:** $\overline{AB} \perp \overline{BC}; \overline{AB} \perp \overline{AD}$

المطلوب: $\triangle ACD \cong \triangle CAB$



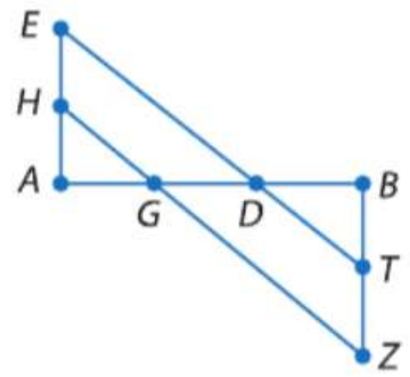
8. **الألعاب** الصورة على اليسار توضح بيت بطاقات. بيت البطاقات هو هيكل ناتج عن تكديس بطاقات اللعب فوق بعضها. اشرح كيف تساعد الخطوط المتوازية والمثلثات المتطابقة من يحاول بناء بيت بطاقات.

مثال 2

البرهان اكتب برهانا من عمودين.

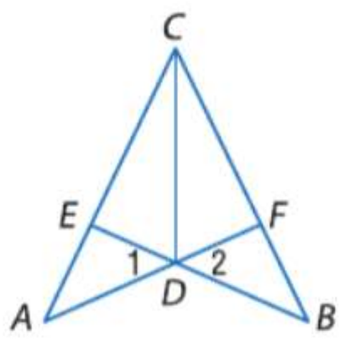
9. **المعطيات:** $\overline{HZ} \parallel \overline{ET}; \overline{AG} \cong \overline{BD}; \angle A \cong \angle B$

المطلوب: $\triangle ADE \cong \triangle BGZ$



10. **المعطيات:** $\triangle CDB \cong \triangle CDA$

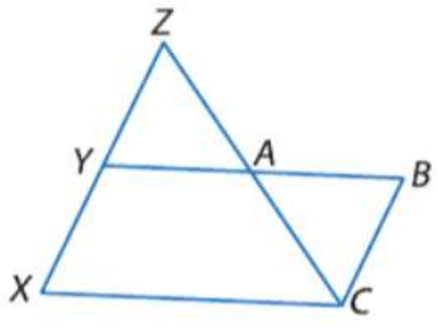
المطلوب: $\triangle ADE \cong \triangle BDF$



11. **فرضيات** اكتب برهانًا تسلسليًا.

المعطيات: $\overline{AY} \cong \overline{BA}; \overline{ZX} \parallel \overline{BC}$

المطلوب: $\overline{YZ} \cong \overline{BC}$



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

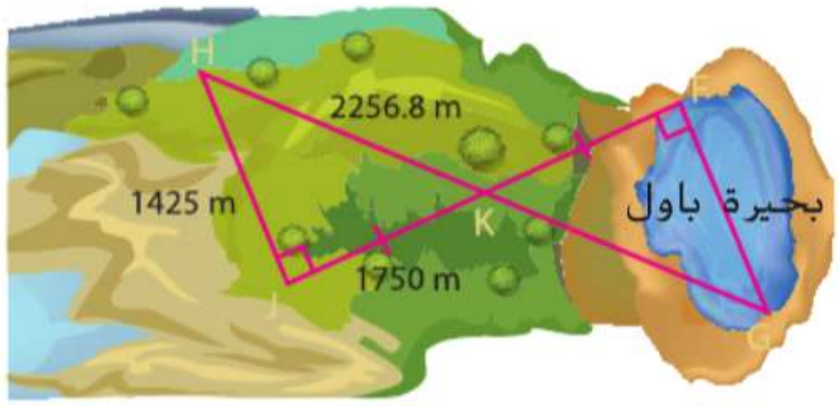
12. **البرهان** اكتب برهانا تسلسليًا.

المعطيات: $\overline{XZ}$ هو المنصف العمودي لـ $\overline{WY}$

المطلوب: $\angle Y \cong \angle W$

مثال 3

13. **تمثيل النماذج** تريد مدرسة ثانوية أن تقيم سباق تجديف طوله 1500 m على بحيرة باول لكنها غير متأكدة مما إذا كانت البحيرة طويلة بما يكفي. لقياس المسافة عبر البحيرة، يحدد أعضاء الطاقم رؤوس المثلثات أدناه ويتوصلون إلى قياس أطوال $\triangle HJK$ كما يظهر أدناه.

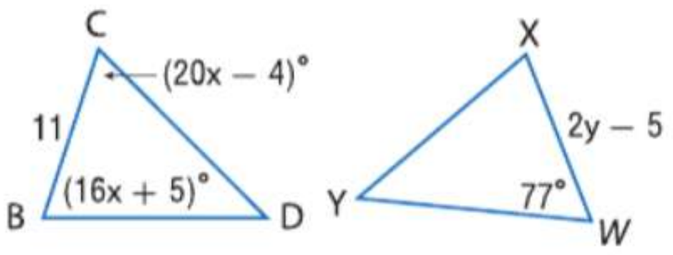


a. اشرح كيف يستطيع فريق الطاقم استخدام المثلثات التي تتشكل لتقدير مسافة FG عبر البحيرة.

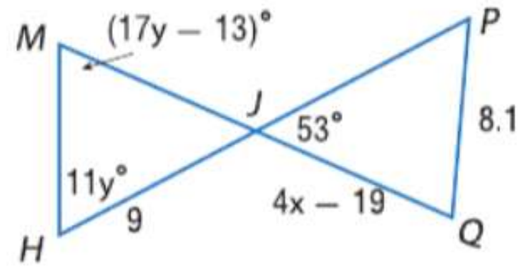
b. باستخدام القياسات المعطاة، هل البحيرة طويلة بما يكفي لكي يستخدمها الفريق كموقع لسباقهم؟

الجبر جـــد قيمة المتغير الذي يعطي مثلثات متطابقة.

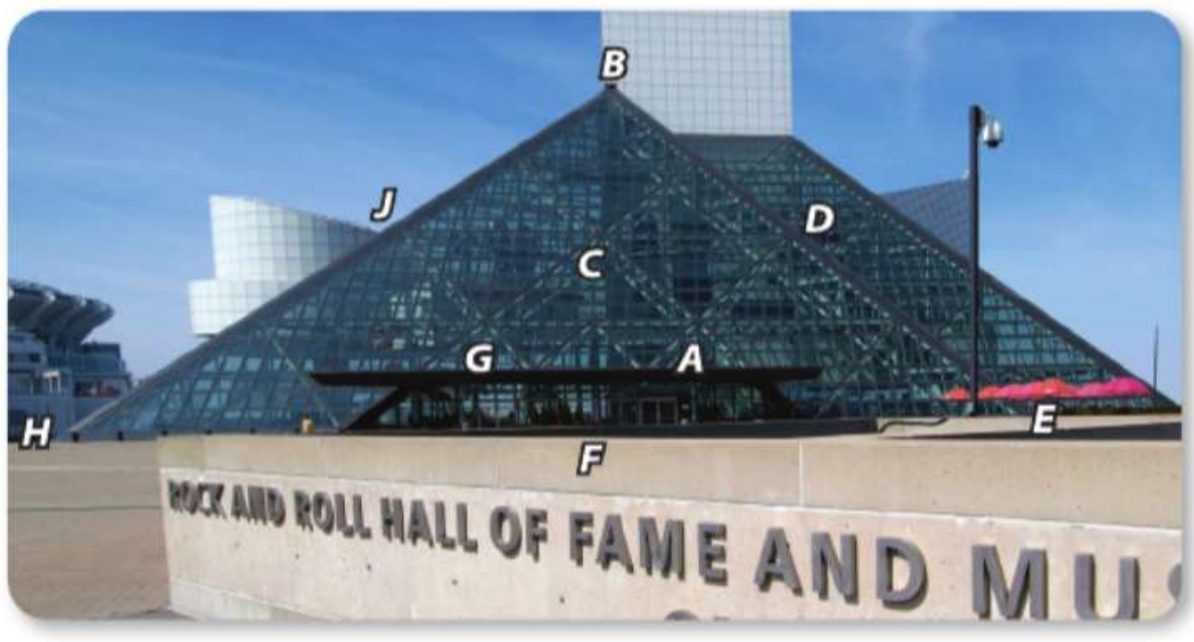
14. $\triangle BCD \cong \triangle WXY$



15. $\triangle MHJ \cong \triangle PQJ$



16. **تصميم المسرح** تبدو الأطواق الحديدية لسقف المسرح المكشوف الظاهر أدناه مكونة من عدة أزواج مختلفة من المثلثات المتطابقة. افترض أن الأطواق الحديدية التي يبدو أنها تقع على خط واحد تقع فعليًا على خط واحد.



a. إذا كان $\overline{AB}$ ينصف $\angle CBD$ و $\angle CAD$، فبرهن على أن $\triangle ABD \cong \triangle ABC$.

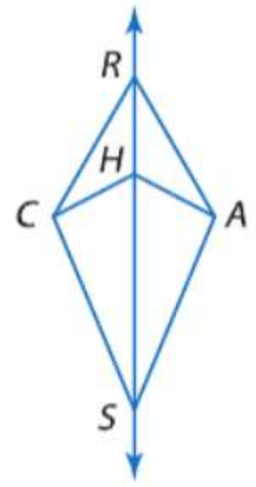
b. إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle ABD$ و $\angle EDA \cong \angle FCA$. فبرهن على أن $\triangle DAE \cong \triangle CAF$.

c. إذا كان $\angle BEA \cong \angle BHG$ و $\overline{HB} \cong \overline{EB}$، و $\angle EAD \cong \angle HGJ$، و $\angle DAB \cong \angle JGB$، فبرهن على أن $\triangle BEA \cong \triangle BHG$.

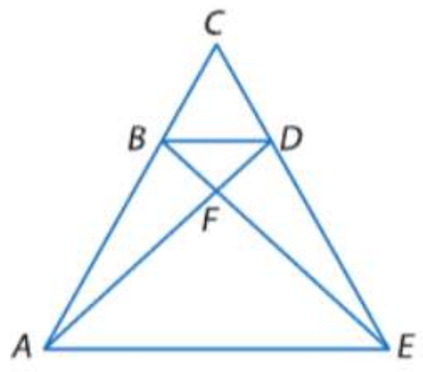
McGraw-Hill Education لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف © محفوظة

البرهان اكتب برهانًا حرًّا.

17. **المعطيات:** $\overleftrightarrow{RS}$ ينصف $\angle CSA$ و $\angle CHA$
المطلوب: $\triangle CHS \cong \triangle AHS$

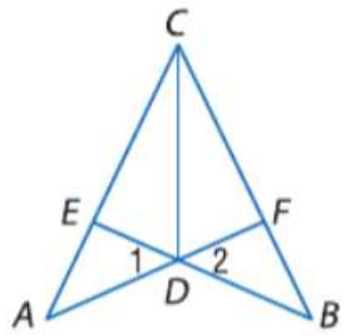


18. **المعطيات:** $\triangle BDF$ متساوي الأضلاع؛ $\angle DEB \cong \angle BAD$
المطلوب: $\triangle DEB \cong \triangle BAD$

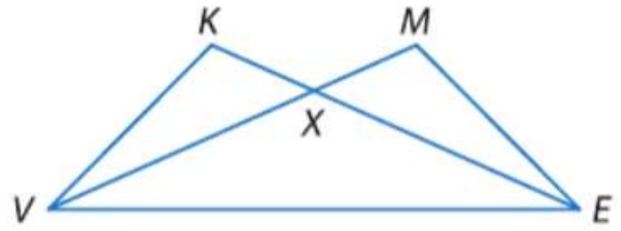


البرهان اكتب برهانا من عمودين.

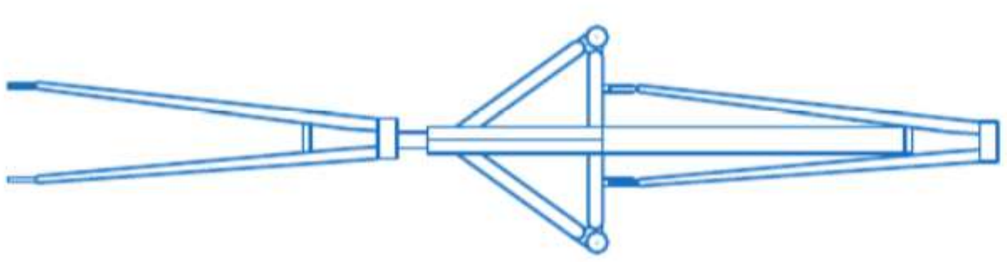
19. **المعطيات:** $\angle CED \cong \angle CFD$؛ $\overline{CD}$ ينصف $\angle ECF$
المطلوب: $\triangle CED \cong \triangle CFD$



20. **المعطيات:** $\overline{KX} \cong \overline{MX}$; $\overline{VK} \perp \overline{KX}$; $\overline{EM} \perp \overline{MX}$
المطلوب: $\angle V \cong \angle E$



21. **الدراجة الثلاثية** يصور الرسم أدناه هيكل دراجة ثلاثية يتم النظر إليها من الجو.



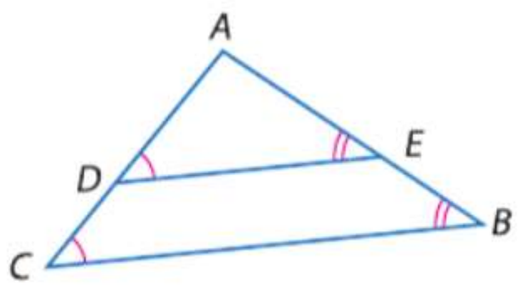
a. خمن نوعين من المثلثات المستخدمة لعمل الهيكل الأساسي.

b. ما المعلومات المطلوبة لإثبات تطابق المثلثات؟

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

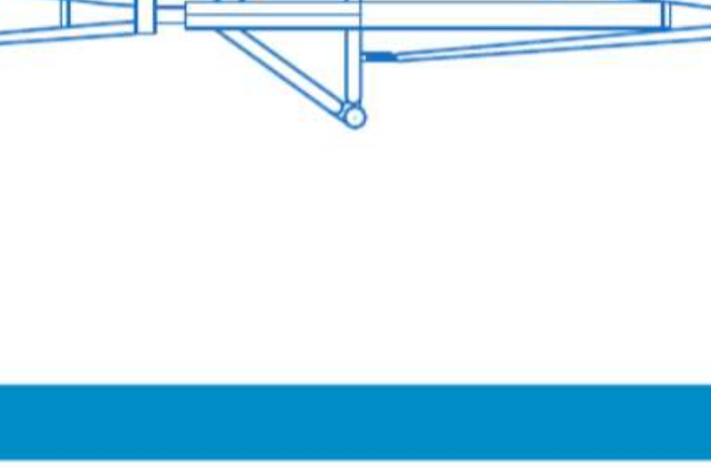
22. **الكتابة في الرياضيات** باستخدام مستطيل، اشرح طريقتين على الأقل لإثبات أن القطر يقسم المستطيل إلى مثلثين متطابقين.

23. **تحليل الخطأ** يقول خليفة إنه من الممكن إثبات أن $\triangle ACB \cong \triangle ADE$ ولكن خميس يختلف معه. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح تبريرك.



24. **التبرير** حدد ما إذا كان يمكن استخدام مسلمة ضلعين وزاوية (SSA) لإثبات تطابق مثلثين. اشرح تبريرك.

25. **تحدٍ** باستخدام المعلومات المذكورة في الرسم التخطيطي، اكتب برهانا تسلسليًا يثبت أن $\triangle PVT \cong \triangle SVQ$.

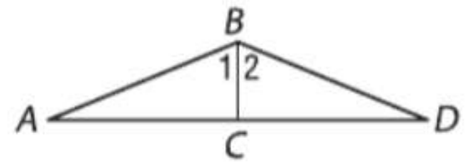


26. **الكتابة في الرياضيات** كيف تعرف الطريقة (مسلّمة الأضلاع الثلاثة ومسلمة زاويتين والضلع المحصور بينهما، إلخ) التي يتم استخدامها عند البرهنة على تطابق المثلثات؟ استخدم مخططا لشرح تبريرك.

McGraw-Hill Education مؤسسة
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح

تدريب على الاختبارات المعيارية

27. المعطيات: $\overline{BC}$ متعامد على $\overline{AD}$؛ $\angle 2 \cong \angle 1$.



ما النظرية أو المسلّمة التي يمكن استخدامها للبرهنة على أن $\triangle ABC \cong \triangle DBC$؟

A AAS
B ASA
C SAS
D SSS

28. الإجابة القصيرة اكتب تعبيرًا يمكن استخدامه لإيجاد قيم $s(n)$ في الجدول.

n	−8	−4	−1	0	1
$s(n)$	1.00	2.00	2.75	3.00	3.25

29. الجبر إذا كان 7− مضروبًا في عدد أكبر من 1. فأي مما يلي يصف النتيجة؟

F عدد أكبر من 7
G عدد يتراوح بين 7− و 7
H عدد أكبر من 7−
J عدد أقل من 7−

30. SAT/ACT $\sqrt{121 + 104} = ?$

A 15
B 21
C 25
D 125
E 225

مراجعة شاملة

حدد ما إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$. اشرح.

31. $A(6, 4), B(1, -6), C(-9, 5),$
$X(0, 7), Y(5, -3), Z(15, 8)$

32. $A(0, 5), B(0, 0), C(-2, 0),$
$X(4, 8), Y(4, 3), Z(6, 3)$

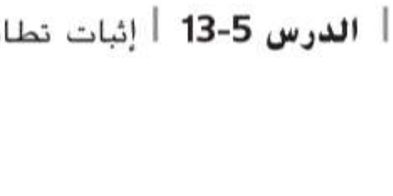
33. الجبر إذا كان $\triangle JKL \cong \triangle RST$. و $RS = 7$. و $ST = 5$. و $RT = 9 + x$. و $JL = 2x - 10$. و $JK = 4y - 5$. فارسم شكلاً يمثل المثلثات المتطابقة وحدد له اسما. ثم جـــد x و y.

34. المعرفة المالية يتقاضى رشيد AED 5 على طلاء صندوق البريد و AED 4 في الساعة لجز أعشاب حديقة. اكتب معادلة تمثل مقدار المال الذي يستطيع رشيد أن يكسبه من مالك منزل يطلي صندوق بريده ويجز أعشاب حديقته.

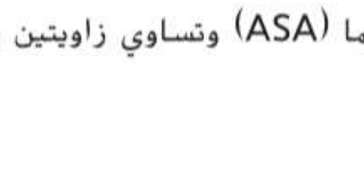
مراجعة المهارات

البرهان اكتب برهانا من عمودين لكلٍ مما يلي.

35. المعطيات: $\angle 1 \cong \angle 2$
$\angle 1 \cong \angle 3$
المطلوب: $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$



36. المعطيات: $\angle MJK \cong \angle KLM$
$\angle LMJ$ و $\angle KLM$ متكاملتان.
المطلوب: $\overline{KJ} \parallel \overline{LM}$



McGraw-Hill Education مؤسسة
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح

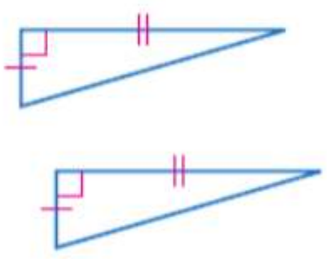
مختبر الهندسة
13-5 التطابق في المثلثات قائمة الزاوية

في الدرسين 4-13 و 5-13، تعلمت نظريات ومسلّمات تبرهن على تطابق المثلثات. كيف يتم تطبيق هذه النظريات والمسلّمات على المثلثات القائمة؟

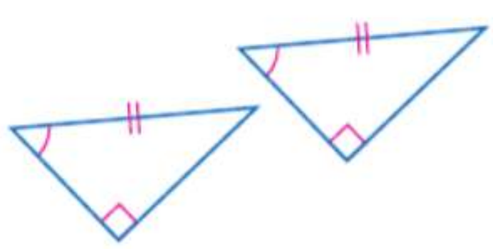
استخدام معايير التطابق والتشابه بالنسبة للمثلثات لحل المسائل وإثبات العلاقات في الأشكال الهندسية.

ادرس كل زوج من المثلثات قائمة الزاوية.

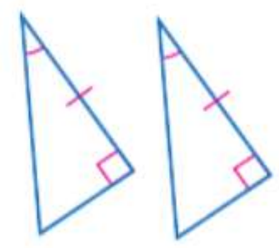
a.



b.



c.



التحليل

1. هل يتطابق كل زوج من المثلثات؟ إذا كان الأمر كذلك، فما نظرية أو مسلّمة التطابق المستخدمة؟
2. أعد صياغة قواعد التطابق المأخوذة من التمرين 1 باستخدام الساق، (L)، أو الوتر، (H)، الذي يحل محل الضلع. احذف *A* لأية زاوية قائمة بما أننا نعلم أن كل المثلثات القائمة الزاوية تحتوي على زاوية قائمة وكل الزوايا القائمة متطابقة.
3. **التخمين** إذا كنت تعلم أن الساقين المتناظرتين في مثلثين قائمي الزاوية متطابقتان، فما المعلومات الأخرى التي تحتاج إليها لإثبات تطابق المثلثين؟ اشرح.

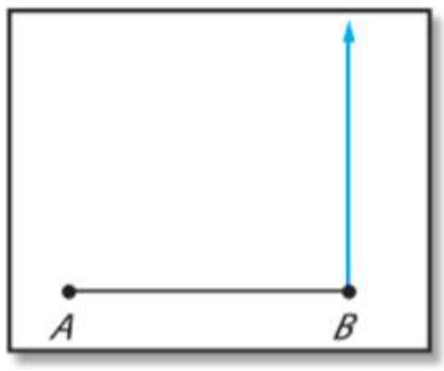
في الدرس 5-13، تعلمت أن SSA ليست اختبارًا صالحا لتحديد تطابق المثلثات. هل يمكن استخدام SSA في إثبات تطابق المثلثين قائمي الزاوية؟

النشاط مسلّمة ضلعين وزاوية (SSA) والمثلثات قائمة الزاوية

الخطوة 1

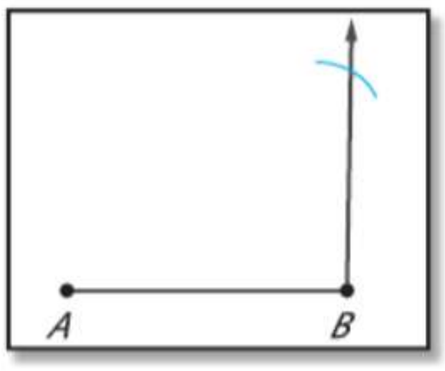
ارسم $\overline{AB}$ بحيث $AB = 6$ سنتيمترات.

الخطوة 2



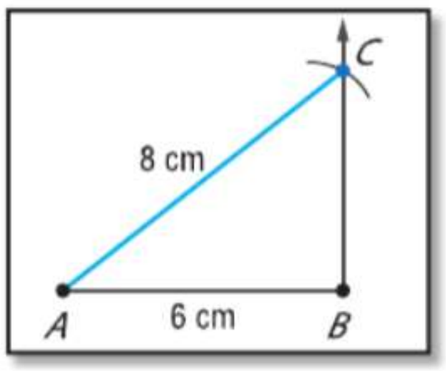
استخدم منقلة لرسم شعاع من B متعامد على $\overline{AB}$.

الخطوة 4



افتح الفرجار بعرض 8 سم. ضع النقطة عند A وارسم قوسا يتقاطع مع الشعاع.

الخطوة 5



سمّ التقاطع C وارسم $\overline{AC}$ لاستكمال $\triangle ABC$.

التحليل

4. هل يقدم النموذج مثلثًا متفردًا؟
5. هل يمكنك استخدام طول الوتر وطول الساق لإثبات تطابق المثلثين قائمي الزاوية؟
6. التخمين بخصوص حالة SSA التي تنطبق على المثلثات قائمة الزاوية.

(يُتبع في الصفحة التالية)

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

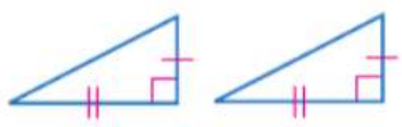
التطابق في المثلثات قائمة الزاوية تابع

يوفر عملك في الصفحة السابقة دليلاً على أربع طرق لإثبات تطابق المثلثات قائمة الزاوية.

النظرية تطابق المثلثات قائمة الزاوية

النظرية 13.6 تطابق بتساوي ساقين

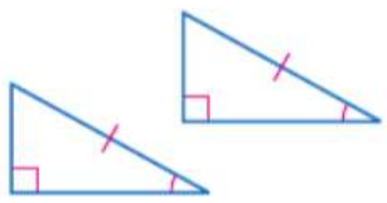
إذا كانت ساقا مثلث قائم الزاوية متطابقتين مع الساقين المناظرتين في مثلث آخر قائم الزاوية، فالمثلثان متطابقان.



الاختصار *LL* يرمز إلى تساوي ساقين

النظرية 13.7 تطابق وتر وزاوية

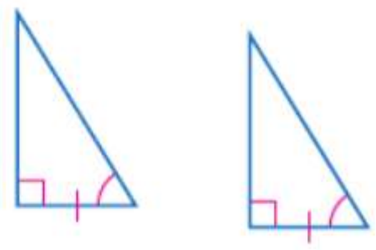
إذا كان الوتر وزاوية حادة في مثلث قائم الزاوية متطابقين مع الوتر والزاوية الحادة المناظرتين في مثلث آخر قائم الزاوية، فالمثلثان متطابقان.



الاختصار *HA* يرمز إلى وتر وزاوية

النظرية 13.8 تطابق ساق وزاوية

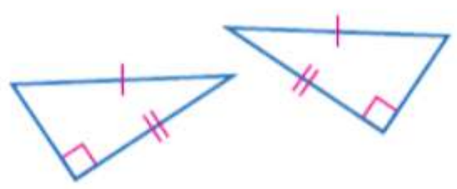
إذا كانت ساق واحدة وزاوية حادة في مثلث قائم الزاوية متطابقتين مع الساق والزاوية الحادة المناظرتين في مثلث آخر قائم الزاوية، فالمثلثان متطابقان.



الاختصار *LA* يرمز إلى ساق وزاوية

النظرية 13.9 تطابق وتر وساق

إذا كان الوتر وساق في مثلث قائم الزاوية متطابقان مع الوتر والساق المناظرين في مثلث آخر قائم الزاوية، فالمثلثان متطابقان.

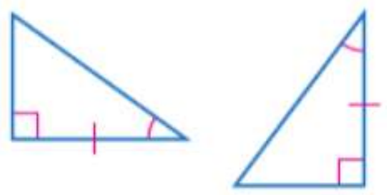


الاختصار *HL* يرمز إلى وتر وساق

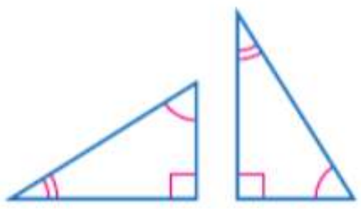
التمارين

حدد ما إذا كان كل زوجين من المثلثات متطابقين. إذا كان الأمر كذلك، فحدد المسلّمة أو النظرية المستخدمة.

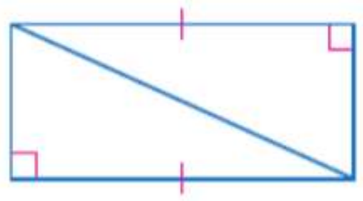
7.



8.



9.



البرهان اكتب برهانا لكلٍ مما يلي.

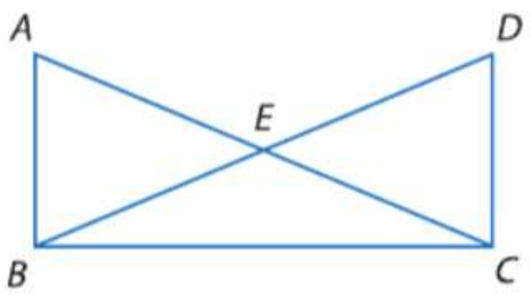
10. النظرية 13.6

11. النظرية 13.7

12. النظرية 13.8 (*تلميح*: هناك حالتان محتملتان.)

13. النظرية 13.9 (*تلميح*: استخدم نظرية فيثاغورس)

استخدم الشكل على اليسار.



14. المعطيات: $\overline{AB} \perp \overline{BC}, \overline{DC} \perp \overline{BC}$, $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

المطلوب: $\overline{AB} \cong \overline{DC}$

15. المعطيات: $\overline{AB} \parallel \overline{DC}, \overline{AB} \perp \overline{BC}$، E نقطة منتصف $\overline{AC}$ و $\overline{BD}$.

المطلوب: $\overline{AC} \cong \overline{DB}$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

13-6 المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع

السابق
- تعرفت على المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع.

الحالي
1. استخدام خواص المثلثات متساوية الساقين.
2. استخدام خواص المثلثات متساوية الأضلاع.

لماذا؟
- تحتوي قضبان قطارات الملاهي على دعامات مثلثة بين القضبان للدعم والتثبيت. الدعامات المثلثة التي في الصورة مثلثات متساوية الساقين.

المفردات الجديدة

ساقا المثلث متساوي الساقين
legs of an isosceles
زاوية الرأس
vertex angle
زوايا القاعدة
base angles

إثبات نظريات حول المثلثات.

عمل رسومات هندسية للأشكال مستخدما مختلف الأدوات والطرق (فرجار ومسطرة تقويم، خيط، أدوات عاكسة، ورق قابل للطي، برنامج هندسي ديناميكي، وما إلى ذلك).

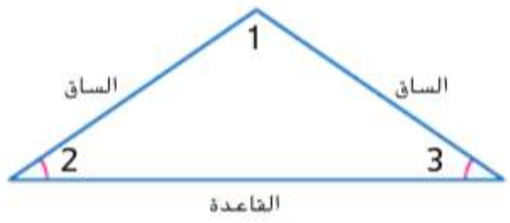
التفكير بطريقة تجريدية وكميّة.

بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 خواص المثلثات متساوية الساقين

تذكر أن المثلثات متساوية الساقين تحتوي على ضلعين متطابقين على الأقل. أجزاء المثلث متساوي الساقين لها أسماء خاصة.

يسمى الضلعان المتطابقان **ساقي المثلث متساوي الساقين**. والزاوية المحصورة بين الضلعين اللذين يمثلان الساقين تسمى **زاوية الرأس**. ضلع المثلث المقابل لزاوية الرأس يسمى *القاعدة*. الزاويتان المتكونتان من القاعدة والضلعين المتطابقين تسميان **زاويتا القاعدة**.

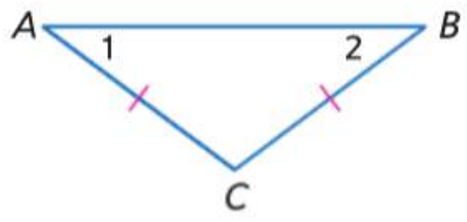


∠1 هي زاوية الرأس.

∠2 و ∠3 زاويتا القاعدة.

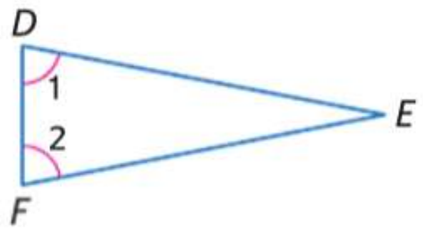
النظريات المثلث متساوي الساقين

13.10 نظرية المثلث متساوي الساقين إذا كان ضلعان في المثلث متطابقين، فالزاويتان المقابلتان لهذين الضلعين متطابقتان.



مثال إذا كان $\overline{AC} \cong \overline{BC}$، فإن $\angle 1 \cong \angle 2$.

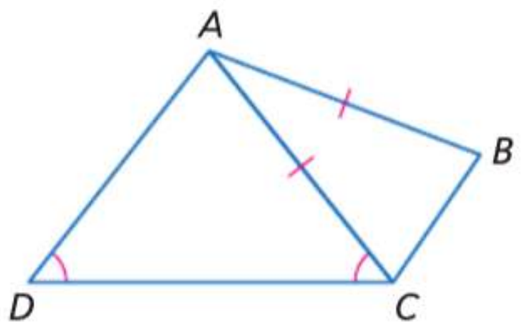
13.11 معكوس نظرية المثلث متساوي الساقين إذا كانت زاويتان في المثلث متطابقتين، فالضلعان المقابلان لهاتين الزاويتين متطابقان.



مثال إذا كان $\angle 2 \cong \angle 1$، فإن $\overline{FE} \cong \overline{DE}$.

سوف تثبت النظرية 13.11 في التمرين 37.

مثال 1 القطع المتطابقة والزوايا المتطابقة



a. اذكر اسم زاويتين متطابقتين ليست عليهما علامة.

$\angle ACB$ تقابل $\overline{AB}$ و $\angle B$ تقابل $\overline{AC}$.

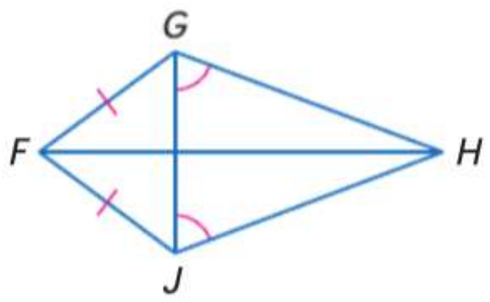
إذًا $\angle ACB \cong \angle B$.

b. اذكر اسم قطعتين متطابقتين ليست عليهما علامة.

$\overline{AD}$ يقابل $\angle ACD$ و $\overline{AC}$ يقابل $\angle D$.

إذًا $\overline{AC} \cong \overline{AD}$.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة



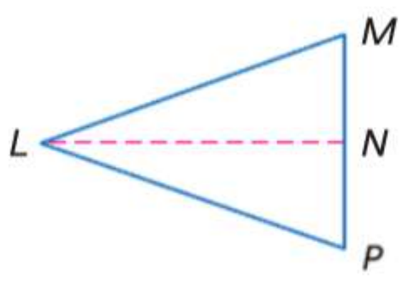
تمرين موجّه

1A. اذكر اسم زاويتين متطابقتين ليست عليهما علامة.

1B. اذكر اسم قطعتين متطابقتين ليست عليهما علامة.

للبرهنة على نظرية المثلث متساوي الساقين، ارسم خطا مستقيما مساعدًا واستخدم المثلثين المتكونين.

البرهان نظرية المثلث متساوي الساقين



المعطيات: $\triangle LMP$ ؛ $\overline{LM} \cong \overline{LP}$

المطلوب: $\angle M \cong \angle P$

البرهان:

العبارات	المبرّرات
1. افترض أن N نقطة منتصف $\overline{MP}$.	1. كل قطعة لها نقطة منتصف واحدة فقط.
2. ارسم قطعة مساعدة $\overline{LN}$	2. تحدد نقطتان مستقيما.
3. $\overline{MN} \cong \overline{PN}$	3. نظرية نقطة المنتصف
4. $\overline{LN} \cong \overline{LN}$	4. خاصية الانعكاس في التطابق
5. $\overline{LM} \cong \overline{LP}$	5. المعطيات
6. $\triangle LMN \cong \triangle LPN$	6. مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)
7. $\angle M \cong \angle P$	7. CPCTC خاصية الانعكاس في التطابق

2 خواص المثلثات متساوية الأضلاع

تقود نظرية المثلث متساوي الساقين إلى لازمتين بخصوص زوايا المثلث متساوي الأضلاع.

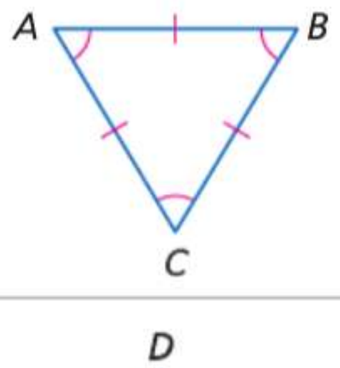
مراجعة المفردات

المثلث متساوي الأضلاع مثلث بثلاثة أضلاع متطابقة

اللازمات المثلث متساوي الأضلاع

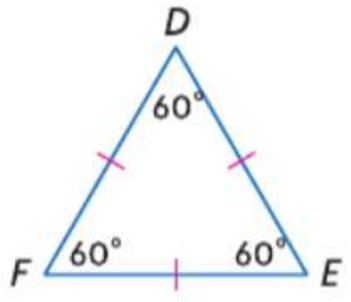
13.3 يكون المثلث متساوي الأضلاع فقط إذا كان متساوي الزوايا.

مثال إذا كانت $\angle A \cong \angle B \cong \angle C$، فإن $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CA}$.



13.4 يبلغ قياس كل زاوية في المثلث متساوي الأضلاع 60 درجة.

مثال إذا كان $\overline{DE} \cong \overline{EF} \cong \overline{FE}$، فإن $m\angle A = m\angle B = m\angle C = 60$.



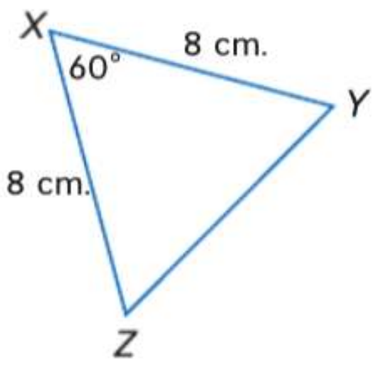
ستبرهن النتيجتين 13.3 و 13.4 في التمرينين 35 و 36.

McGraw-Hill Education مؤسسة ماكجرو هيل للتعليم © محفوظة لصالح الطبع والتأليف حقوق الطبع

مثال 2 إيجاد القياسات المجهولة

جـــد قياس كل مما يلي.

a. $m\angle Y$



بما أن $\overline{XY} \cong \overline{XZ}$, $XY = XZ$. حسب نظرية المثلث متساوي الساقين، زاويتا القاعدة Z و Y متطابقتان، ولذلك $m\angle Z = m\angle Y$. استخدم نظرية مجموع المثلث لكتابة معادلة وحلها لإيجاد $m\angle Y$.

$m\angle X + m\angle Y + m\angle Z = 180$	نظرية مجموع المثلث
$60 + m\angle Y + m\angle Y = 180$	$m\angle X = 60, m\angle Z = m\angle Y$
$60 + 2(m\angle Y) = 180$	بسط.
$2(m\angle Y) = 120$	اطرح 60 من كل طرف.
$m\angle Y = 60$	اقسم كل طرف على 2.

b. YZ

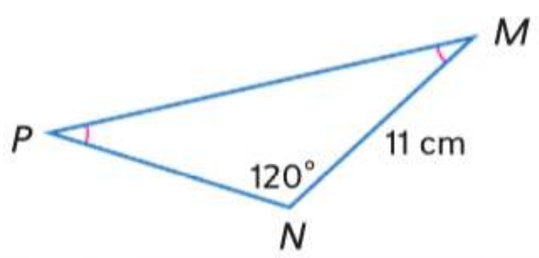
$m\angle Z = m\angle Y$. إذًا $m\angle Z = 60$ بالتعويض. بما أن $m\angle X = 60$. وقياس الزوايا الثلاث جميعها يبلغ 60، إذًا فالمثلث متساوي الزوايا. بما أن المثلث متساوي الزوايا يكون متساوي الأضلاع أيضا، $XY = XZ = ZY$. بما أن $XY = 8$ سم، $YZ = 8$ سم بالتعويض.

نصيحة دراسية

المثلثات متساوية الساقين

كما اكتشفت في المثال 2، أي مثلث متساوي الساقين له زاوية واحدة بقياس 60° يجب أن يكون مثلثًا متساوي الأضلاع.

تمرين موجّه



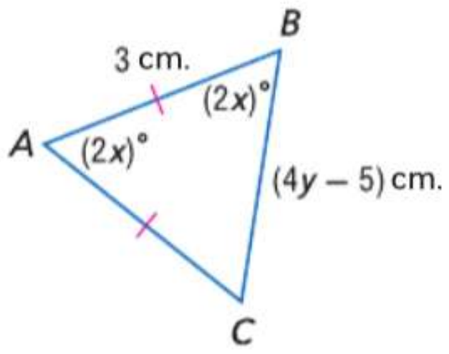
2A. $m\angle M$

2B. PN

يمكنك استخدام خواص المثلثات متساوية الأضلاع والجبر لإيجاد القيم المجهولة.

مثال 3 إيجاد القيم المجهولة

الجبر جـــد قيمة كل متغير.



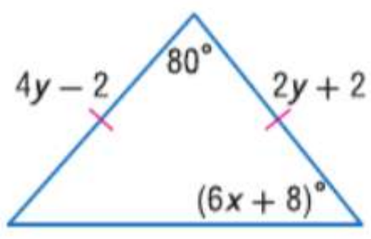
بما أن $\angle A = \angle B$، $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ وفقًا لعكس نظرية المثلث متساوي الساقين. كل أضلاع المثلث متطابقة، إذًا فالمثلث متساوي الأضلاع. يبلغ قياس كل زاوية في المثلث متساوي الأضلاع 60 درجة. إذًا $2x = 60$ و $x = 30$.

المثلث متساوي الأضلاع، إذًا فكل الأضلاع متطابقة وأطوال كل الأضلاع متساوية.

$AB = BC$	تعريف المثلث متساوي الأضلاع
$3 = 4y - 5$	تعويض
$8 = 4y$	اجمع 5 على كل طرف.
$2 = y$	اقسم كل طرف على 4.

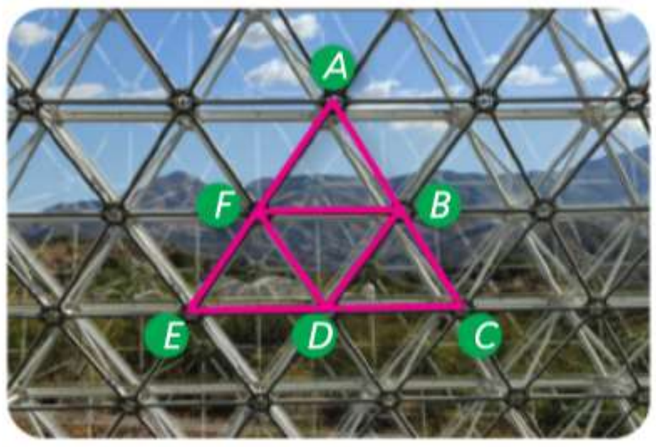
تمرين موجّه

3. جـــد قيمة كل متغير.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 4 من الحياة اليومية تطبيق تطابق المثلثات



البيئة راجع صورة المحيط الحيوي على اليسار. $\triangle ACE$ مثلث متساوي الأضلاع. F نقطة منتصف $\overline{AE}$. و D نقطة منتصف $\overline{EC}$. و B نقطة منتصف $\overline{CA}$. أثبت أن $\triangle FBD$ أيضا متساوي الأضلاع.

المعطيات: $\triangle ACE$ متساوي الأضلاع. F نقطة منتصف $\overline{AE}$. و D نقطة منتصف $\overline{EC}$. و B نقطة منتصف $\overline{CA}$.

المطلوب: $\triangle FBD$ متساوي الأضلاع.

البرهان:

العبارات	المبرّرات
1. $\triangle ACE$ متساوي الأضلاع.	1. المعطيات
2. F نقطة منتصف AE. و D نقطة منتصف EC. و B نقطة منتصف CA.	2. المعطيات
3. $m\angle A = 60, m\angle C = 60, m\angle E = 60$	3. يبلغ قياس كل زاوية في المثلث متساوي الأضلاع 60 درجة.
4. $\angle A \cong \angle C \cong \angle E$	4. تعريف التطابق والتعويض
5. $\overline{AE} \cong \overline{EC} \cong \overline{CA}$	5. تعريف المثلث متساوي الأضلاع
6. $AE = EC = CA$	6. تعريف التطابق
7. $\overline{AF} \cong \overline{FE}, \overline{ED} \cong \overline{DC}, \overline{CB} \cong \overline{BA}$	7. نظرية نقطة المنتصف
8. $AF = FE, ED = DC, CB = BA$	8. تعريف التطابق
9. $AF + FE = AE, ED + DC = EC, CB + BA = CA$	9. مسلّمة جمع القطع المستقيمة
10. $AF + AF = AE, FE + FE = AE, ED + ED = EC, DC + DC = EC, CB + CB = CA, BA + BA = CA$	10. التعويض
11. $2AF = AE, 2FE = AE, 2ED = EC, 2DC = EC, 2CB = CA, 2BA = CA$	11. خاصية الجمع
12. $2AF = AE, 2FE = AE, 2ED = AE, 2DC = AE, 2CB = AE, 2BA = AE$	12. خاصية التعويض
13. $2AF = 2ED = 2CB, 2FE = 2DC = 2BA$	13. خاصية التعدي
14. $AF = ED = CB, FE = DC = BA$	14. خاصية القسمة
15. $\overline{AF} \cong \overline{ED} \cong \overline{CB}, \overline{FE} \cong \overline{DC} \cong \overline{BA}$	15. تعريف التطابق
16. $\triangle AFB \cong \triangle EDF \cong \triangle CBD$	16. مسلّمة ضلعين وزاوية (SAS)
17. $\overline{DF} \cong \overline{FB} \cong \overline{BD}$	17. CPCTC خاصية الانعكاس في التطابق
18. $\triangle FBD$ متساوي الأضلاع.	18. تعريف المثلث متساوي الأضلاع

تمرين موجّه

4. إذا علمت أن $\triangle ACE$ متساوي الأضلاع، و $\overline{EC} \parallel \overline{FB}$، و $\overline{BC} \parallel \overline{FD}$، و $\overline{EF} \parallel \overline{BD}$، و D نقطة منتصف $\overline{EC}$. فأثبت أن $\triangle BDC \cong \triangle FED$.

الربط بالحياة اليومية

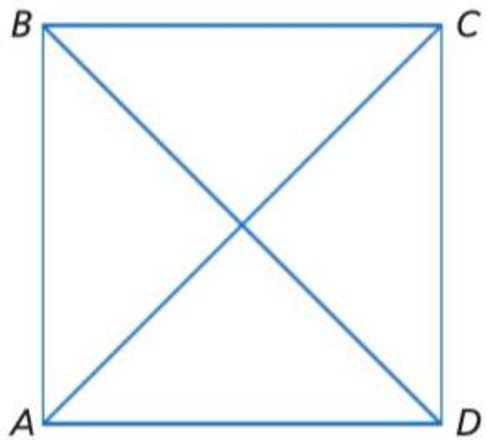
المحيط الحيوي 2 هو أكبر نظام بيئي مغلق تماما تم تشييده على الإطلاق، ويغطي مساحة 0.0127 كم مربع في مدينة أوراكل في أريزونا. يبلغ ارتفاع أعلى نقطة في المنشأة البيئية الخاضعة للتحكم 27.3 مترًا، وتضم 6500 نافذة تحيط بمساحة حجمها 194.400 مترًا مكعب.

المصدر: جامعة أريزونا

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

التحقق من فهمك

مثال 1 **راجع الشكل الموجود على اليسار.**

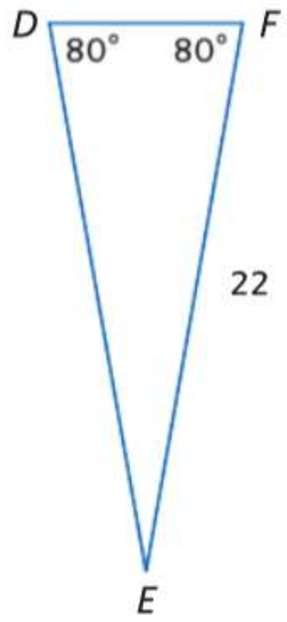


1. إذا كانت $\overline{AB} \cong \overline{AD}$ فاذكر اسم زاويتين متطابقتين.

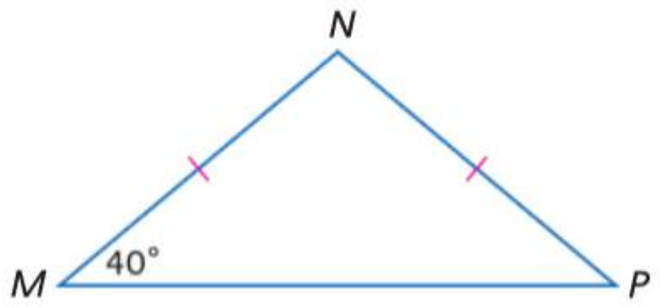
2. إذا كانت $\angle CAD \cong \angle ACD$. فاذكر قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

مثال 2 **جـــد قياس كل مما يلي.**

3. DE

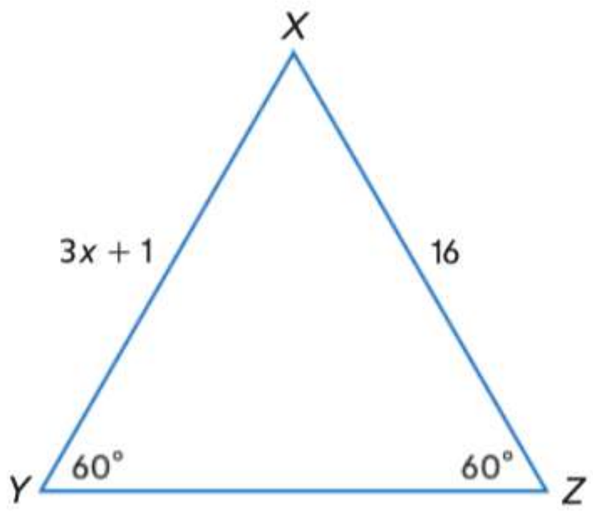


4. $m\angle MPN$

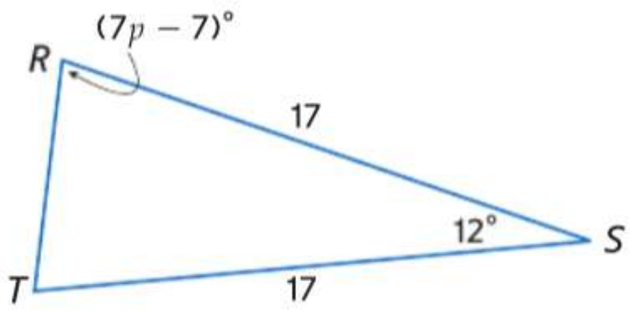


مثال 3 **الجبر جـــد قيمة كل متغير.**

5.



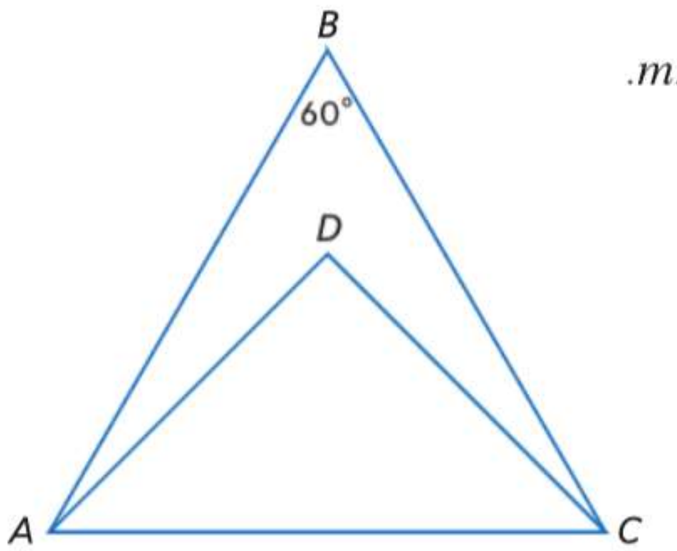
6.



مثال 4 **7. البرهان اكتب برهانًا من عمودين.**

المعطيات: $m\angle ABC = 60$, $\overline{DA} \cong \overline{DC}$, $\angle BAD \cong \angle BCD$.

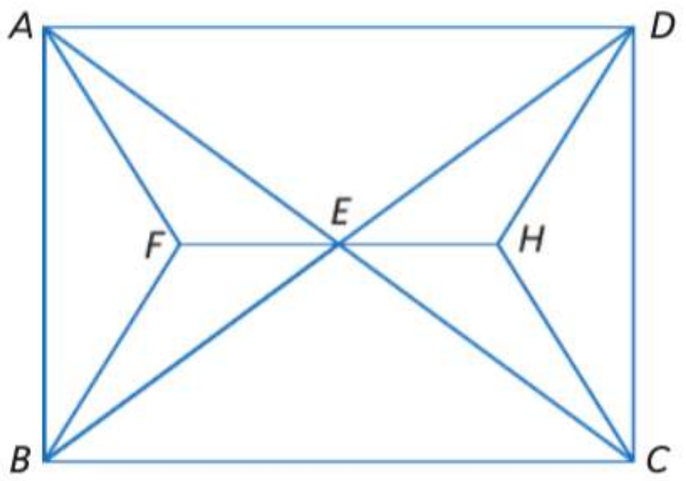
المطلوب: $\triangle ABC$ متساوي الأضلاع.



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **راجع الشكل الموجود على اليسار.**



8. إذا كانت $\angle ADE \cong \angle DAE$، فاذكر قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

9. إذا كانت $\angle ABF \cong \angle BAF$، فاذكر قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

10. إذا كانت $\overline{BE} \cong \overline{CE}$، فاذكر اسم زاويتين متطابقتين.

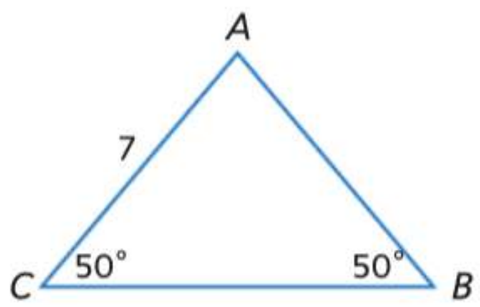
11. إذا كانت $\angle DCE \cong \angle CDE$، فاذكر قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

12. إذا كانت $\overline{DE} \cong \overline{AE}$، فاذكر اسم زاويتين متطابقتين.

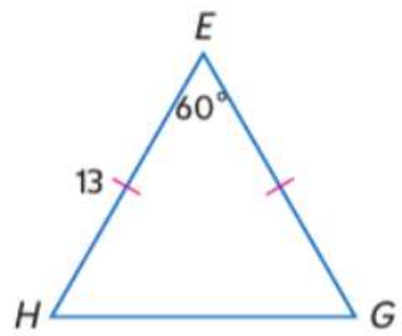
13. إذا كانت $\overline{CH} \cong \overline{DH}$، فاذكر اسم زاويتين متطابقتين.

مثال 2 **جـــد قياس كل مما يلي.**

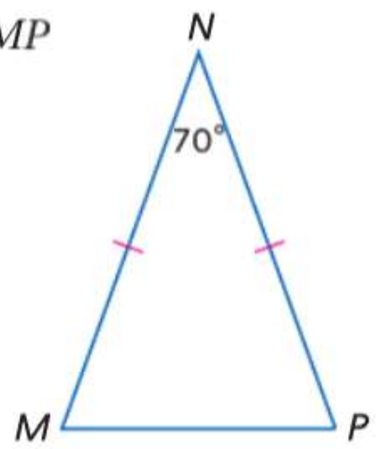
14. AB



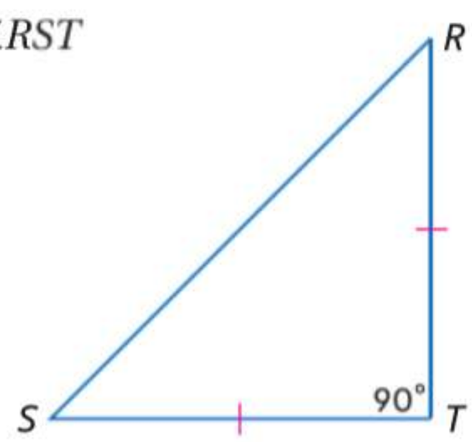
15. HG



16. $m\angle NMP$

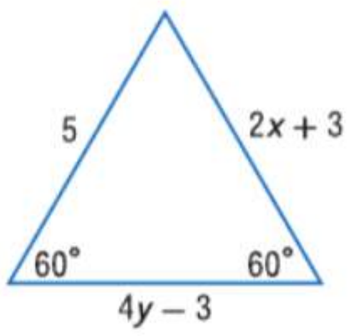


17. $m\angle RST$

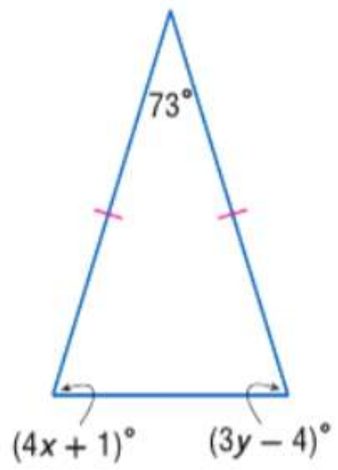


مثال 3 **الجبر جـــد قيمة كل متغير.**

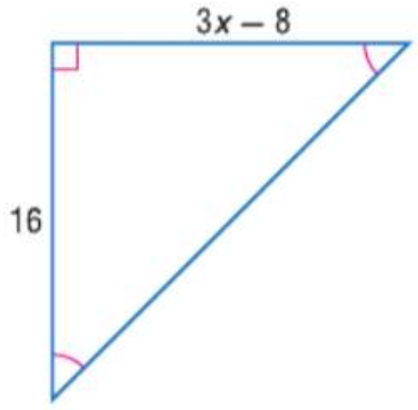
18.



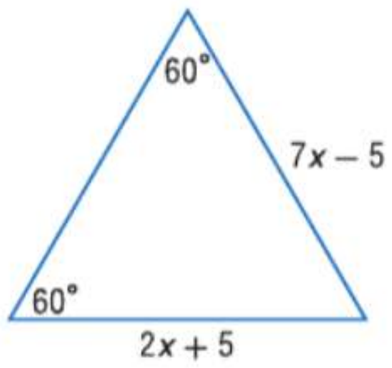
19.



20.



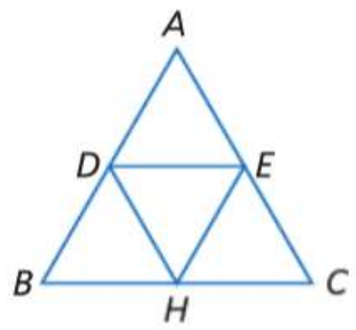
21.



مثال 4 **البرهان اكتب برهانا حرًّا.**

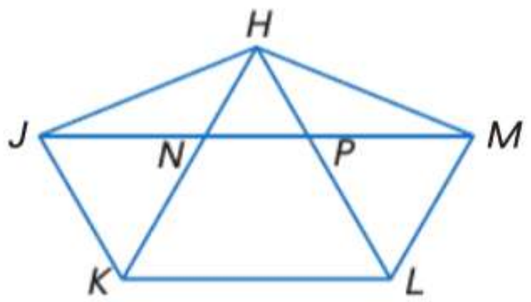
22. المعطيات: $\overline{DE}$ يوازي $\overline{BC}$، $\triangle ABC$ متساوي الأضلاع. $\triangle DEH$ متساوي الأضلاع.

المطلوب: $\triangle DBH$ متساوي الأضلاع.

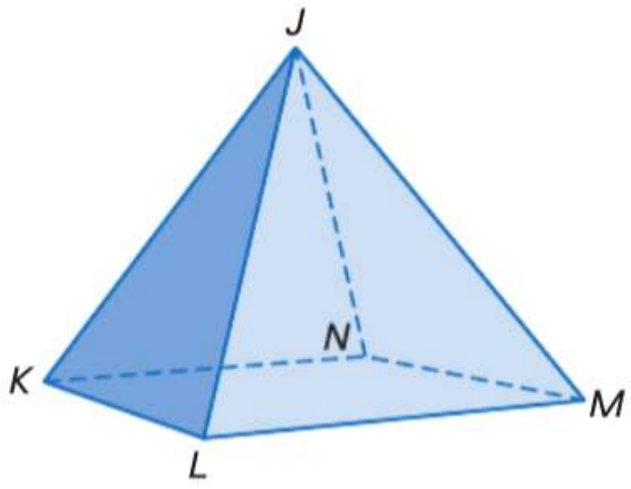


23. المعطيات:

المطلوب: $m\angle HKL = m\angle HLK$



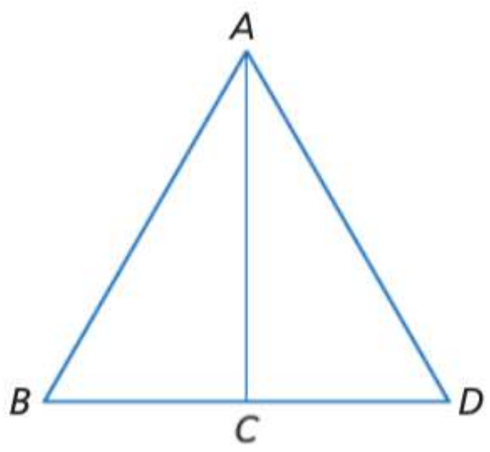
McGraw-Hill Education مؤسسة للصالح والتأليف © محفوظة الطبع حقوق



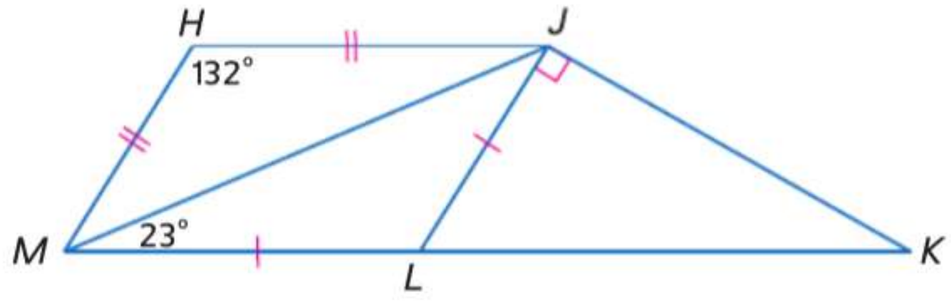
24. الأهرامات يتكون الهرم الموضح من 4 مثلثات. إذا كان $\triangle JKL$، و $\triangle JLM$، و $\triangle JMN$، مثلثات متساوية الساقين. فأثبت أن $\triangle JKN$، أيضا متساوي الساقين.

25. الإنشاء أنشئ ثلاثة مثلثات مختلفة متساوية الأضلاع. اشرح الطريقة المستخدمة. ثم تحقق من إنشائك باستخدام القياس والرياضيات. ثم أنشئ منصفات زوايا لزاوية من كل مثلث.

26. البرهان استنادًا إلى الإنشاء الوارد في التمرين 27، خمن وأثبت العلاقة بين منصف الزاوية وضلع المثلث الذي يقطعه.



جـــد قياس كل مما يلي.



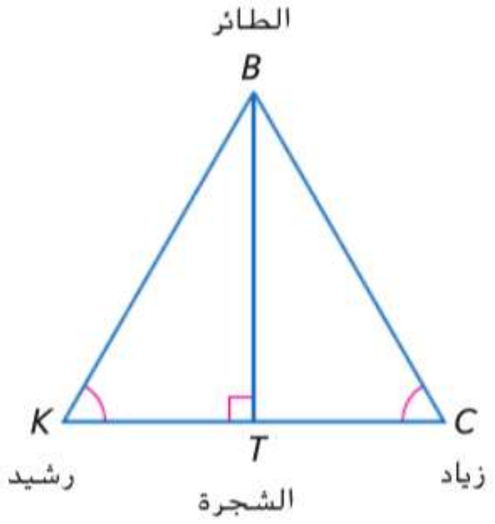
27. $m\angle JLM$

28. $m\angle HJM$

29. $m\angle JKL$

30. $m\angle JLK$

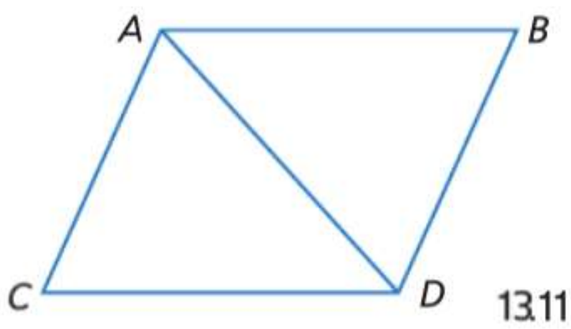
31. مراقبة الطيور يراقب رشيد وزياد أحد الطيور أثناء بناء عش على شجرة. إذا كان عليهما استخدام زاوية الارتفاع ذاتها للتمكن من رؤية الطائر. فأثبت أن الشجرة تقع في منتصف المسافة بينهما



32. المعطيات: $\triangle ACD$ و $\triangle ABD$ متساويا الساقين و $\overline{AB}$ يوازي $\overline{CD}$.

المطلوب: $\angle BAC$ و $\angle ABD$ متكاملتان.

البرهان اكتب برهانا من عمودين لكل نتيجة أو نظرية.



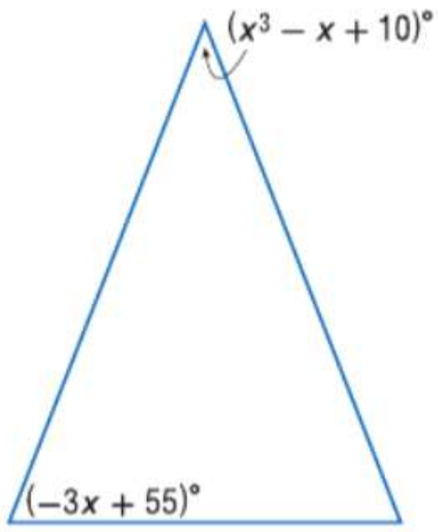
33. نتيجة 13.3

34. نتيجة 13.4

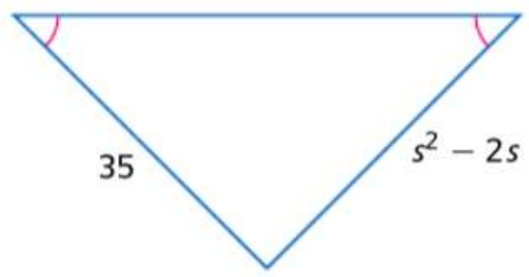
35. نظرية 13.11

جـــد قيمة كل متغير.

36.

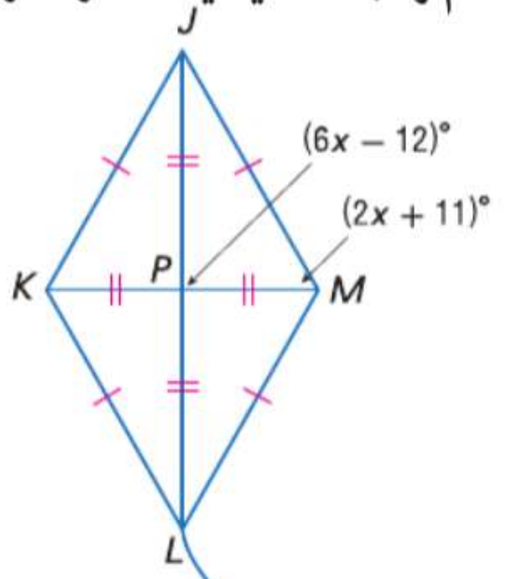


37.



McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

الألعاب استخدم رسمًا تخطيطيًا للطائرة الورقية الموضحة لإيجاد كل قياس



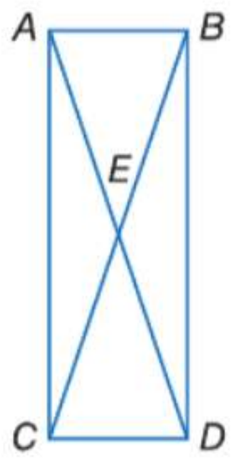
38. $m\angle JMP$

39. $m\angle MJK$

40. $m\angle MKL$

41. $m\angle KLM$

42. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف المثلثات الناشئة من قطري مستطيل.



a. هندسيًا استخدم مسطرة ومنقلة لرسم ثلاثة مستطيلات مختلفة وأقطارها. ضع تسميات كما هو موضح.

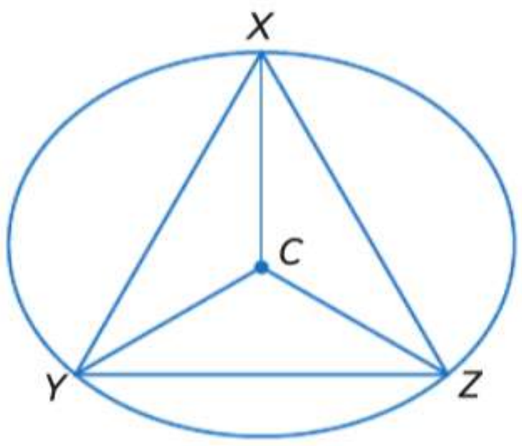
b. جدوليًا استخدم منقلة لقياس وتسجيل $m\angle CAE$ و $m\angle ACE$. استخدم هذه القياسات لإيجاد $m\angle AEC$ و $m\angle AEB$ و $m\angle BAE$ و $m\angle ABE$. رتب النتائج في جدول.

c. لفظيًا اشرح كيفية استخدام $m\angle CAE$ و $m\angle ACE$. لإيجاد $m\angle AEC$ و $m\angle AEB$ و $m\angle BAE$ و $m\angle ABE$.

d. جبريًا إذا علمت أن $m\angle CAE = x$. فاكتب تعبيرًا لقياس $m\angle AEC$ و $m\angle AEB$ و $m\angle BAE$ و $m\angle ABE$.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

43. **تحدٍ** ΔXYZ محاط بدائرة مركزها C كما هو موضح. إذا علمت أن $m\angle YCZ = 120$ و $\overline{CZ}$ ينصف $\angle XZY$. فأثبت أن ΔXYZ متساوي الأضلاع.

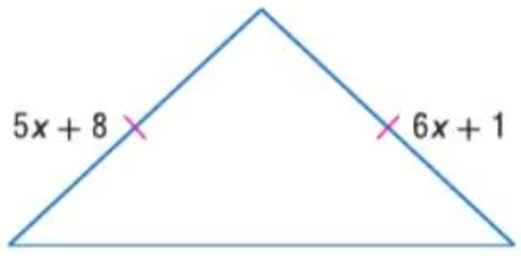


التبرير **حدد ما إذا كانت العبارات التالية تصح *أحيانًا أم دائمًا أم لا تصح أبدًا*. اشرح.**

44. إذا كان قياس زاوية الرأس في مثلث متساوي الساقين عددًا صحيحا، فإن قياس كل زاوية قاعدة عدد زوجي.

45. إذا كان قياسا زاويتي القاعدة في مثلث متساوي الساقين عددين زوجيين، فإن قياس زاوية رأسه عدد فردي.

46. **تحليل الخطأ** يحاول سالم وسعيد إيجاد قيمة x في الشكل الموضح. يقول سالم إن $x = 5$، بينما يقول سعيد إن $x = 8$. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح تبريرك.



47. **التبرير** إذا كان لديك رسم تخطيطي لمثلث متساوي الساقين، فكم عدد الزوايا التي يجب أن تكون معلومة لإيجاد قياس كل زاوية؟ اشرح تبريرك

48. **الكتابة في الرياضيات** أين ترى التناظر في المثلثات متساوية الساقين والأضلاع؟

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تدريب على الاختبارات المعيارية

49. الجبر ما الكمية التي ينبغي إضافتها إلى كلا طرفي هذه المعادلة لاستكمال المربع؟

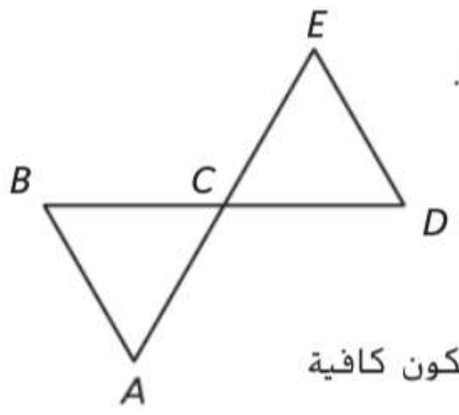
$$x^2 - 10x = 3$$

A -25 **C** 5

B -5 **D** 25

50. الإجابة القصيرة في مدرسة تضم 375 طالبًا، يمارس 150 طالبًا الرياضة ويشارك 70 طالبًا في نادي الخدمة الاجتماعية. يمارس 30 طالبًا الرياضة ويشاركون أيضا في نادى الخدمة الاجتماعية. كم عدد الطلاب غير المشتركين في أي من الرياضة أو نادي الخدمة الاجتماعية؟

51. في الشكل $\overline{AE}$ و $\overline{BD}$ ينصفان بعضهما عند النقطة C.



ما المعلومات الإضافية التي ستكون كافية للبرهنة على أن $\overline{DE} \cong \overline{DC}$؟

F $\angle A \cong \angle BCA$ **H** $\angle ACB \cong \angle EDC$

G $\angle B \cong \angle D$ **J** $\angle A \cong \angle B$

52. SAT/ACT إذا كان $x = -3$. إذًا $4x^2 - 7x + 5 =$

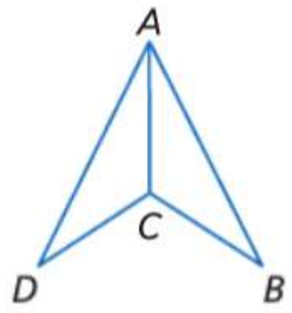
A 2 **C** 20 **E** 62

B 14 **D** 42

مراجعة شاملة

53. إذا كانت $m\angle ADC = 35$. و $m\angle ABC = 35$. و $m\angle DAC = 26$. و $m\angle BAC = 26$. **فحدد ما إذا كان** $\triangle ABC \cong \triangle ADC$.

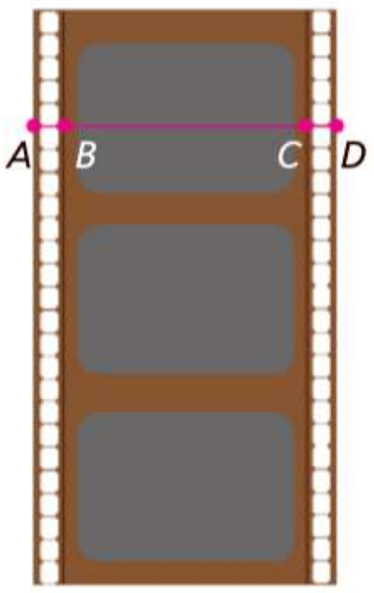
حدد ما إذا كان $\triangle XYZ \cong \triangle STU$. **اشرح.**



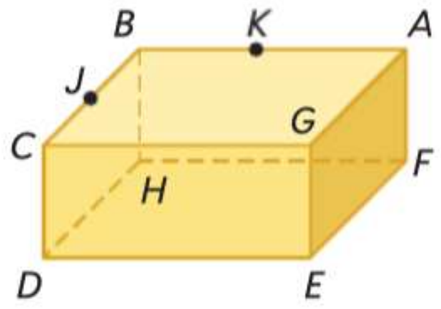
54. $S(0, 5)$, $T(0, 0)$, $U(1, 1)$, $X(4, 8)$, $Y(4, 3)$, $Z(6, 3)$

55. $S(2, 2)$, $T(4, 6)$, $U(3, 1)$, $X(-2, -2)$, $Y(-4, 6)$, $Z(-3, 1)$

56. التصوير يتم إدخال الفيلم عبر الكاميرا التقليدية عن طريق الترسين اللذين يمسكان الثقوب في الفيلم. المسافة من A إلى C تساوي المسافة من B إلى D. أثبت أن الشريطين المثقوبين لهما نفس العرض.



راجع الشكل الموجود على اليسار.



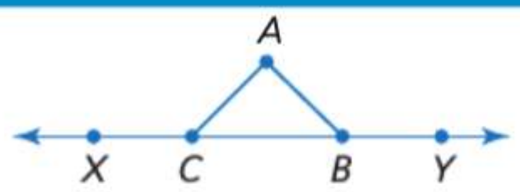
57. كم عدد المستويات التي تظهر في هذا الشكل؟

58. عيّن ثلاث نقاط تقع على استقامة واحدة.

59. هل النقاط A. و C. و D. و J على مستوى إحداثي واحد؟

مراجعة المهارات

60. البرهان إذا كانت $\angle ABC \cong \angle ACB$. فإن $\angle YBA \cong \angle XCA$.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الاستكشاف

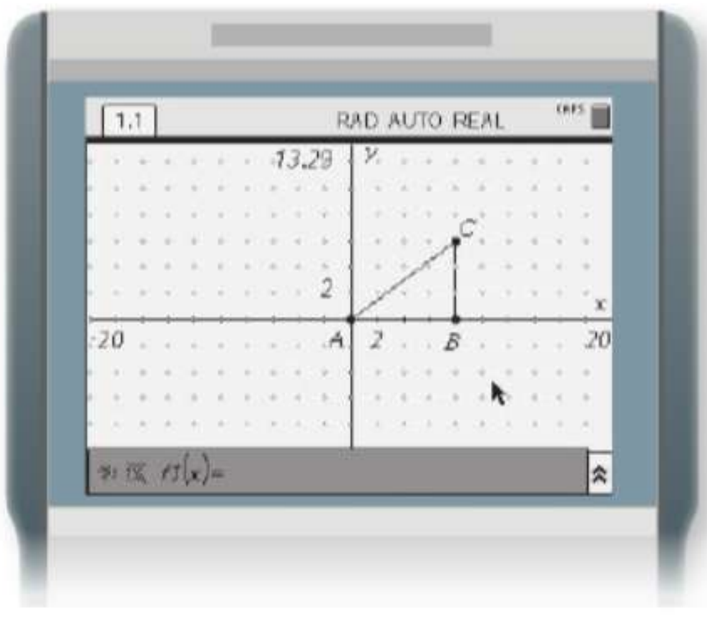
13-7 مختبر تقنية التمثيل البياني
تحويلات التطابق

يمكنك استخدام تقنية TI-Nspire لإجراء تحويلات على المثلثات في المستوى الإحداثي واختبار التطابق.

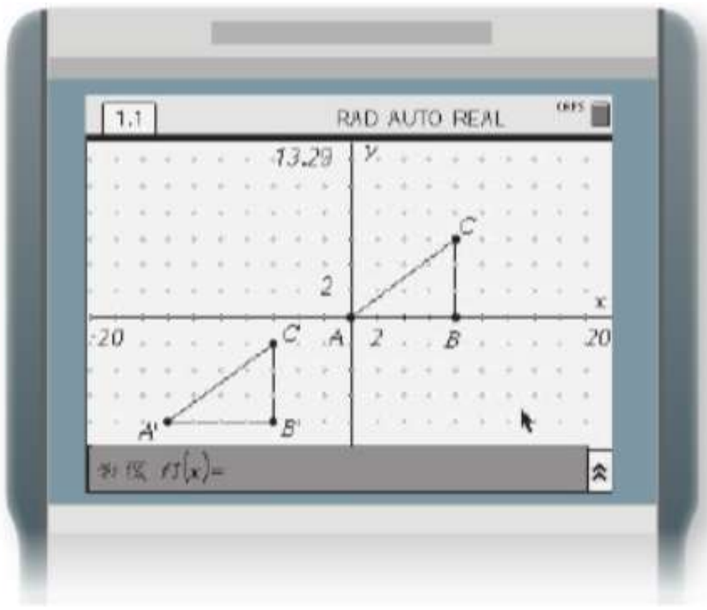
باستخدام شكل هندسي وعملية الدوران أو الانعكاس أو الإزاحة، ارسم الشكل المُحول باستخدام ورق رسم بياني، مثلاً، أو ورق شفاف، أو برنامج هندسة. وحدد تسلسل التحويلات التي تحول شكل معطى إلى آخر.
استخدام الوصف الهندسي للحركات الصلبة لتحويل الأشكال هندسيًا وتوقع تأثير الحركة الصلبة المعلومة على الشكل المعطى؛ وبافتراض وجود شكلين، استخدم تعريف التطابق بدلالة الحركات الصلبة لتحديد ما إذا كان الشكلان متطابقين.

النشاط 1 إزاحة مثلث واختبار التطابق

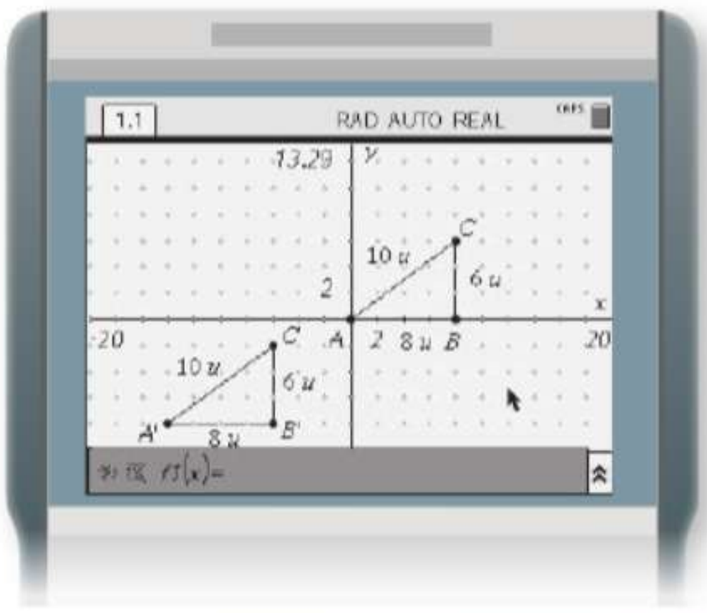
الخطوة 1 افتح صفحة **Graphs (تمثيلات بيانية)** جديدة. واختر **Show Grid (إظهار الشبكة)** من القائمة **View (عرض)**. واستخدم القائمة **Window/Zoom (نافذة/تكبير/تصغير)** لضبط حجم النافذة.



الخطوة 2 اختر Triangle (مثلث) من قائمة Shapes (أشكال) وارسم مثلثًا قائم الزاوية بساقين بقياس 6 وحدات و 8 وحدات كما هو موضح عن طريق وضع النقطة الأولى عند (0, 0) والنقطة الثانية عند (8, 0) والنقطة الثالثة عند (8, 6). واستخدم الأداة Text (نص) من القائمة Actions (إجراءات) لتسمية رؤوس المثلث A و B و C.



الخطوة 3 اختر **Translation (إزاحة)** من القائمة **Transformation (تحويل)**. ثم اختر $\triangle ABC$ والنقطة A. قم بإزاحة أو تحريك المثلث قائم الزاوية 8 وحدات لأسفل و 14 وحدة لليسار. قم بتسمية الرؤوس المناظرة للصورة A' و B' و C'.

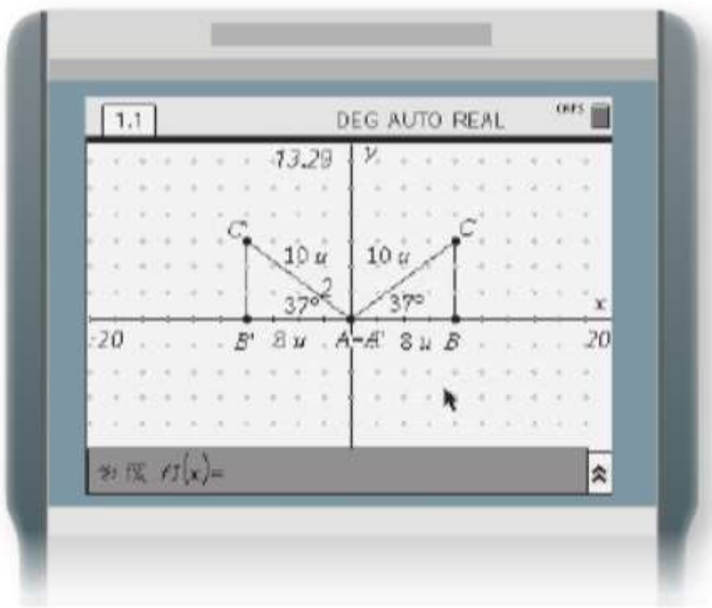


الخطوة 4 للتحقق من أن $\triangle A'B'C'$ يطابق $\triangle ABC$. اختر **Length (الطول)** من قائمة **Measurement (قياس)**. ثم اختر أي نقطتين طرفيتين واضغط على مفتاح **ENTER** لتحديد طول القطعة. وكرر هذا مع كل القطع في كل مثلث.

بالإضافة إلى قياس الأطوال، يمكن أيضا استخدام تقنية TI-Nspire لقياس الزوايا. ويسمح لك هذا باستخدام اختبارات أخرى لتطابق المثلثات تتضمن قياس الزوايا.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

النشاط 2 عكس مثلث واختبار التطابق



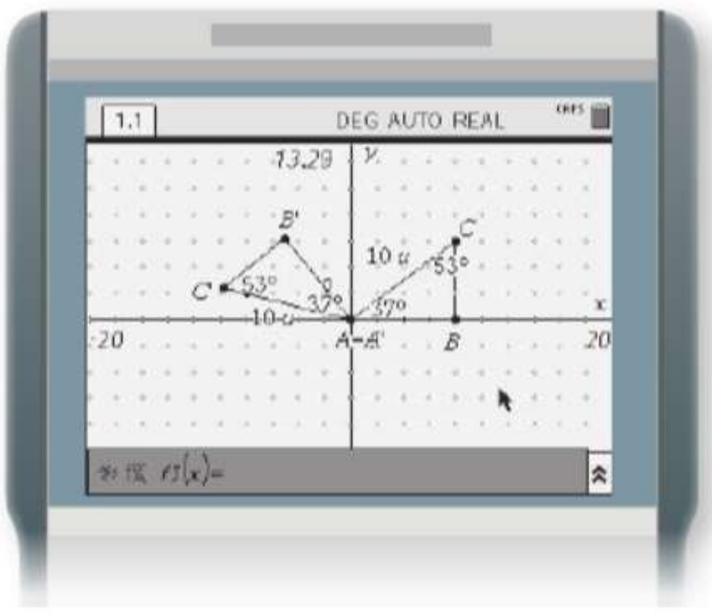
الخطوة 1 افتح صفحة **Graphs (تمثيلات بيانية)** جديدة، واعرض الشبكة وأعد رسم $\triangle ABC$ من النشاط 1.

الخطوة 2 اختر **Reflection (انعكاس)** من قائمة **Transformation (تحويل)** ثم اختر $\triangle ABC$ ثم المحور y لعكس أو قلب $\triangle ABC$ في المحور y. قم بتسمية الرؤوس المتناظرة للصورة A' و B' و C'.

الخطوة 3 استخدم الأداة **Angle (زاوية)** من القائمة **Measurement (قياس)** لإيجاد $m\angle A$ و $m\angle A'$. استخدم الأداة **Length (طول)** من القائمة **Measurement (قياس)** لإيجاد AB و $A'B'$ و AC و $A'C'$.

لدوران شكل حول نقطة الأصل باستخدام تقنية TI-Nspire. استخدم أداة Rotation (دوران) لتحديد الشكل ثم النقطة (0, 0) ثم ارسم زاوية الدوران.

النشاط 3 دوران مثلث واختبار التطابق



الخطوة 1 افتح صفحة **Graphs (تمثيلات بيانية)** جديدة، واعرض الشبكة وأعد رسم $\triangle ABC$ من النشاط 1.

الخطوة 2 اختر **Rotation (دوران)** من القائمة **Transformation (تحويل)**. ثم اختر $\triangle ABC$. واختر نقطة الأصل واكتب عددًا لزاوية الدوران.

الخطوة 3 استخدم الأداة **Angle (زاوية)** من القائمة **Measurement (قياس)** لإيجاد $m\angle A$ و $m\angle A'$ و $m\angle C$ و $m\angle C'$. استخدم الأداة **Length (طول)** من القائمة **Measurement (قياس)** لإيجاد AC و $A'C'$.

تحليل النتائج

حدد ما إذا كان $\triangle ABC$ و $\triangle A'B'C'$ متطابقين. اشرح تبريرك.

1. النشاط 1 **2.** النشاط 2 **3.** النشاط 3

4. اشرح السبب في أن $\triangle A'B'C'$ في النشاط 3 لا يبدو متطابقًا مع $\triangle ABC$.

5. **التخمين** كرر الأنشطة 3-1 باستخدام مثلث مختلف XYZ. حلل نتائجك وقارنها بالنتائج الموجودة في التمارين 3-1. خمن العلاقة بين مثلث وصورته المتحولة بسبب الإزاحة أو الانعكاس أو الدوران.

6. هل المقاييس والملاحظات التي دونتها في الأنشطة 3-1 تمثل برهانًا للتخمين الذي قمت به في التمرين 5؟ اشرح.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

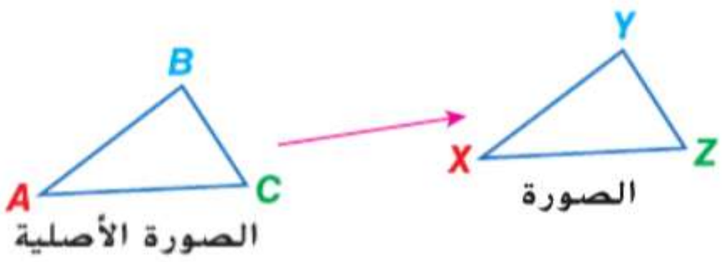
7-13 تحويلات التطابق

السابق	الحالي	لماذا؟
• لقد برهنت على تطابق مثلثين.	1 تحديد الانعكاس والإزاحة والدوران. 2 التحقق من التطابق بعد تحويل تطابق.	• كثيرًا ما تستخدم صناعة الملابس مطبوعات تعرض أنماطا. يتم إنشاء الكثير من هذه الأنماط عن طريق أخذ شكل وتحريكه لإنشاء شكل آخر في موقع مختلف أو قلب الشكل لإنشاء صورة معكوسة أو دوران الشكل الأصلي لإنشاء شكل جديد.

1 تحديد تحويلات التطابق

التحويل هو عملية تخطط شكلاً هندسيًا أصليًا. **أي الصورة الأصلية**، إلى شكل جديد يطلق عليه **الصورة**. ويستطيع التحويل أن يغير الموضع أو الحجم أو الشكل.

يمكن توضيح التحويل باستخدام سهم.
تبين لك عبارة التحويل $\triangle ABC \rightarrow \triangle XYZ$ أن A تتحول إلى X و B تتحول إلى Y و C تتحول إلى Z.



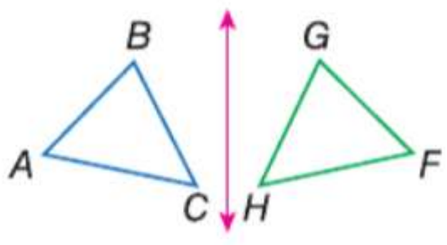
أما **تحويل التطابق**، الذي يسمى أيضا *التحويل الثابت* أو **تساوي الأبعاد**، هو التحويل الذي قد يختلف موضع الصورة فيه عن موضع الصورة الأصلية لكن يظل الشكلان متطابقين. والأنواع الرئيسية الثلاثة لتحويلات التطابق ظاهرة بالأسفل.

المفهوم الأساسي الانعكاس والإزاحة والدوران

الانعكاس

يعتبر **الانعكاس** أو *القلب* تحويلاً على خط يسمى *خط الانعكاس*. وتقع كل نقطة في الصورة الأصلية وصورتها على مسافة واحدة من خط الانعكاس.

مثال

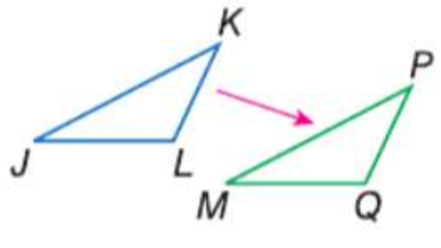


$\triangle ABC \rightarrow \triangle FGH$

الإزاحة

تعتبر **الإزاحة** أو *التحريك* تحويلاً يؤدي إلى تحريك كل نقاط الشكل الأصلي للمسافة نفسها وفي الاتجاه نفسه.

مثال

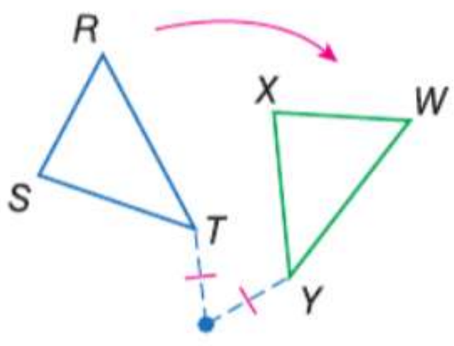


$\triangle JKL \rightarrow \triangle MPQ$

الدوران

يعتبر **الدوران** أو *الاستدارة* تحويلاً حول نقطة ثابتة تسمى *مركز الدوران* بزاوية معينة وفي اتجاه معين. وتقع كل نقطة في الشكل الأصلي وصورته تقع على مسافة واحدة من المركز.

مثال



$\triangle RST \rightarrow \triangle WXY$

المفردات الجديدة

- التحويل transformation
- الصورة الأصلية preimage
- الصورة image
- تحويل التطابق congruence transformation
- تساوي الأبعاد isometry
- الانعكاس reflection
- إزاحة translation
- دوران rotation

استخدام الوصف الهندسي للحركات الصلبة لتحويل الأشكال هندسيًا وتوقع تأثير الحركة الصلبة المعلومة على الشكل المعطى؛ وبافتراض وجود شكلين، استخدام تعريف التطابق بدلالة الحركات الصلبة لتحديد ما إذا كان الشكلان متطابقين.

استخدام تعريف التطابق بدلالة الحركات الصلبة لتوضيح أن المثلثين يكونان متطابقين إذا وفقط إذا كانت أزواج الأضلاع المتناظرة متطابقة وأزواج الزوايا المتناظرة متطابقة.

فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

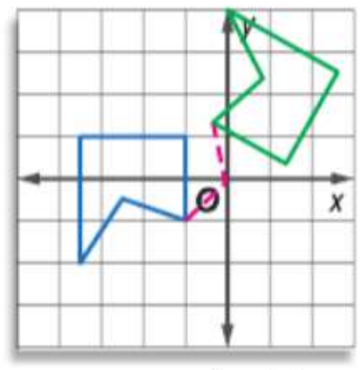
محاولة إيجاد البنية واستخدامها.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مثال 1 تحديد تحويلات التطابق

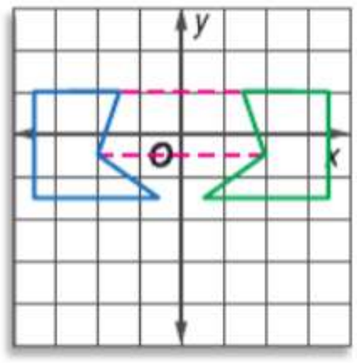
حدد نوع تحويل التطابق الظاهر باعتباره *انعكاسًا أو إزاحة أو دورانًا*.

a.



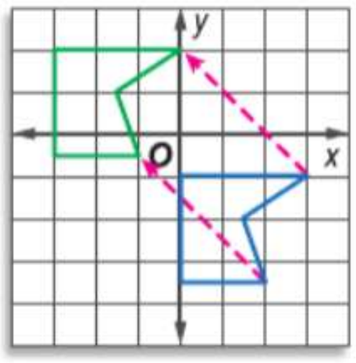
يقع كل رأس وصورته على مسافة واحدة من نقطة الأصل. والزوايا المتكونة من كل زوج من النقاط المتناظرة ونقطة الأصل تكون متطابقة. هذا دوران.

b.



يقع كل رأس وصورته على مسافة واحدة من المحور الرأسي *y*. هذا انعكاس.

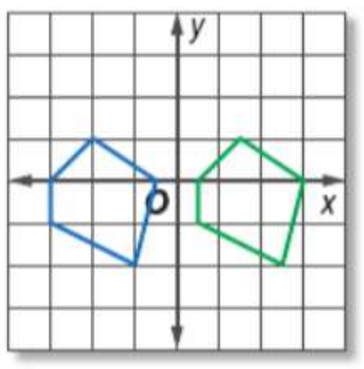
c.



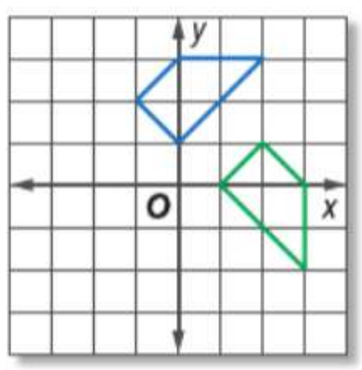
يقع كل رأس وصورته في الموضع نفسه، لكن بعد 3 وحدات إلى اليسار و 3 وحدات لأعلى. هذه إزاحة.

تمرين موجّه

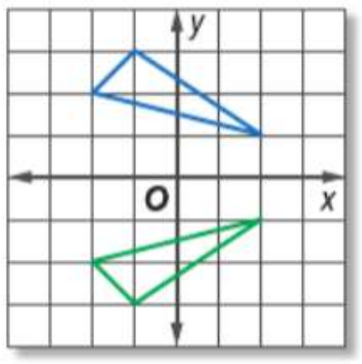
1A.



1B.



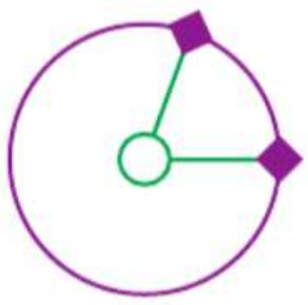
1C.



يمكن تمثيل بعض الحركات أو الأجسام في الحياة اليومية بالتحويلات.

مثال 2 من الحياة اليومية تحديد تحويل في الحياة اليومية

الألعاب **راجع المعلومات المبينة في الجانب الأيسر. حدد نوع تحويل التطابق الظاهر في الرسم التخطيطي باعتباره *انعكاسا أو إزاحة أو دورانًا*.**



يعطي موضع الوزن في أوقات مختلفة مثالاً على الدوران. ومركز الدوران هو كاحل الشخص.

تمرين موجّه

حدد نوع تحويل التطابق الظاهر باعتباره *انعكاسًا أو إزاحة أو دورانًا*.

2A.

2B.

نصيحة دراسية

التحويلات لا تحافظ كل التحويلات على التطابق. والتحويلات التي لا تغير حجم الشكل أو شكله هي فقط التي تعتبر تحويلات تطابق.

الربط بالحياة اليومية

تتضمن اللعبة الظاهرة أعلاه ربط وزن بحلقة تستطيع وضعها حول كاحلك. وعندما يمر الحبل من أمام قدمك الأخرى، تقفز فوقه.

McGraw-Hill Education
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

2 التحقق من التطابق

يمكنك التحقق من أن الانعكاس والإزاحة والدوران للمثلثات تنتج مثلثات متطابقة باستخدام مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS).

مثال 3 التحقق من التطابق بعد التحويل

المثلث XZY بالرؤوس $X(2, -8)$ و $Z(6, -7)$ و $Y(4, -2)$ تحويل للمثلث $\triangle ABC$ بالرؤوس $A(2, 8)$ و $B(6, 7)$ و $C(4, 2)$. مثل الشكل الأصلي وصورته بيانيًا. وحدد التحويل، وتحقق من أنه تحويل تطابق.

الفهم مطلوب منك أن تحدد نوع التحويل – انعكاس أو إزاحة أو دوران. ثم عليك إثبات أن الشكلين متطابقين.

التخطيط استخدم صيغة المسافة لإيجاد قياس كل ضلع. ثم أثبت أن المثلثين متطابقان بموجب SSS.

الحل مثّل بيانيًا كل شكل. التحويل يبدو انعكاسا على المحور الرأسي x جـــد قياس أضلاع كل مثلث.

$$AB = \sqrt{(6-2)^2 + (7-8)^2} = \sqrt{17}$$

$$BC = \sqrt{(6-4)^2 + (7-2)^2} = \sqrt{29}$$

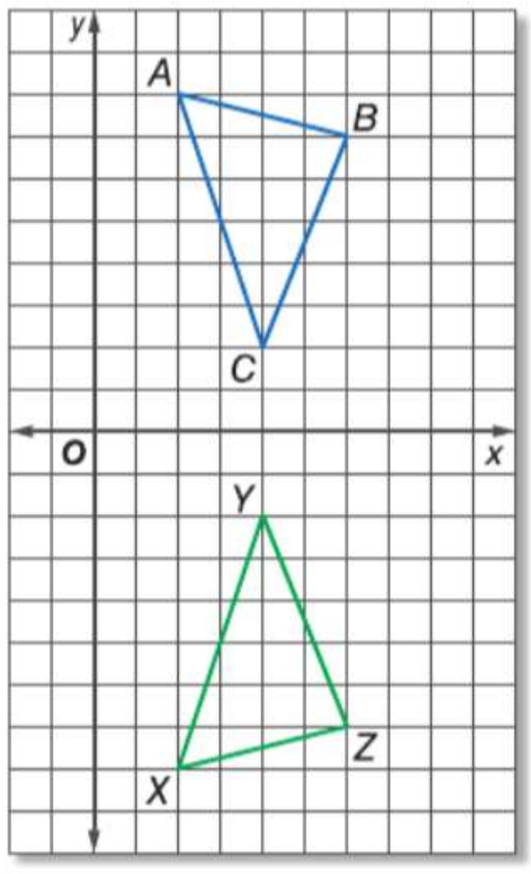
$$AC = \sqrt{(4-2)^2 + (2-8)^2} = \sqrt{40}$$

$$XZ = \sqrt{(6-2)^2 + [-7-(-8)]^2} = \sqrt{17}$$

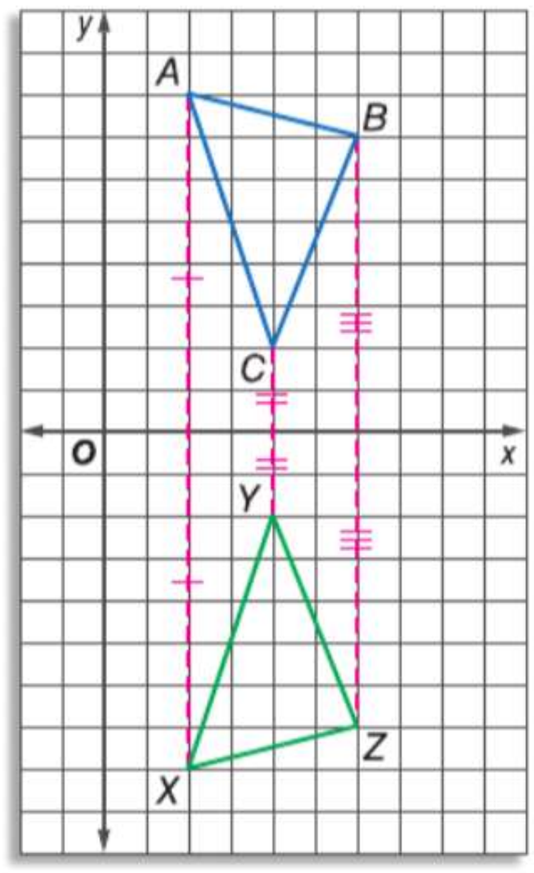
$$ZY = \sqrt{(6-4)^2 + [-7-(-2)]^2} = \sqrt{29}$$

$$XY = \sqrt{(2-4)^2 + [-8-(-2)]^2} = \sqrt{40}$$

بما أن $AB = XZ$ و $BC = ZY$ و $AC = XY$. إذًا $\overline{AB} \cong \overline{XZ}$ و $\overline{BC} \cong \overline{ZY}$ و $\overline{AC} \cong \overline{XY}$ حسب مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS). $\triangle ABC \cong \triangle XZY$



التحقق استخدم تعريف الانعكاس. استخدم مسطرة لقياس ومقارنة القطع التي تربط كل رأس وصورته بخط التناظر. هذه القطع متطابقة، إذًا فالمثلثات متطابقة. ✔



نصيحة دراسية

تساوي الأبعاد كما يحافظ التماثل على التطابق، يحافظ *تساوي الأبعاد المباشر* أيضا على اتجاه الأحرف أو ترتيبها. يؤدي *تساوي الأبعاد غير المباشر* أو *العكسي* إلى تغيير هذا الترتيب، مثل تغييره من الحركة في اتجاه عقارب الساعة إلى الحركة عكس اتجاه عقارب الساعة.

تمرين موجّه

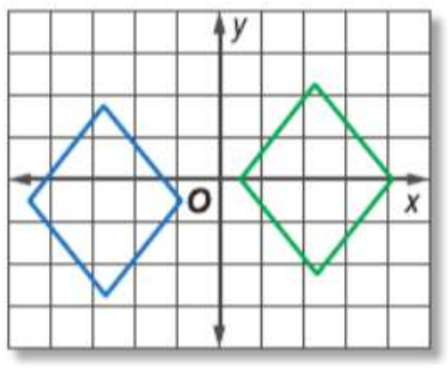
3. المثلث JKL بالرؤوس $J(-2, 2)$ و $K(-8, 5)$ و $L(-4, 6)$ تحويل للمثلث $\triangle PQR$ بالرؤوس $P(2, -2)$ و $Q(8, -5)$ و $R(4, -6)$. مثّل الشكل الأصلي وصورته بيانيًا. وحدد التحويل، وتحقق من أنه تحويل تطابق.

McGraw-Hill Education مؤسسة الصالح للطبع والتأليف © محفوظة لصالح حقوق الطبع والتأليف

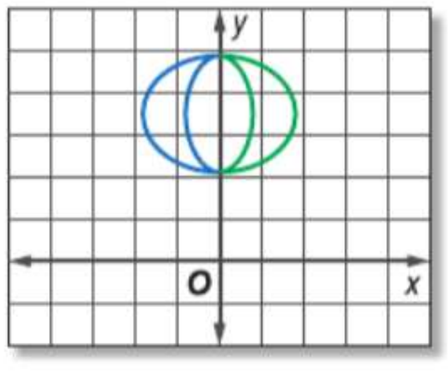
التحقق من فهمك

مثال 1 حدد نوع تحويل التطابق الظاهر باعتباره *انعكاسًا أو إزاحة أو دورانًا*.

1.



2.



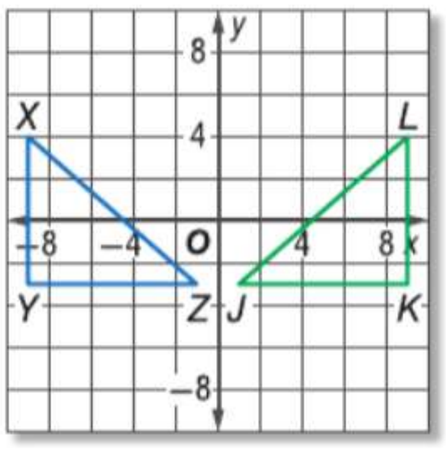
مثال 2

3.

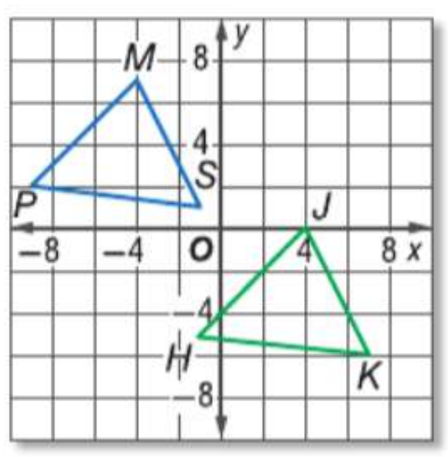
4.

مثال 3 **الهندسة الإحداثية** حدد كل تحويل، وتحقق من أنه تحويل تطابق.

5.



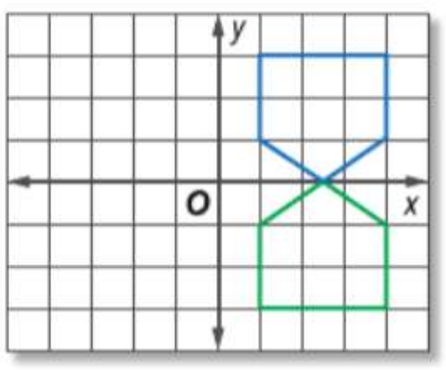
6.



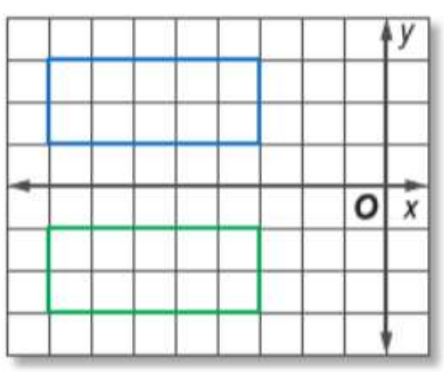
التمرين وحل المسائل

مثال 1 **البنية** حدد نوع تحويل التطابق الظاهر باعتباره *انعكاسًا أو إزاحة أو دورانا*.

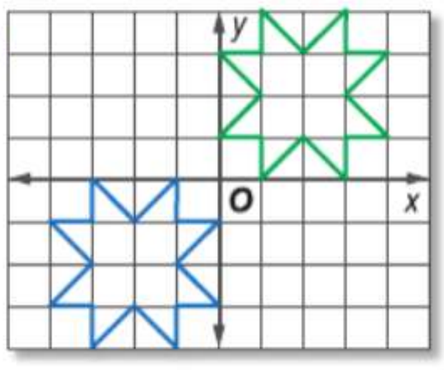
7.



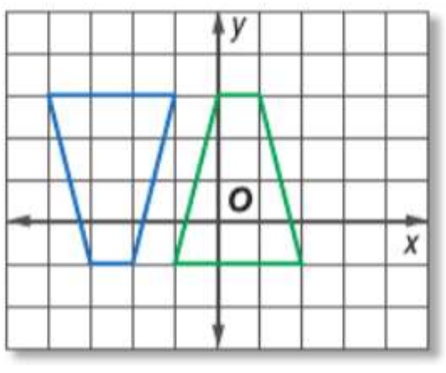
8.



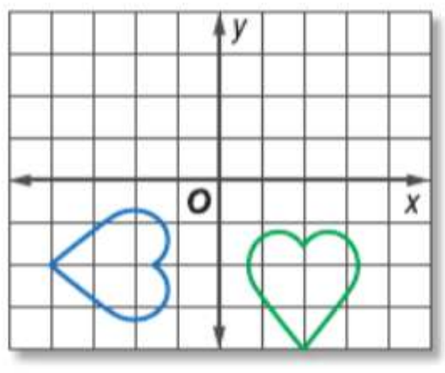
9



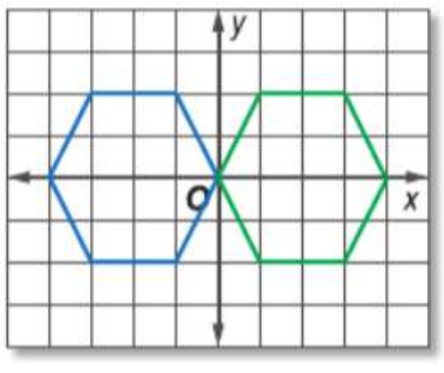
10.



11.



12.



McGraw-Hill Education مؤسسة
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصا

مثال 2 حدد نوع تحويل التطابق الظاهر في كل صورة باعتباره *انعكاسًا أو إزاحة أو دورانًا*.

13.

14.

15.

16.

مثال 3 **الهندسة الإحداثية** مثل بيانيًا كل زوج من المثلثات بالرؤوس المعطاة. ثم حدد التحويل الهندسي وتحقق من أنه عبارة عن تحويل هندسي متطابق.

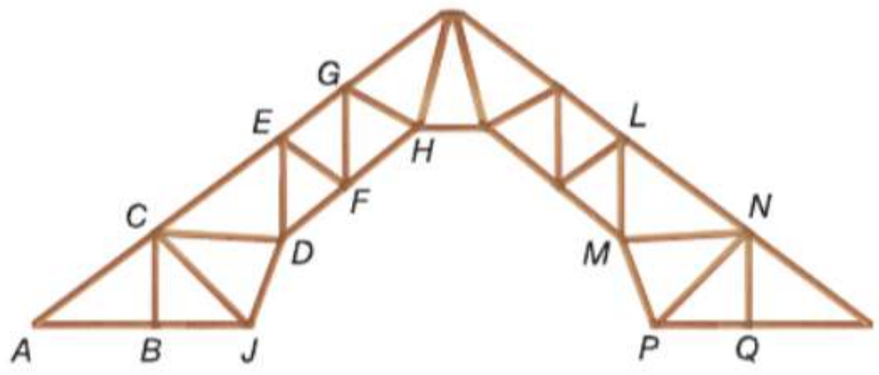
17. $M(-7, -1), P(-7, -7), R(-1, -4)$;
$T(7, -1), V(7, -7), S(1, -4)$

18. $A(3, 9), B(3, 7), C(7, 7)$;
$S(3, 5), T(3, 3), R(7, 3)$

19. $A(-4, 5), B(0, 2), C(-4, 2)$;
$X(-5, -4), Y(-2, 0), Z(-2, -4)$

20. $A(2, 2), B(4, 7), C(6, 2)$;
$D(2, -2), F(4, -7), G(6, -2)$

الإنشاء حدد نوع تحويل التطابق الذي تم على كل مثلث محدد لإنشاء المثلث الآخر في الطوق الحديدي بالضلعين المماثلين الأيسر والأيمن الظاهرين أدناه.



21. $\triangle NMP$ إلى $\triangle CJD$

22. $\triangle EFD$ إلى $\triangle HGL$

23. $\triangle CBJ$ إلى $\triangle NQP$

الألعاب الترفيهية حدد نوع تحويل التطابق الظاهر في كل صورة باعتباره *انعكاسًا أو إزاحة أو دورانًا*.

24.

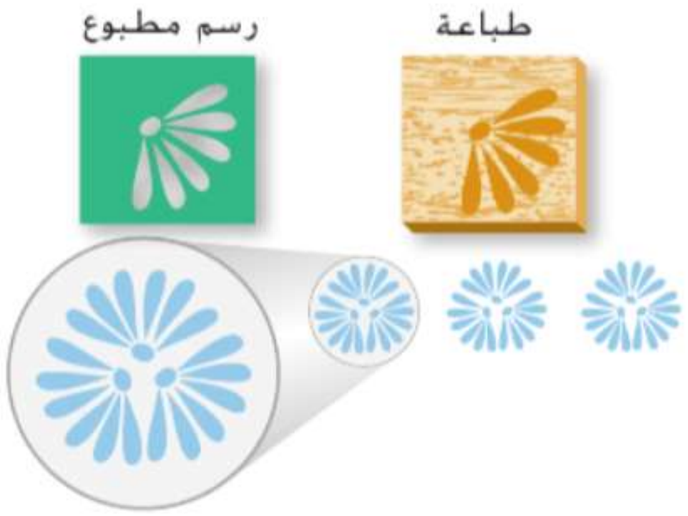
25.

26.

27. **المدرسة** حدد التحويلات المستخدمة لفتح قفل توفيقي على خزانة. حدد خط التناظر أو مركز الدوران إذا كان ذلك ملائما.

28. **البنية** حدد الحروف الكبيرة في الأبجدية الإنجليزية التي لها خطوط انعكاس رأسية و/أو أفقية.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة



29 **الديكور** تعيد غاية ترتيب ديكورات غرفة نومها. تستطيع استخدام رسوم مطبوعة أو طباعة لإنشاء التصميم المعروض.

a. إذا استخدمت غاية الرسم المطبوع. فما نوع التحويل المستخدم لإنتاج كل زهرة في التصميم؟

b. ما نوع التحويل المستخدم إذا استخدمت الطباعة لإنتاج كل زهرة في التصميم؟

30. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة. سوف تستكشف العلاقة بين الأزواج المرتبة لشكل وصورته بعد الإزاحة.

a. هندسيًا ارسم المستطيلين المتطابقين $ABCD$ و $WXYZ$ على مستوى إحداثي.

b. لفظيًا كيف تصل من رأس على $ABCD$ إلى الرأس المناظرة على $WXYZ$ باستخدام حركة أفقية ورأسية فقط؟

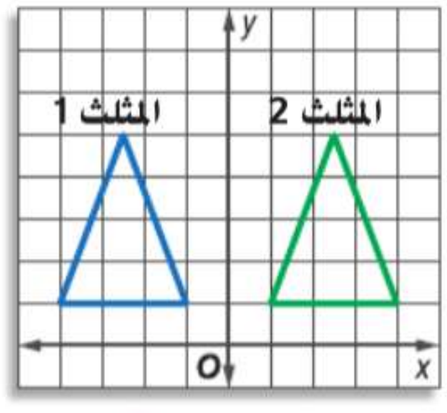
c. جدوليًا انسخ الجدول الموضح. استخدم مستطيلك لتملأ الإحداثيات الأفقية والإحداثيات الرأسية والقيمة المجهولة في عمود التحويل.

المستطيل WXYZ	التحويل	المستطيل ABCD
$W(?, ?)$	$(x_1 + ?, y_1 + ?)$	$A(?, ?)$
$X(?, ?)$	$(x_1 + ?, y_1 + ?)$	$B(?, ?)$
$Y(?, ?)$	$(x_1 + ?, y_1 + ?)$	$C(?, ?)$
$Z(?, ?)$	$(x_1 + ?, y_1 + ?)$	$D(?, ?)$

d. جبريًا رمز الدالة $(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$. حيث a و b عددان حقيقيان. يمثل تحولاً من مجموعة إحداثيات إلى مجموعة أخرى. استكمل الرمز التالي الذي يمثل قاعدة الإزاحة $ABCD \rightarrow WXYZ$: $(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

31. **تحدٍ** استخدم الرسم التخطيطي إلى اليسار.



a. حدد تحويلين للمثلث 1 يمكن أن يؤديا إلى المثلث 2.

b. ما الذي يجب أن يكون صحيحًا في المثلثين لكي يؤدي أكثر من تحويل واحد على الصورة الأصلية إلى الصورة نفسها؟ اشرح تبريرك.

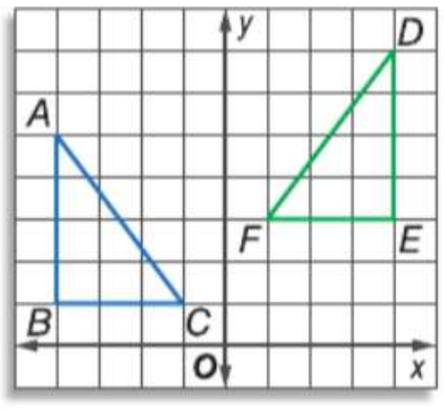
32. **التبرير** التمدد نوع آخر من التحويل. في الرسم التخطيطي، تم تمديد قصاصة ورقية صغيرة لتنتج قصاصة ورقية أكبر. اشرح السبب في أن التمديدات ليست تحويل تطابق.

مسألة غير محددة الإجابة **اذكر مثالا من الحياة اليومية لكل مما يلي، بخلاف الأمثلة المذكورة في هذا الدرس.**

33. الانعكاس

34. الإزاحة

35. الدوران



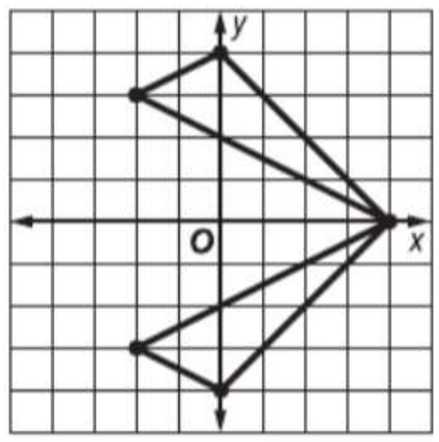
36. **الكتابة في الرياضيات** في الرسم التخطيطي على اليسار $\triangle DEF$ يسمى الانعكاس الانزلاقي للمثلث $\triangle ABC$. بناء على الرسم التخطيطي، عرف الانعكاس الانزلاقي. هل يعتبر الانعكاس الانزلاقي تحويل تطابق؟ ضع تعريفًا لتحويل التطابق في إجابتك. اشرح تبريرك.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

تدريب على الاختبارات المعيارية

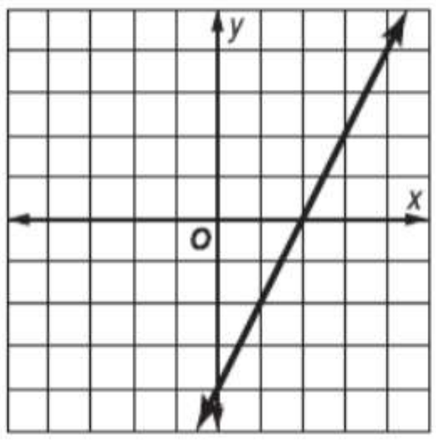
37. الإجابة القصيرة تتسوق علياء لشراء كرسي مكتب جديد من متجر يقدم تخفيضا يبلغ 50% على كراسي المكتب. ومعها أيضا إيصال بخصم 50% على أي شيء. تعتقد علياء أنها تستطيع الآن أن تحصل على كرسي المكتب مجانًا. هل هذا صحيح؟ إذا لم يكن كذلك، فماذا ستكون النسبة المئوية للخصم الذي ستحصل عليه في وجود كل من التخفيض والإيصال؟

38. حدد تحويل التطابق الظاهر.



A تمديد
B انعكاس
C دوران
D إزاحة

39. انظر إلى التمثيل البياني أدناه. ما ميل الخط المبين؟



F -2
G -1
H 1
J 2

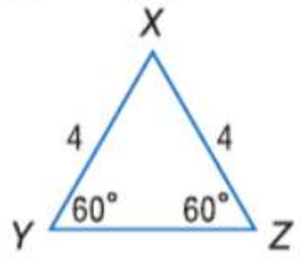
40. SAT/ACT ما تقاطع المحور الرأسي y مع الخط الذي تحدده المعادلة $3x - 4 = 12y - 3$؟

A -12
B $-\frac{1}{12}$
C $\frac{1}{12}$
D $\frac{1}{4}$
E 12

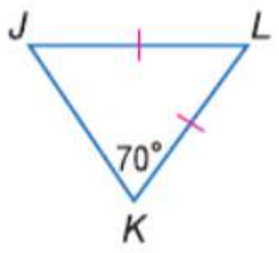
مراجعة شاملة

جـــد قياس كل مما يلي.

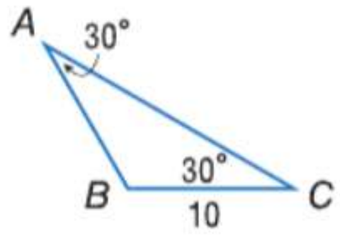
41. YZ



42. $m\angle JLK$



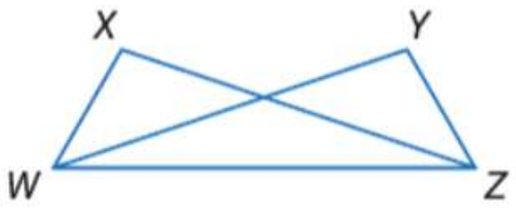
43. AB



44. البرهان اكتب فقرة برهانا حرًّا.

المعطيات: $\angle YWZ \cong \angle XZW$ و $\angle XWZ \cong \angle YZW$

المطلوب: $\triangle WXZ \cong \triangle ZYW$



مراجعة المهارات

حدّد إحداثيات نقطة المنتصف في قطعة بالنقاط النهائية المعطاة.

45. $A(10, -12)$, $C(5, -6)$
46. $A(13, 14)$, $C(3, 5)$
47. $A(-28, 8)$, $C(-10, 2)$
48. $A(-12, 2)$, $C(-3, 5)$
49. $A(0, 0)$, $C(3, -4)$
50. $A(2, 14)$, $C(0, 5)$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

13-8 المثلثات والبرهان الإحداثي

السابق

- لقد استخدمت الهندسة الإحداثية لإثبات تطابق المثلثات.

الحالي

1 تحديد موقع المثلثات وكتابة أسمائها للاستخدام في البراهين الإحداثية.

2 كتابة البراهين الإحداثية.

لماذا؟

- يتلقى النظام العالمي لتحديد المواقع (GPS) بثًا من الأقمار الصناعية يسمح بتحديد الموقع الدقيق لسيارة. ويمكن استخدام المعلومات مع برنامج ملاحة لتقديم اتجاهات القيادة.

المفردات الجديدة

البرهان الإحداثي
coordinate proof

إثبات نظريات حول المثلثات.

استخدام الإحداثيات لإثبات النظريات الهندسية البسيطة جبريًا.

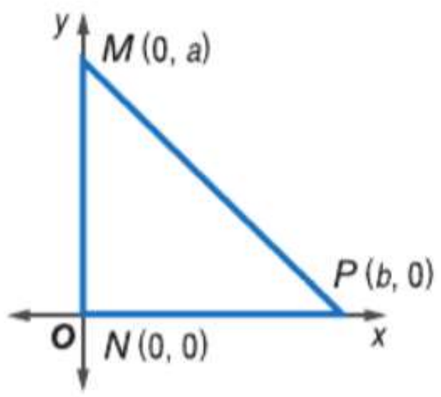
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

التفكير بطريقة تجريدية وكميّة.

1 تحديد موقع المثلثات وكتابة أسمائها كما هو الحال مع نظم تحديد المواقع العالمية، تتيح معرفة إحداثيات الشكل في مستوى إحداثي إمكانية أن تتعرف على خصائصه وتتوصل إلى استنتاجات بشأنه. **البراهين الإحداثية** تستخدم الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر لإثبات المفاهيم الهندسية. والخطوة الأولى في برهان إحداثي هي وضع الشكل على المستوى الإحداثي.

مثال 1 تحديد موقع مثلث وتسميته

حدد موقع المثلث قائم الزاوية MNP واسمه على المستوى الإحداثي بحيث يصل طول الساق $\overline{MN}$ إلى a من الوحدات وطول الساق $\overline{NP}$ إلى b من الوحدات.



- سيكون طول (أطوال) الضلع (الأضلاع) الموازي للمحاور أسهل في التحديد من طول (أطوال) الضلع (الأضلاع) الذي ليس موازيًا لمحور. بما أن هذا مثلث قائم الزاوية، يمكن تحديد موقع ضلعين على محور.
- سيتيح وضع الزاوية القائمة للمثلث، $\angle N$، عند نقطة الأصل إمكانية وضع الساقين بمحاذاة المحورين الأفقي x والرأسي y.
- ضع المثلث في الربع الأول.
- بما أن M على المحور y، فإحداثي x لها هو 0. وإحداثي y هو a لأن طول الساق a وحدات.
- بما أن P على المحور x، فإحداثي y هو 0. وإحداثي x هو b لأن طول الساق b وحدات.

تمرين موجّه

1. حدد موقع المثلث متساوي الساقين JKL واسمه على المستوى الإحداثي بحيث يصل طول قاعدته $\overline{JL}$ إلى a وحدات وتقع رأسه K على المحور الرأسي y ويبلغ ارتفاع المثلث b وحدات.

المفهوم الأساسي وضع المثلثات على المستوى الإحداثي

الخطوة 1 استخدم نقطة الأصل كرأس أو مركز للمثلث.

الخطوة 2 ضع ضلعا واحدًا على الأقل في المثلث على محور.

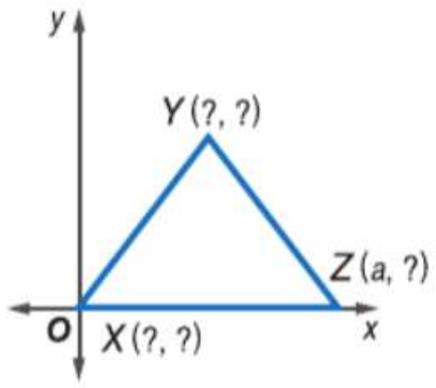
الخطوة 3 حافظ على المثلث داخل الربع الأول إذا كان ذلك ممكنًا.

الخطوة 4 استخدم الإحداثيات التي تجعل الحسابات بسيطة قدر الإمكان.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 2 تحديد الإحداثيات المجهولة

عيّن الإحداثيات المجهولة للمثلث متساوي الساقين XYZ.



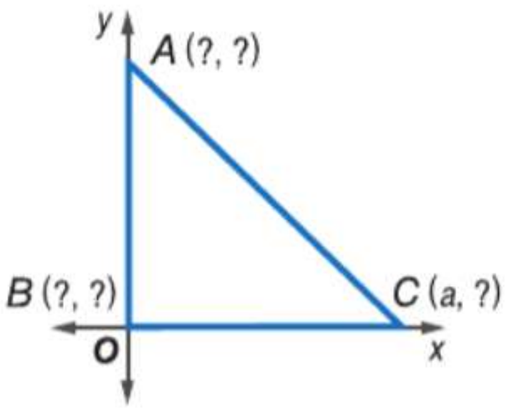
يقع الرأس X عند نقطة الأصل؛ وإحداثياته هي $(0, 0)$.

يقع الرأس Z على المحور X. إذًا إحداثي y هو 0. إحداثيات الرأس Z هي $(a, 0)$.

$\triangle XYZ$ متساوي الساقين. إذًا باستخدام قطعة رأسية من Y إلى المحور X ونظرية الوتر-الساق تثبت أن إحداثي X لـ Y في منتصف المسافة بين 0 و a أو $\frac{a}{2}$. لا يمكننا كتابة إحداثي Y بدلالة a. إذًا نسميها b. إحداثيات النقطة Y هي $\left(\frac{a}{2}, b\right)$.

تمرين موجّه

2. عيّن الإحداثيات المجهولة للمثلث متساوي الساقين القائم الزاوية ABC.



نصيحة دراسية

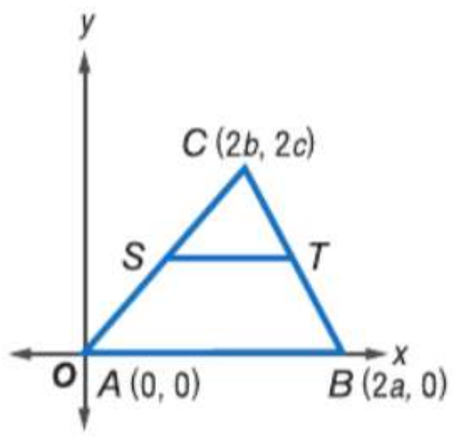
الزاوية القائمة تقاطع المحورين الأفقي x والرأسي y يشكل زاوية قائمة. ولهذا فهو مكان مناسب لتحديد موقع الزاوية القائمة في شكل مثل المثلث قائم الزاوية.

2 كتابة البراهين الإحداثية

بعد وضع مثلث على المستوى الإحداثي وتسميته، يمكننا استخدام البراهين الإحداثية للتحقق من الخصائص وبرهنة النظريات.

مثال 3 كتابة برهان إحداثي

اكتب برهانا إحداثيًا لتوضيح أن القطعة المستقيمة الموصلة بين نقطتي المنتصف في ضلعين لمثلث تتوازى مع الضلع الثالث.



ضع رأسا عند نقطة الأصل واكتب عليها A. استخدم إحداثيات تمثل مضاعفات العدد 2 لأن قانون نقطة المنتصف يتضمن قسمة مجموع الإحداثيات على 2.

المعطيات: $\triangle ABC$
S نقطة منتصف $\overline{AC}$.
T نقطة منتصف $\overline{BC}$.

المطلوب: $\overline{ST} \parallel \overline{AB}$

البرهان:

حسب قانون نقطة المنتصف، إحداثيات S هي $\frac{2b + 0}{2}$ و $\frac{2c + 0}{2}$ أو (b, c) وإحداثيات T هي $\frac{2a + 2b}{2}$ و $\frac{0 + 2c}{2}$ أو $(a + b, c)$.

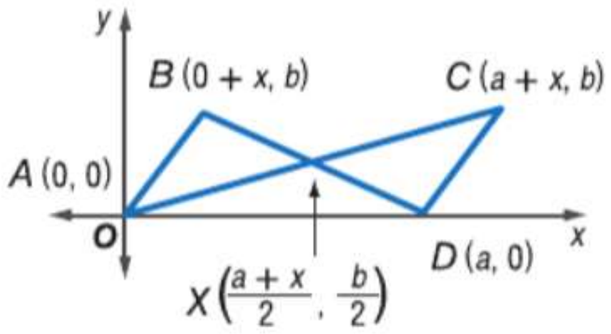
حسب قانون الميل، فإن ميل $\overline{ST}$ هو $\frac{c - c}{a + b - b}$ و 0 وميل $\overline{AB}$ هو $\frac{0 - 0}{2a - 0}$ أو 0.

بما أن $\overline{ST}$ و $\overline{AB}$ لهما الميل نفسه، فإن $\overline{ST} \parallel \overline{AB}$.

نصيحة دراسية

البرهان الإحداثي تسري الإرشادات والأساليب المستخدمة في هذا الدرس على كل الأشكال المضلعة، وليس المثلثات فقط.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



تمرين موجّه

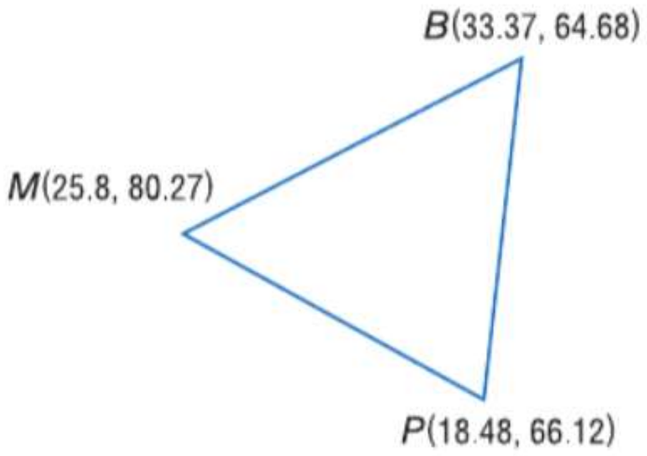
3. قم بكتابة برهان إحداثي لإثبات أن $\triangle CDX \cong \triangle ABX$.

الأساليب المستخدمة مع البراهين الإحداثية يمكن استخدامها في حل مسائل من الحياة اليومية.

مثال 4 من الحياة اليومية تصنيف المثلثات

الجغرافيا **مثلث برمودا منطقة يحيط بها ميامي وفلوريدا وسان خوان وبورتوريكو وبرمودا. الإحداثيات التقريبية لكل موقع بالترتيب هي 25.8°N 80.27°W و 18.48°N 66.12°W و 33.37°N 64.68°W. اكتب برهانا إحداثيًا لإثبات أن مثلث برمودا مختلف الأضلاع.**

الخطوة الأولى هي تعيين إحداثيات كل موقع. افترض أن M تمثل ميامي و B تمثل برمودا و P تمثل بورتوريكو.



إذا لم يكن أي ضلعين في $\triangle MPB$ متطابقين، فإن مثلث برمودا مختلف الأضلاع. استخدم قانون المسافة وحاسبة لإيجاد المسافة بين كل موقع.

$$MB = \sqrt{(33.37 - 25.8)^2 + (64.68 - 80.27)^2}$$

$$\approx 17.33$$

$$MP = \sqrt{(25.8 - 18.48)^2 + (80.27 - 66.12)^2}$$

$$\approx 15.93$$

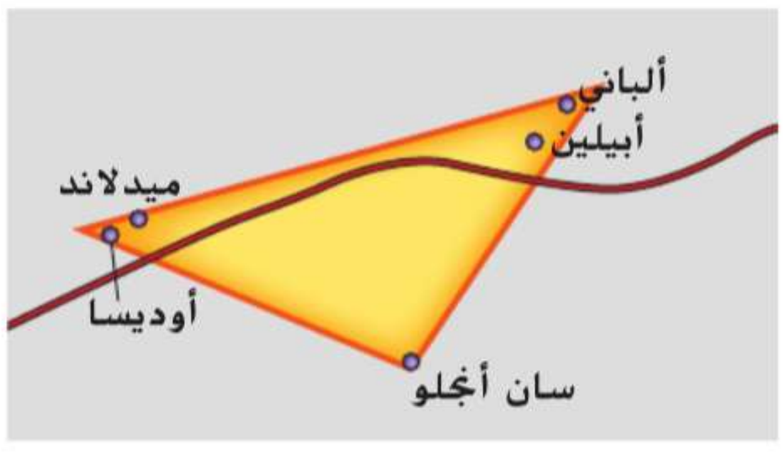
$$PB = \sqrt{(33.37 - 18.48)^2 + (64.68 - 66.12)^2}$$

$$\approx 14.96$$

بما أن كل ضلع له طول مختلف، فإن $\triangle MPB$ مختلف الأضلاع. ولهذا، مثلث برمودا مختلف الأضلاع.

تمرين موجّه

4. **جغرافيا** في عام 2006، تعاونت مجموعة من متاحف الفن لتشكيل مثلث تكساس الغربي (West Texas Triangle) للترويج إلى مجموعاتهم الفنية. تشكلت هذه المنطقة من مدن أوديسا وسان أنجلو. الإحداثيات التقريبية لكل موقع بالترتيب هي 31.9°N 102.3°W و 32.7°N 99.3°W و 31.4°N 100.5°W. اكتب برهانا إحداثيًا لإثبات أن مثلث تكساس الغربي متساوي الساقين تقريبًا.



الربط بالحياة اليومية

اختفت أكثر من 50 سفينة و 20 طائرة بشكل غامض في قطاع من شمال المحيط الأطلنطي أمام ساحل أمريكا الشمالية والمعروف باسم مثلث برمودا.

المصدر: موسوعة بريتانيكا

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

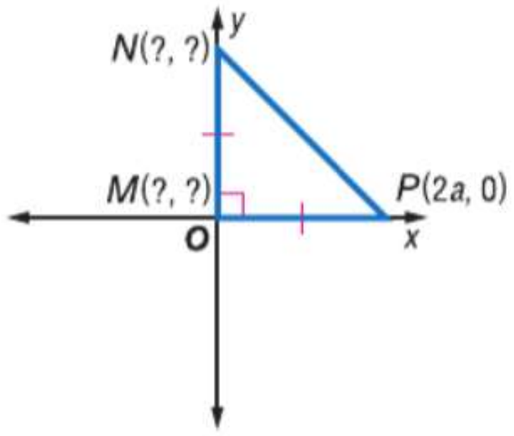
التحقق من فهمك

مثال 1 **ضع كل نقطة مما يلي على المستوى الإحداثي ثم سمّها.**

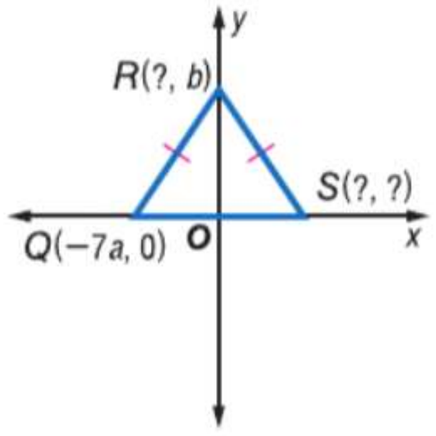
1. المثلث متساوي الساقين $\triangle ABC$ بقاعدة $\overline{BC}$ طولها $4a$ وحدات.
2. المثلث قائم الزاوية $\triangle FGH$ بساقين $\overline{FG}$ و $\overline{GH}$ بحيث طول الساق $\overline{FG}$ هو $3a$ وحدات وطول الساق $\overline{GH}$ هو $5b$ وحدات

مثال 2 **عيّن الإحداثي (الإحداثيات) المجهول لكل مثلث.**

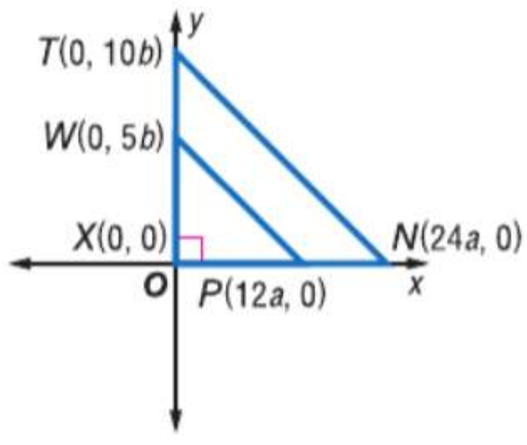
3.



4.



مثال 3 5. قم بكتابة برهان إحداثي لإثبات أن $\triangle TXZ$ يشبه $\triangle WXY$.

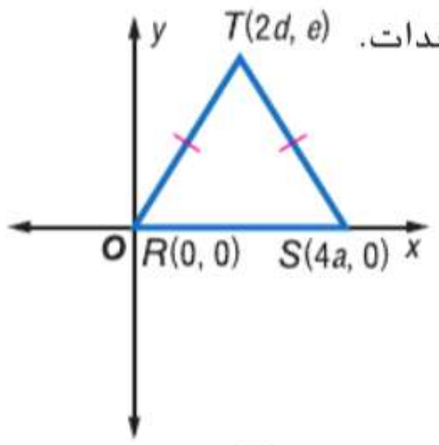


مثال 4 6. **الدورة الأولمبية** خلال رحلة الشعلة الأولمبية من أولمبيا في اليونان إلى دورة الألعاب الشتوية 2010. مرت الشعلة بمدينة لندن في إنجلترا وشلالات نياغرا وأونتاريوا وانتهى بها المطاف في فانكوفر في كولومبيا البريطانية. الإحداثيات التقريبية لكل موقع بالترتيب هي 42.9°N و 81.2°W و 43.1°N و 79.1°W و 49.3°N و 123.1°W. قم بكتابة برهان إحداثي لإثبات أن هذه النقاط الثلاث الواقعة في مسار الشعلة تشكل مثلثًا مختلف الأضلاع.

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **ضع كل نقطة مما يلي على المستوى الإحداثي ثم سمّها.**

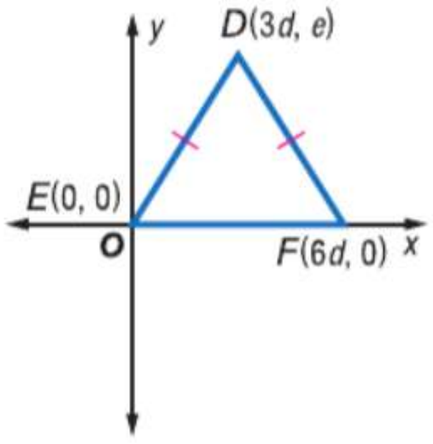
7. متساوي الأضلاع $\triangle ABC$ بطول أضلاع $5a$ وحدات.
8. متساوي الأضلاع قائم الزاوية $\triangle RST$ طول وتره $\overline{RS}$ يساوي $4d$ وحدات.



9. قائم الزاوية $\triangle JKL$ بالساقين $\overline{JK}$ و $\overline{JL}$. بحيث طول $\overline{JK}$ يبلغ a وحدات وطول $\overline{JL}$ 4 أضعاف طول $\overline{JK}$.

10. متساوي الأضلاع $\triangle XYZ$ بأضلاع طولها $\frac{1}{4}c$ وحدات.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

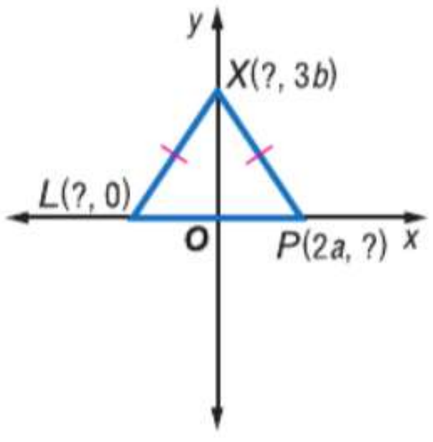


11. متساوي الساقين ΔDEF بساقين $\overline{DE}$ و $\overline{DF}$ مع قاعدة طولها $6d$ وحدات.

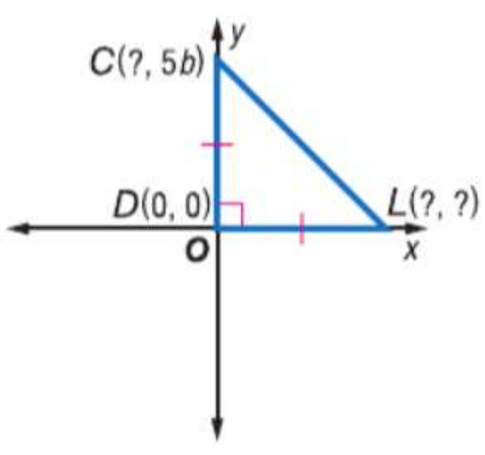
12. قائم الزاوية ΔMNP بوتر $\overline{MN}$. طول $\overline{MP}$ يبلغ $2a$ وحدات وطول $\overline{NP}$ يبلغ $4b$ وحدات.

مثال 2 **عيّن الإحداثي (الإحداثيات) المجهول لكل مثلث.**

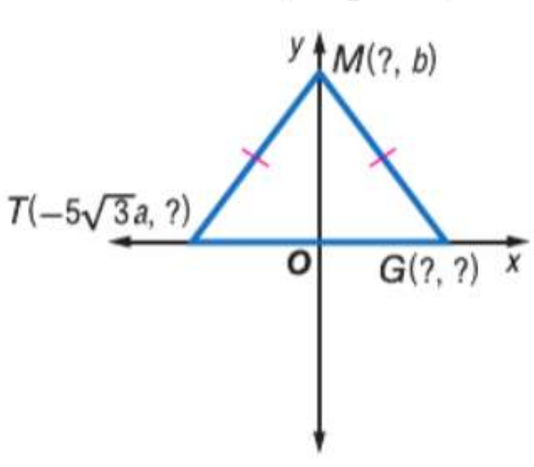
13.



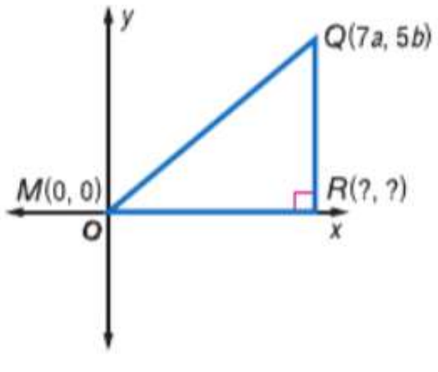
14.



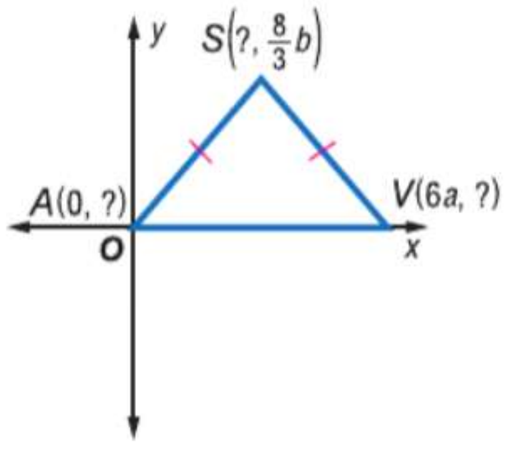
15.



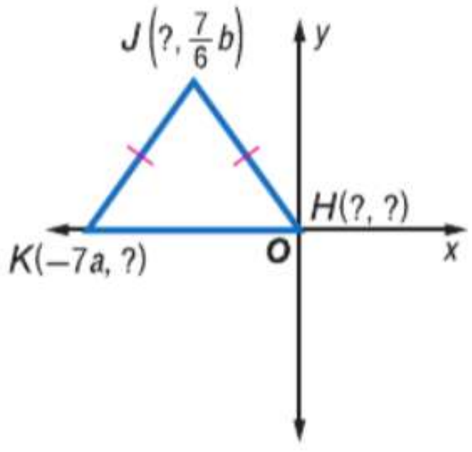
16.



17.

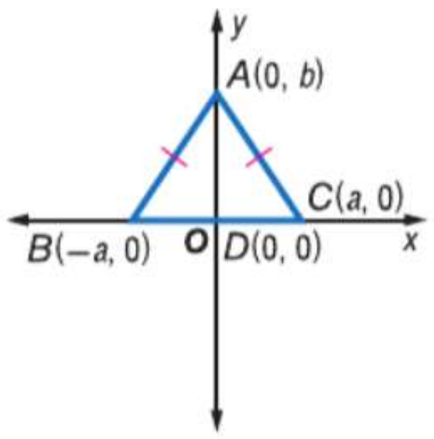


18.

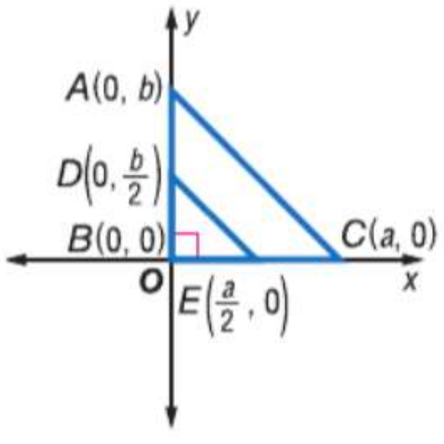


مثال 3 **البرهان اكتب برهانا إحداثيًا لكل عبارة.**

19. عند رسم الارتفاع في مثلث متساوي الساقين، يتكون مثلثين متطابقين.



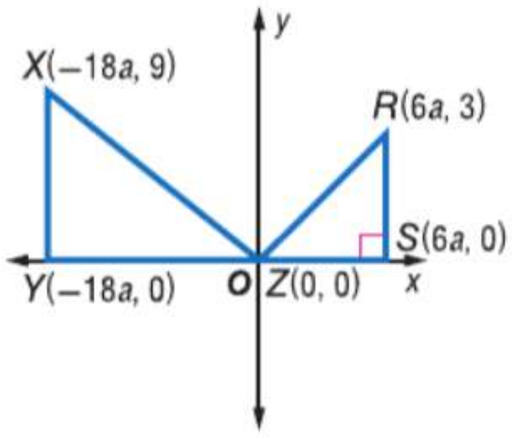
20. القطعة المستقيمة التي تصل بين نقطتي منتصف ساقي مثلث قائم الزاوية توازي الوتر.



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مثال 4 **البرهان** **اكتب برهانا إحداثيًا لكل عبارة.**

21. ΔXYZ يشبه ΔRSZ.



22. $R(-3, -3), S(3, -3), T(0, 3\sqrt{3} - 3)$ تشكل مثلثًا متساوي الأضلاع.

23. **كرة القدم** فريق ولاية أوهايو في كولومبوس، أوهايو وفريق ولاية بنسلفانيا في يونيفرستي بارك، بنسلفانيا وفريق نورث ويسترن في إيفانستون، إلينوي هم جميعا جزء من مجموعة العشرة الكبار. الإحداثيات التقريبية لكل موقع بالترتيب هي 39.98°N و 82.98°W و 40.77.86°W 79°N و 87.62°W و 41.88°N. ما نوع المثلث المتشكل بهذه المدن الثلاث؟

24. **كرة الطلاء** سلطان وجمال وصالح جميعا في فريق واحد في لعبة كرة الطلاء. يقف جمال عند نقطة الأصل وسلطان عند (4, 3) وصالح عند (0, 5). قم بكتابة برهان إحداثي لإثبات أن المثلث المكون بواسطة فريق كرة الطلاء متساوي الأضلاع.

ارسم $\triangle XYZ$ وجـــد ميل كل ضلع في المثلث. حدد ما إذا كان المثلث قائم الزاوية أم لا. اشرح.

25. $X(0, 0), Y(2a, 3b), Z(3a, 2b)$

26. $X(0, 0), Y(7c, 3), Z(-3c, 7c^2)$

27. **الملاهي** طارق في مدينة الملاهي ويريد ركوب الأفعوانية ودوامة الخيول وسيارات التصادم. إذا علمت أن الأفعوانية تقع عند (−1, 2) ودوامة الخيول تقع عند (3, 3) وسيارات التصادم تقع عند (−2, 0). فقم بكتابة برهان إحداثي لإثبات أن الشكل المكون بالألعاب الثلاث قائم الزاوية.

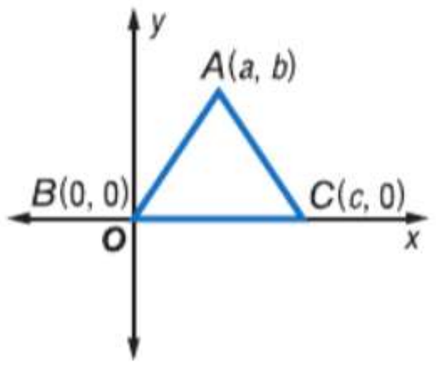
28. **البرهان** قم بكتابة برهان إحداثي لإثبات أن ΔABC مثلث مختلف الأضلاع إذا علمت أن الرؤوس هي $A(0, 0)$ و $B(3a, 5a)$ و $C(-2a, 8a)$.

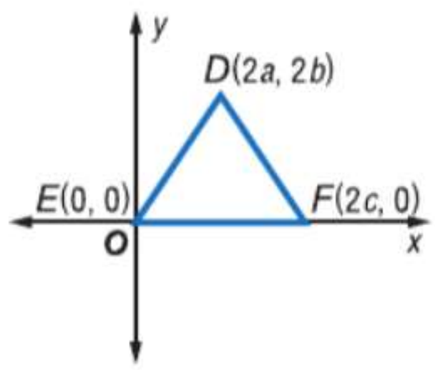
29. **الماراثون الثلاثي** تشارك فتحية في ماراثون ثلاثي. تقع نقطة البداية عند نقطة الأصل. خلال الشوط الأول من الماراثون الثلاثي، تركض فتحية لمسافة 10 km باتجاه الشرق ثم تركب الدراجة لمسافة 40 km باتجاه الشمال وفي الشوط الأخير تسبح لمسافة 1.5 km باتجاه الشمال. قم بكتابة برهان إحداثي لإثبات أن المثلث المتكون من نقطة البداية وبداية ركوب الدراجة ونهاية السباحة هو مثلث مختلف الأضلاع.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

30. **التبرير** إذا علمت أن نقطة الأصل هي نقطة منتصف وتر مثلث قائم الزاوية رأساه عند (−4, 2) و (2, 4)، فجـــد الرأس الثالثة.

31. **تحدٍ** قم بكتابة برهان إحداثي لإثبات أنه في حالة ضرب كل إحداثي من إحداثيات x وإحداثيات y في 2، فإن الشكل الناتج يشبه المثلث الأصلي.



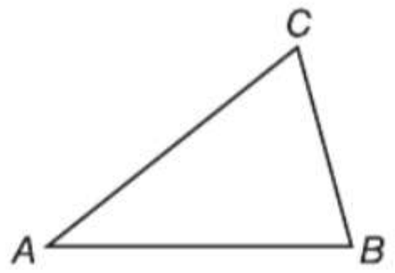


32. **التبرير** إذا علمت أن ΔABC مثلث متساوي الساقين قائم الزاوية والإحداثيات هي $A(0, 0)$، $B(4, 0)$. فكم عدد النقاط المختلفة التي يمكن أن تقع C عندها على المستوى الإحداثي؟

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تدريب على الاختبارات المعيارية

33. الإجابة الشبكية في الشكل أدناه، $m\angle B = 76$. قياس $\angle A$ نصف قياس $\angle B$. ما قياس $m\angle C$؟

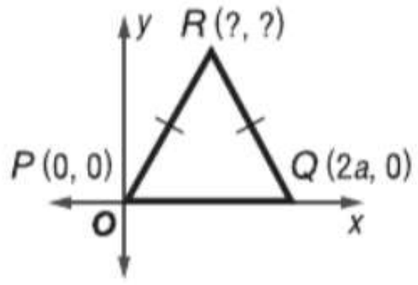


34. الجبر ما الإحداثي الأفقي x لحل نظام المعادلات الظاهر أدناه؟

$$\begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ -4x + 2y = -18 \end{cases}$$

A -6
B -3
C 3
D 6

35. ما إحداثيات النقطة R في المثلث؟



F $\left(\frac{a}{2}, a\right)$
G (a, b)
H $\left(\frac{b}{2}, a\right)$
J $\left(\frac{b}{2}, \frac{a}{2}\right)$

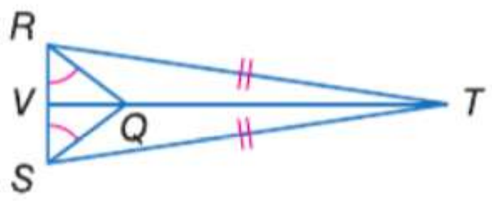
36. SAT/ACT بالنسبة لكل x.

$17x^5 + 3x^2 + 2 - (-4x^5 + 3x^3 - 2) =$

A $13x^5 + 3x^3 + 3x^2$
B $13x^5 + 6x^2 + 4$
C $21x^5 - 3x^3 + 3x^2 + 4$
D $21x^5 + 3x^2 + 3x^3$
E $21x^5 + 3x^3 + 3x^2 + 4$

مراجعة شاملة

راجع الشكل الموجود على اليسار.



37. اذكر اسم زاويتين متطابقتين.

38. اذكر قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

39. اذكر اسم زوج من المثلثات المتطابقة.

40. المنحدرات يتطلب القانون الأمريكي لذوي الإعاقة أن تمتد منحدرات الكراسي المتحركة لمسافة 30 cm على الأقل لكل ارتفاع بمقدار 2.5 cm.

a. حدد الميل المتمثل في هذا المطلب.

b. أقصى طول يسمح به القانون لمنحدر هو 9 m. كم يبلغ ارتفاع أعلى نقطة في هذا المنحدر بالسنتيمتر؟

مراجعة المهارات

جـــد المسافة بين كل زوج من النقاط. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.

41. $X(5, 4)$ و $Y(2, 1)$

42. $A(1, 5)$ و $B(-2, -3)$

43. $J(-2, 6)$ و $K(1, 4)$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

13-9A مختبر الهندسة
إنشاء المنصفات

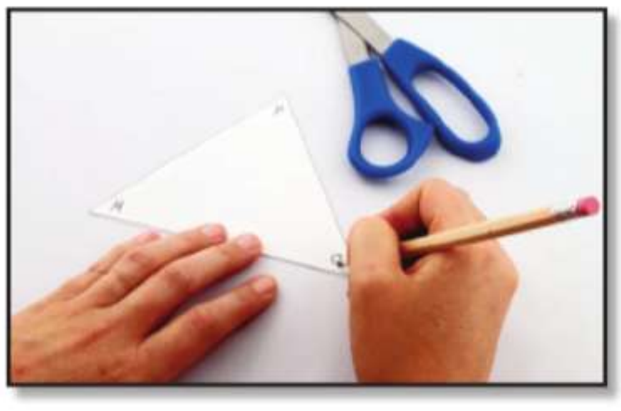
يمكن استخدام طي الأوراق لإنشاء قطع مستقيمة خاصة في المثلثات.

عمل رسومات هندسية للأشكال مستخدما مختلف الأدوات والطرق (فرجار ومسطرة تقويم، خيط، أدوات عاكسة، ورق قابل للطي، برنامج هندسي ديناميكي، وما إلى ذلك).

الإنشاء منصف عمودي

أنشئ منصفًا عموديًا على أحد أضلاع المثلث.

الخطوة 1



ارسم $\triangle MPQ$. وقم بتسميته وقصه.

الخطوة 2

اطو المثلث إلى نصفين على طول $\overline{MQ}$ بحيث تلامس الرأس M الرأس Q.

الخطوة 3

استخدم مسطرة تقويم لرسم $\overline{AB}$ بطول الطي. $\overline{AB}$ هو المنصف المتعامد لـ $\overline{MQ}$.

منصف زاوية المثلث هو مستقيم يمر برأس المثلث ويقسمها إلى زاويتين متساويتين.

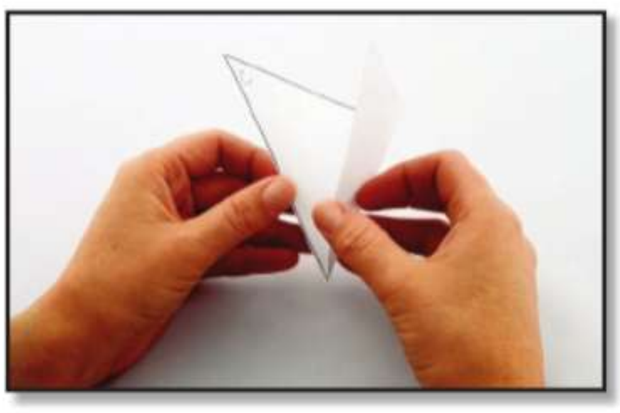
الإنشاء منصف الزاوية

أنشئ منصف زاوية لمثلث.

الخطوة 1

ارسم $\triangle ABC$ وقم بتسميته وقصه.

الخطوة 2



اطوِ المثلث إلى نصفين من الرأس A بحيث يكون الضلعان $\overline{AC}$ و $\overline{AB}$ محاذيين لبعضهما.

الخطوة 3

حدد النقطة L في الثنية على طول الحافة $\overline{BC}$. استخدم مسطرة تقويم لرسم $\overline{AL}$ بطول الطي. $\overline{AL}$ هو منصف الزاوية للمثلث $\triangle ABC$.

التمثيل والتحليل

1. أنشئ المنصف العمودي لضلعي $\triangle MPQ$ الآخرين ومنصف الزاوية للزاويتين الأخريين للمثلث. ما الذي تلاحظه بشأن التقاطعات؟

كرر هذا التمرين مع نوعي المثلثين الآخرين.

2. حاد
3. منفرج
4. قائم

McGraw-Hill Education مؤسسة للتعليم © محفوظة لها والتأليف الطبع حقوق

مختبر الهندسة
إنشاء الوسيطات والارتفاعات

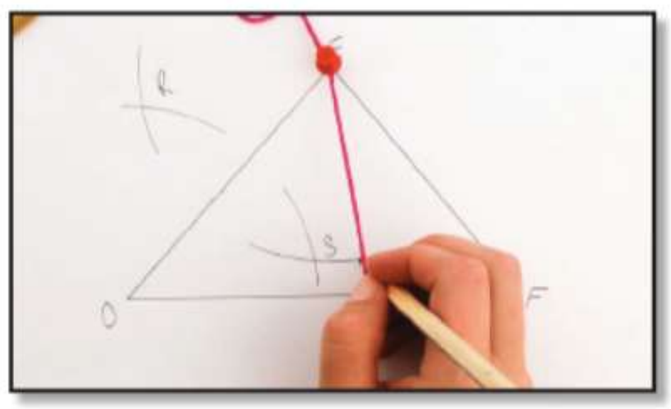
وسيط المثلث هو عبارة عن قطعة مستقيمة طرفها رأس المثلث والطرف الآخر هو منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس. يمكنك إنشاء وسيط من خلال تحديد نقطة منتصف على قطعة مستقيمة.

اربط طرف خيط حول قلم رصاص. واستخدم دبوسا لتثبيت الخيط بالرأس.

عمل رسومات هندسية للأشكال مستخدما مختلف الأدوات والطرق (فرجار ومسطرة تقويم، خيط، أدوات عاكسة، ورق قابل للطي، برنامج هندسي ديناميكي، وما إلى ذلك).

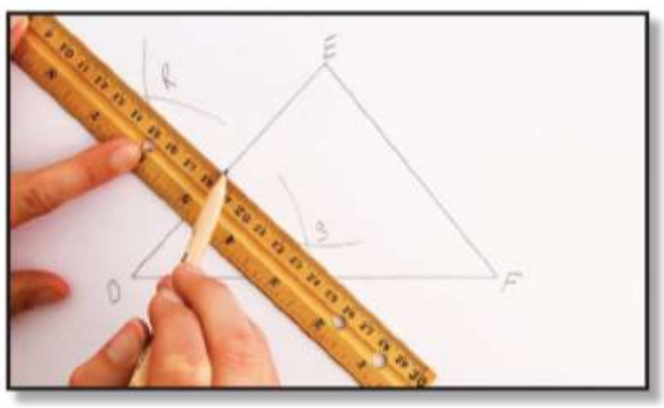
الإنشاء 1 وسيط المثلث

الخطوة 1



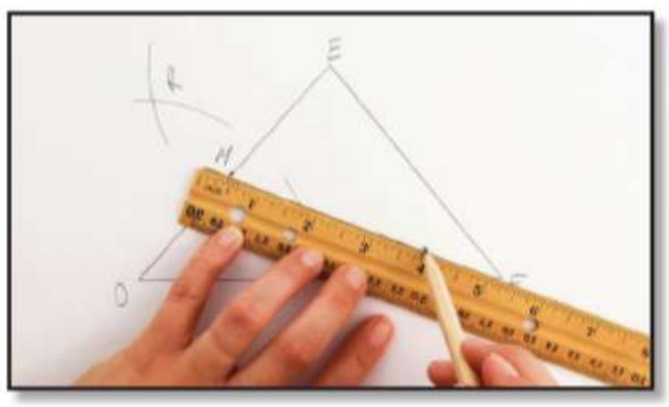
ضع الدبوس على الرأس D ثم على الرأس E لرسم أقواس متقاطعة أعلى وأسفل $\overline{DE}$. سمِّ نقاط التقاطع R و S.

الخطوة 2



استخدم مسطرة تقويم لإيجاد النقطة حيث $\overline{RS}$ يتقاطع مع $\overline{DE}$. سمّ النقطة M. وهي نقطة منتصف $\overline{DE}$.

الخطوة 3

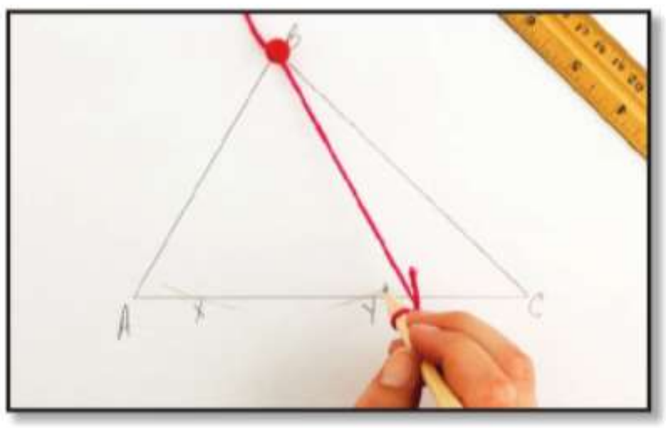


ارسم مستقيما يمر خلال F و M. $\overline{FM}$ هو وسيط $\triangle DEF$.

ارتفاع المثلث هو عبارة عن قطعة مستقيمة من رأس مثلث إلى الضلع المقابل ويكون عموديًا على الضلع المقابل.

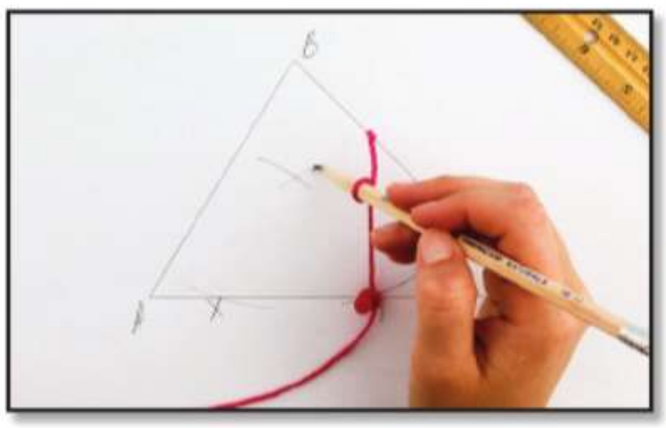
الإنشاء 2 ارتفاع المثلث

الخطوة 1



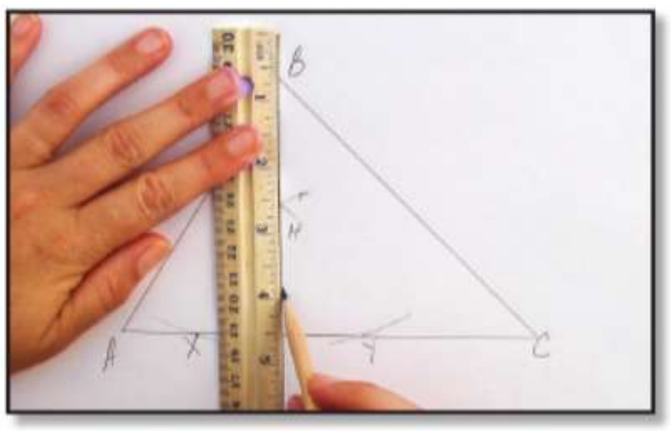
ضع الدبوس على الرأس B لرسم أقواس متقاطعة أعلى وأسفل $\overline{AC}$. اكتب على نقطتي تقاطع القوسين مع الضلعين X و Y.

الخطوة 2



عدّل طول الخيط بحيث يكون أكبر من $\frac{1}{2}XY$. ثبت المسمار على X وارسم قوسا فوق $\overline{AC}$. استخدم نفس طول الخيط لرسم قوس من Y. سمّ نقطة تقاطع الأقواس H.

الخطوة 3



استخدم مسطرة تقويم لرسم $\overrightarrow{BH}$. سمّ النقطة حيث تتقاطع $\overrightarrow{BH}$ مع $\overline{AC}$ النقطة D. $\overline{BD}$ هو ارتفاع $\triangle ABC$ ومتعامد على $\overline{AC}$.

التمثيل والتحليل

1. أنشئ وسيطين لضلعين آخرين في $\triangle DEF$. ما الذي تلاحظه بشأن وسيطات المثلث؟
2. أنشئ ارتفاعين للضلعين الآخرين في $\triangle ABC$. ما الذي تلاحظه؟

McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح © محفوظة لصالح والتأليف الطبع حقوق

الاستكشاف

13-9C مختبر تقنية التمثيل البياني
متباينة المثلث

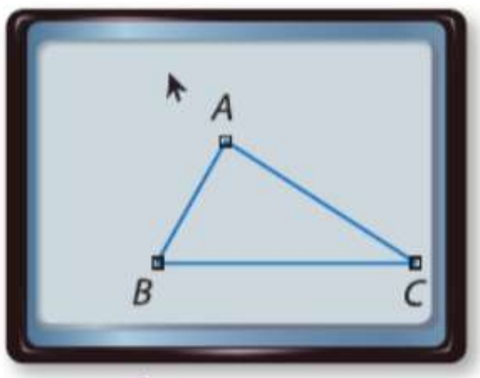
يمكنك استخدام تطبيق Cabri™ Jr. على حاسبة التمثيل البياني TI-83/84 Plus لاكتشاف خواص المثلثات.

عمل رسومات هندسية للأشكال مستخدما مختلف الأدوات والطرق (فرجار ومسطرة تقويم، خيط، أدوات عاكسة، ورق قابل للطي، برنامج هندسي ديناميكي، وما إلى ذلك).

النشاط 1

قم بعمل مثلث. لاحظ العلاقة بين مجموع طولي ضلعين وطول الضلع الآخر.

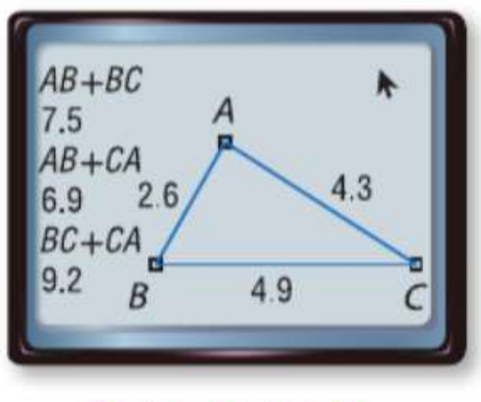
الخطوة 1 قم بعمل مثلث باستخدام أداة المثلث في القائمة **F2**.
ثم استخدم أداة **Alph-Num** في القائمة **F5** لتسمية الرؤوس بالرموز A، و B، و C.



الخطوة 1

الخطوة 2 أدخل إلى أداة **المسافة والطول** التي تظهر باسم **D. & Length**، تحت **Measure** في القائمة **F5**. استخدم الأداة لقياس كل ضلع في المثلث.

الخطوة 3 اعرض $AB + BC$، و $AB + CA$، و $BC + CA$ باستخدام أداة **Calculate** في القائمة **F5**. اكتب القياسات



الخطوتان 2 و 3

الخطوة 4 انقر واسحب الرؤوس لتغيير شكل المثلث.

تحليل النتائج

1. استبدل كل ● بالرموز >، أو <، أو = لجعل العبارة صحيحة.

$AB + BC \bullet CA$ $\quad$ $AB + CA \bullet BC$ $\quad$ $BC + CA \bullet AB$

2. انقر فوق الرؤوس واسحبها لتغيير شكل المثلث. ثم راجع إجاباتك على التمرين 1. ما الذي تلاحظه؟
3. انقر فوق النقطة A واسحبها بحيث تقع فوق المستقيم BC. ما الذي تلاحظه في AB، و BC، و CA؟ هل A، و B، و C رؤوس مثلث؟ اشرح.
4. **التخمين** حول مجموع أطوال ضلعين من مثلث وطول الضلع الثالث.
5. هل المقاييس والملاحظات التي دونتها في النشاط والتمارين 3-1 تمثل برهانًا للتخمين الذي قمت به في التمرين 4؟ اشرح.
6. استبدل كل ● بالرموز <، أو >، أو = لجعل العبارة صحيحة.

$|AB - BC| \bullet CA$ $\quad$ $|AB - CA| \bullet BC$ $\quad$ $|BC - CA| \bullet AB$

ثم انقر واسحب الرؤوس لتغيير شكل المثلث وراجع إجاباتك.
ما الذي تلاحظه؟

7. كيف تمكنت من استخدام ملاحظاتك لتحديد الأطوال المحتملة للضلع الثالث بالمثلث من خلال معرفة طولي الضلعين الآخرين؟

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

13-9 مساحة متوازي الأضلاع والمثلث

السابق

- لقد أوجدت مساحات المستطيلات والمربعات.

الحالي

1 إيجاد محيط ومساحة متوازي الأضلاع.

2 إيجاد محيط ومساحة المثلث.

لماذا؟

- لغز تانجرام هو لغز صيني قديم يمكن إعادة ترتيبه لتكوين صور مختلفة مثل الحيوانات الموضحة. تبقى مساحة اللغز ثابتة قبل الترتيب وبعده. وهي مجموع مساحات القطع.

المفردات الجديدة

قاعدة متوازي الأضلاع
base of a parallelogram
ارتفاع متوازي الأضلاع
height of a parallelogram
قاعدة المثلث
base of a triangle
ارتفاع المثلث
height of a triangle

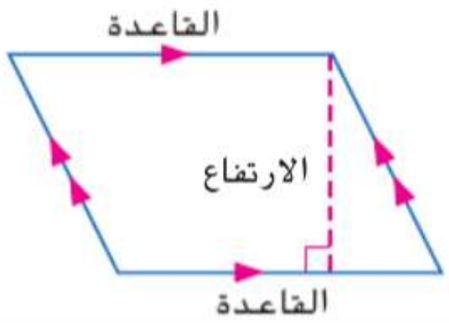
استخدام الإحداثيات لحساب محيطات المضلعات ومساحات المثلثات والمستطيلات مثل استخدام قانون المسافة.

فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

محاولة إيجاد البنية واستخدامها.

1 مساحة متوازي الأضلاع

متوازي الأضلاع هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان. وأي ضلع في متوازي الأضلاع يمكن تسميته **قاعدة متوازي الأضلاع**. **ارتفاع متوازي الأضلاع** هو المسافة العمودية بين أي قاعدتين متوازيتين.

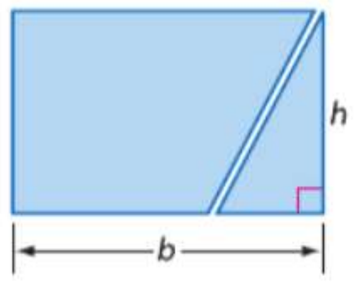


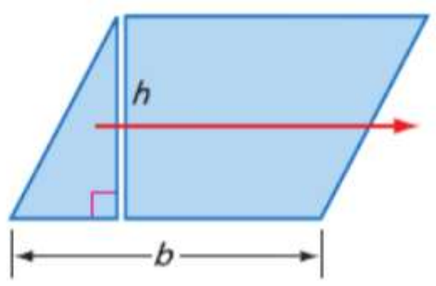
يمكنك استخدام المسلمة التالية لوضع صيغة لمساحة متوازي الأضلاع.

المسلّمة 13.4 مسلّمة جمع المساحات

مساحة منطقة هي مجموع مساحات الأجزاء غير المتداخلة بها.

في الشكل أدناه، تم قص مثلث قائم الزاوية من أحد أضلاع متوازي أضلاع وإزاحته إلى الضلع الآخر كما هو موضح لتكوين مستطيل بنفس القاعدة والارتفاع.



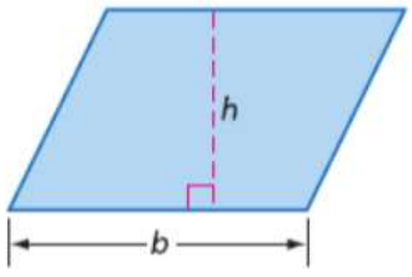


تذكر من السابق أن مساحة المستطيل هي ناتج ضرب القاعدة في الارتفاع. وحسب مسلمة جمع المساحات، متوازي أضلاع قاعدته b وارتفاعه h له نفس مساحة مستطيل قاعدته b وارتفاعه h.

المفهوم الأساسي مساحة متوازي الأضلاع

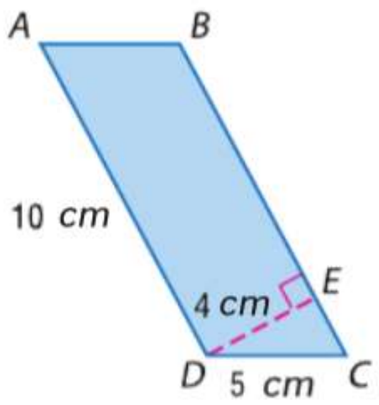
الشرح المساحة A لمتوازي الأضلاع هي ناتج ضرب القاعدة b في الارتفاع المناظر لها h.

الرموز $A = bh$



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مثال 1 محيط ومساحة متوازي الأضلاع



جـــد محيط ومساحة $\square ABCD$.

المحيط

بما أن الأضلاع المتقابلة متطابقة في متوازي الأضلاع.
إذا $\overline{BC} \cong \overline{AD}$ و $\overline{AB} \cong \overline{DC}$. إذًا
$AB = 5$ cm و $BC = 10$ cm.

$\square ABCD$ محيط $= AB + BC + DC + AD$
$5 + 10 + 5 + 10 = 30$ cm

المساحة

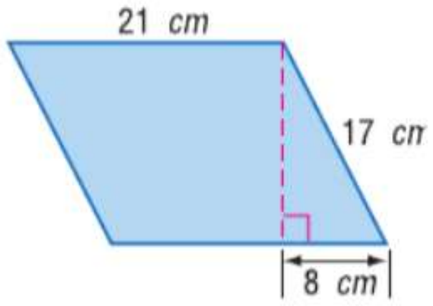
الارتفاع المذكور، DE، هو 4 cm. $\overline{BC}$ هي القاعدة وتبلغ 10 cm.

$A = bh$ مساحة متوازي الأضلاع
$= (10)(4) = 40 \text{ cm}^2$ $b = 10$ و $h = 4$

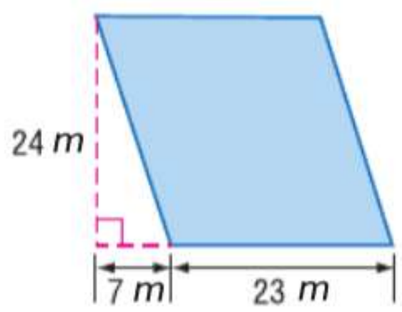
تمرين موجّه

جـــد محيط كل متوازي أضلاع ومساحته.

1A.

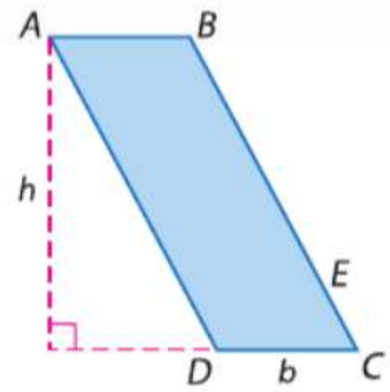


1B.



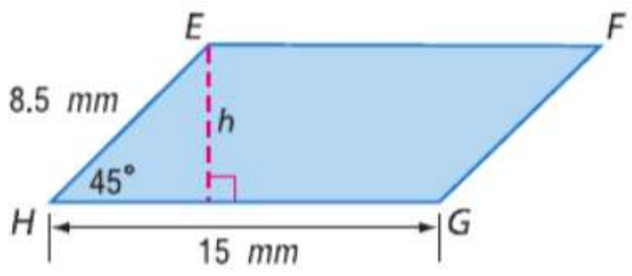
نصيحة دراسية

ارتفاعات الأشكال يمكن حساب ارتفاع شكل عن طريق مد قاعدة. في المثال 1. يمكن قياس ارتفاع $\square ABCD$ المناظر للقاعدة $\overline{DC}$ من خلال مد $\overline{DC}$.



يمكنك استخدام حساب المثلثات لحساب مساحة متوازي الأضلاع.

مثال 2 مساحة متوازي الأضلاع



جـــد مساحة $\square EFGH$.

الخطوة 1 استخدم المثلث الذي يبلغ قياس زواياه $45°-90°-45°$ لإيجاد الارتفاع h لمتوازي الأضلاع.

تذكر أنه إذا كان قياس الساق المقابلة للزاوية $45°$ هو h، فإن قياس الوتر هو $h\sqrt{2}$.

$h\sqrt{2} = 8.5$ استبدل 8.5 بقياس الوتر.
$h = \frac{8.5}{\sqrt{2}} = 6$ mm تقريبًا اقسم كل طرف على $\sqrt{2}$.

الخطوة 2 جـــد المساحة.

$A = bh$ مساحة متوازي الأضلاع
$\approx (15)(6) = 90 \text{ mm}^2$ $b = 15$ و $h \approx 6$

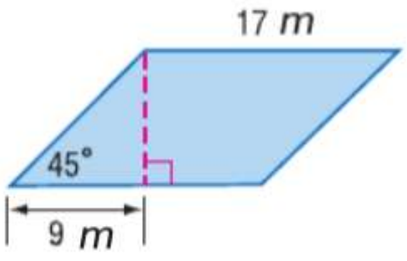
انتبه!

الدقة تذكر أنه يتم قياس المحيط باستخدام الوحدات الخطية مثل البوصة والسنتيمتر. ولكن يتم قياس المساحة باستخدام الوحدات المربعة مثل القدم المربع والملّيمتر المربع.

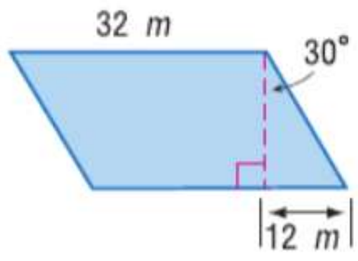
تمرين موجّه

جـــد مساحة كل متوازي أضلاع. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

2A.



2B.

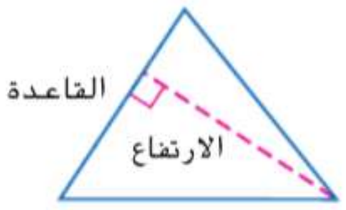


McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

2 مساحة المثلث

قاعدة المثلث يمكن أن تكون أي ضلع. **ارتفاع المثلث** هو طول ارتفاع مرسوم من قاعدة معينة.

يمكنك استخدام المسلمة التالية لوضع صيغة لمساحة المثلث.

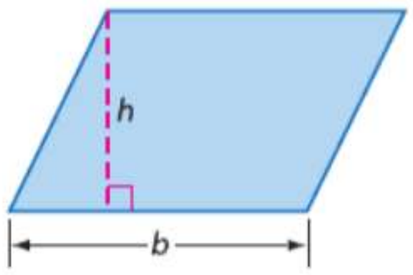


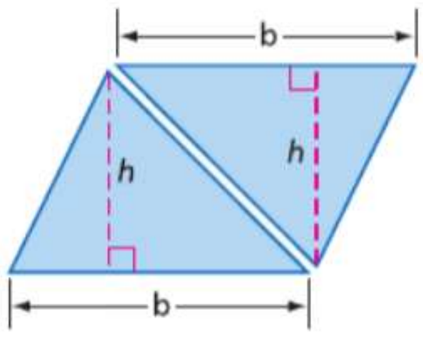
> **مراجعة المفردات**
> **ارتفاع المثلث** قطعة مستقيمة ممتدة من أحد الرؤوس إلى المستقيم المحتوي على الضلع المقابل، كما أنها عمودية على المستقيم المحتوي على هذا الضلع

المسلّمة 13.5 مسلّمة تطابق المساحات

إذا كان شكلان متطابقتين، فسيكون لهما المساحة ذاتها.

في الشكل أدناه، تم قص متوازي أضلاع إلى نصفين بطول القطر لتكوين مثلثين متطابقين بنفس القاعدة والارتفاع.



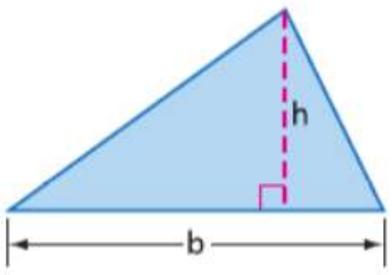


حسب مسلّمة تطابق المساحات، المثلثان المتطابقان لهما نفس المساحة. إذًا، مثلث قاعدته b وارتفاعه h تبلغ مساحته نصف مساحة متوازي أضلاع قاعدته b وارتفاعه h.

المفهوم الأساسي مساحة المثلث

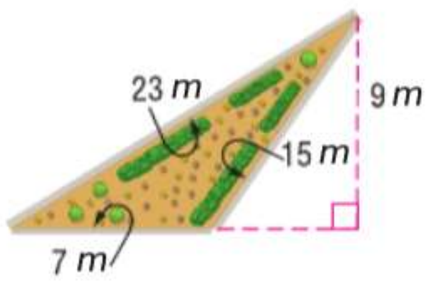
الشرح المساحة A للمثلث هي نصف ناتج ضرب القاعدة b في الارتفاع المناظر h.

الرموز $A = \frac{bh}{2}$ أو $A = \frac{1}{2}bh$



مثال 3 من الحياة اليومية محيط ومساحة المثلث

البستنة **أمير يحتاج كمية كافية من النشارة لتغطية الحديقة المثلثة الموضحة وكمية كافية من حجارة الممشى لعمل حدود لها. إذا علمت أن كيسا واحدًا من النشارة يغطي $12\ m^2$ وكل حجر من أحجار الممشى يغطي $10\ cm$ من الحد، فكم عدد أكياس النشارة وأحجار الممشى التي يجب عليه شراؤها؟**



الخطوة 1 جد محيط الحديقة.

محيط الحديقة $23 + 15 + 7 = 45\ m$

الخطوة 2 جد مساحة الحديقة.

$A = \frac{1}{2}bh$ مساحة المثلث

$= \frac{1}{2}(7)(9) = 31.5\ m^2$ $b = 7$ و $h = 9$

الخطوة 2 استخدم تحليل الوحدات لتحديد المطلوب من كل عنصر.

أكياس النشارة

$31.5\ \cancel{m^2} \cdot \frac{1\ bag}{12\ \cancel{m^2}} = 2.625$ من الأكياس

أحجار الممشى

$45\ \cancel{m} \cdot \frac{100\ \cancel{cm}}{1\ \cancel{m}} \cdot \frac{1\ stone}{10\ \cancel{cm}} = 450$ حجرًا

قرّب عدد الأكياس للأعلى بحيث تكون هناك كمية كافية من النشارة. سوف يحتاج إلى 3 أكياس من النشارة و 135 من أحجار الممشى.

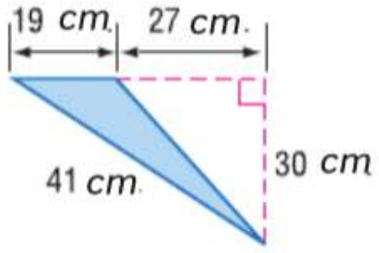
> **الربط بالحياة اليومية**
> يمكن للحدائق المثلثة أن تشكل بؤرة في المناظر الطبيعية أو تنتج ببساطة من تقاطع الممرات.

McGraw-Hill Education مؤسسة محفوظة لصالح © حقوق الطبع والتأليف

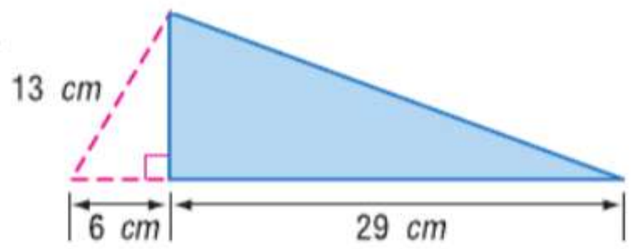
تمرين موجّه

جـــد محيط كل مثلث ومساحته.

3A.



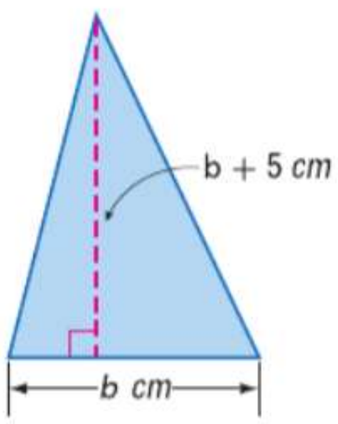
3B.



يمكنك استخدام الجبر للحل لإيجاد القياسات غير المعلومة في متوازيات الأضلاع والمثلثات.

مثال 4 استخدام المساحة لإيجاد القياسات المجهولة

الجبر ارتفاع مثلث يزيد عن قاعدته بمقدار 5 cm. ومساحة المثلث $52\ cm^2$.
جـــد القاعدة والارتفاع.



الخطوة 1 اكتب تعابير لتمثيل كل قياس.

افترض أن b تمثل قاعدة المثلث. إذًا، الارتفاع يساوي $b + 5$.

الخطوة 2 استخدم صيغة مساحة المثلث لإيجاد b.

$A = \frac{1}{2}bh$ مساحة المثلث

$52 = \frac{1}{2}b(b + 5)$ استبدل A بـ 25 و h بـ $b + 5$.

$104 = b(b + 5)$ اضرب كل طرف في 2.

$104 = b^2 + 5b$ خاصية التوزيع

$0 = b^2 + 5b - 104$ اطرح 104 من كل طرف.

$0 = (b + 13)(b - 8)$ حلل إلى العوامل.

$b + 13 = 0$ و $b - 8 = 0$ خاصية ناتج الضرب الصفري

$b = -13$ $b = 8$ حل لإيجاد b.

الخطوة 3 استخدم التعابير من الخطوة 1 لإيجاد كل قياس.

بما أن الطول لا يمكن أن يكون بالسالب، إذًا قياس القاعدة 8 cm وقياس الارتفاع $5 + 8$ أو 13 cm.

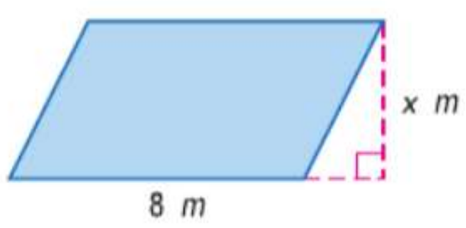
نصيحة دراسية

خاصية ناتج الضرب الصفري إذا كان ناتج ضرب عاملين يساوي 0. فأحدهما على الأقل يجب أن يساوي 0.

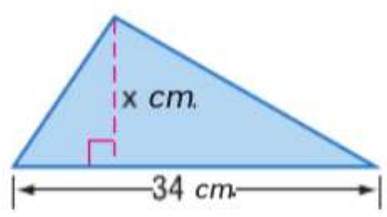
تمرين موجّه

الجبر جـــد قيمة x.

4A. $A = 148\ m^2$



4B. $A = 357\ cm^2$



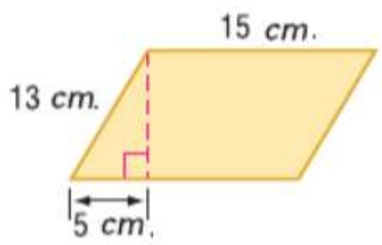
4C. الجبر قاعدة متوازي أضلاع ضعف ارتفاعه. إذا علمت أن مساحة متوازي الأضلاع $72\ cm^2$. فجـــد القاعدة والارتفاع.

McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح محفوظة © والتأليف الطبع حقوق

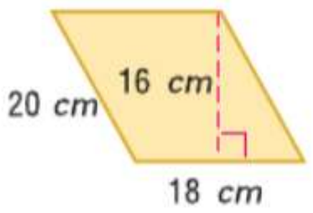
التحقق من فهمك

الأمثلة 3-1 **جـــد محيط ومساحة كل متوازي أضلاع أو مثلث. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.**

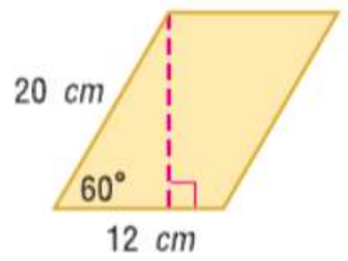
1.



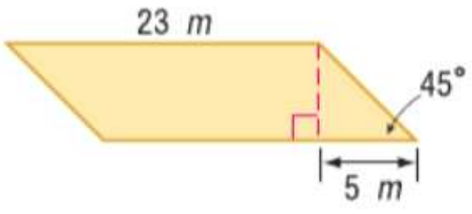
2.



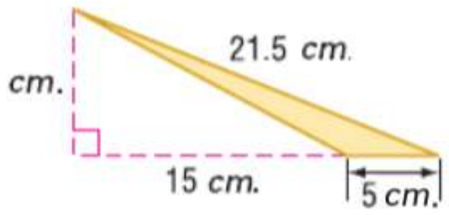
3.



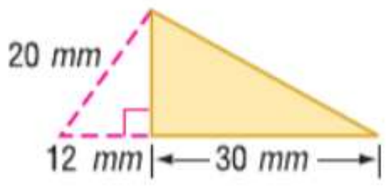
4.



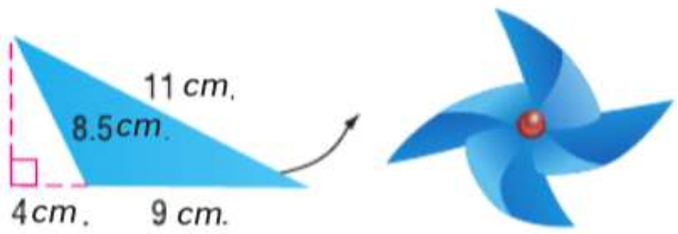
5.



6.

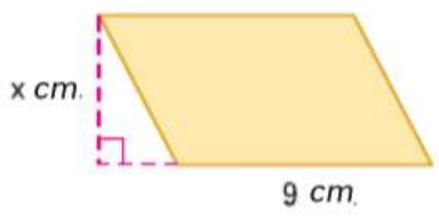


7. **الحرف اليدوية** يصنع عبد الرحمن وعبد الرحيم المراوح الورقية. كل مروحة مكونة من 4 مثلثات بالأبعاد الموضحة. جـــد محيط ومساحة كل مثلث.

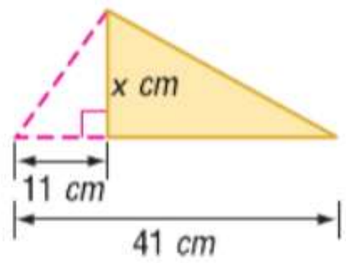


مثال 4 **جـــد قيمة x.**

8. $A = 153 \text{ cm}^2$



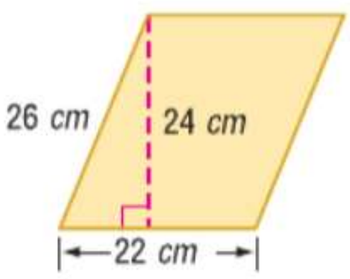
9. $A = 165 \text{ cm}^2$



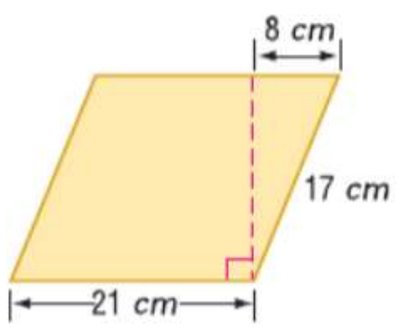
التمرين وحل المسائل

الأمثلة 3-1 **البنية** **جـــد محيط ومساحة كل متوازي أضلاع أو مثلث. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.**

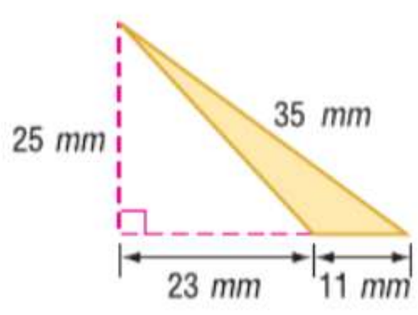
10.



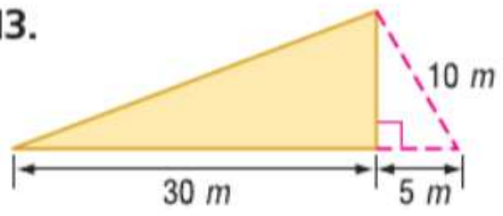
11



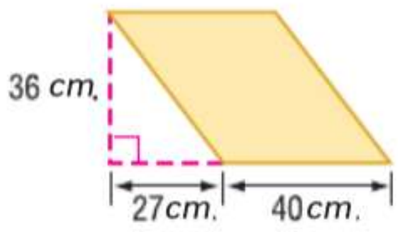
12.



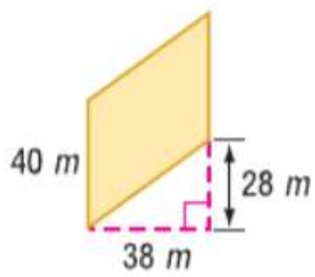
13.



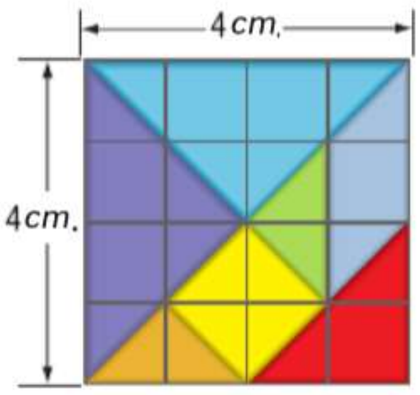
14.



15.



16. **ألغاز تانجرام** مساحة لغز تانجرام الموضح 4 cm^2.



a. جـــد محيط ومساحة المثلث الأرجواني. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.

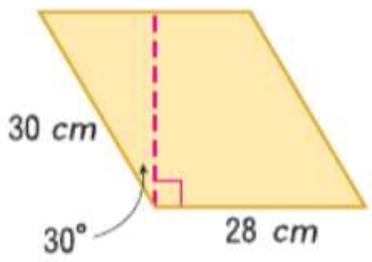
b. جـــد محيط ومساحة متوازي الأضلاع الأزرق. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

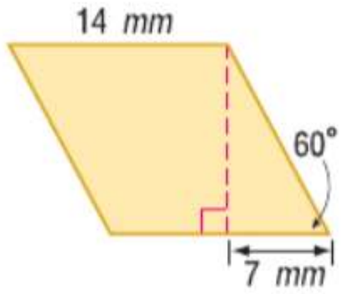
مثال 2

البنية جـــد مساحة كل متوازي أضلاع. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

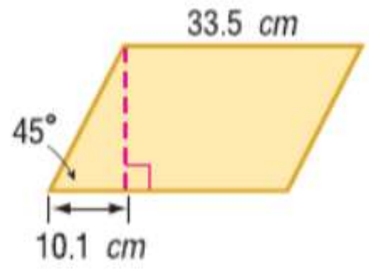
17.



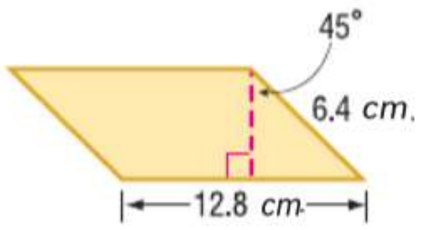
18.



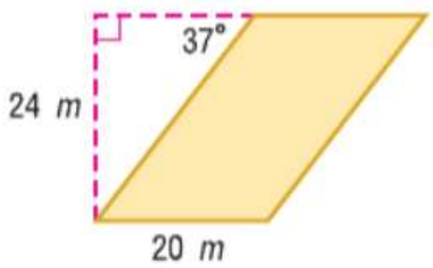
19.



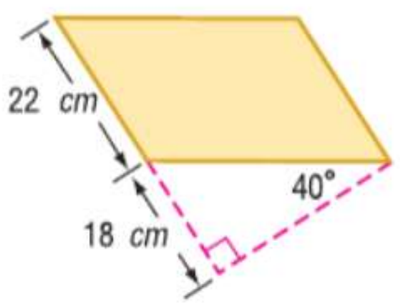
20.



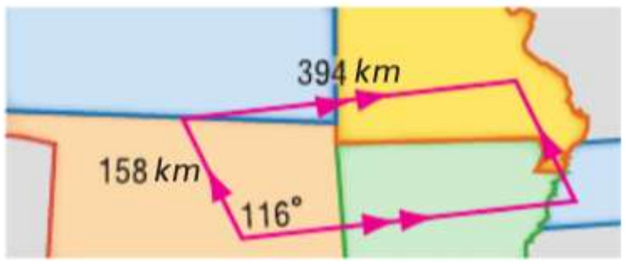
21.



22.



23. **الطقس** كثيرًا ما يتم عرض مناطق ترقب الأعاصير على خرائط الطقس باستخدام متوازيات أضلاع. ما مساحة المنطقة المتأثرة بإعلان ترقب الأعاصير الموضح؟ قرّب إلى أقرب كيلومتر مربع.



مثال 4

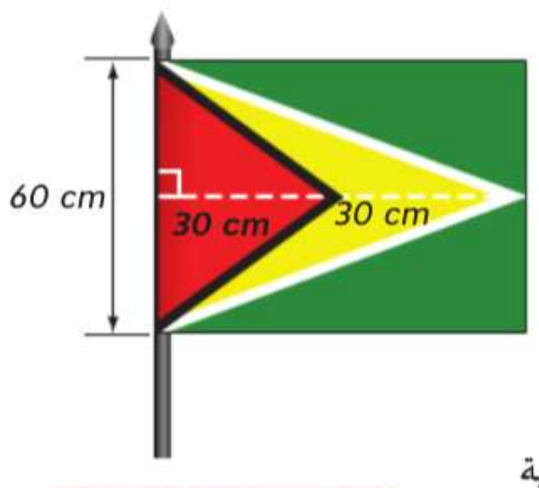
24. ارتفاع متوازي أضلاع يزيد عن قاعدته بمقدار 4 mm. إذا علمت أن مساحة متوازي الأضلاع 221 mm مربعا، فجـــد القاعدة والارتفاع.

25. ارتفاع متوازي أضلاع يساوي ربع قاعدته. إذا علمت أن مساحة متوازي الأضلاع $36\ cm^2$، فجـــد القاعدة والارتفاع.

26. قاعدة مثلث مثلي ارتفاعه. إذا علمت أن مساحة المثلث $49\ m^2$، فجـــد القاعدة والارتفاع.

27. ارتفاع مثلث أقصر من قاعدته بمقدار 3 m. إذا علمت أن مساحة المثلث $44\ m^2$، فجـــد القاعدة والارتفاع.

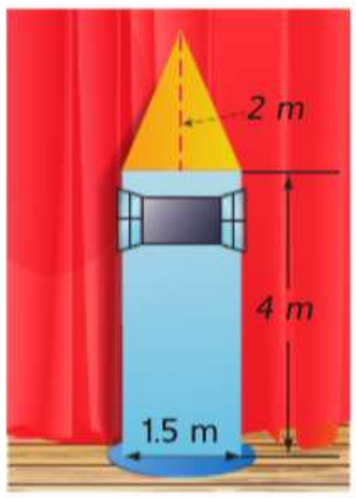
28. الأعلام يريد عمر صنع نسخة مطابقة للعلم الوطني لغينيا.



a. ما مساحة قطعة القماش المطلوبة للمنطقة الحمراء؟ والصفراء؟

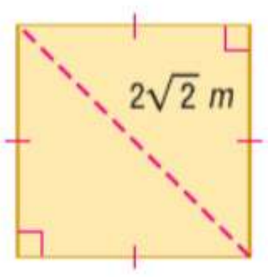
b. إذا علمت أن تكلفة القماش AED 3.99 للمتر المربع لكل لون وقد اشترى كمية القماش المطلوبة بالضبط، فكم سيتكلف العلم؟

29. دراما ليلى مسؤولة عن تصميم الديكور للأداء الفني لمسرحية *روميو وجوليت* في مدرستها. يغطي لتر واحد من الطلاء $7\ m^2$. فكم عدد اللترات المطلوبة من كل لون إذا علمت أن السقف والبرج يتطلب كل منهما 3 طبقات من الطلاء؟

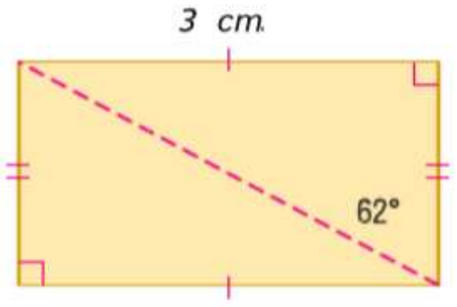


جـــد محيط ومساحة كل شكل. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

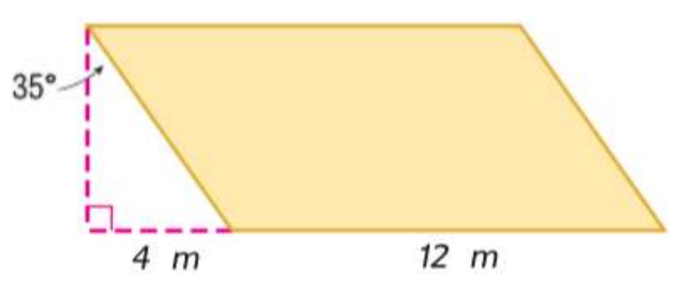
30.



31.



32.



McGraw-Hill Education مؤسسة حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح

الهندسة الإحداثية **جـــد مساحة كل شكل. واشرح الطريقة المستخدمة.**

33 $\square ABCD$ به الرؤوس $A(4, 7)$ و $B(2, 1)$ و $C(8, 1)$ و $D(10, 7)$

34. $\triangle RST$ به الرؤوس $R(-8, -2)$ و $S(-2, -2)$ و $T(-3, -7)$

35. **صيغة هيرون** تربط صيغة هيرون أطوال أضلاع مثلث بمساحته. والصيغة هي $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$. حيث s هو نصف محيط المثلث وa وb وc أطوال الأضلاع.

a. استخدم صيغة هيرون لإيجاد مساحة مثلث أطوال أضلاعه 7 و10 و4.

b. أثبت أن المساحة التي تم إيجادها للمثلث قائم الزاوية 13-12-5 هي ذاتها باستخدام صيغة هيرون وباستخدام صيغة مساحة المثلث التي تعلمتَ سابقًا في هذا الدرس.

36 **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف العلاقة بين مساحة مثلث ومحيطه.

a. **جبريًا** مستطيل محيطه 12 وحدة. إذا كان طوله x وعرضه y، فاكتب معادلتين لمحيطه ومساحته.

b. **جدوليًا** ضع في جدول جميع القيم المحتملة من الأعداد الكلية لطول المستطيل وعرضه وجـــد مساحة كل زوج.

c. **بيانيًا** مثّل بيانيًا مساحة المستطيل بالنسبة إلى طوله.

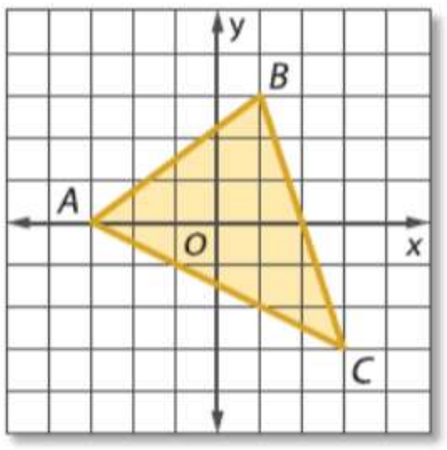
d. **لفظيًا** صف كيفية تغير مساحة المستطيل بتغير طوله.

e. **تحليليًا** لأي قيم الطول والعرض من الأعداد الكلية ستكون المساحة أكبر ما يكون؟ أقل ما يكون؟ اشرح تبريرك.

مسائل مهارات التفكير العليا

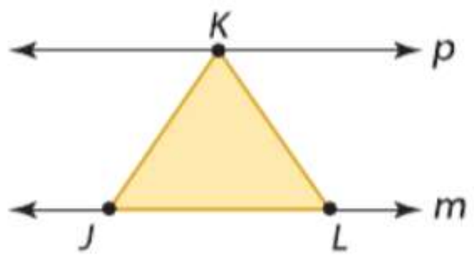
استخدام مهارات التفكير العليا

37. **تحدٍ** جـــد مساحة $\triangle ABC$ الممثل بيانيًا على اليسار. اشرح طريقتك.

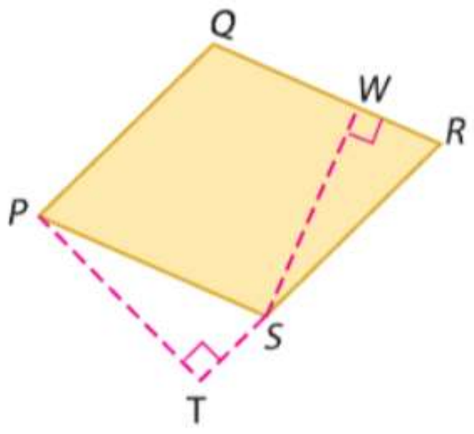


38. **فرضيات** هل سيكون محيط متوازي الأضلاع غير المستطيل *دائما* أم *أحيانًا* أم *لن* يكون *مطلقا* أكبر من محيط مستطيل بنفس المساحة والارتفاع؟ اشرح.

39. **الكتابة في الرياضيات** تقع النقطتان J وL على المستقيم m. وتقع النقطة K على المستقيم p. إذا علمت أن المستقيمين m و p متوازيان، فصف كيفية تغير مساحة $\triangle JKL$ بينما تتحرك K على طول المستقيم p.



40. **مسألة غير محددة الإجابة** مساحة مضلع 35 وحدة مربعة. الارتفاع 7 وحدات. ارسم ثلاثة مثلثات وثلاثة متوازيات أضلاع مختلفة تحقق المتطلبات. واذكر القاعدة والارتفاع بكل منها.

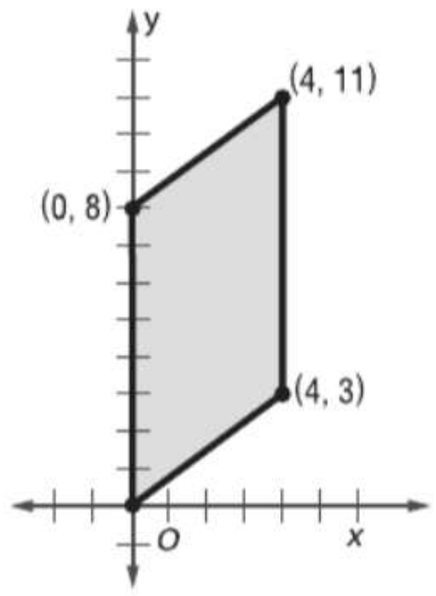


41. **الكتابة في الرياضيات** صف طريقتين مختلفتين لاستخدام القياس لإيجاد مساحة متوازي أضلاع $PQRS$.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

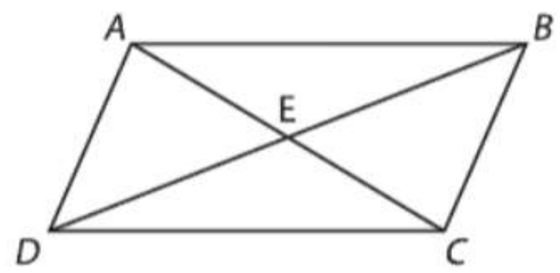
تدريب على الاختبارات المعيارية

42. ما المساحة بالوحدات المربعة لمتوازي الأضلاع الموضح؟



A 12
B 20
C 32
D 40

43. الإجابة الشبكية في متوازي الأضلاع $ABCD$، $\overline{BD}$ و $\overline{AC}$ يتقاطعان عند E. إذا علمت أن $AE = 9$ و $BE = 3x - 7$ و $DE = x + 5$. فجـــد x.



44. تم إنشاء منحدر للكراسي المتحركة بارتفاع 50 سم وطول 3.6 أمتار كما هو موضح. ما قياس الزاوية x التي يصنعها المنحدر مع الأرض، إلى أقرب درجة؟

ملاحظة: الرسم ليس للقياس.

F 8
G 16
H 37
J 53

45. SAT/ACT صيغة تحويل الدرجة المئوية إلى درجة فهرنهايت هي $F = \frac{9}{5}C + 32$، حيث تمثل F درجة فهرنهايت و C الدرجة المئوية. أي مما يلي الدرجة المئوية المكافئة لدرجة 86° فهرنهايت؟

A 15.7° C
B 30° C
C 65.5° C
D 122.8° C
E 186.8° C

مراجعة شاملة

حدد العينة والمجتمع الإحصائي لكل حالة. ثم صف إحصاء العينة ومَعلَمة المجتمع الإحصائي.

46. الملاهي تم سؤال عينة منتظمة من 250 ضيفًا عن مقدار المال الذي تم إنفاقه في أكشاك بيع الوجبات الخفيفة داخل الملاهي. وتم حساب متوسط المبلغ.

47. حفل التخرج تم إجراء استطلاع مع عينة عشوائية من 100 طالب في الصف الثاني عشر بمدرسة البراء بن عازب الثانوية، وحساب المتوسط الحسابي للمبلغ الذي تم إنفاقه على حفل التخرج لكل طالب.

جـــد معكوس كل دالة مما يلي.

48. $f(x) = 2x - 14$
49. $f(x) = 17 - 5x$
50. $f(x) = \frac{1}{4}x + 3$
51. $f(x) = -\frac{1}{7}x - 1$
52. $f(x) = \frac{2}{3}x + 6$
53. $f(x) = 12 - \frac{3}{5}x$

مراجعة المهارات

جـــد قيمة كل تعبير إذا كان $a = 2$ و $b = 6$ و $c = 3$.

54. $\frac{1}{2}ac$
55. $\frac{1}{2}cb$
56. $\frac{1}{2}b(2a + c)$
57. $\frac{1}{2}c(b + a)$
58. $\frac{1}{2}a(2c + b)$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

13 دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

تصنيف المثلثات (الدرس 1-13)

- يمكن تصنيف المثلثات حسب زواياها بأنها حادة أو منفرجة أو قائمة وحسب أضلاعها بأنها مختلفة الأضلاع أو متساوية الساقين أو متساوية الأضلاع.

زوايا المثلثات (الدرس 2-13)

- قياس الزاوية الخارجية يساوي مجموع قياس الزاويتين الداخليتين غير المجاورتين.

المثلثات المتطابقة (الدروس 3-13 و 4-13 و 5-13)

- SSS: إذا كانت كل الأضلاع المتناظرة في مثلثين متطابقة، فالمثلثان متطابقان.
- SAS: عند تطابق زوجين من الأضلاع المتناظرة في مثلثين والزاويتين المحصورتين بينهما، فالمثلثان متطابقان.
- ASA: عند تطابق زوجين من الزوايا المتناظرة في مثلثين والضلعين المحصورين بينهما، فالمثلثان متطابقان.
- AAS: عند تطابق زوجين من الزوايا المتناظرة في مثلثين وزوج مناظر من الأضلاع غير المحصورة، فالمثلثان متطابقان.

المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع (الدرس 6-13)

- زوايا قاعدة المثلث متساوي الساقين متطابقة ويكون المثلث متساوي الأضلاع إذا كان متساوي الزوايا.

التحويلات والبراهين الإحداثية (الدرسان 7-13 و 8-13)

- في تحويل التطابق، قد يختلف موضع الصورة عن الصورة الأصلية، لكن الشكلين يظلان متطابقين.
- البراهين الإحداثية تستخدم الجبر لإثبات المفاهيم الهندسية.

المطويات منظم الدراسة

تأكد من تدوين المفاهيم الأساسية في المطوية.

المفردات الأساسية

مثلث حاد acute triangle

خط مساعد auxiliary line

زوايا القاعدة base angles

قاعدة متوازي الأضلاع
base of a parallelogram

قاعدة المثلث
base of a triangle

تحويل التطابق
congruence transformation

مضلعات متطابقة
congruent polygons

البرهان الإحداثي
coordinate proof

نتيجة corollary

أجزاء متناظرة
corresponding parts

مثلث متساوي الزوايا
equiangular triangle

مثلث متساوي الأضلاع
equilateral triangle

زاوية خارجية exterior angle

البرهان التسلسلي flow proof

ارتفاع متوازي الأضلاع
height of a parallelogram

ارتفاع المثلث
height of a triangle

زاوية محصورة included angle

ضلع محصور included side

مثلث متساوي الساقين
isosceles triangle

مثلث منفرج الزاوية
obtuse triangle

الانعكاس reflection

زوايا داخلية غير مجاورة
remote interior angles

مثلث قائم الزاوية
right triangle

الدوران rotation

مثلث مختلف الأضلاع
scalene triangle

إزاحة translation

زاوية الرأس vertex angle

مراجعة المفردات

حدّد ما إذا كانت كل عبارة *صحيحة* أم *خاطئة*. إن كانت *خاطئة*، فاستبدل الكلمة أو العبارة التي تحتها خط لجعل الجملة صحيحة.

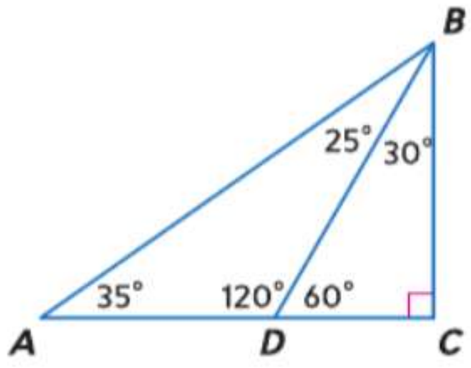
1. المثلث متساوي الزوايا مثال أيضا على المثلث حاد الزاوية.
2. المثلث الذي يحتوي على زاوية قياسها أكبر من 90° مثلث قائم الزاوية.
3. المثلث متساوي الأضلاع دائما ما يكون متساوي الزوايا.
4. يحتوي المثلث مختلف الأضلاع على ضلعين متطابقين على الأقل.
5. زوايا الرأس في المثلث متساوي الساقين تكون متطابقة.
6. الضلع المحصور هو الضلع الموجود بين زاويتين متتاليتين في مضلع.
7. الأنواع الثلاثة من تحويلات التطابق هي الدوران والانعكاس والإزاحة.
8. يؤدي الدوران إلى تحريك كل نقاط شكل ما للمسافة نفسها وفي الاتجاه نفسه.
9. البرهان التسلسلي يستخدم الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر لإثبات المفاهيم الهندسية.
10. قياس الزاوية الخارجية في مثلث يساوي مجموع قياسات زاويتيه الداخليتين غير المجاورتين.

McGraw-Hill Education مؤسسة للطبع والتأليف © محفوظة لها حقوق الطبع والتأليف

مراجعة درس بدرس

13-1 تصنيف المثلثات

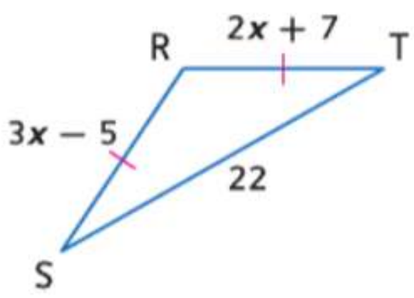
ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره *حاد الزاوية*، أو *متساوي الزوايا*، أو *منفرج الزاوية*، أو *قائم الزاوية*.



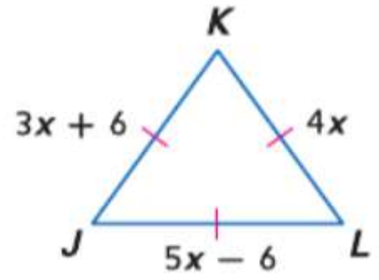
11. $\triangle ADB$
12. $\triangle BCD$
13. $\triangle ABC$

الجبر جـــد قيمة x وقياس الأضلاع المجهولة لكل مثلث.

14.



15.

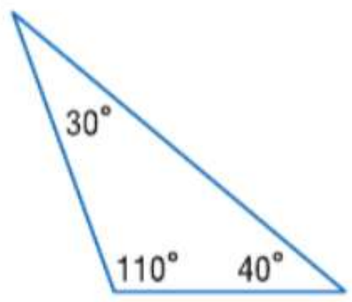


16. **الخرائط** المسافة من شيكاغو إلى كليفلاند إلى سينسيناتي ثم العودة إلى شيكاغو تبلغ 1,440 km. تزيد المسافة من شيكاغو إلى كليفلاند 80 km على المسافة من سينسيناتي إلى شيكاغو. وتقل المسافة من كليفلاند إلى سينسيناتي 80 km عن المسافة من سينسيناتي إلى شيكاغو. جـــد كل مسافة وضع تصنيفًا للمثلث المتشكل من المدن الثلاث.

مثال 1

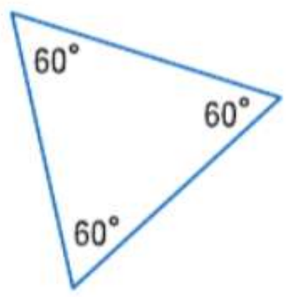
ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره *حاد الزاوية*، أو *متساوي الزوايا*، أو *منفرج الزاوية*، أو *قائم الزاوية*.

a.



بما أن المثلث يحتوي على زاوية منفرجة، فهو مثلث منفرج.

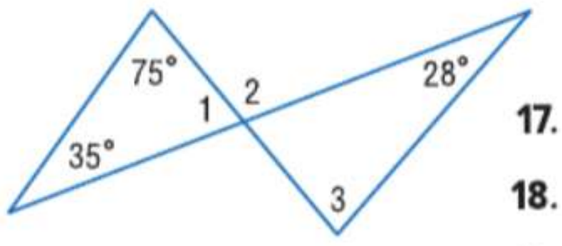
b.



يحتوي المثلث على ثلاث زاويا حادة تتساوى جميعها. إنه مثلث متساوي الزوايا.

13-2 زوايا المثلثات

جـــد قياس جميع الزوايا المرقمة.

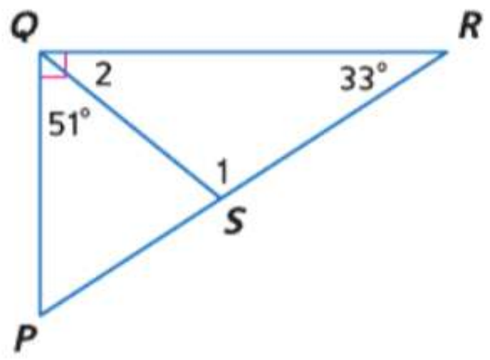


17. $\angle 1$
18. $\angle 2$
19. $\angle 3$

20. **المنازل** دعامة السقف في منزل عبد الكريم على شكل مثلث متساوي الساقين بزاويتي قاعدة بالقياس 38°. جـــد x.

مثال 2

جـــد قياس جميع الزوايا المرقمة.



$m\angle 2 + m\angle PQS = 90$

تعويض

$m\angle 2 + 51 = 90$

اطرح 51 من كل طرف.

$m\angle 2 = 39$

نظرية مجموع المثلث

$m\angle 1 + m\angle 2 + 33 = 180$

تعويض

$m\angle 1 + 39 + 33 = 180$

بسط.

$m\angle 1 + 72 = 180$

اطرح.

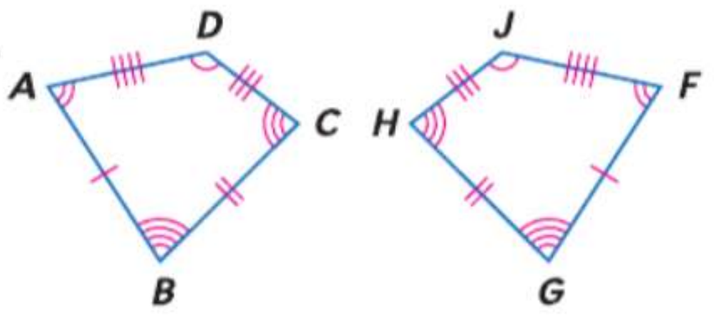
$m\angle 1 = 108$

McGraw-Hill Education مؤسسة للصالح والتأليف © محفوظة لصالح حقوق الطبع

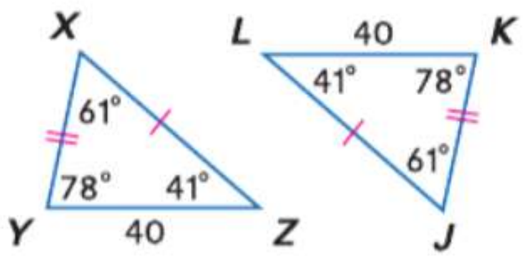
13-3 المثلثات المتطابقة

أثبت أن الشكلين المضلعين متطابقان عن طريق تحديد جميع الأجزاء المتناظرة المتطابقة. ثمّ اكتب جملة التطابق.

21.



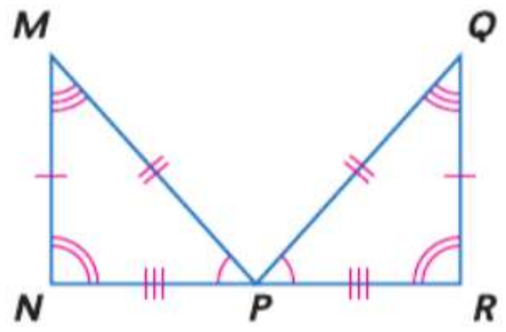
22.



23. **تركيب البلاط** موضح هنا جزء من تركيبة بلاط. عين المثلثات التي تبدو متطابقة.

مثال 3

أثبت أن الشكلين المضلعين متطابقان عن طريق تحديد جميع الأجزاء المتناظرة المتطابقة. ثمّ اكتب جملة التطابق.



الزوايا: $\angle N \cong \angle R, \angle M \cong \angle Q, \angle MPN \cong \angle QPR$

الأضلاع: $\overline{MN} \cong \overline{QR}, \overline{MP} \cong \overline{QP}, \overline{NP} \cong \overline{RP}$

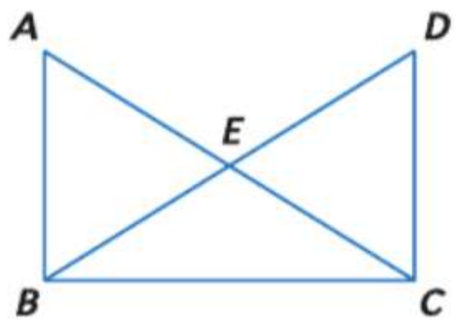
كل الأجزاء المتناظرة في المثلثين متطابقة. ولذلك، $\triangle MNP \cong \triangle QRP$.

13-4 إثبات تطابق المثلثات — تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)، تساوي ضلعين وزاوية (SAS)

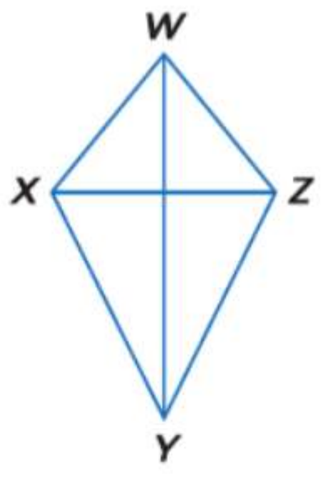
اكتب برهانا من عمودين.

24. **المعطيات:** $\overline{AB} \parallel \overline{DC}, \overline{AB} \cong \overline{DC}$

المطلوب: $\triangle ABE \cong \triangle CDE$



25. **الطائرات الورقية** طائرة عبد الله الورقية موضحة في الشكل على اليسار. إذا علمت أن $\overline{WY}$ ينصف $\angle XWZ$ و $\angle XYZ$. فأثبت أن $\triangle WXY \cong \triangle WZY$.

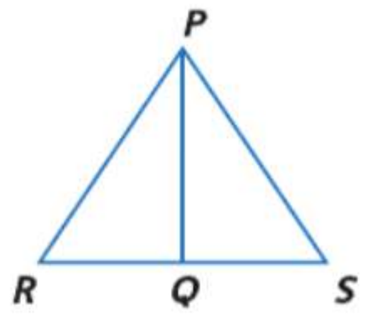


مثال 4

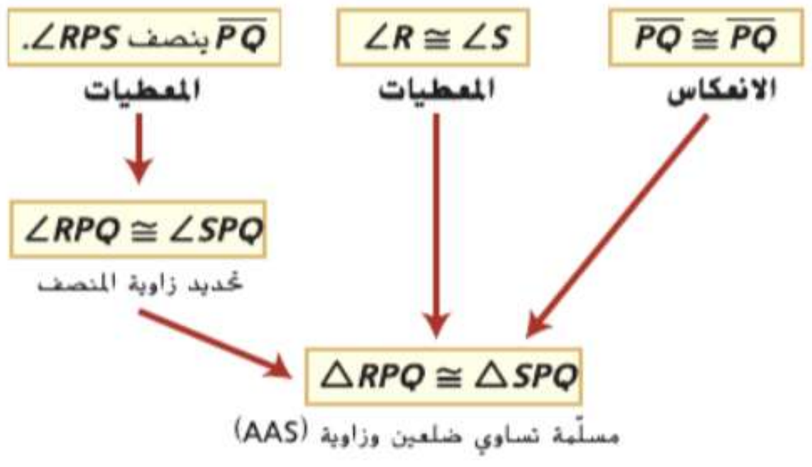
اكتب برهانا تسلسليًا.

المعطيات: $\overline{PQ}$ ينصف $\angle RPS$. $\angle R \cong \angle S$

المطلوب: $\triangle RPQ \cong \triangle SPQ$



البرهان التسلسلي:

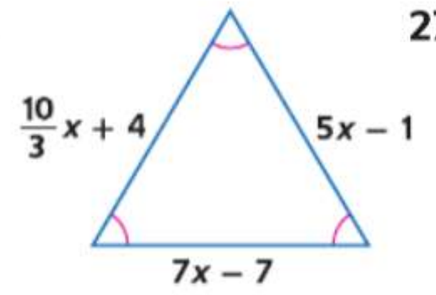


McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

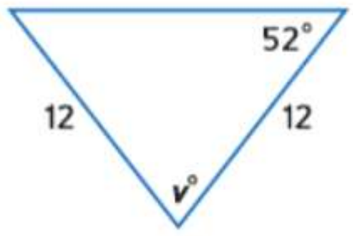
13-6 المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع

جـــد قيمة كل متغير.

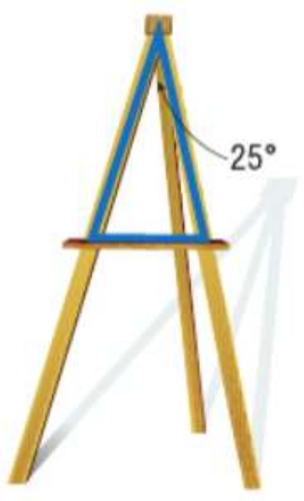
26.



27.

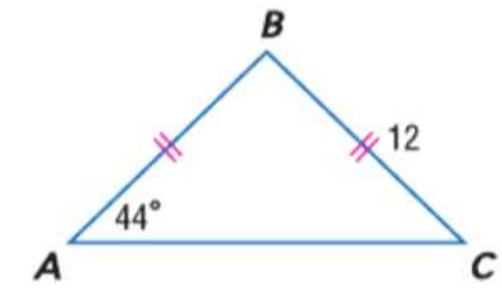


28. **الرسم** ترسم فوزية باستخدام حامل رسم خشبي. يشكل قضيب الدعم في الحامل مع الدعامتين الأماميتين مثلثا متساوي الساقين. وفقا للشكل أدناه، ما قياسا زاويتي القاعدة في المثلث؟



مثال 5

جـــد قياس كل مما يلي.



a. $m\angle B$

بما أن $AB = BC$, $\overline{AB} \cong \overline{BC}$. حسب نظرية المثلث متساوي الساقين، زاويتا القاعدة A و C متطابقتان، إذًا $m\angle A = m\angle C$. استخدم نظرية مجموع المثلث لكتابة معادلة وحلها لإيجاد $m\angle B$.

$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180$	نظرية مجموع المثلث
$44 + m\angle B + 44 = 180$	$m\angle A = m\angle C = 44$
$88 + m\angle B = 180$	بسط.
$m\angle B = 92$	اطرح.

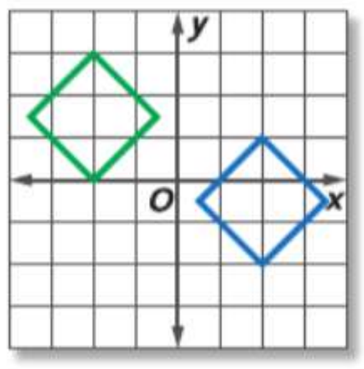
b. AB

$AB = BC$، إذًا $\triangle ABC$ متساوي الساقين. بما أن $BC = 12$، إذًا $AB = 12$ بالتعويض.

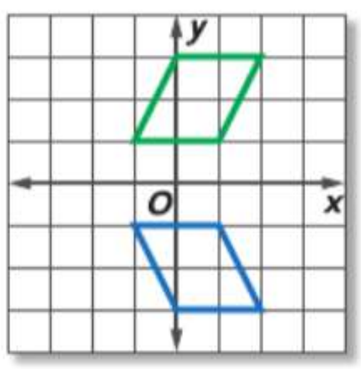
13-7 تحويلات التطابق

حدد نوع تحويل التطابق الظاهر باعتباره *انعكاسا*، أو تحويلاً، أو *دورانًا*.

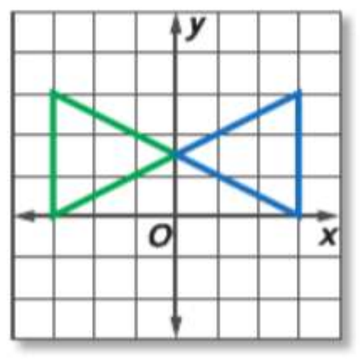
29.



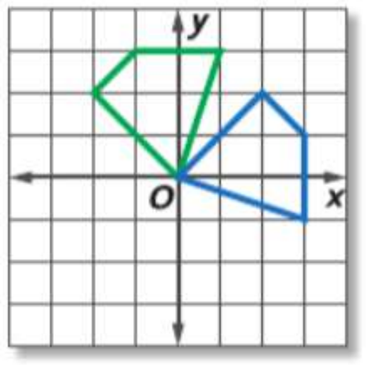
30.



31.



32.



33. المثلث ABC بالرؤوس $A(1, 1)$ و $B(2, 3)$ و $C(3, -1)$ هو تحويل للمثلث $\triangle MNO$ بالرؤوس $M(-1, 1)$ و $N(-2, 3)$ و $O(-3, -1)$. مثّل الشكل الأصلي وصورته بيانيًا. وحدد التحويل، وتحقق من أنه تحويل تطابق.

مثال 6

المثلث RST بالرؤوس $R(4, 1)$ و$S(2, 5)$ و $T(-1, 0)$ تحويل للمثلث $\triangle CDF$ بالرؤوس $C(1, -3)$ و $D(-1, 1)$ و $F(-4, -4)$. حدد التحويل، وتحقق من أنه تحويل تطابق.

مثّل بيانيًا كل شكل. التحويل يبدو إزاحة. جـــد أطوال أضلاع كل مثلث.

$$RS = \sqrt{(4-2)^2 + (1-5)^2} = \sqrt{20}$$

$$TS = \sqrt{(-1-2)^2 + (0-5)^2} = \sqrt{34}$$

$$RT = \sqrt{(-1-4)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{26}$$

$$CD = \sqrt{(-1-1)^2 + [1-(-3)]^2} = \sqrt{20}$$

$$DF = \sqrt{[-4-(-1)]^2 + (-4-1)^2} = \sqrt{34}$$

$$CF = \sqrt{(-4-1)^2 + [-4-(-3)]^2} = \sqrt{26}$$

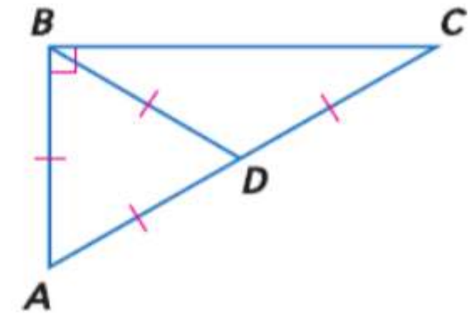
بما أن كل رأس في $\triangle CDF$ قد تعرض لتحويل بمقدار 3 وحدات لليمين و 4 وحدات لأعلى، فهذه إزاحة.

بما أن $RS = CD$، $TS = DF$، $RT = CF$. إذًا $\overline{RS} \cong \overline{CD}$, $\overline{TS} \cong \overline{DF}$ و $\overline{RT} \cong \overline{CF}$. حسب مسلّمة تطابق الأضلاع الثلاثة (SSS)، $\triangle RST \cong \triangle CDF$.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

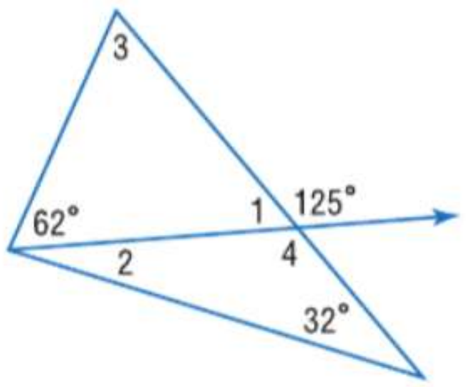
13 تدريب على الاختبار

ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره *حاد* الزاوية، أو *متساوي* الأضلاع، أو *منفرج* الزاوية، أو *قائم* الزاوية.



1. $\triangle ABD$
2. $\triangle ABC$
3. $\triangle BDC$

جـــد قياس جميع الزوايا المرقمة.



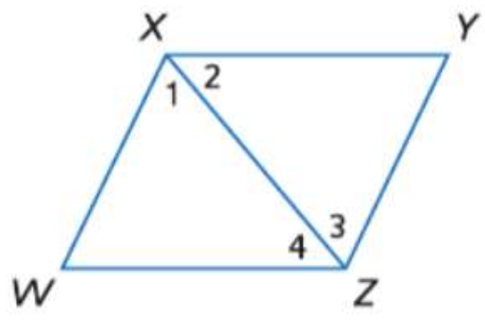
4. $\angle 1$
5. $\angle 2$
6. $\angle 3$
7. $\angle 4$

في الرسم التخطيطي، $\triangle XYZ \cong \triangle RST$.

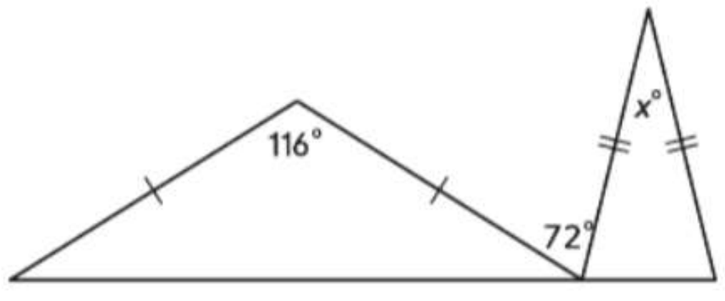
8. جـــد x.
9. جـــد y.
10. **البرهان** اكتب برهانا تسلسليًا.

المعطيات: $\overline{XY} \parallel \overline{WZ}$ and $\overline{XW} \parallel \overline{YZ}$

المطلوب: $\triangle XWZ \cong \triangle ZYX$



11. **الاختيار من متعدد** جـــد x.

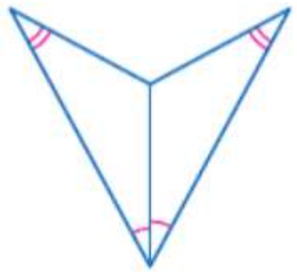


A 36
C 28
B 32
D 22

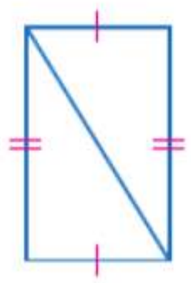
12. حدد ما إذا كان $\triangle SEK \cong \triangle TJD$ إذا علمت $T(-4, -2)$, $J(0, 5)$, $D(1, -1)$, $S(-1, 3)$, $E(3, 10)$, $K(4, 4)$. اشرح.

حدد المسلّمة التي يمكن استخدامها لإثبات تطابق كل زوج من المثلثات. وإذا لم يكن ممكنًا إثبات التطابق، فاكتب لا يمكن.

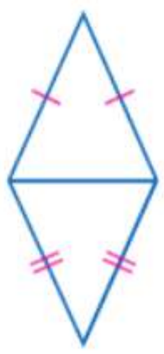
13.



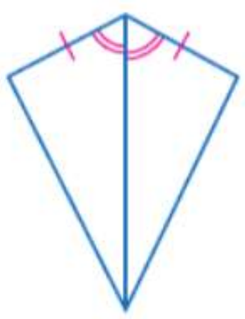
14.



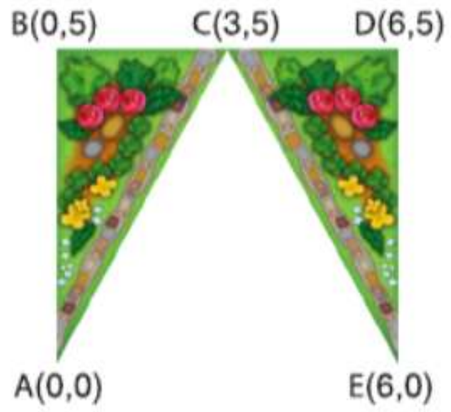
15.



16.

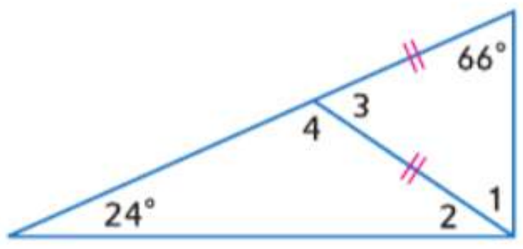


17. **المناظر الطبيعية** وضعت موزة تصميما لحديقة تتكون من منطقتين مثلثتين تم عرضهما أدناه. النقاط هي $A(0, 0)$ و$B(0, 5)$ و$C(3, 5)$ و $D(6, 5)$ و$E(6, 0)$. عيّن نوع تحويل التطابق للصورة الأصلية $\triangle ABC$ إلى $\triangle EDC$.



جـــد قياس جميع الزوايا المرقمة.

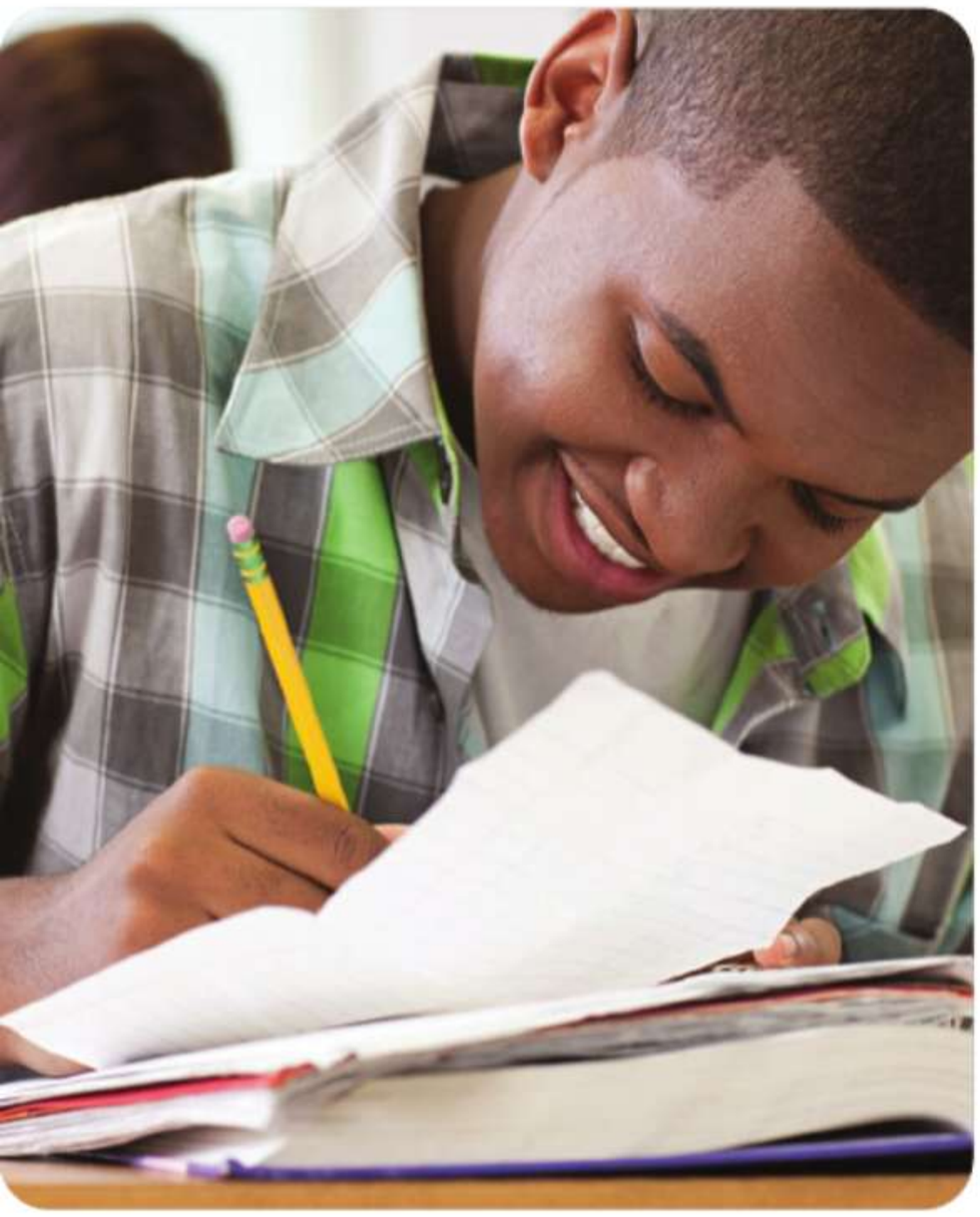
18. $\angle 1$
19. $\angle 2$



20. **البرهان** $\triangle ABC$ مثلث متساوي الساقين قائم الزاوية بالوتر $\overline{AB}$. M نقطة منتصف $\overline{AB}$. قم بكتابة برهان إحداثي لإثبات أن $\overline{CM}$ متعامد على $\overline{AB}$.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

13 التحضير للاختبارات المعيارية



الأسئلة ذات الإجابات القصيرة

تتطلب منك الأسئلة ذات الإجابات القصيرة أن تقدم حلاً للمسألة إلى جانب الطريقة و/أو التفسير و/أو التعليل المستخدم للوصول إلى الحل.

يتم تقويم الأسئلة ذات الإجابات القصيرة في العادة باستخدام **معيار**، أو دليل رصد الدرجات.

فيما يلي مثال على معيار رصد درجات سؤال قصير الإجابة.

معايير رصد الدرجات		
النقاط	المعايير	
2	الإجابة صحيحة ويتوفر تفسير كامل يوضح كل خطوة.	**الدرجة الكاملة**
1 1	• الإجابة صحيحة ولكن التفسير غير كامل. • الإجابة غير صحيحة ولكن التفسير صحيح.	**درجة جزئية**
0	إما أن الإجابة غير مذكورة أو غير منطقية.	**بدون درجة**

إستراتيجيات حل الأسئلة ذات الإجابات القصيرة

الخطوة 1

اقرأ المسألة لتصل إلى فهم ما تحاول حله.

- حدد الحقائق ذات الصلة.
- ابحث عن الكلمات الأساسية ومصطلحات الرياضيات.

الخطوة 2

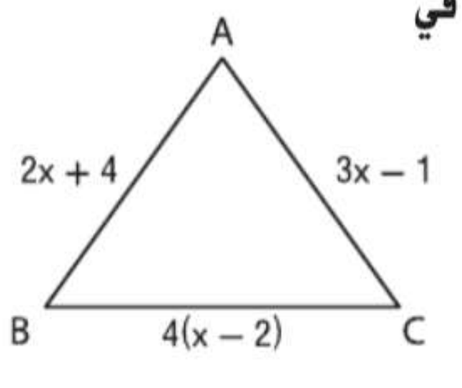
ضع خطة وجـــد حل المسألة.

- اشرح تبريرك أو اذكر أسلوبك لحل المسألة.
- اعرض كل عملك أو خطواتك.
- تحقق من إجابتك إذا سمح الوقت.

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. وحدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها. واكتب الحلّ هنا.

المثلث ABC متساوي الساقين وقاعدته هي $\overline{BC}$. ما محيط المثلث؟



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

اقرأ المسألة بعناية. علمت أن المثلث $\triangle ABC$ متساوي الساقين وقاعدته هي $\overline{BC}$. مطلوب منك إيجاد محيط المثلث.

ضع خطة وجـــد حل المسألة.

ساقا المثلث متساوي الساقين متطابقان.
إذًا، $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ أو $AB = AC$. حل لإيجاد x.

$$\begin{aligned} AB &= AC \\ 2x + 4 &= 3x - 1 \\ 2x - 3x &= -1 - 4 \\ -x &= -5 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

ثم جـــد طول كل ضلع.

وحدة $BA = 4 + (5)2 = 41$

وحدة $AC = 3(5) - 1 = 14$

وحدة $BC = 4(5 - 2) = 12$

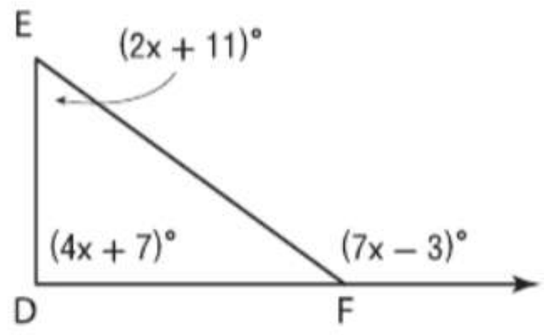
محيط $\triangle ABC$ يساوي وحدة $40 = 12 + 14 + 14$.

تم بوضوح ذكر الخطوات والحسابات والتبرير. وقد توصل الطالب أيضا إلى الإجابة الصحيحة. إذًا، تستحق هذه الإجابة النقطتين بالكامل.

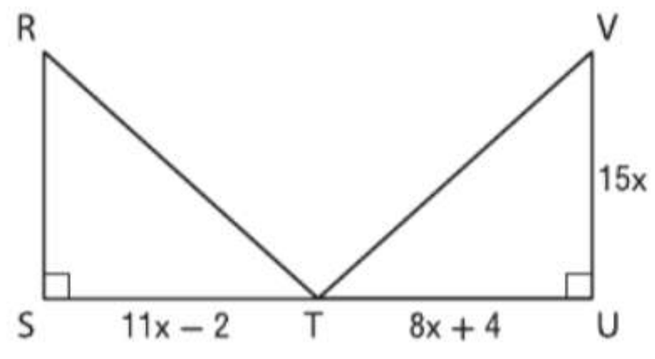
التمارين

اقرأ كل مسألة. وحدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها. واكتب الحلّ هنا.

1. صنّف $\triangle DEF$ وفقًا لقياسات زواياه.

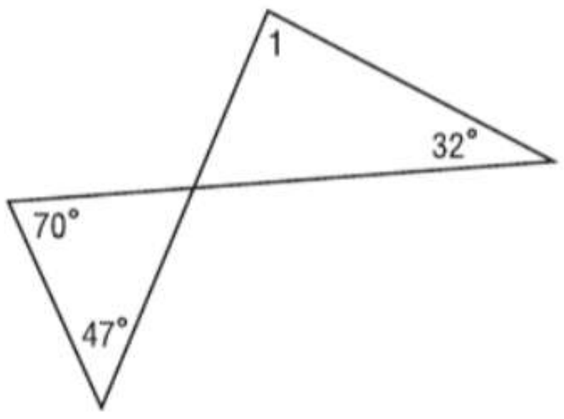


2. في الشكل أدناه، $\triangle VUT \cong \triangle RST$. ما مساحة $\triangle RST$؟



3. يريد مزارع تجهيز حظيرة للدجاج على شكل مستطيل مساحته $6\ m^2$. ويريد أن يوفر المال بشراء أقل قدر ممكن من السياج لإحاطة المساحة. فما الأبعاد بأعداد كلية والتي ستتطلب أقل كمية من السياج؟

4. ما قياس $m\angle 1$ بالدرجات؟



5. اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين $(2, 4)$ و $(0, -2)$.

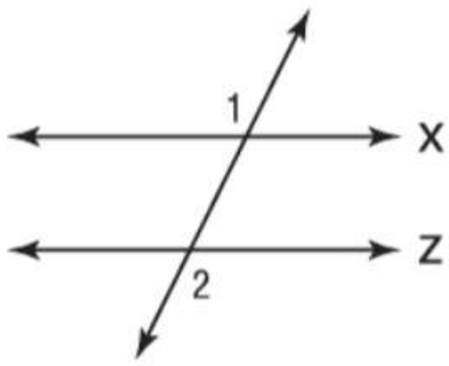
McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح محفوظة © والتأليف الطبع حقوق

13 تدريب على الاختبارات المعيارية

الاختيار من متعدّد

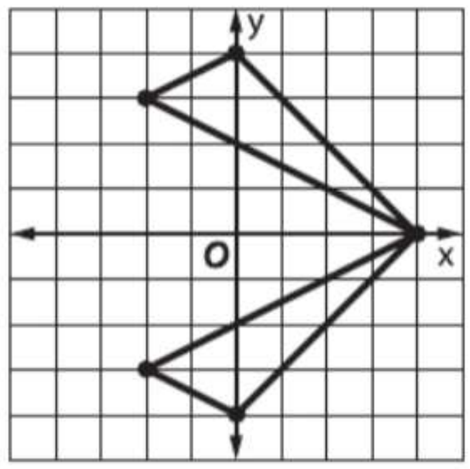
اقرأ كل سؤال، ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي يقدمها لك معلمك أو في أي ورقة أخرى.

1. إذا كانت $m\angle 1 = 110°$. فما القياس الذي يجب أن تبلغه $m\angle 2$ ليكون الخطان المستقيمان X و Z متوازيين؟



A 30° **B** 60° **C** 70° **D** 110°

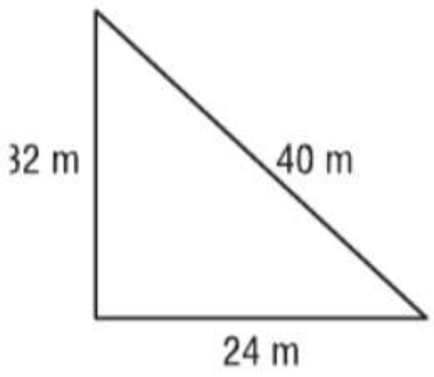
2. أي من المصطلحات التالية يمثل الوصف الأمثل للتحويل أدناه؟



F التمديد **H** الدوران

G الانعكاس **J** الإزاحة

3. ضع تصنيفًا للمثلث أدناه وفقًا لأطوال أضلاعه.



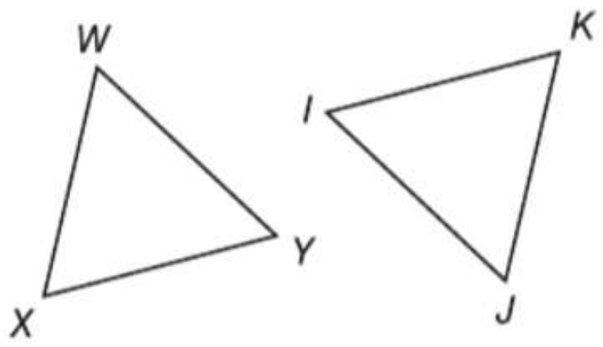
A متساوي الأضلاع **C** قائم الزاوية

B متساوي الساقين **D** مختلف الأضلاع

نصيحة عند حل الاختبار

السؤال 3 اقرأ نص المسألة بعناية للتأكد من أنك تختار الإجابة الصحيحة.

4. **المعطيات:** $\overline{WX} \cong \overline{JK}, \overline{YX} \cong \overline{IK}, \angle X \cong \angle K$



أي مما يلي يذكر التطابق الصحيح للمثلثين؟

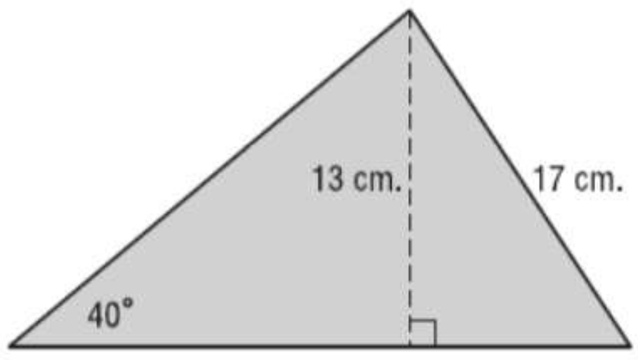
F $\triangle WXY \cong \triangle KIJ$

G $\triangle WXY \cong \triangle IKJ$

H $\triangle WXY \cong \triangle JKI$

J $\triangle WXY \cong \triangle IJK$

5. ما مساحة المثلث أدناه؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.



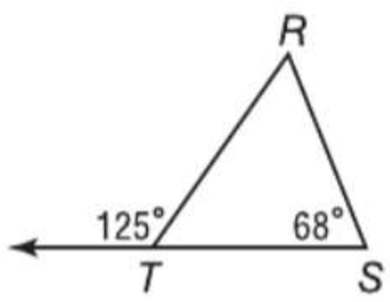
A 110.5 cm^2

B 144.2 cm^2

C 164.5 cm^2

D 171.9 cm^2

6. ما قياس الزاوية R أدناه؟



F 57° **G** 59° **H** 65° **J** 68°

7. افترض أن إحدى زاويتي القاعدة في مثلث متساوي الساقين بقياس **44°**. فما قياس زاوية الرأس؟

A 108° **C** 56°

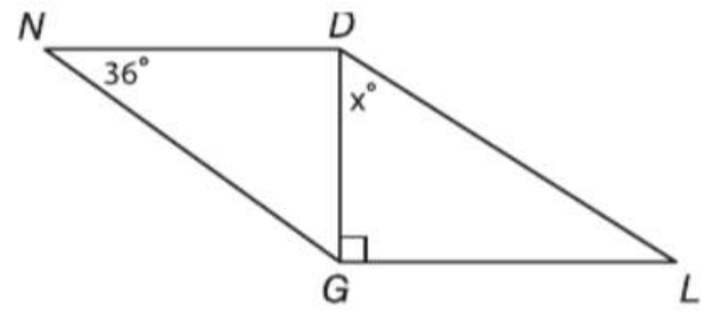
B 92° **D** 44°

McGraw-Hill Education مؤسسة حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح

الإجابة القصيرة/الإجابة الشبكية

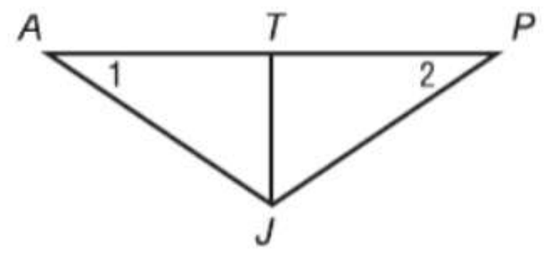
اكتب الإجابات في ورقة الإجابة التي قدمها إليك المعلم أو في ورقة أخرى.

8. الإجابة الشبكية في الشكل أدناه، $\triangle NDG \cong \triangle LGD$. ما قيمة x؟



9. الإجابة الشبكية افترض أن المستقيم ℓ يحتوي على النقاط A و B و C. إذا علمت أن $AB = 7$ سم و $AC = 32$ سم، والنقطة B بين النقطتين A و C، فما طول $\overline{BC}$؟ اكتب الإجابة بالسنتيمتر.

10. استخدم الشكل والمعلومات المذكورة أدناه.

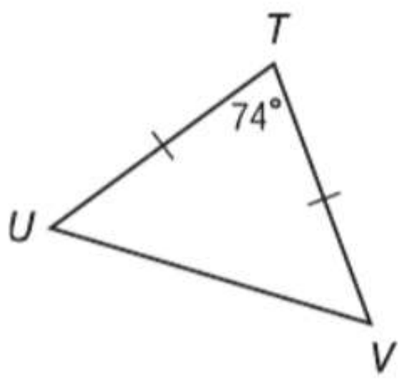


المعطيات: $\overline{JT} \perp \overline{AP}$
$\angle 1 \cong \angle 2$

ما نظرية التطابق التي يمكنك استخدامها لإثبات أن $\triangle PTJ \cong \triangle ATJ$ فقط باستخدام المعطيات؟ اشرح.

11. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع تمثل المستقيم المار بالنقطتين $(0, 3)$ و $(4, -5)$.

12. الإجابة الشبكية جد $m\angle TUV$ في الشكل.



13. افترض أن ضلعين في المثلث ABC متطابقان مع ضلعين في المثلث MNO. افترض أيضا أن إحدى الزوايا غير المحصورة في $\triangle ABC$ متطابقة مع إحدى الزوايا غير المحصورة في $\triangle MNO$. هل المثلثان متطابقان؟ إذا كانا كذلك، فاكتب برهانًا حرًّا يوضح التطابق. وإذا لم يكونا كذلك، فارسم مثالاً مضادًا.

الإجابة الموسعة

دوّن إجاباتك على ورقة. واكتب الحل هنا.

14. استخدم شبكة إحداثيات لكتابة برهان إحداثي للعبارة التالية.

إذا كانت رؤوس المثلث هي $A(0, 0)$ و $B(2a, b)$ و $C(4a, 0)$. فإن المثلث متساوي الساقين.

a. ارسم الرؤوس على شبكة إحداثيات لتمثيل المسألة.

b. استخدم قانون المسافة لكتابة تعبير AB

c. استخدم قانون المسافة لكتابة تعبير BC.

d. استخدم النتائج من الجزأين b و c لوضع استنتاج بشأن $\triangle ABC$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

كتيب الطالب

الرموز والصيغ والمفاهيم الأساسية

الرموز EM-1

القياسات EM-2

العمليات والعلاقات الحسابية EM-3

الصيغ والمفاهيم الجبرية EM-3

الصيغ والمفاهيم الهندسية EM-5

الدوال والمتطابقات المثلثية EM-6

الدوال الأصلية والعمليات الحسابية على الدوال EM-7

النهايات والتفاضل والتكامل EM-7

الصيغ والمفاهيم الاحصائية EM-8

Chapter Sourced From: EM. End Matter/Glossary, from Integrated Math I © 2012 McGraw-Hill Education

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

الرموز

الجبر

$\neq$	لا يساوي
$\approx$	تقريبًا يساوي
$\sim$	يشابه
$>, \geq$	أكبر من، أكبر من أو يساوي
$<, \leq$	أصغر من، أصغر من أو يساوي
$-a$	معكوس a أو المعكوس الجمعي لـ a
$\lvert a \rvert$	القيمة المطلقة لـ a
$\sqrt{a}$	الجذر التربيعي الأساسي لـ a
$a : b$	نسبة a إلى b
(x, y)	زوج مرتّب
(x, y, z)	مجموعة مرتبة ثلاثية العناصر (ثلاثي مُرتب)
i	الوحدة التخيلية
$b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$	الجذر النوني لـ b
$\mathbb{Q}$	الأعداد النسبية
$\mathbb{I}$	الأعداد غير النسبية
$\mathbb{Z}$	الأعداد الصحيحة
$\mathbb{W}$	الأعداد الكاملة
$\mathbb{N}$	الأعداد الطبيعية
∞	ما لا نهاية
$-\infty$	سالب ما لا نهاية
[ ]	تتضمن الأطراف
( )	لا تتضمن الأطراف
$\log_b x$	لوغاريتم x للأساس b
$\log x$	اللوغاريتم العادي لـ x
$\ln x$	اللوغاريتم الطبيعي لـ x
ω	أوميجا، السرعة الزاويّة
α	ألفا، قياس الزاوية
β	بيتا، قياس الزاوية
γ	جاما، قياس الزاوية
θ	ثيتا، قياس الزاوية
λ	لامدا، طول الموجة
ϕ	فاي، قياس الزاوية
$\mathbf{a}$	متجه a
$\lvert \mathbf{a} \rvert$	طول المتجه a

المجموعات والمنطق

$\in$	ينتمي إلى
$\subset$	مجموعة جزئية من
$\cap$	تقاطع
$\cup$	اتحاد
$\varnothing$	المجموعة الخالية
$\sim p$	نفي p، ليس p
$p \wedge q$	ربط p و q
$p \vee q$	فصل p أو q
$p \longrightarrow q$	العبارة الشرطية، إذا كان p فإن q
$p \longleftrightarrow q$	العبارة ثنائية الشرط، p إذا وفقط إذا q

الهندسة

$\angle$	زاوية
$\triangle$	مثلث
$^\circ$	درجة
π	باي pi
$\measuredangle$	درجات
$m\angle A$	قياس $\angle A$
$\overleftrightarrow{AB}$	مستقيم يحتوي على النقطتين A وB
$\overline{AB}$	مستقيم نقطتاه الطرفيتان A و B
$\overrightarrow{AB}$	الشعاع من النقطة A الى النقطة B
AB	قياس $\overline{AB}$، المسافة بين A وB
$\parallel$	يوازي
$\nparallel$	لا يوازي
$\perp$	متعامد على
$\triangle$	مثلث
$\square$	متوازي أضلاع
n-gon	مضلع عدد أضلاعه n
$\vec{a}$	متجه a
$\overrightarrow{AB}$	المتجه من A إلى B
$\lvert \overrightarrow{AB} \rvert$	مقدار متجه من A إلى B
A'	صورة الصورة الأصلية A
$\rightarrow$	موضوع على
$\odot A$	دائرة مركزها A
$\overset{\frown}{AB}$	قوس أصغر نقطتاه الطرفيتان A وB
$\overset{\frown}{ABC}$	قوس أكبر نقطتاه الطرفيتان A وC
$m\overset{\frown}{AB}$	قياس درجة القوس AB

حساب المثلثات

$\sin x$	جيب الزاوية x
$\cos x$	جيب تمام الزاوية x
$\tan x$	ظل الزاوية x
$\sin^{-1} x$	Arcsin x
$\cos^{-1} x$	Arccos x
$\tan^{-1} x$	Arctan x

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الرموز

الدوال

$f(x)$	f لـ x، قيمة f لـ x
$f(x) = \begin{cases} \end{cases}$	دالة متعددة التعريف
$f(x) = \lvert x \rvert$	دالة القيمة المطلقة
$f(x) = [\![x]\!]$	دالة أكبر عدد صحيح ليس أكبر من x
$f(x, y)$	f لـ x و y، دالة متغيراها x وy
$[f \circ g](x)$	f لـ g لـ x، تركيب الدالتين f وg
$f^{-1}(x)$	معكوس $f(x)$

النهايات والتفاضل والتكامل

$\lim_{x \to c}$	النهاية عندما تقترب x من c
m_{sec}	ميل القاطع
$f'(x)$	مشتقة الدالة $f(x)$
Δ	دلتا، أو مقدار التغيير
$\int$	تكامل غير محدود
$\int_a^b$	تكامل محدود
$F(x)$	مشتقة عكسية للدالة $f(x)$

الاحصاء والاحتمالات

$P(a)$	احتمال a
$P(n, r)$ أو ${}_nP_r$	تباديل n من العناصر مأخوذ منها r عنصر في كل مرة
$C(n, r)$ أو ${}_nC_r$	توافيق n من العناصر مأخوذ منها r عنصر في كل مرة
$P(A)$	احتمال A
$P(A\|B)$	احتمال A إذا علمت أن B حدث بالفعل
$n!$	مضروب العدد n (حيث n عدد طبيعي)
$\sum$	سيجما، رمز المجموع
μ	متوسط مجتمع إحصائي
σ	الانحراف المعياري لمجتمع إحصائي
σ^2	تباين المجتمع الإحصائي
s	الانحراف المعياري لعينة
s^2	تباين العينة
$\sum_{n=1}^{k}$	مجموع من n = 1 إلى k
$\overline{x}$	متوسط x ، متوسط العينة
H_0	فرضية العدم
H_a	الفرضية البديلة

القياسات

مِتري	عُرفي
الطول	
1 كيلومتر (km) = 1000 متر (m)	1 ميل (mi) = 1760 ياردة (yd)
1 متر = 100 سنتيمتر (cm)	1 ميل = 5280 قدما (ft)
1 سنتيمتر = 10 ملليمتر (mm)	1 ياردة = 3 أقدام
	1 قدم = 12 بوصة (in)
	1 ياردة = 36 بوصة
الحجم والسعة	
1 لتر (L) = 1000 ملليلتر (mL)	1 جالون (gal) = 4 أرباع (qt)
1 كيلولتر (kL) = 1000 لتر	1 جالون = 128 أونصة سائلة (fl oz)
	1 كوارت = 2 باينت (pt)
	1 باينت = 2 كوب (c)
	1 كوب = 8 أونصات سائلة
الوزن والكتلة	
1 كيلوجرام (kg) = 1000 جرام (g)	1 طن (T) = 2000 رطل (lb)
1 جرام = 1000 ملليجرام (mg)	1 رطل = 16 أونصة (oz)
1 طن متري (t) = 1000 كيلوجرام	

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

العمليات والعلاقات الحسابية

المحايد	لأي عدد a، يكون $a + 0 = 0 + a = a$ و $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$.
التعويض (=)	إذا كان $a = b$، يمكن التعويض عن a باستخدام b.
الانعكاس (=)	$a = a$
التماثل (=)	إذا كان $a = b$، فإن $b = a$.
التعدي (=)	إذا كان $a = b$ و $b = c$، فإن $a = c$.
التبديل	لأي عددين a و b، $a + b = b + a$ و $a \cdot b = b \cdot a$.
التجميع	لأي أعداد a و b و c، $(a + b) + c = a + (b + c)$ و $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.
التوزيع	لأي أعداد a و b و c، $a(b + c) = ab + ac$ و $a(b - c) = ab - ac$.
المعكوس الجمعي	لأي عدد a، يوجد عدد واحد فقط $-a$ بحيث $a + (-a) = 0$.
المعكوس الضربي	لأي عدد $\frac{a}{b}$، حيث $a \neq 0$ و $b \neq 0$ ، يوجد عدد واحد فقط $\frac{b}{a}$ بحيث $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$.
الضرب (0)	لأي عدد a، يكون $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$.
الجمع (=)	لأي أعداد a و b و c، إذا كان $a = b$، فإن $a + c = b + c$.
الطرح (=)	لأي أعداد a و b و c، إذا كان $a = b$، فإن $a - c = b - c$.
الضرب والقسمة (=)	لأي أعداد a و b و c، حيث $c \neq 0$، إذا كان $a = b$، فإن $ac = bc$ و $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.
الجمع (<)*	لأي أعداد a و b و c،إذا كان $a > b$، فإن $a + c > b + c$.
الطرح (<)*	لأي أعداد a و b و c، إذا كان $a > b$، فإن $a - c > b - c$.
الضرب والقسمة (<)*	لأي أعداد a و b و c، 1. إذا كان $a > b$ و $c > 0$، فإن $ac > bc$ و $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$. 2. إذا كان $a > b$ و $c < 0$، فإن $ac < bc$ و $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.
ناتج الضرب الصفري	لأي عددين حقيقيين a و b. إذا كان $ab = 0$، فإن $a = 0$ أو $b = 0$ أو a و b كلاهما 0.

* تنطبق هذه الخواص كذلك على $<$ و $\geq$ و $\leq$.

الصيغ والمفاهيم الجبرية

المصفوفات

الجمع	$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{bmatrix}$	**الضرب في كمية عددية**	$k\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{bmatrix}$
الطرح	$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-e & b-f \\ c-g & d-h \end{bmatrix}$	**الضرب**	$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{bmatrix}$

كثيرات الحدود

القانون العام	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, a \neq 0$	**مربع فرق**	$(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$ $= a^2 - 2ab + b^2$
مربع مجموع	$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$ $= a^2 + 2ab + b^2$	**ناتج ضرب مجموع وفرق**	$(a+b)(a-b) = (a-b)(a+b)$ $= a^2 - b^2$

اللوغاريتمات

خاصية الضرب	$\log_x ab = \log_x a + \log_x b$	**خاصية الأس الثابت**	$\log_b m^p = p \log_b m$
خاصية القسمة	$\log_x \frac{a}{b} = \log_x a - \log_x b, b \neq 0$	**تغيير الأساس**	$\log_a n = \frac{\log_b n}{\log_b a}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الصيغ والمفاهيم الجبرية

الدوال الأسيّة واللوغاريتمية

المرابحة المركبة	$A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$	**النمو أو الاضمحلال الأسيّ**	$N = N_0(1 + r)^t$
النمو المركب المستمر	$A = Pe^{rt}$	**النمو أو الاضمحلال الأسيّ المستمر**	$N = N_0e^{kt}$
خاصية الضرب	$\log_b xy = \log_b x + \log_b y$	**خاصية القوة**	$\log_b x^p = p \log_b x$
خاصية القسمة	$\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$	**خاصية تغيير الاساس**	$\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

المتتاليات والمتسلسلات

الحد النوني لمتتالية حسابية	$a_n = a_1 + (n - 1)d$	**الحد النوني لمتتالية هندسية**	$a_n = a_1r^{n-1}$
مجموع متسلسلة حسابية	$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)$ أو $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n - 1)d]$	**مجموع متسلسلة هندسية**	$S_n = \frac{a_1 - a_1r^n}{1 - r}$ أو $S_n = \frac{a_1 - a_nr}{1 - r}, r \neq 1$
مجموع متسلسلة هندسية لانهائية	$S = \frac{a_1}{1 - r}, \lvert r \rvert < 1$	**صيغة أويلر**	$e^{i\theta} = \cos\theta + i \sin\theta$
متسلسلة القوة	$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots$	**المتسلسلة الأسيّة**	$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$
نظرية ذات الحدين	$(a + b)^n = {}_nC_0\, a^nb^0 + {}_nC_1\, a^{n-1}b^1 + {}_nC_2\, a^{n-2}b^2 + \cdots + {}_nC_r\, a^{n-r}b^r + \cdots + {}_nC_n\, a^0b^n$		
متسلسلة القوة للجيب وجيب وجيب التمام	$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots$ $\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots$		

المتجهات

الجمع في المستوى	$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \langle a_1 + b_1, a_2 + b_2 \rangle$	**الجمع في الفضاء**	$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \langle a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3 \rangle$
الطرح في المستوى	$\mathbf{a} - \mathbf{b} = \langle a_1 - b_1, a_2 - b_2 \rangle$	**الطرح في الفضاء**	$\mathbf{a} - \mathbf{b} = \mathbf{a} + (-\mathbf{b}) = \langle a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3 \rangle$
الضرب القياسي في المستوى	$k\mathbf{a} = \langle ka_1, ka_2 \rangle$	**الضرب القياسي في الفضاء**	$k\mathbf{a} = \langle ka_1, ka_2, ka_3 \rangle$
الضرب النقطي في المستوى	$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1b_1 + a_2b_2$	**الضرب النقطي في الفضاء**	$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$
الزاوية بين متجهين	$\cos\theta = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{\lvert\mathbf{a}\rvert\lvert\mathbf{b}\rvert}$	**مسقط u على v**	$\text{proj}_{\mathbf{v}}\mathbf{u} = \left(\frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\lvert\mathbf{v}\rvert^2}\right)\mathbf{v}$
طول المتجه	$\lvert\mathbf{v}\rvert = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	**الضرب القياسي لثلاثة متجهات**	$\mathbf{t} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \begin{vmatrix} t_1 & t_2 & t_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$

معادلة المستقيم في المستوى الإحداثي

صيغة الميل والمقطع	$y = mx + b$
صيغة النقطة والميل	$y - y_1 = m(x - x_1)$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

الصيغ والمفاهيم الجبرية

القطوع المخروطيّة

قطع مكافئ	$(x-h)^2 = 4p(y-k)$ أو $(y-k)^2 = 4p(x-h)$	**دائرة**	$x^2 + y^2 = r^2$ أو $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$
قطع ناقص	$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ أو $\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$	**قطع زائد**	$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ أو $\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$
الدوران المحوري للقطوع المخروطيّة	$x' = x\cos\theta + y\sin\theta$ و $y' = y\cos\theta - x\sin\theta$		

المعادلات الوسيطيّة

الموقع العمودي	$y = tv_0\sin\theta - \frac{1}{2}gt^2 + h_0$	**المسافة الأفقية**	$x = tv_0\cos\theta$

الاعداد المُركبة

صيغة الضرب	$z_1z_2 = r_1r_2[\cos(\theta_1+\theta_2) + i\sin(\theta_1+\theta_2)]$	**صيغة القسمة**	$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}[\cos(\theta_1-\theta_2) + i\sin(\theta_1-\theta_2)]$
صيغة الجذور المختلفة	$r^{\frac{1}{p}}\left(\cos\frac{\theta+2n\pi}{p} + i\sin\frac{\theta+2n\pi}{p}\right)$	**نظرية ديموافر**	$z^n = [r(\cos\theta + i\sin\theta)]^n$ أو $r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$

الصيغ والمفاهيم الهندسية

الهندسة الإحداثية

الميل	$m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}, x_2 \neq x_1$	**المسافة على خط الأعداد**	$d = \lvert a-b\rvert$
المسافة بين نقطتين في المستوى	$d = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$	**طول القوس**	$\ell = \frac{x}{360}\cdot 2\pi r$
نقطة المنتصف في المستوى الاحداثي	$M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$	**نقطة المنتصف على خط الأعداد**	$M = \frac{a+b}{2}$
نقطة المنتصف في الفضاء	$M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}, \frac{z_1+z_2}{2}\right)$	**نظرية فيثاغورس**	$a^2 + b^2 = c^2$

المحيط

مربع	$P = 4s$	**مستطيل**	$P = 2\ell + 2w$	**دائرة**	$C = \pi d$ أو $C = 2\pi r$

مساحة السطح الجانبية

منشور	$L = Ph$	**هرم**	$L = \frac{1}{2}P\ell$
إسطوانة	$L = 2\pi rh$	**مخروط**	$L = \pi r\ell$

مساحة السطح الكلية

منشور	$S = Ph + 2B$	**مخروط**	$S = \pi r\ell + \pi r^2$	**إسطوانة**	$S = 2\pi rh + 2\pi r^2$
هرم	$S = \frac{1}{2}P\ell + B$	**كرة**	$S = 4\pi r^2$	**مكعب**	$S = 6s^2$

الحجم

منشور	$V = Bh$	**مخروط**	$V = \frac{1}{3}\pi r^2h^2$	**إسطوانة**	$V = \pi r^2h$
هرم	$V = \frac{1}{3}Bh$	**كرة**	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$	**مكعب**	$V = s^3$
متوازي مستطيلات	$V = \ell wh$				

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

الدوال والمتطابقات المثلثية

الدوال المثلثية			
النسب المثلثية	$\sin\theta = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$	$\cos\theta = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$	$\tan\theta = \frac{\text{opp}}{\text{adj}} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$
	$\sec\theta = \frac{\text{hyp}}{\text{adj}} = \frac{1}{\cos\theta}$	$\csc\theta = \frac{\text{hyp}}{\text{opp}} = \frac{1}{\sin\theta}$	$\cot\theta = \frac{\text{adj}}{\text{opp}} = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$
قانون جيوب التمام	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$	$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$	$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$
قانون الجيوب	$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$	صيغة هيرون	$\text{Area} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
السرعة الخطية	$v = \frac{s}{t}$	السرعة الزاويّة	$\omega = \frac{\theta}{t}$

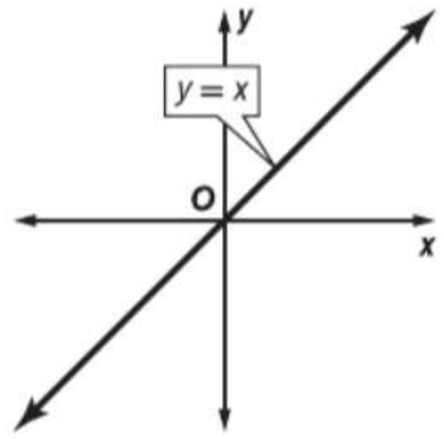
المتطابقات المثلثية			
متطابقات المقلوب	$\sin\theta = \frac{1}{\csc\theta}$	$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$	$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$
	$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$	$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$	$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$
متطابقات فيثاغورس	$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$	$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$	$\cot^2\theta + 1 = \csc^2\theta$
متطابقات المتممات	$\sin\theta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$	$\tan\theta = \cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$	$\sec\theta = \csc\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$
	$\cos\theta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$	$\cot\theta = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$	$\csc\theta = \sec\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$
متطابقات الفردي والزوجي	$\sin(-\theta) = -\sin\theta$	$\cos(-\theta) = \cos\theta$	$\tan(-\theta) = -\tan\theta$
	$\csc(-\theta) = -\csc\theta$	$\sec(-\theta) = \sec\theta$	$\cot(-\theta) = -\cot\theta$
متطابقات المجموع والفرق	$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$		$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$
	$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$		$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$
	$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$		$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta}$
متطابقات ضعف الزاوية	$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$	$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$	$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$
	$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$	$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$	
متطابقات تخفيض الأس	$\sin^2\theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$	$\cos^2\theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$	$\tan^2\theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{1 + \cos 2\theta}$
متطابقات نصف الزاوية	$\sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 - \cos\theta}{2}}$	$\cos\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 + \cos\theta}{2}}$	
	$\tan\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta}}$	$\tan\frac{\theta}{2} = \frac{1 - \cos\theta}{\sin\theta}$	$\tan\frac{\theta}{2} = \frac{\sin\theta}{1 + \cos\theta}$
متطابقات تحويل الضرب إلى مجموع أو فرق	$\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$		$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$
	$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$		$\cos\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)]$
متطابقات تحويل المجموع أو الفرق إلى ضرب	$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$		$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$
	$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$		$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

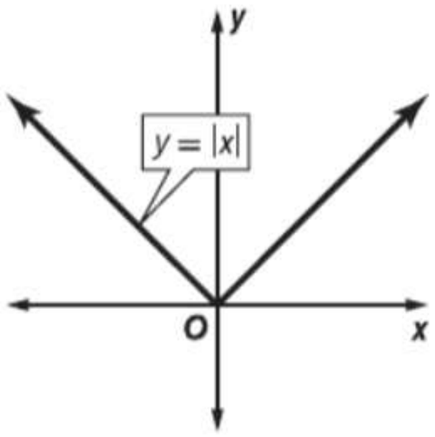
الدوال الأصلية والعمليات الحسابية على الدوال

الدوال الأصلية

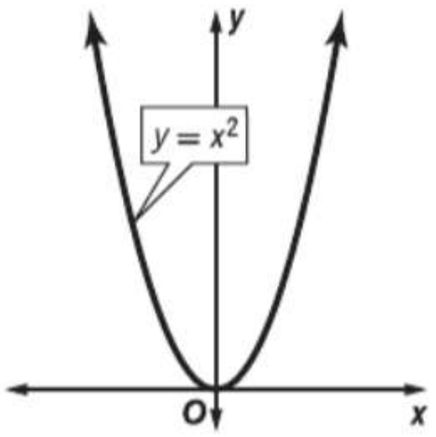
الدوال الخطية



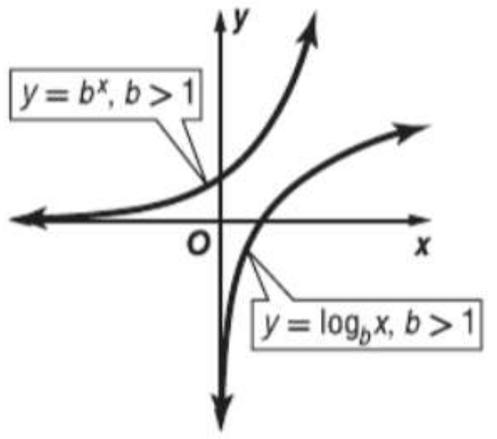
دوال القيمة المطلقة



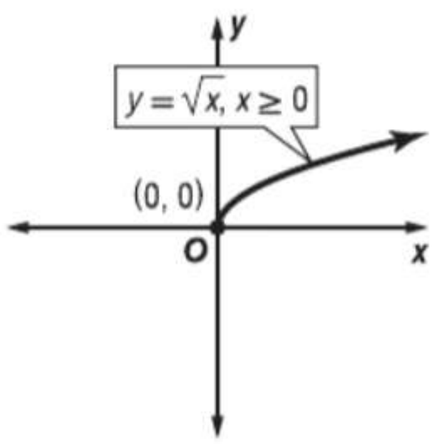
الدوال التربيعية



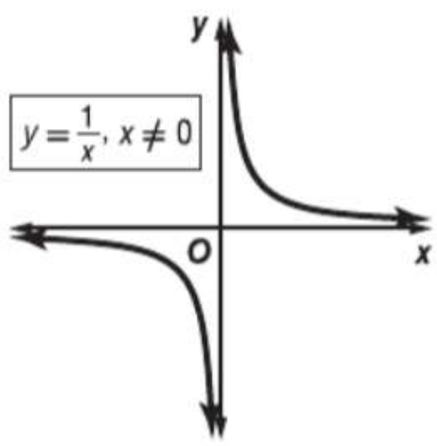
الدوال الأسية واللوغاريتمية



دوال الجذر التربيعي



الدوال العكسية والنسبية



العمليات الحسابية على الدوال

الجمع	$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$	**الضرب**	$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$
الطرح	$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$	**القسمة**	$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)},\ g(x) \neq 0$

النهايات والتفاضل والتكامل

النهايات

نهاية مجموع دالتين	$\lim_{x\to c}[f(x)+g(x)] = \lim_{x\to c} f(x) + \lim_{x\to c} g(x)$	**نهاية طرح دالتين**	$\lim_{x\to c}[f(x)-g(x)] = \lim_{x\to c} f(x) - \lim_{x\to c} g(x)$
نهاية قسمة دالتين	$\lim_{x\to c}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x\to c} f(x)}{\lim_{x\to c} g(x)}$ إذا كان $\lim_{x\to c} g(x) \neq 0$	**نهاية دالة مرفوعة لأس**	$\lim_{x\to c}[f(x)^n] = \left[\lim_{x\to c} f(x)\right]^n$
السرعة	اللحظيّة $v(t) = \lim_{h\to 0}\frac{f(t+h)-f(t)}{h}$ المتوسطة $v_{avg} = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$	**نهاية الجذر النوني لدالة**	$\lim_{x\to c}\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x\to c} f(x)}$ إذا كان $\lim_{x\to c} f(x) > 0$ و n عدد زوجي

التفاضل

قاعدة القوة	إذا كان $f(x) = x^n$ فإن $f'(x) = nx^{n-1}$	**المجموع أو الفرق**	إذا كان $f(x) = g(x) \pm h(x)$ فإن $f'(x) = g'(x) \pm h'(x)$
قاعدة الضرب	$\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$	**قاعدة القسمة**	$\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$

التكامل

التكامل غير المحدود	$\int f(x)\,dx = F(x) + C$	**النظرية الاساسيّة في التفاضل والتكامل**	$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

الصيغ والمفاهيم الاحصائية

قيمة z لمتوسط العينة	$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}}$	قيمة z	$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$
الحد الأقصى لقيمة التوقع	$E = z \cdot \sigma_{\bar{x}}$ or $z \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	خاصية ذات الحدين	$P(X) = {}_nC_x\, p^x q^{n-x} = \frac{n!}{(n-x)!\,x!}\, p^x q^{n-x}$
فترة الثقة في توزيع t	$CI = \bar{x} \pm t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$	فترة الثقة، في توزيع طبيعي	$CI = \bar{x} \pm E$ or $\bar{x} \pm z \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
معامل الارتباط لاختبار t	$t = r\sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}$. درجات الحرية: $n - 2$	معامل الارتباط	$r = \frac{1}{n-1}\sum\left(\frac{x_i - \bar{x}}{s_x}\right)\left(\frac{y_i - \bar{y}}{s_y}\right)$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

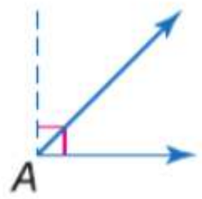
القاموس/Glossary

English

A

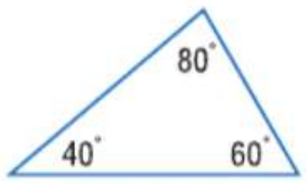
absolute value The distance a number is from zero on the number line.

acute angle An angle with a degree measure less than 90.



$0 < m\angle A < 90$

acute triangle A triangle in which all of the angles are acute angles.



three acute angles

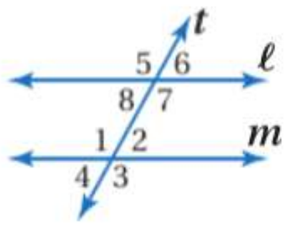
additive identity For any number a, a + 0 = 0 + a = a.

additive inverse Two integers, x and -x, are called additive inverses. The sum of any number and its additive inverse is zero.

adjacent angles Two angles that lie in the same plane, have a common vertex and a common side, but no common interior points.

algebraic expression An expression consisting of one or more numbers and variables along with one or more arithmetic operations.

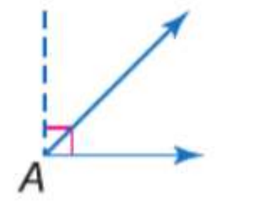
alternate exterior angles In the figure, transversal t intersects lines ℓ and m. $\angle 5$ and $\angle 3$, and $\angle 6$ and $\angle 4$ are alternate exterior angles.



العربية

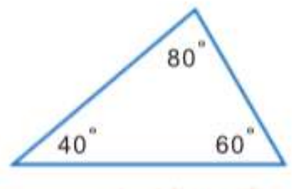
قيمة مطلقة المسافة الفاصلة بين العدد والصفر على خط الأعداد.

زاوية حادة زاوية قياس درجتها أقل من 90.



$0 < m\angle A < 90$

مثلث حاد الزوايا مثلث كل زواياه حادة.



ثلاث زوايا حادة

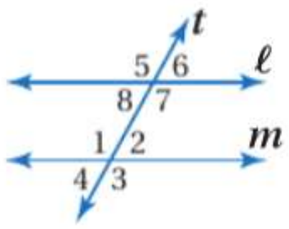
محايد جمعي لأي عدد a, $a + 0 = 0 + a = a$.

نظير جمعي يطلق على العددين الصحيحين x و$-x$ النظيرين الجمعيين. وحاصل جمع أي عدد ونظيره الجمعي يساوي صفرًا.

الزوايا المتجاورة زاويتان تقعان في نفس المستوى، لهما رأس مشترك وضلع مشترك، لكن لا توجد لديهما نقاط داخلية مشتركة

تعبير جبري أي تعبير يتكون من عدد واحد أو أكثر ومتغير واحد أو أكثر، فضلاً عن عملية حسابية واحدة أو أكثر.

الزوايا الخارجية المتبادلة في الشكل، يتقاطع القاطع t مع المستقيمين ℓ و m. $\angle 5$ و$\angle 3$ و$\angle 6$ و$\angle 4$ زوايا خارجية متبادلة.



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

alternate interior angles In the figure at the bottom of page R115, transversal t intersects lines ℓ and m. $\angle 1$ and $\angle 7$, and $\angle 2$ and $\angle 8$ are alternate interior angles.

الزوايا الداخلية المتبادلة في الشكل في الجزء السفلي من صفحة **R115**، يتقاطع القاطع t مع المستقيمين ℓ و m. $\angle 1$ و$\angle 7$ و$\angle 2$ و$\angle 8$ زوايا داخلية متبادلة.

altitude **1.** In a triangle, a segment from a vertex of the triangle to the line containing the opposite side and perpendicular to the base. **2.** In a prism or cylinder, a segment perpendicular to the bases with an endpoint in each plane. **3.** In a pyramid or cone, the segment that has the vertex as one endpoint and is perpendicular to the base.

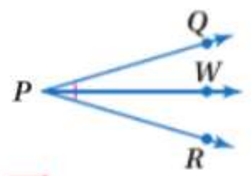
ارتفاع 1. في المثلث، قطعة مستقيمة تمتد من أحد رؤوس المثلث إلى الضلع المقابل وتكون متعامدة على هذا الضلع. 2. في المنشور أو الأسطوانة، الارتفاع هو قطعة مستقيمة متعامدة على القاعدتين ذات نقطة نهاية في كل مستوى. 3. في الهرم أو المخروط، الارتفاع هو الجزء الذي يتضمن الرأس بوصفها نقطة نهاية واحدة ويكون متعامدًا على القاعدة.

angle The intersection of two noncollinear rays at a common endpoint. The rays are called *sides* and the common endpoint is called the *vertex*.

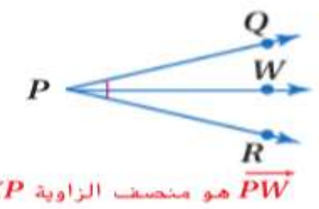
زاوية تقاطع شعاعين ليسا على خط مستقيم واحد عند نقطة نهاية مشتركة. تسمى الأشعة بالأضلاع وتسمى نقطة النهاية المشتركة بالرأس.

angle bisector A ray that divides an angle into two congruent angles.

مُنصف الزاوية شعاع يقسم الزاوية إلى زاويتين متطابقتين.



$\overrightarrow{PW}$ is the bisector of $\angle P$.



$\overrightarrow{PW}$ هو منصف الزاوية $\angle P$

angle of rotation The angle through which a preimage is rotated to form the image.

زاوية الدوران الزاوية التي تدور الصورة الأصلية من خلالها لتكوّن الصورة.

area **1.** The measure of the surface enclosed by a geometric figure. **2.** The number of square units needed to cover a surface.

المساحة 1. قياس لمنطقة محصورة في نطاق معين على سطح شكل هندسي. 2. عدد الوحدات المربعة اللازمة لتغطية سطحٍ ما.

arithmetic sequence A numerical pattern that increases or decreases at a constant rate or value. The difference between successive terms of the sequence is constant.

متتالية حسابية نمط عددي يزيد أو يقل بمعدل أو قيمة ثابتة. ويكون الفرق بين الحدود المتتابعة للمتتالية ثابتا.

asymptote A line that a graph approaches.

خط مقارب خط يقترب منه الرسم البياني.

augmented matrix A coefficient matrix with an extra column containing the constant terms.

مصفوفة موسعة مصفوفة معاملات بها عمود إضافي يتضمن الحدود الثابتة.

auxiliary line An extra line or segment drawn in a figure to help complete a proof.

خط مساعد خط إضافي أو قطعة مستقيمة يتم رسمها في شكل للمساعدة على استكمال البرها

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

B

bar graph A graphic form using bars to make comparisons of statistics.

رسم بياني خطي رسم بياني يستخدم الأعمدة لإجراء المقارنات الإحصائية.

base In an expression of the form x^n, the base is x.

قاعدة في أي تعبير صيغته x^n، تكون القاعدة هي x.

base angle of an isosceles triangle See isosceles triangle and isosceles trapezoid.

زاوية القاعدة في مثلث متساوي الساقين راجع مثلث متساوي الساقين وشبه المنحرف متساوي الساقين.

base of parallelogram Any side of a parallelogram.

قاعدة متوازي الأضلاع أي ضلع في متوازي الأضلاع.

best-fit line The line that most closely approximates the data in a scatter plot.

خط المواءمة الأفضل الخط الذي يعد الأقرب تمثيلاً للبيانات في التمثيل البياني بالنقاط المبعثرة.

between For any two points A and B on a line, there is another point C between A and B if and only if A, B, and C are collinear and AC + CB = AB.

بينية بالنسبة إلى أي نقطتين، A و B في أي خط مستقيم، تكون هناك النقطة الأخرى C بين A و B إذا وفقط إذا كانت النقاط A و B و C تقع على خط مستقيم واحد، فإن $AC + CB = AB$.

betweenness of points See between.

بينية النقاط راجع بينية.

bivariate data Data with two variables.

البيانات ذات المتغيرين بيانات تحتوي على متغيرين.

boundary A line or curve that separates the coordinate plane into regions.

حد الخط أو المنحنى الذي يقسم المستوى الإحداثي إلى مناطق.

box-and-whisker plot A diagram that divides a set of data into four parts using the median and quartiles.
A box is drawn around the quartile values and whiskers extend from each quartile to the extreme data points.

مخطط الصندوق ذو العارضين مخطط بياني يقسم مجموعة من البيانات إلى أربعة أجزاء باستخدام الوسيط والربيعيات.
ويرسم الصندوق حول قيم الربيعيات ويمتد العارضان من كل رُبيَع إلى نقاط البيانات القصوى.

C

center The given point from which all points on the circle are the same distance.

المركز النقطة المعلومة التي تبعد عنها كل النقاط على الدائرة نفس المسافة.

center of circle The central point where radii form a locus of points called a circle.

مركز الدائرة النقطة المركزية حيث تكوّن أنصاف الأقطار موضعا هندسيًا للنقاط يسمى دائرة.

center of dilation The center point from which dilations are performed.

مركز تغيير الأبعاد نقطة المركز الذي يتم منه تغيير الأبعاد بمقياس.

center of rotation A fixed point around which shapes move in a circular motion to a new position.

مركز الدوران نقطة ثابتة تتحرك حولها أشكال حركةً دائرية إلى موقع جديد.

center of symmetry See point of symmetry.

مركز التناظر راجع نقطة التناظر.

chord 1. For a given circle, a segment with endpoints that are on the circle. 2. For a given sphere, a segment with endpoints that are on the sphere.

وتر 1. بالنسبة إلى دائرة معينة، قطعة مستقيمة توجد نقطتا نهايتيها على الدائرة. 2. بالنسبة إلى كرة معينة، قطعة مستقيمة توجد نقطتا نهايتيها على الكرة.

circle The locus of all points in a plane equidistant from a given point called the center of the circle.

دائرة موضع كل النقاط في مستوى متساو من نقطة محددة تسمى مركز الدائرة.

P is the center of the circle.

P هي مركز الدائرة

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

circle The set of all points in a plane that are the same distance from a given point called the center.

دائرة مجموعة النقاط في المستوى والتي تبعد نفس المسافة عن نقطة معلومة تسمى المركز.

circle graph A type of statistical graph used to compare parts of a whole.

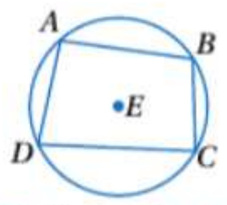
رسم بياني دائري نوع من الرسوم البيانية الإحصائية المستخدمة في مقارنة أجزاءٍ من كل.

circumference The distance around a circle.

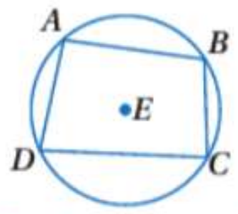
محيط الدائرة المسافة حول الدائرة.

circumscribed A circle is circumscribed about a polygon if the circle contains all the vertices of the polygon.

مُحاطة تكون الدائرة مُحاطة بمضلع إذا كانت تحوي كل رؤوس المضلع.



⊙E is circumscribed about quadrilateral ABCD.



⊙E محيطة برباعي الأضلاع ABCD

closed A set is closed under an operation if for any numbers in the set, the result of the operation is also in the set.

مغلقة تكون المجموعة مغلقة في ظل إحدى العمليات إذا تم إجراء عملية بين أي من أعدادها ونتج عنصر ينتمي لنفس المجموعة.

closed half-plane The solution of a linear inequality that includes the boundary line.

نصف مستوٍ مغلق حل المتباينة الخطية التي تتضمن مستقيما حديًا.

coefficient The numerical factor of a term.

معامل العامل العددي للحد.

collinear Points that lie on the same line.

على خط مستقيم واحد أن تقع النقاط على نفس الخط.

P, Q, and R are collinear.

P Q و R على الخط نفسه .

common difference The difference between the terms in an arithmetic sequence.

فرق مشترك الفرق بين الحدود في المتتالية الحسابية.

common ratio The ratio of successive terms of a geometric sequence.

نسبة مشتركة نسبة الحدود المتتالية للتسلسل الهندسي.

common tangent A line or segment that is tangent to two circles in the same plane.

مماس مشترك خط مستقيم أو قطعة مستقيمة تلامس دائرتين في نفس المستوى.

complementary angles Two angles with measures that have a sum of 90.

زاويتان متكاملتان زاويتان مجموع قياسهما يساوي 90.

complements One of two parts of a probability making a whole.

متممات جزء أو جزءان من احتمال متمم للكل.

composition of transformations The resulting transformation when a transformation is applied to a figure and then another transformation is applied to its image.

تركيب التحويلات التحويل الناتج عند تطبيق تحويل على شكل ما ثم تطبيق تحويل آخر على صورة هذا الشكل.

compound inequality Two or more inequalities that are connected by the words *and* or *or*.

متباينة مركبة متباينتان أو أكثر متصلتان بالكلمتين و أو *أو*.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

compound interest A special application of exponential growth.

فائدة مركبة تطبيق خاص للنمو الأُسي.

concave polygon A polygon for which there is a line containing a side of the polygon that also contains a point in the interior of the polygon.

مضلع متقعر مضلع به خط مستقيم يحتوي على أحد أضلاع المضلع ونقطة في المناطق الداخلية بالمضلع.

concentric circles Coplanar circles with the same center.

دوائر متحدة المركز دوائر متحدة المستوى لها نفس المركز.

congruence transformations A mapping for which a geometric figure and its image are congruent.

تحويلات التطابق رسم يكون فيه الشكل الهندسي وصورته متطابقين.

congruent Having the same measure.

التطابق وجود نفس القياس.

congruent polygons Polygons in which all matching parts are congruent.

مضلعات متطابقة المضلعات التي تتطابق فيها كل الأجزاء المماثلة.

conjugates Binomials of the form $a\sqrt{b} + c\sqrt{d}$ and $a\sqrt{b} - c\sqrt{d}$.

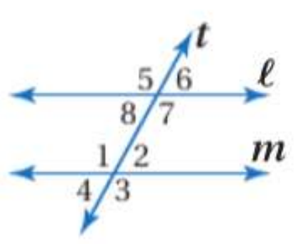
مترافقات ثنائيات ذات حدين صيغتها $a\sqrt{b} + c\sqrt{d}$ و $a\sqrt{b} - c\sqrt{d}$.

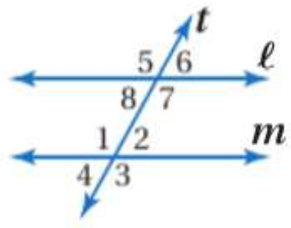
consecutive integers Integers in counting order.

أعداد صحيحة متتالية الأعداد الصحيحة حسب ترتيب العد.

consecutive interior angles In the figure, transversal t intersects lines ℓ and m. There are two pairs of consecutive interior angles: $\angle 8$ and $\angle 1$, and $\angle 7$ and $\angle 2$.

زوايا داخلية متتالية في الشكل، يتقاطع القاطع t مع المستقيمين ℓ و m؛ هناك زوجان من الزوايا الداخلية المتتالية: $\angle 8$ و $\angle 1$ و $\angle 7$ و $\angle 2$.





consistent A system of equations that has at least one ordered pair that satisfies both equations.

متوافق نظام من المعادلات التي لها زوج مرتب واحد على الأقل يحقق كلتا المعادلتين.

constant A monomial that is a real number.

ثابت أحادي الحد يمثل عددًا حقيقيًا.

constant function A linear function of the form $y = b$.

دالة ثابتة دالة خطية بالصيغة $y = b$.

constant of variation The number k in equations of the form $y = kx$.

ثابت التغير العدد k في المعادلات بالصيغة $y = kx$.

construction A method of creating geometric figures without the benefit of measuring tools. Generally, only a pencil, straightedge, and compass are used.

تركيب إحدى طرق إنشاء أشكال هندسية دون الاستعانة بأدوات القياس. بشكل عام، يتم استخدام قلم رصاص ومسطرة عدلة وفِرجار فقط.

continuous function A function that can be graphed with a line or a smooth curve.

دالة متصلة دالة يمكن تمثيلها بيانيًا بخط مستقيم أو بمنحنى منتظم.

convex polygon A polygon for which there is no line that contains both a side of the polygon and a point in the interior of the polygon.

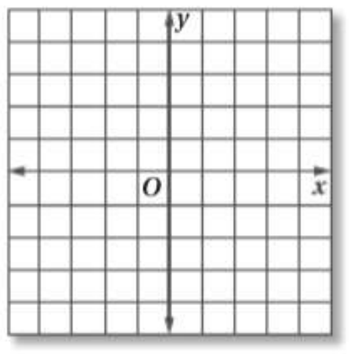
مضلع محدب مضلع لا يوجد له خط مستقيم يحوي أحد أضلاع المضلع ونقطة في المناطق الداخلية بالمضلع.

coordinate The number that corresponds to a point on a number line.

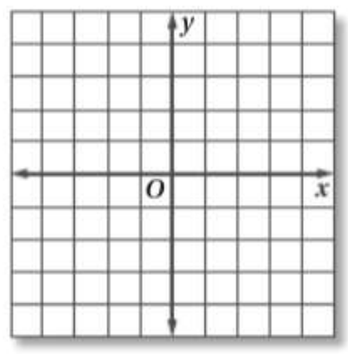
إحداثي العدد الذي يتوافق مع نقطة على خط الأعداد.

McGraw-Hill Education مؤسسة حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح

coordinate plane The plane containing the x- and y-axes.



مستوى إحداثي المستوى الذي يحوي المحورx والمحور y.



coordinate proofs Proofs that use figures in the coordinate plane and algebra to prove geometric concepts.

براهين إحداثية البراهين التي تستخدم الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر لإثبات مفاهيم هندسية.

coordinate system The grid formed by the intersection of two number lines, the horizontal axis and the vertical axis.

نظام إحداثي الشبكة التي تنتج عن تقاطع خطين من الأعداد، المحور الأفقي والمحور الرأسي.

coplanar Points that lie in the same plane.

متحدة المستوى النقاط التي تقع في نفس المستوى.

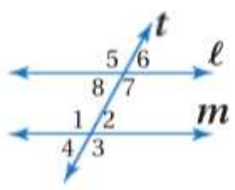
corollary A statement that can be easily proved using a theorem is called a corollary of that theorem.

نتيجة عبارة يمكن إثباتها بسهولة باستخدام نظرية تسمى لازمة تلك النظرية.

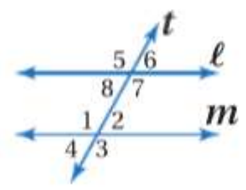
correlation coefficient A value that shows how close data points are to a line.

معامل الارتباط القيمة التي توضح مدى قرب نقاط البيانات من الخط المستقيم.

corresponding angles In the figure, transversal t intersects lines ℓ and m. There are four pairs of corresponding angles: $\angle 5$ and $\angle 1$, $\angle 8$ and $\angle 4$, $\angle 6$ and $\angle 2$, and $\angle 7$ and $\angle 3$.



زوايا متطابقة في الشكل، يتقاطع القاطع t مع المستقيمينℓ و m. توجد أربعة أزواج من الزوايا المتطابقة: $\angle 5$ و $\angle 1$ و $\angle 8$ و $\angle 4$ و $\angle 6$ و $\angle 2$ و $\angle 7$ و $\angle 3$.



corresponding parts Matching parts of congruent polygons.

أجزاء متوافقة الأجزاء المتماثلة من المضلعات المتطابقة.

counterexample A specific case in which a statement is false.

مثال مضاد حالة خاصة تكون فيها العبارة خطأ.

cube root If $a^3 = b$, then a is the cube root of b.

جذر تكعيبي إذا كان $a^3 = b$، إذن a هو الجذر التكعيبي لـ b.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

D

decreasing The graph of a function goes down on a portion of its domain when viewed from left to right.

متناقص التمثيل البياني لدالة تهبط على جزء من مجالها عند النظر إليها من اليسار إلى اليمين.

deductive reasoning The process of using facts, rules, definitions, or properties to reach a valid conclusion.

تبرير استنتاجي عملية استخدام الحقائق أو القواعد أو التعريفات أو الخواص للتوصل إلى استنتاج صحيح.

defining a variable Choosing a variable to represent one of the unspecified numbers in a problem and using it to write expressions for the other unspecified numbers in the problem.

تعيين متغير اختيار متغير لتمثيل أحد الأعداد غير المحددة في مسألة واستخدامه لكتابة التعبيرات للأعداد غير المحددة الأخرى في المسألة.

degree A unit of measure used in measuring angles and arcs. An arc of a circle with a measure of 1° is $\frac{1}{360}$ of the entire circle.

درجة وحدة القياس المستخدمة في قياس الزوايا والأقواس. قوس الدائرة الذي يبلغ قياسه 1° يكون $\frac{1}{360}$ من الدائرة بأكملها.

dependent A system of equations that has an infinite number of solutions.

غير مستقل نظام معادلات له عدد لا نهائي من الحلول.

dependent variable The variable in a relation with a value that depends on the value of the independent variable.

متغير تابع المتغير الذي تعتمد قيمته في علاقة على قيمة المتغير المستقل.

diameter 1. In a circle, a chord that passes through the center of the circle. 2. In a sphere, a segment that contains the center of the sphere, and has endpoints that are on the sphere. 3. The distance across a circle through its center.

قطر 1. في الدائرة، الوتر الذي يمر عبر مركز الدائرة. 2. في الكرة، القطعة المستقيمة التي تتضمن مركز الكرة ولها نقاط نهاية على الكرة. 3. المسافة المارة بالمركز داخل الدائرة.

dilation A transformation that enlarges or reduces the original figure proportionally. A dilation with center C and positive scale factor k, $k \neq 1$, is a function that maps a point P in a figure to its image such that

if point P and C coincide, then the image and preimage are the same point, or
if point P is not the center of dilation, then P′ lies on $\overrightarrow{CP}$ and $CP' = k(CP)$.

If $k < 0$, P′ is the point on the ray opposite $\overrightarrow{CP}$ such that
$CP' = |k|(CP)$.

تغيير الأبعاد بمقياسkتحويل يكبر الشكل الأصلي أو يختزله بشكل متناسب. تغيير الأبعاد بمقياس عند المركز C ومعامل المقياس الإيجابي k، $k \neq 1$، هو الدالة التي ترسم النقطة P في شكل ما على صورتها بحيث

- إذا تطابقت النقطتان P وC، تكون كل من الصورة والصورة الأصلية نفس النقطة
- أو إذا لم تكن النقطة P هي مركز تغيير الأبعاد. إذن P′ تقع على CP و$CP' = k(CP)$.

إذا كانت $k < 0$، P′ هي النقطة الموجودة على الشعاع المقابل CP فإن $CP' = |k|(CP)$.

dimension The number of rows, m, and the number of columns, n, of a matrix written as $m \times n$.

بعد عدد الصفوف m، وعدد الأعمدة n للمصفوفة المكتوبة بالصورة $m \times n$.

dimensional analysis The process of carrying units throughout a computation.

تحليل بعدي عملية نقل الوحدات طوال العملية الحسابية.

direct isometry An isometry in which the image of a figure is found by moving the figure intact within the plane.

تساوي القياس المباشر تساوي القياس الذي يمكن العثور فيه على صورة شكل عن طريق تحريك الشكل مع الحفاظ على المستوى.

direct variation An equation of the form $y = kx$, where $k \neq 0$.

تغير طردي معادلة بالصيغة $y = kx$، حيث $k \neq 0$.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

discrete function A function of points that are not connected.

دالة منفصلة دالة تتكون من نقاط غير متصلة.

distance between two points The length of the segment between two points.

مسافة بين نقطتين طول القطعة المستقيمة الواصلة بين نقطتين.

distribution A graph or table that shows the theoretical frequency of each possible data value.

توزيع رسم بياني أو جدول يعرض التكرار النظري لكل قيمة بيانات محتملة.

domain The set of the first numbers of the ordered pairs in a relation.

مجال مجموعة المساقط الأولى للأزواج المرتبة في علاقة ما.

E

element Each entry in a matrix.

عنصر كل إدخال في مصفوفة.

elimination The use of addition or subtraction to eliminate one variable and solve a system of equations.

حذف استخدام عملية الجمع أو الطرح لحذف متغير واحد وحل نظام المعادلات.

end behavior Describes how the values of a function behave at each end of the graph.

سلوك النهاية يصف سلوك قيم الدالة في كل طرف بالرسم البياني.

enlargement An image that is larger that the original figure.

تكبير طريقة تصبح الصورة من خلالها أكبر من الشكل الأصلي.

equally likely The outcomes of an experiment are equally likely if there are n outcomes and the probability of each is $\frac{1}{n}$.

مرجح بالتساوي تكون نتائج التجربة مرجحة بالتساوي إذا كانت هناك نتائج n وكان احتمال كل منها $\frac{1}{n}$.

equation A mathematical sentence that contains an equals sign, =.

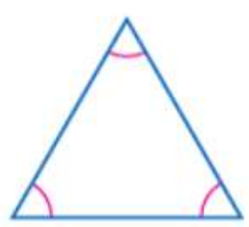
معادلة عبارة رياضية تحتوي على علامة التساوي =.

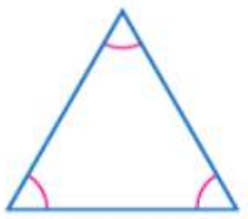
equiangular polygon A polygon with all congruent angles.

مضلع متساوي الزوايا مضلع كل زواياه متطابقة.

equiangular triangle A triangle with all angles congruent.

مثلث متساوي الزوايا مثلث كل زواياه متطابقة.





equidistant The distance between two lines measured along a perpendicular line is always the same.

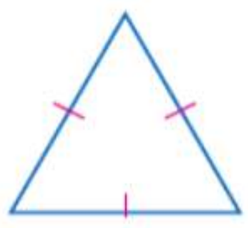
متساوي الأبعاد تكون المسافة بين الخطين المستقيمين عند قياسهما على طول المستقيم المتعامد عليهما متساوية دائما.

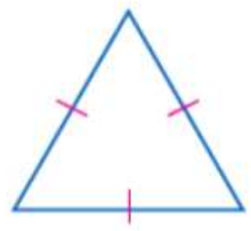
equilateral polygon A polygon with all congruent sides.

مضلع متساوي الأضلاع مضلع كل أضلاعه متطابقة.

equilateral triangle A triangle with all sides congruent.

مثلث متساوي الأضلاع مثلث كل أضلاعه متطابقة.





حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

equivalent equations Equations that have the same solution.

معادلات متكافئة معادلات لها نفس الحل.

equivalent expressions Expressions that denote the same value for all values of the variable(s).

تعابير متكافئة تعابير لها نفس القيمة لكل قيم المتغير أو المتغيرات.

evaluate To find the value of an expression.

إيجاد القيمة إيجاد قيمة أي تعبير.

excluded values Any values of a variable that result in a denominator of 0 must be excluded from the domain of that variable.

قيم مستبعدة أي قيم ينتج عنها صفر في المقام لا بد من استبعادها من مجال ذلك المتغير.

exponent In an expression of the form x^n, the exponent is n. It indicates the number of times x is used as a factor.

أس في تعبير صيغته x^n، يكون الأس هو n. وهو يشير إلى عدد مرات x الذي يمثل العامل.

exponential decay When an initial amount decreases by the same percent over a given period of time.

تضاؤل أسي عندما تقل القيمة الأولية بالنسبة المئوية ذاتها على مدى فترة زمنية محددة.

exponential equation An equation in which the variables occur as exponents.

المعادلة الأسية معادلة تنطوي على المتغيرات كأسس.

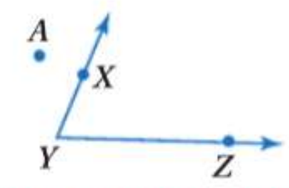
exponential function A function that can be described by an equation of the form $y = a^x$, where $a > 0$ and $a \neq 1$.

دالة أسية دالة يمكن وصفها بمعادلة بالصيغة $y = a^x$، حيث $a > 0$ و $a \neq 1$.

exponential growth When an initial amount increases by the same percent over a given period of time.

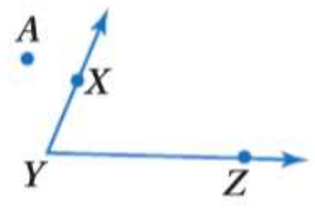
نمو أسي عندما تزيد القيمة الأولية بالنسبة المئوية ذاتها على مدى فترة زمنية محددة.

exterior A point is in the exterior of an angle if it is neither on the angle nor in the interior of the angle.



A is in the exterior of ∠XYZ.

نقطة خارجية النقطة التي تقع خارج الزاوية ولا تقع على الزاوية أو في داخلها.



A تقع خارج ∠XYZ

exterior angles **1.** An angle that lies in the region that is not between two transversals that intersect the same line. **2.** An angle formed by one side of a triangle and the extension of another side.

∠1 is an exterior angle.

زوايا خارجية 1. الزاوية التي تقع في المنطقة خارج القاطعين اللذين يقطعان نفس الخط المستقيم. 2. الزاوية المكونة من أحد أضلاع المثلث وامتداد ضلع آخر.

∠1 هي زاوية خارجية

extraneous solutions Results that are not solutions to the original equation.

حلول دخيلة النتائج التي لا تمثل حلولاً للمعادلة الأصلية.

extremes In the ratio $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, a and d are the extremes.

طرفا التناسب في النسبة $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$، a و d هما طرفا التناسب.

McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح الطبع والتأليف © محفوظة حقوق

F

factors In an algebraic expression, the quantities being multiplied are called factors.

عوامل في التعبير الجبري، يطلق على الكميات المضروبة اسم العوامل.

family of graphs Graphs and equations of graphs that have at least one characteristic in common.

عائلة الرسوم البيانية الرسوم البيانية ومعادلات الرسوم البيانية التي تشترك في خاصية واحدة على الأقل.

finite plane A plane that has boundaries or does not extend indefinitely.

مستوى مُتناهٍ المستوى الذي له حدود أو الذي لا يمتد إلى ما لا نهاية.

flow proof A proof that organizes statements in logical order, starting with the given statements. Each statement is written in a box with the reason verifying the statement written below the box. Arrows are used to indicate the order of the statements.

برهان متسلسل البرهان الذي ينظم العبارات بترتيب منطقي، بدءًا بعبارات المعطيات. تكتب كل عبارة في مربع مع كتابة السبب المبرر للعبارة أسفل المربع. وتستخدم الأسهم لتوضيح ترتيب العبارات.

formula An equation that states a rule for the relationship between certain quantities.

صيغة معادلة توضح قاعدة للعلاقة بين كميات معينة.

four-step problem-solving plan
Step 1 Explore the problem.
Step 2 Plan the solution.
Step 3 Solve the problem.
Step 4 Check the solution.

خطة حل المسألة ذات الخطوات الأربع
خطوة 1 فهم المسألة.
خطوة 2 تخطيط الحل.
خطوة 3 حل المسألة.
خطوة 4 التحقق من الحل.

frequency table A chart that indicates the number of values in each interval.

جدول تكرار جدول يوضح عدد القيم في كل فترة زمنية.

function A relation in which each element of the domain is paired with exactly one element of the range.

دالة علاقة يقترن فيها كل عنصر في المجال بعنصر واحد آخر في المدى.

function notation A way to name a function that is defined by an equation. In function notation, the equation y = 3x - 8 is written as f(x) = 3x - 8.

ترميز الدالة طريقة لتسمية الدالة المعرفة بمعادلة. في ترميز الدالة، المعادلة $y = 3x - 8$ تكتب بالصيغة $f(x) = 3x - 8$.

Fundamental Counting Principle If an event M can occur in m ways and is followed by an event N that can occur in n ways, then the event M followed by the event N can occur in $m \times n$ ways.

مبدأ العد الأساسي إذا كان الحدث M يمكن أن يحدث بعدد m من الطرق ويتبعه العدد N الذي يمكن أن يحدث بعدد n من الطرق، إذن فالحدث M الذي يتبع الحدث N يمكن أن يحدث بعدد $m \times n$ من الطرق.

G

general equation for exponential decay
$y = C(1 - r)^t$, where y is the final amount, C is the initial amount, r is the rate of decay expressed as a decimal, and t is time.

معادلة عامة للتضاؤل الأسي $y = C(1 - r)^t$، حيث y هو القيمة النهائية، وC هو القيمة الأولية، وr هو معدل التضاؤل المتمثل في عدد عشري، وt هو الزمن.

general equation for exponential growth
$y = C(1 + r)^t$, where y is the final amount, C is the initial amount, r is the rate of change expressed as a decimal, and t is time.

معادلة عامة للنمو الأسي $y = C(1 + r)^t$، حيث y هو القيمة النهائية، وC هو القيمة الأولية، وr هو معدل التغير المتمثل في عدد عشري، وt هو الزمن.

geometric sequence A sequence in which each term after the first is found by multiplying the previous term by a constant r, called the common ratio.

متتالية هندسية متتالية يتم فيها إيجاد كل حد بعد الحد الأول عن طريق ضرب الحد السابق في ثابت r، ويسمى النسبة المشتركة.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

glide reflection The composition of a translation followed by a reflection in a line parallel to the translation vector.

انعكاس انحداري تركيب من الانسحاب متبوعا بانعكاس في الخط المستقيم الموازي لمتجه الانسحاب.

graph To draw, or plot, the points named by certain numbers or ordered pairs on a number line or coordinate plane.

رسم بياني رسم أو تعيين نقاط ممثلة بأرقام محددة أو أزواج مرتبة على خط أعداد أو مستوى إحداثي.

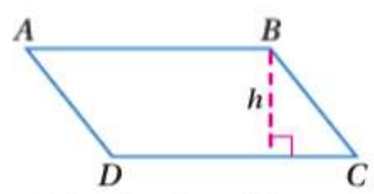
H

half-plane The region of the graph of an inequality on one side of a boundary.

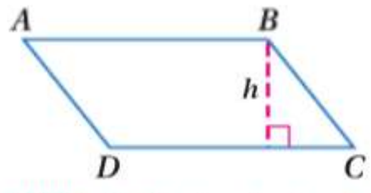
نصف المستوى منطقة الرسم البياني لمتباينة على جانب واحد من الحد.

height of a parallelogram The length of an altitude of a parallelogram.

ارتفاع متوازي الأضلاع طول أحد ارتفاعات متوازي الأضلاع.



h is the height of parallelogram *ABCD*.



h هي ارتفاع متوازي الأضلاع *ABCD*

histogram A graphical display that uses bars to display numerical data that have been organized into equal intervals.

مدرج تكراري عرض رسومي تستخدم فيه الأعمدة لعرض بيانات عددية منظمة إلى فئات متساوية.

I

identity An equation that is true for every value of the variable.

متطابقة معادلة حقيقية لكل قيمة من قيم المتغير.

identity function The function y = x.

دالة محايدة الدالة $y = x$.

identity matrix A square matrix that, when multiplied by another matrix, equals that same matrix. If A is any $n \times n$ matrix and I is the $n \times n$ identity matrix, then $A \cdot I = A$ and $I \cdot A = A$.

مصفوفة متطابقة مصفوفة مربعة عندما يتم ضربها في مصفوفة أخرى، فإنها تساوي المصفوفة نفسها. إذا كان A هو أي مصفوفة $n \times n$. و I هو المصفوفة المتطابقة $n \times n$. إذن $A \cdot I = A$ و $I \cdot A = A$.

image A figure that results from the transformation of a geometric figure.

صورة شكل ينتج عن تحويل شكل هندسي.

included angle In a triangle, the angle formed by two sides is the included angle for those two sides.

زاوية محصورة في المثلث، الزاوية المكونة من التقاء ضلعي المثلث هي الزاوية المحصورة لهذين الضلعين.

included side The side of a polygon that is a side of each of two angles.

ضلع محصور أحد أضلاع المضلع الذي يمثل ضلعا لكلتا الزاويتين.

inconsistent A system of equations with no ordered pair that satisfy both equations.

غير متوافق نظام من معادلتين لا يوجد به زوج مرتب يحقق كلتا المعادلتين.

increasing The graph of a function goes up on a portion of its domain when viewed from left to right.

متزايد الرسم البياني لدالة ترتفع على جزء من مجالها عند النظر إليها من اليسار إلى اليمين.

independent A system of equations with exactly one solution.

معادلة مستقلة نظام معادلات له حل واحد فقط.

McGraw-Hill Education مؤسسة حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح

independent variable The variable in a function with a value that is subject to choice.

متغير مستقل متغير في الدالة تخضع قيمته للاختيار.

indirect isometry An isometry that cannot be performed by maintaining the orientation of the points, as in a direct isometry.

تساوي القياس غير المباشر تساوي القياس الذي لا يمكن تنفيذه من خلال الحفاظ على اتجاه النقاط، كما يحدث في تساوي القياس المباشر.

inductive reasoning A conclusion based on a pattern of examples.

استدلال استقرائي استنتاج قائم على نمط من الأمثلة.

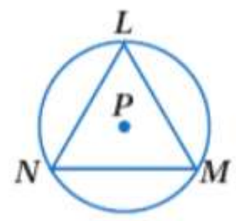
inequality An open sentence that contains the symbol $<$, $\leq$, $>$, or $\geq$.

متباينة جملة مفتوحة تحتوي على الرمز $<$ أو $\geq$ أو $>$ أو $\leq$.

inscribed A polygon is inscribed in a circle if each of its vertices lie on the circle.

$nLMN$ is inscribed in $\odot P$.

شكل محصور يكون المضلع محصورًا داخل دائرة إذا كانت كل رأس من رؤوسه تقع على الدائرة.

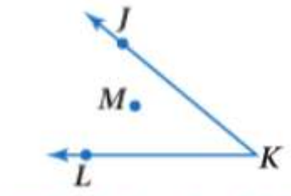


$\odot P$ محصور في $\triangle LMN$

integers The set {..., −2, −1, 0, 1, 2, ...}.

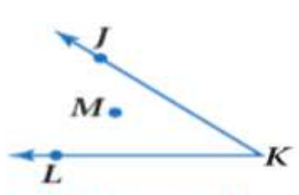
أعداد صحيحة مجموعة الأعداد {...،2-، 1-، 0، 1، 2، ...}.

interior A point is in the interior of an angle if it does not lie on the angle itself and it lies on a segment with endpoints that are on the sides of the angle.



M is in the interior of $\angle JKL$.

نقطة داخلية قطة داخل الزاوية ما لم تكن تقع على الزاوية نفسها، وتقع على قطعة مستقيمة ذات نقاط نهاية واقعة على ضلعي الزاوية.



M تقع داخل $\angle JKL$

interior angles Angles that lie between two transversals that intersect the same line.

زوايا داخلية الزوايا الواقعة بين القاطعين اللذين يقطعان نفس الخط المستقيم.

interquartile range The range of the middle half of a set of data. It is the difference between the upper quartile and the lower quartile.

مدى رُبعي مدى النصف الأوسط من مجموعة بيانات. وهو الفرق بين الرُبيع الأعلى والرُبيع الأدنى.

intersection **1.** The graph of a compound inequality containing and; the solution is the set of elements common to both inequalities. **2.** A set of points common to two or more geometric figures.

تقاطع 1. تمثيل لمتباينة مركبة تحتوي على العناصر المشتركة لكلتا المتباينتين والحل هو مجموعة تلك العناصر. 2. مجموعة من النقاط المشتركة بين شكلين هندسيين أو أكثر.

inverse variation An equation of the form $xy = k$, where $k \neq 0$.

تغير عكسي معادلة تأخذ الصورة $xy = k$، حيث $k \neq 0$.

irrational number A number that cannot be expressed as a terminating or repeating decimal.

عدد غير نسبي عدد لا يمكن التعبير عنه بكسور عشرية منتهية أو دورية.

irregular figure A polygon with sides and angles that are not all congruent.

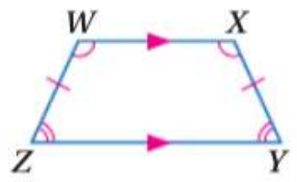
شكل غير منتظم مضلع ذو أضلاع وزوايا غير متطابقة.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

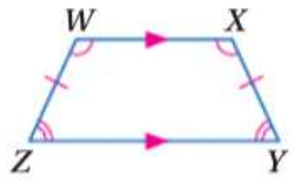
isometry A mapping for which the original figure and its image are congruent.

تساوي القياس رسم يكون فيه الشكل الأصلي وصورته متطابقين.

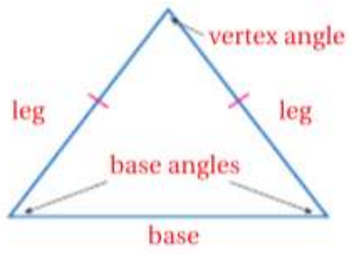
isosceles trapezoid A trapezoid in which the legs are congruent, both pairs of base angles are congruent, and the diagonals are congruent.



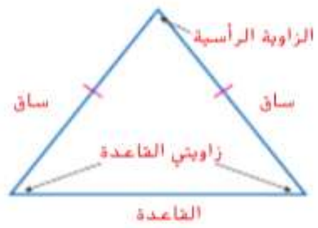
شبه منحرف متساوي الساقين هو شبه المنحرف الذي يتطابق فيه الساقان ويتطابق زوجا زوايا القاعدة والأقطار.



isosceles triangle A triangle with at least two sides congruent. The congruent sides are called legs. The angles opposite the legs are base angles. The angle formed by the two legs is the vertex angle. The side opposite the vertex angle is the base.

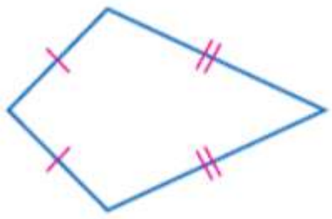


مثلث متساوي الساقين المثلث الذي يتطابق ضلعان على الأقل من أضلاعه. ويطلق على الأضلاع المتطابقة الساقين. كما يطلق على الزوايا المقابلة للأضلاع زوايا القاعدة. يطلق على الزاوية المكونة من التقاء ضلعي المثلث الزاوية الرأسية. ويطلق على الضلع المقابل للزاوية الرأسية اسم القاعدة.

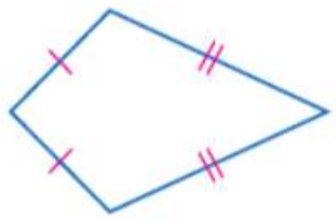


K

kite A quadrilateral with exactly two distinct pairs of adjacent congruent sides.



شكل رباعي محدب شكل رباعي مكون من زوجين مختلفين من الأضلاع المتطابقة المجاورة.



L

legs of a right triangle The shorter sides of a right triangle.

ساقا المثلث القائم الزاوية الضلعان الأقصر في المثلث القائم الزاوية.

legs of a trapezoid The nonparallel sides of a trapezoid.

ساقا شبه المنحرف الضلعان غير المتوازيين في شبه المنحرف.

legs of an isosceles triangle The two congruent sides of an isosceles triangle.

ساقا المثلث متساوي الساقين الضلعان المتطابقان في المثلث متساوي الساقين.

like terms Terms that contain the same variables, with corresponding variables having the same exponent.

حدود متشابهة حدود تتكون من المتغيرات نفسها مع متغيرات متناظرة لها الأس ذاته.

line A basic undefined term of geometry. A line is made up of points and has no thickness or width. In a figure, a line is shown with an arrowhead at each end. Lines are usually named by lowercase script letters or by writing capital letters for two points on the line, with a double arrow over the pair of letters.

نقطة مصطلح أساسي غير محدد للهندسة. يتكون الخط المستقيم من نقاط وليس له سمك أو عرض. في الشكل. يوضح الخط المستقيم بسهمين عند نهايتيه. عادةً ما تسمى الخطوط المستقيمة بأحرف صغيرة أو بكتابة أحرف كبيرة تمثل نقطتين على الخط المستقيم. مع سهمين على الحرفين.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

line of fit A line that describes the trend of the data in a scatter plot.

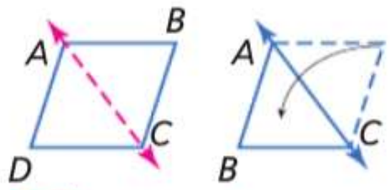
خط المواءمة خط مستقيم يعبر عن اتجاه البيانات في التمثيل البياني بالنقاط المبعثرة.

line of reflection A line in which each point on the preimage and its corresponding point on the image are the same distance from this line.

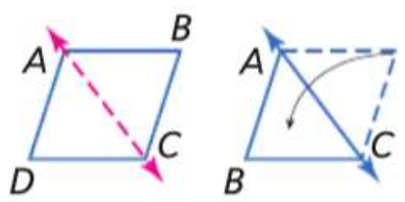
خط الانعكاس الخط الذي تكون فيه كل نقطة على الصورة الأصلية والنقطة المقابلة لها على الصورة على نفس المسافة من هذا الخط.

line of symmetry A line that can be drawn through a plane figure so that the figure on one side is the reflection image of the figure on the opposite side.

خط التناظر الخط الذي يمكن رسمه عبر شكل المستوى بحيث يمثل الشكل في أحد الجانبين صورة منعكسة للشكل في الجانب المقابل.



$\overleftrightarrow{AC}$ is a line of symmetry



$\overleftrightarrow{AC}$ هو خط التماثل

line segment A measurable part of a line that consists of two points, called endpoints, and all of the points between them.

قطعة مستقيمة الجزء القابل للقياس من الخط المستقيم الذي يتكون من نقطتين، يطلق عليهما اسم نقاط النهاية، وكل النقاط التي تقع بينهما.

linear equation An equation in the form $Ax + By = C$, with a graph that is a straight line.

معادلة خطية معادلة تأخذ الصورة $Ax + By = C$، ويتم تمثيلها بخط مستقيم.

linear extrapolation The use of a linear equation to predict values that are outside the range of data.

استكمال خارجي خطي استخدام معادلة خطية في توقع القيم التي تقع خارج مدى البيانات.

linear function A function with ordered pairs that satisfy a linear equation.

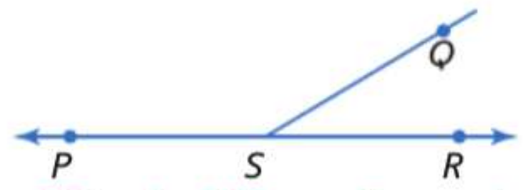
دالة خطية دالة تتكون من زوج مرتب يحقق المعادلة الخطية.

linear interpolation The use of a linear equation to predict values that are inside of the data range.

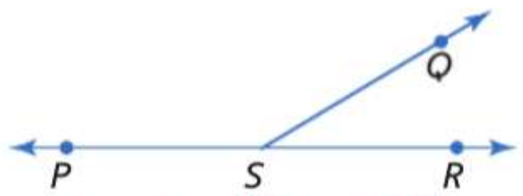
استكمال داخلي خطي استخدام معادلة خطية في توقع قيم تقع ضمن مدى البيانات.

linear pair A pair of adjacent angles whose non-common sides are opposite rays.

زوج خطي زوج من الزوايا المجاورة التي يمثل ضلعاها غير المشتركين شعاعين معكوسين.



$\angle PSQ$ and $\angle QSR$ are a linear pair



$\angle PSQ$ و $\angle QSR$ هما زوج خطي

linear regression An algorithm to find a precise line of fit for a set of data.

انحدار خطي خوارزمية لإيجاد خط المواءمة الدقيق لمجموعة من البيانات.

linear transformation One or more operations performed on a set of data that can be written as a linear function.

تحويل خطي عملية أو أكثر يتم إجراؤها على مجموعة من البيانات يمكن قراءتها باعتبارها دالة خطية.

literal equation A formula or equation with several variables.

معادلة حرفية صيغة أو معادلة متعددة المتغيرات.

locus The set of points that satisfy a given condition.

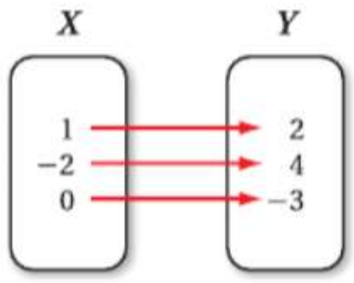
محل هندسي مجموعة النقاط تستوفي شرطا محددًا.

lower quartile Divides the lower half of the data into two equal parts.

رُبيع أدنى يقسم النصف السفلي من البيانات إلى جزأين متساويين.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

mapping Illustrates how each element of the domain is paired with an element in the range.



matrix Any rectangular arrangement of numbers in rows and columns.

maximum The highest point on the graph of a curve.

mean The sum of numbers in a set of data divided by the number of items in the data set.

mean absolute deviation The average of the absolute values of differences between the mean and each value in a data set. It is used to predict errors and to judge equality.

means The middle terms of the proportion.

measures of central tendency Numbers or pieces of data that can represent the whole set of data.

measures of position Measures that compare the position of a value relative to other values in a set.

measures of variation Used to describe the distribution of statistical data.

median The middle number in a set of data when the data are arranged in numerical order. If the data set has an even number, the median is the mean of the two middle numbers.

median fit line A type of best-fit line that is calculated using the medians of the coordinates of the data points.

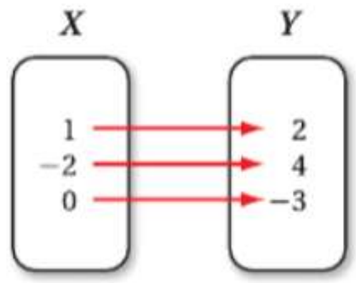
metric A rule for assigning a number to some characteristic or attribute.

midpoint The point on a segment exactly halfway between the endpoints of the segment.

midsegment A segment with endpoints that are the midpoints of two sides of a triangle.

midsegment of trapezoid A segment that connects the midpoints of the legs of a trapezoid.

رسم الخرائط يوضح كيفية اقتران كل عنصر في المجال بعنصر آخر في المدى.



مصفوفة أي مجموعة مستطيلة من الأعداد في الصفوف والأعمدة.

قيمة عظمى أعلى نقطة في الرسم البياني للمنحنى.

المتوسط الحسابي مجموع الأعداد في مجموعة البيانات مقسوما على عدد العناصر في مجموعة البيانات.

متوسط الانحراف المطلق متوسط القيم المطلقة للفروق بين المتوسط الحسابي وكل قيمة في مجموعة البيانات. ويستخدم للتنبؤ بالأخطاء والحكم على التساوي.

متوسطات حسابية الحدود المتوسطة للتناسب.

مقاييس النزعة المركزية الأعداد أو أجزاء البيانات التي يمكنها تمثيل مجموعة البيانات ككل.

مقاييس الموقع مقاييس تستخدَم لمقارنة موضع قيمة منسوبة إلى قيم أخرى في المجموعة.

مقاييس التشتت تستخدم لوصف توزيع البيانات الإحصائية.

وسيط العدد الأوسط في مجموعة البيانات عند ترتيب البيانات ترتيبًا عدديًا. وإذا كانت مجموعة البيانات تحتوي على عدد زوجي، فالوسيط هو متوسط العددين الأوسطين.

وسيط خط المواءمة نوع من خط المواءمة الأفضل والذي يتم حسابه باستخدام وسيطات إحداثيات نقاط البيانات.

قياس قاعدة لتعيين العدد إلى خاصية أو صفة ما.

نقطة المنتصف النقطة الواقعة في منتصف القطعة المستقيمة بين نقطتي نهايتها.

منصف الساقين القطعة المستقيمة التي لها نقطتا نهاية تمثلان نقطتي منتصف على ضلعي المثلث.

منصف ساقي شبه المنحرف القطعة المستقيمة التي تربط بين نقطتي المنتصف على ساقي شبه المنحرف.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

midsegment of triangle A segment with endpoints that are the midpoints of two sides of a triangle.

منصف ساقي المثلث القطعة المستقيمة التي لها نقطتا نهاية تمثلان نقطتي منتصف على ضلعي المثلث.

minimum The lowest point on the graph of a curve.

قيمة صغرى أدنى نقطة في الرسم البياني للمنحنى.

mixture problems Problems in which two or more parts are combined into a whole.

مسائل مختلطة مسائل يجتمع فيها جزءان أو أكثر لتكوين المسائل ككل.

mode The number(s) that appear most often in a set of data.

منوال العدد (الأعداد) الأكثر تكرارًا في مجموعة من البيانات.

monomial A number, a variable, or a product of a number and one or more variables.

أحادي الحد عدد أو متغير أو حاصل ضرب عدد ومتغير واحد أو أكثر.

multiplicative identity For any number a, $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$.

محايد ضربي لأي عدد a، $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$.

multiplicative inverses Two numbers with a product of 1.

النظير الضربي عددان حاصل ضربهما يساوي 1.

multi-step equation Equations with more than one operation.

معادلة متعددة الخطوات معادلات تتكون من أكثر من عملية واحدة.

N

nth root If $a^n = b$ for a positive integer n, then a is an nth root of b.

جذر نوني n th إذا كان $a^n = b$ لعدد صحيح n، إذن a هو الجذر النوني nth لـ b.

n-gon A polygon with n sides.

n-gon مضلع له أضلاع n.

natural numbers The set {1, 2, 3, ...}.

أعداد طبيعية مجموعة الأعداد {1، 2، 3، ...}.

negative A function is negative on a portion of its domain where its graph lies below the x-axis.

دالة سالبة تكون الدالة سالبة في الجزء من مجالها الذي يقع رسمه البياني أدنى المحور الأفقي x.

negative correlation In a scatter plot, as x increases, y decreases.

ارتباط سالب في التمثيل البياني بالنقاط المبعثرة، كلما زادت قيمة x، قلت قيمة y.

negative exponent For any real number $a \neq 0$ and any integer n, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ and $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$.

أس سالب لأي عدد حقيقي $a \neq 0$ وأي عدد صحيح n، $\frac{1}{a^n}$ و $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$

negative number Any value less than zero.

عدد سالب أي قيمة أقل من صفر.

nonlinear function A function with a graph that is not a straight line.

دالة غير خطية دالة تمثيلها البياني ليس خطا مستقيما.

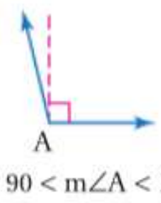
number theory The study of numbers and the relationships between them.

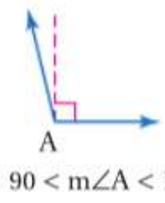
نظرية الأعداد دراسة الأعداد والعلاقات بينها.

O

obtuse angle An angle with degree measure greater than 90 and less than 180.

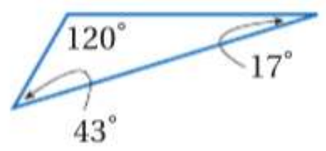
زاوية منفرجة زاوية قياسها أكبر من 90 وأصغر من 180.





McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة

obtuse triangle A triangle with an obtuse angle.



one obtuse angle

odds The ratio of the probability of the success of an event to the probability of its complement.

open half-plane The solution of a linear inequality that does not include the boundary line.

open sentence A mathematical statement with one or more variables.

opposite rays Two rays $\overrightarrow{BA}$ and $\overrightarrow{BC}$ such that B is between A and C.

opposites Two numbers with the same absolute value but different signs.

ordered pair A set of numbers or coordinates used to locate any point on a coordinate plane, written in the form (x, y).

order of magnitude The order of magnitude of a quantity is the number rounded to the nearest power of 10.

order of operations

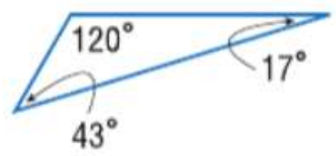
1. Evaluate expressions inside grouping symbols.
2. Evaluate all powers.
3. Do all multiplications and/or divisions from left to right.
4. Do all additions and/or subtractions from left to right.

order of symmetry The number of times a figure can map onto itself as it rotates from 0° to 360°.

origin The point where the two axes intersect at their zero points.

outliers Data that are more than 1.5 times the interquartile range beyond the quartiles.

مثلث منفرج الزاوية مثلث إحدى زواياه منفرجة.



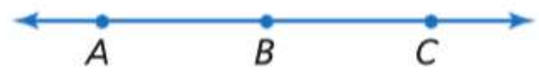
زاوية منفرجة واحدة

فرص نسبة احتمال نجاح الحدث إلى احتمال إتمامه.

نصف مستوٍ مفتوح حل المتباينة الخطية الذي لا يتضمن مستقيما حديًا.

عبارة مفتوحة عبارة رياضية ذات متغير واحد أو أكثر.

شعاعان معكوسان الشعاعان $\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{BC}$ بحيث تقع B بين A و C.



معكوسات عددان يتطابقان في القيمة المطلقة ويختلفان في العلامة.

زوج مرتب مجموعة من الأعداد أو الإحداثيات المستخدمة لتعيين أي نقطة على مستوى إحداثي، وتكتب بالصيغة (x, y).

القيمة الأسية المقدار الأسي للكمية هو العدد التقريبي لأقرب قيمة أسية من 10.

ترتيب العمليات

1. إيجاد قيم التعبيرات داخل رموز المجموعات.
2. إيجاد قيم كل القوى.
3. إجراء كل عمليات الضرب و/أو القسمة من اليسار إلى اليمين.
4. إجراء كل عمليات الجمع و/أو الطرح من اليسار إلى اليمين.

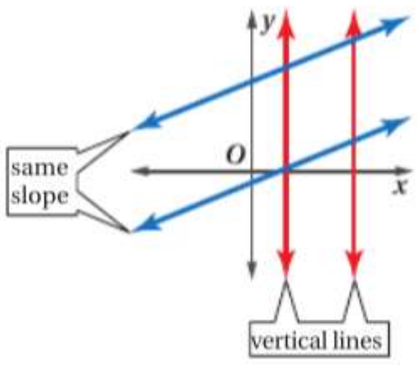
ترتيب التناظر عدد مرات انطباق الشكل على نفسه بينما يدور من **0°** إلى **360°**.

نقطة الأصل النقطة التي يتقاطع عندها المحوران في نقطتي الصفر لهما.

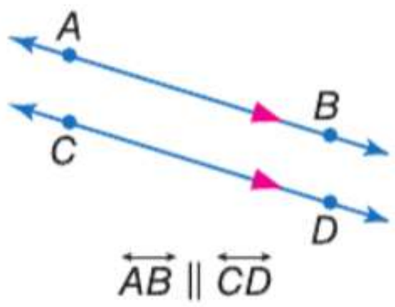
قيم متطرفة بيانات تكون أكبر بمقدار مرة ونصف من المدى بين الرُبيعين بما يتجاوز الربيعيات.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

parallel lines **1.** Lines in the same plane that do not intersect and either have the same slope or are vertical lines.

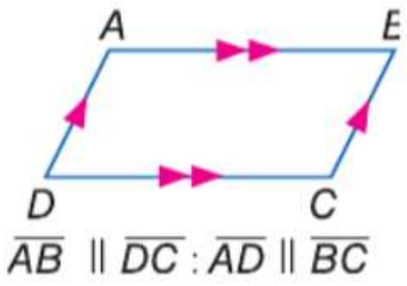


2. Coplanar lines that do not intersect.



parallel planes Planes that do not intersect.

parallelogram A quadrilateral with parallel opposite sides. Any side of a parallelogram may be called a *base*.



parameter A measure that describes a characteristic of the population as a whole.

parent function The simplest of functions in a family.

parent graph The simplest of the graphs in a family of graphs.

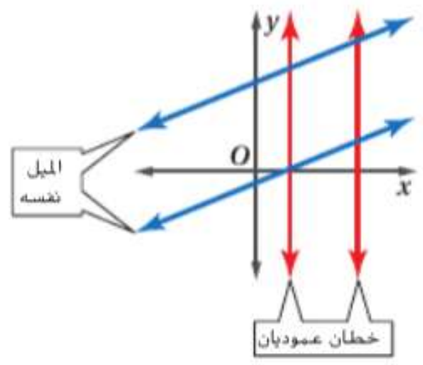
percent A ratio that compares a number to 100.

percent of change When an increase or decrease is expressed as a percent.

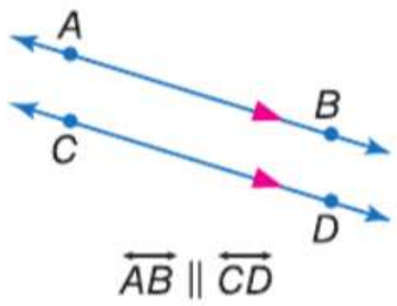
percent of decrease The ratio of an amount of decrease to the previous amount, expressed as a percent.

percent of increase The ratio of an amount of increase to the previous amount, expressed as a percent.

خطوط مستقيمة متوازية 1.. مستقيمات متوازية في نفس المستوى لا تتقاطع وإما أن يكون لهما نفس الميل أو أنهما مستقيمان عموديان.

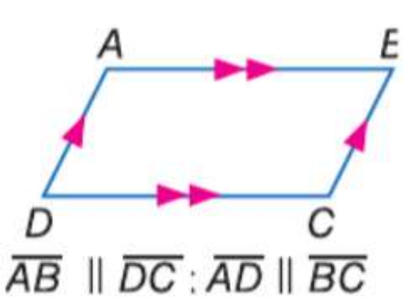


2. المستقيمات المتحدة المستوى التي لا تتقاطع.



مستويات متوازية المستويات التي لا تتقاطع.

متوازي الأضلاع شكل رباعي الأضلاع له أربعة أضلاع متقابلة متوازية. يمكن تسمية أي ضلع من متوازي الأضلاع قاعدة.



معلمة قياس يصف خاصية المجتمع الإحصائي ككل.

دالة أصلية أبسط دالة في عائلة الدوال.

رسم بياني أصلي أبسط رسم بياني في عائلة الرسومات البيانية.

نسبة مئوية نسبة تقارن العدد بالعدد 100.

النسبة المئوية للتغيير التعبير عن التزايد أو التناقص بنسبة مئوية.

النسبة المئوية للتناقص نسبة كمية التناقص إلى الكمية السابقة معبرًا عنها بالنسبة المئوية.

النسبة المئوية للتزايد هي نسبة كمية التزايد إلى الكمية السابقة معبرًا عنها بالنسبة المئوية.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

percent proportion
$\frac{\text{part}}{\text{whole}} = \frac{\text{percent}}{100}$ or $\frac{a}{b} = \frac{P}{100}$

النسبة المئوية
$\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} = \frac{\text{النسبة المئوية}}{100}$ أو $\frac{a}{b} = \frac{P}{100}$

perfect square A number with a square root that is a rational number.

مربع تام عدد له جذر تربيعي عبارة عن عدد نسبي.

perimeter The distance around a geometric figure.

محيط المسافة حول شكل هندسي.

perimeter The sum of the lengths of the sides of a polygon.

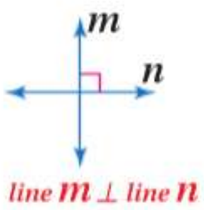
محيط مجموع أطوال أضلاع المضلع.

perpendicular lines Lines that intersect to form a right angle.

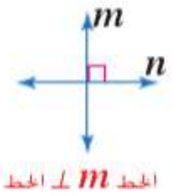
مستقيمات متعامدة الخطوط المستقيمة التي تتقاطع لتكون زاوية قائمة.

perpendicular lines Lines that form right angles.

مستقيمات متعامدة الخطوط المستقيمة التي تكون زوايا قائمة.



line m ⊥ line n



الخط n ⊥ الخط m

pi (π) An irrational number represented by the ratio of the circumference of a circle to the diameter of the circle.

باي (π) عدد غير نسبي تمثله نسبة محيط الدائرة إلى قطر الدائرة.

plane A basic undefined term of geometry. A plane is a flat surface made up of points that has no depth and extends indefinitely in all directions. In a figure, a plane is often represented by a shaded, slanted four-sided figure. Planes are usually named by a capital script letter or by three noncollinear points on the plane.

مستوى مصطلح هندسي أساسي غير محدد. مستوى السطح المستوي الذي يتكون من نقاط ليس لها عمق وتمتد إلى ما لا نهاية في كل الاتجاهات. في أي شكل. غالبًا ما يتم تمثيل المستوى بشكل مظلل مائل ذي أربعة أضلاع. وتسمى المستويات عادةً بحرف مطبوع كبير أو بثلاثة نقاط لا تقع على خط مستقيم.

plane Euclidean geometry Geometry based on Euclid's axioms dealing with a system of points, lines, and planes.

هندسة إقليدية مستوية الهندسة المبنية على مسلّمات إقليدس والتي تتناول نظاما من النقاط والخطوط والمستويات.

plane symmetry Symmetry in a three- dimensional figure that occurs if the figure can be mapped onto itself by a reflection in a plane.

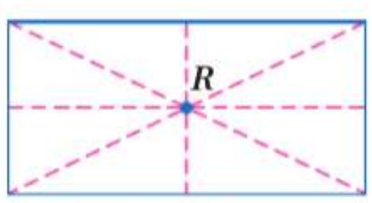
تماثل المستوى التماثل في أي شكل ثلاثي الأبعاد الذي يحدث إذا أمكن تخطيط الشكل على نفسه بالانعكاس في أي مستوى.

point A basic undefined term of geometry. A point is a location. In a figure, points are represented by a dot. Points are named by capital letters.

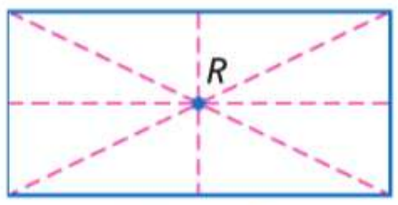
نقطة مصطلح هندسي أساسي غير محدد. وتعد النقطة موضعا. في أي شكل. يتم تمثيل النقاط بنقطة. تتم تسمية النقاط بأحرف كبيرة.

point of symmetry A figure that can be mapped onto itself by a rotation of 180°.

نقطة التناظر الشكل الذي يمكن انطباقه على نفسه بزاوية دوران مقدارها 180°.



R is a point of symmetry.



R نقطة تماثل

McGraw-Hill Education مؤسسة للصالح محفوظة © والتأليف الطبع حقوق

point of tangency For a line that intersects a circle in only one point, the point at which they intersect.

نقطة التماس بالنسبة إلى الخط المستقيم الذي يقطع دائرة في نقطة واحدة فقط. هي النقطة التي يتقاطع فيها الخط المستقيم مع الدائرة.

point-slope form An equation of the form $y - y_1 = m(x - x_1)$, where (x_1, y_1) are the coordinates of any point on the line and m is the slope of the line.

نموذج نقطة الميل معادلة تأخذ الصورة $y - y_1 = m(x - x_1)$. حيث يكون (x_1, y_1) الإحداثيين لأي نقطة على المستقيم و m هو ميل المستقيم.

polygon A closed figure formed by a finite number of coplanar segments called *sides* such that the following conditions are met:

مضلع شكل مغلق يتكون من عدد محدود من القطع متحدة المستوى تسمى الأضلاع مع توافر الشروط التالية:

1. The sides that have a common endpoint are noncollinear.

1. الأضلاع التي لها نقطة نهاية واحدة لا تقع على خط

2. Each side intersects exactly two other sides, but only at their endpoints, called the *vertices*.

2. تقاطع كل ضلع مع ضلعين آخرين، ولكن في نقطتي نهايتيهما فقط وتسمى رؤوس الزوايا.

positive A function is positive on a portion of its domain where its graph lies above the x-axis.

موجبة تكون الدالة موجبة في جزء من مجالها عندما يقع تمثيلها البياني أعلى المحور x.

positive correlation In a scatter plot, as x increases, y increases.

ارتباط موجب في التمثيل البياني بالنقاط المبعثرة، كلما زادت القيمة x، زادت قيمة y.

positive number Any value that is greater than zero.

عدد موجب أي قيمة أكبر من الصفر.

power An expression of the form x^n, read *x to the nth power*.

قيمة أسية تعبير عن الصيغة x^n وتقرأ x مرفوعة إلى القيمة الأسية n.

preimage The graph of an object before a transformation.

صورة أصلية الرسم البياني لكائن ما قبل التحويل.

principal square root The nonnegative square root of a number.

جذر تربيعي أساسي الجذر التربيعي غير السالب للعدد.

principle of superposition Two figures are congruent if and only if there is a rigid motion or a series of rigid motions that maps one figure exactly onto the other.

مبدأ التراكب يتطابق الشكلان فقط في حالة وجود حركة غير مرنة أو سلسلة من الحركات غير المرنة التي تجعل أحد الشكلين ينطبق على الآخر تماما.

probability The ratio of the number of favorable equally likely outcomes to the number of possible equally likely outcomes.

احتمال نسبة عدد النتائج المفضلة المتساوية الاحتمال إلى عدد النتائج المحتملة المتساوية الاحتمال.

probability graph A way to give the probability distribution for a random variable and obtain other data.

التمثيل البياني للاحتمال طريقة لإيجاد توزيع الاحتمال لمتغير عشوائي والحصول على بيانات أخرى.

product In an algebraic expression, the result of quantities being multiplied is called the product.

حاصل ضرب في التعبير الجبري، يسمى ناتج ضرب الكميات حاصل الضرب.

product rule If (x_1, y_1) and (x_2, y_2) are solutions to an inverse variation, then $y_1x_1 = y_2x_2$.

قاعدة حاصل الضرب إذا كان (x_1, y_1) و(x_2, y_2) حلولا للتباين العكسي، إذن $y_1x_1 = y_2x_2$.

proportion An equation of the form $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, where $b, d \neq 0$, stating that two ratios are equivalent.

نسبة معادلة تكتب بالصيغة $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$، حيث b و$d \neq 0$. توضح أن النسبتين متكافئتان.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

Q

quartile The values that divide a set of data into four equal parts.

رُبيعيات قيم تقسم مجموعة من البيانات إلى أربعة أجزاء متساوية.

R

radical equations Equations that contain radicals with variables in the radicand.

معادلات جذرية المعادلات التي تحتوي على جذور بمتغيرات في مجذورات.

radical expression An expression that contains a square root.

تعبير جذري تعبير يحتوي على جذر تربيعي.

radical function A function that contains radicals with variables in the radicand.

دالة جذرية الدالة التي تحتوي على جذور بمتغيرات في المجذورات.

radicand The expression that is under the radical sign.

مجذور التعبير الذي يكون تحت علامة الجذر.

radius 1. In a circle, any segment with endpoints that are the center of the circle and a point on the circle.
2. In a sphere, any segment with endpoints that are the center and a point on the sphere.

نصف القطر 1. في الدائرة، هو أي قطعة مستقيمة لها نقطتي نهاية، إحداهما مركز الدائرة والأخرى نقطة على الدائرة.
2. في الكرة، هو أي قطعة مستقيمة لها نقطتي نهاية، إحداهما مركز الكرة والأخرى نقطة على الكرة.

range 1. The set of second numbers of the ordered pairs in a relation. 2. The difference between the greatest and least data values.

المدى 1. مجموعة الأعداد الثانية للأزواج المرتبة في العلاقة. 2. الفرق بين قيمتي البيانات العليا والدنيا.

rate The ratio of two measurements having different units of measure.

معدل النسبة بين قياسين لهما وحدات قياس مختلفة.

rate of change 1. How a quantity is changing with respect to a change in another quantity. 2. Describes how a quantity is changing over time.

معدل التغير 1. كيفية تغير كمية ما بالنسبة إلى تغير في كمية أخرى. 2. يصف كيفية تغير الكمية بمرور الوقت.

rate problems Problems in which an object moves at a certain speed, or rate.

مسائل المعدل المسائل التي يتحرك فيها جسم ما بسرعة معينة أو معدل معين.

ratio A comparison of two numbers by division.

نسبة مقارنة بين عددين من خلال القسمة.

rational exponent For any positive real number b and any integers m and $n > 1$, $b^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{b})^m$ or $\sqrt[n]{b^m}$. $\frac{m}{n}$ is a rational exponent.

الأس النسبي بالنسبة إلى أي عدد حقيقي موجب b وأي أعداد صحيحة m و $n > 1$، $b^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{b})^m$ أو $\sqrt[n]{b^m}$. $\frac{m}{n}$ هو أس نسبي.

rational expression An algebraic fraction with a numerator and denominator that are polynomials.

تعبير نسبي الكسر الجبري الذي له بسط ومقام كثيريّ الحدود.

rational function An equation of the form $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$, where $p(x)$ and $q(x)$ are polynomial functions, and $q(x) \neq 0$.

دالة نسبية معادلة تأخذ الصورة $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$. حيث $p(x)$ و $q(x)$ دوال كثيرة الحدود، و $q(x) \neq 0$.

rationalizing the denominator A method used to eliminate radicals from the denominator of a fraction.

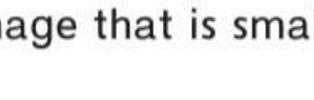
إنطاق المقام طريقة تستخدم للتخلص من الجذور في مقام الكسر.

McGraw-Hill Education مؤسسة حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح

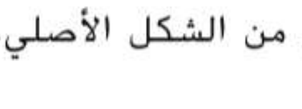
rational numbers The set of numbers expressed in the form of a fraction $\frac{a}{b}$, where a and b are integers and $b \neq 0$.

أعداد نسبية مجموعة الأعداد التي يعبر عنها في شكل كسر $\frac{a}{b}$. حيث a و b أعداد صحيحة و$b \neq 0$.

ray $\overrightarrow{PQ}$ is a ray if it is the set of points consisting of $\overline{PQ}$ and all points S for which Q is between P and S.



شعاع $\overrightarrow{PQ}$ شعاع يتكون من مجموعة من النقاط تتكون من $\overline{PQ}$ وكل النقاط S التي تكون فيها Q بين P و S.



real numbers The set of rational numbers and the set of irrational numbers together.

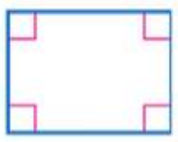
أعداد حقيقية مجموعة الأعداد النسبية ومجموعة الأعداد غير النسبية.

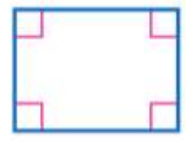
reciprocal The multiplicative inverse of a number.

معكوس ضربي النظير الضربي العدد، أو مقلوبه الضربي.

rectangle A quadrilateral with four right angles.

المستطيل رباعي أضلاع مستطيل زواياه الأربع قائمة.





recursive formula Each term is formulated from one or more previous terms.

صيغة تكرارية كل حد تتم صياغته من حد أو أكثر من الحدود السابقة.

reduction An image that is smaller than the original figure.

اختزال صورة أصغر من الشكل الأصلي.

reflection A transformation representing the flip of a figure over a point, line or plane. A reflection in a line is a function that maps a point to its image such that

if the point is on the line, then the image and preimage are the same point, or

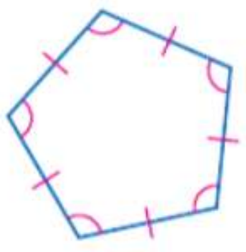
if the point is not on the line, the line is the perpendicular bisector of the segment joining the two points.

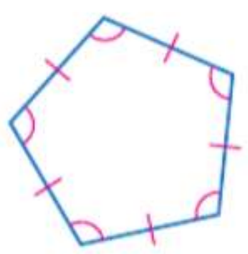
انعكاس تحويل يمثل قلب الشكل على نقطة أو مستقيم أو مستوى. الانعكاس في المستقيم هو دالة تخطط نقطة إلى صورتها بحيث

- إذا كانت النقطة على المستقيم، فإن الصورة والصورة الأصلية تكونان على نفس النقطة
- أو إذا كانت النقطة على المستقيم، فسيكون المستقيم منصفًا عموديًا للقطعة التي تصل بين النقطتين.

regular polygon A convex polygon in which all of the sides are congruent and all of the angles are congruent.

مضلع منتظم المضلع المحدب الذي تتطابق فيه كل الزوايا وكل الأضلاع.





regular tessellation A tessellation formed by only one type of regular polygon.

فسيفساء منتظمة اصطفاف فسيفسائي يتكوّن من نوع واحد فقط من المضلعات المنتظمة.

relation A set of ordered pairs.

علاقة أي مجموعة من الأزواج المرتبة.

remote interior angles The angles of a triangle that are not adjacent to a given exterior angle.

زوايا داخلية غير مجاورة زوايا المثلث التي تكون غير مجاورة للزاوية الخارجية المعطاة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

replacement set A set of numbers from which replacements for a variable may be chosen.

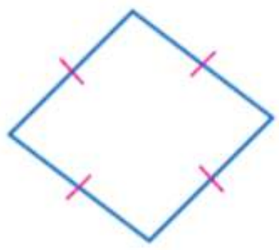
مجموعة التعويض مجموعة من الأعداد التي قد يتم منها اختيار بدائل الإحلال للمتغير.

residual The difference between an observed y-value and its predicted y-value on a regression line.

قيمة متبقية الفرق بين قيمة y الملاحظة وقيمة y المتوقعة على خط الانحدار.

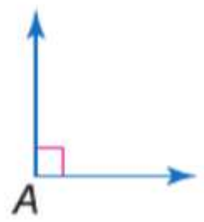
rhombus A quadrilateral with all four sides congruent.

معين رباعي الأضلاع معيّن يتكون من أربعة أضلاع متطابقة.

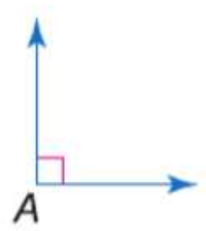


right angle An angle with a degree measure of 90.

زاوية قائمة الزاوية التي قياسها 90.



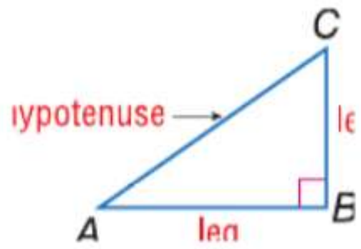
$m\angle A = 90$

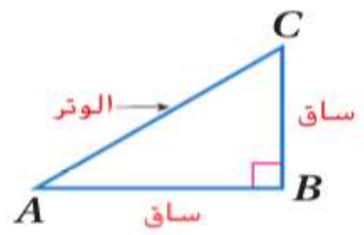


$m\angle A = 90$

right triangle A triangle with a right angle. The side opposite the right angle is called the *hypotenuse*. The other two sides are called *legs*.

مثلث قائم الزاوية مثلث إحدى زواياه قائمة. يسمى الضلع المقابل للزاوية القائمة الوتر. ويطلق على الضلعين الآخرين الساقين.





root The solutions of a quadratic equation.

جذر حلول المعادلة التربيعية.

rotation A transformation that turns every point of a preimage through a specified angle and direction about a fixed point, called the *center of rotation*. A rotation about a fixed point through an angle of $x°$ is a function that maps a point to its image such that

دوران التحويل الذي يدير كل نقطة في الصورة الأصلية بزاوية واتجاه محددين نحو نقطة ثابتة تسمى مركز الدوران. الدوران حول نقطة ثابتة بزاوية $x°$ هو دالة ترسم نقطة على صورتها بحيث

- if the point is the center of rotation, then the image and preimage are the same point, or
- if the point is not the center of rotation, then the image and preimage are the same distance from the center of rotation and the measure of the angle of rotation formed by the preimage, center of rotation, and image points is x.

- إذا كانت النقطة هي مركز الدوران، فإن الصورة والصورة الأصلية تكونان نفس النقطة.
- إذا لم تكن النقطة هي مركز الدوران، فستكون الصورة والصورة الأصلية على نفس المسافة من مركز الدوران وقياس زاوية الدوران التي كونتها الصورة الأصلية ومركز الدوران ونقاط الصورة هي x.

rotational symmetry If a figure can be rotated less than 360° about a point so that the image and the preimage are indistinguishable, the figure has rotational symmetry.

تناظر دوراني إذا أمكن تدوير شكل بزاوية أقل من 360° حول نقطة ما بحيث لا يمكن التمييز بين الصورة والصورة الأصلية، يكون للشكل تناظر دوراني.

row reduction The process of performing elementary row operations on an augmented matrix to solve a system.

اختزال صف عملية تنفيذ عمليات الصف الأولية على مصفوفة تم زيادتها لحل النظام.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

S

sample space The list of all possible outcomes.

الفضاء العيني قائمة بكل النتائج المحتملة.

scale The relationship between the measurements on a drawing or model and the measurements of the real object.

مقياس العلاقة بين المقاييس في الرسم أو النموذج والمقاييس للكائن الحقيقي.

scale factor of dilation The ratio of a length on an image to a corresponding length on the preimage.

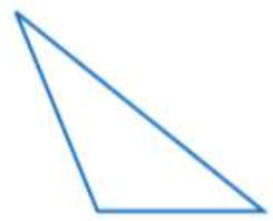
معامل مقياس تغيير الأبعاد نسبة الطول في صورة إلى الطول المناظر في الصورة الأصلية.

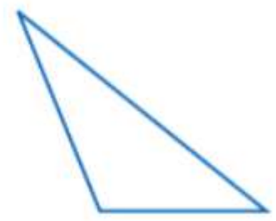
scale model A model used to represent an object that is too large or too small to be built at actual size.

نموذج مقياسي نموذج يستخدم لتمثيل شيء كبير جدًا أو صغير جدا بحيث لا يمكن بناؤه في الحجم الفعلي.

scalene triangle A triangle with no two sides congruent.

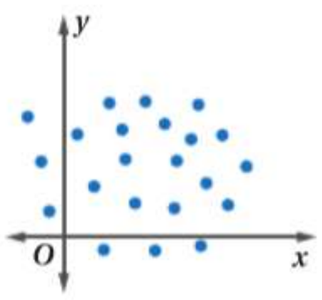
مثلث مختلف الأضلاع مثلث لا يوجد به ضلعان متطابقان.

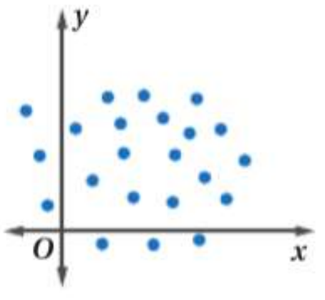




scatter plot A scatter plot shows the relationship between a set of data with two variables, graphed as ordered pairs on a coordinate plane.

تمثيل بياني بالنقاط المبعثرة تمثيل بياني يعرض العلاقة بين مجموعة بيانات ذات متغيرين. ويمثلها في صورة أزواج مرتبة على المستوى الإحداثي.





scientific notation A number in scientific notation is expressed as $a \times 10^n$, where $1 \leq a < 10$ and n is an integer.

ترميز علمي العدد في الترميز العلمي الذي يتم التعبير عنه بالصورة $a \times 10^n$، حيث $1 \geq a < 10$ وn رقم صحيح.

segment See *line segment*.

قطعة مستقيمة انظر قطعة مستقيمة.

segment bisector A segment, line, or plane that intersects a segment at its midpoint.

منصف القطعة المستقيمة القطعة المستقيمة أو المستقيم أو المستوى الذي يتقاطع مع القطعة المستقيمة في نقطة المنتصف.

semi-regular tessellation A uniform tessellation formed using two or more regular polygons.

فسيفساء شبه منتظمة اصطفاف فسيفسائي منتظمة مكون من مضلعين منتظمين أو أكثر.

sequence A set of numbers in a specific order.

متتالية مجموعة من الأعداد مرتبة بشكل محدد.

set-builder notation A concise way of writing a solution set. For example, $\{t \mid t < 17\}$ represents the set of all numbers t such that t is less than 17.

رمز بناء مجموعة الحل طريقة موجزة لكتابة مجموعة الحل. على سبيل المثال، $\{t \mid t < 17\}$ تمثل مجموعة جميع الأعداد t حيث t أقل من 17.

sides of an angle The rays of an angle.

ضلعا الزاوية شعاعا الزاوية.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

similarity transformation When a figure and its transformation image are similar.

تحويل تشابهي عندما يكون الشكل وصورة تحويله متشابهين.

simplest form An expression is in simplest form when it is replaced by an equivalent expression having no like terms or parentheses.

أبسط صورة يكون التعبير في أبسط صوره عندما يتم استبداله بتعبير مكافئ ليس له حدود أو أقواس مشابهة.

skew lines Lines that do not intersect and are not coplanar.

مستقيمات متخالفة المستقيمات التي لا تتقاطع وغير متحدة المستوى.

slope For a (nonvertical) line containing two points (x_1, y_1) and (x_2, y_2), the number m given by the formula

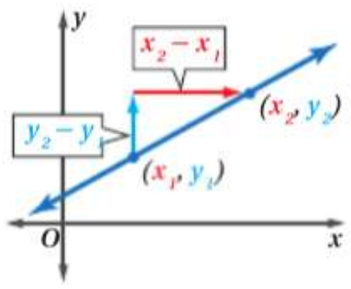
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ where } x_2 \neq x_1.$$

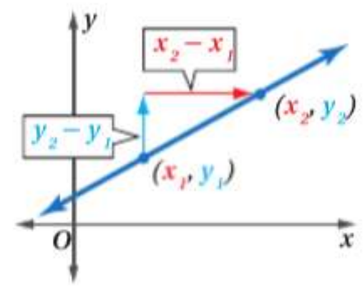
ميل بالنسبة إلى خط مستقيم (غير عمودي) يحتوي على نقطتين (x_1, y_1) و(x_2, y_2). ويكون الرقم m من معطيات الصيغة

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ حيث } x_2 \neq x_1.$$

slope The ratio of the change in the y-coordinates (rise) to the corresponding change in the x-coordinates (run) as you move from one point to another along a line.

ميل نسبة التغير في الإحداثي y (التغير الرأسي) إلى التغير المناظر في الإحداثي x (التغير الأفقي) كلما تحركت من نقطة إلى أخرى بطول المستقيم.





slope–intercept form A linear equation of the form $y = mx + b$. The graph of such an equation has slope m and y-intercept b.

صيغة الميل والمقطوع معادلة خطية تأخذ الصورة $y = mx + b$. التمثيل البياني لهذه المعادلة له ميل m ويتقاطع مع المحور الرأسي y في b.

slope–intercept form An equation of the form $y = mx + b$, where m is the slope and b is the y-intercept.

صيغة الميل المقطوع معادلة تأخذ الصورة $y = mx + b$ حيث m هو الميل و b هو التقاطع مع المحور y.

solid of revolution A three-dimensional figure obtained by rotating a plane figure about a line.

مجسم دوراني شكل ثلاثي الأبعاد نحصل عليه بدوران شكل مستو حول مستقيم.

solution A replacement value for the variable in an open sentence.

حل قيمة إحلال لمتغير في عبارة مفتوحة.

solution set The set of elements from the replacement set that make an open sentence true.

مجموعة الحل مجموعة العناصر من مجموعة الإحلال التي تكون عبارة مفتوحة صحيحة.

solve an equation The process of finding all values of the variable that make the equation a true statement.

حل معادلة عملية إيجاد كل القيم للمتغير الذي يجعل المعادلة عبارة صحيحة.

solving an open sentence Finding a replacement value for the variable that results in a true sentence or an ordered pair that results in a true statement when substituted into the equation.

حل عبارة مفتوحة إيجاد قيمة إحلال للمتغير الذي يؤدي إلى تكوين عبارة صحيحة أو الزوج المرتب الذي يؤدي إلى تكوين عبارة صحيحة عندما يتم إحلاله في المعادلة.

space A boundless three-dimensional set of all points.

فراغ مجموعة من كل النقاط غير المحدودة ثلاثية الأبعاد.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

square A quadrilateral with four right angles and four congruent sides.

square root One of two equal factors of a number.

square root function Function that contains the square root of a variable.

standard deviation The square root of the variance.

standard form The standard form of a linear equation is $Ax + By = C$, where $A \geq 0$, A and B are not both zero, and A, B, and C are integers with a greatest common factor of 1.

statistic A quantity calculated from a sample.

statistical inference The statistics of a sample are used to draw conclusions about the population.

stem-and-leaf plot A system used to condense a set of data where the greatest place value of the data forms the stem and the next greatest place value forms the leaves.

substitution Use algebraic methods to find an exact solution of a system of equations.

supplementary angles Two angles with measures that have a sum of 180.

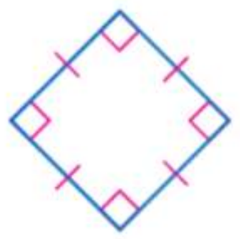
surface area The sum of the areas of all the surfaces of a three-dimensional figure.

symmetry 1. A geometric property of figures that can be folded and each half matches the other exactly. 2. A figure has symmetry if there exists a rigid motion—reflection, translation, rotation, or glide reflection—that maps the figure onto itself.

system of equations A set of equations with the same variables.

system of inequalities A set of two or more inequalities with the same variables.

مربع شكل رباعي الأضلاع مكون من أربع زوايا قائمة وأربع أضلاع متطابقة.



جذر تربيعي أحد العاملين المتساويين للعدد.

دالة الجذر التربيعي الدالة التي تحتوي على الجذر التربيعي لمتغير.

انحراف معياري الجذر التربيعي للتباين.

صيغة قياسية الصيغة القياسية للمعادلة الخطية هي $Ax + By = C$. حيث $A \geq 0$ وA وB لا تساويان صفر. وA وB وC أعداد صحيحة ذات قاسم مشترك أكبر يساوي 1.

إحصائي كمية يتم حسابها من عينة.

استدلال إحصائي إحصائيات من عينة تستخدم للتوصل إلى استنتاجات عن المجتمع الإحصائي.

مخطط الساق والأوراق نظام يستخدم لتكثيف مجموعة البيانات حيث تكون القيمة المنزلية الأكبر من البيانات الساق وتكون القيمة المنزلية الأكبر التالية الأوراق.

تعويض استخدام طرق جبرية لإيجاد حل دقيق لنظام من المعادلات.

زاويتان متكاملتان زاويتان مجموع قياسهما يساوي 180.

مساحة السطح مجموع مساحات أسطح الشكل ثلاثي الأبعاد.

تناظر 1. خاصية هندسية للأشكال التي يمكن ثنيها وتطابق أحد نصفيها تماما على النصف الآخر. 2. يحتوي أحد الأشكال على تناظر في حالة وجود حركة قوية – انعكاس أو انسحاب أو دوران أو انعكاس انحداري – تتطابق مع الشكل نفسه.

نظام المعادلات مجموعة المعادلات التي تحتوي على نفس المتغيرات.

نظام المتباينات مجموعة المتباينات المكونة من متباينتين أو أكثر والتي تحتوي على نفس المتغيرات.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

T

term A number, a variable, or a product or quotient of numbers and variables.

حد العدد أو المتغير أو حاصل ضرب أو قسمة الأعداد والمتغيرات.

terms of a sequence The numbers in a sequence.

حدود المتسلسلة الأعداد المتتالية.

tessellation A pattern that covers a plane by transforming the same figure or set of figures so that there are no overlapping or empty spaces.

تغطية بالفسيفساء نمط ما يغطي المستوى من خلال تحويل نفس الشكل أو مجموعة الأشكال بحيث لا يوجد تداخل أو مساحات فارغة.

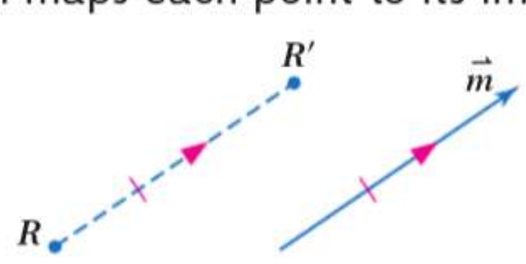
transformation In a plane, a mapping for which each point has exactly one image point and each image point has exactly one preimage point.

تحويل يشير في أحد المستويات إلى التخطيط الذي تحتوي كل نقطة فيه على نقطة صورة واحدة بالضبط وتحتوي كل نقطة صورة على نقطة صورة أصلية واحدة بالضبط.

translation A transformation that moves a figure the same distance in the same direction. A translation is a function that maps each point to its image along a vector such that each segment joining a point and its image has the same length as the vector, and this segment is also parallel to the vector.

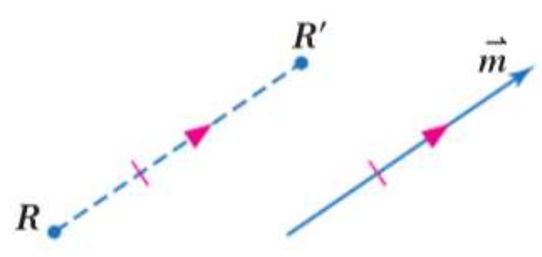
انسحاب تحويل يحرك أحد الأشكال في نفس البُعد وفي نفس الاتجاه. الانسحابo دالة تربط كل نقطة بصورتها على متجه ما بحيث تكون كل قطعة مستقيمة متصلة بنقطة وتكون صورة هذه النقطة بنفس طول المتجه. وتكون هذه القطعة المستقيمة أيضا موازية للمتجه.

translation vector The vector in which a translation maps each point to its image.



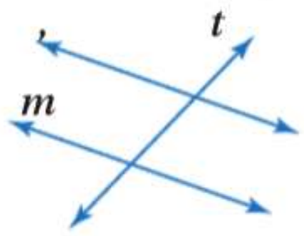
Point R', is a translation of point R along translation vector m.

متجه الانسحاب المتجه الذي يربط فيه الانسحاب كل نقطة بصورتها.



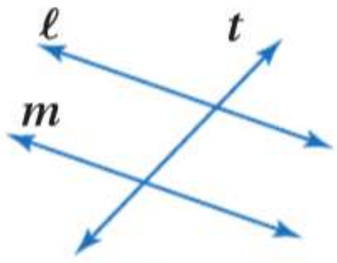
النقطة R', هي انسحاب للنقطة R على امتداد متجه الانسحاب m

transversal A line that intersects two or more lines in a plane at different points.



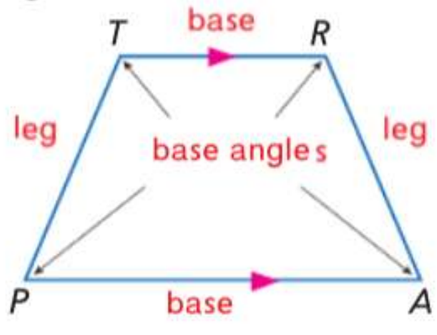
Line t is a transversal.

قاطع خط يقطع خطين أو أكثر في مستوى ما عند نقاط مختلفة.

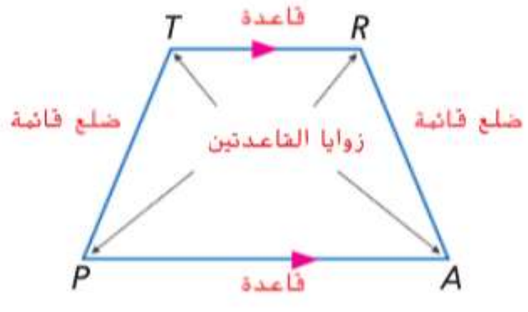


الخط t قاطع

trapezoid A quadrilateral with exactly one pair of parallel sides. The parallel sides of a trapezoid are called *bases*. The nonparallel sides are called *legs*. The pairs of angles with their vertices at the endpoints of the same base are called *base angles*.



شبه المنحرف رباعي أضلاع مكون من زوج من الأضلاع الموازية تماما. يطلق على الأضلاع الموازية لشبه المنحرف القواعد. ويطلق على الضلعان غير الموازيين ضلعا القائمة. ويطلق على أزواج الزوايا مع رؤوسها عند نقاط نهاية نفس القاعدة زوايا القاعدة.



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

tree diagram A diagram used to show the total number of possible outcomes.

مخطط الشجرة مخطط مستخدم في عرض العدد الإجمالي للنتائج المحتملة.

two-column proof A formal proof that contains statements and reasons organized in two columns. Each step is called a statement, and the properties that justify each step are called reasons.

برهان ذو عمودين برهان شكلي يحتوي على عبارات ومبررات مرتبة في عمودين. يطلق على كل خطوة عبارة ويطلق على الخصائص التي تبرر كل خطوة مبررات.

U

undefined term Words, usually readily understood, that are not formally explained by means of more basic words and concepts. The basic undefined terms of geometry are point, line, and plane.

مصطلح غير معرّف الكلمات التي عادة ما تفهم بسهولة ولا يتم شرحها بطريقة رسمية عن طريق المزيد من الكلمات والمفاهيم الأساسية. المصطلحات الهندسية الأساسية غير المعرفة هي النقطة والخط المستقيم والمستوى.

uniform motion problems Problems in which an object moves at a certain speed, or rate.

مسائل الحركة المنتظمة المسائل التي يتحرك فيها جسم ما بسرعة أو معدل معين.

uniform tessellations Tessellations containing the same arrangement of shapes and angles at each vertex.

تغطيات منتظمة بالفسيفساء التغطيات بالفسيفساء التي تحتوي على نفس ترتيب الأشكال والزوايا عند كل رأس.

union The graph of a compound inequality containing or; the solution is a solution of either inequality, not necessarily both.

ربط تمثيل بياني لحل متباينة مركبة؛ بحيث يكون الحل لإحدى المتباينتين وليس بالضرورة لكلتيهما.

unit analysis The process of including units of measurement when computing.

تحليل الوحدة العملية التي تتضمن وحدات القياس عند الحساب.

unit rate A ratio of two quantities, the second of which is one unit.

معدل الوحدة نسبة كميتين، وتكون الكمية الثانية وحدة واحدة.

univariate data Data with one variable.

بيانات أحادية المتغير بيانات ذات متغير واحد.

upper quartile The median of the upper half of a set of data.

رُبيع أعلى وسيط النصف العلوي من مجموعة البيانات.

V

variable 1. Symbols used to represent unspecified numbers or values. 2. a characteristic of a group of people or objects that can assume different values

متغير 1. الرموز المستخدمة لتمثيل الأعداد أو القيم غير المحددة. 2. سمة مجموعة من الأفراد أو الأجسام التي يمكن أن تحمل قيما مختلفة

variance The mean of the squares of the deviations from the arithmetic mean.

تباين متوسط مربعات الانحرافات عن المتوسط الحسابي.

vertex angle of an isosceles triangle See isosceles triangle.

زاوية رأس مثلث متساوي الساقين انظر المثلث متساوي الساقين.

vertex of an angle The common endpoint of an angle.

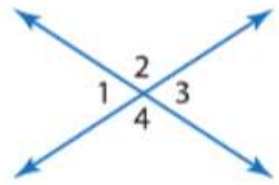
رأس الزاوية نقطة النهاية المشتركة لزاوية ما.

vertex of a polygon The vertex of each angle of a polygon.

رأس المضلع رأس كل زاوية في المضلع.

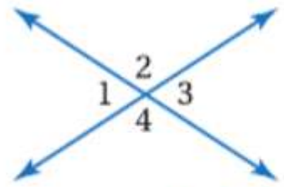
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

vertical angles Two nonadjacent angles formed by two intersecting lines.



∠1 and ∠3 are vertical angles.
∠2 and ∠4 are vertical angles.

زوايا عمودية زاويتان غير متجاورتين يتم تشكيلهما عن طريق خطين متقاطعين.



∠1 و ∠3 زوايا عمودية
∠2 و ∠4 زوايا عمودية

vertical line test If any vertical line passes through no more than one point of the graph of a relation, then the relation is a function.

اختبار الخط الرأسي يكون في حالة مرور أي خط رأسي عبر ما لا يزيد عن نقطة واحدة من الرسم البياني للعلاقة، ومن ثم تصبح العلاقة دالة.

volume The measure of space occupied by a solid region.

حجم مقياس المساحة التي تشغلها منطقة المجسم.

W

weighted average The sum of the product of the number of units and the value per unit divided by the sum of the number of units, represented by M.

متوسط حسابي مرجح إجمالي حاصل ضرب عدد الوحدات والقيمة لكل وحدة مقسوم على مجموع عدد الوحدات التي يمثلها M.

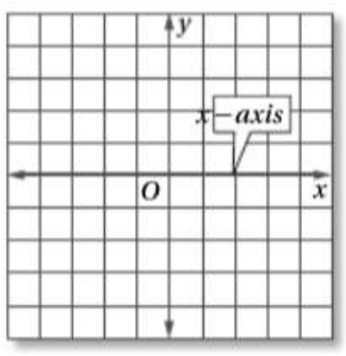
whole numbers The set {0, 1, 2, 3, ...}.

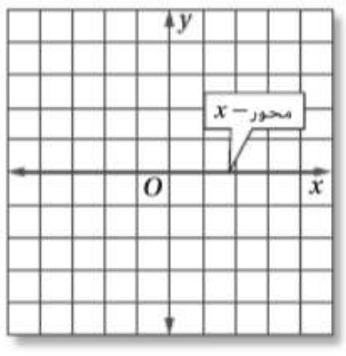
أعداد صحيحة مجموعة تضم {0، 1، 2، 3، ...}.

X

x-axis The horizontal number line on a coordinate plane.

المحور x خط الأعداد الأفقي على مستوى إحداثي.





x-coordinate The first number in an ordered pair.

الإحداثي x العدد الأول في الزوج المرتب.

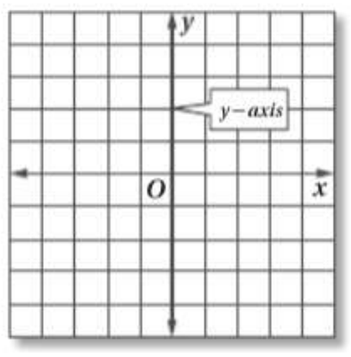
x-intercept The x-coordinate of a point where a graph crosses the x-axis.

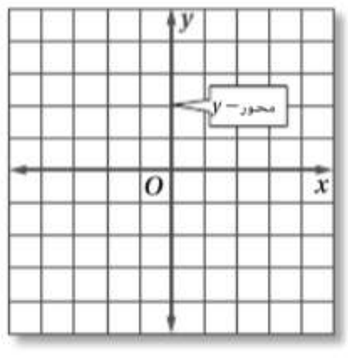
تقاطع مع المحور x الإحداثي x للنقطة التي يتقاطع عندها الرسم البياني مع المحور x.

Y

y-axis The vertical number line on a coordinate plane.

المحور y خط الأعداد الرأسي على مستوى إحداثي.





McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

y-coordinate The second number in an ordered pair.

الإحداثي y العدد الثاني في الزوج المرتب.

y-intercept The y-coordinate of a point where a graph crosses the y-axis.

تقاطع مع المحور y الإحداثي y للنقطة التي يتعارض عندها الرسم البياني مع المحور y.

Z

zero The x-intercepts of the graph of a function; the points for which $f(x) = 0$.

صفر تقاطعات مع المحور x في التمثيل البياني لدالة ما، وتكون نقاطها $f(x) = 0$.

zero exponent For any nonzero number a, $a^0 = 1$. Any nonzero number raised to the zero power is equal to 1.

أس صفري بالنسبة إلى أي عدد غير الصفر a، $a^0 = 1$. وأي عدد غير الصفر مرفوع إلى الأس الصفري يساوي 1.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

نسخة الطلاب

شكر وتقدير

Photo: ix Hi Brow Arabia/Alamy Stock Photo; **viii** Photographer's Choice/Getty Images; **x** Flame/Alamy; **xi** IM_photo/Shutterstock.com; **xii** Ruzanna/Shutterstock.com; **xiii** Frankris/Shutterstock.com; **xiv** Charles Knowles/Alamy; **xix** Ingram Publishing; **xv** Glow Images; **xvi** Aha-Soft/Shutterstock.com; **xvii** JeremyRichards/Shutterstock.com; **xviii** Hero/Corbis/Glow Images; **xx** ImageSource/Age Fotostock; **604** Hero/Corbis/Glow Images; **607** topseller/Shutterstock.com; **608** Jim Sugar/CORBIS; **609** Jochem Wijnands/age fotostock; **614** Greg Ryan/Alamy; **616** Heath Korvola/Digital Vision/Getty Images; **617** © McGraw-Hill Education/Ken Cavanagh; **624** JGA/Shutterstock.com; **626** (cr)Ariel Skelley/Blend Images; **631** FOTOG/Tetra Images/Photolibrary; **634** Yannis Emmanuel Mavromatakis/Alamy Images; **646** Elnur Amikishiyev/Alamy Stock Photo; **650** Ingram Publishing; **655** redstone/Shutterstock.com; **656** (t)Image Source/Getty Images, (b)gui jun peng/Shutterstock.com; **660** age fotostock/SuperStock; **661** Glowimages/Getty Images; **663** Barry Barker/McGraw-Hill Education; **668** Jag_cz/Shutterstock.com; **670** Jade LLC/Blend Images; **675** (l)S-F/Shutterstock, (r)Images&Stories/Alamy; **687** Comstock Images/Getty Images; **690** (t)Glow Decor RM/SuperStock, (b)Rena Schild/Shutterstock.com; **691** Images-USA/Alamy Stock Photo; **692** (t)Slavoljub Pantelic/Shutterstock.com, (b)Comstock Images; **696** Ocean/CORBIS; **714** ImageSource/Age Fotostock; **717** ©STOCK4B-RF/Glow Images; **718** fStop/SuperStock; **720** (l)Don Farrall/Getty Images, (c)Wicker Imaging/Shutterstock.com, (r)Marc Sandercock; **721** (l)Thinkstock/Stockbyte/Getty Images, (c)Martin Barraud/OJO Images/Getty Images, (r)Todd Gipstein/Getty Images; **722** Purestock/SuperStock; **725** (tl)Ed-Imaging, (tc)Ed-Imaging, (tr)Ed-Imaging, (bl)Ed-Imaging, (bc)Ed-Imaging, (br)Ed-Imaging; **727** Caia Images/Glow Images; **729** Lightwavemedia/Shutterstock.com; **730** (t)Agi Jukan/Shutterstock.com, (b)Richard Nowitz/Digital Vision/Getty Images; **732** Laura Ciapponi/Media Bakery; **735** Shutterstock/Visit Roemvanitch; **737** A Kompatscher/age fotostock; **740** Ingram Publishing; **741** Polarpx/Shutterstock.com; **747** Digital Vision/Photodisc/Getty Images; **749** Leungchopan/Shutterstock.com; **750** (c)Ingram Publishing/Alamy Stock Photo, (b)McGraw-Hill Education; **755** Purestock/SuperStock; **760** Ilene MacDonald/Alamy Stock Photo; **765** Rodolfo Arpia/age fotostock; **768** (l)Horst Mahr/age fotostock, (r)Emily Riddell/age fotostock; **776** ©Cultura Creative/Alamy; **779** (l)BananaStock/Punchstock, (r)Alan Schein/Alamy Images; **780** (tl)Alex Alekseev/Shutterstock.com, (tr)Robert Harding Picture Library/SuperStock, (cl)Mark Dierker/Bear Dancer Studios, (cr)©Bill Brooks/Alamy Stock Photo, (bl)Wolfilser/Shutterstock.com, (bc)McGraw-Hill Education, (br)KFS/age fotostock; **783** Creativ Studio Heinemann/Getty Images; **790** (tl)McGraw-Hill Education, (tc)McGraw-Hill Education, (tr)McGraw-Hill Education, (bl)McGraw-Hill Education, (bc)McGraw-Hill Education, (br)McGraw-Hill Education; **791** (tl)McGraw-Hill Education, (tc)McGraw-Hill Education, (tr)McGraw-Hill Education, (bl)McGraw-Hill Education, (bc)McGraw-Hill Education, (br)McGraw-Hill Education; **795** McGraw-Hill Education; **806** Image Source.

مركز اتصال وزارة التربية والتعليم

اقتراح - استفسار - شكوى

80051115 | 04-2176855 | ccc.moe@moe.gov.ae | www.moe.gov.ae

جميع الحقوق محفوظة لوزارة التربية والتعليم. لايسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو جزء منه أو تخزينه في نطاق استعادة المعلومات، أو نقله بأي شكل من الأشكال، من دون إذن مسبق من الناشر.