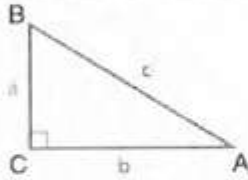


نواتج التعلّم 1- استخدام نظرية فيثاغورس . 2- استخدام معكوس نظرية فيثاغورس .

النظرية 10.4 نظرية فيثاغورس

الشرح



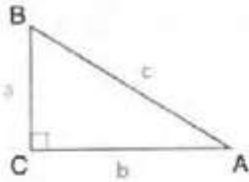
الشرح
في مثلث قائم الزاوية، يكون مجموع مربعات أطوال ساقي المثلث مساويًا لمربع طول الوتر.

الرموز
إذا كان $\triangle ABC$ مثلثًا قائم الزاوية والزاوية القائمة به هي C ، فإن $a^2 + b^2 = c^2$.

المفهوم الأساسي ثلاثيات فيثاغورس الشائعة

3, 4, 5	5, 12, 13	8, 15, 17	7, 24, 25
6, 8, 10	10, 24, 26	16, 30, 34	14, 48, 50
9, 12, 15	15, 36, 39	24, 45, 51	21, 72, 75
$3x, 4x, 5x$	$5x, 12x, 13x$	$8x, 15x, 17x$	$7x, 24x, 25x$

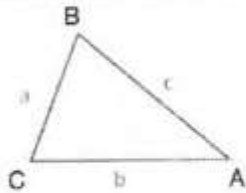
النظرية 10.5 معكوس نظرية فيثاغورس



الشرح
إذا كان مجموع مربعات أطوال الضلعين الأقصر لأحد المثلثات مساويًا لمربع طول الضلع الأطول، فإن المثلث يكون قائم الزاوية.

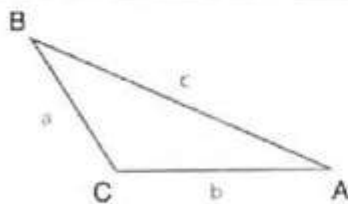
الرموز
إذا كان $a^2 + b^2 = c^2$ ، فإن $\triangle ABC$ مثلث قائم الزاوية.

نظريات نظريات متباينات فيثاغورس



8.6 إذا كان مربع طول الضلع الأطول في أحد المثلثات أقل من مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين، فإن المثلث يكون حاد الزاوية.

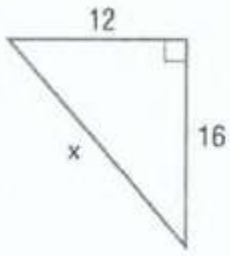
الرموز إذا كانت $c^2 < a^2 + b^2$ ، فإن $\triangle ABC$ يكون حاد الزاوية.



8.7 إذا كان مربع طول الضلع الأطول في أحد المثلثات أكبر من مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين، فإن المثلث يكون منفرج الزاوية.

الرموز إذا كان $c^2 > a^2 + b^2$ ، فإن $\triangle ABC$ منفرج الزاوية.

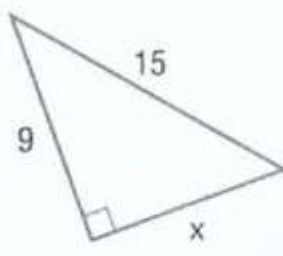
أوجد x .



$$x^2 = 12^2 + 16^2$$

$$x = \sqrt{12^2 + 16^2}$$

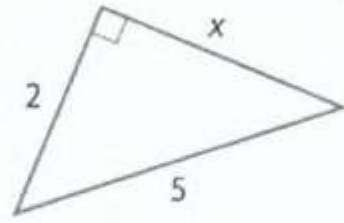
$$= 20$$



$$x^2 = 15^2 - 9^2$$

$$x = \sqrt{15^2 - 9^2}$$

$$= 12$$



$$x^2 = 5^2 - 2^2$$

$$x = \sqrt{5^2 - 2^2}$$

$$= 4.6$$

المثابرة استخدم ثلاثية فيثاغورس لإيجاد قيمة x .

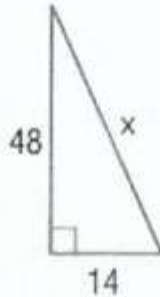


$$16, 30, x$$

$$8, 15, 17$$

$$x = 17(2)$$

$$= 34$$

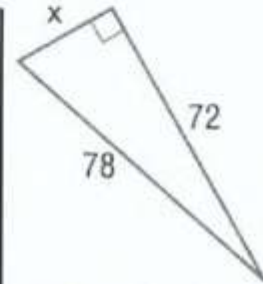


$$14, 48, x$$

$$7, 24, 25$$

$$x = 25(2)$$

$$= 50$$

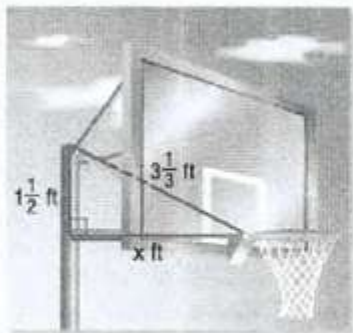


$$x, 72, 78$$

$$136, 39 \downarrow \div 2$$

$$5, 12, 13 \downarrow \div 3$$

$$x = 5(2)(2) = 30$$



كرة السلة الجزء الذي يدعم مرمى كرة السلة بشكل زاوية قائمة كما هو موضح. فما طول x من الطرف الأفقي من ذلك الجزء الداعم؟

$$x^2 = 3\frac{1}{3}^2 - 1\frac{1}{2}^2$$

$$x = \sqrt{3\frac{1}{3}^2 - 1\frac{1}{2}^2}$$

$$= \frac{2\sqrt{21}}{3}$$

$$= 3.1$$

حدد ما إذا كانت أي مجموعة أعداد من المجموعات التالية يمكن أن تكون قياسات لأضلاع مثلث. إذا كان الأمر كذلك، فصنف المثلث على أنه حاد أو منفرج أو قائم الزاوية. علل إجابتك.

6

15, 36, 39
 $15^2 + 36^2 > 39^2$ تناكرو من صفة المثلث
 اختيار فيثاغورث $15^2 + 36^2$ ، 39^2
 1521 ، 1521

مساوي
 المثلث قائم الزاوية

7

16, 18, 26
 $16^2 + 18^2 > 26^2$ تناكرو من صفة المثلث
 اختيار فيثاغورث $16^2 + 18^2$ ، 26^2
 580 ، 1296

رج الأوكبر أكبر من المجموع
 المثلث منفرج الزاوية

8

15, 20, 24
 $15^2 + 20^2 > 24^2$ اختيار صفة المثلث
 اختيار فيثاغورث $15^2 + 20^2$ ، 24^2
 625 ، 576

من الضلع الأكبر أصغر المجموع
 المثلث حاد الزاوية

22

10, 12, 23
 $10^2 + 12^2 < 23^2$ تناكرو من صفة المثلث
 لا يمكن تكون مثلث

الهندسة الإحداثية حدد ما إذا كان ΔXYZ هو مثلث حاد أم قائم أم منفرج الزاوية بالنسبة للرؤوس المعطاة. اشرح.

30

$X(-3, -2), Y(-1, 0), Z(0, -1)$

$XY = \sqrt{(-3+1)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{8}$

$XZ = \sqrt{(-3-0)^2 + (-2+1)^2} = \sqrt{10}$ الأكبر

$YZ = \sqrt{(-1-0)^2 + (0+1)^2} = \sqrt{2}$

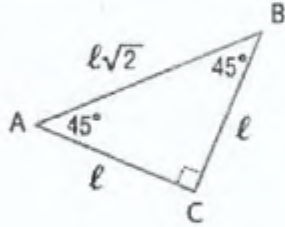
اختيار $(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{8})^2 = \sqrt{10}^2$

$10 = 10$

المثلث قائم الزاوية

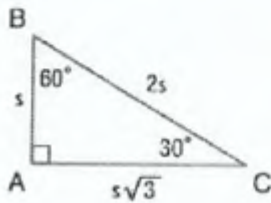
نواتج التعلم 1- استخدام خصائص المثلثات بزوايا 45° و 45° و 90°. 2- استخدام خصائص المثلثات بزوايا 30° و 60° و 90°.

نظرية 10.8 نظرية المثلثات بزوايا قياساتها 45° و 45° و 90°



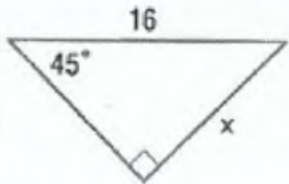
في مثلث بزوايا قياساتها 45° و 45° و 90°. يكون الساقان l متطابقين وطول الوتر h يساوي $\sqrt{2}$ ضعف طول أحد الساقين.
الرموز في المثلث بزوايا قياساتها 45° و 45° و 90°. يكون $h = l\sqrt{2}$ و $l = l$.

نظرية 10.9 نظرية المثلثات بزوايا قياساتها 30° و 60° و 90°



في مثلث بزوايا قياساتها 30° و 60° و 90°. طول الوتر h يساوي ضعف طول الساق الأقصر s . وطول الساق الأطول l يساوي $\sqrt{3}$ ضعف طول الساق الأقصر.
الرموز في مثلث بزوايا قياساتها 30° و 60° و 90°. فإن $l = s\sqrt{3}$ و $h = 2s$.

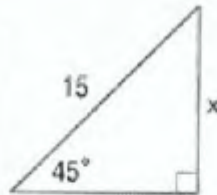
التفكير المنطقي أوجد x .



$$x = \frac{16}{\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{16\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = 8\sqrt{2}$$

$$= 11.3$$

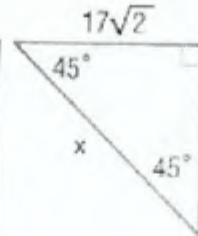


$$x = \frac{15}{\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{15}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{15\sqrt{2}}{2}$$

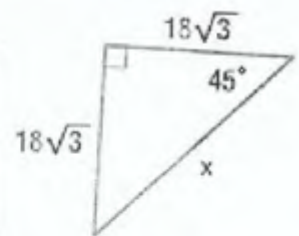
$$= 10.6$$



$$x = 17\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= 17(2)$$

$$= 34$$



$$x = 18\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

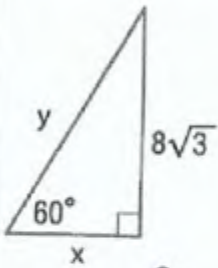
$$= 18\sqrt{6}$$

$$= 44.1$$

إذا كان مثلث بزوايا 45° و 45° و 90° به وتر بطول 9. فأوجد طول الساق.

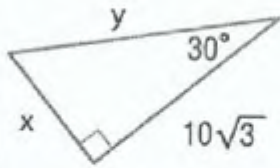
$$\text{الساق} = \frac{9}{\sqrt{2}} = \frac{9}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{9\sqrt{2}}{2} = 6.4$$

أوجد قيمة x و y .



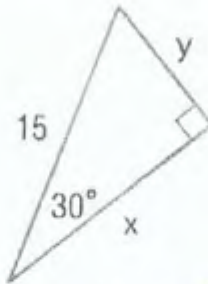
$$x = \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 8$$

$$y = 8(2) = 16$$



$$x = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 10$$

$$y = 10(2) = 20$$

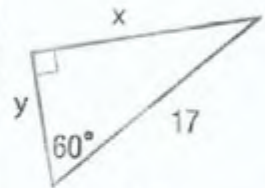


$$y = \frac{15}{2} = 7.5$$

$$x = 7.5\sqrt{3}$$

$$= \frac{15\sqrt{3}}{2}$$

$$= 13$$



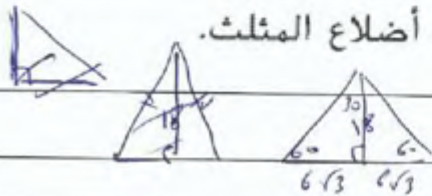
$$y = \frac{17}{2} = 8.5$$

$$x = 8.5\sqrt{3}$$

$$= \frac{17\sqrt{3}}{2}$$

$$= 14.7$$

مثلث متساوي الأضلاع طول ارتفاعه 18 قدمًا. حدد طول أحد أضلاع المثلث.



$$\text{ضلع المثلث} = 12\sqrt{3}$$



استخدام النماذج راجع بداية الدرس.

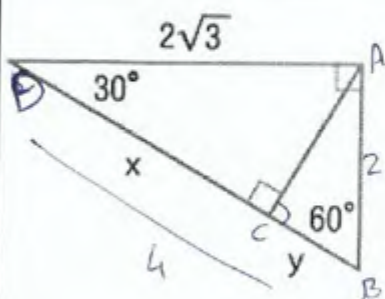
كل قلم تظليل هو عبارة عن مثلث متساوي الأضلاع بأضلاع يبلغ طولها 9 سنتيمتر. فهل سيتم استيعاب قلم التظليل في صندوق أبعاده 10 سنتيمتر في 7 سنتيمتر؟ اشرح.

$$\text{الارتفاع} = 4.5\sqrt{3}$$

$$= \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

$$= 7.8 \text{ cm}$$

لا لأن ارتفاع القلم 7.8
وهو أكبر من ارتفاع الصندوق 7.



$$AB = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2$$

$$BD = 4$$

أوجد قيمة x و y .

في المثلث ABC

$$CB = 1 \rightarrow y$$

$$CD = 4 - 1 = 3 = x$$

الاسم: _____ الشعبة: _____

10-4 حساب المثلثات

ورقة عمل الصف العاشر

إيجاد النسب المثلثية باستخدام مثلثات قائمة الزاوية.

نواتج التعلم

استخدام النسب المثلثية لإيجاد قياسات زاويا في مثلثات قائمة الزاوية.

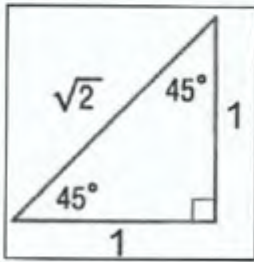
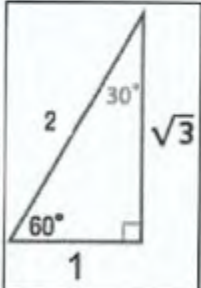
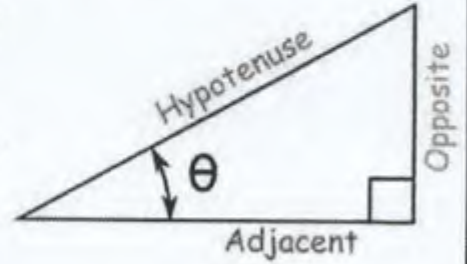
النسبة المثلثية هي نسبة أطوال ضلعين من مثلث قائم الزاوية.

Sine جيب
Cosine جيب التمام
Tangent ظل

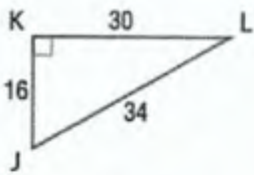
$$\frac{\text{مقابل وتر}}{\text{وتر}} = \sin \theta = \frac{\text{Opposite}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\frac{\text{مجاور وتر}}{\text{وتر}} = \cos \theta = \frac{\text{Adjacent}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\frac{\text{مقابل مجاور}}{\text{مجاور}} = \tan \theta = \frac{\text{Opposite}}{\text{Adjacent}}$$



أوجد $\sin J$ و $\cos J$ و $\tan J$ و $\sin L$ و $\cos L$ و $\tan L$. عبّر عن كل نسبة بكسر أو كسر عشري وقربه لأقرب جزء من مئة.



$$\sin J = \frac{30}{34}$$

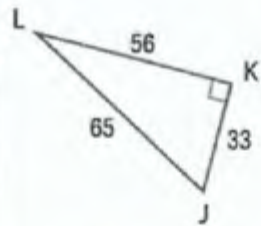
$$\cos J = \frac{16}{34}$$

$$\tan J = \frac{30}{16}$$

$$\sin L = \frac{16}{34}$$

$$\cos L = \frac{30}{34}$$

$$\tan L = \frac{16}{30}$$



$$\sin J = \frac{56}{65}$$

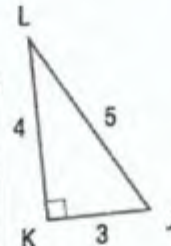
$$\cos J = \frac{33}{65}$$

$$\tan J = \frac{56}{33}$$

$$\sin L = \frac{33}{65}$$

$$\cos L = \frac{56}{65}$$

$$\tan L = \frac{33}{56}$$



$$\sin J = \frac{4}{5}$$

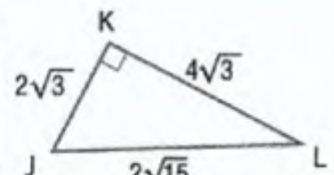
$$\cos J = \frac{3}{5}$$

$$\tan J = \frac{4}{3}$$

$$\sin L = \frac{3}{5}$$

$$\cos L = \frac{4}{5}$$

$$\tan L = \frac{3}{4}$$



$$\sin J = \frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{15}} = 6\sqrt{5}$$

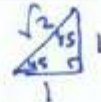
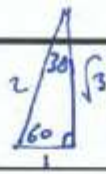
$$\cos J = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\tan J = \frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 2$$

$$\sin L = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\cos L = \frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{15}} = 6\sqrt{5}$$

$$\tan L = \frac{2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$$



استخدم مثلثاً قائم الزاوية للتعبير عن كل نسبة مثلثية بكسر أو كسر عشري وقربه لأقرب جزء من مئة.

$$\tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

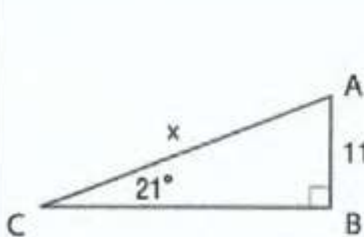
$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan 45^\circ = 1$$

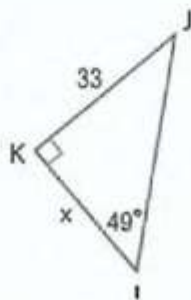
$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

أوجد x . قرب إلى أقرب جزء من عشرة.



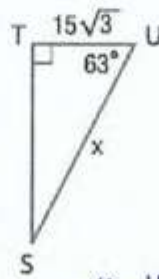
$$\sin 21 = \frac{11}{x}$$

$$x = \frac{11}{\sin 21} = 30.7$$



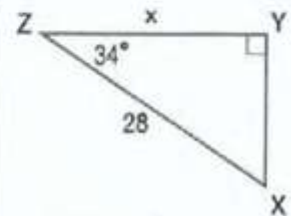
$$\tan 49 = \frac{33}{x}$$

$$x = \frac{33}{\tan 49} = 28.7$$



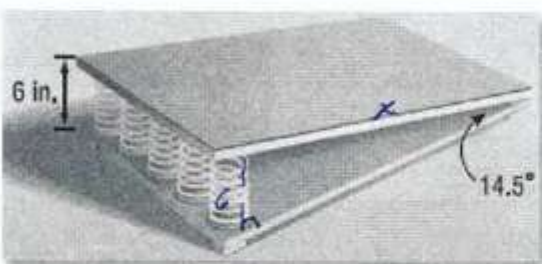
$$\cos 63 = \frac{15\sqrt{3}}{x}$$

$$x = \frac{15\sqrt{3}}{\cos 63} = 57.2$$



$$\cos 34 = \frac{x}{28}$$

$$x = \frac{28 \cos 34}{1} = 23.2$$



الجبهاز منصة الوئب التي يستخدمها وليد في صف التدريب على الجبهاز تتضمن ملفات طولها 6 بوصات وتشكل زاوية مقدارها 14.5° مع القاعدة. فما مقدار طول منصة الوئب؟

$$\sin 14.5 = \frac{6}{x}$$

$$x = \frac{6}{\sin 14.5} = 23.96 \approx \boxed{24} \text{ in}$$

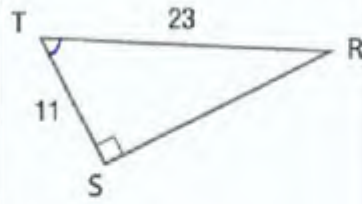
الأدوات استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قياس $\angle T$ إلى أقرب جزء من عشرة.



$$\sin T = \frac{8}{12}$$

$$T = \sin^{-1} \frac{8}{12}$$

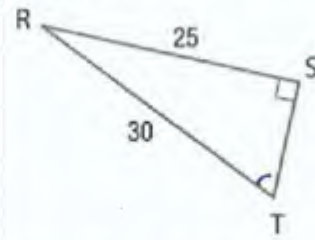
$$= 41.8^\circ$$



$$\cos T = \frac{11}{23}$$

$$T = \cos^{-1} \frac{11}{23}$$

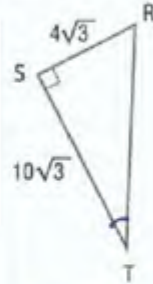
$$= 61.4^\circ$$



$$\sin T = \frac{25}{30}$$

$$T = \sin^{-1} \frac{25}{30}$$

$$= 56.4^\circ$$

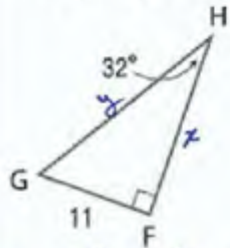


$$\tan T = \frac{4\sqrt{3}}{10\sqrt{3}}$$

$$T = \tan^{-1} \frac{4\sqrt{3}}{10\sqrt{3}}$$

$$= 21.8^\circ$$

حل كل مثلث قائم الزاوية. قرب قياسات الأضلاع إلى أقرب جزء من العشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.



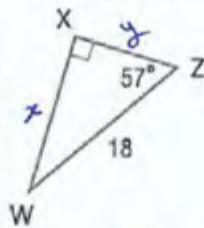
$$m \angle G = 90 - 32 = 58^\circ$$

$$\tan 32 = \frac{11}{x}$$

$$x = \frac{11}{\tan 32} = 17.6$$

$$\sin 32 = \frac{11}{y}$$

$$y = \frac{11}{\sin 32} = 20.8$$



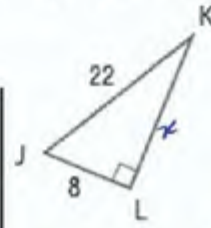
$$m \angle W = 90 - 57 = 33^\circ$$

$$\sin 57 = \frac{x}{18}$$

$$x = 18 \sin 57 = 15.1$$

$$\cos 57 = \frac{y}{18}$$

$$y = 18 \cos 57 = 9.8$$



$$\cos J = \frac{8}{22}$$

$$J = \cos^{-1} \frac{8}{22} = 68.7^\circ$$

$$\sin K = \frac{8}{22}$$

$$K = \sin^{-1} \frac{8}{22} = 21.3^\circ$$

$$x = \sqrt{22^2 - 8^2} = \sqrt{405} = 20.5$$



حقائب الظهر لدى سلطان حقيبة ظهر ذات عجلات يبلغ طولها $3\frac{3}{4}$ قدم عند تمديد يد الحقيبة. عند سحب حقيبة الظهر، فإن يد سلطان تكون مرتفعة بمقدار 3 أقدام من الأرض. ما الزاوية التي تحدثها حقيبة مع الأرض؟ قرب إلى أقرب درجة.

$$\sin \theta = \frac{3}{3\frac{3}{4}} \Rightarrow \theta = \sin^{-1} \left(\frac{3}{3\frac{3}{4}} \right) = 53.1^\circ$$

((مؤسسة تربية دينية متميزة في إدارتها وأسلوبها ومخرجاتها))

الاسم: _____ الشعبة: _____

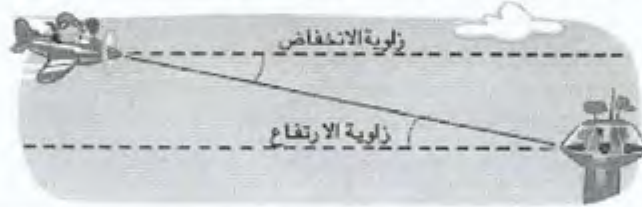
10-5 زوايا الارتفاع والانخفاض

ورقة عمل الصف العاشر

نواتج التعلم 1- حل المسائل التي تتضمن زوايا الارتفاع والانخفاض . 2- استخدام زوايا الارتفاع والانخفاض لإيجاد المسافة بين جسمين .

زاوية الارتفاع هي الزاوية التي تتكون من خط أفقي وخط (مسار) الرؤية للمراقب تجاه هدف فوق الخط الأفقي.

زاوية الانخفاض هي زاوية تتكون من خط أفقي وخط رؤية المراقب تجاه هدف أدنى من الخط الأفقي.



الهوكي يضرب لاعب هوكي القرص من على بُعد 20 قدمًا باتجاه مرمى بارتفاع 5 أقدام. إذا تم ضرب القرص بزاوية ارتفاع 15° باتجاه منتصف المرمى، فهل سيسجل اللاعب هدفًا؟

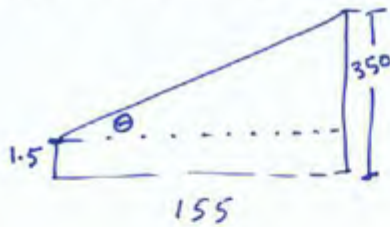
$$\tan 15 = \frac{x}{20}$$

$$x = 20 \tan 15 = 5.35$$

لن يسجل هدفًا.



الجبال أوجد زاوية ارتفاع قمة جبل يراها المشاهد من بعد 155 مترًا من الجبل إذا كان المشاهد يقف على ارتفاع 1.5 متر من الأرض علماً بأن ارتفاع الجبل هو 350 مترًا.

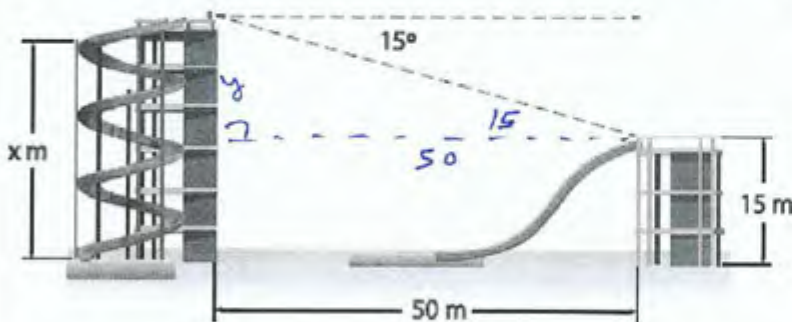


$$\tan \theta = \frac{350 - 1.5}{155} = \frac{348.5}{155}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{348.5}{155}$$

$$= 60^\circ$$

الملاهي المائية منحدرًا تزلق مائتان يبعدان عن بعضهما 50 مترًا على مستوى الأرض. من قمة منحدر التزلق الأعلى، تستطيع رؤية قمة منحدر التزلق الأقل ارتفاعًا بزاوية انخفاض 15° . إذا علمت أن ارتفاع منحدر التزلق الأخرى حوالي 15 مترًا من سطح الأرض فما ارتفاعك تقريبًا من سطح الأرض؟ قَرِّب إلى أقرب عُشر متر.



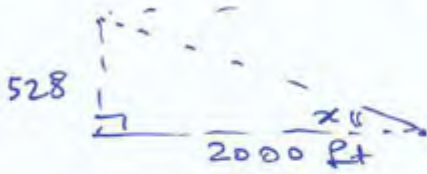
$$\tan 15 = \frac{y}{50}$$

$$y = 50 \tan 15 = 13.4$$

$$x = 15 + 13.4$$

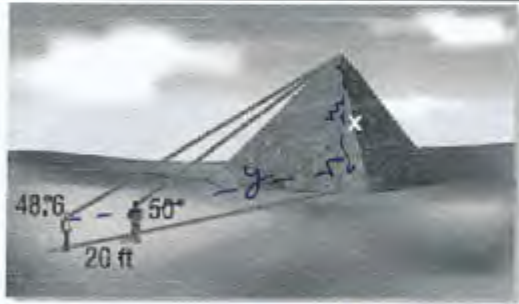
$$= \boxed{28.4} \text{ m}$$

الطيران بسبب عاصفة، يطير طيار على ارتفاع 528 قدمًا ولا بد من أن يهبط بالطائرة. إذا كان ما زالت لديه مسافة أفقية 2000 قدم حتى الهبوط، فبأي زاوية انخفاض يجب أن يهبط؟



$$\tan x = \frac{528}{2000}$$

$$x = \tan^{-1} \frac{528}{2000} = 14.8^\circ$$



الأهرامات يزور كل من أحمد وعلي الهرم الأكبر في مصر. بدءًا من مكان أحمد، تبلغ زاوية الارتفاع لقمّة الهرم 48.6° . ومن مكان علي، تبلغ زاوية الارتفاع 50° . فإذا كانا يقفان على بعد 20 قدمًا من بعضهما، وكلاهما طوله 5 أقدام و6 بوصات، فما ارتفاع الهرم؟

$$\tan 50 = \frac{x}{y} \rightarrow x = y \tan 50 \quad (1)$$

$$\tan 48.6 = \frac{x}{y+20} \quad (2)$$

نعوض (1) في (2)

$$\tan 48.6 = \frac{y \tan 50}{y+20}$$

$$(y+20) \tan 48.6 = y \tan 50$$

$$y \tan 48.6 + 20 \tan 48.6 = y \tan 50$$

$$20 \tan 48.6 = y (\tan 50 - \tan 48.6)$$

$$\frac{20 \tan 48.6}{\tan 50 - \tan 48.6} = y$$

$$y = \frac{394.7}{-470.4} \tan 50$$

رياضة القفز يقف محمد على لوح القفز الأعلى في حمام السباحة المحلي. وفي الماء، يوجد اثنان من أصدقائه كما هو موضح. فإذا كانت زاوية الانخفاض لأحد أصدقائه هي 40° وللآخر 30° الذي يبعد عن الأول بمسافة 5 أقدام للوراء، فما ارتفاع لوح القفز؟



$$\tan 30 = \frac{x}{5+y} \rightarrow x = (5+y) \tan 30 \quad (1)$$

$$\tan 40 = \frac{x}{y} \quad (2)$$

نعوض (1) في (2)

$$\tan 40 = \frac{(5+y) \tan 30}{y}$$

$$y \tan 40 = 5 \tan 30 + y \tan 30$$

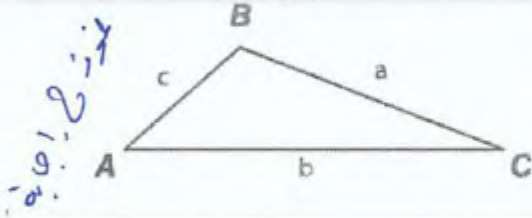
$$y (\tan 40 - \tan 30) = 5 \tan 30$$

$$y = \frac{5 \tan 30}{\tan 40 - \tan 30} = (11)$$

$$x = (5+11) \tan 30$$

$$= (9.3) \text{ ft}$$

النظرية 10.10 قانون الـ sine



في $\triangle ABC$ ، إذا كان أطوال أضلعه a و b و c تُمثل أطوال الأضلاع المقابلة للزوايا A و B و C ، فإن

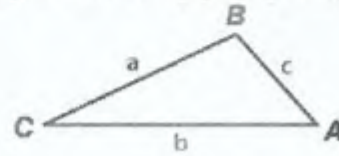
$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

النظرية 10.11 قانون الـ cosine

في $\triangle ABC$ ، إذا كان أطوال أضلعه a و b و c تُمثل أطوال الأضلاع المقابلة للزوايا A و B و C ، فإن

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$


ملخص المفهوم حل المثلث

ابدأ باستخدام ...	المعطيات	لحل ...
نسبة \tan الزاوية نسبة \sin أو \cos الزاوية نسبة \sin أو \cos الزاوية نسب \sin أو \cos أو \tan الزاوية	ساق-ساق (LL) وتر-ساق (HL) زاوية حادة-وتر (AH) زاوية حادة-ساق (AL)	مثلث قائم الزاوية
قانون الـ \sin قانون الـ \sin قانون الـ \cos قانون الـ \cos	زاوية-زاوية-ضلع (AAS) زاوية-ضلع-زاوية (ASA) ضلع-زاوية-ضلع (SAS) ضلع-ضلع-ضلع (SSS)	أي مثلث

يمكنك استخدام قانون الـ \sin لحل مثلث إذا كنت تعرف قياس زاويتين وأي ضلع (ASA أو AAS).

يمكنك استخدام **قانون الـ cosine** لحل مثلث إذا كنت تعرف طول الضلعين والزاوية البينية (SAS).

يمكنك أيضًا استخدام قانون الـ \cos إذا كنت تعرف أطوال الأضلاع الثلاثة (SSS).

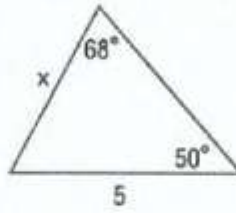
أوجد x . قَرِّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.



AAS

$$\frac{\sin 47}{x} = \frac{\sin 30}{24}$$

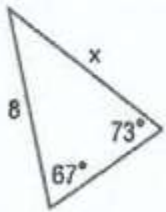
$$x = \frac{24 \sin 47}{\sin 30} = 35.1$$



AAS

$$\frac{\sin 50}{x} = \frac{\sin 68}{5}$$

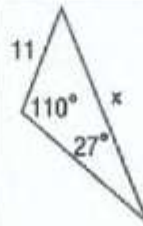
$$x = \frac{5 \sin 50}{\sin 68} = 4.1$$



AAS

$$\frac{\sin 67}{x} = \frac{\sin 73}{8}$$

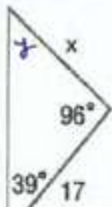
$$x = \frac{8 \sin 67}{\sin 73} = 7.7$$



AAS

$$\frac{\sin 110}{x} = \frac{\sin 27}{11}$$

$$x = \frac{11 \sin 110}{\sin 27} = 22.8$$

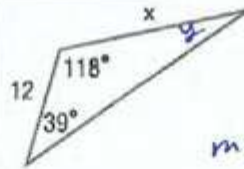


AAS

$$m\angle y = 180 - 96 - 39 = 45$$

$$\frac{\sin 39}{x} = \frac{\sin 45}{17}$$

$$x = \frac{17 \sin 39}{\sin 45} = 15.1$$

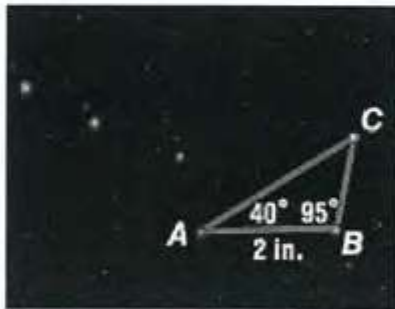


AAS

$$m\angle y = 180 - 39 - 118 = 23$$

$$\frac{\sin 39}{x} = \frac{\sin 23}{12}$$

$$x = \frac{12 \sin 39}{\sin 23} = 19.3$$



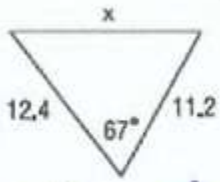
استخدام النفاذ تنظر هالة لمجموعة الدب الأكبر من التلسكوب.

ويظهر لها أن مجموعة النجوم تُشكّل مثلثًا بقياسات مُوضّحة في $m\angle C = 180 - 95 - 40 = 45$. استخدم قانون الـ sine لإيجاد المسافة بين A و C.

$$\frac{\sin 95}{AC} = \frac{\sin 45}{2}$$

$$AC = \frac{2 \sin 95}{\sin 45} = 2.8$$

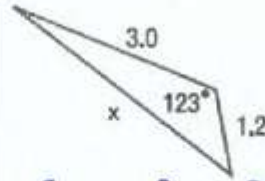
أوجد x . قَرِّب قياسات الزوايا لأقرب درجة وأطوال الأضلاع لأقرب جزء من عشرة.



$$x^2 = 11.2^2 + 12.4^2 - 2(11.2)(12.4)\cos 67$$

$$x^2 = 170.67$$

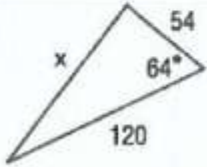
$$x = 13.1$$



$$x^2 = 1.2^2 + 3^2 - 2(1.2)(3)\cos 123$$

$$x^2 = 14.36$$

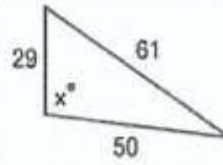
$$x = 3.8$$



$$x^2 = 54^2 + 120^2 - 2(54)(120)\cos 64$$

$$x^2 = 11634.71$$

$$x = 107.9$$



$$61^2 = 50^2 + 29^2 - 2(50)(29)\cos x$$

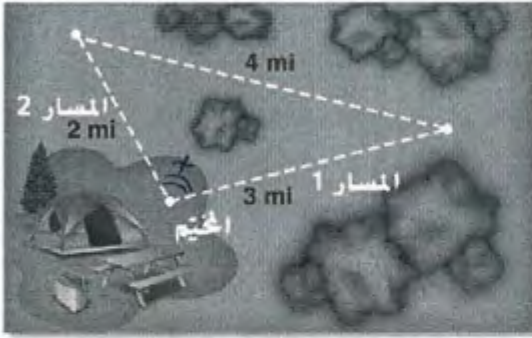
$$61^2 - 50^2 - 29^2 = -2(50)(29)\cos x$$

$$\frac{61^2 - 50^2 - 29^2}{-2(50)(29)} = \cos x$$

$$x = \cos^{-1} \left[\frac{61^2 - 50^2 - 29^2}{-2(50)(29)} \right]$$

$$= 97.5$$

$$\approx 98^\circ$$



التجول سيرًا على الأقدام يقرر مجموعة من الأصدقاء المشاركين في رحلة تخييم أن يخرجوا للتجول سيرًا على الأقدام. طبقًا للخريطة الموضحة على اليمين، فما قياس الزاوية بين المسار 1 والمسار 2؟

$$4^2 = 3^2 + 2^2 - 2(3)(2) \cos x$$

$$4^2 - 3^2 - 2^2 = -2(3)(2) \cos x$$

$$\frac{4^2 - 3^2 - 2^2}{-2(3)(2)} = \cos x$$

$$\cos^{-1} \left[\frac{4^2 - 3^2 - 2^2}{-2(3)(2)} \right] = x$$

$$104.5^\circ =$$



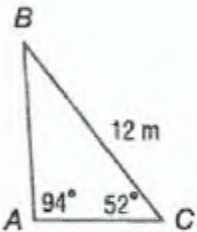
السفر يعود طيار الطائرة بسرعة 90 ميلاً من ممفيس بولاية تينيسي مروراً بتوبيلو بولاية مسيسيبي ثم هانتسفيل بولاية ألاباما وأخيرًا يعود إلى ممفيس. كم تبعد ممفيس عن هانتسفيل؟

$$x^2 = 122^2 + 90^2 - 2(122)(90) \cos 153.9$$

$$x = \boxed{206.7} \text{ mi}$$

البنية جل كل مثلث. قَرِّب قياسات الزوايا لأقرب درجة وأطوال الأضلاع لأقرب جزء من عشرة.

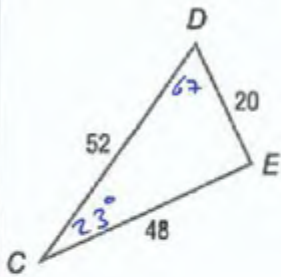
$$m \angle B = 180 - 52 - 94 = 34^\circ$$



$$\frac{\sin 94}{12} = \frac{\sin 52}{AB} \Rightarrow AB = \frac{12 \sin 52}{\sin 94} = 9.5 \text{ m}$$

$$\frac{\sin 94}{12} = \frac{\sin 34}{AC} \Rightarrow AC = \frac{12 \sin 34}{\sin 94} = 6.7 \text{ m}$$

البنية جل كل مثلث. قَرَب قياسات الزوايا لأقرب درجة وأطوال الأضلاع لأقرب جزء من عشرة.

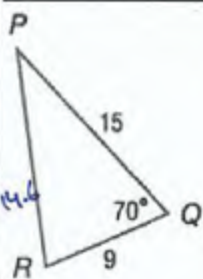


$$48^2 = 20^2 + 52^2 - 2(20)(52) \cos D$$

$$\cos D = \frac{20^2 + 52^2 - 48^2}{2(20)(52)} \Rightarrow D = \cos^{-1} \left(\frac{20^2 + 52^2 - 48^2}{2(20)(52)} \right) = 67^\circ$$

$$\frac{\sin C}{20} = \frac{\sin 67}{48} \Rightarrow \sin C = \frac{20 \sin 67}{48} \Rightarrow C = \sin^{-1} \left(\frac{20 \sin 67}{48} \right) = 23^\circ$$

$$m \angle E = 180 - 67 - 23 = 90^\circ$$



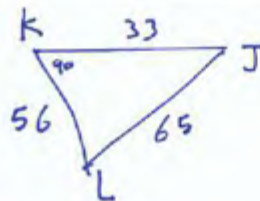
$$PR^2 = 9^2 + 15^2 - 2(9)(15) \cos 70$$

$$PR = 14.6$$

$$\frac{\sin 70}{14.6} = \frac{\sin P}{9} \Rightarrow \sin P = \frac{9 \sin 70}{14.6}$$

$$\Rightarrow P = 35^\circ$$

$$m \angle R = 180 - 70 - 35 = 75^\circ$$



حل ΔJKL إذا كان $JK = 33, KL = 56, LJ = 65$

$$65^2 = 33^2 + 56^2 - 2(33)(56) \cos K$$

$$65^2 - 33^2 - 56^2 = -2(33)(56) \cos K$$

$$\frac{65^2 - 33^2 - 56^2}{-2(33)(56)} = \cos K$$

$$\cos^{-1} \left[\frac{65^2 - 33^2 - 56^2}{-2(33)(56)} \right] = K$$

$$90^\circ = K$$

$$\frac{\sin 90}{65} = \frac{\sin J}{56} \Rightarrow \sin J = \frac{56 \sin 90}{65}$$

$$J = 52.5 \approx 53^\circ$$

$$m \angle L = 180 - 90 - 59 = 31^\circ$$

نواتج التعلّم 1- تحديد أجزاء الدوائر واستخدامها. 2- حلّ المسائل التي تشتمل على محيط دائرة.

الدائرة هي المحل الهندسي لمجموعة من جميع نقاط المستوى متساوية البعد عن نقطة ثابتة تدعى مركز الدائرة.

القطع الخاصة في دائرة

إن **نصف القطر** (جمعها أنصاف الأقطار) قطعة مستقيمة نقطتاها الطرفيتان تقع إحداها في المركز والأخرى على الدائرة.

الوتر قطعة مستقيمة تقع نقطتاها الطرفيتان على الدائرة.

القطر في دائرة هو وتر يمر من المركز ويتكون من نصفي قطرين

$$d = 2r \text{ قانون القطر}$$

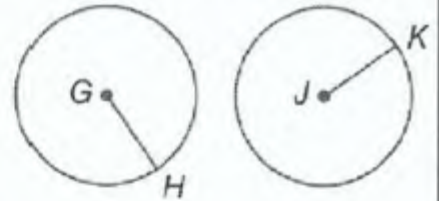
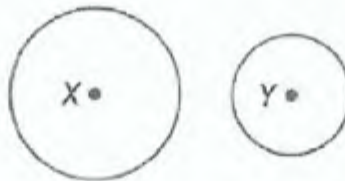
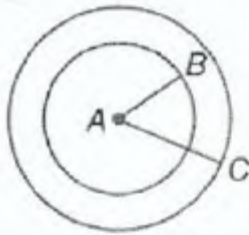
$$r = \frac{1}{2}d \text{ أو } r = \frac{d}{2} \text{ قانون نصف القطر}$$

أزواج الدوائر

الدوائر متحددة المركز هي دوائر متحددة المستوى لها المركز نفسه.

كل الدوائر متشابهة.

تتطابق دائرتان حصراً إذا كانتا تضمّان نصفي قطر متطابقين.



يمكن لدائرتين أن تتقاطعا بطريقتين مختلفتين اثنتين.

٧ نقاط تقاطع	نقطة تقاطع واحدة	نقطتا تقاطع

إن **محيط** دائرة هو المسافة حول الدائرة. وبالتعريف، فإن النسبة $\frac{C}{d}$ هي عدد غير نسبي يدعى **باي** (π).

$$C = 2\pi r \text{ أو } C = \pi d$$

يكون المضلع **محاطاً** بدائرة إذا كانت جميع رؤوسه تقع على الدائرة. وتعدّ الدائرة **محيطة** للمضلع إذا كانت تضمّ رؤوس المضلع جميعها.



عد إلى الدائرة $\odot R$.

R

سمِّ مركز الدائرة.

\overline{SU}

حدِّد وترًا هو قطرٌ في الدائرة أيضًا.

هل \overline{TV} نصف قطر؟ اشرح. لا. نصف القطر لم يرضه أحدٌ على الترتيب، إلا أن كلٌّ من المركز.

إذا كان طول $SU = 16.2$ سنتيمترًا، فما طول RT ؟ $16.2 \div 2 = 8.1$



عد إلى الدائرة $\odot F$.

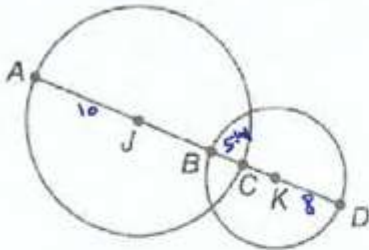
\overline{DE}

حدِّد وترًا لا يعدُّ قطرًا في الدائرة.

إذا كان $CF = 14$ سنتيمترًا، فما هو قطر الدائرة؟ $14 (2) = 28$

هل $\overline{AF} \cong \overline{EF}$ ؟ اشرح. نعم. لأنه كلٌّ من أضلاعها أضلاع.

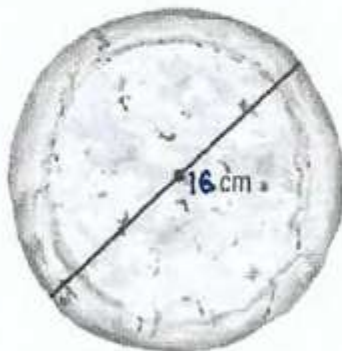
إذا كان طول $DA = 7.4$ سنتيمترًا، فما هو طول EF ؟ $7.4 \div 2 = 3.7$



للدائرة J نصف قطر يساوي 10 وحدات، وللدائرة K نصف قطر يساوي 8 وحدات، و $BC = 5.4$ وحدات. أوجد كلَّ القياسات.

$$CK = 8 - 5.4 = 2.6 \quad AB = 20 - 5.4 = 14.6$$

$$JK = 10 + CK = 10 + 2.6 = 12.6 \quad AD = 20 + 8 + CK = 20 + 8 + 2.6 = 30.6$$



البيتزا أوجد نصف القطر والمحيط لقطعة البيتزا الموضحة. وقرب إلى أقرب جزء من مئة عند الضرورة.

$$r = 16 \div 2 = 8 \text{ cm}$$

$$C = 2 \pi r = 2 (3.14) (8) = 50.24 \text{ cm}$$

$$= 2 \pi (8) = 50.27 \text{ cm}$$

الدراجات فطرا عجلتي إحدى الدراجات يساويان 26 سنتيمترا. أوجد نصف قطر العجلة ومحيطها.
وقرب إلى أقرب جزء من المئة عند الضرورة.

$$r = 13 \text{ cm}$$

$$C = 2(\pi)(13) = 26\pi = \boxed{81.68} \text{ cm}$$

أوجد قطر الدائرة ذات المحيط المعطى ونصف قطرها. وقرب إلى أقرب مئة.

$$C = 18 \text{ cm}$$

$$C = 2\pi r$$

$$18 = 2\pi r$$

$$\frac{18}{2\pi} = r$$

$$2.864 = r$$

$$5.729 = d$$

$$C = 375.3 \text{ cm}$$

$$C = 2\pi r$$

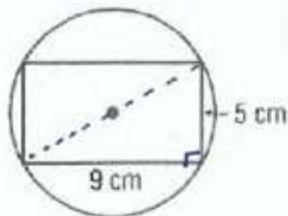
$$375.3 = 2\pi r$$

$$\frac{375.3}{2\pi} = r$$

$$59.73 = r$$

$$119.46 = d$$

الاستنتاج المنطقي أوجد المحيط الدقيق لكل دائرة باستخدام المضلع المحيط لها أو المحاط بها.



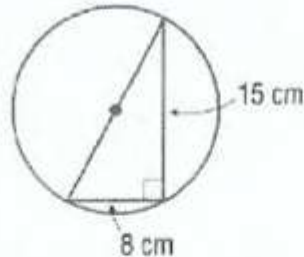
نظرية فيثاغورس

$$d = \sqrt{9^2 + 5^2} = 10.295$$

$$r = 5.15$$

$$C = 2\pi(5.15)$$

$$= \boxed{32.36} \text{ cm}$$



نظرية فيثاغورس

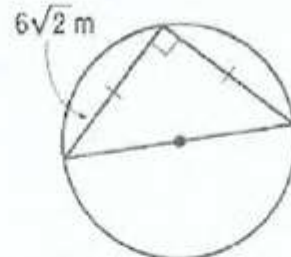
$$d = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$$

$$r = 8.5$$

$$C = 2\pi r$$

$$= 2\pi(8.5)$$

$$= \boxed{53.41} \text{ cm}$$



نصف ضلع 45 (45) 190

$$d = (6\sqrt{2})(\sqrt{2}) = 12$$

$$r = 6$$

$$C = 2\pi r$$

$$= 2\pi(6)$$

$$= \boxed{37.70} \text{ m}$$



$$d = 25 \text{ mm}$$

$$r = 12.5 \text{ mm}$$

$$C = 2\pi r$$

$$= 2\pi(12.5)$$

$$= \boxed{78.54} \text{ mm}$$

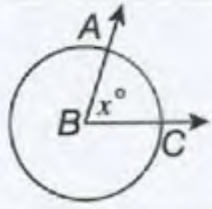
نواتج التعلم 1- تحديد الزوايا المركزية والأقواس الكبرى والأقواس الصغرى وأنصاف الدوائر، وإيجاد 2- إيجاد أطوال الأقواس

إن الزاوية المركزية في دائرة هي زاوية يقع رأسها عند مركز الدائرة. وهي تضم نصفي قطر في الدائرة.

إن القوس هو جزء من دائرة يُحدّد بنقطتين اثنتين.

مجموع الزوايا المركزية يساوي مجموع قياسات الزوايا المركزية في دائرة 360

الأقواس وقياساتها

الصورة	القياس	تعريف
	قياس القوس الأصغر هو قياس زاويته المركزية. $m\widehat{AC} = m\angle ABC = x^\circ$	القوس الأصغر Minor arc هو القوس الأقصر الذي يصل بين نقطتين على الدائرة.
	قياس القوس الأكبر هو 360° يُطرح منه قياس زاويته المركزية. $m\widehat{ADC} = 360^\circ - m\angle ABC = 360^\circ - x^\circ$	القوس الأكبر Major arc هو القوس الأطول الذي يصل بين نقطتين على الدائرة.
	قياس نصف الدائرة يساوي 180° . $m\widehat{EFG} = 180^\circ$	نصف دائرة Semicircle هو قوس تقع نقطتا طرفيه على قطر للدائرة.

في الدائرة الواحدة أو في دائرتين متطابقتين. يتطابق قوسان أصغر إن كانت زاويتاهما المركزيتان متطابقتين.

مسألة جمع الأقواس إن قياس قوس مشكّل من قوسين متجاورين هو مجموع قياسي القوسين.



نسبة طول قوس l إلى محيط دائرة يساوي نسبة قياس القوس بالدرجات إلى 360.

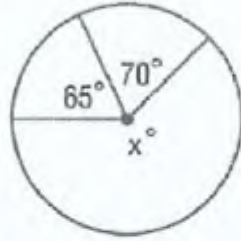
$$l = \frac{x}{360} \cdot 2\pi r \quad \text{أو} \quad \frac{l}{2\pi r} = \frac{x}{360} \quad \frac{\text{طول القوس}}{\text{المحيط}} = \frac{\text{زاويته}}{360}$$

أوجد قيمة x .



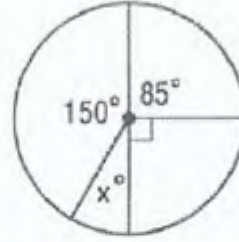
$$x = 360 - 155 - 125$$

$$= 80$$



$$x = 360 - 70 - 65$$

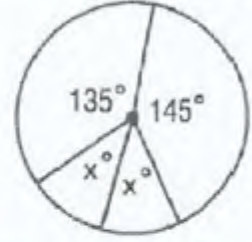
$$= 225$$



$$x = 360 - 150 - 85 - 90$$

$$= 35$$

$$x = 180 - 180$$



$$x = \frac{360 - 135 - 145}{2}$$

$$= 40^\circ$$

AD و CG قطران في الدائرة B. حدّد إن كان كل قوسٍ قوساً أكبر أو قوساً أصغر أو نصف دائرة. ثم أوجد قياسه.



$$m\widehat{CD} = 55^\circ$$

$$m\widehat{AC} = 180 - 55$$

$$= 125$$

$$m\widehat{CFG} = 180^\circ$$

$$m\widehat{CGD} = 360 - 55$$

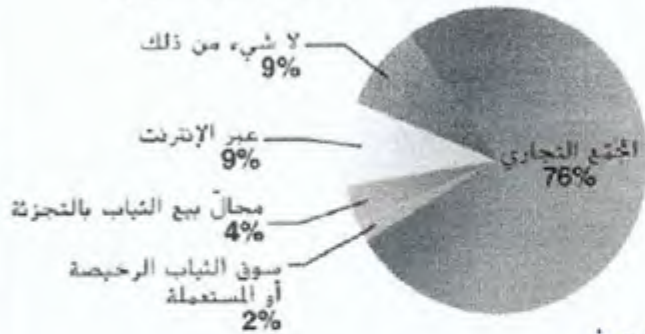
$$= 305$$

$$m\widehat{GCF} = 360 - 35$$

$$= 325$$

$$m\widehat{ACD} = 180^\circ$$

أفضل الأماكن للتسوق بقرض شراء الثياب



التسوق يعرض التمثيل البياني نتائج استبيان سُئل فيه مرادون عن المكان الأفضل لتسوق الملابس بالنسبة إليهم.

a. ما قياسا القوسين المقابلين لفتحي للمجمع التجاري ومحال بيع الثياب بالتجزئة؟

$$76\% + 4\% = 80\%$$

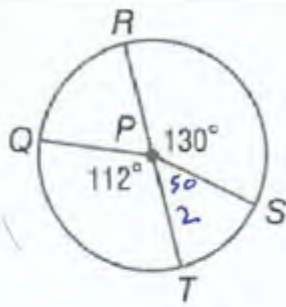
$$\frac{80}{100} = \frac{x}{360} \Rightarrow x = 288^\circ$$

b. صف نوعي القوسين المقابلين لفتحي "المجمع التجاري" وفتحة "لا شيء من ذلك".

المجموعتين قوساً أكبر (كج) من ذلك قوساً أصغر

c. هل ثمة أي أقواس متطابقة في هذا التمثيل البياني؟ اشرح.

نعم. لتسوق من ذلك عبر الإنترنت قوساً متطابقاً 9٪



استخدم الدائرة P لإيجاد طول كل قوس. قُرب إلى أقرب جزء من مئة.

RS. إذا كان طول نصف القطر سنتيمتران

$$\frac{\widehat{RS}}{2\pi r} = \frac{130}{360} \Rightarrow \widehat{RS} = \frac{130(2\pi(2))}{360} = 4.537$$

QT. إذا كان طول قطر الدائرة 9 سنتيمترات

$$\frac{\widehat{QT}}{2\pi r} = \frac{112}{360} \Rightarrow \widehat{QT} = \frac{112(\pi)(9)}{360} = 8.796$$

RTS. إذا كان 3 أمتار PQ =

$$\frac{\widehat{RTS}}{2\pi r} = \frac{360-130}{360}$$

$$\widehat{RTS} = \frac{230(6)\pi}{360} = 12.042$$

QRS. إذا كان 11 متراً RT =

$$\frac{\widehat{QRS}}{2\pi r} = \frac{130+68}{360} \quad | \quad m\widehat{KRPQ} = 180-112$$

$$\widehat{QRS} = \frac{198(11)\pi}{360} = 19.008 \quad | \quad = 68^\circ$$

الاستنتاج أوجد كلاً من القياسات. وقُرب كل قياس خطي إلى أقرب مئة وكل قياس قوس إلى أقرب درجة.

⊙K نصف قطر الدائرة



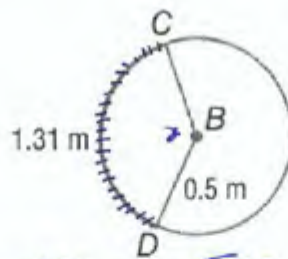
$$\frac{\text{طول القوس}}{\text{المحيط}} = \frac{\text{زاوية القوس}}{360}$$

$$\frac{56.37}{2\pi r} = \frac{340}{360}$$

$$2\pi r(340) = 360(56.37)$$

$$r = \frac{360(56.37)}{2\pi(340)} = 9.4993$$

mCD



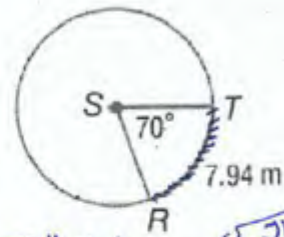
$$\frac{\text{طول القوس}}{\text{المحيط}} = \frac{\text{زاوية القوس}}{360}$$

$$\frac{1.31}{2\pi(0.5)} = \frac{x}{360}$$

$$x = \frac{1.31(360)}{2\pi(0.5)}$$

$$= 150.1149^\circ$$

⊙S محيط الدائرة



$$\frac{\text{طول القوس}}{\text{المحيط}} = \frac{\text{زاوية القوس}}{360}$$

$$\frac{7.94}{\text{محيط}} = \frac{70}{360}$$

$$\text{المحيط} = \frac{7.94(360)}{70}$$

$$= 40.834 \text{ m}$$

الشعبة: _____

الاسم: _____

الأقواس والأوتار

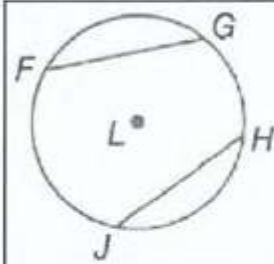
11-3

ورقة عمل الصف العاشر

2- التعرف على العلاقات بين الأقواس والأوتار والأقطار

1- التعرف على العلاقات بين الأقواس والأوتار

نواتج التعلم

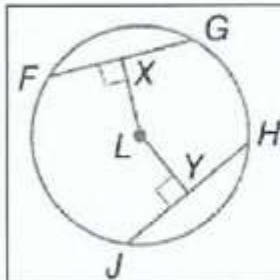


في الدائرة الواحدة أو في دائرتين متطابقتين. يتطابق قوسان أصغر من فقط إذا كان وترهما المتناظران متطابقين.

$\widehat{FG} \cong \widehat{HJ}$ فقط إذا كان $\overline{FG} \cong \overline{HJ}$

المبرهنة

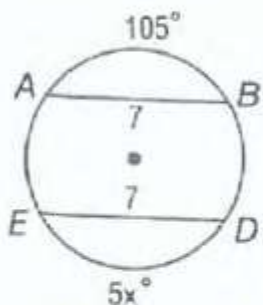
المطلوب	المُعطي	المبرهنة
\widehat{EF} و \widehat{EF} يُنصَف \overline{CD}	<p>$\overline{CD} \perp \overline{EF}$</p>	5-3-3 التقطر العمودي على وتر دائرة يُنصَفه ويُنصَف كلاً من قوسيه.
\overline{JK} هو قطر للدائرة.	<p>\overline{JK} هو المنصَف العمودي للوتر \overline{GH}</p>	5-3-4 العمود المنصَف لوتر في دائرة هو قطر (أو نصف قطر) لها.



في الدائرة الواحدة أو في دائرتين متطابقتين. يتطابق وتران فقط إذا كانا متساويي البعد عن المركز.

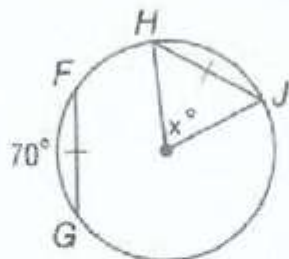
$\overline{FG} \cong \overline{HJ}$ فقط إذا كان $LX = LY$

الجبر أوجد قيمة x .



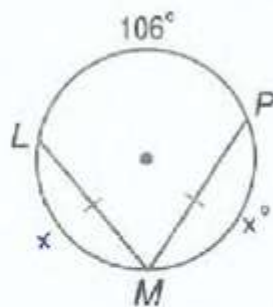
$$5x = 105$$

$$x = \frac{105}{5} = 21^\circ$$



$$m \widehat{HJ} = 70^\circ$$

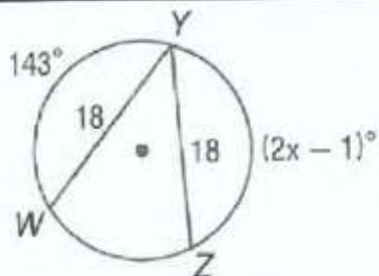
$$\Rightarrow x^\circ = 70^\circ$$



$$x + x + 106 = 360$$

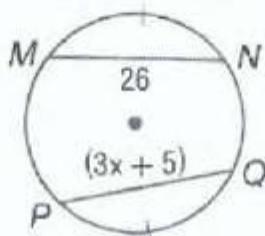
$$2x = 360 - 106$$

$$x = \frac{254}{2} = 127^\circ$$



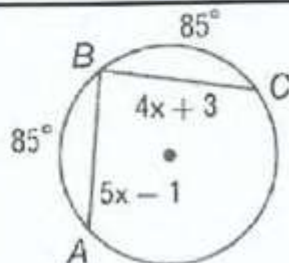
$$2x - 1 = 143$$

$$x = \frac{143 + 1}{2} = \frac{144}{2} = 72^\circ$$



$$3x + 5 = 26$$

$$x = \frac{26 - 5}{3} = \frac{21}{3} = 7$$

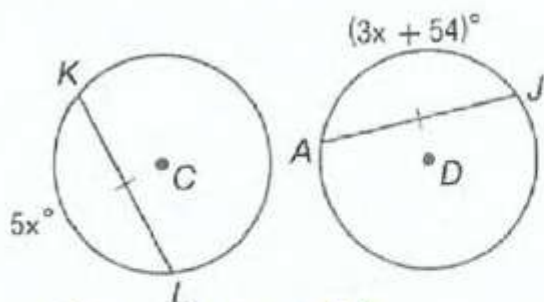


$$4x + 3 = 5x - 1$$

$$3 + 1 = 5x - 4x$$

$$4 = x$$

$\odot C \cong \odot D$



$$5x = 3x + 54$$

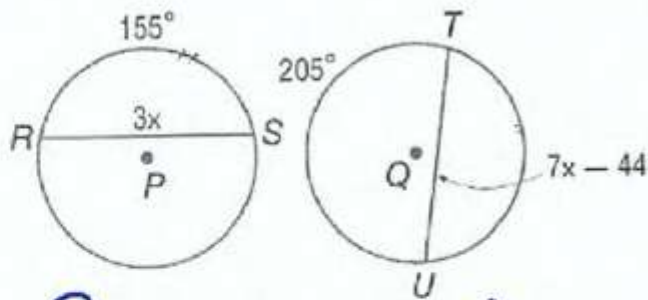
$$5x - 3x = 54$$

$$2x = 54$$

$$x = \frac{54}{2}$$

$$x = 27$$

$\odot P \cong \odot Q$



$$m \widehat{TU} = 360 - 205 = 155^\circ$$

$$7x - 44 = 3x$$

$$7x - 3x = 44$$

$$4x = 44$$

$$x = \frac{44}{4}$$

$$x = 11$$

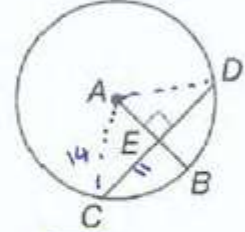
في الدائرة $\odot H$ القطر يساوي 18 و $LM = 12$ و
وقرب إلى $m\widehat{LM} = 84$. أوجد كلاً من القياسات.
قرب إلى أقرب جزء من مئة عند الضرورة.



$$m\widehat{LK} = 84 \div 2 = \boxed{42^\circ}$$

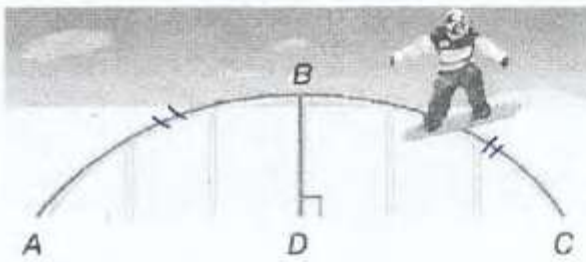
$$HP = \sqrt{9^2 - 6^2} = 3\sqrt{5} = \boxed{6.71}$$

في الدائرة $\odot A$. نصف القطر يساوي 14
و $CD = 22$. أوجد كلاً من القياسات.
أقرب جزء من المئة عند الضرورة.



$$CE = 22 \div 2 = \boxed{11}$$

$$EB = AB - AE = 14 - \sqrt{14^2 - 11^2} = 14 - 5\sqrt{3} = \boxed{5.34}$$



التزلج على الجليد المسار الموضح المخصص
للتزلج على الجليد هو دائرة فيها \widehat{BD} جزء
من القطر. فإذا كان \widehat{ABC} يساوي حوالي
32% من دائرة كاملة. فماذا يساوي

$$\frac{16}{100} = \frac{x}{360} \Rightarrow x = \frac{16(360)}{100} = \boxed{57.6^\circ}$$

الجبر في الدائرة $\odot S$. $LM = 16$ و
 $PN = 4x$. ما قيمة x ؟



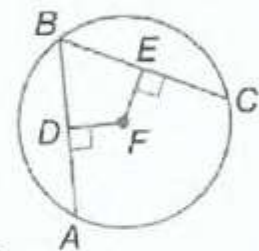
$$LM = PN$$

$$16 = 4x$$

$$\frac{16}{4} = x$$

$$\boxed{4 = x}$$

الجبر في الدائرة $\odot F$. $\overline{AB} \cong \overline{BC}$.
 $FE = x + 9$ و $DF = 3x - 7$
ما قيمة x ؟



$$\overline{AB} \cong \overline{BC}$$

$$16 = 2x$$

$$\Rightarrow FE = FD$$

$$\frac{16}{2} = x$$

$$x + 9 = 3x - 7$$

$$\boxed{8 = x}$$

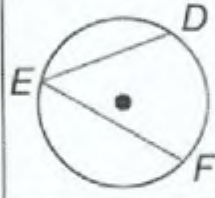
$$9 + 7 = 3x - x$$

نواتج التعلّم 1- إيجاد قياسات الزوايا المحيطية . 2- إيجاد قياسات المضلعات المحاطة بدائرة .

الزاوية المحيطية **Inscribed angle** هي زاوية يقع رأسها على الدائرة، ويحتوي ضلعاها وترين في الدائرة.

انتبه!

يُعطى طول القوس بوحدات الطول مثل السنتمرات. أما قياس القوس فيُعطى بالدرجات.

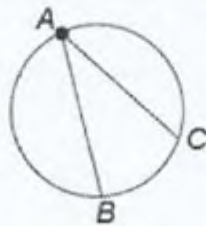


$\angle DEF$ هي زاوية مُحيطية.

\widehat{DF} هو القوس الذي تُحدده الزاوية المُحيطية $\angle DEF$

الوتر \overline{DF} هو الوتر الذي تُحدده الزاوية المُحيطية .

مُبرهنة قياس الزاوية المُحيطية

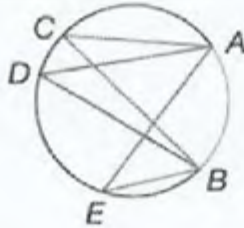


قياس الزاوية المحيطية يُساوي نصف قياس القوس الذي تُحدده على الدائرة.

$$m \angle BAC = \frac{1}{2} m \widehat{BC}$$

إبراهيم

مُبرهنة

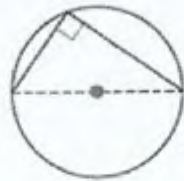


الزوايا المُحيطية المشتركة في قوس تكون مُتطابقة.

$$\angle ACB \cong \angle ADB \cong \angle AEB$$

$$\angle CAE \cong \angle CBE$$

مُبرهنة



تكون زاوية مُحيطية زاوية قائمة إذا فقط إذا كان القوس الذي تُحدده نصف دائرة.

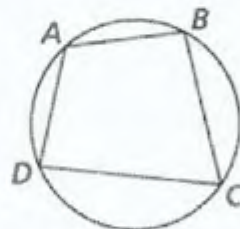
مُبرهنة

$$m \angle A + m \angle C = 180^\circ$$

$$m \angle B + m \angle D = 180^\circ$$

تذكير

الرُّباعي الدائري هو رُّباعي تقع جميع رؤوسه على الدائرة نفسها.



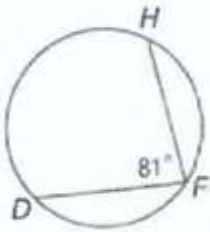
الرُّباعي $ABCD$ مُحاط بدائرة.

إذا كان رُّباعي مُحاطًا بدائرة فإن مجموع قياسي كل زاويتين مُتقابلتين من زواياه هو 180° .

مفردات إذا كانت A و B و C ثلاث نقاط على دائرة، فإن $\angle ABC$ زاوية (مركزية أو محيطية).

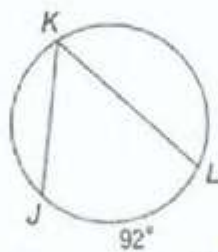
أوجد قياس كل مما يلي.

$m\widehat{DH}$



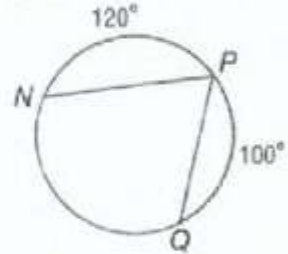
$$81(2) = 162^\circ$$

$m\angle K$



$$92 \div 2 = 46^\circ$$

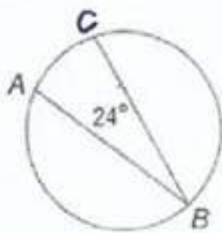
$m\angle P$



$$m\widehat{NQ} = 360 - 120 - 100 = 140$$

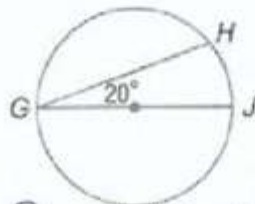
$$m\angle P = 140 \div 2 = 70^\circ$$

$m\widehat{AC}$



$$24(2) = 48$$

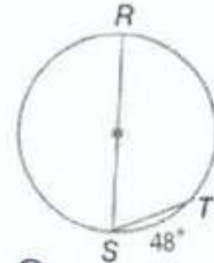
$m\widehat{GH}$



$$m\widehat{HJ} = 20(2) = 40^\circ$$

$$m\widehat{GH} = 180 - 40 = 140^\circ$$

$m\angle S$



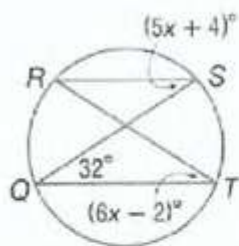
$$m\widehat{RT} = 180 - 48 = 132$$

$$m\angle S = 132 \div 2 = 66^\circ$$

جبرياً أوجد كلاً من القياسات.

$m\angle R$

$m\angle S$



$$m\angle R = m\angle Q = 32^\circ$$

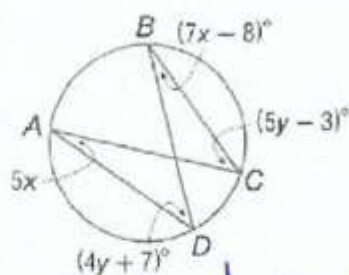
$$5x + 4 = 6x - 2$$

$$6 = x$$

$$m\angle S = 5(6) + 4 = 34^\circ$$

$m\angle A$

$m\angle C$



$$5x = 7x - 8$$

$$8 = 2x$$

$$4 = x$$

$$m\angle A = 5(4) = 20^\circ$$

$$5y - 3 = 4y + 7$$

$$y = 10$$

$$m\angle C = 5(10) - 3 = 47^\circ$$

البرهان اكتب النوع المحدد من البراهين.

برهان مكون من عمودين

معطى: $\odot C$

المطلوب إثباته: $\triangle KML \sim \triangle JMH$

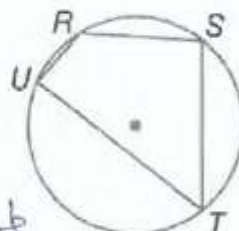


معطى	$\odot C$
تقابل الزوايا	$\angle LMK \cong \angle HMT$
مقياس كل من نفس القوس	$\angle J \cong \angle K$
مبدأ AA	$\triangle KML \sim \triangle JMH$

فكرة برهان

معطى: $m\angle T = \frac{1}{2} m\angle S$

المطلوب إثباته: $m\widehat{TUR} = 2m\widehat{URS}$

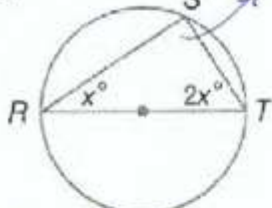


طريقة عمودين

معطيات	$m\angle T = \frac{1}{2} m\angle S$
مقياس القوس ضعف الزاوية	$m\widehat{TUR} = 2m\angle S$ ①
" " " "	$m\widehat{URS} = 2m\angle T$
ضرب المعادلة في 2	$2m\widehat{URS} = 4m\angle T$
تعويض $m\angle T$ المعطى	$2m\widehat{URS} = 4 \times \frac{1}{2} m\angle S$
تعويض	$2m\widehat{URS} = 2m\angle S$ ②
تعويض ① و ②	$m\widehat{TUR} = 2m\widehat{URS}$

جبرياً أوجد كلاً من القيم.

$m\angle T$



زاوية عمودية
مترسوبة على
القطر = 90°

$$2x + x + 90 = 180$$

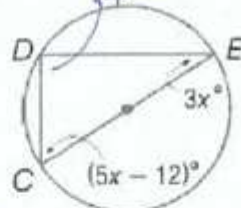
$$3x = 90$$

$$x = 30$$

$$m\angle T = 2(30)$$

$$= 60^\circ$$

$m\angle C$



90
مقياس كل القوس

$$5x - 12 + 2x + 90 = 180$$

$$8x = 102$$

$$x = 12.75$$

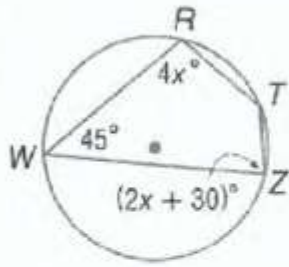
$$m\angle C = 5(12.75) - 12$$

$$= 51.75$$

البنية أوجد كلاً من القياسات.

$$m\angle T$$

$$m\angle Z$$



$$4x + 2x + 30 = 180 \quad \text{باني دائري}$$

$$6x = 150$$

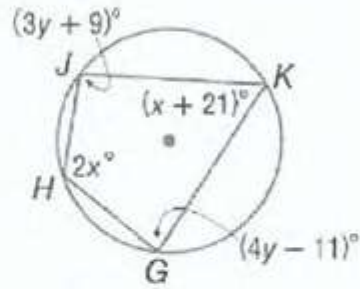
$$x = 25$$

$$m\angle T = 180 - 45 = 135^\circ$$

$$m\angle Z = 2(25) + 30 = 80$$

$$m\angle H$$

$$m\angle G$$



$$2x + x + 21 = 180 \quad \text{باني دائري}$$

$$3x = 159$$

$$x = 53$$

$$3y + 9 + 4y - 11 = 180$$

$$7y = 182$$

$$y = 26$$

$$m\angle H = 2(53) = 106^\circ \quad \left| \quad m\angle G = \frac{4(26) - 11}{1} = 93$$

الأعمال الفنية يوضح الشكل أربعة نفوس فنية مختلفة لنجوم مصنوعة من الخيوط. فإذا كانت جميع الزوايا المحيطية لكل نجمة متطابقة. أوجد قياس كل زاوية محيطية.

a.



$$360 \div 5 = 72$$

$$72 \div 2 = 36^\circ$$

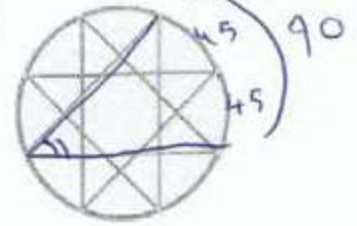
b.



$$360 \div 7 = 51.428$$

$$51.428 \div 2 = 25.714$$

c.



$$360 \div 8 = 45$$

$$45 \div 2 = 22.5$$

الإشارات تحاط إشارة التوقف التي لها شكل ثماني أضلاع منتظم في دائرة. أوجد كلاً من القياسات.



$$m\angle NQ = 3(45) = 135^\circ$$

$$m\angle RLQ = 45 \div 2 = 22.5^\circ$$

$$m\angle LRQ = \frac{5(45)}{2} = 112.5^\circ$$

$$m\angle LSR = \frac{6(45)}{2} = 135^\circ$$

$$m\angle OP = \frac{360}{8} = 45^\circ$$



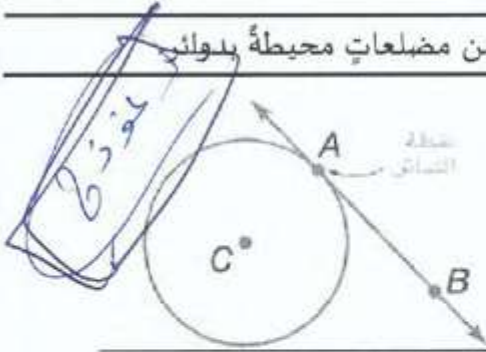
ورقة عمل الصف العاشر 11-5 المماسات الاسم: الشعبة:

نواتج التعلّم

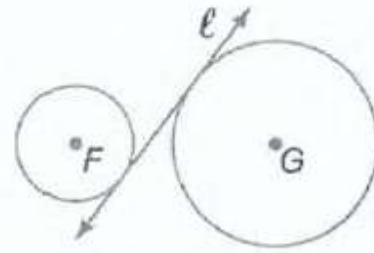
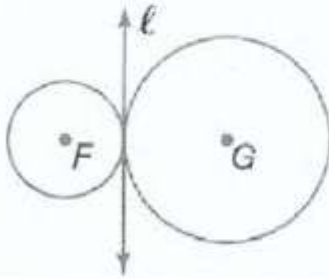
1- استخدام خواص المماسات.

2- حلّ مسائل تتضمن مضلعاتٍ محيطاً بدوائرٍ

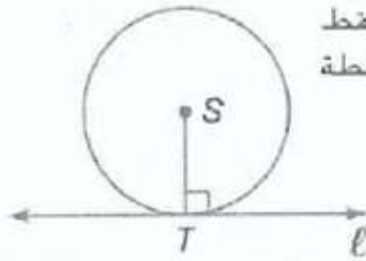
المماس هو مستقيم يقع في مستوى الدائرة نفسه ويقطع محيطها في نقطة واحدة فقط ندعى نقطة التماس.



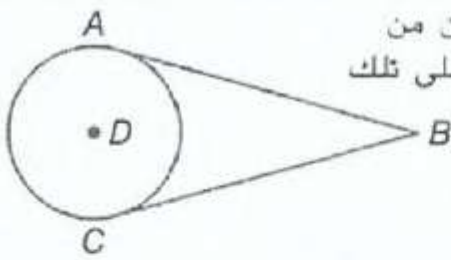
المماس المشترك هو مستقيم أو شعاع أو قطعة مستقيمة تمس دائرتين في المستوى نفسه.



نظرية 11.10 في مستوى ما، يكون مستقيم مماساً على دائرة فقط إذا كان عمودياً على نصف القطر المرسوم من نقطة التماس.



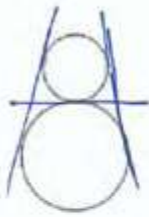
نظرية 11.11 إذا كانت قطعتان مستقيمتان مرسومتان من نقطة واحدة خارج الدائرة مماسيتين على تلك الدائرة، فهما متطابقتان.



يكون المضلع محيطاً لدائرة إذا كان كل ضلع من أضلاع المضلع مماساً للدائرة.

المضلعات غير المحيطة لدائرة	المضلعات المحيطة لدائرة

ارسم المماسات المشتركة. فإذا لم تكن هناك مماسات مشتركة، فقل لا مماسات مشتركة.



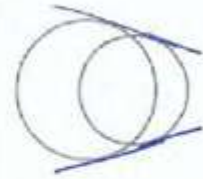
مماسات = 3



لا مماسات مشتركة

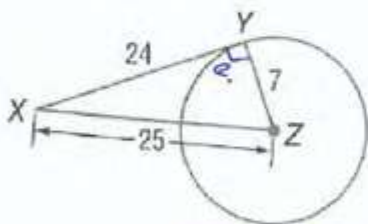


مماسات = 4



مماسات = 2

حدد ما إذا كان كل \overline{XY} مماسيًا على الدائرة المعطاة. وبرر إجابتك.



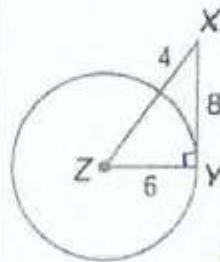
$$24^2 + 7^2 \stackrel{?}{=} 25^2$$

$$625 = 625$$

$$25 \times 25 = 625$$

$$\overline{ZY} \perp \overline{XY}$$

إذن \overline{XY} مماس للدائرة $\odot Z$



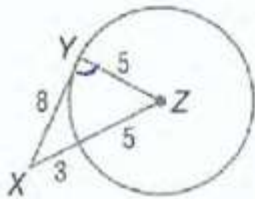
$$8^2 + 6^2 \stackrel{?}{=} 10^2$$

$$100 = 100$$

$$10 \times 10 = 100$$

$$\overline{ZY} \perp \overline{XY}$$

إذن \overline{XY} مماس للدائرة $\odot Z$

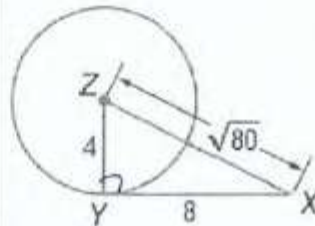


$$8^2 + 5^2 \stackrel{?}{=} 5^2$$

$$89 \neq 64$$

$$25 \times 25 = 625$$

$$\overline{XY} \text{ ليست مماسية للدائرة}$$



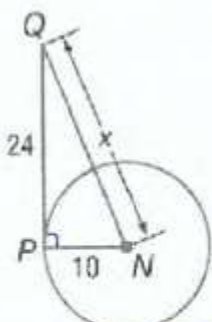
$$8^2 + 4^2 \stackrel{?}{=} \sqrt{80}^2$$

$$80 = 80$$

$$25 \times 25 = 625$$

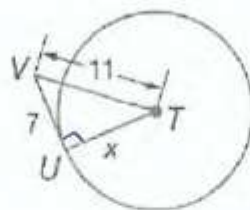
$$\overline{XY} \text{ مماس للدائرة}$$

أوجد قيمة x . وافترض أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسية مماسية. وقرب إلى أقرب عشر عند الضرورة.



$$x = \sqrt{24^2 + 10^2}$$

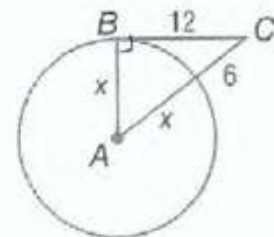
$$= 26$$



$$x = \sqrt{11^2 - 7^2}$$

$$= 6\sqrt{2}$$

$$= 8.485$$



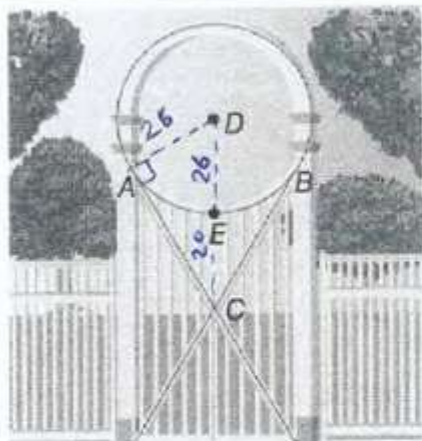
$$x^2 + 12x + 36 = x^2 + 144$$

$$12x = 144 - 36$$

$$12x = 108$$

$$x = \frac{108}{12}$$

$$x = 9$$



العرائش في العريضة الدائرية الموضحة. \overline{BC} و \overline{AC} مماسيتان للدائرة $\odot D$. يساوي طول نصف قطر الدائرة 26 سنتيمتراً و $EC = 20$ سنتيمتراً. أوجد كلاً من الضلعين \overline{AC} و \overline{BC} مقرباً إلى أقرب جزء من مئة.

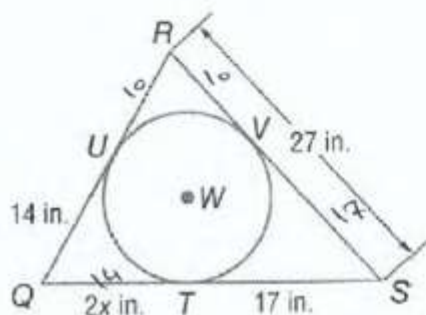
a. AC

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{46^2 - 26^2} \\ &= 12\sqrt{10} \\ &= 37.95 \text{ cm} \end{aligned}$$

b. BC

$$BC = AC = 37.95 \text{ cm}$$

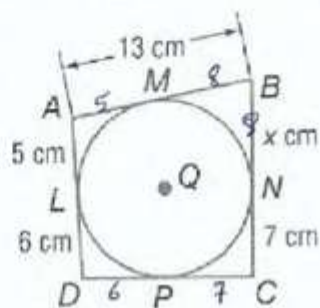
الاستنتاج المنطقي أوجد قيمة x . ثم أوجد المحيط.



$$14 = 2x \rightarrow x = 7 \text{ in}$$

$$\text{المحيط} = 27 + 31 + 24$$

$$= \boxed{82} \text{ in}$$

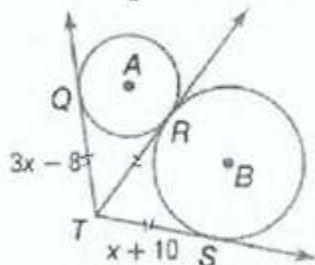


$$BN = MB = 13 - 5 = 8 = x$$

$$\text{المحيط} = 13 + 15 + 13 + 11$$

$$= \boxed{52} \text{ cm}$$

أوجد قيمة x مقربةً إلى أقرب جزء من مئة. وافترض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماسات بالفعل.

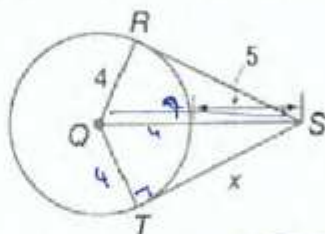


$$3x - 8 = x + 10$$

$$3x - x = 10 + 8$$

$$2x = 18$$

$$\boxed{x = 9}$$



$$x = \sqrt{9^2 - 4^2}$$

$$= \sqrt{65}$$

$$\boxed{x = 8.062}$$

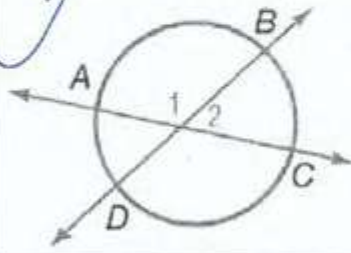
ورقة عمل الصف العاشر 6-11 القواطع والمماسات وقياسات الزوايا الاسم: _____ الشعبة: _____

نواتج التعلّم

- 1- إيجاد قياسات الزوايا التي تشكلها مستقيمتان تتقاطعان على محيط دائرة أو بداخلها.
- 2- إيجاد قياسات الزوايا التي تشكلها مستقيمتان تتقاطعان خارج الدائرة.

النظرية 11.12

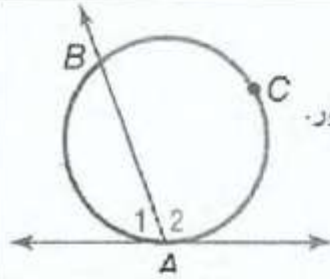
الشرح إذا تقاطعت قاطعتان أو وتران داخل دائرة، فإن قياس الزاوية المتشكلة يساوي نصف مجموع قياسي القوسين اللذين تحصرهما الزاوية والزاوية المقابلة لها بالرأس.



مثال $m\angle 2 = \frac{1}{2}(m\widehat{DA} + m\widehat{BC})$ و $m\angle 1 = \frac{1}{2}(m\widehat{AB} + m\widehat{CD})$

النظرية 11.13

الشرح إذا تقاطعت قاطع ومستقيمة عند نقطة التماس، إذا فإن قياس كل زاوية متشكلة يساوي نصف قياس القوس المحصور.

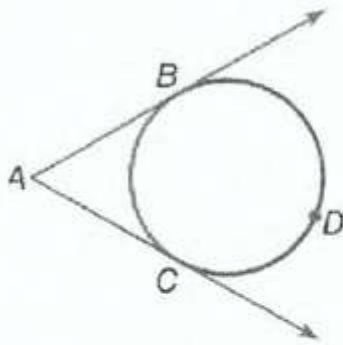


مثال $m\angle 2 = \frac{1}{2}m\widehat{ACB}$ و $m\angle 1 = \frac{1}{2}m\widehat{AB}$

النظرية 11.14

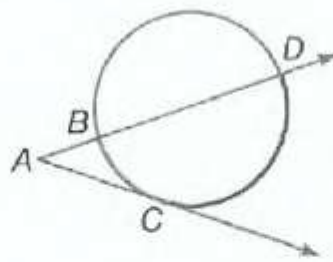
الشرح إذا تقاطعت قاطعتان، أو قاطع ومماس، أو مماسان خارج دائرة، إذا فإن قياس الزاوية المتشكلة يساوي نصف فرق قياسي القوسين المحصورين.

أمثلة



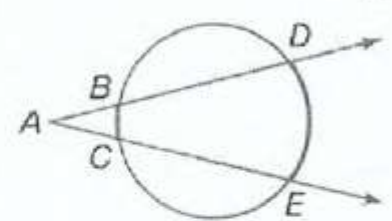
مماسان

$$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{BDC} - m\widehat{BC})$$



قاطع-مماس

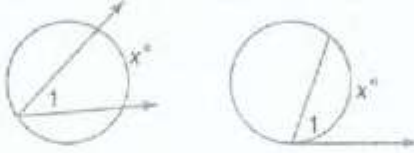

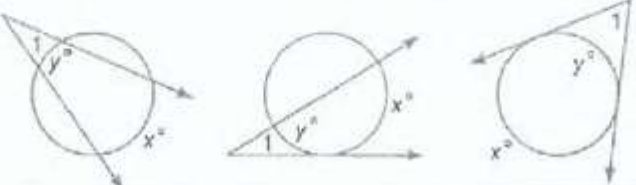
$$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{DC} - m\widehat{BC})$$



قاطعتان

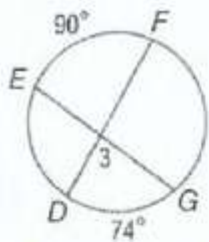
$$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{DE} - m\widehat{BC})$$

المفهوم الأساسي علاقات الزوايا والدوائر

قياس الزاوية	النموذج (النماذج)	رأس الزاوية
نصف قياس القوس المحصور $m\angle 1 = \frac{1}{2}x$		على محيط الدائرة
نصف قياس مجموع القوسين المحصورين $m\angle 1 = \frac{1}{2}(x + y)$		داخل الدائرة
نصف قياس فرق القوسين المحصورين $m\angle 1 = \frac{1}{2}(x - y)$		خارج الدائرة

من أجل كل قياس. افترض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماسات بالفعل.

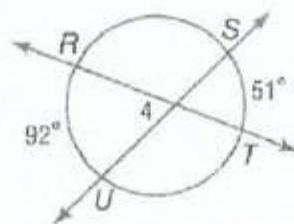
$m\angle 3$



$$m\angle 3 = \frac{1}{2}(90 + 74)$$

$$= 82^\circ$$

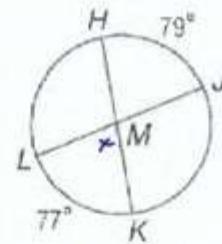
$m\angle 4$



$$m\angle 4 = \frac{1}{2}(92 + 51)$$

$$= 71.5^\circ$$

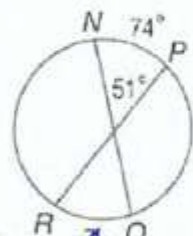
$m\angle JMK$



$$m\angle x = \frac{1}{2}(77 + 79)$$

$$= 78$$

$m\widehat{RQ}$



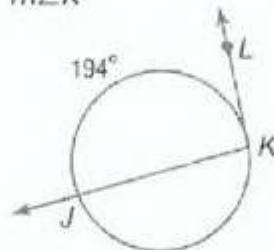
$$51 = \frac{1}{2}(74 + x)$$

$$102 = 74 + x$$

$$102 - 74 = x$$

$28 = x$

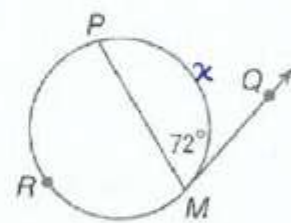
$m\angle K$



$$m\angle k = \frac{1}{2}(194)$$

$$= 97$$

$m\widehat{PM}$

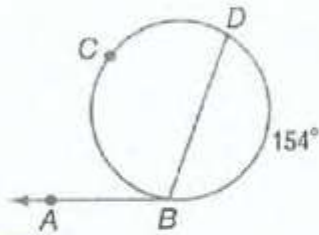


$$x = 72 (2)$$

$$= 144^\circ$$

من أجل كل قياس، افترض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماسات بالفعل.

14. $m\angle ABD$

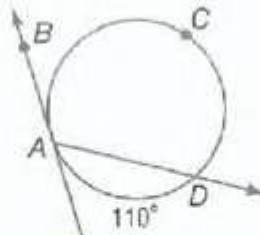


$$m\widehat{BCD} = 360 - 154 = 206$$

$$m\angle ABD = 206 \div 2$$

$$= 103^\circ$$

$m\angle DAB$

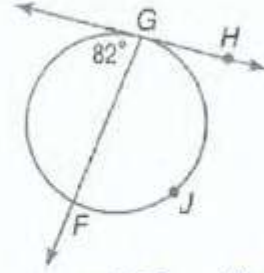


$$m\widehat{ACD} = 360 - 110$$

$$= 250$$

$$m\angle BAD = 250 \div 2 = 125^\circ$$

$m\widehat{GJF}$

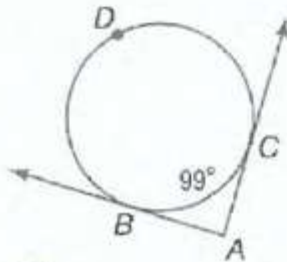


$$m\angle HGF = 180 - 82 = 98$$

$$m\widehat{GJF} = 98(2) = 196^\circ$$

البنية أوجد كلاً من القياسات.

$m\angle A$

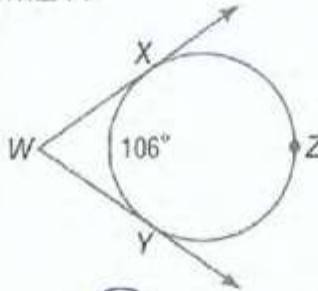


$$m\widehat{BDC} = 360 - 99 = 261$$

$$m\angle A = \frac{1}{2}(261 - 99)$$

$$= 81^\circ$$

$m\angle W$

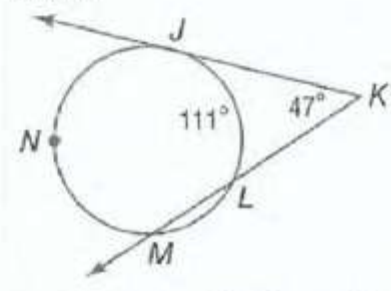


$$m\widehat{XZY} = 360 - 106 = 254$$

$$m\angle W = \frac{1}{2}(254 - 106)$$

$$= 74^\circ$$

$m\widehat{JM}$



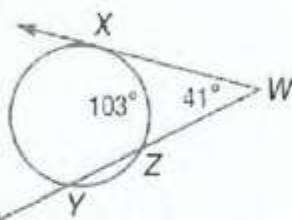
$$47 = \frac{1}{2}(\widehat{JNM} - 111)$$

$$94 = m\widehat{JNM} - 111$$

$$m\widehat{JNM} = 94 + 111 = 205$$

$$m\widehat{JM} = 360 - 205 = 155^\circ$$

$m\widehat{XY}$



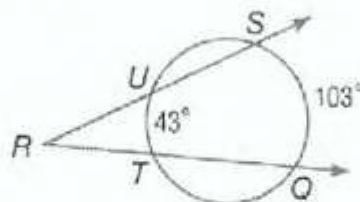
$$m\widehat{XY} = 41 = \frac{1}{2}(m\widehat{XY} - 103)$$

$$82 = m\widehat{XY} - 103$$

$$82 + 103 = m\widehat{XY}$$

$$\boxed{185 = m\widehat{XY}}$$

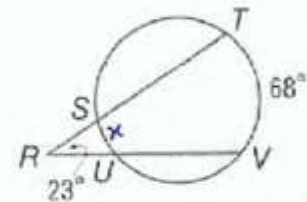
$m\angle R$



$$m\angle R = 103 - 43$$

$$= 60^\circ$$

$m\widehat{SU}$



$$23 = \frac{1}{2}(68 - x)$$

$$46 = 68 - x$$

$$x = 68 - 46$$

$$\boxed{x = 22}$$



المجوهرات في الغلادة الدائرية الموضحة. A و B نقطتا تماس. فإذا كانت قيمة $x = 260$. فكم تساوي قيمة y ؟

$$m \widehat{AB} = 360 - 260 = 100$$

$$m \angle y = \frac{1}{2}(260 - 100)$$

$$= 80^\circ$$

الفضاء يدور قمر صناعي حول خط الاستواء في الكرة الأرضية. أوجد قيمة x . قياس قوس الكوكب الذي يمكن رؤيته من القمر الصناعي.



$$y = 360 - x$$

$$12 = \frac{1}{2}(360 - x - x)$$

$$24 = 360 - 2x$$

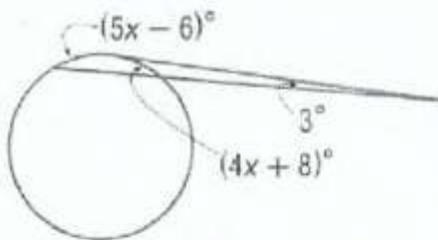
$$24 - 360 = -2x$$

$$\frac{24 - 360}{-2} = x$$

$$\frac{-336}{-2} = x$$

$$168 = x$$

الجبر أوجد قيمة x .



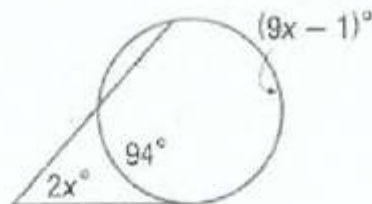
$$3 = \frac{1}{2}(5x - 6 - 4x - 8)$$

$$3 = \frac{1}{2}(x - 14)$$

$$6 = x - 14$$

$$6 + 14 = x$$

$$20 = x$$



$$2x = \frac{1}{2}(9x - 1 - 94)$$

$$4x = 9x - 105$$

$$4x + 105 = 9x - 4x$$

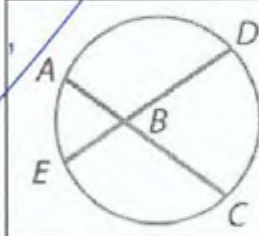
$$\frac{105}{5} = x$$

$$21 = x$$

نواتج التعلّم

- 1- إيجاد قياسات القطع المستقيمة التي تتقاطع داخل دائرة.
- 2- إيجاد قياسات القطع المستقيمة التي تتقاطع خارج دائرة.

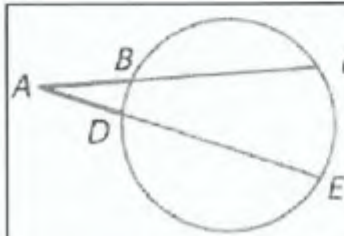
النظرية 11.15 القطع المستقيمة في نظرية الأوتار



إذا تقاطع وتران في دائرة، فنتساوى حينها نواتج ضرب أطوال القطع المستقيمة للأوتار.

$$AB \cdot BC = DB \cdot BE$$

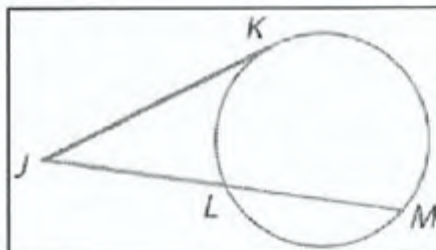
النظرية 11.16 نظرية القطع المستقيمة القاطعة



إذا تقاطع قاطعان خارج دائرة، فإن ناتج ضرب قطعة مستقيمة قاطعة وقطعتها المستقيمة القاطعة الخارجية يساوي ناتج ضرب قياسي القاطع الآخر بقطعته المستقيمة القاطعة الخارجية.

$$AC \cdot AB = AE \cdot AD$$

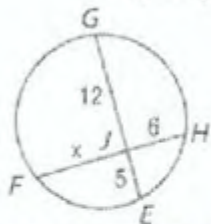
النظرية 11.17



إذا تقاطع مماس وقاطع خارج دائرة، فإن مربع قياس المماس يساوي ناتج ضرب قياسي القاطع بقطعته المستقيمة القاطعة الخارجية.

$$JK^2 = JL \cdot JM$$

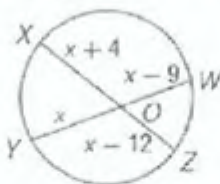
أوجد قيمة x مقربة إلى أقرب عُشر. وافترض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماسات بالفعل.



$$6x = 5(12)$$

$$x = \frac{5(12)}{6}$$

$$\boxed{x = 10}$$

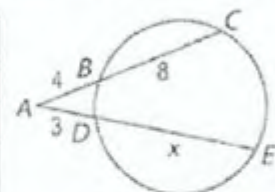


$$x(x-9) = (x+4)(x-12)$$

$$x^2 - 9x = x^2 - 8x - 48$$

$$-9x + 8x = -48$$

$$\boxed{x = 48}$$



$$4(12) = 3(3+x)$$

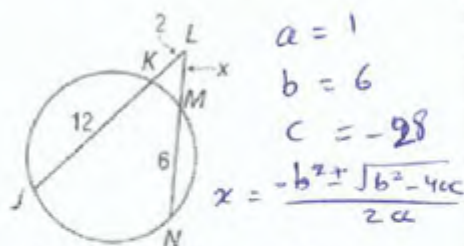
$$\frac{48}{3} = 3+x$$

$$16 = 3+x$$

$$16-3 = x$$

$$\boxed{13 = x}$$

أوجد قيمة x مقربة إلى أقرب عُشر. وافترض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماسات بالفعل.



$$a = 1$$

$$b = 6$$

$$c = -28$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

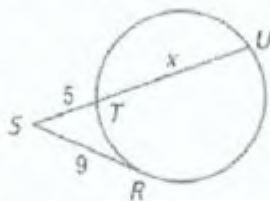
$$2(14) = x(x+6)$$

$$28 = x^2 + 6x$$

$$x^2 + 6x - 28 = 0$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4(1)(-28)}}{2(1)}$$

$$= \boxed{3.1}$$

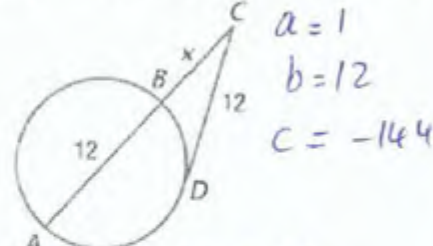


$$9^2 = 5(5+x)$$

$$\frac{81}{5} = 5+x$$

$$\frac{81}{5} - 5 = x$$

$$\boxed{11.2 = x}$$



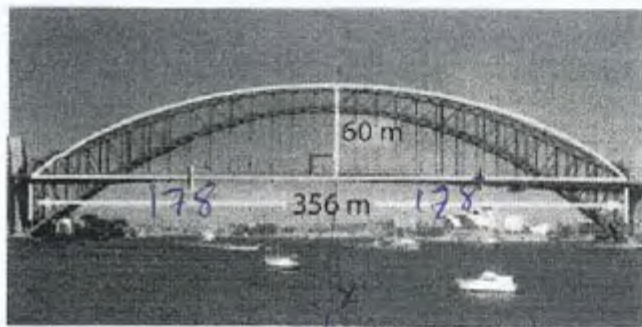
$$12^2 = x(x+12)$$

$$144 = x^2 + 12x$$

$$x^2 + 12x - 144 = 0$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 4(1)(-144)}}{2(1)}$$

$$= \boxed{7.4}$$



الجسور ما هو قطر الدائرة التي تحوي قوس جسر هاربور بسيدني؟ قترّب إلى أقرب عُشر.

$$(178)(178) = 60x$$

$$\frac{(178)^2}{60} = x$$

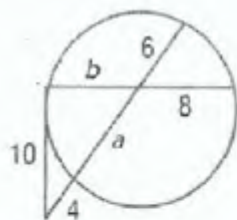
$$528.1 = x$$

$$\text{القطر} = 60 + x$$

$$= 60 + 528.1$$

$$= 588.1$$

البنية أوجد كل متغير مقربًا إلى أقرب عُشر. وافترض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماسات بالفعل.



$$10^2 = 4(4+a+b)$$

$$\frac{100}{4} = 10+a$$

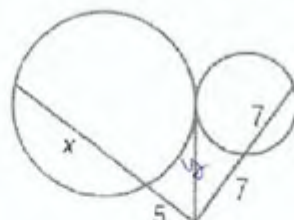
$$25 - 10 = a$$

$$\boxed{15 = a}$$

$$15(6) = 8b$$

$$\frac{15(6)}{8} = b$$

$$\boxed{11.25 = b}$$



$$y^2 = 7(14)$$

$$y^2 = 5(5+x)$$

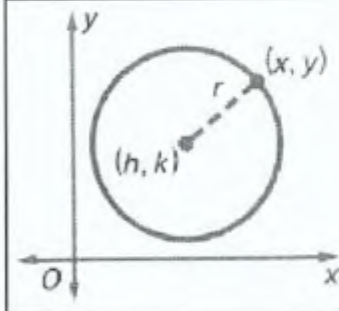
$$7(14) = 5(5+x)$$

$$98 = 25 + 5x$$

$$\frac{98 - 25}{5} = x$$

$$\boxed{14.6 = x}$$

المفهوم الأساسي معادلة دائرة بالصيغة القياسية



إن الصيغة القياسية لمعادلة دائرة يقع مركزها عند النقطة (h, k) ونصف قطرها r هي $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$.
تدعى الصيغة القياسية لمعادلة دائرة أيضًا بصيغة المركز-نصف القطر.

البنية اكتب معادلة كل دائرة مما يلي.

المركز يقع عند النقطة $(8, -9)$. نصف القطر يساوي $\sqrt{11}$

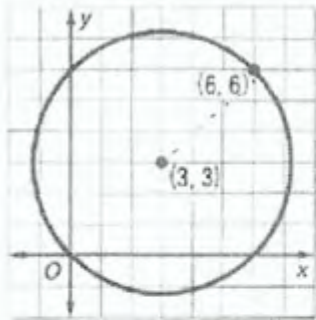
$$(x - 8)^2 + (y + 9)^2 = (\sqrt{11})^2$$

$$(x - 8)^2 + (y + 9)^2 = 11$$

المركز يقع عند نقطة الأصل. نصف القطر يساوي 4

$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 4^2$$

$$x^2 + y^2 = 16$$



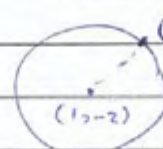
$$r = \sqrt{(6-3)^2 + (6-3)^2}$$

$$r = 3\sqrt{2}$$

$$(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = (3\sqrt{2})^2$$

$$(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 18$$

المركز يقع عند النقطة $(1, -2)$. الدائرة تمر بالنقطة $(3, -4)$



$$r = \sqrt{(3-1)^2 + (-4+2)^2}$$

$$r = 2\sqrt{2}$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = (2\sqrt{2})^2$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 8$$

من أجل كل دائرة معادلتها معطاة، اذكر إحداثيي المركز وقياس نصف القطر. ثم مثل المعادلة بيانياً.

$$x^2 + y^2 = 36$$

المركز (0, 0)

نصف القطر $r = 6$

$$x^2 + (y + 1)^2 = 4$$

المركز (0, -1)

نصف القطر $r = 2$

$$x^2 + y^2 + 8x - 4y = -4$$

$$(x^2 + 8x + 16) + (y^2 - 4y + 4) = -4 + 16 + 4$$

$$(x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 16$$

المركز (-4, 2)

نصف القطر $r = \sqrt{16} = 4$

$$x^2 + y^2 + 8x - 4y + 4 = 0$$

$$\left(\frac{x+4}{2} \right)^2 + \left(\frac{y-2}{2} \right)^2 = 4$$

المركز (-4, 2)

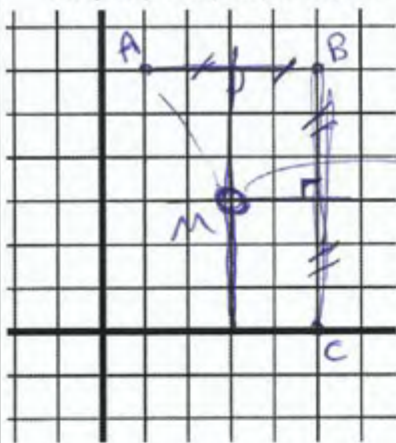
$$r = \sqrt{h^2 + k^2 - c}$$

$$r = \sqrt{16 + 4 - 4}$$

$$r = 4$$

اكتب معادلةً للدائرة التي تضم كل مجموعة من النقاط التالية. ثم مثل الدائرة بيانياً.

A(1, 6), B(5, 6), C(5, 0)



المركز
(3, 3)

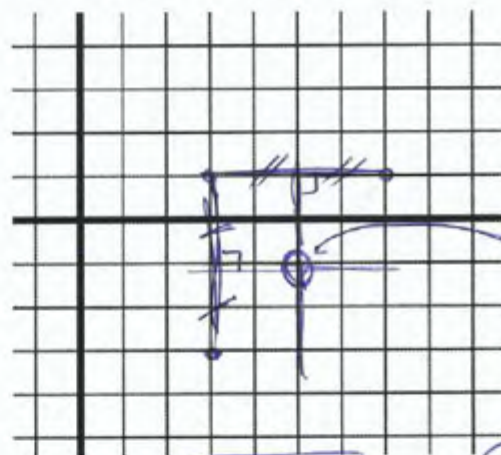
$$r = AM = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$$

المعادلة

$$(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = (\sqrt{13})^2$$

$$(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 13$$

(3, -3), G(3, 1), H(7, 1)



المركز
(5, -1)

$$r = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$$

المعادلة

$$(x - 5)^2 + (y + 1)^2 = 8$$

أوجد نقطة (نقاط) التقاطع. في حال وجودها. بين كل دائرة ومستقيم لهما المعادلات التالية.

$$x^2 + y^2 = 5 \quad \text{--- (1)}$$

$$y = \frac{1}{2}x \quad \text{--- (2)}$$

نعوض (2) في (1)

$$x^2 + \left(\frac{1}{2}x\right)^2 = 5$$

$$x^2 + \frac{x^2}{4} = 5 \quad \text{ضرب (4)}$$

$$4x^2 + x^2 = 20$$

$$5x^2 = 20$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

نعوض في (2)

$$x = 2 \rightarrow y = \frac{1}{2}(2) = 1 \quad (2, 1)$$

$$x = -2 \rightarrow y = \frac{1}{2}(-2) = -1 \quad (-2, -1)$$

نقطتا التقاطع

$$x^2 + y^2 = 2 \quad \text{--- (1)}$$

$$y = -x + 2 \quad \text{--- (2)}$$

من (2) في (1)

$$x^2 + (-x + 2)^2 = 2$$

$$x^2 + (x^2 - 4x + 4) = 2$$

$$x^2 + x^2 - 4x + 4 = 2$$

$$2x^2 - 4x + 4 - 2 = 0$$

$$2x^2 - 4x + 2 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x - 1)(x - 1) = 0$$

$$x = 1$$

نعوض في (2)

$$\Rightarrow y = -(1) + 2 = 1$$

$$y = 1$$

نقطة التقاطع هي (1, 1)

ورقة عمل الصف العاشر 11-9 مساحات الدوائر والقطاعات الاسم: _____ الشعبة: _____

نواتج التعلم 1- إيجاد مساحات الدوائر . 2- إيجاد مساحات قطاعات الدوائر .

المفهوم الأساسي مساحة قطاع

تساوي نسبة المساحة A لقطاع إلى مساحة الدائرة بكاملها πr^2 نسبة قياس القوس المحصور x بالدرجات إلى 360.



$$\frac{A}{\pi r^2} = \frac{x}{360}$$

التناسب:

$$A = \frac{x}{360} \cdot \pi r^2$$

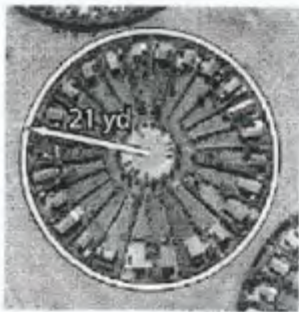
المعادلة:

المفهوم الأساسي مساحة الدائرة



إن مساحة الدائرة A تساوي π مضروبة بمربع نصف القطر r. $A = \pi r^2$

الإفشاء أوجد مساحة كل دائرة مما يلي وقربها إلى أقرب عُشر.

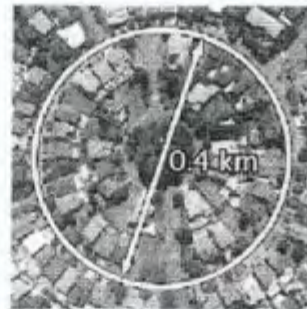


$$A = \pi r^2$$

$$= \pi (21)^2$$

$$= 441\pi$$

$$= \boxed{1385.4} \text{ yd}^2$$



$$r = 0.2$$

$$A = \pi r^2$$

$$= \pi (0.2)^2$$

$$= 0.12$$

$$= \boxed{0.1} \text{ km}^2$$

أوجد قطر دائرة مساحتها 74 مليوناً مربعاً.

تساوي مساحة دائرة 88 سنتيمتراً مربعاً. أوجد نصف قطرها.

$$A = \pi r^2$$

$$88 = \pi r^2$$

$$\frac{88}{\pi} = r^2$$

$$r = \sqrt{\frac{88}{\pi}}$$

$$= \boxed{5.292} \text{ cm}$$

$$A = \pi r^2$$

$$74 = \pi r^2$$

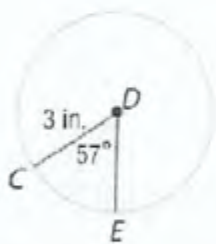
$$\frac{74}{\pi} = r^2$$

$$r = \sqrt{\frac{74}{\pi}}$$

$$= 4.853$$

$$d = 4.853(2) = \boxed{9.7}$$

أوجد مساحة كل قطاع مظلّل وقربها إلى أقرب عُشر.

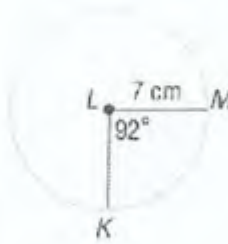


$$\frac{A}{\text{مساحة الدائرة}} = \frac{57}{360}$$

$$\frac{A}{\pi (3)^2} = \frac{57}{360}$$

$$A = \frac{\pi (3)^2 (57)}{360}$$

$$= \boxed{4.476}$$



$$\frac{A}{\text{مساحة الدائرة}} = \frac{92}{360}$$

$$\frac{A}{\pi (7)^2} = \frac{92}{360}$$

$$A = \frac{92\pi (7)^2}{360}$$

$$= \boxed{39.339}$$

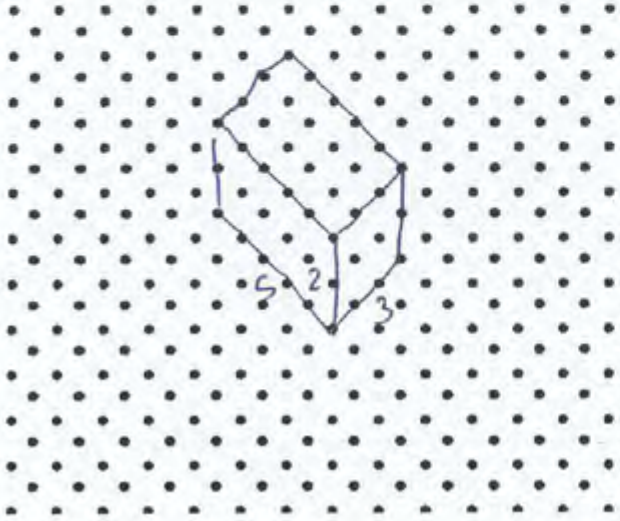
ورقة عمل الصف العاشر 12-1 تمثيلات الأشكال ثلاثية الأبعاد الاسم: _____ الشعبة: _____

نواتج التعلم

1- رسم منظورات متماثلة للأشكال ثلاثية الأبعاد. 2 - استكشاف المقاطع العرضية للأشكال ثلاثية الأبعاد.

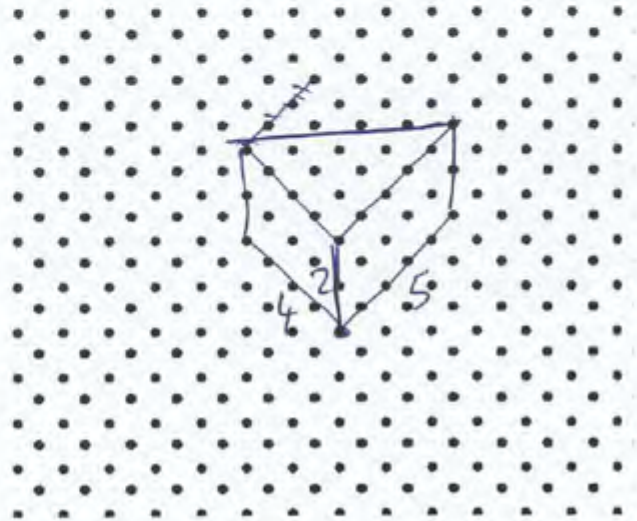
استخدم الورق المنقط متساوي الأبعاد لرسم كل منشور.

منشور مستطيل ارتفاعه وحدتان،
ويبلغ عرضه 3 وحدات، وطوله 5 وحدات

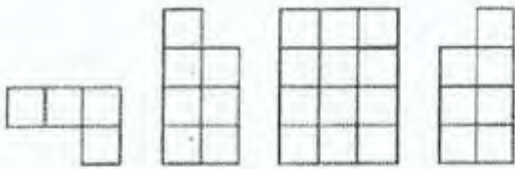


منشور ثلاثي ارتفاعه وحدتان.

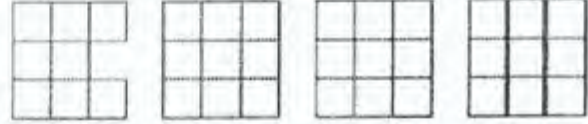
ويبلغ طولها صاعدي قاعدته 5 وحدات و 4 وحدات



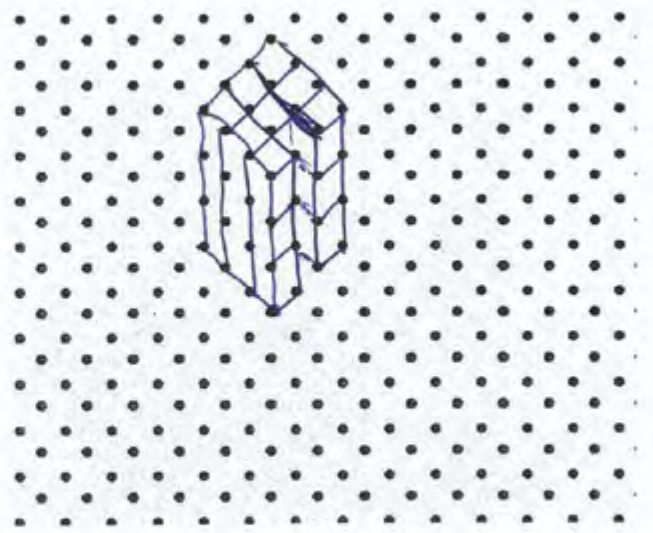
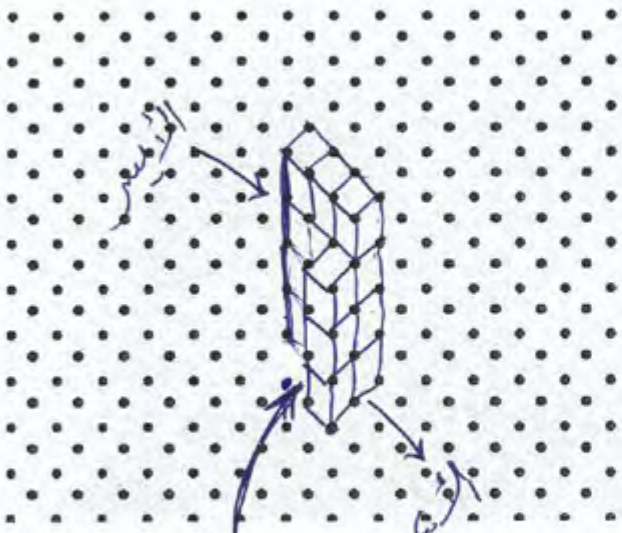
استخدم ورقة منقطة متساوية القياس وكل رسم متعامد لرسم مجسم.

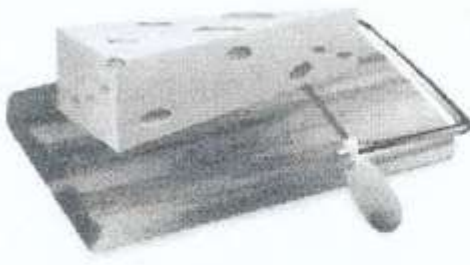


منظور علوي
منظور أيسر
منظور أمامي
منظور أيمن



منظور علوي
منظور أيسر
منظور أمامي
منظور أيمن

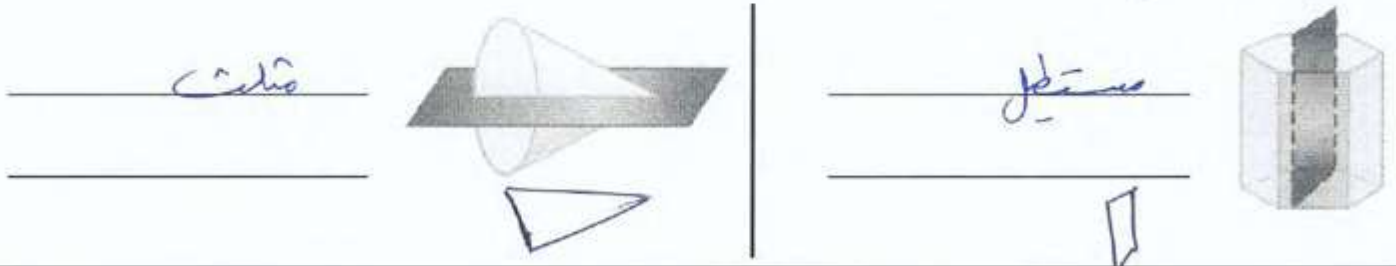




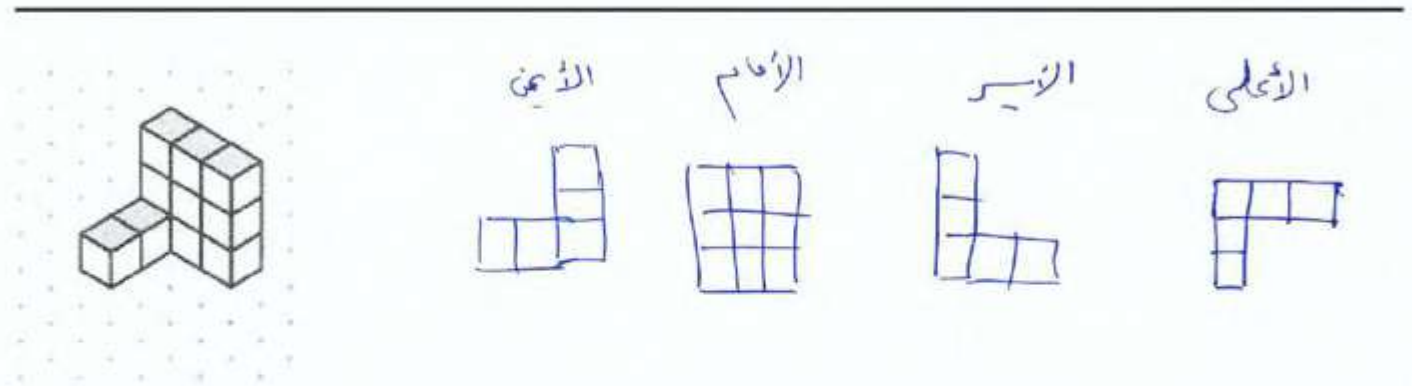
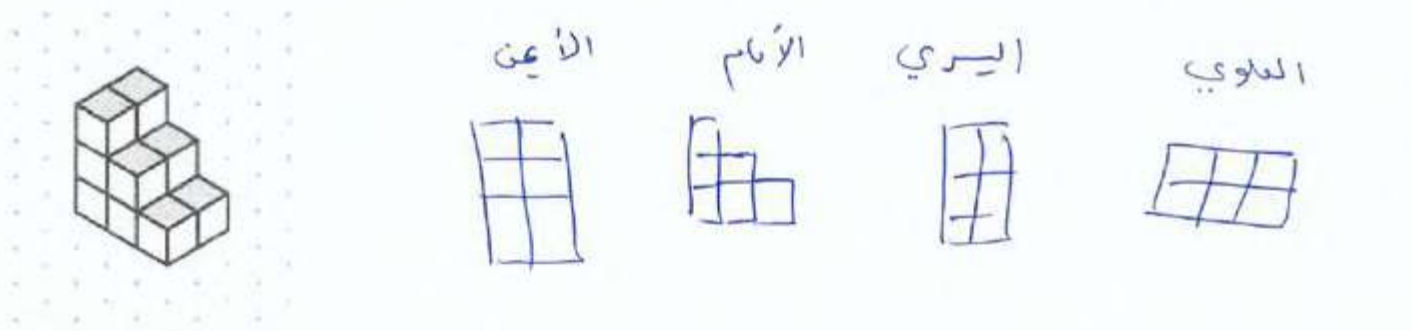
الطعام صنف كيف يمكن تقطيع قطعة الجبن الموضحة على اليسار إلى شرائح بحيث تكون كل شريحة كل شكل.

- a. مستطيل مقطع رأسي
b. مثلث مقطع أفقي
c. شبه منحرف مقطع زاوي

صنف كل مقطع عرضي.



ارسم المنظورات العلوية واليسرى والأمامية اليمنى لكل مجسم.



ورقة عمل الصف العاشر 2-12 مساحات سطوح المنشير والأسطوانات الاسم: الشعبة:

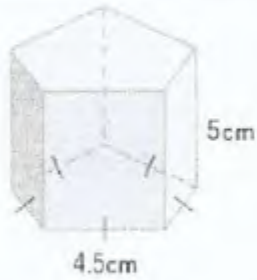
نواتج التعلم 1- إيجاد المساحات الجانبية ومساحات الأسطح للمنشير. 2- إيجاد المساحات الجانبية ومساحات الأسطح للأسطوانات.

الارتفاع \times محيط القاعدة = المساحة الجانبية (المنشور أو الأسطوانة)

$$L = P \times h$$

مساحة السطح (المنشور أو الأسطوانة) = المساحة الجانبية + 2 (مساحة القاعدة)

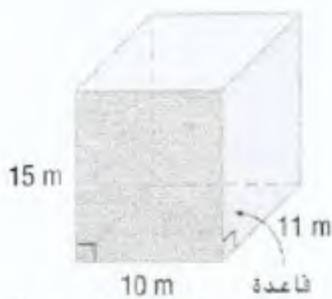
$$S = L + 2B$$



$$L = \frac{P}{2} \times h = \frac{(4.5)(5)}{2} \times 5 = 112.5 \text{ cm}^2$$

أوجد المساحة الجانبية للمنشور.

أوجد المساحة الجانبية ومساحة السطح. قَرِّبْ لَأَقْرَبِ جُزْءٍ مِنَ الْعَشْرَةِ.



$$L = P \times h = (10 + 10 + 11 + 11) \times 15 = 630 \text{ m}^2$$

$$S = L + 2B = 630 + 2(10 \times 11) = 850 \text{ m}^2$$

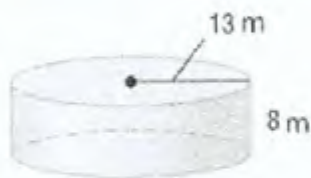


ملاحظة هامة: القاعدة هي المثلث.

طول القطر في المثلث القائم
 $\sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

$$L = P \times h = (6 + 8 + 10) \times 12 = 288 \text{ m}^2$$

$$S = L + 2B = 288 + 2(6 \times 8 \div 2) = 336 \text{ m}^2$$



$$L = P \times h = [2(13)\pi] \times 8 = 208\pi$$

$$S = L + 2B = 208\pi + 2(\pi(13)^2) = 546\pi = 1715.3$$



$$L = P \times h = (20.4\pi) \times 22 = 448.8\pi$$

$$S = L + 2B = 448.8\pi + 2(\pi(10.2)^2) = 469.2\pi = 1474.54$$

2063.6



طعام مساحة سطح علبة الحساء الموضحة على اليسار تساوي 286.3 سنتيمتراً مربعاً. ما ارتفاع العلبة؟ قرب لأقرب جزء من العشرة.

$$\begin{aligned}
 S &= L + 2B \\
 &= P \times h + 2(\pi r^2) \\
 S &= 2\pi r h + 2\pi r^2 \\
 286.3 &= 2\pi(3.4)h + 2\pi(3.4)^2
 \end{aligned}
 \quad \left| \quad \begin{aligned}
 \frac{286.3 - 2\pi(3.4)^2}{2\pi(3.4)} &= h \\
 \boxed{10} &= h
 \end{aligned}
 \right.$$

مساحة سطح المكعب تساوي 294 سنتيمتراً مربعاً. أوجد طول الحافة الجانبية.

$$\begin{aligned}
 S &= L + 2B \\
 S &= P \times h + 2(s \cdot s) \\
 &= 4s \times s + 2 \times s \times s \\
 S &= 6s^2
 \end{aligned}
 \quad \left| \quad \begin{aligned}
 294 &= 6s^2 \\
 s^2 &= \sqrt{\frac{294}{6}} \\
 \boxed{s = 7}
 \end{aligned}
 \right.$$

حين s، صرّح المربع

ورقة عمل الصف العاشر 3-12 مساحات أسطح الأهرامات والمخاريط الاسم: _____ الشعبة: _____

نواتج التعلم 1- إيجاد المساحات الجانبية ومساحات الأسطح للأهرامات. 2- إيجاد المساحات الجانبية ومساحات الأسطح للمخاريط.

المساحة الجانبية لمخروط $L = \pi r \ell$
مساحة السطح لمخروط $S = \pi r \ell + \pi r^2$
 ℓ هو الارتفاع المائل
 r هو نصف قطر القاعدة

المساحة الجانبية للهرم المنتظم $L = \frac{1}{2} P \ell$
مساحة سطح الهرم المنتظم $S = \frac{1}{2} P \ell + B$
 ℓ هو الارتفاع المائل. و P هو محيط القاعدة.
 B هو مساحة القاعدة.

أوجد المساحة الجانبية ومساحة السطح لكل هرم منتظم. وقرب لأقرب جزء من العشرة إذا لزم الأمر.



$$L = \frac{1}{2} P \ell$$

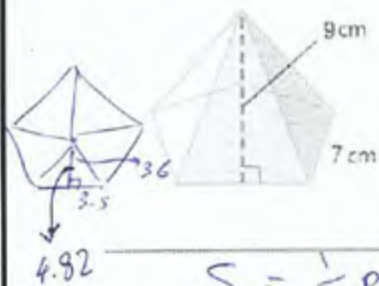
$$= \frac{1}{2} (16 \times 4) \times 12$$

$$= 384 \text{ cm}^2$$

$$S = \frac{1}{2} P \ell + B$$

$$= 384 + (16 \times 16)$$

$$= 640 \text{ cm}^2$$



$$L = \frac{1}{2} p \ell = \frac{1}{2} 7 (5) (9) = 157.5 \text{ cm}^2$$

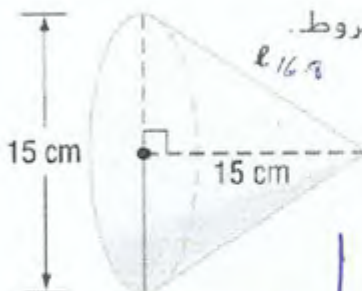
ارتفاع المثلث $\rightarrow \tan 36 = \frac{3.5}{\text{ارتفاع المثلث}}$ \rightarrow ارتفاع المثلث $= \frac{3.5}{\tan 36} = 4.82$

$$B = \frac{7 (4.82) \times 5}{2} = 84.35$$

$$S = \frac{1}{2} P \ell + B$$

$$= 157.5 + 84.35 = 241.85 \text{ cm}^2$$

الاستنتاج المنطقي أوجد المساحة الجانبية ومساحة السطح لكل مخروط. قرب لأقرب جزء من العشرة.



$$L = \pi r \ell$$

$$= \pi (7.5) (16.8) = 395.1 \text{ cm}^2$$

$$S = \pi r \ell + \pi r^2$$

$$= 395.1 + \pi (7.5)^2$$

$$= 571.86$$

$$= 571.9 \text{ cm}^2$$

$$\ell = \sqrt{15^2 + 7.5^2}$$

$$= 16.8$$

2 - إيجاد أحجام الأسطوانات.

1 - إيجاد أحجام المنشور.

نواتج التعلم

$V = Bh$ حجم المنشور - الإسطوانة

حيث B هو مساحة القاعدة و h هو ارتفاع المنشور.

مبدأ كافاليري

إذا كان لمجسمين نفس الارتفاع h ونفس مساحة المقطع العرضي B في كل المستويات، فإن لهما نفس الحجم.



أوجد حجم كل منشور

$$V = B \times h$$

$$= \frac{(15 + 7) \times 5}{2} \times 12$$

$$= 45 \text{ cm}^3$$



المنشور المستطيل المائل الموضح على اليسار

$$V = B \times h$$

$$= 2.5 (4.9) \times 2.2$$

$$= 26.75 \text{ m}^3$$



أوجد حجم كل إسطوانة. قَرِّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.

$$V = B \times h$$

$$= \pi r^2 \times h$$

$$= \pi (3.7)^2 \times 4.8$$

$$= 206.44 \text{ m}^3$$



$$V = B \times h$$

$$= \pi r^2 \times h$$

$$= \pi (6)^2 (12)$$

$$= 1357.2 \text{ m}^3$$

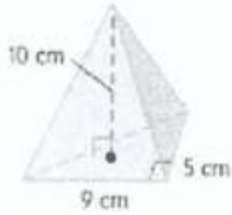
ورقة عمل الصف العاشر 12-5 أحجام الأشكال الهرمية والمخاريط الاسم: _____ الشعبة: _____

2 - إيجاد أحجام المخاريط.

1 - إيجاد أحجام الأشكال الهرمية.

نواتج التعلم

$$V = \frac{1}{3}Bh \text{ حجم الهرم - المخروط}$$



أوجد حجم

$$V = \frac{1}{3}Bh$$

$$= \frac{1}{3} \times \left(\frac{9 \times 9}{2} \right) \times 10$$

$$= \boxed{75} \text{ cm}^3$$



$$V = \frac{1}{3}Bh$$

$$= \frac{1}{3} \times (\pi r^2) \times 11.5$$

$$= \frac{1}{3} (\pi (3.74)^2) \times 11.5$$

$$= \boxed{168.449} \text{ cm}^3$$

$$\tan 18 = \frac{r}{11.5}$$

$$r = 1$$

$$r = 11.5 \tan 18$$

$$= 3.74$$

ورقة عمل الصف العاشر 12-6 مساحات أسطح الأشكال الكروية وأحجامها الاسم: الشعبة:

نواتج التعلم 1- إيجاد مساحات أسطح الأشكال الكروية. 2- إيجاد أحجام الأشكال الكروية.

$$S = 4\pi r^2 \text{ مساحة سطح الشكل الكروي}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ حجم الشكل الكروي}$$

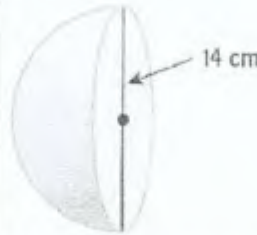
أوجد مساحة سطح كل شكل كروي أو نصف شكل كروي. قُرب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.



$$S = 4\pi r^2$$

$$= 4\pi (9)^2$$

$$= 1017.87 \text{ m}^2$$



$$S = \frac{4\pi r^2}{2} + \pi r^2$$

$$= \frac{4\pi (7)^2}{2} + \pi (7)^2$$

$$= 147\pi = 461.81 \text{ cm}^2$$

$$\pi r^2 = 36\pi$$

شكل كروي: مساحة الدائرة الكبرى = $36\pi \text{ m}^2$

$$S = 4(\pi r^2) = 4(36)\pi = 452.389 \text{ m}^2$$

أوجد حجم كل شكل كروي أو نصف شكل كروي. قُرب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.

نصف شكل كروي: القطر = 16 cm

$$V = \frac{4}{3}\pi (8)^3 \div 2$$

$$= \frac{1024}{3}\pi$$

$$= 1072.3 \text{ cm}^3$$

شكل كروي: نصف القطر = 10 m

$$V = \frac{4}{3}\pi (10)^3$$

$$= \frac{4000}{3}\pi$$

$$= 4188.79 \text{ m}^3$$

نصف شكل كروي: محيط الدائرة الكبرى = $24\pi \text{ m}$

$$C = \pi d$$

$$24\pi = \pi d$$

$$d = 24$$

$$V = \frac{4}{3}\pi (12)^3 \div 2$$

$$= 1152\pi$$

$$= 3619.114 \text{ m}^3$$