

الحل

الرياضيات المتقدمة

الفصل الدراسي الثالث 2020 اختيار من متعدد

طرائق التكامل الوحدة السابعة

عن بعد

ملاحظات مهمة لكل طالب :-

- 1:- من الضروري قراءة السؤال بشكل جيد .
- وأن تعرف طريقة حل السؤال . ثم حل السؤال بدقة وتقارن نتيجة الحل مع الإجابات الموجودة .
- 2:- في أغلب الحالات يتوجب على الطالب الحل بطرق سهلة وعدم التعقيد للسؤال .
- 3:- كتابة القانون الخاص بالسؤال والتطبيق عليه يجعل السؤال أكثر سهولة وأكثر وضوح .
- 4:- اختيار طريقة الفرض بشكل صحيح وإيجاد المشتقة والتعويض بدون استعجال يعطيك نتائج صحيحة وسريعة مع استخدام بعض المتطابقات الضرورية التي تخص التكامل .
- 5:- بالنسبة لتكامل الدوال النسبية (باستخدام الكسور الجزئية) يجب عليك التمييز بين المربع الكامل ومجموع المربعين ليتسنى تجزيء الكسر بشكل صحيح .
- 6:- عندما يطلب منك حل المعادلة التفاضلية بطريقة فصل المتغيرات . يحتاج التركيز وعدم الاستعجال . انتبه على إخراج العامل المشترك (أحياناً) لتتم عملية الفصل بشكل صحيح .
- 7:- لاتنسى قانون النمو والإضمحلال الآسي . وكذلك قانون نيوتن للتبريد .
- 8:- التمييز بين التكاملات $\sqrt{a^2 - x^2}$, $\sqrt{x^2 - a^2}$, $\sqrt{a^2 + x^2}$ لتكون طريقة الفرض صحيحة .
- 9:- النجاح والتفوق يأتي من الثقة العالية بالنفس وعدم الخوف من الإختبار . والله الموفق .

ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة :-

1) $\int \frac{x}{1+x^4} dx$

- a) $\tan^{-1} x + c$ **b)** $\frac{1}{2} \tan^{-1} x^2 + c$ c) $\frac{1}{4} \tan^{-1} x^2 + c$ d) $\tan^{-1} x^2 + c$

2) تفكيك الكسر $\frac{x^2 - 2x - 2}{x^3 + x}$ الى كسور جزئية يكون :-

- a) $\frac{2}{x} + \frac{2-3x}{x^2+1}$ b) $\frac{2}{x} - \frac{2+3x}{x^2+1}$ c) $\frac{2}{x} + \frac{3x+2}{x^2+1}$ **d)** $\frac{-2}{x} + \frac{3x-2}{x^2+1}$

3) $\int \frac{x+5}{x^2+1} dx$

- a) $\frac{1}{2} \ln(x^2+1) + \tan^{-1}(5x) + c$ **c)** $\frac{1}{2} \ln(x^2+1) + 5 \tan^{-1}(x) + c$
b) $\frac{1}{2} \ln(x^2+1) - 5 \tan^{-1}(x) + c$ d) $2 \ln(x^2+1) + 5 \tan^{-1}(x) + c$

4) $\int \cos x \cdot \sin^3 x dx$

- a)** $\frac{1}{4} \cos^4 x - \frac{1}{2} \cos^2 x + c$ c) $4 \sin^4 x + c$
b) $-\frac{1}{4} \sin^4 x + c$ d) $\frac{1}{4} \cos^4 x + \frac{1}{2} \cos^2 x + c$

5) $\int \frac{2}{8+4x+x^2} dx$

- a) $\tan^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right) + c$ **c)** $\tan^{-1}\left(\frac{x+2}{2}\right) + c$
b) $\frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{x+2}{2}\right) + c$ d) $2 \tan^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right) + c$

6) $\int \frac{x}{\sqrt{9-x^2}} dx$

a) $\frac{1}{3} \sin^{-1}\left(\frac{x}{3}\right) + c$

c) $\sqrt{9-x^2} + c$

b) $3x \sin^{-1}\left(\frac{x}{3}\right) + c$

d) $-\sqrt{9-x^2} + c$

7) $\int x^2 e^{-x^3} dx$

a) $-\frac{1}{3} x^2 e^{-x^3} + c$

c) $3x^2 e^{-x^3} + c$

b) $-\frac{1}{3} e^{-x^3} + c$

d) $x^2 e^{-x^3} + c$

8)

$$y' = \sqrt{1+x+y+xy}$$

حل المعادلة التفاضلية التالية :-

a) لا يمكن فصل المتغيرات

c) $\left(\frac{1}{3}(1+x)^{\frac{3}{2}} + \frac{c}{2}\right)^2 - 1$

b) $\frac{1}{3}(1+x)^{\frac{3}{2}} + \frac{c}{2} - 1$

d) $\left(\frac{1}{3}(1+x)^{\frac{3}{2}} + \frac{c}{2}\right)^2 + 1$

9)

إحدى المعادلات التفاضلية التالية غير قابلة لفصل المتغيرات

a) $y' - x^2 \sqrt{y} = 0$

c) $y' = xy^2 - x^2 y$

b) $y' = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{y-1}}$

d) $y' = e^{x+y}$

(10):- حل المعادلة التفاضلية $y' = 4y$ مع الشرط الابتدائي $y(0) = 2$ هو :-

a) $y = 4e^{8t}$ b) $y = 4e^{2t}$ **c) $y = 2e^{4t}$** d) $y = 8e^{4t}$

(11):- أفضل فرض للتكامل $\int \sqrt{25-16x^2} dx$

a) $x = \frac{25}{16} \tan \theta$

c) $x = \frac{5}{4} \sec \theta$

b) $x = \frac{4}{5} \sin \theta$

d) $x = \frac{5}{4} \sin \theta$

(12):- $\int \tan^2 x \cdot \sec^4 x dx$

a) $\frac{1}{3} \tan^3 x + \frac{1}{5} \tan^5 x + c$

c) $3 \tan^3 x + 5 \tan^5 x + c$

b) $\frac{1}{3} \tan^3 x - \frac{1}{5} \tan^5 x + c$

d) $\frac{1}{2} \tan^2 x + \frac{1}{4} \tan^4 x + c$

(13):- $\int \cos x \cdot \cos 2x dx$

a) $\sin x - \frac{2}{3} \sin^2 x + c$

c) $\sin x \times \frac{1}{2} \sin 2x + c$

b) $\sin x - \frac{2}{3} \sin^3 x + c$

d) $\sin x + \frac{2}{3} \sin^3 x + c$

ملاحظة :- استخدم القانون
 $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$

ثم افتح الاقواس وأتمم عملية التكامل

$$\int \sin x \cdot \sin 2x \, dx \quad \text{--:(14)}$$

a) $\frac{2}{3} \cos^3 x + c$

c) $\frac{2}{3} \sin^3 x + c$

b) $\sin^3 x + c$

d) $2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x + c$

$$\int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx \quad \text{--:(15)}$$

a) $\sin^{-1}(e^{2x}) + c$

c) $\frac{1}{2} \sin^{-1}(e^x) + c$

b) $\sin^{-1}(e^x) + c$

d) $\frac{1}{2} \sin^{-1}(e^{2x}) + c$

$$\int \frac{2}{x^2 \sqrt{4-x^2}} dx \quad \text{--:(16)}$$

a) $-\frac{1}{2} \cot x + c$

c) $\frac{-x^{-1} \sqrt{4-x^2}}{2} + c$

b) $\frac{-\sqrt{4-x^2}}{2} + c$

d) $\frac{-x^{-1} \sqrt{x^2-4}}{2} + c$

(17) --: إذا تم استثمار مبلغ 12500 درهم إماراتي بمعدل مرابحة سنوية 5.75% فكم تصبح قيمة هذا الإستثمار بعد 5 سنوات بالدرهم الإماراتي . علماً أن المرابحة مركبة كل أربعة أشهر .

a) 16618.36058

b) 16620.36058

c) 16629.55992

d) 16621.36058

$$\int x^3 e^{x^2} dx \quad \text{--:(18)}$$

a) $x^2 e^{x^2} + e^{x^2} + c$

c) $\frac{1}{2} (x^3 e^{x^2} - e^{x^2}) + c$

b) $\frac{1}{2} (x^2 e^{x^2} + e^{x^2}) + c$

d) $\frac{1}{2} (x^2 e^{x^2} - e^{x^2}) + c$

تكمّل بالأجزاء $\int \tan^{-1} 3x \, dx$ -(19)

a) $x \tan^{-1} 3x - 3 \int \frac{x}{1+9x^2} dx$

c) $x \tan^{-1} 3x - \int \frac{x}{1+9x} dx$

b) $x \tan^{-1} 3x - \int \frac{x}{1+3x^2} dx$

d) $\tan^{-1} 3x^2 - 3 \int \frac{x}{1+9x^2} dx$

انتبه ؟؟؟؟ هنا التكامل بالتعويض ؟ لان المشتقة موجودة $\int \frac{x+1}{\sqrt{3-2x-x^2}} dx$ -(20)

a) $\sqrt{3-2x-x^2} + c$

c) $\ln|3-2x-x^2| + c$

b) $-\sqrt{3-2x-x^2} + c$

d) $\sqrt{3} \sin^{-1}\left(\frac{x+1}{\sqrt{3}}\right) + c$

أسأل الله العظيم أن يجعلكم من المتفوقين ومن المتميزين ومن الناجحين

ومن الفرحانيين ومن المتخرجين بتفوق

قولوا آمين

مدرس الرياضيات

صكبان صالح محمد 29/5/2020