

## المقام يمكن تحليله إلى عوامل خطية غير مكررة

أولاً

المقام  $h(x)$  عبارة عن ناتج ضرب عوامل خطية (من الدرجة الأولى) غير مكررة.

لتكن  $f(x) = \frac{r(x)}{h(x)}$  حيث المقام  $h(x)$  على الصورة :

$$h(x) = (a_1x + b_1)(a_2x + b_2) \dots (a_kx + b_k)$$

حيث لا يوجد عوامل مكررة و لا يوجد عامل ثابت مضروب بآخر.

في هذه الحالة تكون  $f$  على صورة كسور جزئية كالتالي :

$$\frac{r(x)}{h(x)} = \frac{A_1}{a_1x + b_1} + \frac{A_2}{a_2x + b_2} + \dots + \frac{A_k}{a_kx + b_k}$$

## مثال (1)

لتكن الدالة  $f$  :  $f(x) = \frac{5x-1}{x^2-2x-15}$

أوجد الكسور الجزئية **a**

$\int f(x)dx$  **b**

الحل:

المقام يحلل الى  
عوامل خطية  
غير مكررة

a  $x^2 - 2x - 15 = (x + 3)(x - 5)$

$$\frac{5x - 1}{x^2 - 2x - 15} = \frac{A_1}{x + 3} + \frac{A_2}{x - 5}$$

## تابع - مثال (1)

$$\frac{5x - 1}{x^2 - 2x - 15} = \frac{2}{x + 3} + \frac{3}{x - 5}$$

$$\int \frac{u'}{u} dx = \ln|u| + c$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \int f(x) dx &= \int \frac{5x - 1}{x^2 - 2x - 15} dx \\ &= \int \left( \frac{2}{x + 3} + \frac{3}{x - 5} \right) dx \\ &= \int \frac{2}{x + 3} dx + \int \frac{3}{x - 5} dx \\ &= 2 \int \frac{1}{x + 3} dx + 3 \int \frac{1}{x - 5} dx \\ &= 2 \ln|x + 3| + 3 \ln|x - 5| + C \end{aligned}$$

## مثال (2)

$$\int \frac{x^2 + 2x - 1}{2x^3 + 3x^2 - 2x} dx \quad \text{أوجد :}$$

الحل:

$$\begin{aligned} 2x^3 + 3x^2 - 2x &= x(2x^2 + 3x - 2) \\ &= x(2x - 1)(x + 2) \end{aligned}$$

المقام يحلل الى  
عوامل خطية  
غير مكررة

$$\frac{x^2 + 2x - 1}{x(2x - 1)(x + 2)} = \frac{A_1}{x} + \frac{A_2}{2x - 1} + \frac{A_3}{x + 2}$$

## تابع - مثال (2)

$$x^2 + 2x - 1 = A_1(2x - 1)(x + 2) + A_2x(x + 2) + A_3x(2x - 1)$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{1}{2}\right) - 1 = A_1(0) + \frac{1}{2}A_2\left(\frac{5}{2}\right) + A_3(0) \quad \text{بالتعويض عن } X = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow A_2 = \frac{1}{5}$$

$$(-2)^2 + 2(-2) - 1 = A_1(0) + A_2(0) + A_3(-2) \quad \text{بالتعويض عن } X = -2$$

$$\Rightarrow A_3 = -\frac{1}{10}$$

$$\frac{x^2 + 2x - 1}{x(2x - 1)(x + 2)} = \frac{1}{2x} + \frac{1}{5(2x - 1)} + \frac{-1}{10(x + 2)}$$

## تابع - مثال (2)

$$\int \frac{x^2 + 2x - 1}{2x^3 + 3x^2 - 2x} dx$$

$$= \int \left( \frac{\frac{1}{2}}{x} + \frac{\frac{1}{5}}{2x-1} + \frac{\frac{-1}{10}}{x+2} \right) dx$$

$$= \frac{1}{2} \int \left( \frac{1}{x} \right) dx + \frac{1}{5} \int \left( \frac{1}{2x-1} \right) dx - \frac{1}{10} \int \left( \frac{1}{x+2} \right) dx$$

$$= \frac{1}{2} \ln|x| + \frac{1}{10} \ln|2x-1| - \frac{1}{10} \ln|x+2| + C$$