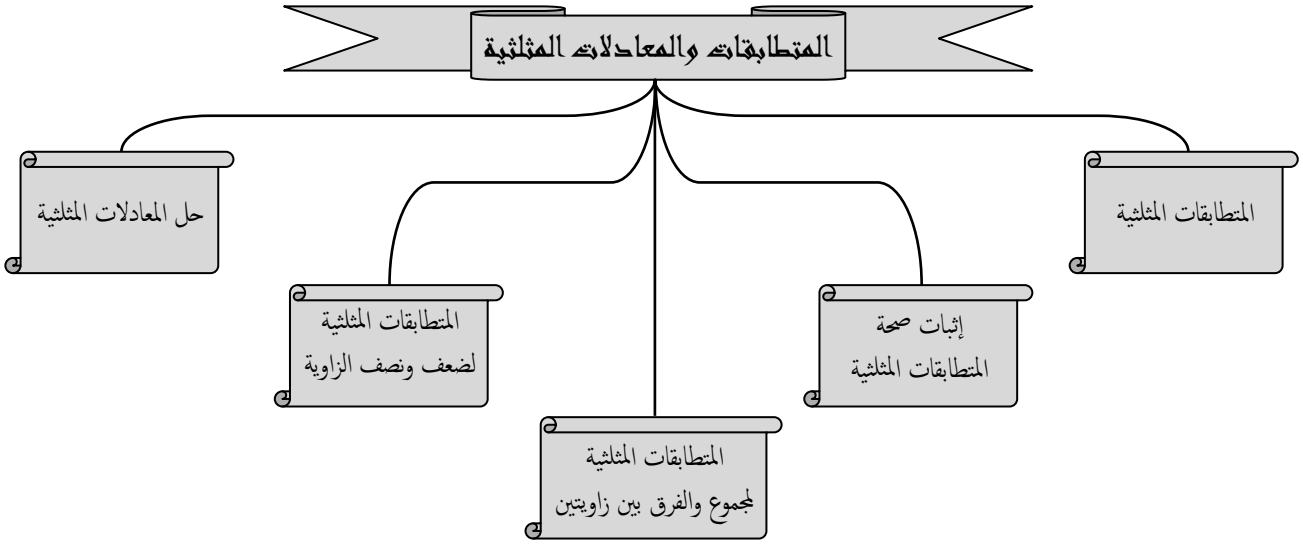
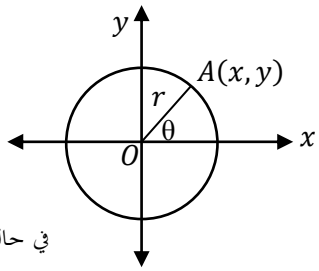
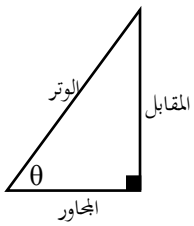
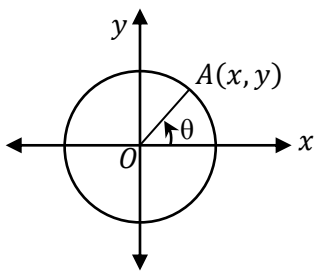
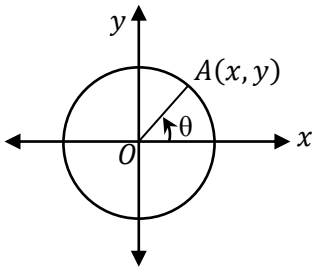


النسب المثلثية في المستوى الإحداثي	النسب المثلثية والمثلث القائم
$sin\theta = \frac{y}{r}$ $cos\theta = \frac{x}{r}$ $tan\theta = \frac{y}{x}$ في حالة دائرة الوحدة يكون $r = 1$ 	$sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ $cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ $tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ 
المتطابقات المثلثية لمجموع والفرق بين زاويتين	**المتطابقات النسبية**
$sin(A \pm B) = sinAcosB \pm cosAsinB$ $cos(A \pm B) = cosAcosB \mp sinAsinB$ $tan(A \pm B) = \frac{tanA \pm tanB}{1 \mp tanAtanB}$	$tan\theta = \frac{sin\theta}{cos\theta}\ , cos\theta \neq 0$ $cot\theta = \frac{cos\theta}{sin\theta}\ , sin\theta \neq 0$
المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية	**متطابقات المقلوب**
$sin2\theta = 2sin\theta cos\theta$ $cos2\theta = \begin{cases} cos^2\theta - sin^2\theta \\ 2cos^2\theta - 1 \\ 1 - 2sin^2\theta \end{cases}$ $tan2\theta = \frac{2tan\theta}{1 - tan^2\theta}$	$csc\theta = \frac{1}{sin\theta}\ , sin\theta \neq 0$ $sec\theta = \frac{1}{cos\theta}\ , cos\theta \neq 0$ $cot\theta = \frac{1}{tan\theta}\ , tan\theta \neq 0$ $sin\theta = \frac{1}{csc\theta}\ , csc\theta \neq 0$ $cos\theta = \frac{1}{sec\theta}\ , sec\theta \neq 0$ $tan\theta = \frac{1}{cot\theta}\ , cot\theta \neq 0$
المتطابقات المثلثية لنصف الزاوية	**متطابقات فيثاغورس**
$sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 - cos\theta}{2}}$ $cos\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 + cos\theta}{2}}$ $tan\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 - cos\theta}{1 + cos\theta}}$	$sin^2\theta + cos^2\theta = 1$ $tan^2\theta + 1 = sec^2\theta$ $cot^2\theta + 1 = cos^2\theta$ 

الزوايا المرجعية

الربع الأول



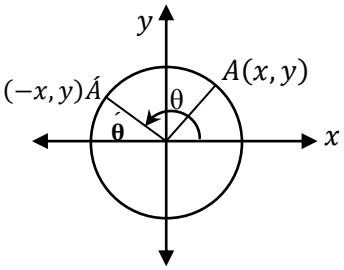
$\acute{\theta} = \theta$ أو $\acute{\theta} = 2\pi + \theta$

$sin(2\pi + \theta) = sin\theta$

$cos(2\pi + \theta) = cos\theta$

$tan(2\pi + \theta) = tan\theta$

الربع الثاني



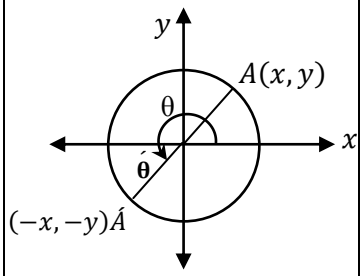
$\acute{\theta} = \pi - \theta$

$sin(\pi - \theta) = sin\theta$

$cos(\pi - \theta) = -cos\theta$

$tan(\pi - \theta) = -tan\theta$

الربع الثالث



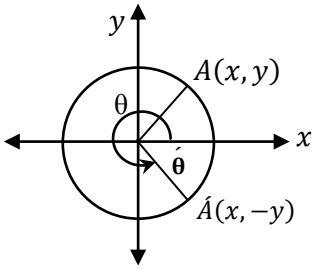
$\acute{\theta} = \pi + \theta$

$sin(\pi + \theta) = -sin\theta$

$cos(\pi + \theta) = -cos\theta$

$tan(\pi + \theta) = tan\theta$

الربع الرابع



$\acute{\theta} = -\theta$ أو $\acute{\theta} = 2\pi + \theta$

$sin(2\pi - \theta) = -sin\theta$

$cos(2\pi - \theta) = cos\theta$

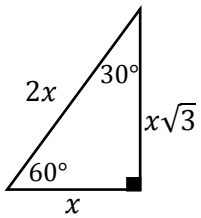
$tan(2\pi - \theta) = -tan\theta$

المثلث الثلاثيني الستيني

$sin\ 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$,$sin\ 30° = \frac{1}{2}$

$cos\ 60° = \frac{1}{2}$,$cos\ 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$tan\ 60° = \sqrt{3}$,$tan\ 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$

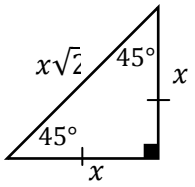


المثلث القائم المتطابق الضلعين

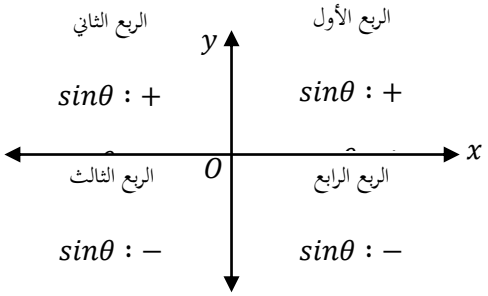
$sin\ 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$cos\ 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$tan\ 45° = 1$



قاعدة الإشارات



الزوايا الربعية

$sin\ 0° = 0$,$sin\ 90° = 1$

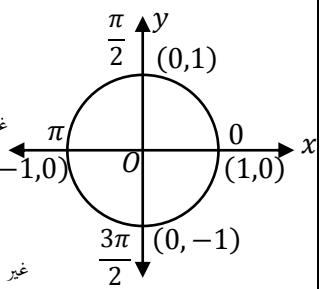
$cos\ 0° = 1$,$cos\ 90° = 0$

$tan\ 0° = 0$,$tan\ 90° =$ غير معروفة

$sin\ 180° = 0$,$sin\ 270° = -1$

$cos\ 180° = -1$,$cos\ 270° = 0$

$tan\ 180° = 0$,$tan\ 270° =$ غير معروفة



مفاهيم أساسية

إذا كان القياس الستيني لزاوية ما هو θ وقياسها الدائري هو $\emptyset$ فإن :

$$\frac{\emptyset}{\pi} = \frac{\theta}{180°}$$

إذا كانت θ هي الزاوية المقابلة لقوس طوله s في دائرة نصف قطرها r فإن :

$$\frac{s}{2\pi r} = \frac{\theta}{360°}$$

الدوال المثلثية العكسية

$sin\ A = x \Longrightarrow m\angle A = Sin^{-1}x$ أو $Arcsin\ x$

$cos\ A = x \Longrightarrow m\angle A = Cos^{-1}x$ أو $Arccos\ x$

$tan\ A = x \Longrightarrow m\angle A = Tan^{-1}x$ أو $Arctan\ x$

مثال 1

إذا كان : $sin\theta = \frac{3}{5}$ حيث $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ فأوجد : $tan\theta$ ، $sin2\theta$ ، $cos\frac{\theta}{2}$

الحل :

مثال 2

بدون استخدام الحاسبة أوجد : $sin15^\circ$ ، $tan75^\circ$ ، $cos105^\circ$

الحل :

مثال 3

أثبت صحة المتطابقة : $sec\theta tan^2\theta + sec\theta = sec^3\theta$

الحل :

مثال 4

أثبت صحة المتطابقة : $cos(270^\circ - \theta) = -sin\theta$

الحل :

مثال 5

حل المعادلة : $2cos^2\theta - cos\theta = 0$ حيث $0 < \theta < 2\pi$

الحل :

مثال 6

حل المعادلة : $sin2\theta = cos\theta$ حيث $0 < \theta < 2\pi$

الحل :

مثال 7

أثبت صحة المتطابقة : $cot^2\theta - cos^2\theta = cot^2\theta . cos^2\theta$

مثال 8

إذا كان : $sin\theta = -\frac{15}{17}$ حيث $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ فأوجد : $cot\theta$ ، $cos2\theta$ ، $sin\frac{\theta}{2}$

الحل :

المتطابقات المثلثية			
$sin\theta(1+cot^2\theta)=\ldots\ldots$			1
ⓐ $sin\theta$	ⓑ $cos\theta$	ⓒ $sec\theta$	ⓓ $csc\theta$
$cos\theta(1+tan^2\theta)=\ldots\ldots$			2
ⓐ $sin\theta$	ⓑ $cos\theta$	ⓒ $sec\theta$	ⓓ $csc\theta$
$sec\theta tan^2\theta+sec\theta=\ldots\ldots$			3
ⓐ $sin^3\theta$	ⓑ $cos^3\theta$	ⓒ $sec^3\theta$	ⓓ $csc^3\theta$
$csc\theta cot^2\theta+csc\theta=\ldots\ldots$			4
ⓐ $sin^3\theta$	ⓑ $cos^3\theta$	ⓒ $sec^3\theta$	ⓓ $csc^3\theta$
$csc^2\theta-cot^2\theta=\ldots\ldots$			5
ⓐ 1	ⓑ -1	ⓒ $2sin^2\theta$	ⓓ $2cos^2\theta$
$sec^2\theta-tan^2\theta=\ldots\ldots$			6
ⓐ 1	ⓑ -1	ⓒ $2sin^2\theta$	ⓓ $2cos^2\theta$
$(1+sin\theta)(1-sin\theta)=\ldots\ldots$			7
ⓐ $sec^2\theta$	ⓑ $csc^2\theta$	ⓒ $sin^2\theta$	ⓓ $cos^2\theta$
$(1+cos\theta)(1-cos\theta)=\ldots\ldots$			8
ⓐ $sec^2\theta$	ⓑ $csc^2\theta$	ⓒ $sin^2\theta$	ⓓ $cos^2\theta$
$2-2sin^2\theta=\ldots\ldots$			9
ⓐ 2	ⓑ -2	ⓒ $2sin^2\theta$	ⓓ $2cos^2\theta$
$2-2cos^2\theta=\ldots\ldots$			10
ⓐ 2	ⓑ -2	ⓒ $2sin^2\theta$	ⓓ $2cos^2\theta$
المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين والفرق بينهما			
$sin15^\circ=\ldots\ldots$			1
ⓐ $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	ⓑ $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$	ⓒ $\frac{1}{3}$	ⓓ 3
$cos105^\circ=\ldots\ldots$			2
ⓐ $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	ⓑ $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$	ⓒ $\frac{1}{3}$	ⓓ 3
$tan75^\circ=\ldots\ldots$			3
ⓐ $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	ⓑ $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$	ⓒ $2-\sqrt{3}$	ⓓ $2+\sqrt{3}$
$tan195^\circ=\ldots\ldots$			4
ⓐ $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	ⓑ $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$	ⓒ $2-\sqrt{3}$	ⓓ $2+\sqrt{3}$

5 $sin(-30^\circ) =$……..

(a) $\frac{1}{2}$	(b) $-\frac{1}{2}$	(c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$	(d) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

6 $sin(90^\circ - \theta) =$……..

(a) $sin\theta$	(b) $cos\theta$	(c) $-sin\theta$	(d) $-cos\theta$

7 $cos(180^\circ - \theta) =$……..

(a) $sin\theta$	(b) $cos\theta$	(c) $-sin\theta$	(d) $-cos\theta$

8 $tan(\pi - \theta) =$……..

(a) $tan\theta$	(b) $sec\theta$	(c) $-tan\theta$	(d) $-sec\theta$

9 $cos(270^\circ - \theta) =$……..

(a) $sin\theta$	(b) $cos\theta$	(c) $-sin\theta$	(d) $-cos\theta$

10 $sin(-\theta) =$……..

(a) $sin\theta$	(b) $cos\theta$	(c) $-sin\theta$	(d) $-cos\theta$

المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية ونصفها

1 إذا كان : $sin\theta = \frac{3}{5}$ حيث $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ فإن : $sin2\theta =$……..

(a) $\frac{-24}{25}$	(b) $\frac{7}{25}$	(c) $\frac{-7}{24}$	(d) $\frac{-24}{7}$

2 إذا كان : $sin\theta = \frac{3}{5}$ حيث $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ فإن : $cos2\theta =$……..

(a) $\frac{-24}{25}$	(b) $\frac{7}{25}$	(c) $\frac{-7}{24}$	(d) $\frac{-24}{7}$

3 إذا كان : $sin\theta = \frac{3}{5}$ حيث $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ فإن : $tan2\theta =$……..

(a) $\frac{-24}{25}$	(b) $\frac{7}{25}$	(c) $\frac{-7}{24}$	(d) $\frac{-24}{7}$

4 إذا كان : $sin\theta = \frac{3}{5}$ حيث $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ فإن : $sin\frac{\theta}{2} =$……..

(a) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$	(b) $\frac{\sqrt{10}}{10}$	(c) $\frac{1}{3}$	(d) 3

5 إذا كان : $sin\theta = \frac{3}{5}$ حيث $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ فإن : $cos\frac{\theta}{2} =$……..

(a) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$	(b) $\frac{\sqrt{10}}{10}$	(c) $\frac{1}{3}$	(d) 3

6 إذا كان : $sin\theta = \frac{3}{5}$ حيث $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ فإن : $tan\frac{\theta}{2} =$……..

(a) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$	(b) $\frac{\sqrt{10}}{10}$	(c) $\frac{1}{3}$	(d) 3

7 $sin15^\circ =$……..

(a) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	(b) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$	(c) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	(d) $\frac{2+\sqrt{2}}{4}$

8 $cos\frac{\pi}{8} =$……..

(a) $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$	(b) $\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$	(c) $\sqrt{3-\sqrt{2}}$	(d) $\sqrt{3+\sqrt{2}}$

9 $tan\frac{45^\circ}{2}$ =.....

(a) $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$	(b) $\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$	(c) $\sqrt{3-\sqrt{2}}$	(d) $\sqrt{3+\sqrt{2}}$

10 $cos120^\circ$ =.....

(a) $\frac{1}{2}$	(b) $-\frac{1}{2}$	(c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$	(d) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

حل المعادلات المثلثية

1 إذا كان : $sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ حيث $0 < \theta < 2\pi$ فإن : θ =.....

(a) 60°أو120°	(b) 60°أو240°	(c) 135°أو225°	(d) 30°أو150°

2 إذا كان : $cos\theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ حيث $0 < \theta < 2\pi$ فإن : θ =.....

(a) 135°أو225°	(b) 60°أو240°	(c) 60°أو120°	(d) 30°أو150°

3 إذا كان : $tan\theta = \sqrt{3}$ حيث $0 < \theta < 2\pi$ فإن : θ =.....

(a) 60°أو240°	(b) 135°أو225°	(c) 60°أو120°	(d) 30°أو150°

4 إذا كان : $2sin\theta - 1 = 0$ حيث $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ فإن : θ =.....

(a) 30°	(b) 240°	(c) 135°	(d) 120°

5 إذا كان : $2cos\theta + 1 = 0$ حيث $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ فإن : θ =.....

(a) 240°	(b) 30°	(c) 135°	(d) 120°

6 إذا كان : $tan\theta + 1 = 0$ حيث $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ فإن : θ =.....

(a) 135°	(b) 240°	(c) 30°	(d) 120°

7 إذا كان : $2sin^2\theta - sin\theta = 0$ حيث $0 < \theta < 2\pi$ فإن : θ =.....

(a) 30°أو150°أو180°	(b) 60°أو90°أو270°	(c) 30°أو90°أو150°أو270°	(d) 60°أو180°أو300°

8 إذا كان : $2cos^2\theta - cos\theta = 0$ حيث $0 < \theta < 2\pi$ فإن : θ =.....

(a) 60°أو90°أو270°	(b) 30°أو150°أو180°	(c) 30°أو90°أو150°أو270°	(d) 60°أو180°أو300°

9 إذا كان : $sin2\theta = cos\theta$ حيث $0 < \theta < 2\pi$ فإن : θ =.....

(a) 30°أو90°أو150°أو270°	(b) 60°أو90°أو270°	(c) 30°أو150°أو180°	(d) 60°أو180°أو300°

10 إذا كان : $sin2\theta = sin\theta$ حيث $0 < \theta < 2\pi$ فإن : θ =.....

(a) 60°أو180°أو300°	(b) 60°أو90°أو270°	(c) 30°أو150°أو180°	(d) 30°أو90°أو150°أو270°