الفصل السابع الاحتمالات

التهيئة :

بسط كلا مما يأتي :

(1 $\frac{1}{2}+\frac{3}{8}$	(2 $\frac{7}{9}+\frac{2}{6}$	(3 $\frac{2}{5}+\frac{7}{8}$
(4 $\frac{2}{9}\ \ \frac{4}{8}$	(5 $\frac{3}{7}\ \ \frac{21}{24}$	(6 $\frac{3}{10}\ \ \frac{2}{9}$

''

7) كرة قدم : لدي فريق كرة قدم 54 L من الماء البارد في قوارير سعة كل منها 500 ml . كم قارورة لديهم ؟

الحل:

''

إذا القي مكعب مرقم من 1 إلي 6 مرة واحدة ، فأوجد كلا مما يأتي :

8) (أكبر من 1)p   **9) (فردي)p**

10) (أقل من 2)p   **11) (1 أو 6)p**

''

12) احتمالات : القي مجسم ذو 20 وجها متطابقا، كتب علي كل وجه أحد الأعداد من 1 إلي 26 ماعدا الأعداد 24 , 20 , 16 , 12 , 8 , 4 . ماالاحتمال أن يكون العدد الظاهر علي الوجه العلوي عددا أوليا ؟

الحل:

''

يبين الجدول الآتي نواتج تجربة استقرار مؤشر دوار لقرص مقسم إلي قطاعات مرقمة من 4 – 1 .

13)ماالاحتمال التجريبي لاستقرار المؤشر عند العدد 4 ؟

14) ماالاحتمال التجريبي لاستقرار المؤشرعندعدد فردي؟

15)ماالاحتمال التجريبي لاستقرار المؤشرعندعدد زوجي؟

الحل:

النتيجة	الإشارات	التكرار
1	|||	3
2	卌 ||	7
3	卌 |	6
4	||||	4

''

تمثيل فضاء العينة 1 – 7

تمثيل فضاء العينة :

التعريف	مثال
التجربة : هي موقف يتضمن فرصا تؤدي إلي نتائج تسمي نواتج	التجربة هي إلقاء قطعة نقود مرة واحدة
النواتج : هي كل مايمكن أن ينتج من تجربة ما	النواتج الممكنة هي الشعار أو الكتابة
الحادثة : هي نتيجة أو أكثر للتجربة	احدي حوادث هذه التجربة ظهور الكتابة

،،

فضاء العينة لتجربة ما هو مجموعة جميع النواتج الممكنة ، ويمكن تمثيله باستعمال القائمة المنظمة ، أو الجدول ، أو الرسم الشجري .

،،،

تحقق من فهمك :

1) ألقيت قطعة نقد مرة واحدة ، ثم رمي مكعب مرقم مرة واحدة أيضا ، مثل فضاء العينة لهذه التجربة باستعمال القائمة المنظمة ، والجدول ، والرسم الشجري .

الحل:

،،

الجدول :

،،،

الرسم الشجري:

مبدأ العد الأساسي :

مفهوم أساسي مبدأ العد الأساسي
التعبير اللفظي : يمكن إيجاد عدد النواتج الممكنة لفضاء العينة بضرب عدد النواتج الممكنة في كل مرحلة من مراحل التجربة . **بالرمـــــــوز :** في تجربة عدد مراحلها k . افرض أن : n_1 = عدد النواتج الممكنة في المرحلة الأولي n_2 = عدد النواتج الممكنة في المرحلة الثانية بعد حدوث المرحلة الأولي " " n_k = عدد النواتج الممكنة في المرحلة k بعد حدوث k – 1 من المراحل فإن العدد الكلي لنواتج التجربة التي عدد مراحلها k يساوي : $n_1 \bullet n_2 \bullet n_3 \bullet \dots\dots \bullet n_k$

''

تأكد :

مثل فضاء العينة لكل تجربة مما يأتي باستعمال القائمة المنظمة ، والجدول ، والرسم الشجري .

1) عندما يضرب اللاعب ركلة الجزاء فإنه يسجل هدفا أولايسجل . افرض أن اللاعب ضرب ركلة جزاء مرتين ,

الحل:

''

الجدول :

النواتج	تسجيل (G)	عدم تسجيل(O)
تسجيل (G)		
عدم تسجيل(O)		

''

الرسم الشجري :

''

2) سحب سمير بطاقتين علي التوالي مع الإرجاع من كيس فيه بطاقات كتب عليها :
(عصير مجاني) أو (دفتر ملحوظات مجاني)

الحل: القائمة المنظمة :

''

الجدول :

النواتج	عصير(J)	دفتر(N)
عصير(J)		
دفتر(N)		

''

الرسم الشجري :

4)عرضت قائمة من المأكولات في أحد المطاعم تتضمن الأصناف المبينة في الجدول المجاور ، وكل صنف منها يحتوي علي عدد من الأنواع , افرض أنه يتم اختيار طبق واحد من كل صنف ونوع ، فما عدد النواتج الممكنة ؟

قائمة المأكولات	عدد البدائل
المقبلات	8
الحساء	4
السلطة	6
الطبق الرئيسي	12
الحلوى	9

الحل:

،،،

تدرب وحل المسائل :

مثل فضاء العينة لكل تجربة مما يأتي باستعمال القائمة المنظمة ، والجدول ، والرسم الشجري .

5) تنظم إحدي المدارس الثانوية زيارة إلي مركز الملك عبد العزيز التاريخي أو إلي جامعة الملك سعود.

الحل: القائمة المنظمة :

،،،

الجدول :

النواتج	المركز (C)	الجامعة (U)
المركز(C)		
الجامعة (U)		

،،،

الرسم الشجري :

6) لدي خالد فرصة للسفر إلي الخارج صمن برنامج تبادل ثقافي خلال كل من السنتين الأخيرتين في الكلية ، ويمكنه أن يختار مصر أو الأردن .

الحل: القائمة المنظمة :

،،

الجدول :

النواتج	مصر(E)	الأردن(J)
مصر(E)		
الأردن(J)		

،،

الرسم الشجري :

،،،

7) يتكون اختبار من نماذج مختلفة من الأسئلة ، وكل نموذج يتكون من سؤالين يتعلقان بالمثلثات ، أحدهما يشتمل علي مثلث منفرج الزاوية أو مثلث حاد الزوايا ، والآخر يشتمل علي مثلث متطابق الضلعين أو مثلث مختلف الأضلاع .

الحل: القائمة المنظمة :

،،

الجدول :

النواتج	متطابق الضلعين (E)	مختلف الأضلاع (N)
حاد الزوايا (A)		
منفرج الزاوية (O)		

الرسم الشجري :

''

11) تجري في إحدي المدارس الثانوية انتخابات لاختيار أعضاء مجلس الطلبة ، ويسعي 3 طلاب للحصول علي لقب السكرتير ، 4 طلاب للحصول علي لقب أمين الصندوق ، 5 للقب نائب الرئيس ، وطالبان للقب الرئيس . ماعدد النواتج الممكنة ؟

الحل:

''

14) دراجات : اشتري عصام قفلا الكترونيا لدراجاته يفتح باستعمال أربع أرقام من 0 إلي 9

a) بكم طريقة يمكن اختبار أرقام القفل إذا سمح له بتكرار أي رقم ؟

b) بكم طريقة يمكن اختبار أرقام القفل ، علي أن يستعمل الرقم مرة واحدة ؟ وضح إجابتك

الحل:

''

مسائل مهارات التفكير العليا :

16) تحد : صندوق يحتوي علي n من الكرات المختلفة ، فإذا سحبت 3 منها علي التوالي دون إرجاع ، فما عدد النواتج الممكنة ؟ برر إجابتك .

الحل:

''

تدريب علي اختيار :

21) يستطيع نايف أن يدعو صديقين له علي الغذاء , فإذا كان له أربعة أصدقاء ، فما عدد النواتج الممكنة لاختياره اثنين منهم ؟

4 (A　　　6 (B　　　8 (C　　　9 (D

الحل:

22) تحتوي قائمة الطعام في أحد المطاعم علي 5 أنواع للطبق الرئيسي ، و4 أنواع من الحساء ، و3 أنواع من الحلوى . كم طلبا مختلفا يمكن تقديمه إذا اختار الشخص طبقا رئيسيا واحدا ، ونوعا من الحساء وآخر من الحلوى ؟

A) 12   **B) 35**   **C) 60**   **D) عدد لانهائي**

الحل:

مراجعة تراكمية :

أوجد الحد التالي في كل من المتتابعتين الآتيتين :

23) $3 , 12 , 48 , 192, \ldots\ldots$

24) $-10 , -6 , -2 , 2, \ldots\ldots$

حل كلا من المعادلتين الآتيتين :

25) $1+\frac{3}{x-1}=\frac{10}{7}$	26) $1-\frac{3}{2x-1}=\frac{4}{3}$

أوجد الناتج في كل مما يأتي :

27) $\frac{3^{3}}{3\ \ 2}$	28) $\frac{2^{4}\ \ 6}{8}$

الاحتمال باستعمال التباديل والتوافيق 2-7

المضروب :

مفهوم أساسي	المضروب
التعبير اللفظي : يكتب مضروب العدد الصحيح n علي الصورة n! ، ويساوي حاصل ضرب جميع الأعداد الصحيحة الموجبة التي هي أصغر من أو تساوي n . بالرمــــــــوز : $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots\ldots \cdot 2 \cdot 1$ ، ويعرف $0! = 1$	

التباديل :

مفهوم أساسي — **التباديل**

بالرموز : يرمز إلي عدد تباديل n من العناصر المتمايزة مأخوذة r في كل مرة بالرمز

$_nP_r$ حيث $_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$

مثال : عدد تباديل 5 عناصر مأخوذة 2 في كل مرة يساوي :

$$_5P_2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5\ \ 4\ \ 3!}{3!} = 20$$

تحقق من فهمك :

2) تستعمل الأرقام من 1 ـ 9 دون تكرار ، لعمل بطاقات للطلاب مكونة من 8 منازل .

A) ماعدد البطاقات الجامعية الممكنة ؟

B) اختيرت بطاقة جامعية عشوائيا ، مااحتمال أن تحمل الرقم 42135976؟

الحل:

التباديل مع التكرار :

مفهوم أساسي — **التباديل مع التكرار**

عدد التباديل المتمايزة لعناصر عددها n عندما يتكرر عنصر منها r_1 من المرات وآخر r_2 من المرات وهكذا .... فإنه يساوي : $\frac{n!}{r_1!\ r_2!\ .....\ r_k!}$

تحقق من فهمك :

3) أرقام هواتف : مااحتمال أن يكون 55652113 رقما لهاتف مكون من 8 أرقام هي 3 , 5 , 1 , 2 , 5 , 6 , 1 , 5 ؟

الحل:

''

التباديل الدائرية :

مفهوم أساسي	التباديل الدائرية
عدد التباديل المختلفة لـ n من العناصر مرتبة علي دائرة دون نقطة مرجع ثابتة يساوي : $$\frac{n!}{n} = (n-1)!$$	

''

تحقق من فهمك :

4) كرة قدم : تجمع فريق كرة قدم مكون من 11 لاعبا علي شكل حلقة يتشاورون قبل بداية المباراة .

A) مااحتمال ان يقف قلب الهجوم إلي يمين حارس المرمي مباشرة . إذا تجمع الفريق بشكل عشوائي ؟ وضح تبريرك .

B) إذا وقف حكم المباراة تماما خلف أحدهم ، فما احتمال وقوف الحكم خلف حارس المرمي؟ وضح تبريرك .

الحل:

''

الاحتمال باستعمال التوافيق :

مفهوم أساسي	التوافيق

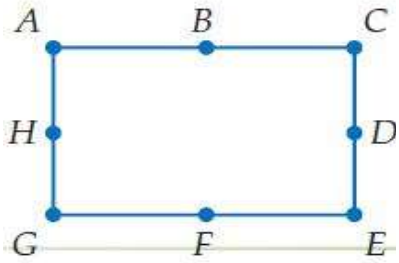
بالرموز : يرمز إلي عدد توافيق n من العناصر المختلفة مأخوذة r في كل مرة بالرمز ${}_nC_r$ **حيث**

$$ {}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!} $$

مثـــال : عدد توافيق 8 عناصر مأخوذة 3 في كل مرة يساوي :

$$ {}_8C_3 = \frac{8!}{(8-3)!3!} = \frac{8!}{5!3!} = \frac{8\ 7\ 6\ 5!}{5!\ 6} = 56 $$

تحقق من فهمك :



5) هندسة : إذا تم اختيار ثلاث نقاط عشوائيا من النقاط المسماة علي المستطيل في الشكل المجاور ، فما احتمال أن تقع النقاط الثلاث علي قطعة مستقيمة واحدة ؟

الحل:

تأكد :

2) معرض علمي : تعرض جماعة النادي العلمي البالغ عدد أفرادها 15 طالبا في مدرسة ثانوية تجارب علمية ، إذا اختير ثلاثة طلاب من الجماعة عشوائيا . فما احتمال أن يتم اختيار عبد المجيد للإشراف علي تجارب الفيزياء ، وزيد للإشراف علي تجارب الكيمياء ، ومحمود للإشراف علي تجارب الأحياء ؟

الحل:

3) أعداد : يتكون عدد من الأرقام 1 , 3 , 3 , 3 , 6 , 6 , 5 . ماالاحتمال أن يكون هذا العدد 5663133 ؟

الحل:

''

4) كيمياء : في معمل الكيمياء طلب إليك اختبار ست عينات رتبت عشوائيا علي منضدة دائرية .

a) ماحتمال ظهور الترتيب المبين في الشكل المجاور ؟

b) ماحتمال أن تكون العينة 2 في الوسط الأعلى للمنضدة ؟

الحل:

''

5) مسابقات : اشترك 15 طالبا من الصف الثاني الثانوي في مسابقة ثقافية . إذا اختير منهم 4 طلاب عشوائيا ، فما احتمال أن يكونوا : ماجد وعبد العزيز وخالد وفوزي؟

الحل: .

''

تدرب وحل المسائل :

7)حفلات : وزعت بطاقات مرقمة من 1 إلي 50 علي 50 شخصا في حفلة ، وكان حسين وزياد من بين الحاضرين , ماحتمال أن يكون حسين قد أخذ البطاقة رقم 14 وزياد البطاقة رقم 23 ؟

الحل: .

''

8) مجموعات : ثم اختيار شخصين عشوائيا من مجموعة من عشرة أشخاص . ماالحتمال اختيار طارق أولا ثم سليم ثانيا ؟

الحل: .

''

9) أحرف ممغنطة : اشتري عدنان أحرفا ممغنطة يمكن ترتيبها علي باب ثلاجته بحيث تشكل كلمات معينة . إذا اختار عشوائيا تبديلا من الأحرف المبينة في الشكل المجاور، فما احتمال أن تشكل هذه الأحرف كلمة " مكالمات "؟

الحل:

''

10) رموز بريدية : ماالحتمال أن يكون الرمز البريدي لمنطقة 39372375 إذا تم تكوينه عشوائيا من الأرقام 3 , 2 , 7 , 5 , 9 , 3 , 7 , 3 ؟

الحل:

''

11) مجموعات : يرتب سامي المقاعد علي صورة دوائر للعمل في مجموعات متعاونة . إذا كان في دائرة سامي 7 مقاعد ، فما احتمال أن يكون مقعد سامي الأقرب إلي الباب ؟

الحل:

''

12) مدينة الألعاب : ذهب خليل وأصدقاؤه إلي مدينة الألعاب وقد اختاروا لعبة ذات مقاعد مرتبة في دائرة . إذا كان عدد المقاعد 8 ، فما احتمال أن يجلس خليل في المقعد الأبعد عن مدخل اللعبة ؟

الحل:

''

مسائل مهارات التفكير العليا :

16) تبرير : هل العبارة الآتية صحيحة أحيانا أو صحيحة دائما أو أنها غير صحيحة أبدا ؟ $_nP_r = {_nC_r}$. برر إجابتك

الحل:

''

17) تحد : يدعي طالب أن العلاقة بين التباديل والتوافيق هي : $r!\,{_nC_r} = {_nP_r}$

بين صحة هذه العلاقة جبريا ، ثم وضح لماذا يختلف $_nC_r$ و $_nP_r$ بعامل مقداره $r!$.

الحل:

''

18) **مسألة مفتوحة : صنف وضعا يكون فيه الاحتمال يساوي** $\frac{1}{{}_7C_3}$

الحل:

،،،

19) **برهان : برهن أن** ${}_nC_{n-r} = {}_nC_r$

الحل:

،،،

20) **أكتب : بين أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين التباديل والتوافيق .**

الحل:

،،،

تدريب علي اختيار :

21) **احتمال : يقف رجلان وولدين في صف واحد . فما احتمال أن يقف رجل عند كل طرف من طرفي الصف إذا اصطفوا بشكل عشوائي ؟**

(A $\frac{1}{24}$ **(B** $\frac{1}{6}$ **(C** $\frac{1}{12}$ **(D** $\frac{1}{2}$

الحل :

.

،،،

22) **إجابة قصيرة :إذا اخترت عشوائيا تبديلا للأحرف المبينة أدناه ، فما احتمال أن تتكون كلمة " فسيفساء"؟**

الحل:

23) **احتمال :** القي مكعب مرقم 9 مرات متتالية ، فظهر العدد 6 علي الوجه العلوي في 9 مرات . إذا القي المكعب نفسه للمرة العاشرة ، فما احتمال ظهور العدد 6 علي الوجه العلوي ؟

A) 1 B) $\frac{9}{10}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{10}$

الحل:

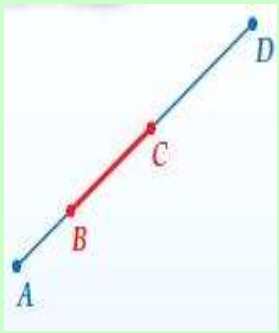
7 – 3 الاحتمال الهندسي

الاحتمال الهندسي :

مفهوم أساسي	الاحتمال والطول

التعبير اللفظي : إذا احنون القطعة المستقيمة (1) قطعة مستقيمة أخري (2) ، واختيرت نقطة تقع علي القطعة (1) عشوائيا فإن احتمال أن تقع النقطة علي القطعة (2) يساوي :

$$\frac{\text{طول القطعة المستقيمة (2)}}{\text{طول القطعة المستقيمة (1)}}$$



مثـــــــال : إذا اختيرت النقطة E علي $\overline{AD}$ عشوائيا فإن

$$P(\text{E تقع علي } \overline{BC}) = \frac{BC}{AD}$$

تحقق من فهمك :

إذا اختيرت النقطة x عشوائيا علي $\overline{JM}$ فأوجد قيمة كل مما يأتي :

1A) $P(\text{x تقع علي } \overline{LM})$ 2B) $P(\text{x تقع علي } \overline{KM})$

الحل:

(2B

تحقق من فهمك :

2) **شاي :** يخضر مطعم الشاي في وعاء سعته 8L ، وعندما ينخفض مستوي الشاي في الوعاء عن 2L يصبح تركيز الشاي كبيرا ويختلف طعمه .

A) إذا حاول شخص سكب كأس من الشاي ، فما احتمال أن يكون مستوي الشاي في الوعاء تحت 2L ؟

B) ماحتمال أن يكون مستوي الشاي في الوعاء في أي وقت بين 2L و3l ؟

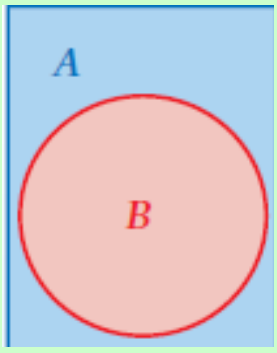
الحل:

الاحتمال والمساحة :

مفهوم أساسي	الاحتمال والمساحة

التعبير اللفظي : إذا احتوت المنطقة A منطقة أخري B ، واختيرت النقطة E من المنطقة A عشوائيا فاحتمال أن تقع النقطة E في المنطقة B يساوي :

$$\frac{\text{مساحة المنطقة B}}{\text{مساحة المنطقة A}}$$



مثـــــــال : إذا اختيرت النقطة E عشوائيا في المستطيل A فإن :

$$P(\text{B وقوع النقطةE في الدائرة}) = \frac{\text{مساحة الدائرة B}}{\text{مساحة المستطيل A}}$$

وعند تحديد الاحتمال الهندسي لهدف ما نفترض الآتي :

- وقوع الهدف ضمن منطقة محددة.
- احتمال وقوع الهدف في أي مكان من المنطقة متساو.

تحقق من فهمك :

3)الهبوط بالمظلات : يهبط مظلي علي هدف مكون من ثلاث دوائر متحدة المركز . إذا كان قطر الدائرة الداخلية 2m ويزداد نصف قطر كل دائرة تالية بمقدار 1m ، أوجد :

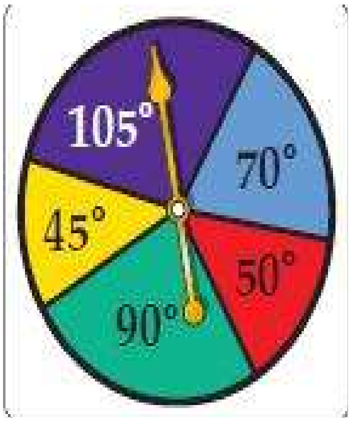
A) (أن يهبط المظلي في المنطقة الزرقاء)P

B) (أن يهبط المظلي في المنطقة البيضاء)P

الحل

''

تحقق من فهمك :



استعمل القرص ذا المؤشر الدوار في الشكل المجاور لإيجاد كل مما يأتي :

(علما أنه يعاد تدوير المؤشر إذا استقر علي الخط الفاصل بين القطاعات الملونة)

4A) (عدم استقرار المؤشر علي اللون الأخضر)P

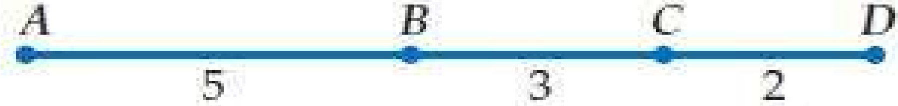
4B) (استقرار المؤشر علي اللون الأزرق)P

الحل:

''

تأكد :

إذا اختيرت النقطة x عشوائيا علي AD فأوجد قيمة كل مما يأتي :



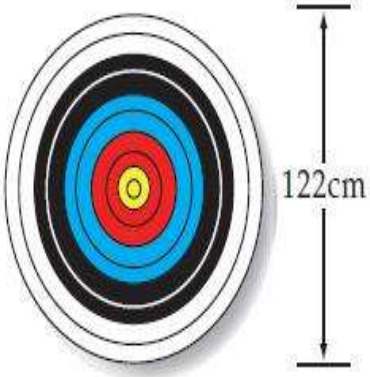
1) (تقع x علي BD)P **2) (تقع x علي BC)P**

الحل:

3) **بطاقات :** طبعت إدارة مدرسة بطاقات دعوة لحفل تخرج 20 طالبة مرقمة من 1 إلي 104 ، وأعطت كل طالبة 5 بطاقات . إذا لم تكن البطاقة رقم 104 مع الطالبة مروة ، فما احتمال أن تكون مع زميلتها زينب، أو ضمن البطاقات التي لم توزع ؟

الحل:

4) **لعبة السهام :** يسدد هداف سهمه نحو قرص قطرة 122cm يحتوي علي 10 دوائر متحدة المركز تتناقص أقطارها بمقدار 2 Cm • 12 كلما اقتربت من المركز ، اوجد احتمال أن يصيب الهداف مركز القرص



الحل:

5) **ملاحة :** ضل أحد طلبة الكشافة طريقة في غابة ، فوجه بوصلته عشوائيا . أوجد احتمال أن يوجه البوصلة باتجاه المنطقة المحصورة بين الشمال (N) والشمال الشرقي (NE)

الحل:

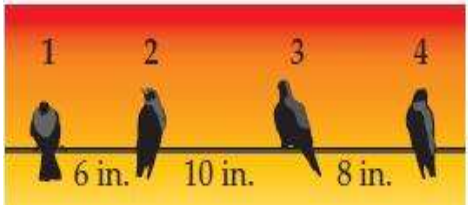
تدرب وحل المسائل :

إذا اختيرت النقطة x عشوائيا علي FK فأوجد قيمة كل مما يأتي :

6) (تقع x علي $\overline{FH}$)P 7) (تقع x علي $\overline{GJ}$)P 8) (تقع x علي $\overline{HK}$)P

الحل:

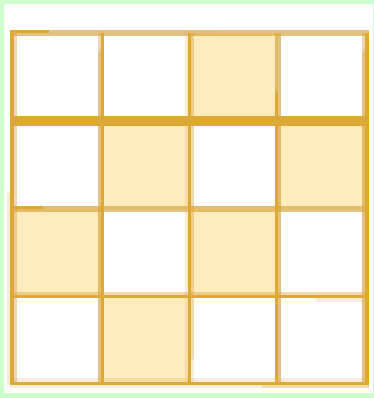
9) **طيور :** تقف أربعة طيور علي سلك هاتف . ما احتمال أن يهبط طائر خامس عشوائيا علي نقطة من نقاط السلك بين الطائر رقم 3 والطائر رقم 4 ؟



الحل:

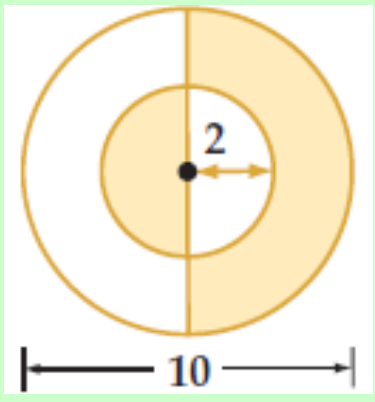
اختيرت نقطة عشوائيا في كل من الأشكال الآتية . أوجد احتمال وقوعها في المنطقة المظللة .

11)



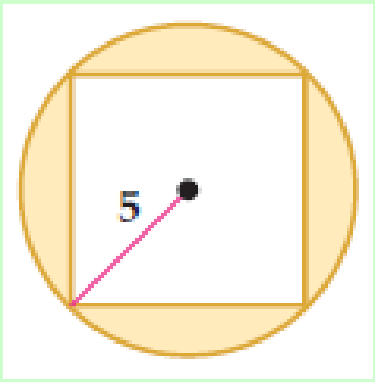
الحل:

12)



الحل:

13)



الحل:

استعمل القرص ذا المؤشر الدوار لإيجاد كل مما يأتي :
(المؤشر إذا استقر علي الخط الفاصل بين القطاعات الملونة يعاد تدويره)

14) (استقرار المؤشر علي اللون الأصفر)P
15) (استقرار المؤشر علي اللون الأزرق)P
16) (عدم استقرار المؤشر علي اللون الأخضر)P
17) (عدم استقرار المؤشر علي اللون الأحمر ولا علي اللون الأص

الحل:

.....

21) **جبر :** اختيرت نقطة عشوائيا في الدائرة .

اثبت أن احتمال وقوعها في المنطقة المظللة يساوي $\frac{x}{360}$

الحل:

.....

تدريب علي اختيار :

29) **احتمال :** رسمت دائرة نصف قطرها 3 وحدات داخل مربع طول ضلعه 9 وحدات ، واختيرت نقطة عشوائيا داخل المربع . ماالحتمال أن تقع داخل الدائرة ؟

A) $\frac{1}{9}$ **(B** $\frac{p}{9}$ **(C** $\frac{1}{3}$ **(D** $\frac{9}{p}$

الحل:

.

30) **احتمال :** يحتوي صندوق علي 7 كرات زرقاء ، و6 كرات حمراء ، وكرتين بيضاوين و3 كرات سوداء . إذا سحبت كرة واحدة عشوائيا . فما احتمال أن تكون حمراء ؟

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{7}{18}$

الحل:

.

مراجعة تراكمية :

32) **حفلة :** يجلس خمسة أصدقاء حول منضدة دائرية الشكل في حجرة فيها نافذة واحدة ، مالاحتمال أن يجلس أحدهم علي المقعد الأقرب إلي النافذة ؟

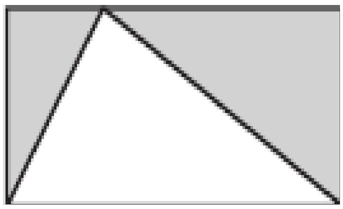
مثل فضاء العينة لكل تجربة مما يأتي باستعمال القائمة المنظمة ، والجدول ، والرسم الشجري :

33) في كل من السنتين القادمتين يمكن لأحمد الاشتراك في النشاط الثقافي أو النشاط العلمي .

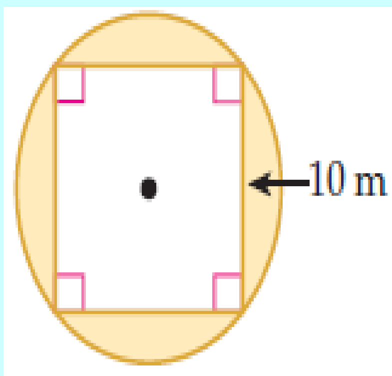
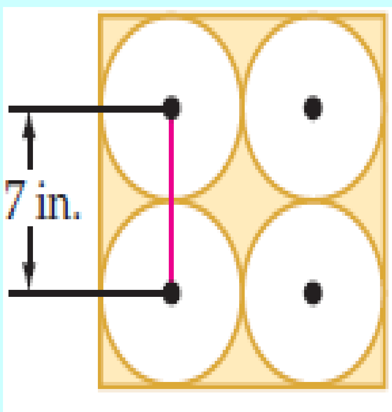
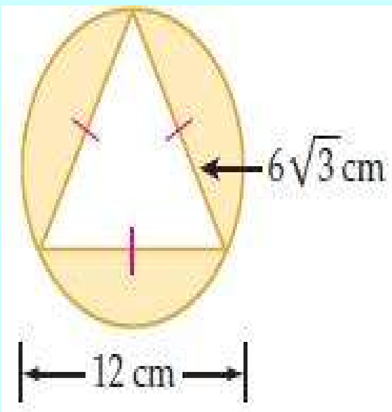
34) يمكن أن تشتري أمينة زوج أحذية له كعب مرتفع أو كعب منخفض ، وبلون أسود أوبني .

---

35) **هندسة :** إذا اخترت نقطة عشوائيا في المستطيل المبين في الشكل المجاور ، فما احتمال أن تقع في المنطقة المظللة ؟



أوجد مساحة المنطقة المظللة في كل مما يأتي :

36)	37)	38)
		

محاكاة مواقف واقعية 4 ـ 7

تصميم المحاكاة :

مفهوم أساسي	تصميم المحاكاة

الخطوة 1 : حدد كل ناتج ممكن وقيمة احتماله النظري .
الخطوة 2 : اكتب الفرضيات الممكنة .
الخطوة 3 : صنف نموذجا احتماليا ملائما للموقف .
الخطوة 4 : عرف المحاولة اللازمة لهذا الموقف . ثم حدد عدد المحاولات الواجب اجراؤها .

تحقق من فهمك :

1) مطاعم : يرفق مطعم احدي قطع لعبة مجزأة مع كأس العصير الكبيرة، ويمنح الشخص الذي يجمع قطع اللعبة الست جميعها جائزة . صمم محاكاة مستعملا نموذجا يمكن استعماله لتقدير عدد كؤوس العصير الكبيرة التي يجب أن يشتريها شخص ليجمع قطع اللعبة جميعها .

الحل:

وهذا يمثل عدد كؤوس العصير الكبيرة التي يتعين علي الشخص أن يشتريها حتى يجمع قطع اللعبة الست .

،،،

تحقق من فهمك :

2) **كرة سلة :** سجل إسماعيل في الموسم السابق 18 % من رمياته الحرة . صمم محاكاة تستعمل فيها مولد الأعداد العشوائية في الحاسبة البيانية لتقدير احتمال أن يسجل إسماعيل هدفا في رميته الحرة التالية ,

الحل:

،،،

المتغير العشوائي : هو المتغير الذي يأخذ مجموعة قيم لها احتمالات معلومة .

،،،

القيمة المتوقعة : وتعرف أيضا بالتوقع الرياضي ، وهي معدل قيم المتغير العشوائي المتوقعة عند إعادة التجربة أو محاكاتها نظريا عدد لانهائيا من المرات . ولإيجاد القيمة المتوقعة $E(X)$ للمتغير العشوائي X ، استعمل الخطوات الآتية :

مفهوم أساسي	حساب القيمة المتوقعة
الخطوة 1 : اضرب قيمة X في احتمال حدوثها .	
الخطوة 2 : كرر الخطوة 1 لجميع قيم X الممكنة .	
الخطوة 3 : أوجد مجموع نواتج الضرب .	

،،،

تحقق من فهمك :

4) **مكعبان مرقمان :** افرض أن المتغير العشوائي X يمثل مجموع العددين الظاهرين علي مكعبين متمايزين عند إلقائهما .

A) أوجد القيمة المتوقعة $E(X)$.

B) صمم محاكاة لتقدير معدل لهذه التجربة ونفذها ، ثم قارن هذه القيمة بالقيمة المتوقعة التي وحدتها في الجزء A ؟

الحل:

تأكد :

1) درجات طلاب : حصلت رباب علي التقدير A في % 80 من اختبارات الرياضيات للفصل الأول . صمم محاكاة باستعمال نموذج هندسي لتقدير احتمال حصولها علي

التقدير A في اختبار الرياضيات في الفصل الثاني ونفذها . وسجل النتائج باستعمال ملخصات عددية وبيانية ملائمة .

الحل:

2) **رياضة :** يوضح الجدول المجاور النسبة المئوية للأعضاء المشاركين في أربعة أنواع من الرياضة في أحد النوادي . صمم محاكاة لتقدير احتمال أن يمارس منتسب جديد للنادي كل نوع من أنواع الرياضة الأربعة . ونفذها ، وسجل النتائج باستعمال ملخصات عددية وبيانية ملائمة .

نوع الرياضة	النسبة المئوية
تايكوندو	45 %
يوجا	30 %
سباحة	15 %
ملاكمة	10 %

الحل:

3) **مهرجان الأعداد :** تهدف اللعبة المجاورة إلي جمع نقاط باستعمال السهم لفرقعة البالونات بافتراض أن كل سهم يصيب بالونا .

a) احسب القيمة المتوقعة لكل رمية سهم .
b) صمم محاكاة ، ثم قدر معدل القيم لهذه اللعبة .
c) قارن بين معدل القيم والقيمة المتوقعة .

الحل:

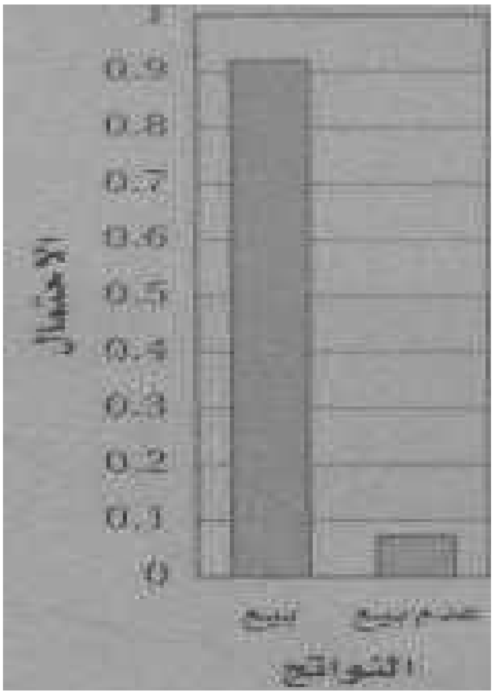
''

تدرب وحل المسائل :

صمم محاكاة لكل من السؤالين 5 , 4 باستعمال نموذج هندسي ونفذها ، ثم سجل النتائج مستعملا ملخصات عددية وبيانية ملائمة

4) العاب : يعمل حمد في محل لبيع الألعاب ، وقد باع منها في العام الماضي 95 % .

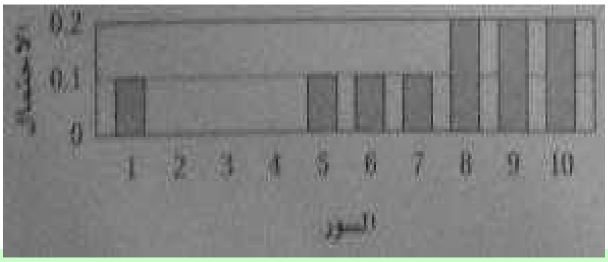
الحل:



''

5) تستمع مني إلي سور من القرآن الكريم مسجلة علي شريط يحوي 10 سور تختار عشوائيا .

الحل:

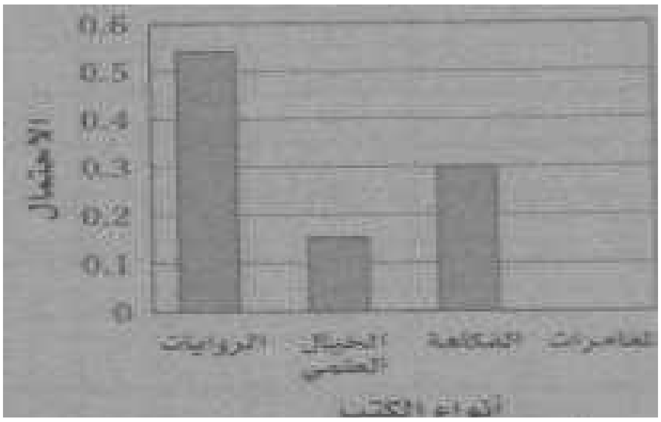


صمم محاكاة لكل من الأسئلة 8 ـ 6 باستعمال مولد الأعداد العشوائية في الحاسبة البيانية ونفذها ، ثم سجل النتائج مستعملا ملخصات عددية وبيانية ملائمة .

6) كتب : راجع مدير مركز بيع كتب مبيعاته في السنة الماضية ليحدد أي الأنواع كانت الأكثر بيعا ، فجاءت النتائج كما في الجدول المجاور.

النوع	نسبة البيع %
الروايات	40 %
الخيال العلمي	30 %
الفكاهة	25 %
المغامرات	5 %

الحل:

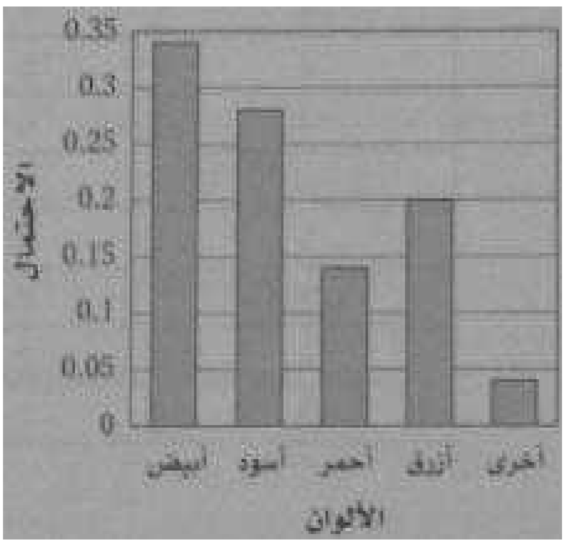


7) **إجازات :** بناء علي مسح قامت به وكالة سفريات فإن % 45 من الزبائن قضوا أجازتهم في أوروبا ، و% 25 في آسيا ، و% 15 في أمريكا ، و% 10 في أفريقيا ، و% 5 في أستراليا .

،،

8) **سيارات :** أشارت نتائج دراسة تحليلية لأحدي شركات بيع السيارات إلي أن % 35 من الزبائن اشتروا سيارات زرقاء اللون ، و% 30 سيارات حمراء ، و% 15 سيارات بيضاء ، و% 15 سيارات سوداء ، و% 5 اشتروا سيارات ذات ألوان أخري .

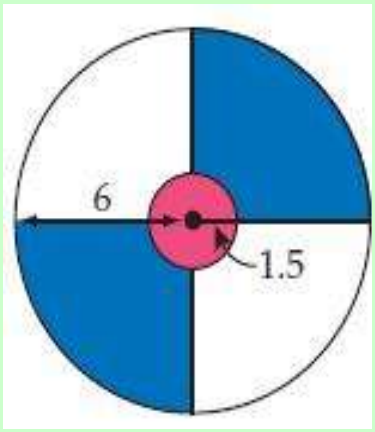
الحل:



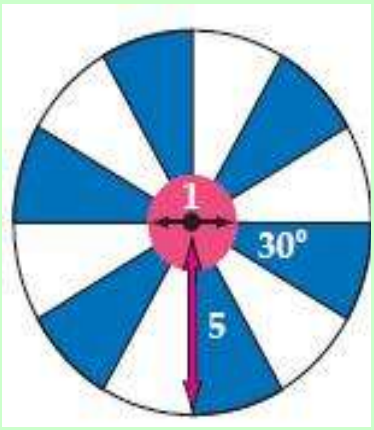
احتمال ان يشتري الزبون سيارة بيضاء يساوي 34 • 0 ، وسيارة سوداء 28 • 0 ، وسيارة حمراء 14 • 0 ، وسيارة زرقاء 2 • 0 ، وسيارة ذات لون آخر 04 • 0

لعبة السهام : أبعاد أقراص لعبة السهام الآتية معطاة بالبوصات . إذا رميت رمية واحدة علي كل قرص منها ، فاحسب القيمة المتوقعة لكل لعبة ، ثم صمم محاكاة لتقدير معدل القيم ، وقارن بين معدل القيم للمحاكاة والقيمة المتوقعة لكل منها .

(9



(10



الحل:

■ = 25 نقطة □ = 50 نقطة ■ = 100 نقطة

الحل:

،،،

12) العاب : تهدف اللعبة المجاورة إلي تسجيل نقاط بدحرجة كرة لتستقر علي مستوي مائل مقسم إلي مناطق ذات قيم مختلفة .

واحتمال أن يحصل حسن علي 100 نقطة في رمية واحدة % 20 ، وعلي 200 نقطة % 55 ، وعلي 300 نقطة % 20 ، وعلي 400 نقطة % 5 .

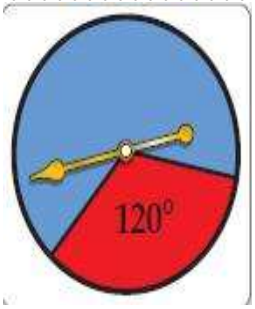
a) احسب القيمة المتوقعة لكل رمية .

b) صمم محاكاة ، ثم قدر معدل القيم الذي يحصل علية حسن في هذه اللعبة .

c) قارن بين القيم في الفرعين b , a .

الحل:

مسائل مهارات التفكير العليا :



14) تبرير : هل يمكن استعمال تجربة القرص ذا المؤشر الدوار المجاور لتصميم محاكاة للتنبؤ باحتمال الناتج C في تجربة ذات ثلاثة نواتج متساوية الاحتمال A , B , C ؟ وضح تبريرك .

الحل:

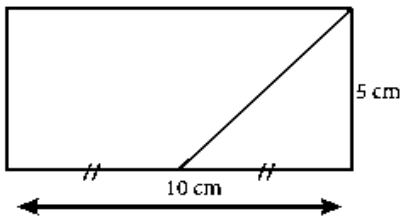
15) تبرير : هل يمكن استعمال تجربة رمي قطعة نقد لمحاكاة تجربة ذات ناتجين : دائما ، أم أحيانا ، أم لايمكن أبدا ؟ برر إجابتك .

الحل:

18) أكتب : لخص عملية تصميم المحاكاة وتنفيذها .

الحل:

20) احتمال هندسي : إذا اختيرت نقطة داخل المستطيل عشوائيا ، فما احتمال أن تقع داخل شبه المنحرف ؟



A) 5 • 7 % B) 15 % C) 25 % D) 75 %

الحل:

مراجعة تراكمية :

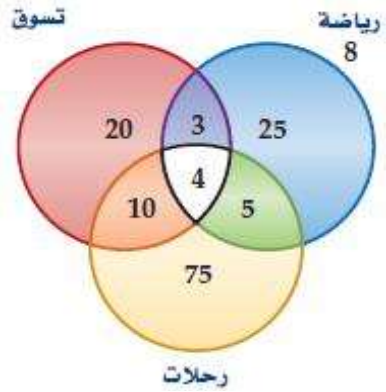
إذا اختيرت النقطة X عشوائيا علي |QT| ، فاوجد كلا مما يأتي :

21) (تقع X علي |QS|)P

22) (تقع X علي |RT|)P

23) كتب : تريد فوزية أن تختار 3 كتب من بين 10 كتب في المكتبة . ماالاحتمال أن تختار 3 كتب محددة من بين الكتب العشرة ؟

24) ترفية : سئل 150 طالبا عما يرغبون عمله أوقات فراغهم ، وتم تمثيل النتائج بأشكال فن كما في الشكل المجاور.



a) ماعدد الطلاب الذين يرغبون في الرحلات أو التسوق؟

b) ماالنشاط الذي اختاره 37 طالبا ؟

احتمالات الحوادث المستقلة و الحوادث غير المستقلة 5 ـ 7

الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة :

تتكون الحادثة المركبة من حادثتين بسيطتين أو أكثر .
ويمكن أن تكون الحوادث المركبة مستقلة أو غير مستقلة .

- **تكون A , B حادثتين مستقلتين إذا كان احتمال حدوث A لايؤثر في احتمال حدوث B .**
- **تكون A , B حادثتين غير مستقلتين إذا كان احتمال حدوث A يغير بطريقة ما احتمال حدوث B .**

تحقق من فهمك :

حدد إذا كانت الحادثتان مستقلتين أم غير مستقلتين في كل مما يأتي ، ووضح إجابتك:

1A) سحبت بطاقة من مجموعة بطاقات ، ثم أعيدت إلي المجموعة ، ثم سحبت بطاقة ثانية
1B) إلقاء قطعة نقد مرة واحدة، ثم رمي مكعب مرقم مرة واحدة أيضا .

الحل:

،،،

قانون ضرب الاحتمالات :

مفهوم أساسي	احتمال حادثتين مستقلتين
التعبير اللفظي : احتمال وقوع حادثتين مستقلتين معا يساوي حاصل ضرب احتمالي الحادثتين . بالرمـــــــوز : إذا كانت الحادثتان A , B مستقلتين فإن : $P (A و B) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$	

،،،

تحقق من فهمك :

2A) إذا ألقيت قطعة نقد ورمي مكعب مرقم مرة واحدة . فما احتمال ظهور الشعار والعدد6
2B) إذا ألقيت قطعة نقد أربع مرات متتالية . فما احتمال الحصول علي كتابة أربع مرات ؟

الحل:

،،،

قانون الضرب الثاني في الاحتمالات (احتمال وقوع حادثتين غير مستقلتين معا):

مفهوم أساسي	احتمال حادثتين مستقلتين
التعبير اللفظي : احتمال وقوع حادثتين غير مستقلتين معا يساوي حاصل ضرب احتمال وقوع الحادثة الأولي في احتمال وقوع الحادثة الثانية بعد وقوع الأولي فعلا . بالرمـــــــوز : إذا كانت الحادثتان A , B غير مستقلتين فإن : $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \mid A)$	

يقرأ الرمز $P(B \mid A)$ احتمال وقوع الحادثة B بشرط وقوع الحادثة A أولا ،
وهذا يسمي **الاحتمال المشر وط**.

،،،

تحقق من فهمك :

3) يحتوي صندوق علي 52 بطاقة ، منها 13 بطاقة زرقاء مرقمة من 1 إلي 13 وبالمثل 13 كرة حمراء و13 صفراء و13 خضراء . مااحتمال سحب 3 بطاقات حمراء الواحدة تلو الأخرى إذا كان السحب دون إرجاع ؟

الحل:

''

تحقق من فهمك :

4) عند رمي مكعبين مرقمين متمايزين مرة واحدة ، مااحتمال أن يظهر العدد 4 علي إحداهما إذا كان مجموع العددين علي الوجهين الظاهرين يساوي 9 ؟

(A $\frac{1}{6}$ **(B** $\frac{1}{4}$ **(C** $\frac{1}{3}$ **(D** $\frac{1}{2}$

الحل:

''

الاحتمال المشروط :

مفهوم أساسي	الاحتمال المشروط
الاحتمال المشروط لـ B إذا وقع A هو	$P(B\mid A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$ حيث $P(A)\neq 0$

''

تأكد :

حدد إذا كانت الحادثتان في السؤالين (2 ، 1) مستقلين أم غير مستقلين ، ووضح إجابتك :

(1) وصل فريق مدرسة في كرة السلة إلي دور الأربعة ، وإذا ربح فسيلعب في مباراة البطولة

الحل:

(2) تقدم عبد العزيز لاختبار الرياضيات يوم الأحد ونجح ، وتقدم لاختبار الفيزياء يوم الخميس ونجح

الحل:

،،

3) بطاقات : يحتوي صندوق علي 52 بطاقة مقسمة إلي أربع مجموعات لكل منها لون من الألوان الآتية : الأحمر ، والأسود ، والأخضر ، والأزرق . ورقمت بطاقات كل لون من 1 إلي 13 . سحبت بطاقة واحدة عشوائيا من الصندوق . ثم أعيدت إليه ، وبعد ذلك سحبت بطاقة ثانية . مااحتمال اختيار بطاقتين إحداهما حمراء تحمل الرقم 5 ، والأخرى سوداء تحمل الرقم 4 ؟

الحل:

،،

4) وسائل نقل : يريد عبد السلام شراء سلعة ثمنها 20 ريالا . فإذا كان في جيبه 3 أوراق نقدية من فئة 5 ريالات ، 7 أوراق من فئة 10 ريالات ، فاوجد احتمال أن يسحب عشوائيا ورقتين علي التوالي من فئة 5 ريالات علي فرض أن فرص حصول الحوادث متساوية .

الحل:

،،

5) أصدقاء : يلتقي 10 أصدقاء كل يوم عطلة ليلعبوا كرة القدم ، ولتشكيل الفريقين يتم سحب بطاقات مرقمة من 1 إلي 10 عشوائيا . ويشكل الذين يسحبون الأعداد الفردية الفريق A والذين يسحبون الأعداد الزوجية الفريق B . مااحتمال يكون لاعبي الفريق B قد سحب العدد 10 ؟

الحل:

،،

تدرب وحل المسائل :

حدد إذا كانت الحادثتان في الأسئلة (9 – 6) مستقلتين أم غير مستقلتين ، ثم أوجد الاحتمال

6) إذا رميت مكعب مرقم وكان الناتج عددا زوجيا ، ثم دورت مؤشر القرص المقسم إلي قطاعات والمرقم من 1 إلي 5 فحصلت علي عدد فردي .

الحل: .

،،،

7) تكرار ظهور الرقم 1 في تجربة سحب بطاقتين متتاليتين عشوائيا دون إرجاع ، من صندوق يحتوي علي 52 بطاقة مقسمة إلي أربع مجموعات لكل منها أحد الألوان الآتية : الأحمر ، الأسود ، الأخضر ، الأزرق ، وكل لون مرقم من 1 إلي 13

الحل:

،،،

8) تكرار خروج كرة زرقاء في تجربة سحب كرتين متتاليتين عشوائيا دون إرجاع ، من حقيبة علي 3 كرات خضراء و4 كرات زرقاء .

الحل:

،،،

9) ظهور العدد 5 علي الوجهين العلويين لمكعبين مرقمين متمايزين القيا مرة واحدة .

الحل:

،،،

10) العاب : أدير مؤشر القرص المبين في الشكل المجاور وألقيت قطعة نقد مرة واحدة . مااحتمال الحصول علي عدد زوجي وظهور كتابة علي قطعة النقد ؟

الحل:

،،،

11) شعارات : معتمدا علي الجدول المجاور ، إذا اختير شعاران عشوائيا ، فما احتمال أن يكون كلا من الشعارين الأول والثاني أحمر ؟

لون الشعار	العدد
أزرق	20
ابيض	15
احمر	25
اسود	10

الحل:

''

12) سحبت كرة حمراء عشوائيا من كيس يحتوي علي كرتين زرقاوين و9 حمراء دون إرجاع . مااحتمال سحب كرة حمراء ثانية ؟

الحل:

''

13) مستطيل محيطة 12 وحدة ، إذا كانت أطوال أضلاعه أعدادا صحيحة ، فما احتمال أن يكون الشكل مربعا ؟

الحل:

''

14) رقمت قطاعات متطابقة في قرص من 1 إلي 12 ، إذا أدير مؤشر القرص ، فما احتمال أن يستقر المؤشر عند العدد 11 إذا علم أنه استقر عند عدد فردي ؟

الحل:

''

15) **تقنيات :** يمتلك % 43 من طلاب مدرسة جهازا نقالا ، و28% يمتلكون جهارا نقالا وجهاز حاسوب . فما احتمال أن يمتلك طالب منهم جهاز حاسوب إذا كان يمتلك جهازا نقالا

الحل:

''

16) **برهان :** استعمل قانون احتمال حادثتين غير مستقلتين $P(A \cap B)$ لاشتقاق قانون الاحتمال المشروط $P(B \mid A)$

الحل:

،،

مسائل مهارات التفكير العليا :

19) تحد : يحتوي كيس علي n من العناصر المختلفة ، فإذا كان احتمال سحب العنصر A ثم العنصر B دون إرجاع يساوي 2 • 4 % فما قيمة n ؟ وضح إجابتك .

الحل:

،،

20) تبرير : إذا كان A وB حادثتين مستقلتين ، فهل العبارة $P(A \cap B) = P(B \cap A)$ صحيحة أحيانا أم صحيحة دائما أم غير صحيحة أبدا؟ برر إجابتك .

الحل:

،،

21) مسالة مفتوحة : صف حادثتين مستقلتين وحادثتين غير مستقلتين ، برر إجابتك .

الحل:

،،

22) اكتب : وضح لماذا يجب أن يكون مجموع احتمالات النواتج في شجرة الاحتمال =1 .

الحل:

،،

23) احتمال : يمكن أن يلعب بلال عشوائيا في واحدة من 6 رياضيات في النادي ، ويتناول طعامه في فترة من ثلاث فترات يحددها النادي . مااحتمال أن يلعب الرياضة الثانية ويتناول طعامه في الفترة الأولي ؟

A) $\frac{1}{18}$ **B)** $\frac{1}{9}$ **C)** $\frac{1}{6}$ **D)** $\frac{1}{2}$

الحل:

''

مراجعة تراكمية :

25) سجل أيمن % 90 من الرميات الحرة في كرة السلة خلال الموسم الأخير . صمم محاكاة لتقدير احتمال أن يسجل الرمية التالية في هذا الموسم ونفذها .

''

استعمل القرص ذا المؤشر الدوار في الشكل المجاور لإيجاد كل مما يأتي (يعاد تدوير القرص إذا أستقر علي خط بين لونين) :

26) (استقرار المؤشر عند اللون الأحمر) p

27) (استقرار المؤشر عند اللون الأزرق) p

28) (استقرار المؤشر عند اللون الأخضر) p

29) (استقرار المؤشر عند اللون الأصفر) p

''

أوجد عدد النواتج الممكنة لكل موقف فيما يأتي :

30) تختار فاطمة واحدا من بين 5 بطاقات مختلفة من الآيس كريم و3 أنواع مختلفة من الحلوى .

''

31) يختار بدر واحدا من الألوان الستة لدراجته الجديدة ، واحد تصميمين لمقاعدها .

''

32) رمي ثلاثة مكعبات مرقمة في آن واحد .

''

احتمالات الحوادث المتنافية 6 – 7

الحوادث المتنافية :

يكون الحدثان متنافيان إذا لم يكن وقوع الحادثتين ممكنا في الوقت نفسه ، أي انه لايوجد نواتج مشتركة بينهما .

''

تحقق من فهمك :

حدد إذا كانت الحادثتان متنافيتين أم غير متنافيتين في كل مما يأتي ، وبرر إجابتك :

1A)اختيار عدد عشوائيا من الأعداد من 1 إلي 100 والحصول علي عدد يقبل القسمة علي 5 أو عدد يقبل القسمة علي 10 .

الحل:

''

1B) الحصول علي المجموع 6 أو المجموع 7 ، عند رمي مكعبين مرقمين متمايزين مرة واحدة .

الحل:

''

احتمال الحادثتين المتنافيتين :

مفهوم أساسي	احتمال الحادثتين المتنافيتين
التعبير اللفظي : إذا كانت الحادثتان A , B متنافيتان ، فاحتمال وقوع A أوB يساوي مجموع احتمال كل منهما .	
بالرمـــــــوز : إذا كانت الحادثتان A , B متنافيتان فإن :	
P(A أو B) = P(A ∪ B) = P(A) + P(B)	

''

تحقق من فهمك :

2A) رمي مكعبان مرقمان متمايزين مرة واحدة . مااحتمال أن يظهر العدد نفسه علي كل من وجهي المكعبين أو أن يكون مجموع العدديين 9 ؟

الحل:.

''

2B) العاب : إذا ربح طالب في رمي الحلقة في احتفال المدرسة باليوم الوطني للملكة فسيمنح جائزة . إذا اختيرت الجائزة عشوائيا من بين 15 محفظة و 16 ساعة و 14 نظارة و25 قلما و10 كرات ، فما احتمال أن يمنح الفائز محفظة أو ساعة أو كرة ؟

الحل:

''

احتمال حادثتين غير متنافيتين :

مفهوم أساسي	احتمال حادثتين غير متنافيتين
التعبير اللفظي : إذا كانت الحادثتان A , B غير متنافيتين ، فاحتمال وقوع A أوB يساوي مجموع احتماليهما مطروحا منه احتمال وقو ع A و B معا .	
بالرمـــــــوز : إذا كانت الحادثتان A , B غير متنافيتين فإن :	
P(A ∪ B) = P(A) + P(B) – P(A ∩ B)	

تحقق من فهمك :

3)مجموعة بطاقات عددها 52 ، مقسمة إلي أربع مجموعات لكل منها لون من الألوان الآتية : الأحمر ، والأسود ، والأزرق ، والأصفر ، ورقمت بطاقات كل لون من 1 إلي 13 . ماالاحتمال سحب بطاقة تحمل الرقم 7 ، أو بطاقة حمراء من هذه المجموعة ؟

الحل:

احتمال الحادثة المتممة : عناصر الحادثة المتممة A تتكون من جميع نواتج فضاء العينة غير الموجودة في الحادثة A .

مفهوم أساسي	احتمال الحادثة المتممة
التعبير اللفظي : احتمال عدم وقوع حادثة يساوي 1 ناقص احتمال وقوع الحادثة	
بالرمـــــــوز : لأي حادثة A ، $P(A') = 1 - P(A)$	

تحقق من فهمك :

4) إذا كانت فرصة هطول الأمطار 70 % فما احتمال عدم هطوله ؟

الحل:

قوانين الاحتمال :

مفهوم أساسي	قوانين الاحتمال	
نوع الحادثة	التعبير اللفظي	القانون
الحادثتان المستقلتان	احتمال وقوع الحادثة الأولي لايؤثر في احتمال وقوع الحادثة الثانية	إذا كانت الحادثتان A , B مستقلتين فإن : $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
الحادثتان غير المستقلتان	احتمال وقوع احدث الحادثتين يوثر في احتمال وقوع الأخرى	إذا كانت الحادثتان A , B غير مستقلتين فإن : $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \mid A)$
الاحتمال المشروط	إعطاء معلومات إضافية عن احتمال حادثة ما .	يكون احتمال الحادثة A بشرط وقوع حادثة B $P(B1A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$
الحوادث المتنافية	حوادث لاتوجد بينها نواتج مشتركة	إذا كانت الحادثتان A , B متنافيتان فإن : $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
الحوادث غبر المتنافية	حوادث توجد بينها نواتج مشتركة	إذا كانت الحادثتان A , B غير متنافيتين فإن :

		$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
الحوادث المتممة	تتكون نواتج حادثة من جميع نواتج فضاء العينة التي ليست من نواتج الحادثة الأخرى .	لأي حادثة A ، $P(A') = 1 - P(A)$

'''

تحقق من فهمك :

تأكد :

حدد إذا كانت الحادثتين متنافيتين أم غير متنافيتين في كل مما يأتي ، وبرر إجابتك :

1) ظهور عدد فردي أو أكبر من 3 عند رمي مكعب مرقم مرة واحدة .

2) اختيار سيارة أو حصان .

الحل:

'''

3) حصل سامي علي جائزة أفضل أداء لموظفي شركة ، وكانت جائزته أن يختار عشوائيا واحدة من 4 بطاقات سفر و6 كتب و10 ساعات و3 حقائب و7 نظارات . ماالاحتمال أن يربح بطاقة سفر، أو كتابا ،أو ساعة ؟

الحل:

'''

5) إذا كان احتمال إصابتك الهدف عند رمي السهم تساوي $\frac{2}{10}$ ، فما احتمال أن تخطئ إصابة الهدف ؟

الحل:

'''

6) عدد طلاب الصف الثالث الثانوي في مدرسة 100 طالب . حضر حفل التخرج النهائي 91 % منهم ، إذا اختير طالبان عشوائيا من طلاب الصف جميعهم ، فما احتمال أن يكون أحدهما علي الأقل لم يحضر الحفل ؟

الحل:

،،

تدرب وحل المسائل :

حدد إذا كانت الحادثتان متنافيتان أو غير متنافيتين (في كل من الأسئلة 9 ـ 7) ، ثم أوجد الاحتمال ، وقرب النسبة المئوية إلي أقرب عشر إذا كان ذلك ضروريا :

7) رمي مكعبين مرقمين متمايزين مرة واحدة والحصول علي عدديين متساويين أو عدديين مجموعهما 8 علي الوجهين الظاهرين .

الحل

،،

8)اختيارعدد عشوائيا من ا إلي 20 والحصول علي عدد زوجي أو عدد يقبل القسمة علي 3

الحل

،،

9) إلقاء قطعة نقد مرة واحدة والحصول علي شعار أو كتابة .

الحل

،،

11) هدايا : أراد بعض الطلاب تقديم هدية لزميلهم لحصوله علي لقب الطالب المثالي ، فوجد معلم الصف أن 10 منهم اختاروا ساعة ، و12 اختاروا قميصا ، و6 اختاروا هاتفا نقالا ، و4 اختاروا ميدالية . إذا اختار المعلم الهدية عشوائيا فما احتمال أن تكون هدية الطالب المثالي ساعة أو ميدالية ؟

الحل:

،،

أوجد احتمال كل حادثة مما يأتي :

12)عدم ظهور العدد 3 علي أي من الوجهين الظاهرين ، عند إلقاء مكعبين مرقمين متمايزين مرة واحدة .

الحل:

''

13) عدم ظهور الكتابة علي الوجه الظاهر عند إلقاء قطعة نقد مرة واحدة .

الحل:

''

14) سحب خليل عشوائيا كرة من كيس فيه 25 كرة متماثلة ، إحداهما فقط حمراء .
ما احتمال ألا يسحب الكرة الحمراء ؟

الحل:

''

15) بين فئة من العمال الذين تتراوح أعمارهم بين 18 و25 سنة. وجد أن نسبة الذين يقبضون أجورهم أسبوعيا تساوي % 71 . فإذا اختير اثنان عشوائيا من بين 100 عامل منهم ، فما احتمال أن يكون احدهما علي الأقل يقبض أجرته أسبوعيا ؟

الحل:

''

17) أجرت مدرسة مسحا علي طلابها البالغ عددهم 265 لمعرفة أي النشاطات الرياضية يرغبون المشاركة فيه . ومثلت النتائج بأشكال فن . إذا اختير طالب عشوائيا من هذه المدرسة ، فأوجد احتمال كل مما يأتي :

a)أن يكون ممن يرغبون المشاركة في كرة القدم أو كرة الطائرة

b) أن يكون ممن يرغبون المشاركة في كرة القدم وليس في كرة السلة

c) أن يكون ممن يرغبون المشاركة في الألعاب الثلاثة

الحل

''

مسائل مهارات التفكير العليا :

تبرير : حدد إذا كانت الحادثتان في كل مما يأتي متنافيتين أو غير متنافيتين :

19) اختيار مثلث متطابق الأضلاع ومثلث متطابق الزوايا .

الحل:

''

20) اختيار عدد مركب واختيار عدد حقيقي .

الحل:

''

24) احتمال : رمي مكعب مرقم من 1 إلي 6 ، مااحتمال ظهور عدد اقل من 3 أو عدد فردي علي الوجه الظاهر؟

A) $\frac{1}{6}$ **B)** $\frac{2}{3}$ **C)** $\frac{5}{6}$ **D) 1**

الحل:

''

مراجعة تراكمية :

حدد إذا كانت الحادثتان مستقلتين أو غير مستقلتين في كل مما يأتي ، ثم أوجد الاحتمال :

25) رمي مكعب مرقم مرة واحدة فظهر العدد 2، ثم رمي المكعب مرة ثانية فظهر العدد 3 .

''

26) يحتوي صندوق عي 52 بطاقة مقسمة إلي أربع مجموعات لكل منها لون من الألوان الآتية : الأحمر ، والأسود ، والأخضر ، والأزرق ، ورقمت بطاقات كل لون من 1 إلي 13 . وسحبت بطاقة تحمل الرقم 13 عشوائيا من الصندوق بدون إرجاع ثم سحبت بطاقة أخري تحمل الرقم 13 .

''

27) رياضة : أظهرت نتائج مسح إحصائي لطلاب مدرسة ثانوية أن 15 % من الرياضيين في المدرسة يمارسون لعبة كرة الطائرة فقط ، و% 20 يمارسون التنس فقط ، و% 30 لعبة كرة السلة فقط ، وأن % 35 يمارسون كرة القدم فقط . صمم محاكاة يمكن استعمالها لتقدير احتمال أن يمارس لاعب احدي هذه الألعاب .

''

مراجعة الدروس :

7 – 1

تمثيل فضاء العينة :

10) **فيشار :** يبيع محل تجاري أكياس فيشار ذات حجم صغير (S) أو حجم وسط (M) أو حجم كبير (L)، ودون زيدة (NB)أو مع زبدة (B) أو مع زبدة إضافية (EB). مثل فضاء العينة لتراتيب أنواع الفشار باستعمال القائمة المنظمة والجدول والرسم الشجري .

،،

11) **أحذية :** يبيع محل تجاري أحذية من بين المقاسات : 36 ، 37، 38 ، 39 ، 40 ، 41 ، 42 ، 43 ، 44 ، وبلونين : بني أو أسود . كم زوجا مختلفا يمكن اختياره ؟

،،

7 – 2

الاحتمال باستعمال التباديل والتوافيق :

12) **مطعم :** ذهب ثلاثة طلاب من الصف الأول الثانوي وثلاثة طلاب من الصف الثالث المتوسط إلي مطعم وجلسوا حول منضدة مستديرة، فإذا اشترط حسين من الصف الأول الثانوي ألا يجلس بجانب أي طالب من الصف الثالث المتوسط ، واشترط إبراهيم من الصف الثالث المتوسط ألا يجلس بجانب أي طالب من الصف الأول الثانوي . فما عدد التراتيب الممكنة ؟

،،

13) ترغب مجموعة من 10 طالبات في تشكيل لجنة من 3 منهن يتم اختيارهن عشوائيا من المجموعة . مااحتمال اختيار نوال ودانة وفاطمة لهذه اللجنة ؟

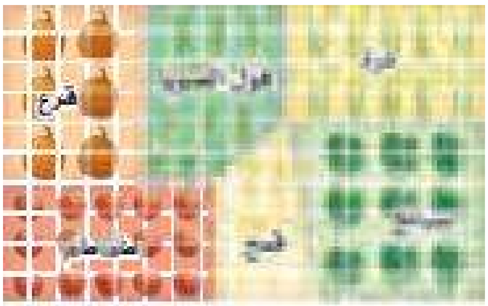
،،

14)مسابقات : بكم طريقة يمكن اختيار 4 طلاب من 32 طالبا لتشكيل فريق لمسابقة أكاديمية ؟

،،

7 – 3

الاحتمال الهندسي :



15) **زراعة :** الشكل المجاور يمثل مخططا لمزرعة ، إذا كان كل مربع صغير يمثل وحدة مساحة مربعة واحدة ، فأجب عن كل مما يأتي :

a) ماالمساحة التقريبية لحقلي السبانخ والذرة معا؟

b) إذا اختير أحد المربعات عشوائيا ، فأوجد احتمال أنه يستعمل لزراعة فول الصويا .

،،

16) يجلس الطلاب هاني وعمر وراشد وعبد الكريم (علي الترتيب) علي حافة بركة بحيث يجلس هاني علي بعد 2ft من عمر ، ويجلس عمر علي بعد 4ft من راشد ، ويجلس راشد

علي بعد 3ft من عبد الكريم . إذا انضم أليهم محمد ن فاوجد احتمال أن يجلس محمد بين هاني وعمر .

''

7 – 4 محاكاة مواقف واقعية :

صف كيف يمكنك استعمال نماذج الاحتمال الهندسية لتصميم محاكاة في كل مما يأتي :

17) كرة يد : يحرز حسن % 35 من الأهداف التي يسجلها فريقه في كل مباريات اليد .

''

18) كتب : أظهرت نتيجة دراسة مسحية أن الناس يشترون % 30 من كتبهم في الأشهر : شوال وذو القعدة وذو الحجة ، % 22 في محرم وصفر وربيع الأول ، و% 23 في ربيع الآخر وجمادي الأولي وجمادي الآخرة ، و% 25 في رجب وشعبان ورمضان .

''

7 – 5 احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة :

19) صندوق يحتوي علي 3 كرات بيضاء و4 كرات سوداء . إذا سحبت 3 كرات علي التوالي دون إرجاع ، فم احتمال أن تكون الكرة الأولي سوداء والثانية سوداء والثالثة بيضاء ؟

''

20) مجموعة بطاقات عددها 52 مقسمة إلي أربع مجموعات لكل منها لون من الألوان الآتية : أحمر ، وازرق ، واسود ، واصفر ، وكل لون بشمل 13 بطاقة مرقمة من 1 إلي 13 . فإذا سحبت بطاقتان من هذه المجموعة مع الإرجاع ، فما احتمال سحب بطاقة تحمل الرقم 3 ، ثم بطاقة تحمل الرقم 9 ؟

''

21) أظهرت نتائج دراسة مسحية أن % 72 من الناس يحبون المطالعة ، فإذا اختير 3 أشخاص عشوائيا ، فما احتمال أن يكون الثلاثة من الذين يحبون المطالعة ؟

''

7 – 6 احتمالات الحوادث المتنافية :

22) رمي مكعبان مرقمان متمايزين مرة واحدة . مااحتمال أن يكون مجموع العددين الظاهرين عليهما 7 أو 11 ؟

''

23) سحبت بطاقة من مجموعة البطاقات الواردة في السؤال 20 ، مااحتمال أن تحمل الرقم 10 أو يكون لونها أحمر ؟

''

24) يحتوي صندوق علي 40 بطاقة مرقمة من 1 إلي 40 ، سحبت منه بطاقة واحدة عشوائيا .
a) مااحتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة عددا زوجيا أو أقل من 5 ؟
b) مااحتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة عددا أكبر من 30 أو أقل من 10 ؟
،،