الصف : 11 متقدم

الدرس : 10-3 التوزيعات الاحتمالية

نواتج التعلم : - معرفة الطالب انشاء توزيع احتمالي .
- تحليل التوزيع الاحتمالي وملخص الاحصائيات ذات الصلة .

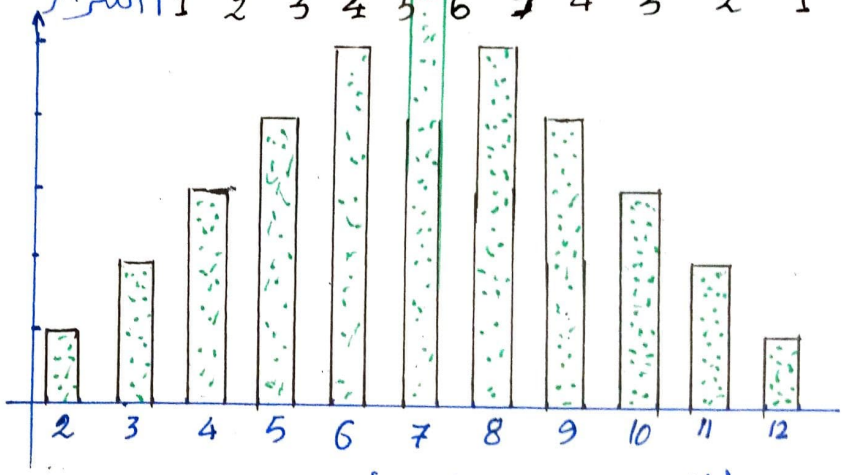
تغذية راجعة سبق واستخدمنا الاحصاء لوصف توزيع ووجدنا أنه يمكن أن يكون التوزيع متماثل ويمكن أن يكون ملتو .

فضاء العينة : هو مجموعة تضم جميع النتائج المحتملة في التوزيع .

مثال : لنأخذ توزيع مجموع القيم الموجودة على مكعبي الأعداد فنجد

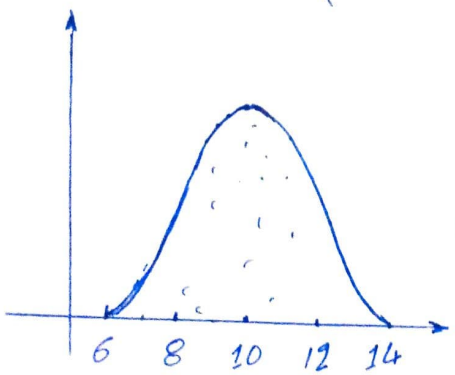
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

| المجموع | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |




هذا التوزيع منفصل لأن مجموع القيم الظاهرة على مكعب الأعداد هو أي عدد صحيح يقع بين العددين 2 - 12 .

لنأخذ توزيع عدد الكيلومترات التي تقطعها السيارة لكل لتر من الوقود حتى 100 Km فنجد أن البيانات هنا تمثل عدد غير محدود من القيم ضمن المدى 0-100 ويكون التوزيع ممثلا في الشكل المجاور .




نسمي هذا التوزيع توزيع متصل .

المتغير العشوائي : هو الناتج العددي لحدث عشوائي ويمكن أن يكون المتغير العشوائي منفصل أو متصل

المتغير العشوائي المنفصل : قيمه قابلة للعد مكعبي الأعداد

المتغير العشوائي المتصل : قيمه غير قابلة للعد ( مثال السيارة )

تمرين : P. 648

1A - متغير عشوائي متصل لأن المسافة يمكنه أن تكون أي رقم .

1B - متغير عشوائي منفصل لأن الأعمار أرقام صحيحة .

## التوزيع الاحتمالي :

هو توزيع للاحتمالات المقدرة استنادا الى تجارب .

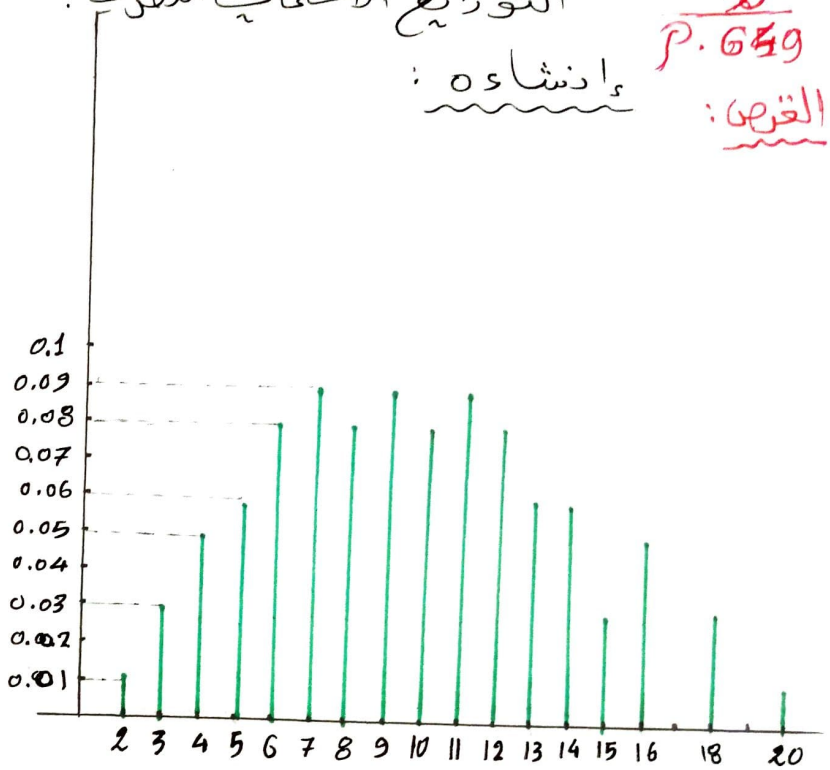
2 / P. 649

القرص :

التوزيع الاحتمالي النظري :

إنشاءه :

| | 1 | 3 | 5 | 6 | 2 | 10 | 4 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 | 6 | 7 | 3 | 11 | 5 | 9 |
| 3 | 4 | 6 | 8 | 9 | 5 | 13 | 7 | 11 |
| 5 | 6 | 8 | 10 | 11 | 7 | 15 | 9 | 13 |
| 6 | 7 | 9 | 11 | 12 | 8 | 16 | 10 | 14 |
| 2 | 3 | 5 | 7 | 8 | 4 | 12 | 6 | 10 |
| 10 | 11 | 13 | 15 | 16 | 12 | 20 | 14 | 18 |
| 4 | 5 | 7 | 9 | 10 | 6 | 14 | 8 | 12 |
| 8 | 9 | 11 | 13 | 14 | 10 | 18 | 12 | 16 |




| المجموع | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 18 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 5 | 6 | 5 | 6 | 5 | 4 | 4 | 2 | 3 | 2 | 1 |
| التكرار النسبي | $\frac{1}{64}$ | $\frac{2}{64}$ | $\frac{3}{64}$ | $\frac{4}{64}$ | $\frac{5}{64}$ | $\frac{6}{64}$ | $\frac{5}{64}$ | $\frac{6}{64}$ | $\frac{5}{64}$ | $\frac{6}{64}$ | $\frac{5}{64}$ | $\frac{4}{64}$ | $\frac{4}{64}$ | $\frac{2}{64}$ | $\frac{3}{64}$ | $\frac{2}{64}$ | $\frac{1}{64}$ |
| | 0.01 | 0.03 | 0.05 | 0.06 | 0.08 | 0.09 | 0.08 | 0.09 | 0.08 | 0.09 | 0.08 | 0.06 | 0.06 | 0.03 | 0.05 | 0.03 | 0.01 |

نتيجة :

- يمكنه تحديد توزيع احتمالي نظري أو تجريبي . مزه ×
- التوزيع الاحتمالي قد يكون منفصلا أو متصلا .
- يجب أن يكون احتمال كل قيمة من قيم × ضمن الفترة $[0, 1]$
- يجب أن يكون مجموع احتمالات جميع القيم يساوي 1

أي $\sum_{i=1}^{n} p(x_i) = 1$

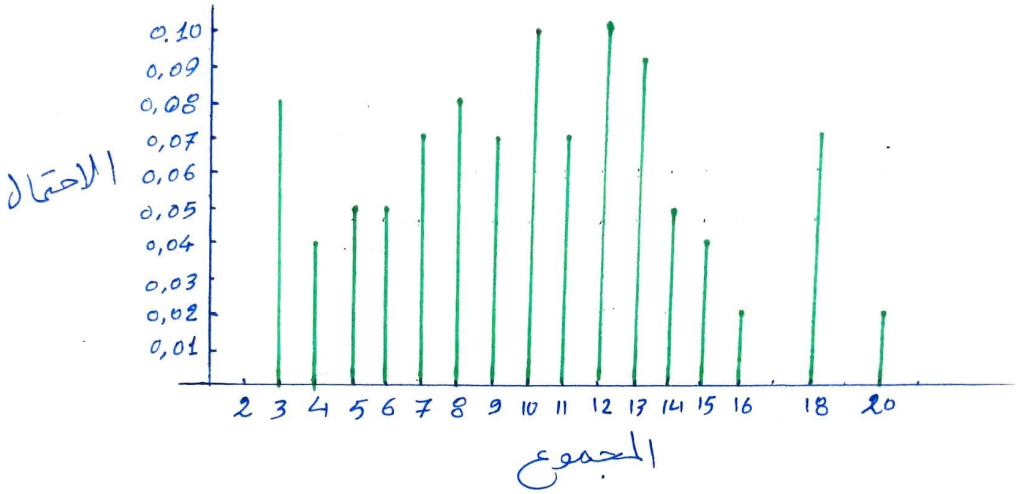
## التوزيع الاحتمالي التجريبي

3 / 650 انشاء توزيع احتمالي تجريبي : (القرص) .

3A .

| المجموع | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 18 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 0 | 8 | 4 | 5 | 5 | 7 | 8 | 7 | 10 | 7 | 10 | 9 | 5 | 4 | 2 | 7 | 2 |
| التكرار النسبي | 0 | $\frac{8}{100}$ | $\frac{4}{100}$ | $\frac{5}{100}$ | $\frac{5}{100}$ | $\frac{7}{100}$ | $\frac{8}{100}$ | $\frac{7}{100}$ | $\frac{10}{100}$ | $\frac{7}{100}$ | $\frac{10}{100}$ | $\frac{9}{100}$ | $\frac{5}{100}$ | $\frac{4}{100}$ | $\frac{2}{100}$ | $\frac{7}{100}$ | $\frac{2}{100}$ |
| | 0 | 0.08 | 0.04 | 0.05 | 0.05 | 0.07 | 0.08 | 0.07 | 0.1 | 0.07 | 0.1 | 0.09 | 0.05 | 0.04 | 0.02 | 0.07 | 0.02 |

3B .




## «2» تحليل توزيع احتمالي :

تستخدم التوزيعات الاحتمالية غالباً لتحليل البيانات المالية والاحصائيين الأكثر استخداماً في تحليل الاحتمالات المنفصلة هما قيمة التوقع - الانحراف المعياري .

**قيمة التوقع :** رمزه $E(x)$

اذا كانت $x_i$ قيم التوزيع الاحتمالي $X$ وكانت $P(x_i)$ احتمال هذه القيم . فيكون التوقع :

$$E(x) = \sum_{i=1}^{n} [x_i \cdot p(x_i)]$$

4 / P.651 : 5132 جوائز

| $x_i$ العقدة | 1 | 10 | 100 | 1000 | 5000 | 25000 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 5000 | 100 | 25 | 5 | 1 | 1 |
| $p(x_i)$ التكرار النسبي | $\frac{5000}{5132}$ | $\frac{100}{5132}$ | $\frac{25}{5132}$ | $\frac{5}{5132}$ | $\frac{1}{5132}$ | $\frac{1}{5132}$ |

$$E(x) = \sum_{i=1}^{6} x_i \cdot p(x_i)$$

$$= 1 \times \frac{5000}{5132} + 100 \times \frac{100}{5132} + 100 \times \frac{25}{5132} + 1000 \times \frac{5}{5132} + 5000 \times \frac{1}{5132} +$$

$$+ 25000 \times \frac{1}{5132} = 9.255$$

# التباين والانحراف المعياري للتوزيع الاحتمالي :

التباين : يعطى بالقانون :

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} [x_i - E(x)]^2 \cdot p(x_i)$$

الانحراف المعياري :

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

اتخاذ القرارات :

5 / P.652

حساب توقع صندوق D . للتوزيع X :

$$E(X) = \sum_{i=1}^{4} x_i \, p(x_i) = 1000 \times 0.4 + 600 \times 0.3 + 100 \times 0.15 + 200 \times 0.15$$

$$= 625$$

حساب توقع صندوق C للتوزيع Y :

$$E(Y) = \sum_{i=1}^{4} y_i \, p(y_i) = 1000 \times 0.3 + 500 \times 0.4 + 100 \times 0.2 + 300 \times 0.1$$

$$= 550$$

| $x_i$ | $p(x_i)$ | $[x_i - E(x)]^2$ | $[x_i - E(x)]^2 \times p(x_i)$ |
|---|---|---|---|
| 1000 | 0.4 | $(1000-625)^2 = 140625$ | $140625 \times 0.4 = 56250$ |
| 600 | 0.3 | $(600-625)^2 = 625$ | $625 \times 0.3 = 187.5$ |
| 100 | 0.15 | $(100-625)^2 = 275625$ | $275625 \times 0.15 = 41343.75$ |
| 200 | 0.15 | $(200-625)^2 = 180625$ | $180625 \times 0.15 = 27093.75$ |

التباين $\sigma^2 = 56250 + 187.5 + 41343.75 + 27093.75 = 124875$

الانحراف $\sigma = \sqrt{124875} = 353.376$

| $y_i$ | $p(y_i)$ | $[y_i - E(y)]^2$ | $[y_i - E(y)]^2 \cdot p(y_i)$ |
|---|---|---|---|
| 1000 | 0.3 | $(1000-550)^2 = 202500$ | $202500 \times 0.3 = 60750$ |
| 500 | 0.4 | $(500-550)^2 = 2500$ | $2500 \times 0.4 = 1000$ |
| 100 | 0.2 | $(100-550)^2 = 202500$ | $202500 \times 0.2 = 40500$ |
| 300 | 0.1 | $(300-550)^2 = 62500$ | $62500 \times 0.1 = 6250$ |

التباين $\sigma^2 = 60750 + 1000 + 40500 + 6250 = 108500$

الانحراف $\sigma = \sqrt{108500} = 329.393$

الصندوق D هو الأفضل للاستثمار.

الواجب : P.653 - 10