

أوراق عمل

الوحدة التاسعة

الاحتمالات والقياس

ورقة عمل الصف العاشر

9-1 تمثيل الفضاءات العينية

الاسم: _____

في هذا الدرس سوف أتعلم:

1- استخدام القوائم والجداول والمخططات الشجرية لتمثيل الفضاء العيني. 2 - استخدام مبدأ العد الأساسي لعد النتائج.

التجربة هي موقف ينطوي على فرصة تؤدي إلى نتائج. النتيجة هي استنتاج لتجربة ما. الحدث هو نتيجة واحدة أو أكثر لتجربة معينة.

الفضاء العيني للتجربة هو مجموعة جميع النتائج المحتملة. ويمكن تمثيله باستخدام قائمة منظمة أو جدول أو مخطط شجري.

تمثيل الفضاء العيني

مثل فضاء العينة لكل تجربة بإعداد قائمة منظمة وجدول ومخطط شجري.

يمكن للاعب مع كل ضربة بالمضرب إما أن يصل إلى قاعدة A وإما أن يخرج E.

باع مازن معظم تذاكر مهرجان الخريف السنوي في مدرسته. وكمكافأة له يختار مرتين من حقيبة بها بطاقات مكتوب عليها «عصير مجاني J» أو «دفتر ملحوظات مجاني N».

حلل الزفاف: يؤجر أيوب حلة زفاف من الكتالوج الموضح. صمم مخططاً شجرياً يمثل الفضاء العيني لهذا الموقف .



من الحياة اليومية استخدام نظام العد الأساسي

مطاعم: تبتكر هيام قائمة جديدة لمطعمها. على فرض تم طلب كل عنصر.

عدد الاختيارات	محتويات القائمة
8	المقبلات
4	الحساء
6	السلطة
12	الطبق الرئيسي
9	الحلوى

ورقة عمل العاشر 9-2 الاحتمال باستخدام التباديل والتوافيق الاسم:-----

في هذا الدرس سوف نتعلم: 1- استخدام التباديل مع الاحتمالات. 2- استخدام التوافيق مع الاحتمالات.

التباديل: تنظيم لمجموعة من العناصر يكون الترتيب فيه مهمًا.

يكتب مضروب العدد الصحيح الموجب n على الصورة $n!$ ، ويساوي حاصل ضرب جميع الأعداد الصحيحة الموجبة التي هي أصغر من أو تساوي n .

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$\frac{\text{التباديل المتبقية}}{\text{التباديل الكلية}} = \frac{\text{الاحتمال بالتباديل}}{\text{عدد نتائج الممكنة}} = \frac{\text{عدد نتائج الحدث}}{\text{الاحتمال}}$$

التباديل مع التكرار: عدد التباديل المختلفة لعناصر عددها n عندما يتكرر عنصر منها r_1 من المرات وآخر r_2 من المرات وهكذا ---- فإنه يساوي:

$$= \frac{n!}{r_1! \cdot r_2! \cdot \dots \cdot r_k!}$$

$$\frac{n!}{n} = (n-1)!$$

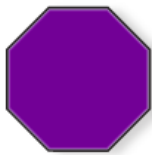
التباديل الدائرية: عدد التباديل المختلفة لـ n من العناصر مرتبة على دائرة يساوي:

$$nC_r = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}$$

التوافيق: هو اختيار مجموعة من العناصر بحيث يكون الترتيب فيها غير مهم.

احتمالات وتباديل عدد n من الأشياء

الهندسة: طلب من 5 طلاب أن يختاروا مضلعًا عشوائيًا من المجموعة الموضحة أدناه ويعطوه اسمًا. ما احتمال أن يختار الطالبان الأولان المثلث والشكل الرباعي. بهذا الترتيب؟



الاحتمالات و nP_r

المسرحية: يمثل طلاب مدرسة ثانوية مسرحية A Raisin in the Sun بمشاركة كل طالب في الصف الأول الثانوي في مادة اللغة الإنجليزية من بين 18 طالباً. إذا اختير 3 من فريق العمل عشوائياً. فما احتمال اختيار إبراهيم للإضاءة. واختيار أحمد لإلقاء كلمة الشكر. واختيار إبراهيم لأداء دور إسماعيل؟

الاحتمالات والتباديل مع التكرار

القيادة: ما هو احتمال أن تكون لوحة الترخيص التي تستخدم الأحرف C و F و F والأرقام 3 و 3 و 3 و 1 هي CFF3133؟

الاحتمالات والتباديل الدائرية

كيمياء: ينبغي في معمل الكيمياء أن تختبر ست عينات مرتبة عشوائياً في حلقة دائرية.

(a) ما احتمال إنتاج الترتيب الموضح على اليسار؟



(b) ما مدى احتمال أن تكون أنبوبة الاختبار 2 في موضع علوي متوسط؟

الاحتمالات و nC_r

اشترك 500 طالب من بينهم أسامة وأيمن في سحب للفوز بتذكريتي مباراة كرة قدم. ما احتمال أن يفوز أسامة وأيمن بهاتين التذكريتين؟

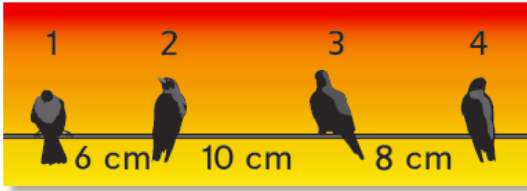
في هذا الدرس سوف نتعلم:

1- إيجاد الاحتمالات باستخدام الطول.

2- إيجاد الاحتمالات باستخدام المساحة.

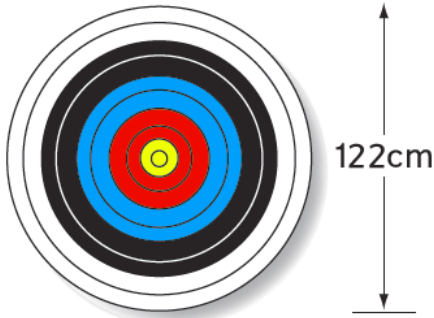
الاحتمال الذي يتضمّن قياسًا هندسيًا مثل الطول أو المساحة يسمى احتمالًا هندسيًا.

استخدام الأطوال في إيجاد الاحتمالات الهندسية

النقطة X مختارة عشوائيًا على \overline{AD} جـد احتمال وقوع كل حدث. $P(\overline{BD}$ تقع على X) $P(\overline{BC}$ تقع على X)

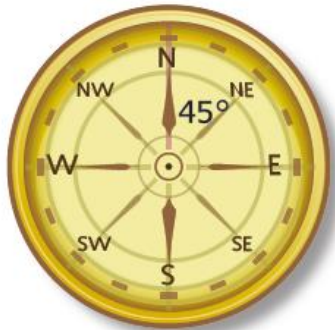
الطيور تجلس أربعة طيور على سلك الهاتف. ما احتمال نزول طائر خامس على نقطة مختارة عشوائيًا بين الطائرين 1 و 4 واستقراره عند نقطة ما بين الطائرين 3 و 4؟

من الحياة اليومية استخدام المساحة في إيجاد الاحتمالات



الرمية يستهدف الرامي هدفًا قطره 122 cm في 10 دوائر متحدة المركز تقل أقطارها بمقدار 12.2 cm كلما اقتربت من المركز. جـد احتمال أن يصيب الرامي المركز.

استخدام قياسات الزوايا في إيجاد الاحتمالات الهندسية



الملاحة فقد أحد المخيمين طريقه في الغابة، ووجه بصلته في اتجاه عشوائي. جـد احتمال أن يتوجه هذا الشخص في الاتجاه الشمالي N إلى الشمالي الشرقي NE.

الاسم:-----

9-4 المحاكاة

ورقة عمل العاشر

2- تلخيص البيانات من خلال نماذج المحاكاة.

1- تصميم نموذج المحاكاة لتقدير الاحتمال.

في هذا الدرس سوف أتعلم:

نموذج المحاكاة: هو نموذج في الرياضيات يستخدم في مطابقة ظاهرة عشوائية. المحاكاة: هي استخدام نموذج الاحتمال في إعادة تمثيل الموقف مرات ومرات لتقدير احتماليات النتائج المختلفة.

المفهوم الأساسي تصميم نموذج محاكاة

- الخطوة 1 حدد كل نتيجة محتملة واحتمالها النظري.
- الخطوة 2 اذكر أي افتراضات.
- الخطوة 3 صف نموذج الاحتمال المناسب للموقف.
- الخطوة 4 عرّف المحاولة بالنسبة إلى الموقف واذكر عدد المحاولات المفترض إجراؤها.

المفهوم الأساسي حساب قيمة التوقع

- الخطوة 1 اضرب قيمة X في احتمال حدوثها.
- الخطوة 2 كرر الخطوة 1 لجميع القيم المحتملة من X .
- الخطوة 3 جـد مجموع النتائج.

تصميم نموذج محاكاة باستخدام نموذج هندسي

الدرجات حصلت فاطمة على درجة A في 80% من الاختبارات القصيرة لمادة الأحياء في الفصل الدراسي الأول. صمم نموذج محاكاة ونفذه مستخدماً النموذج الهندسي لتقدير احتمال حصولها على الدرجة A في الاختبار القصير لمادة الأحياء في الفصل الدراسي الثاني. ثم عرض النتائج مستخدماً الملخصات العددية والبيانية المناسبة.

الصف الدراسي	نسبة التسجيلات %
التايكوندو	45%
اليوجا	30%
السباحة	15%
الملاكمة	10%

اللياقة البدنية يبين الجدول النسبة المئوية للأعضاء المشاركين في أربع حصص في نادي اللياقة البدنية. صمم نموذج محاكاة ونفذه لتقدير احتمال مشاركة عضو جديد في النادي في كل حصة. واعرش النتائج مستخدمًا الملخصات العددية والبيانية المناسبة.

حساب قيمة التوقع



- ألعاب المهرجانات** الهدف من اللعبة الموضحة هو جمع النقاط باستخدام سهم لفرقة البالونات. على فرض أن كل سهم سيصيب بالونًا.
- احسب قيمة التوقع من كل رمية.
 - صمم نموذج محاكاة لتقدير متوسط القيمة لهذه اللعبة.
 - كيف تقارن قيمة التوقع بمتوسط القيمة؟

في هذا الدرس سوف أتعلم:

1- إيجاد احتمال وقوع حدث.

2- إيجاد فرص نجاح وفشل حدث.

عندما نشك في وقوع حدث، يمكننا قياس فرص وقوعه عن طريق الاحتمال. فعلى سبيل المثال، يكون هناك 52 نتيجة ممكنة عند اختيار بطاقة عشوائيًا من مجموعة قياسية من بطاقات اللعب. وتسمى مجموعة نتائج حدث باسم الفضاء العيني. وتسمى النتيجة المرغوبة، لسحب بطاقة لعب "ملك القلوب" على سبيل المثال، نجاح. وتسمى أي نتيجة أخرى فشل. ويكون احتمال وقوع حدث ما هي نسبة عدد طرق إمكانية وقوع هذا الحدث إلى إجمالي عدد النتائج في الفضاء العيني، وهي مجموع حالات النجاح والفشل. وهناك طريقة واحدة لسحب بطاقة "ملك القلوب"، وهناك إجمالي عدد نتائج يبلغ 52 نتيجة عند اختيار بطاقة من مجموعة قياسية من بطاقات اللعب؛ إذًا احتمال اختيار ملك القلوب هو $\frac{1}{52}$.

إذا كانت إمكانية نجاح حدث بعدد s من الطرق وفشله بعدد f من الطرق، إذًا فاحتمال نجاح $P(s)$ واحتمال فشل $P(f)$ هما كما يلي:

$$P(s) = \frac{s}{s+f}$$

$$P(f) = \frac{f}{s+f}$$

الاحتمال المشروط لـ B إذا وقع A هو $P(B|A) = \frac{P(A \text{ and } B)}{P(A)}$ حيث $P(A) \neq 0$

بحث تسويقي ما احتمال اختيار أية أسرة واحدة للمشاركة في مجموعة العينة التي ستختارها شركة نيلسن ميديا للأبحاث؟

يحتوي كيس على 5 كرات زجاجية صغيرة صفراء و6 زرقاء و4 بيضاء.

a. ما احتمال أن تكون الكرة الزجاجية الصغيرة التي يتم اختيارها عشوائيًا صفراء؟

b. ما احتمال أن تكون الكرة الزجاجية الصغيرة التي يتم اختيارها عشوائيًا ليست بيضاء؟

توصلت الشركة CyberToy إلى أنه من أصل دورة إنتاج تبلغ 50 لعبة، هناك 17 لعبة معيبة. وإذا تم اختيار 5 ألعاب عشوائيًا، فما احتمال أن تكون واحدة معيبة على الأقل؟

يجب أن تختار عائشة عشوائيًا رقاقة من صندوق لتحديد السؤال الذي ستلقاه في مسابقة في مادة الرياضيات. وهناك 6 رقاقات زرقاء و4 رقاقات حمراء في هذا الصندوق. فإذا اختارت رقاقة زرقاء، فسيتعين عليها حل مسألة حساب مثلثات. وإذا كانت الرقاقة حمراء، فسيتعين عليها كتابة برهان هندسي.

a. ما احتمال سحب عائشة رقاقة حمراء؟

b. ما الفرص التي سيتعين على عائشة فيها كتابة برهان هندسي؟

تم اختيار 12 طالبًا و 16 طالبة للتأهل على نحو متساوٍ لـ 6 منح دراسية جامعية. وفي حالة الاختيار العشوائي لمن سيحصلون على هذه المنح، فما فرص أن يكون منهم 3 طلاب و 3 طالبات؟

الاسم:-----

9-6 احتمالات الأحداث المستقلة وغير المستقلة

ورقة عمل العاشر

1- إيجاد احتمالات الأحداث المستقلة وغير المستقلة. 2- إيجاد احتمالات الأحداث علمًا بوقوع أحداث أخرى.

في هذا الدرس سوف أتعلم:

يتكون الحدث المركب من حدثين بسيطين أو أكثر. ممكن أن تكون الحوادث المركبة مستقلة او غير مستقلة.

يكون الحدثان A و B مستقلان إذا كان احتمال حدوث A لا يؤثر في احتمال حدوث B.

يكون الحدثان A و B غير مستقلين إذا كان احتمال حدوث A يغير بطريقة ما احتمال حدوث B.

إذا كان A و B حدثان مستقلان: $P(A \text{ and } B) = P(A) \cdot P(B)$ إذا كان A و B حدثان غير مستقلين: $P(A \text{ and } B) = P(A) \cdot P(B|A)$ يقرأ الترميز $P(B|A)$: احتمال حدوث B علمًا بوقوع الحدث A بالفعل. وهذا يسمى الاحتمال المشروط.الاحتمال المشروط لـ B إذا وقع A هو $P(B|A) = \frac{P(A \text{ and } B)}{P(A)}$ حيث $P(A) \neq 0$

تحديد الأحداث المستقلة وغير المستقلة

حدد ما إذا كانت الأحداث مستقلة أو غير مستقلة. فسر.

أدى عبد الرحمن اختبار SAT يوم السبت وحصل على 1350 درجة. وأدى اختبار ACT في الأسبوع التالي وحصل على 23 درجة.

وصل فريق كرة السلة الذي تلعب له نبيلة إلى الدور النهائي لأربعة فرق. وإذا فازوا فسيلعبون مباراة البطولة.

من الحياة اليومية احتمال وقوع الأحداث المستقلة

أوراق اللعب: اختيرت بطاقة عشوائيًا من مجموعة أوراق اللعب وعددها 52 بطاقة. وتمت إعادة تلك البطاقة واختيار بطاقة أخرى. ما احتمال اختيار البطاقتين الموضحتين على اليسار؟



احتمال وقوع الأحداث غير المستقلة

النقل: يستقل عبد الرحيم الحافلة بعد العمل. وتتكلف رحلته إلى المنزل 0.50 AED. إذا كان لديه في جيبه 3 عملات معدنية من فئة 25 فلسًا و5 عملات معدنية من فئة 10 فلوس وعملتان من فئة 5 فلس، فأوجد احتمال أن يأخذ عشوائيًا عملتين من فئة 25 فلوس بشكل متتالي. على فرض أن فرصة حدوث الحدثين متساوية.

الاحتمال المشروط

إجابة شبكية: يلعب 10 أصدقاء لعبة الكرة الخادعة كل يوم سبت في متنزه محلي. لاختيار الفرق، يسحبون عشوائيًا بطاقات مرقمة بأعداد صحيحة متعاقبة من 1 إلى 10، ينضم اللاعبون الذين يسحبون الأعداد الفردية إلى الفريق A، والذين يسحبون الأعداد الزوجية إلى الفريق B. ما احتمال أن يسحب لاعب في الفريق B البطاقة رقم 10؟

الاسم:-----

9-7 احتمالات الأحداث المنفصلة

ورقة عمل العاشر

2- إيجاد احتمالات المتممات.

1- إيجاد احتمالات الأحداث المنفصلة والغير منفصلة.

في هذا الدرس سوف نتعلم:

عند إيجاد احتمال وقوع حدث أو وقوع حدث آخر، يجب أن تعرف العلاقة بين الحدثين. فإذا لم يكن وقوع الحدثين ممكنًا في الوقت نفسه يقال إنهما منفصلان أي أنه لا توجد نواتج ممكنة بينهما.

إذا كان A ، B حدثان منفصلان: $P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B)$

إذا كان A ، B حدثان غير منفصلين: $P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$

$P(A \text{ ليس}) = 1 - P(A)$

عناصر الحدث المتمم لـ A تتكون من جميع نواتج فضاء العينة الغير موجودة في الحدث A .

الكلمات الرئيسية الدالة على الاحتمال: و ← أحداث مستقلة أو غير مستقلة.

أو ← أحداث منفصلة أو غير منفصلة.

ليس ← أحداث متممة.

من الحياة اليومية التعرف على الأحداث المنفصلة

حدد ما إذا كانت الأحداث منفصلة أو غير منفصلة. وشرح استنتاجك.

سحب بطاقة من مجموعة أوراق اللعب والحصول على ولد أو سباتي.



رعاية قطة أو حصان.

من الحياة اليومية التعرف على الأحداث المنفصلة

الوظائف: هيام هي موظفة الشهر المثالية. وجائزتها هي الاختيار عشوائيًا من بين 4 بطاقات هدايا و6 أقذاح قهوة و7 أسطوانات DVD و10 أسطوانات مضغوطة و3 سلال هدايا. ما احتمال أن تحصل على بطاقة هدايا أو قذاح قهوة أو أسطوانة مضغوطة؟

النوادي: وفقاً للجدول، ما احتمال أن يكون الطالب في النادي في السنة قبل الأخيرة أو في فريق المناظرة؟

السنة الأخيرة	السنة قبل الأخيرة	السنة الأولى	النادي
8	14	12	التطوعي
3	6	2	المناظرة
5	4	7	الرياضيات
13	15	11	الفرنسية

الأحداث المتممة

حدد احتمال وقوع كل حدث:

إذا كانت فرصة إسقاط الكرات في لعبة البولينج هي 2 من 10، فما احتمال أن تفوت الضربة؟

إذا كانت فرصة الإقامة في مهجع بعينه هي 75%. فما احتمال الإقامة في مهجع آخر؟

من الحياة اليومية التعرف على قواعد الاحتمالات واستخدامها

حفل التخرج: في صف خالد للطلاب في السنة الأخيرة الذي يضم 100 طالب. حضر 91 طالباً حفل تخرج الدفعة. إذا تم اختيار طالبين عشوائياً من الصف بأكمله. فما احتمال عدم حضور واحد على الأقل منهم حفل التخرج؟