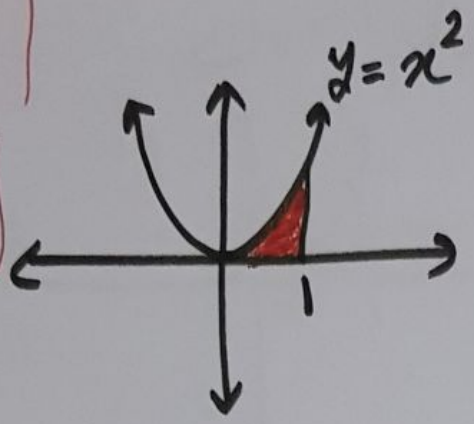
مراجعة درس الحجوم



اوجد الحجم الناتج من دوران المنطقة في الحالات التالية

1) حول المحور x (لا يوجد مجسم)

$$V = \pi \int_0^1 (x^2)^2 \, dx$$

$$= \pi \left[\frac{x^5}{5} \right]_0^1 = \frac{\pi}{5} \text{ unit}^3$$

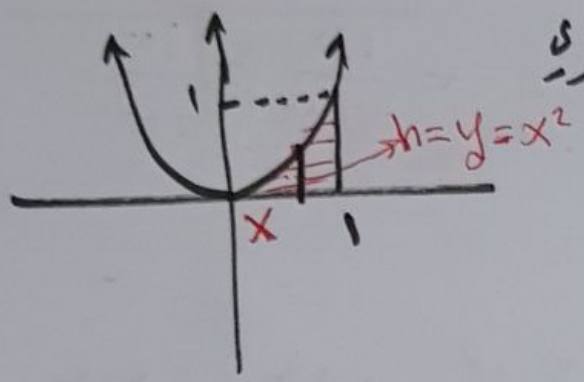
هنا استخدمنا $V = \pi \int_a^2 f^2(x) \, dx$

2) حول المحور y : يوجد مجسم

مراجعة درس الحجوم

هنا استخدام الاقراص اسهل

نرسم مستقيم يوازي محور الدوران داخل المنطقة



$r = x \quad , \quad h = x^2$

$$V = 2\pi \int_0^1 x \cdot x^2 \, dx$$

$$= 2\pi \int_0^1 x^3 dx = 2\pi \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^1$$

$$= \frac{\pi}{2} \text{ unit}^3$$

طريقة اخرى :

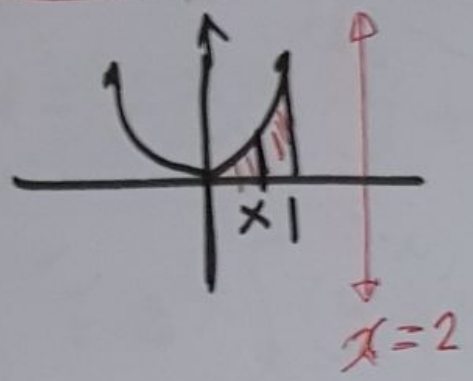
$$V = \pi \int_0^1 r^2 dy -$$

$$\pi \int_0^1 (\sqrt{y})^2 dy = \pi - \pi \frac{y^2}{2} \Big]_0^1$$

$$= \pi - \pi/2 = \frac{\pi}{2}$$

مراجعة درس الحجوم

$\boxed{3}$ حول $x=2$



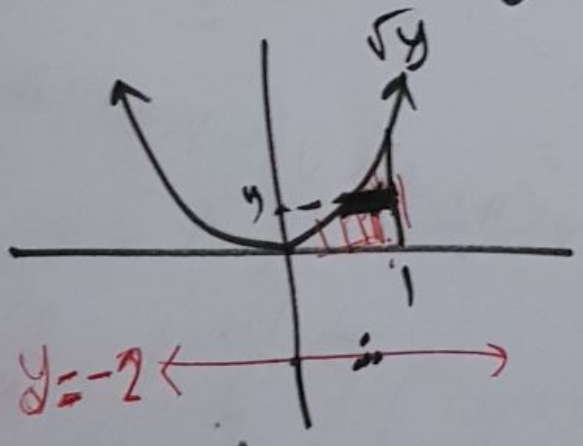
بالاصدار

$r = 2 - x \quad , \quad h = x^2$

$V = 2\pi \int_0^1 (2-x) \cdot x^2 \, dx$

$= \quad$ الكتابة ...

$\boxed{4}$ حول $y=-2$



$r = y + 2 \quad , \quad h = 1 - \sqrt{y}$

الحل :

$$V = 2\pi \int_0^1 (y+2)(1-\sqrt{y})\,dy$$

$$= 2\pi \int_0^1 (y - y\sqrt{y} + 2 - 2\sqrt{y})\,dy$$

$$= 2\pi \int_0^1 (y - y^{3/2} - 2y^{1/2} + 2)\,dy$$

$$= 2\pi \left[\frac{y^2}{2} - \frac{2}{5}y^{5/2} - 2\cdot\frac{2}{3}y^{3/2} + 2y \right]_0^1$$

$$= 2\pi \left[\frac{1}{2} - \frac{2}{5} - \frac{4}{3} + 2 \right]$$

$$= 2\pi [\quad] = \frac{23}{15}\pi$$

الحلقات :

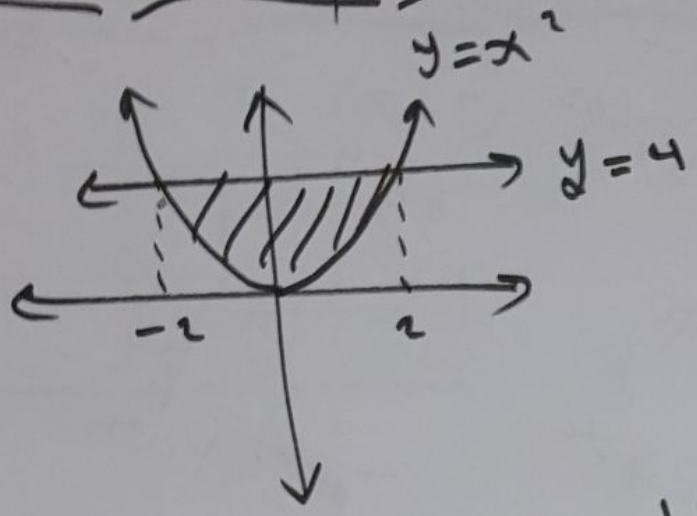
$$V = \pi \int_0^1 (x^2+2)^2 - \pi \int_0^1 (2)^2\,dx$$

$$V = \pi \int (x^4 + 4x^2 + 4)\,dx - \pi \int_0^1 4\,dx$$

$$\pi \left[\frac{x^5}{5} + 4\frac{x^3}{3} + 4x \right]_0^1 - 4\pi$$

$$\pi \left[\frac{1}{5} + \frac{4}{3} + 4 \right] \cancel{- 4\pi} = \frac{23}{15}\pi$$

الحجوم



1 حول المحور x

الحجم

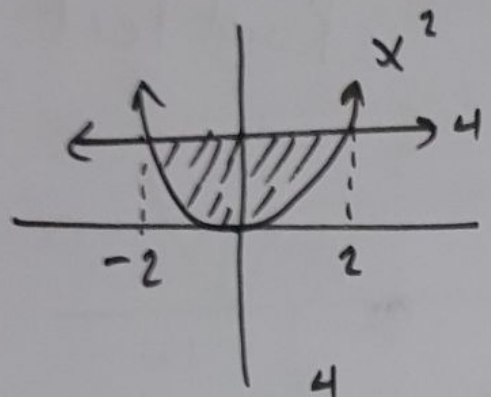
$$V = \pi \int_{-2}^{2} (4)^2 dx - \pi \int_{-2}^{2} (x^2)^2 dx$$

$$= \pi \int_{-2}^{2} (16 - x^2)\, dx$$

$$= \pi \left(16x - \frac{x^5}{5}\right)\Big]_{-2}^{2}$$

$$= \frac{256\pi}{5}$$ وحدة حجم

$\boxed{2}$ حول المحور y $(x=0)$



$x = \pm\sqrt{y}$

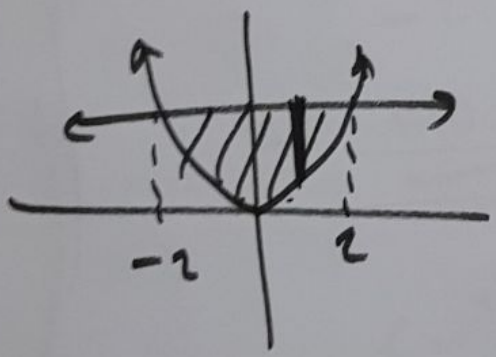
نأخذ $x = \sqrt{y}$

$$V = \pi \int_0^4 (\sqrt{y})^2 \, dy$$

$$= \pi \int_0^4 y \, dy = \pi \left. \frac{y^2}{2} \right]_0^4$$

$$= 8\pi$$

$\boxed{3}$ حول $x=2$



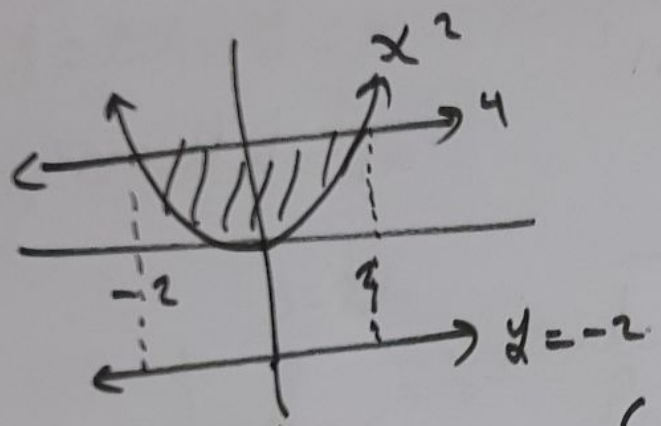
الاصبعان

$r = 2-x$ $\quad h = 4-x^2$

$$V = 2\pi \int_{-2}^{2} (2-x)(4-x^2) \, dx$$

$$= \frac{128\pi}{3}$$

4 حول $y=-2$



الحل

$$V=\pi\int_{-2}^{2}(4+2)^2dx-\int_{-2}^{2}(x^2+2)^2dx$$

$$=\pi\int_{-2}^{2}36\,dx-\pi\int(x^2+2)^2dx$$

$$=\frac{1408\pi}{15}$$

مع تمنياتي للجميع

بالتفوق

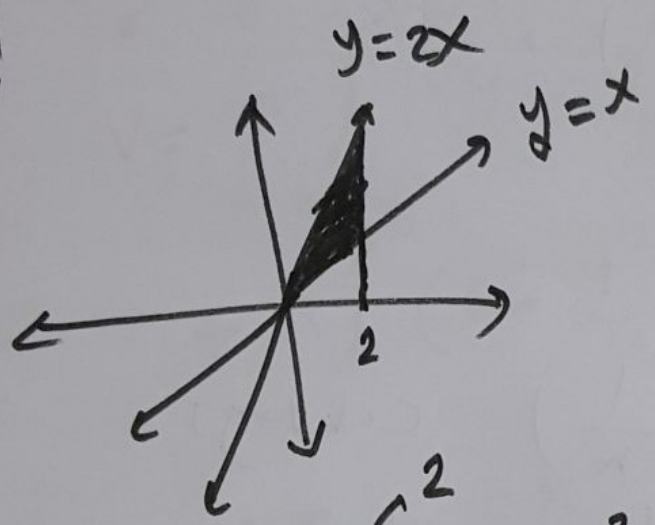
اوجد الحجم الناتج من دوران المنطقة المحدودة بالدوال

$y=2x,\ y=x$

$x=2$

حول كل من

المحور x $\boxed{1}$

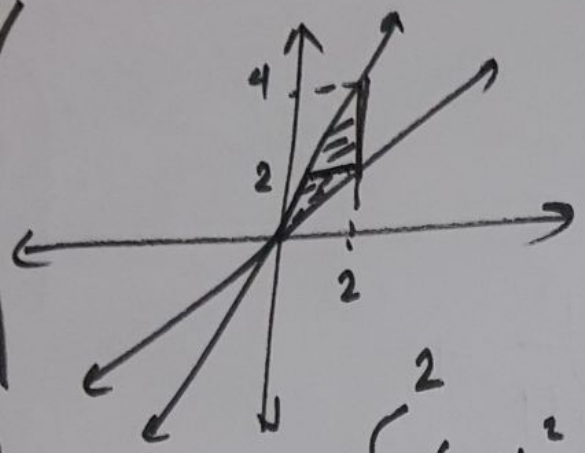


$$V=\pi\int_0^2 (2x)^2\,dx-\pi\int_0^2 x^2$$

$$=8\pi$$

أ. يحيى علي

$\boxed{2}$ حول محور y



$x = y$

$x = \frac{y}{2}$

$$V = \pi \int_0^2 \left(y^2 - \frac{y^2}{4} \right) dy$$

$$+ \pi \int_2^4 \left(4 - \frac{y^2}{4} \right) dy$$

$$= 2\pi + \frac{10\pi}{3} = \frac{16\pi}{3}$$

$\boxed{3}$ حول $x = -1$

بالاصدار

$r = x + 1$

$h = 2x - x = x$

$$V = 2\pi \int_0^2 (x+1)(x)\,dx = 2\pi \left[\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} \right]_0^2$$

$$= 2\pi \left(\frac{8}{3} + 2 \right) = \frac{28\pi}{3}$$