(المتطابقات والمعادلات المثلثية)

المتطابقات المثلثية			
$\sin\theta(1+\cot^2\theta) = \cdots$			(1
$a)\ \sin\theta$	$b)\ \cos\theta$	$c)\ \sec\theta$	$d)\ \csc\theta$
$\cos\theta(1+\tan^2\theta) =$.....			(2
$a)\ \sin\theta$	$b)\ \cos\theta$	$c)\ \sec\theta$	$d)\ \csc\theta$
$\sec\theta\tan^2\theta + \sec\theta =$.....			(3
$a)\ \sin^3\theta$	$b)\ \cos^3\theta$	$c)\ \sec^3\theta$	$d)\ \csc^3\theta$
$\csc\theta\cot^2\theta + \csc\theta =$.....			(4
$a)\ \sin^3\theta$	$b)\ \cos^3\theta$	$c)\ \sec^3\theta$	$\csc^3\theta$
$\csc^2\theta - \cot^2\theta =$.....			(5
$a)\ 1$	$b)\ -1$	$c)\ 2\sin^2\theta$	$d)\ 2\cos^2\theta$
$\sec^2\theta - \tan^2\theta =$.....			(6
$a)\ 1$	$b)\ -1$	$c)\ 2\sin^2\theta$	$d)\ 2\cos^2\theta$
$(1+\sin\theta)(1-\sin\theta) =$.....			(7
$a)\ \sec^2\theta$	$b)\ \csc^2\theta$	$c)\ \sin^2\theta$	$d)\ \cos^2\theta$
$(1+\cos\theta)(1-\cos\theta) =$.....			(8
$a)\ \sec^2\theta$	$b)\ \csc^2\theta$	$c)\ \sin^2\theta$	$d)\ \cos^2\theta$
$2-2\sin^2\theta =$.....			(9
$a)\ 2$	$b)\ -2$	$c)\ 2\sin^2\theta$	$d)\ 2\cos^2\theta$
$2-2\cos^2\theta =$.....			(10
$a)\ 2$	$b)\ -2$	$c)\ 2\sin^2\theta$	$d)\ 2\cos^2\theta$

المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين والفرق بينهما

$\sin 15^\circ = \ldots\ldots$ (1			
$a)\ \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	$b)\ \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$	$c)\ \frac{1}{3}$	$d)\ 3$
$\cos 105^\circ = \ldots\ldots$ (2			
$a)\ \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	$b)\ \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$	$c)\ \frac{1}{3}$	$d)\ 3$
$\tan 75^\circ = \ldots\ldots$ (3			
$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$	$2-\sqrt{3}$	$2+\sqrt{3}$
$\tan 195^\circ = \ldots\ldots$ (4			
$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$	$2-\sqrt{3}$	$2+\sqrt{3}$
$\sin(-30^\circ) = \ldots\ldots$ (5			
$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\sin(90^\circ - \theta) = \ldots\ldots$ (6			
$\sin\theta$	$\cos\theta$	$-\sin\theta$	$-\cos\theta$
$\cos(180^\circ - \theta) = \ldots\ldots$ (7			
$\sin\theta$	$\cos\theta$	$-\sin\theta$	$-\cos\theta$
$\tan(\pi - \theta) = \ldots\ldots$ (8			
$\tan\theta$	$\sec\theta$	$-\tan\theta$	$-\sec\theta$
$\cos(270^\circ - \theta) = \ldots\ldots$ (9			
$\sin\theta$	$\cos\theta$	$-\sin\theta$	$-\cos\theta$
$\sin(-\theta) = \ldots\ldots$ (10			
$\sin\theta$	$\cos\theta$	$-\sin\theta$	$-\cos\theta$

المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية ونصفها

1) إذا كان : $\sin\theta = \frac{3}{5}$ حيث $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ فإن : $\sin 2\theta = \ldots\ldots$			
$\frac{-24}{7}$	$\frac{-7}{24}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{-24}{25}$
2) إذا كان : $\sin\theta = \frac{3}{5}$ حيث $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ فإن : $\cos 2\theta = \ldots\ldots$			
$\frac{-24}{7}$	$\frac{-7}{24}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{-24}{25}$
3) إذا كان : $\sin\theta = \frac{3}{5}$ حيث $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ فإن : $\tan 2\theta = \ldots\ldots$			
$\frac{-24}{7}$	$\frac{-7}{24}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{-24}{25}$
4) إذا كان : $\sin\theta = \frac{3}{5}$ حيث $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ فإن : $\sin\frac{\theta}{2} = \ldots\ldots$			
3	$\frac{1}{3}$	$\frac{\sqrt{10}}{10}$	$\frac{3\sqrt{10}}{10}$
5) إذا كان : $\sin\theta = \frac{3}{5}$ حيث $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ فإن : $\cos\frac{\theta}{2} = \ldots\ldots$			
3	$\frac{1}{3}$	$\frac{\sqrt{10}}{10}$	$\frac{3\sqrt{10}}{10}$
6) إذا كان : $\sin\theta = \frac{3}{5}$ حيث $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ فإن : $\tan\frac{\theta}{2} = \ldots\ldots$			
3	$\frac{1}{3}$	$\frac{\sqrt{10}}{10}$	$\frac{3\sqrt{10}}{10}$
7) $\sin 15^\circ = \ldots\ldots$			
$\frac{2+\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$
8) $\cos\frac{\pi}{8} = \ldots\ldots$			
$\sqrt{3+\sqrt{2}}$	$\sqrt{3-\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$	$\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$
9) $\tan\frac{45^\circ}{2} = \ldots\ldots$			
$\sqrt{3+\sqrt{2}}$	$\sqrt{3-\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$	$\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$
10) $\cos 120^\circ = \ldots\ldots$			
$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

حل المعادلات المثلثية

1) إذا كان : $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ حيث $0 < \theta < 2\pi$ فإن : $\theta =$.....			
150° أو 30°	225° أو 135°	240° أو 60°	120° أو 60°
2) إذا كان : $\cos\theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ حيث $0 < \theta < 2\pi$ فإن : $\theta =$.....			
150° أو 30°	120° أو 60°	240° أو 60°	225° أو 135°
3) إذا كان : $\tan\theta = \sqrt{3}$ حيث $0 < \theta < 2\pi$ فإن : $\theta =$.....			
150° أو 30°	120° أو 60°	225° أو 135°	240° أو 60°
4) إذا كان : $2\sin\theta - 1 = 0$ حيث $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ فإن : $\theta =$.....			
120°	135°	240°	30°
5) إذا كان : $2\cos\theta + 1 = 0$ حيث $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ فإن : $\theta =$.....			
120°	135°	30°	240°
6) إذا كان : $\tan\theta + 1 = 0$ حيث $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ فإن : $\theta =$.....			
120°	30°	240°	135°
7) إذا كان : $2\sin^2\theta - \sin\theta = 0$ حيث $0 < \theta < 2\pi$ فإن : $\theta =$.....			
300° أو 180° أو 60°	27 أو 150° أو 90° أو 30°	270° أو 90° أو 60°	180° أو 150° أو 30°
8) إذا كان : $2\cos^2\theta - \cos\theta = 0$ حيث $0 < \theta < 2\pi$ فإن : $\theta =$.....			
300° أو 180° أو 60°	27 أو 150° أو 90° أو 30°	180° أو 150° أو 30°	270° أو 90° أو 60°
9) إذا كان : $\sin 2\theta = \cos\theta$ حيث $0 < \theta < 2\pi$ فإن : $\theta =$.....			
300° أو 180° أو 60°	180° أو 150° أو 30°	270° أو 90° أو 60°	2 أو 150° أو 90° أو 30°
10) إذا كان : $\sin 2\theta = \sin\theta$ حيث $0 < \theta < 2\pi$ فإن : $\theta =$.....			
270° أو 150° أو 90° أو 30°	180° أو 150° أو 30°	270° أو 90° أو 60°	300° أو 180° أو 60°

النسب المثلثية

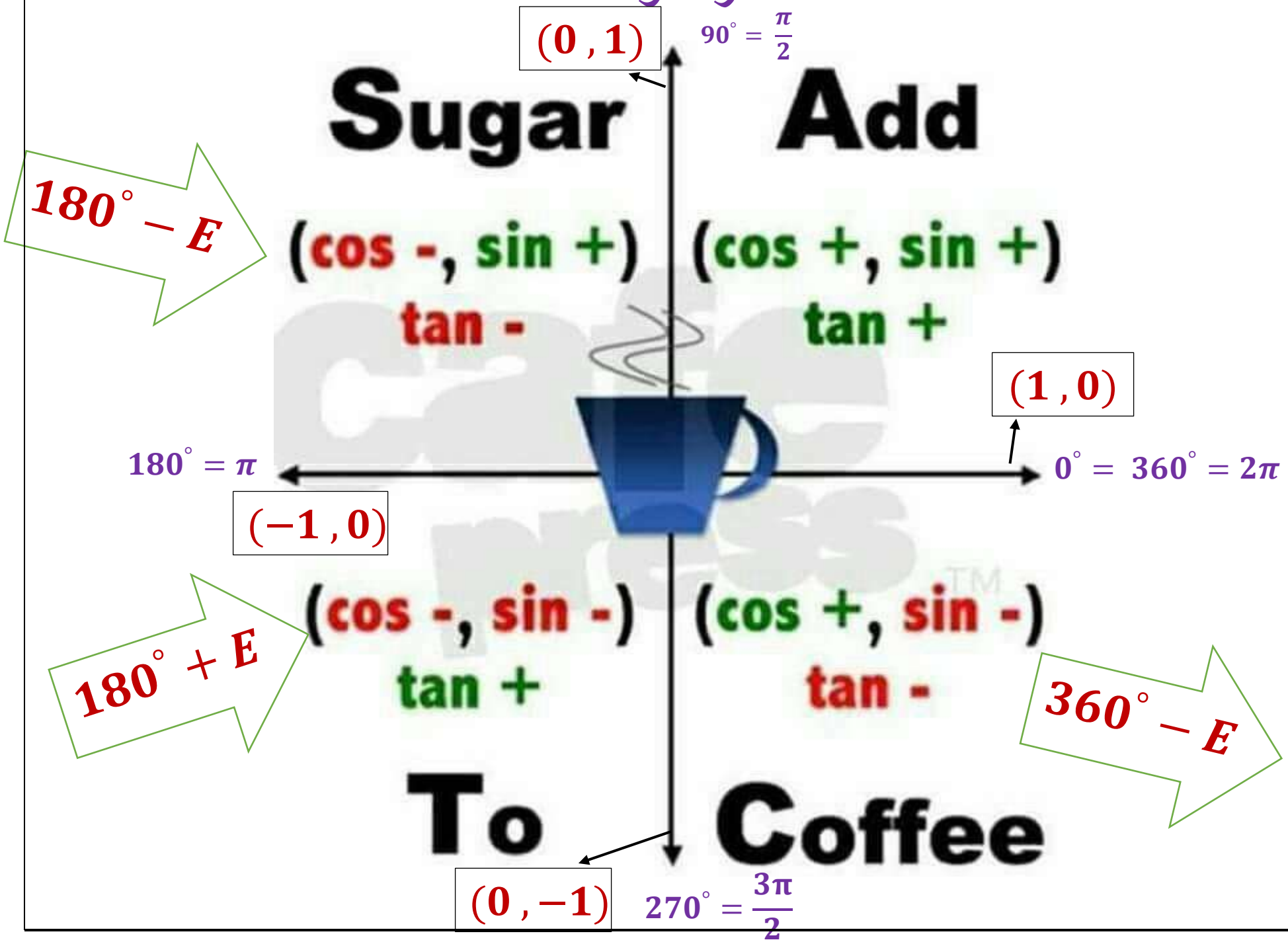
$Sin\theta$, $Cos\theta$, $Tan\theta$, $Csc\theta$, $Sec\theta$, $Cot\theta$

المتطابقات المثلثية الأساسية (للحفظ)

$Sin\theta \,.\, Csc\theta = 1$	$Tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$	$Sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right) = Cos\theta$ $Sin(90^\circ - \theta) = Cos\theta$
$Cos\theta \,.\, Sec\theta = 1$	$Cot\theta = \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}$	$Cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right) = Sin\theta$
$Tan\theta \,.\, Cot\theta = 1$	$Sec\theta = \dfrac{1}{\cos\theta}$	$Tan\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right) = Cot\theta$
$Sin^2\theta + Cos^2\theta = 1$	$Csc\theta = \dfrac{1}{\sin\theta}$	$Sec\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right) = Csc\theta$
$Sin^2\theta = 1 - Cos^2\theta$		

$Cos^2\theta = 1 - Sin^2\theta$	$Sin(-\theta) = -Sin\theta$	**الزوايا الخاصة**
$Tan^2\theta + 1 = Sec^2\theta$	$Cos(-\theta) = Cos\theta$	$30^\circ , 45^\circ , 60^\circ$
$Cot^2\theta + 1 = Csc^2\theta$	$Tan(-\theta) = -Tan\theta$	للتحويل الى راديان $30^\circ = \frac{30^\circ \times \pi}{180^\circ}$

دائـرة الوحـدة



المتطابقات المثلثية الأساسية

مفهوم أساسي — **متطابقات المجموع والفرق**

متطابقات المجموع

- $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$
- $\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$
- $\tan(A+B) = \dfrac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$

متطابقات الفرق

- $\sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$
- $\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$
- $\tan(A-B) = \dfrac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$

مفهوم أساسي — **المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية**

المتطابقات الآتية صحيحة لقيم θ جميعها:

$$\sin 2\theta = 2 \sin\theta \cos\theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$
$$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$$
$$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$$

مفهوم أساسي — **المتطابقات المثلثية لنصف الزاوية**

المتطابقات الآتية صحيحة لقيم θ جميعها:

$$\sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}} \qquad \cos\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}} \qquad \tan\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}},\ \cos\theta \neq -1$$