# الرياضيات المتقدمة

# للصف الثانى عشر المتقدم

## الفصل الدراسي الثالث

## المراجعة للوحدتين

## السادسة والسابعة

## للإستعداد للإختبار عن بعد يوم

## 28/6/2020

$$\int x \sec^2 x \, dx = uv - \int v \, du$$

$$\int \csc^3 x \cot^3 x \, dx =$$

ملاحظة :- يتكون هذا الورق اختيار من متعدد فقط

التوفيق من الله لأبنائنا الطلبة

مبروك النجاح مقدماً

السؤال الأول :- لكل فقرة أربع إجابات ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة :- ( الوحدة السابعة أولاً)

1) $\int \frac{-3}{|x|\sqrt{x^2-1}}dx =$

$a)\ \frac{1}{3}\cos^{-1}x + c$ $\quad b)\ 3\sec^{-1}x + c$

$c)\ 3\sin^{-1}x + c$ $\quad d)\ 3\csc^{-1}x + c$

الشرح :-

2) قيمة التكامل غير المحدود $\int \frac{x}{1+x^2}dx =$

$a)\ \tan^{-1}x + c$ $\quad b)\ \frac{1}{2}\ln(1+x^2)+c$

$c)\ 2\ln(1+x^2)+c$ $\quad d)\ \ln(1+x^2)+c$

الشرح :-

3) $\int (\frac{3}{2x} - e^{-3x} + \cos x)dx =$

$a)\ \frac{3}{2}\ln|x| + \frac{1}{3}e^{-3x} + \sin x + c$ $\quad b)\ \frac{2}{3}\ln|x| + \frac{1}{3}e^{-3x} - \sin x + c$

$c)\ \frac{3}{2}\ln|x| + 3e^{-3x} + \sin x + c$ $\quad d)\ \frac{3}{2}\ln|x| - \frac{1}{3}e^{-3x} + \sin x + c$

الشرح:-

4) إذا كانت $f(x)=\cot x$ فإن $\int f''(x)dx =$

a) $\tan x + c$ b) $\sec^2 x + c$

c) $-\csc^2 x + c$ d) $-\csc x \cdot \cot x + c$

الشرح:- $\int f''(x)dx = f'(x) + c$

ثم نشتق الدالة ونحصل على الناتج

5) الكسور الجزئية عند تفكيك الكسر $\dfrac{2x^2-5x+2}{x^3+x} =$

a) $\dfrac{2}{x}+\dfrac{5}{x^2+1}$ b) $\dfrac{2}{x}-\dfrac{5}{x^2+1}$

c) $\dfrac{5}{x}+\dfrac{2}{x^2+1}$ d) $\dfrac{2}{x}-\dfrac{3}{x^2+1}$

$$\frac{2x^2-5x+2}{x^3+x}=\frac{A}{x}+\frac{Bx+c}{x^2+1}$$

نستخدم طريقة المطابقة ونجد قيم الثوابت $A=2 \quad ,B=0 \quad ,c=-5$

6) $\int x\ln(4+x^2)dx =$

a) $\dfrac{1}{2}(4+x^2)\left[\ln(4+x^2)+1\right]+c$ c) $\dfrac{1}{2}(x^2+4)\left[\ln(4+x^2)-1\right]+c$

b) $\dfrac{1}{2}(x^2)\left[\ln(4+x^2)+1\right]+c$ d) $\dfrac{1}{2}\left[\ln(4+x^2)-1\right]+c$

الشرح :-

$u=4+x^2 \quad \rightarrow dx=\dfrac{du}{2x}$

$\int \cancel{x}\ln u \dfrac{du}{2\cancel{x}}$

ثم نستخدم التكامل بالأجزاء

7) حل المعادلة التفاضلية $y' = -2y$ والتي تحقق الشرط $y(0) = -6$ هي :-

$a)\ \ y = 6e^{-2t}$    $b)\ \ y = 2e^{-6t}$

$c)\ \ y = -6e^{2t}$    $d)\ \ y = -6e^{-2t}$

الشرح :-

$y'(t) = k\,y(t) \quad \rightarrow k = -2$

$y(t) = Ae^{kt}$ نعوض في الشرط الأبتدائي ونحصل على قيمة $A = -6$

---

8) $\int \tan^5 x \cdot \sec^4 x dx$

$a)\ \ \frac{1}{8}\tan^8 x + \frac{1}{6}\tan^6 x + c$    $c)\ \ \frac{1}{6}\tan^6 x - \frac{1}{5}\tan^5 x + c$

$b)\ \ \frac{1}{11}\tan^{11} x + \frac{1}{26}\tan^{26} x + c$    $d)\ \ \frac{1}{6}\tan^6 x + c$

الشرح :-

$u = \tan x \quad \rightarrow dx = \frac{du}{\sec^2 x}$

$\sec^2 x = \tan^2 x + 1$

---

9) أكتب الناتج مباشرةً لهذا التكامل $\int 3x^2\sqrt{1+x^3}dx$ بدون استخدام طريقة ( الفرض ) .

المشتقة موجودة ؟ ولذلك نجري عملية التكامل مباشرة

$$\int 3x^2\sqrt{1+x^3}dx = \frac{2}{3}(1+x^3)^{\frac{3}{2}} + c$$

(10 $\int x \csc^2 x \, dx$

a) $x \cot x - \ln|\cos x| + c$     c) $x \cot x - \ln|\sin x| + c$

b) $-x \cot x + \ln|\sin x| + c$     d) $-x \cot x - \ln|\cos x| + c$

الشرح :- التكامل بالأجزاء

$\int x \csc^2 x \, dx = uv - \int v du$

$u = x \qquad dv = \csc^2 x$

$du = dx \qquad v = -\cot x$

(11 الدالة الأصلية للتكامل $\int \frac{\cos x}{\sin x - 2} dx$ هي :-

a) $\ln(\sin x - 2) + c$     b) $\ln(\sin x + 2) + c$

c) $\ln \sin(x - 2) + c$     d) $\ln(2 - \sin x) + c$

الشرح :-

(12 $\int \tan^2(3x) dx =$

a) $\frac{1}{3}\tan(3x) + x + c$     b) $\frac{1}{3}\tan(3x) - x + c$

c) $\frac{1}{3}\sec^2(3x) + x + c$     d) $\frac{1}{3}\sec^2(3x) - x + c$

الشرح :-

$\int \tan^2(3x) dx = \int (\sec^2 3x - 1) dx$

(13 $\int 2x \cos x^2 dx =$

$a) -\cos x^2 + c$ $\quad$ $b) x \cos x^2 + c$

$c) -x \sin x^2 + c$ $\quad$ $d) \sin x^2 + c$

**الشرح :-** هنا التكامل بالتعويض لأن الزاوية ليست من الدرجة الأولى

$$u = x^2 \rightarrow dx = \frac{du}{2x}$$

$$\int 2x \cos x^2 dx = \int \cos u \, du$$

---

(14 $\int \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} dx =$

$a) 2\sqrt{\cos x} + c$ $\quad$ $b) 2\sqrt{\cos x + 1} + c$

$c) \sqrt{x} \sin x + c$ $\quad$ $d) 2\sqrt{\sin x} + c$

**الشرح :-**

---

(15 $\int \sin^2 x \cos x dx =$

$a) \frac{1}{3}\sin^3 x + c$ $\quad$ $b) 2\cos^2 x + c$

$c) \frac{1}{3}\cos^3 x + c$ $\quad$ $d) 2\sin^2 x + c$

**الشرح :-** إنتبه !

هنا نفرض النسبة المثلثية ( التي أسها زوجي )

$$u = \sin x \rightarrow dx = \frac{du}{\cos x}$$

$$\int u^2 du = ...$$

16) عند تفكيك الكسر $\frac{x-5}{x^2-1}$ الى كسور جزئية مكافئة يكون :-

$a)\ \frac{2}{x-1}+\frac{3}{x+1}$ $\quad b)\ \frac{2}{x-1}-\frac{3}{x+1}$

$c)\ \frac{-2}{x-1}+\frac{3}{x+1}$ $\quad d)\ \frac{-4}{x-1}+\frac{1}{x+1}$

الشرح :- واضح

17) $\int \frac{4}{\sqrt{4-x^2}}dx =$

$a)\ \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{x}{2}+c$ $\quad b)\ 4\tan^{-1}\frac{x}{2}+c$

$c)\ \frac{1}{4}\sin^{-1}\frac{x}{2}+c$ $\quad d)\ 4\sin^{-1}\frac{x}{2}+c$

الشرح :-

$$\int \frac{4}{2\sqrt{1-(\frac{x}{2})^2}}dx =$$

18) حل المعادلة التفاضلية $y'=y-50,\quad y(0)=70$

$a)\ y(t)=20e^t-50$ $\quad b)\ y(t)=70e^t+50$

$c)\ y(t)=20e^t+50$ $\quad d)\ y(t)=20e^t+70$

19) $\int \tan(3x+1)\sec(3x+1)\,dx$

$a)\ 3\sec(3x+1)+c$ $\quad c)\ \frac{1}{3}\sec(3x+1)+c$

$b)\ \frac{1}{3}\tan x+c$ $\quad d)\ 3(\tan(3x+1)+c$

**الشرح :-** ممكن تفرض ؟ وممكن تحله بشكل مباشر

---

20) $\int \csc^2 x.\cot^3 x\ dx =$

$a)\ -\frac{\cot^4 x}{4}+c$ $\quad c)\ \frac{\csc^3 x}{3}+c$

$b)\ \frac{\cot^4 x}{4}+c$ $\quad d)\ \frac{-\csc^3 x}{3}+c$

**الشرح :-** في مثل هذه الأسس نفرض

النسبة المثلثة التي أسها فردي

$u=\cot x \quad \rightarrow \quad dx=\frac{du}{-\csc^2 x}$

$-\int u^3 du =$

---

21) $\int \csc^3 x\ \cot^3 x\ dx$

$a)\ \frac{\csc^3 x}{3}-\frac{\csc^5 x}{5}+c$ $\quad c)\ \frac{\cot^3 x}{3}+\frac{\cot^5 x}{5}+c$

$b)\ \frac{\csc^3 x}{3}+\frac{\csc^5 x}{5}+c$ $\quad d)\ \frac{\cot^3 x}{3}-\frac{\cot^5 x}{5}+c$

هنا

$u=\csc x \quad \rightarrow \quad dx=\frac{du}{-\csc x\ \cot x}$

$\int u^2(1-u^2)du$

(22 $\int \frac{\sqrt{x}}{x+2}dx =$

$a)\ 2(\sqrt{x}+2\tan^{-1}\sqrt{x})+c$ $\quad c)\ 2(\sqrt{x}-2\tan^{-1}\sqrt{x})+c$

$b)\ 2(\sqrt{x}-\sqrt{2}\tan^{-1}(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2}})+c$ $\quad d)\ 2(\sqrt{x}-2\tan^{-1}\frac{\sqrt{x}}{2})+c$

(23 $\int \tan^5 x.\frac{1}{\sin^2 x}dx =$

$a)\ \int(\tan^5 x.\sec^2 x)dx$ $\quad c)\ \int(\tan^2 x+\csc^5 x)dx$

$b)\ \int(\tan^3 x+\tan^5 x)dx$ $\quad d)\ \int(\tan^3 x-\tan^5 x)dx$

**الشرح :-**

(24 $\int \frac{\sin x.\cos x}{1-\cos x}dx =$

$a)\ \cos x-2+\ln|1-\cos x|+c$ $\quad c)\ \cos x+\ln|\cos x-1|+c$

$b)\ \cos x+1-\ln|1-\cos x|+c$ $\quad d)\ \cos x-1+\ln|1-\cos x|+c$

**الشرح :-**

$u=1-\cos x$

25) $\int x^3 e^{2x} dx =$

$a)\ \frac{x^4}{4} \times \frac{1}{2} e^{2x} + c$ $\qquad c)\ \frac{1}{2} e^{2x} + c$

$b)\ \frac{x^3}{2} e^{2x} - \frac{3}{4} x^2 e^{2x} + \frac{3}{4} x e^{2x} - \frac{3}{8} e^{2x} + c$

$d)\ \frac{x^3}{2} e^{2x} + \frac{3}{4} x^2 e^{2x} + \frac{3}{4} x e^{2x} + \frac{3}{8} e^{2x} + c$

الشرح :-

---

26) على فرض أن مستنبت بكتيري يحتوي على 400 خليه في البداية . وبعد ساعة واحدة يتضاعف عدد أفراد المجتمع الى 800 . فإن معادلة المجتمع في أ ي زمن $t$ تكون :-

$a)\ y(t) = 800 e^{t \ln 2}$ $\qquad c)\ y(t) = 400 e^{t \ln(\frac{1}{2})}$

$b)\ y(t) = 400 e^{t \ln 2}$ $\qquad d)\ y(t) = 800 e^{t \ln(\frac{1}{2})}$

$y(0) = 400$

$y(1) = 800$

$y(t) = A e^{kt}$ .

---

27) إن فترة نصف العمر للمورفين في دماء الإنسان هو 3 ساعات . إذا كان في البداية هناك $0.4 mg$ مورفين في مجرى الدم . فإن معادلة الكمية الموجودة في مجرى الدم في أي زمن $t$ .

$a)\ y(t) = 0.2 e^{3 \ln(\frac{1}{2}).t}$ $\qquad c)\ y(t) = 0.4 e^{\frac{1}{3} \ln(\frac{1}{2}).t}$

$b)\ y(t) = 0.08 e^{3 \ln(\frac{1}{2}).t}$ $\qquad d)\ y(t) = 0.2 e^{\frac{1}{3} \ln(\frac{1}{2}).t}$

الشرح:- الشروط الأبتدائية

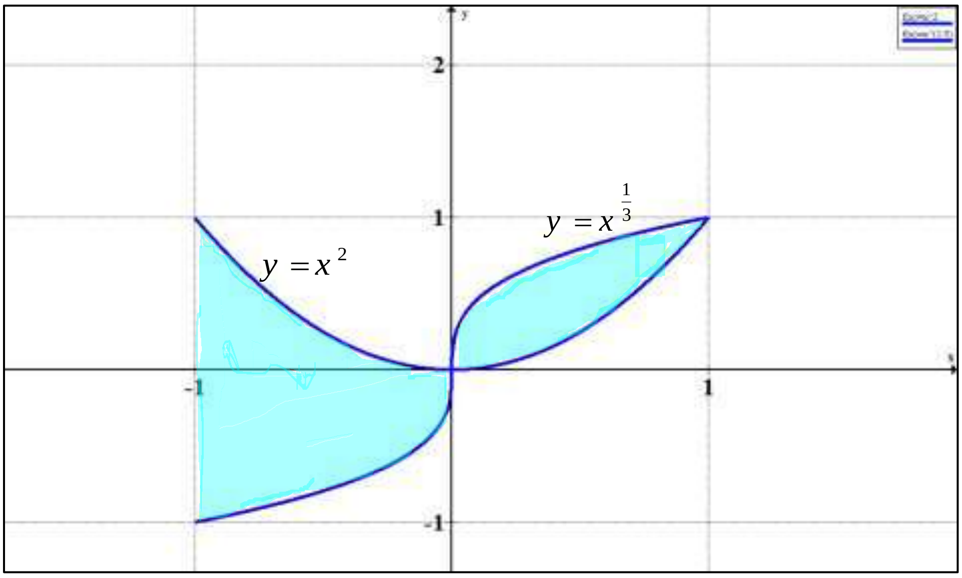
28) إحدى المعادلات التفاضلية غير قابلة لفصل المتغيرات

a) $y' = x\cos^2 y$  c) $y' = \dfrac{5}{xy + y}$

b) $y' = -xy$  d) $y' = xy^2 - 2x^2 y$

## الوحدة السادسة

29) مساحة المنطقة المظللة تساوي :-



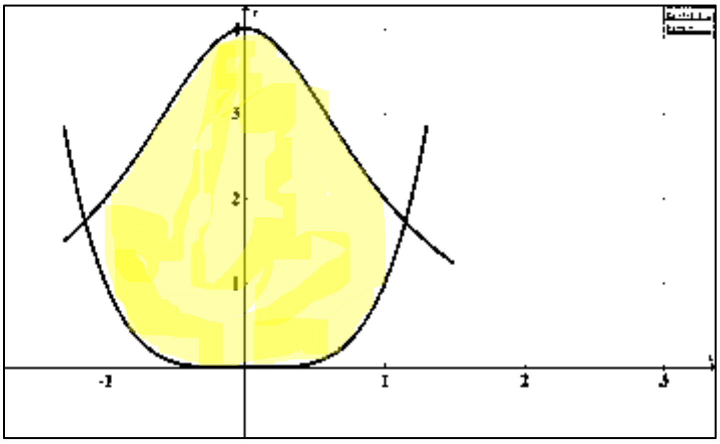

a) $\int_{-1}^{0} (x^2 - x^{\frac{1}{3}})dx + \int_{0}^{1} x^{\frac{1}{3}} dx$

b) $\int_{-1}^{0} (x^2 - x^{\frac{1}{3}})dx + \int_{0}^{1} (x^{\frac{1}{3}} + x^2)dx$

c) $\int_{-1}^{0} (x^2 - x^{\frac{1}{3}})dx - \int_{1}^{0} (x^{\frac{1}{3}} - x^2)dx$

d) $\int_{-1}^{0} (x^2 + x^{\frac{1}{3}})dx - \int_{1}^{0} (x^{\frac{1}{3}} - x^2)dx$

30) مساحة المنطقة المحددة بالمنحنيين $f(x)=\dfrac{4}{x^2+1},\ g(x)=x^4 \quad , \quad -1\le x\le 1$



a) $4\pi-\dfrac{2}{5}$ c) $4\pi+\dfrac{2}{5}$

b) $2\pi$ d) $2\pi-\dfrac{2}{5}$

---

31) قاعدة المجسم $V$ هي المنطقة المحدودة بواسطة $y=2-x^2,\quad y=x^2$ ، فيكون حجم $V$ إذا كانت المقاطع العرضية على شكل مثلثات متساوية الأضلاع متعامدة مع المحور $x$ :-

a) $v=\sqrt{3}\int_{-1}^{1}(4-8x^2+4x^4)dx$ c) $v=\sqrt{3}\int_{-1}^{1}(1-2x^2+x^4)dx$

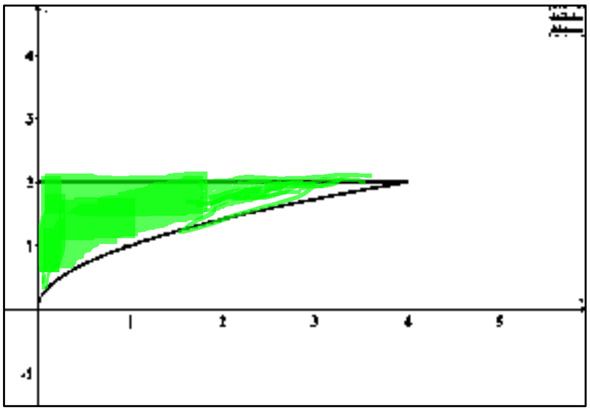
b) $v=\sqrt{3}\int_{-1}^{1}(4x^4+8x^2+4)dx$ d) $v=\int_{-1}^{1}(4x^4+8x^2+4)dx$

**الشرح :-**

$$A(x)=\frac{\sqrt{3}}{4}\times L^2$$

$$L=2-x^2-x^2=2-2x^2$$

32) حجم المنطقة المحددة بواسطة $x=0$ ,$y=2$ , $y=\sqrt{x}$ وذلك بالدوران حول المحور $y$ .



الدوران رأسي

الشرح:- نجعل الدالة بدلالة $x=......$

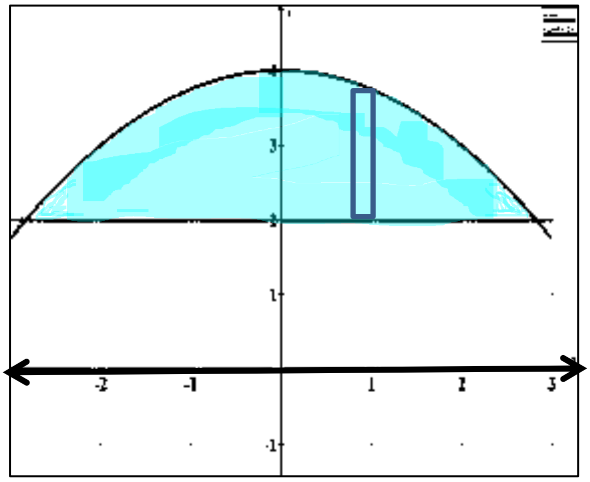
a) $v=\pi\int_0^4 x\,dx$

c) $v=\pi\int_0^2 (2-y^2)^2 dy$

b) $v=\pi\int_0^2 y^2 dy$

d) $v=\pi\int_0^2 y^4 dy$

33) حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات $y=4-\frac{x^2}{4}$ , $y=2$ وذلك بالدوران حول محور $x$



الدوران أفقي ( نريد الدالة بدلالة $y=....$

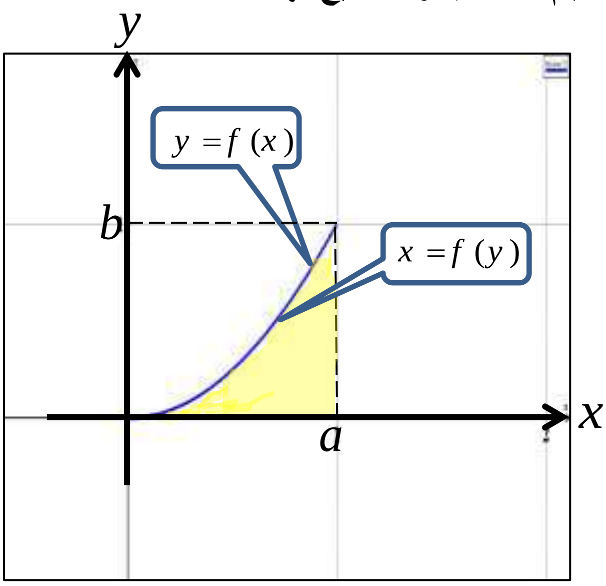
a) $v=\pi\int_{-2\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}}\left[(4-\frac{x^2}{4})^2-4)\right]dx$

c) $v=\pi\int_{-2\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}}\left[(4-\frac{x^2}{4})^2+4)\right]dx$

b) $v=\pi\int_2^4\left[(4-\frac{x^2}{4})^2-4)\right]dy$

d) $v=2\pi\int_{-2\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}}\left[(4-\frac{x^2}{4})^2+4)\right]dx$

34) من الشكل المجاور صل كل نقطة من النقاط أدناه ؟ بالحجم المناسب والصحيح لها ؟




a) $V = \pi\int_0^b (a^2 - [f(y)]^2)\,dy$

b) $V = \pi\int_0^a (b^2 - [b - f(x)]^2)\,dx$

c) $V = \pi\int_0^a [f(x)]^2\,dx$

d) $V = \pi\int_0^b [a - f(y)]^2\,dy$

1) حول محور $x$ ⟶ $C$

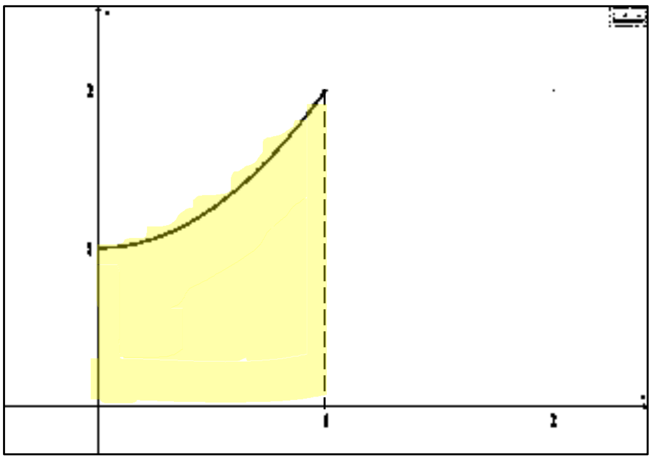
2) حول المحور $x = a$ ⟶ $d$

3) حول المحور $y = b$ ⟶ $b$

3) حول محور $y$ ⟶ $a$

---

34) حجم المنطقة المحددة بالمنحنيات $x = 1$ , $y = 0, x = 0$ , $y = x^2 + 1$ بالدوران حول محور $y$ ،




a) $v = \frac{3\pi}{2}$

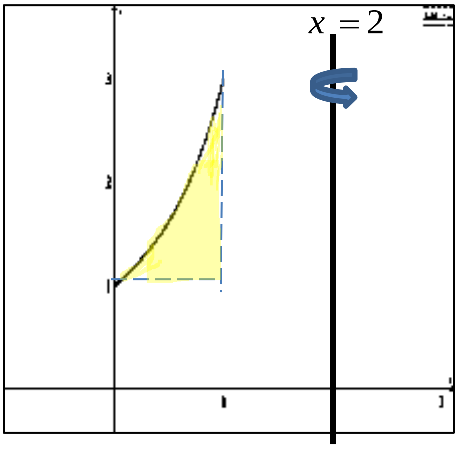
b) $v = \frac{\pi}{2}$

c) $v = \frac{5\pi}{2}$

d) $v =$ ليس أي مما سبق

انتبه !!! هنا ( نقسم المنطقة الى حجمين )

35) حجم المنطقة المحدودة بالمنحنيات $x=1$ , $y=1$ , $y=x^3+x+1$ بالدوران حول $x=2$




$a)\ \frac{15\pi}{29}$

$b)\ \frac{29\pi}{15}$

$c)\ \frac{74\pi}{15}$

$d)\ \frac{29\pi}{30}$

الشرح :- الأصداف ( دوران رأسي )

حدود التكامل من محور $x$

36) التكامل $v=2\pi\int_0^1 (y-y^{\frac{3}{2}})dy$ يمثل حجم مجسم ما ! فإن محور الدوران هو :-

$a)\ y=0$

$b)\ x=0$

$c)\ x=1$

$d)\ y=1$

هنا أصداف ( الدوران أفقي )

37) مساحة السطح الدوراني الناتج من دوران $f(x)=x^3$ حول محور $x$ على الفترة $[0,1]$

$a)\ S=\frac{2\pi}{36}\int_0^1 36x^3(1+9x^4)^{\frac{1}{2}}dx$

$b)\ S=\frac{2\pi}{6}\int_0^1 6x^3(1+3x^2)^{\frac{1}{2}}dx$

$c)\ S=\frac{2\pi}{36}\int_0^1 36x^3(1-9x^4)^{\frac{1}{2}}dx$

$d)\ S=\frac{2\pi}{36}\int_0^1 36x^3(1+9x^4)^{\frac{3}{2}}dx$

38) **يسقط غطاس من ارتفاع $30\,ft$ فوق الماء . فأن السرعة المتجهة للغطاس لحظة الأصطدام ! هي**

على الطالب أن يكتبها ؟ حل السؤال كاملاً ( أدرس الموضوع كاملاً )

39) **أحدثت قوة من $5\,Ib$ تمدد على نابض $4\,in$ . فإن الشغل المبذول في تمدد هذا النابض $6\,in$ أكثر من طوله الطبيعي :-**

**على الطالب حل السؤال . ولا تنسى التحويلات . ( ادرس الموضوع كاملا) .**

40) **أوجد قيمة $c$ التي تكون عندها الدالة $f(x)=ce^{-4x}$ . $pdf$ على الفترة $[0,1]$**

على الطالب حل السؤال ودراسة الموضوع

**<u>مع خالص التمنيات بالصحة والعافية أولاً</u>**

**<u>والنجاح والتفوق ثانياً</u>**

**<u>مدرس الرياضيات صكبان صالح محمد</u>**