ورقة عمل الصف العاشر | 6-3 المثلثات المتشابهة | الاسم : _____ الشعبة : ___

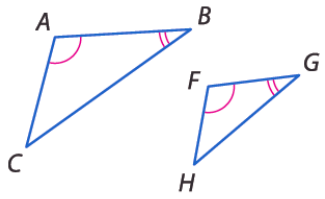
نواتج التعلّم

1- تحديد المثلثات المتشابهة باستخدام مسلمة تشابه مثلثين من خلال تساوي زاويتين متناظرتين فيهما ونظرية التشابه (ضلع – ضلع – ضلع) ونظرية التشابه (ضلع – زاوية – ضلع) .
SSS AA SAS
2- استخدام المثلثات المتشابهة لحل المسائل .

مسلّمة تشابه زاوية-زاوية (AA)

إذا تطابقت زاويتان في أحد المثلثات مع زاويتين في مثلث آخر، فإذًا يكون المثلثان متشابهين.

مثال إذا كان $\angle F \cong \angle A$ و $\angle G \cong \angle B$، فإذًا $\triangle ABC \sim \triangle FGH$.

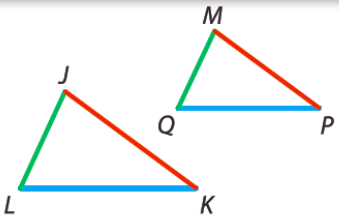


نظريتا تشابه المثلثات

تشابه ضلع-ضلع-ضلع (SSS)

إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة في مثلثين متناسبة، فإذًا المثلثان متشابهان.

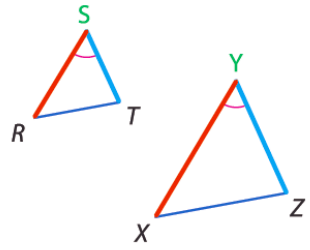
مثال إذا كان $\frac{JK}{MP} = \frac{KL}{PQ} = \frac{LJ}{QM}$، فإن $\triangle JKL \sim \triangle MPQ$.



تشابه ضلع-زاوية-ضلع (SAS)

إذا كانت أطوال ضلعين في مثلث متناسبة مع أطوال الضلعين المتناظرين في مثلث آخر والزاويتين المحصورة بينهما متطابقة، فإن المثلثات تكون متشابهة.

مثال إذا كان $\frac{RS}{XY} = \frac{ST}{YZ}$ و $\angle S \cong \angle Y$، فإن $\triangle RST \sim \triangle XYZ$.



نظرية خواص التشابه

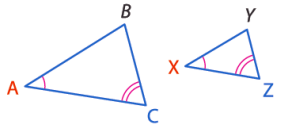
خاصية انعكاس التشابه $\triangle ABC \sim \triangle ABC$

خاصية تناظر التشابه إذا كان $\triangle DEF \sim \triangle ABC$، فإن $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

خاصية التعدي في التشابه إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ و $\triangle DEF \sim \triangle XYZ$، فإن $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

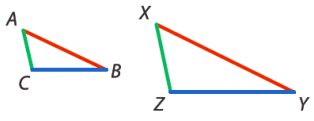
ملخص المفاهيم تشابه المثلثات

مسلمة التشابه AA



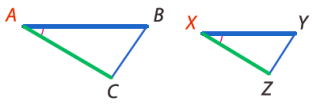
إذا كان $\angle X \cong \angle A$ و $\angle Z \cong \angle C$، فإن $\triangle XYZ \sim \triangle ABC$.

نظرية التشابه SSS



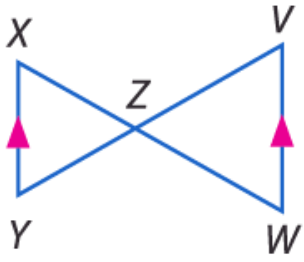
إذا كان $\frac{AB}{XY} = \frac{BC}{YZ} = \frac{CA}{ZX}$، فإن $\triangle XYZ \sim \triangle ABC$.

نظرية التشابه SAS



إذا كان $\frac{AB}{XY} = \frac{CA}{ZX}$ و $\angle A \cong \angle X$، فإن $\triangle XYZ \sim \triangle ABC$.

بيّن تشابه المثلثين من عدمه. فإن كانا متشابهين، فاكتب عبارة تشابه. وإن لم يكونا متشابهين، فما الشروط التي تكفي لإثبات تشابه المثلثين؟ اشرح استنتاجك.

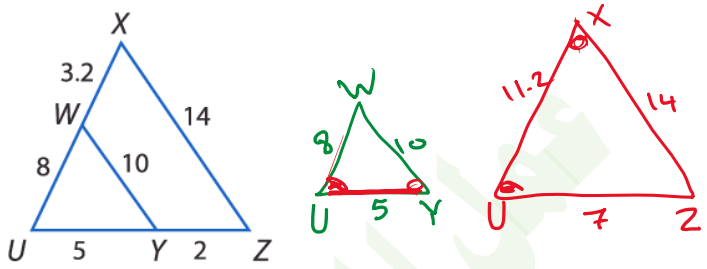


$\angle XZY \cong \angle VZW$ في المثلثين تقابل بالرأس

$\angle W \cong \angle X$ تبادل داخلي

وبالتالي المثلثين متشابهين حسب نظرية AA

عبارة التشابه $\Rightarrow \Delta XZY \sim \Delta WZV$



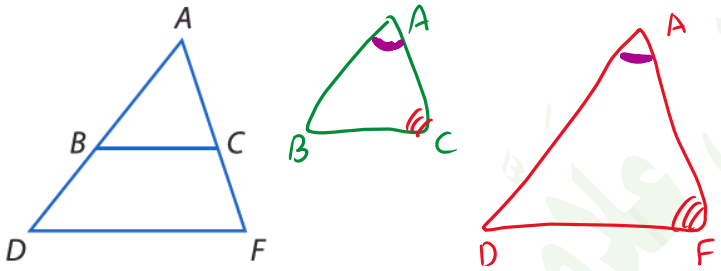
$\frac{14}{10} = \frac{7}{5} = \frac{11.2}{8}$

$1.4 \quad 1.4 \quad 1.4$

لأن الأضلاع المتناظرة متناسبة فإن المثلثين متشابهين

حسب نظرية SSS

عبارة التشابه $\Rightarrow \Delta UWY \sim \Delta UXZ$



من خلال المعلومات الحالية المثلثين غير متشابهين.

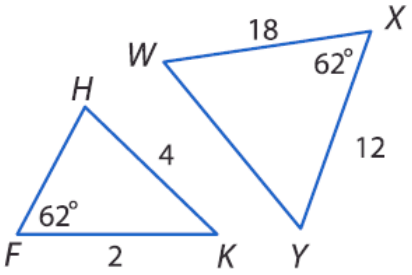
ولكن إذا أضفنا المعلومة $\overline{BC} \parallel \overline{DF}$

$\Rightarrow \angle C \cong \angle F$ (متناظرة)

$\angle A \cong \angle A$ [انعكاسي (زاوية مشتركة)]

إذاً المثلثين متشابهين حسب نظرية AA

عبارة التشابه $\Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta ADF$



من خلال المعلومات الحالية لا نستطيع تحديد إذا ما كان المثلثين متشابهين أم لا.

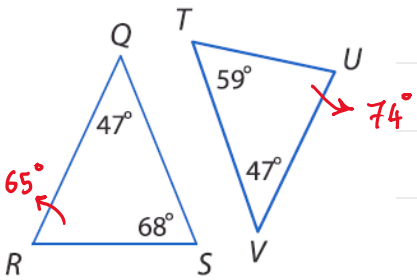
ولكن إذا أضفنا المعلومة $FH = 3$

$\Rightarrow \angle F \cong \angle X$ ①

$\Rightarrow \frac{FK}{YX} = \frac{FH}{WX} \rightarrow \frac{2}{12} = \frac{3}{18}$ ②

المثلثين متشابهين نظرية SAS

عبارة التشابه $\Rightarrow \Delta FHK \sim \Delta XWY$

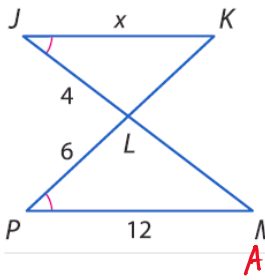


نلاحظ أن الزوايا المتناظرة للمثلثين ليست متطابقة

وبالتالي المثلثين غير متشابهين.

الجبر حدد المثلثات المتشابهة. ثم جد جميع القياسات.

JK



$\angle J \cong \angle P$ (معطى)

$\angle JLK \cong \angle PLM$ (تقابل بالرأس)

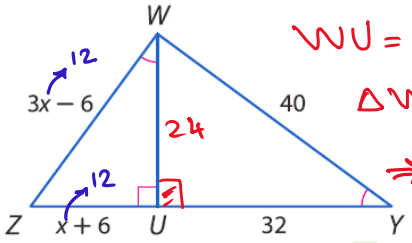
المثلثين متشابهين حسب نظرية AA

$\Rightarrow \triangle JLK \sim \triangle PLM$

$\Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{x}{12} \Rightarrow 4(12) = 6x$

$\Rightarrow x = \frac{4(12)}{6} = 8 = JK$

WZ, UZ



نظرية فيثاغورس

$WU = \sqrt{40^2 - 32^2} = 24$

$\triangle WUZ \sim \triangle YUW$

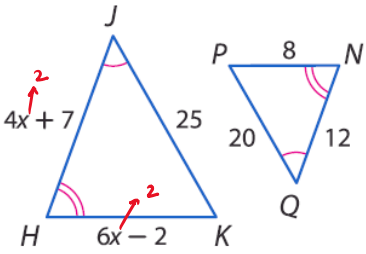
$\Rightarrow \frac{WU}{YU} = \frac{WZ}{YW}$

$\Rightarrow \frac{24}{32} = \frac{3x-6}{40} \Rightarrow 32(3x-6) = 24(40)$

$\Rightarrow 96x - 192 = 960 \Rightarrow x = \frac{960+192}{96} = 12$

$\Rightarrow WZ = 3(12) - 6 = \boxed{30}$ / $UZ = (12) + 6 = \boxed{18}$

HJ, HK



$\triangle JHK \sim \triangle QNP$

$\frac{JH}{QN} = \frac{HK}{NP} = \frac{JK}{QP}$

$\frac{4x+7}{12} = \frac{6x-2}{8} = \frac{25}{20}$

$20(6x-2) = 8(25)$

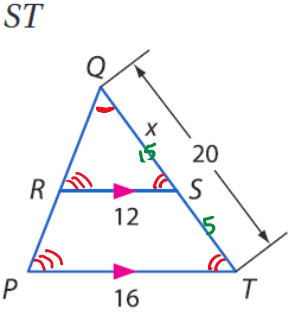
$120x - 40 = 200$

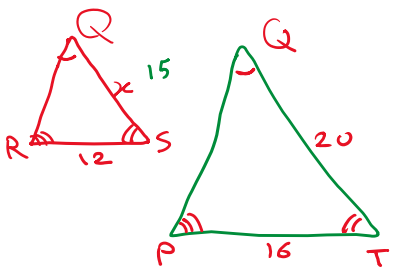
$\Rightarrow x = \frac{200+40}{120} = \boxed{2}$

$HJ = 4(2) + 7 = \boxed{15}$

$HK = 6(2) - 2 = \boxed{10}$

ST



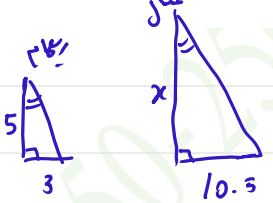


$\triangle QRS \sim \triangle QPT \Rightarrow \frac{QR}{QP} = \frac{RS}{PT} = \frac{QS}{QT}$

$\frac{QR}{QP} = \frac{12}{16} = \frac{x}{20} \Rightarrow 16x = 12(20)$

$\Rightarrow x = \frac{240}{16} = 15 \Rightarrow ST = 20 - 15 = \boxed{5}$

تماثيل تقف ريهام بجوار تمثال في الحديقة. فإذا كان طول ريهام 5 ft، وظلها 3 ft، وظل التمثال $10\frac{1}{2}$ ft فما هو طول التمثال؟



لأن المثلثين متشابهين

لذا فإن أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة

$\frac{5}{x} = \frac{3}{10.5}$

$\Rightarrow x = \frac{5(10.5)}{3}$

$x =$ طول التمثال $= \boxed{17.5}$ ft