ورقة عمل الصف العاشر **5-4 الزوايا المحيطية** **الاسم : ________________**

نواتج التعلّم 1- إيجاد قياسات الزوايا المحيطية. 2 - إيجاد قياسات المضلعات المحاطة بدائرة.

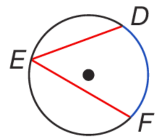
الزاوية المحيطية هي زاوية يقع رأسها على الدائرة، ويحتوي ضلعاها على وترين في الدائرة.

القوس المقابل للزاوية المحيطية هو قوس يقع داخل الزاوية المحيطية، ويقع طرفاه على ضلعيها.

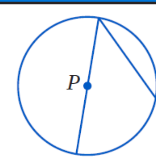
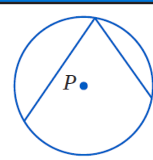
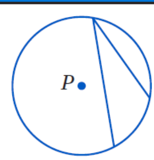
$\angle DEF$ هي زاوية مُحيطية.

$\overparen{DF}$ هو القوس الذي تُحدده الزاوية المُحيطية $\angle DEF$

الوتر $\overline{DF}$ هو الوتر الذي تُحدّده الزاوية المُحيطية .



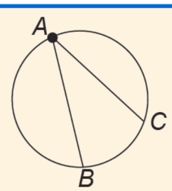
توجد ثلاث حالات للزاوية المحيطية في الدائرة.

الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة
		
يقع مركز الدائرة P على أحد ضلعَي الزاوية المحيطية.	يقع مركز الدائرة P داخل الزاوية المحيطية.	يقع مركز الدائرة P خارج الزاوية المحيطية.

مُبرهنة **مُبرهنة الزاوية المُحيطية**

قياس الزاوية المحيطية يُساوي نصف قياس القوس الذي تُحدده على الدائرة.

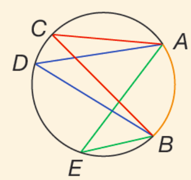
$$m\angle BAC = \frac{1}{2} m\overparen{BC}$$



مُبرهنة

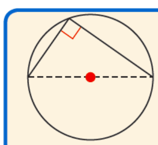
الزوايا المُحيطية المشتركة في قوس تكون مُتطابقة.

$\angle ACB, \angle ADB$ و $\angle AEB$ تتشارك في $\overparen{AB}$



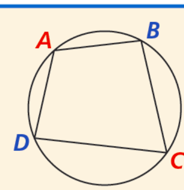
مُبرهنة

تكون زاوية مُحيطية زاوية قائمة إذا وفقط إذا كان القوس الذي تُحدِّده نصف دائرة.



مُبرهنة

إذا كان رُباعي مُحاطًا بدائرة فإن مجموع قياسي كل زاويتين مُتقابلتين من زواياه هو $180°$.

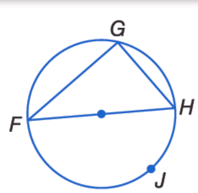


$$m\angle A + m\angle C = 180°$$
$$m\angle B + m\angle D = 180°$$

النظرية

الشرح تحصر زاويةٌ محيطيةٌ في مثلث قطرًا أو نصف دائرة إذا وفقط إذا كانت الزاوية زاويةً قائمة.

مثال إذا كانت $\overparen{FJH}$ نصف دائرة، فإنّ $m\angle G = 90$. وإذا كانت $m\angle G = 90$، فإنّ $\overparen{FJH}$ نصف دائرة و $\overline{FH}$ قطرٌ في الدائرة.

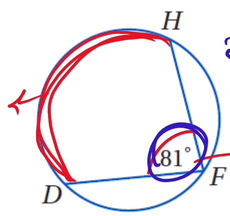


عمل المدرس / مصطفى أسامة علام
050-2509447

مُفردات إذا كانت A و B و C ثلاث نقاط على دائرة، فإن $\angle ABC$ زاوية محيطية (مركزية أو مُحيطية).

أوجد كل قياس ممّا يأتي:

$m\widehat{DH}$



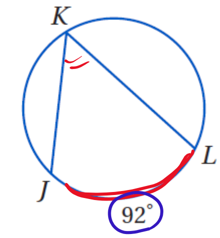
القوس = ضعف الزاوية المحيطية

محيطية

$m\widehat{HD} = 81 \times 2$

$= \boxed{162°}$

$m\angle K$

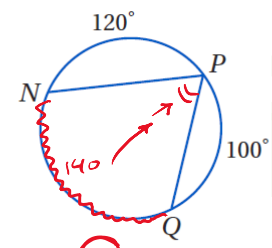


الزاوية المحيطية = نصف القوس

$m\angle k = 92 \times \frac{1}{2}$

$= \boxed{46°}$

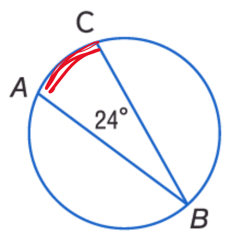
$m\angle P$



$m\widehat{NQ} = 360 - 100 - 120 = 140°$

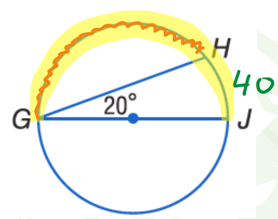
$m\angle P = 140 \times \frac{1}{2} = \boxed{70°}$

$m\widehat{AC}$



$m\widehat{AC} = 24 \times 2 = \boxed{48°}$

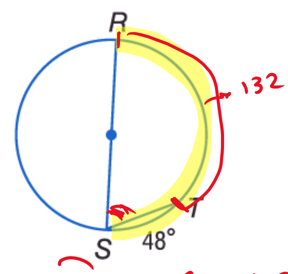
$m\widehat{GH}$



$m\widehat{HJ} = 20 \times 2 = 40°$

$m\widehat{GH} = 180° - 40° = \boxed{140°}$

$m\angle S$



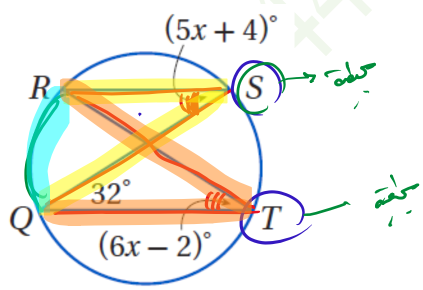
$m\widehat{RT} = 180 - 48 = 132°$

$m\angle s = \frac{1}{2} \times 132 = \boxed{66°}$

جبر: أوجد كل قياسٍ ممّا يأتي:

$m\angle R$

$m\angle S$



$m\angle R = m\angle Q$ يشتركان في نفس القوس

$m\angle R = \boxed{32°}$

$m\angle S = m\angle T$ يشتركان في نفس القوس

$5x + 4 = 6x - 2$

$4 + 2 = 6x - 5x$

$6 = x$

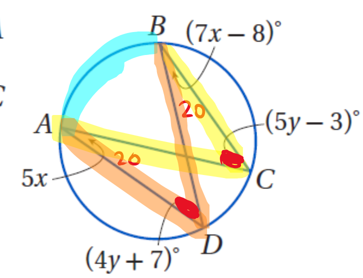
$\Rightarrow m\angle S = 5x + 4$

$= 5(6) + 4$

$= \boxed{34°}$

$m\angle A$

$m\angle C$



$m\angle A = m\angle B$

$5x = 7x - 8$

$8 = 7x - 5x$

$x = \frac{8}{2} = 4$

$m\angle A = 5(4) = \boxed{20°}$

$m\angle C = m\angle D$

$5y - 3 = 4y + 7$

$5y - 4y = 7 + 3$

$y = 10$

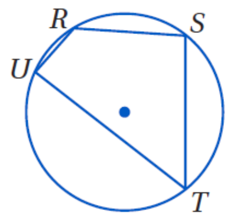
$m\angle C = 5(10) - 3$

$= \boxed{47°}$

برهان: فقرة برهان

المعطيات: $m\angle T = \frac{1}{2} m\angle S$

المطلوب: $m\widehat{TUR} = 2m\widehat{US}$



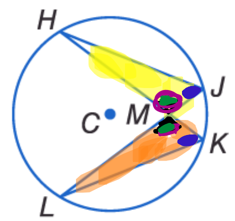
* $m\angle T = \frac{1}{2} m\angle S$ (معطى)
* $m\widehat{TUR} = 2m\angle S$ I (القوس = ضعف المحيطية)
* $m\widehat{US} = 2m\angle t$ (القوس = ضعف المحيطية)
* $2m\widehat{US} = 4m\angle t$ (ضرب المعادلة بـ 2)
* $2m\widehat{US} = 4(\frac{1}{2} m\angle S)$ (التعويض من معادلة المعطى)
* $2m\widehat{US} = 2m\angle S$ II (تبسيط)
* $m\widehat{TUR} = 2m\widehat{US}$ (التعدي للمعادلتين I, II)

وصل المطلوب إثباته

برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين.

معطى: $\odot C$

المطلوب إثباته: $\triangle KML \sim \triangle JMH$

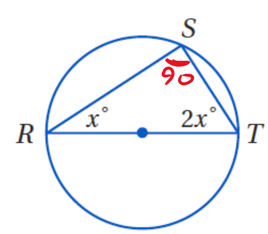


العبارات	المبررات
$\angle JMH \cong \angle KML$	التقابل بالرأس
$\angle J \cong \angle K$	زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس $\widehat{HL}$
$\triangle KML \sim \triangle JMH$	نظرية (AA) في تشابه المثلثية

جبر: أوجد قيمة كلٍّ ممّا يأتي:

x

$m\angle T$



$m\angle S = 90$ (زاوية محيطية مرسومة على القطر)

$m\angle S + m\angle R + m\angle T = 180$

$90 + x + 2x = 180$

$3x = 180 - 90$

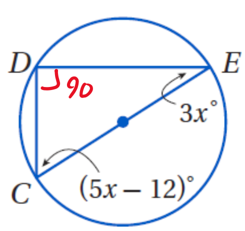
$x = \frac{90}{3}$

$\boxed{x = 30}$

$m\angle T = 2(30) = \boxed{60^\circ}$

x

$m\angle C$



$m\angle D = 90^\circ$ (المحيطية المرسومة على القطر)

$m\angle D + m\angle C + m\angle E = 180$

$90 + 5x - 12 + 3x = 180$

$8x = 180 + 12 - 90$

$x = \frac{102}{8}$

$\boxed{x = 12.75}$

$m\angle C = 5(12.75) - 12$

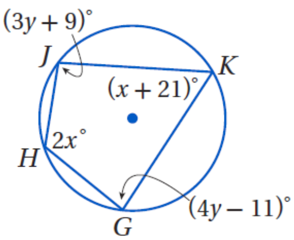
$= \boxed{51.75^\circ}$

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام
050-2509447

جبر: أوجد كلّ قياسٍ ممّا يأتي:

$m\angle H$

$m\angle G$



$2x + x + 21 = 180$

$3x = 180 - 21$

$x = \frac{180-21}{3} = 53$

$3y + 9 + 4y - 11 = 180$

$7y = 180 + 11 - 9$

$y = \frac{182}{7} = 26$

$m\angle H = 2(53)$

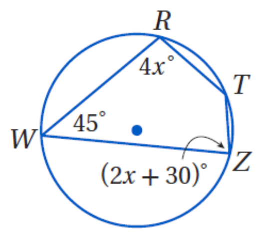
$= \boxed{106^\circ}$

$m\angle G = 4(26) - 11$

$= \boxed{93^\circ}$

$m\angle T$

$m\angle Z$



الشكل الرباعي الدائري

مجموع كل زاويتين متقابلتين = 180

$m\angle R + m\angle Z = 180$

$4x + 2x + 30 = 180$

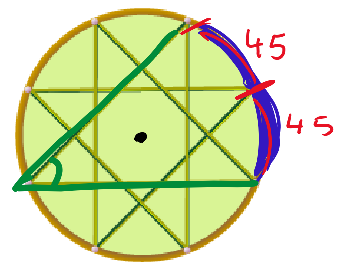
$6x = 180 - 30$

$x = \frac{150}{6} = 25$

$m\angle T = 180 - 45 = \boxed{135^\circ}$

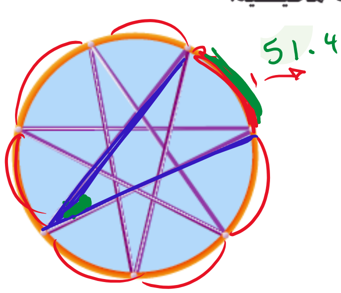
$m\angle Z = 2(25) + 30 = \boxed{80^\circ}$

الأعمال الفنية يوضح الشكل أربعة نقوشٍ فنيةٍ مختلفةٍ لنجوم مصنوعة من الخيوط. فإذا كانت جميع الزوايا المحيطية لكل نجمةٍ متطابقة، جـد قياس كل زاوية محيطية.



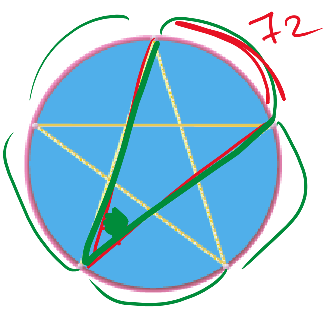
قياس القوس الصغير $= \frac{360}{8} = 45^\circ$

قياس الزاوية المحيطية $= \frac{90}{2} = \boxed{45^\circ}$



قياس القوس الصغير $= \frac{360}{7} = 51.4^\circ$

قياس الزاوية المحيطية $= \frac{51.4}{2} = \boxed{25.7^\circ}$



قياس القوس الصغير $= \frac{360}{5} = 72^\circ$

قياس الزاوية المحيطية $= \frac{72}{2} = \boxed{36^\circ}$

الإشارات تُحاط إشارة التوقف التي لها شكل ثماني أضلاع منتظمٍ في دائرة. جـد كلاً من القياسات: قياس القوس الصغير $= \frac{360}{8} = 45^\circ$

$m\angle RLQ$

$= \frac{45}{2} = \boxed{22.5^\circ}$

$m\widehat{NQ}$

$= 3(45) = \boxed{135^\circ}$

$m\angle LSR$

$= \frac{6(45)}{2} = \boxed{135^\circ}$

$m\angle LRQ$

$= \frac{5(45)}{2} = \boxed{112.5^\circ}$