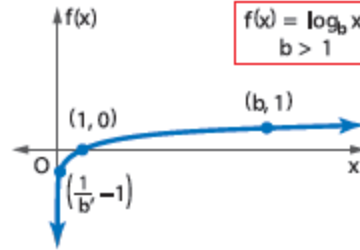
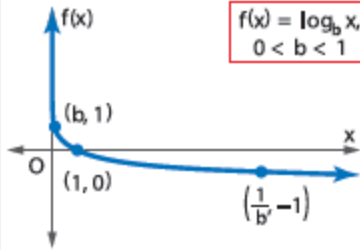


6-1 اللوغاريتمات و الدوال اللوغاريتمية الاسم: _____

2- تمثيل الدوال اللوغاريتمية بيانياً.

1- إيجاد قيم التعبيرات اللوغاريتمية.

نواتج التعلّم



$\log_b x = y$ فقط و فقط إذا كان $by = x$.

اكتب كل معادلة مما يلي بالصورة الأسية.

$$\log_8 512 = 3$$

$$\log_5 625 = 4$$

$$\log_3 \frac{1}{27} = -3$$

$$\log_9 1 = 0$$

اكتب كل معادلة مما يلي بالصورة اللوغاريتمية.

$$11^3 = 1331$$

$$16^{\frac{3}{4}} = 8$$

$$6^{-3} = \frac{1}{216}$$

$$27^{\frac{2}{3}} = 9$$

أوجد قيمة كل تعبير.

$$\log_{13} 169$$

$$\log_2 \frac{1}{128}$$

$$\log_6 1$$

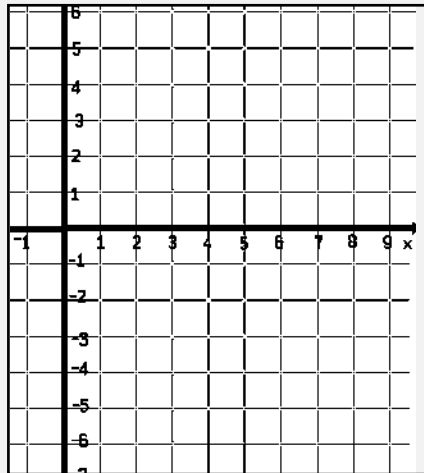
$$\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{81}$$

العلوم استخدم المعلومات الواردة في بداية الدرس. يمكن إيجاد القيمة الخاصة بأي جسم على باليرمو باستخدام المعادلة $PS = \log_{10} R$ ، حيث تمثل R الخطورة النسبية التي يشكلها الجسم. اكتب معادلةً بالصورة الأسية للتعبير عن معكوس الدالة.

مثل كل دالة بيانيًا.

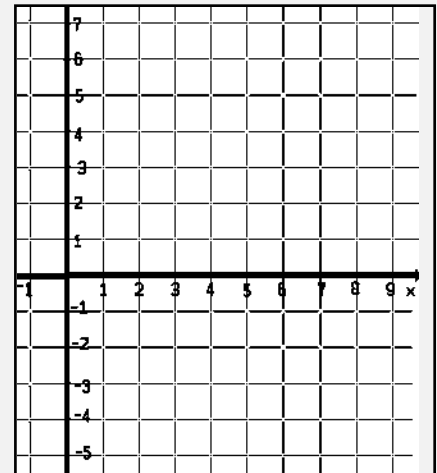
$$f(x) = \log_3 x$$

x	f(x)



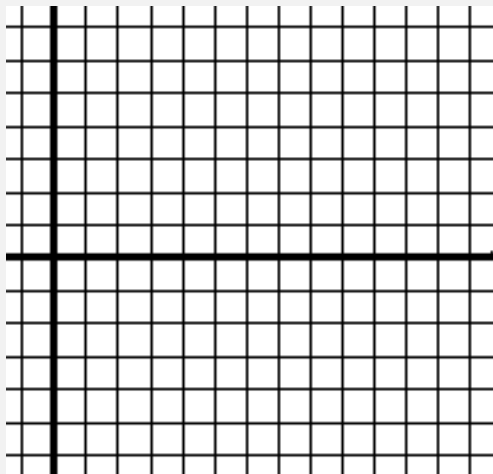
$$f(x) = \log_{\frac{1}{6}} x$$

x	f(x)



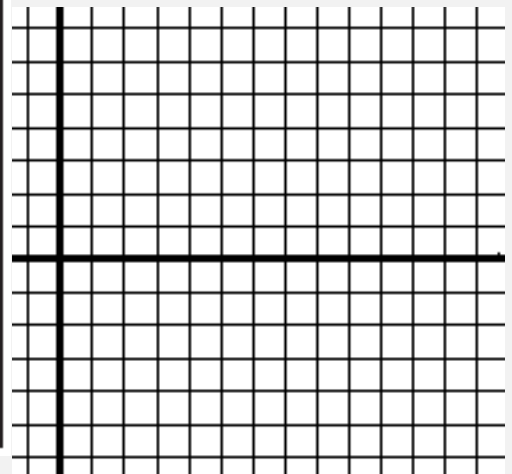
$$f(x) = 4 \log_4 (x - 6)$$

x	f(x)



$$f(x) = 2 \log_{\frac{1}{10}} x - 5$$

x	f(x)



6-2 حل المعادلات و المتباينات اللوغاريتمية الاسم:

نواتج التعلّم

1- حل المعادلات اللوغاريتمية.

2- حل المتباينات اللوغاريتمية .

إذا كان $b > 1$. فإن $\log_b x > \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x > y$
ويكون $\log_b x < \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x < y$

إذا كان $b > 1$ و $x > 0$ و $y > 0$. فإن $\log_b x > y$. فإن $x > b^y$.
إذا كان $b > 1$ و $x > 0$ و $y > 0$. فإن $\log_b x < y$. فإن $x < b^y$.

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

$$\log_8 x = \frac{4}{3}$$

$$\log_{16} x = \frac{3}{4}$$

$$\log_8 \frac{1}{2} = x$$

$$\log_6 \frac{1}{36} = x$$

$$\log_x 32 = \frac{5}{2}$$

$$\log_x 27 = \frac{3}{2}$$

$$\log_3 (3x + 8) = \log_3 (x^2 + x)$$

$$\log_6 (x^2 - 6x) = \log_6 (-8)$$

$$\log_9 (x^2 - 4x) = \log_9 (3x - 10)$$

حل كل من المتباينات التالية.

$$\log_6 x < -3$$

$$\log_4 x \geq 4$$

$$\log_2 x \leq -2$$

$$\log_2 (4x - 6) > \log_2 (2x + 8)$$

$$\log_7 (x + 2) \geq \log_7 (6x - 3)$$

$$\log_5 (12x + 5) \leq \log_5 (8x + 9)$$

6-3 خواص اللوغاريتمات

الاسم: _____

نواتج التعلّم

- 1- تحويل التعابير لأبسط صورة وإيجاد قيمها باستخدام خواص اللوغاريتمات.
- 2 - حل معادلات لوغاريتمية باستخدام خواص اللوغاريتمات.

خاصية الضرب	خاصية القسمة	خاصية القوة
$\log_x ab = \log_x a + \log_x b$	$\log_x \frac{a}{b} = \log_x a - \log_x b$	$\log_b m^p = p \log_b m$

استخدم $\log_4 2 = 0.5$, $\log_4 3 \approx 0.7925$ و $\log_4 5 \approx 1.1610$ لتقدّر قيمة كلّ تعبيرٍ على وجه التقريب.

$\log_4 30$

$\log_4 20$

$\log_4 \frac{2}{3}$

$\log_4 \frac{4}{3}$

$\log_4 9$

$\log_4 8$

إذا كان لديك $\log_6 8 \approx 1.1606$ و $\log_7 9 \approx 1.1292$, قدّر قيمة كل تعبيرٍ على وجه التقريب.

$\log_6 512$

$\log_7 567$

الارتفاع (m)	البلد	الجبل
8850	نيبال/التبت	إيفرست
7074	الهند	تريسولي
6872	الأرجنتين/تشيلي	بونيتي
6194	الولايات المتحدة	ماكينلي
5959	كندا	لوغان

تسلق الجبال مع زيادة الارتفاع.

ينخفض الضغط الجوي للهواء.

ويعطى قانون حساب الضغط

بناءً على الارتفاع بالعلاقة

$$a = 15,500 (5 - \log_{10} P) \text{ , حيث } a$$

يمثل الارتفاع بالأمتار و P يمثل الضغط

بالباسكال (باسكال ≈ 6900 psi).

فما قيمة ضغط الهواء عند القمة بالباسكال

لكل من الجبال المدرجة في الجدول

على الجهة اليمنى؟

المثابرة حل كل معادلة مما يلي. وتحقق من حلولك.

$$\log_3 56 - \log_3 n = \log_3 7$$

$$5 \log_2 x = \log_2 32$$

$$\log_{10} a + \log_{10} (a + 21) = 2$$

6-4 اللوغاريتمات العادية

الاسم: _____

نواتج التعلّم

- 1- حل المعادلات والمتباينات الأسية باستخدام اللوغاريتمات العادية.
- 2- إيجاد قيم التعبيرات اللوغاريتمية باستخدام قانون تغيير الأساس.

$$\log_a n = \frac{\log_b n}{\log_b a} \quad \text{قانون تغيير الأساس}$$

استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كل تعبير مما يلي مع التقريب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

$\log 5$

$\log 21$

$\log 0.4$

علوم كمية الطاقة E ، مقدرة بالأرغ، التي تنبعث من زلزال ما ترتبط بشدة مقياس ريختر M لهذا الزلزال من خلال المعادلة $\log E = 11.8 + 1.5M$. استخدم المعادلة لإيجاد كمية الطاقة المنبعثة من زلزال تشيلي عام 1960 الذي بلغ 8.5 على مقياس ريختر.

أوجد حل كل معادلة. قَرِّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

$$6^x = 40$$

$$2.1^{a+2} = 8.25$$

$$7^{x^2} = 20.42$$

$$11^{b-3} = 5^b$$

أوجد حل كل متباينة. قرب إلى أقرب جزء من عشرة آلاف.

$$5^{4n} > 33$$

$$6^{p-1} \leq 4^p$$

عبّر عن كل لوغاريتم بدلالة اللوغاريتمات العادية. ثم قرب قيمته لأقرب جزء من عشرة آلاف.

$$\log_3 7$$

$$\log_9 13$$

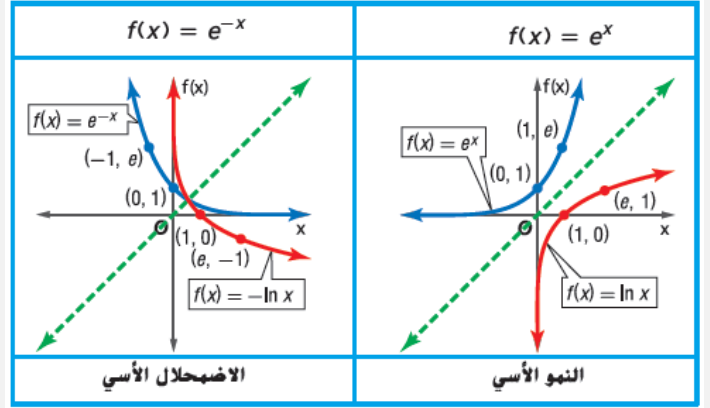
6-5 الأساس e واللوغاريتمات الطبيعية

- 1 - إيجاد قيم التعبيرات المشتملة على الأساس الطبيعي واللوغاريتم الطبيعي.
2 - حل المعادلات والمتباينات الأسية باستخدام اللوغاريتمات الطبيعية.

نواتج التعلّم

المربحة المركبة المستمرة $A = Pe^{rt}$

A هو المبلغ في الحساب بعد t أعوام.
 P هو المبلغ الأصلي المُستثمر
 r هو معدل المربحة السنوي.



اكتب دالة أسية أو لوغاريتمية مكافئة.

$$e^x = 30$$

$$\ln x = 42$$

$$e^3 = x$$

$$\ln 18 = x$$

اكتب كلاً مما يلي في صيغة لوغاريتم مفرد.

$$3 \ln 2 + 2 \ln 4$$

$$5 \ln 3 - 2 \ln 9$$

$$3 \ln 6 + 2 \ln 9$$

$$3 \ln 5 + 4 \ln x$$

أوجد حل كل معادلة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

$$5e^x - 24 = 16$$

$$3e^{-3x} + 4 = 6$$

أوجد حل كل معادلة أو متباينة. قَرِّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

$$\ln 3x = 8$$

$$-4 \ln 2x = -26$$

$$\ln (x + 5)^2 < 6$$

$$5 + e^{-x} > 14$$

علوم فيروس ينتشر عبر شبكة حاسوب وفقًا للصيغة $v(t) = 30e^{0.1t}$. حيث v هو عدد الحواسيب المصابة بالفيروس و t هو الزمن بالدقائق. كم سيستغرق الفيروس لإصابة 10,000 حاسوب؟

6-6 استخدام الدوال الأسية و اللوغاريتمية الاسم: _____

نواتج التعلّم

- 1 - استخدام اللوغاريتمات لحل المسائل التي تتضمن نموًا واضمحلالاً أسياً.
- 2 - استخدام اللوغاريتمات لحل المسائل التي تتضمن نموًا لوجيستياً.

دالة النمو اللوجيستي

$$f(t) = \frac{c}{1 + ae^{-kt}}$$

حيث t تمثل الوقت.

الاضمحلال الأسي

يمكن تمثيل الاضمحلال الأسي بالدالة
 $f(x) = ae^{-kt}$

حيث a هي القيمة الأولية، و t هو الزمن بالأعوام، و k هو الثابت الذي يمثل **معدل الاضمحلال المستمر**.

النمو الأسي

يمكن تمثيل النمو الأسي بالدالة
 $f(x) = ae^{kt}$

حيث a هي القيمة الأولية، و t هو الزمن بالأعوام، و k هو الثابت الذي يمثل **معدل النمو المستمر**.

علم الأحياء القديمة يبلغ عمر النصف للبوتاسيوم 40 حوالي 1.25 مليار عام.

a. حدد قيمة k ومعادلة تحلل البوتاسيوم 40.

b. نحتوي عينة حاليًا على 36 ميليغرامًا من البوتاسيوم 40. فكم من الوقت سنستغرقه العينة في التحلل لتصل إلى 15 مللي جرامًا فقط من البوتاسيوم 40؟

c. كم عدد مللي جرامات البوتاسيوم 40 التي سوف تبقى بعد 300 مليون عام؟

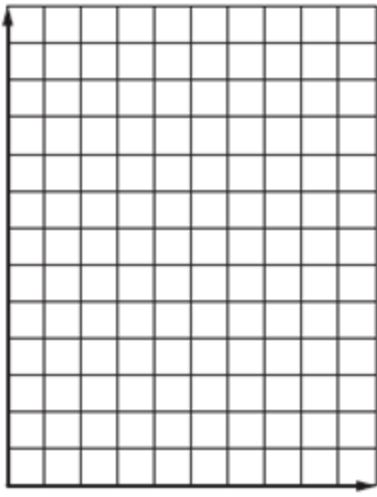
d. كم الوقت الذي سيستغرقه البوتاسيوم 40 للتحلل إلى ثُمن مقداره الأصلي؟

العلوم سقط نوع معين من الطعام على الأرض، وتنمو عليه الجراثيم أُسِّيًا وفق النموذج $y = 2e^{kt}$ ، حيث t الوقت بالثواني.

a. إذا كان هناك خليتان بشكل أولي و 8 خلايا بعد 20 ثانية، فأوجد قيمة k للجراثيم.

b. تنص "قاعدة الثواني الخمس" على أنه إذا تناول شخص طعامًا قد أسقطه على الأرض في غضون 5 ثوانٍ فلن يكون هناك ضرر. ما مقدار الجراثيم التي ستكون على الطعام بعد 5 ثوانٍ؟

c. هل ستتناول طعامًا سقط على الأرض لمدة 5 ثوانٍ؟ لم أو لم لا؟ هل تعتقد أن المعلومات التي لديك في هذا التمرين معقولة؟ اشرح.



علم الحيوان افترض أن تعداد الثعالب الحمراء في موطنها المحدد يتبع الدالة $P(t) = \frac{16,500}{1 + 18e^{-0.085t}}$ ، حيث t تمثل الوقت بالأعوام.

a. مثل الدالة بيانًا عندما يكون $0 \leq t \leq 200$.

b. ما خط التنازب الأفقي؟

c. ما الحد الأقصى للتعداد؟

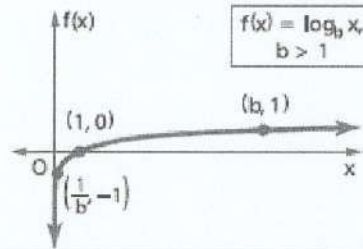
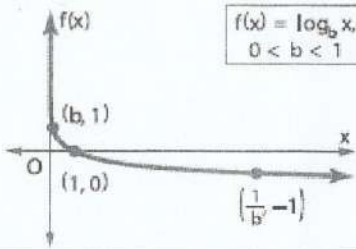
d. متى سيصل التعداد إلى 16,450؟

اللوغاريتمات و الدوال اللوغاريتمية الاسم:

2- تمثيل الدوال اللوغاريتمية بيانياً.

1- إيجاد قيم التعابير اللوغاريتمية.

نواتج التعلم



$\log_b x = y$ فقط فقط وإذا كان $b^y = x$.

1
 $\log_8 512 = 3$
 $512 = 8^3$

2
 $\log_5 625 = 4$
 $625 = 5^4$

16
 $\log_3 \frac{1}{27} = -3$
 $\frac{1}{27} = 3^{-3}$

18
 $\log_9 1 = 0$
 $1 = 9^0$

اكتب كل معادلة مما يلي بالصورة الأسية.

3
 $11^3 = 1331$
 $3 = \log_{11} 1331$

4
 $16^{\frac{3}{4}} = 8$
 $\frac{3}{4} = \log_{16} 8$

20
 $6^{-3} = \frac{1}{216}$
 $-3 = \log_6 \frac{1}{216}$

23
 $27^{\frac{2}{3}} = 9$
 $\frac{2}{3} = \log_{27} 9$

اكتب كل معادلة مما يلي بالصورة اللوغاريتمية.

5
 $\log_{13} 169$
 $y = \log_{13} 169$
 $13^y = 169$
 $13^y = 13^2$
 $y = 2$

6
 $\log_2 \frac{1}{128}$
 $y = \log_2 \frac{1}{128}$
 $2^y = \frac{1}{128}$
 $2^y = 2^{-7}$
 $y = -7$

7
 $\log_6 1$
 $y = \log_6 1$
 $6^y = 1$
 $6^y = 6^0$
 $y = 0$

35
 $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{81}$
 $y = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{81}$
 $(\frac{1}{3})^y = \frac{1}{81}$
 $(\frac{1}{3})^y = (\frac{1}{3})^4$
 $y = 4$

أوجد قيمة كل تعبير.

12

العلوم استخدم المعلومات الواردة في بداية الدرس. يمكن إيجاد القيمة الخاصة بأي جسم على باليرمو باستخدام المعادلة $PS = \log_{10} R$. حيث تمثل R الخطورة النسبية التي يشكلها الجسم. اكتب معادلة بالصورة الأسية للتعبير عن معكوس الدالة.

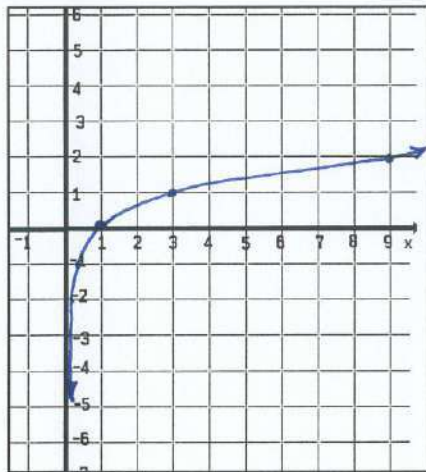
PS
 $10 = R$

مثل كل دالة بيانيًا.

$$f(x) = \log_3 x$$

(8)

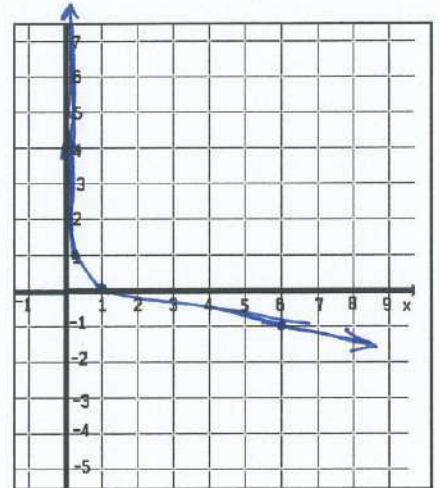
x	f(x)
1	0
3	1
9	2
$\frac{1}{3}$	-1
$\frac{1}{9}$	-2



$$f(x) = \log_{\frac{1}{6}} x$$

(9)

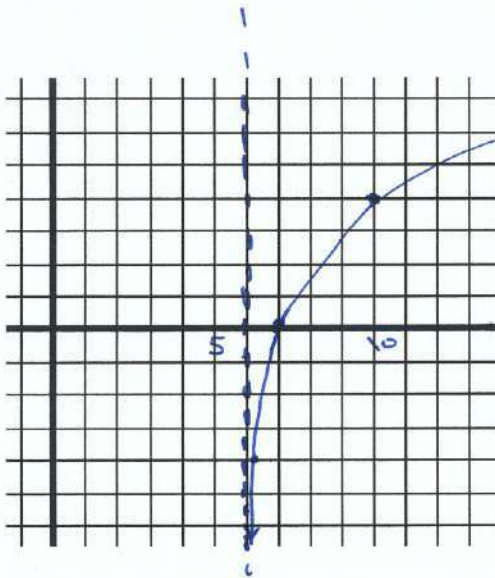
x	f(x)
1	0
$\frac{1}{6}$	1
6	-1
36	-2



$$f(x) = 4 \log_4 (x - 6)$$

(10)

x	f(x)
7	0
10	4
$6\frac{1}{4}$	-4



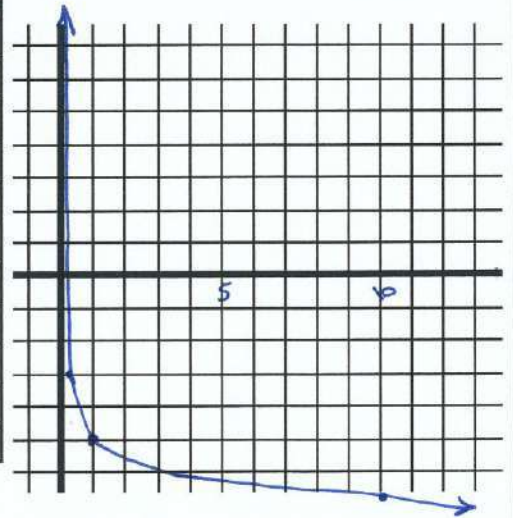
لزاحة 6 وحدات يمين

تمدد رأسي مبداء 4

$$f(x) = 2 \log_{\frac{1}{10}} x - 5$$

(11)

x	f(x)
1	-5
$\frac{1}{10}$	-3
10	-7



تمدد رأسي مبداء 2

لزاحة لتدنى 5 وحدات.

حل المعادلات و المتباينات اللوغاريتمية الاسم:

نواتج التعلم

1- حل المعادلات اللوغاريتمية.

2- حل المتباينات اللوغاريتمية.

إذا كان $b > 1$ و $x > 0$ و $\log_b x > y$ فإن $x > b^y$
 إذا كان $b > 1$ و $x > 0$ و $\log_b x < y$ فإن $0 < x < b^y$

إذا كان $b > 1$ فإن $\log_b x > \log_b y$ إذا فقط إذا كان $x > y$
 ويكون $\log_b x < \log_b y$ إذا فقط إذا كان $x < y$

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

① $\log_8 x = \frac{4}{3}$
 $x = (8)^{\frac{4}{3}}$

$x = 16$

ج: $\{16\}$

② $\log_{16} x = \frac{3}{4}$
 $x = (16)^{\frac{3}{4}}$

$x = 8$

ج: $\{8\}$

⑩ $\log_8 \frac{1}{2} = x$

$\frac{1}{2} = 8^x$

$2^{-1} = 2^{3x}$

$-1 = 3x$

$-\frac{1}{3} = x$

ج: $\{-\frac{1}{3}\}$

⑪ $\log_6 \frac{1}{36} = x$
 $\frac{1}{36} = 6^x$

$6^{-2} = 6^x$

$-2 = x$

ج: $\{-2\}$

⑫ $\log_x 32 = \frac{5}{2}$
 $32 = x^{\frac{5}{2}}$

$(32)^{\frac{2}{5}} = x$

$4 = x$

ج: $\{4\}$

⑬ $\log_x 27 = \frac{3}{2}$
 $27 = x^{\frac{3}{2}}$

$(27)^{\frac{2}{3}} = x$

$9 = x$

ج: $\{9\}$

⑭ $\log_3 (3x + 8) = \log_3 (x^2 + x)$

$3x + 8 = x^2 + x$

$x^2 + x - 3x - 8 = 0$

$x^2 - 2x - 8 = 0$

$(x + 2)(x - 4) = 0$

$x = -2$ ✓

$x = 4$ ✓

ج: $\{-2, 4\}$

⑮ $\log_6 (x^2 - 6x) = \log_6 (-8)$

$x^2 - 6x = -8$

مرفوض

لا يوجد حل

⑯ $\log_9 (x^2 - 4x) = \log_9 (3x - 10)$

$x^2 - 4x = 3x - 10$

$x^2 - 4x - 3x + 10 = 0$

$x^2 - 7x + 10 = 0$

$(x - 2)(x - 5) = 0$

$x = +2$ مرفوض

$x = 5$ ✓

ج: $\{5\}$

حل كل من المتباينات التالية.

(22)

$$\log_6 x < -3$$

$$0 < x < 6^{-3}$$

$$0 < x < \frac{1}{216}$$

$$E = \left\{ x \mid 0 < x < \frac{1}{216} \right\}$$

(23)

$$\log_4 x \geq 4$$

$$x \geq 4^4$$

$$x \geq 256$$

$$E = \left\{ x \mid x \geq 256 \right\}$$

$$\log_2 x \leq -2 \quad (25)$$

$$0 < x \leq 2^{-2}$$

$$0 < x \leq \frac{1}{4}$$

$$E = \left\{ x \mid 0 < x \leq \frac{1}{4} \right\}$$

$$\log_2 (4x - 6) > \log_2 (2x + 8) \quad (28)$$

$$4x - 6 > 2x + 8 > 0$$

$$4x - 6 > 2x + 8 \quad \text{و} \quad 2x + 8 > 0$$

$$2x > 14$$

$$x > -\frac{8}{2}$$

$$x > 7$$

$$x > -4$$

الحل المشترك فقط \Rightarrow 

$$E = \left\{ x \mid x > 7 \right\}$$

$$\log_7 (x + 2) \geq \log_7 (6x - 3) \quad (29)$$

$$x + 2 \geq 6x - 3 > 0$$

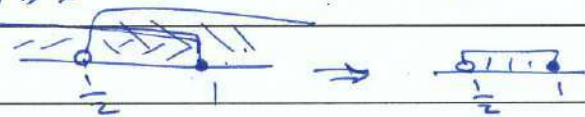
$$x + 2 \geq 6x - 3 \quad \text{و} \quad 6x - 3 > 0$$

$$5 \geq 5x$$

$$x > \frac{3}{6}$$

$$1 \geq x$$

$$x > \frac{1}{2}$$



$$E = \left\{ x \mid \frac{1}{2} < x \leq 1 \right\}$$

$$\log_5 (12x + 5) \leq \log_5 (8x + 9) \quad (31)$$

$$0 < 12x + 5 \leq 8x + 9$$

$$0 < 12x + 5 \quad \text{و} \quad 12x + 5 \leq 8x + 9$$

$$-\frac{5}{12} < x$$

$$4x \leq 4$$

$$x \leq 1$$



$$E = \left\{ x \mid -\frac{5}{12} < x \leq 1 \right\}$$

الاسم: _____

خواص اللوغاريتمات

نواتج التعلّم

1- تحويل التعابير لأبسط صورة وإيجاد قيمها باستخدام خواص اللوغاريتمات.

2- حل معادلات لوغاريتمية باستخدام خواص اللوغاريتمات.

خاصية القوة	خاصية القسمة	خاصية الضرب
$\log_b m^p = p \log_b m$	$\log_x \frac{a}{b} = \log_x a - \log_x b$	$\log_x ab = \log_x a + \log_x b$

استخدم $\log_4 2 = 0.5$, $\log_4 3 \approx 0.7925$ و $\log_4 5 \approx 1.1610$ لتقدير قيمة كل تعبير على وجه التقريب.

$\log_4 30$ (12)

$$\begin{aligned} &= \log_4 (5 \times 3 \times 2) \\ &= \log_4 5 + \log_4 3 + \log_4 2 \\ &= 1.1610 + 0.7925 + 0.5 \\ &= 2.4535 \end{aligned}$$

$\log_4 20$ (13)

$$\begin{aligned} &= \log_4 (5 \times 4) \\ &= \log_4 5 + \log_4 4 \\ &= 1.1610 + 1 \\ &= 2.1610 \end{aligned}$$

$\log_4 \frac{2}{3}$ (14)

$$\begin{aligned} &= \log_4 2 - \log_4 3 \\ &= 0.5 - 0.7925 \\ &= -0.2925 \end{aligned}$$

$\log_4 \frac{4}{3}$ (15)

$$\begin{aligned} &= \log_4 4 - \log_4 3 \\ &= 1 - 0.7925 \\ &= 0.2075 \end{aligned}$$

$\log_4 9$ (16)

$$\begin{aligned} &= \log_4 (3 \times 3) \\ &= \log_4 3 + \log_4 3 \\ &= 2 \log_4 3 \\ &= 2(0.7925) = 1.585 \end{aligned}$$

$\log_4 8$ (17)

$$\begin{aligned} &= \log_4 (4 \times 2) \\ &= \log_4 4 + \log_4 2 \\ &= 1 + 0.5 \\ &= 1.5 \end{aligned}$$

إذا كان لديك $\log_6 8 \approx 1.1606$ و $\log_7 9 \approx 1.1292$, قدر قيمة كل تعبير على وجه التقريب.

$\log_6 512$ (21)

$512 = 8^3$ مكنونة

$$\begin{aligned} &= \log_6 8^3 \\ &= 3 \log_6 8 \\ &= 3(1.1606) \\ &= 3.4818 \end{aligned}$$

$\log_7 567$

مسألة خارجية

$$\begin{array}{r|l} 7 & 567 \\ 9 & 81 \\ 9 & 9 \\ & 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} &= \log_7 (7 \times 9^2) \\ &= \log_7 7 + \log_7 9^2 \\ &= 1 + 2 \log_7 9 \\ &= 1 + 2(1.1292) = 3.2584 \end{aligned}$$

الارتفاع (m)	البلد	الجبل
8850	نيبال/التبت	إيفرست
7074	الهند	تريسولي
6872	الأرجنتين/تشيلي	بونيتي
6194	الولايات المتحدة	ماكينلي
5959	كندا	لوغان

5 تسلق الجبال مع زيادة الارتفاع. ينخفض الضغط الجوي للهواء. ويعطى قانون حساب الضغط بناءً على الارتفاع بالعلاقة $a = 15,500 (5 - \log_{10} P)$ حيث a يمثل الارتفاع بالأمتار و P يمثل الضغط بالباسكال (باسكال ≈ 6900 psi). فما قيمة ضغط الهواء عند القمة بالباسكال لكل من الجبال المدرجة في الجدول على الجهة اليمنى؟

جبل رايفرست

$$8850 = 15500 (5 - \log_{10} P)$$

$$\frac{8850}{15500} = 5 - \log_{10} P$$

$$\log_{10} P = 5 - \frac{8850}{15500}$$

$$P = 10^{(5 - \frac{8850}{15500})}$$

$$= \boxed{26855.43912} \text{ باسكال}$$

بأي الجبال بنفس الطريقة

مثال جبل تريسولي

$$P = 10^{(5 - \frac{7074}{15500})}$$

$$= 34963.33917 \text{ باسكال}$$

$$\text{بونيتي} \leftarrow 36028.41539 \text{ باسكال}$$

$$\text{ماكينلي} \leftarrow 39846.21709 \text{ باسكال}$$

$$\text{لوغان} \leftarrow 41261.82066 \text{ باسكال}$$

المثابرة حل كل معادلة مما يلي. وتحقق من حلولك.

23

$$\log_3 56 - \log_3 n = \log_3 7$$

$$\log_3 \frac{56}{n} = \log_3 7$$

$$\frac{56}{n} = \frac{7}{1}$$

$$7n = 56$$

$$n = \frac{56}{7}$$

$$\boxed{n = 8}$$

25

$$5 \log_2 x = \log_2 32$$

$$\log_2 x^5 = \log_2 32$$

$$x^5 = 32$$

$$x = (32)^{\frac{1}{5}}$$

$$\boxed{x = 2}$$

26

$$\log_{10} a + \log_{10} (a + 21) = 2$$

$$\log_{10} [a(a + 21)] = 2$$

$$a(a + 21) = 10^2$$

$$a^2 + 21a - 100 = 0$$

$$(a - 4)(a + 25) = 0$$

$$a = 4 \checkmark$$

$$a = -25 \text{ مرفوض حد خارج}$$

$$\{4\} \text{ مجموعة الحل}$$

الاسم: _____

اللوغاريتمات العادية

نواتج التعلم

- 1- حل المعادلات والمتباينات الأسية باستخدام اللوغاريتمات العادية.
2- إيجاد قيم التعابير اللوغاريتمية باستخدام قانون تغيير الأساس.

$$\log_a n = \frac{\log_b n}{\log_b a} \quad \text{قانون تغيير الأساس}$$

استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كل تعبير مما يلي مع التقريب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

log 5 (1)

$$\approx 0.69897$$

$$\approx 0.6990$$

log 21 (2)

$$\approx 1.322219$$

$$\approx 1.3222$$

log 0.4 (3)

$$\approx -0.39794$$

$$\approx -0.3979$$

علوم كمية الطاقة E مقدرة بالأرغ، التي تنبعث من زلزال ما ترتبط بشدة مقياس ريختر M لهذا الزلزال من خلال المعادلة $\log E = 11.8 + 1.5M$. استخدم المعادلة لإيجاد كمية الطاقة المتنبهة من زلزال تشيلي عام 1960 الذي بلغ 8.5 على مقياس ريختر.

$$\log E = 11.8 + 1.5(8.5)$$

$$E = 10^{[11.8 + 1.5(8.5)]} \approx 3.55 \times 10^{24}$$

أوجد حل كل معادلة. قرب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

$6^x = 40$ (6)

$$x = \log_6 40$$

$$= \frac{\log 40}{\log 6}$$

$$= 2.0588$$

$2.1^{a+2} = 8.25$ (7)

$$a+2 = \log_{2.1} 8.25$$

$$a = \frac{\log 8.25}{\log 2.1} - 2$$

$$= 0.8442$$

$7^{x^2} = 20.42$ (8)

$$x^2 = \log_7 20.42$$

$$x = \pm \sqrt{\log_7 20.42}$$

$$= \pm \sqrt{\frac{\log 20.42}{\log 7}}$$

$$= \pm 1.2451$$

$11^{b-3} = 5^b$ (9)

$$b-3 = \log_{11} 5^b$$

$$b-3 = b \log_{11} 5$$

$$b - b \log_{11} 5 = 3$$

$$b(1 - \log_{11} 5) = 3$$

$$b = \frac{3}{1 - \log_{11} 5}$$

$$= 9.1237$$

أوجد حل كل متباينة. قرب إلى أقرب جزء من عشرة آلاف.

$$5^{4n} > 33$$

(10)

$$4n > \log_5 33$$

$$n > \frac{\log 33}{4 \log 5}$$

$$n > 0.5431$$

$$S = \{n \mid n > 0.5431\}$$

$$6^{p-1} \leq 4^p$$

(11)

$$p-1 \leq \log_6 4^p$$

$$p-1 \leq p \log_6 4$$

$$p - p \log_6 4 \leq 1$$

$$p(1 - \log_6 4) \leq 1$$

$$p \leq \frac{1}{1 - \frac{\log 4}{\log 6}}$$

$$p \leq 4.4190$$

$$S = \{p \mid p \leq 4.4190\}$$

عبر عن كل لوغاريتم بدلالة اللوغاريتمات العادية. ثم قرب قيمته لأقرب جزء من عشرة آلاف.

$$\log_3 7$$

(12)

$$= \frac{\log 7}{\log 3} = 1.7712$$

$$\log_9 13$$

(14)

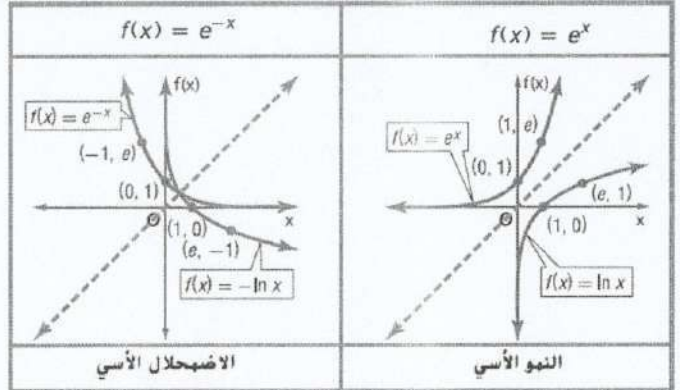
$$= \frac{\log 13}{\log 9} = 1.1674$$

الاسم: _____ الأساس e واللوغاريتمات الطبيعية

نواتج التعلم

- 1 - إيجاد قيم التعابير المشتملة على الأساس الطبيعي واللوغاريتم الطبيعي.
2 - حل المعادلات والمتباينات الأسية باستخدام اللوغاريتمات الطبيعية.

$A = Pe^{rt}$	المراوحة المركبة المستمرة
A هو المبلغ في الحساب بعد t أعوام.	
P هو المبلغ الأصلي المُستثمر	
r هو معدل المراوحة السنوي.	



اكتب دالة أسية أو لوغاريتمية مكافئة.

$e^x = 30$ ①

$x = \ln 30$

$\ln x = 42$ ②

$x = e^{42}$

$e^3 = x$ ③

$3 = \ln x$

$\ln 18 = x$ ④

$18 = e^x$

اكتب كلاً مما يلي في صيغة لوغاريتم مفرد.

$3 \ln 2 + 2 \ln 4$ ⑤

$= \ln 2^3 + \ln 4^2$

$= \ln (2^3 \times 4^2)$

$= \ln (2^3 \times 2^4)$

$= \ln 2^7$

$= 7 \ln 2$

$5 \ln 3 - 2 \ln 9$ ⑥

$= \ln 3^5 - \ln 9^2$

$= \ln \frac{3^5}{3^4}$

$= \ln 3$

$3 \ln 6 + 2 \ln 9$ ⑦

$= \ln 6^3 + \ln 9^2$

$= \ln (6^3 \times 9^2)$

$= \ln 17496$

$3 \ln 5 + 4 \ln x$ ⑧

$= \ln 5^3 + \ln x^4$

$= \ln 5^3 x^4$

$= \ln 125 x^4$

أوجد حل كل معادلة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

$5e^x - 24 = 16$ ⑨

$5e^x = 16 + 24$

$5e^x = 40$

$e^x = 8$

$x = \ln 8$

$x = 2.0794$

$3e^{-3x} + 4 = 6$ ⑩

$3e^{-3x} = 6 - 4$

$3e^{-3x} = 2$

$e^{-3x} = \frac{2}{3}$

$-3x = \ln \frac{2}{3}$

$x = \frac{\ln \frac{2}{3}}{-3}$

$= 0.1352$

أوجد حل كل معادلة أو متباينة. قَرِّبْ لأقرب جزء من عشرة آلاف.

$$\ln 3x = 8 \quad (13)$$

$$3x = e^8$$

$$x = \frac{e^8}{3}$$

$$= 993.6527$$

$$-4 \ln 2x = -26 \quad (14)$$

$$\ln 2x = \frac{-26}{-4}$$

$$2x = e^{\frac{26}{4}}$$

$$x = \frac{e^{\frac{26}{4}}}{2}$$

$$= 332.5708$$

$$\ln (x+5)^2 < 6 \quad (15)$$

$$(x+5)^2 < e^6$$

$$|x+5| < e^3$$

$$-e^3 < x+5 < e^3$$

$$-e^3 - 5 < x < e^3 - 5$$

$$-25.0855 < x < 15.0855$$

$$5 + e^{-x} > 14 \quad (18)$$

$$e^{-x} > 14 - 5$$

$$e^{-x} > 9$$

$$-x > \ln 9$$

$$x < -\ln 9$$

$$x < -2.1972$$

$$\mathcal{L} = \{x \mid -25.0855 < x < 15.0855\}$$

$$\mathcal{L} = \{x \mid x < -2.1972\}$$

علوم فيروس ينتشر عبر شبكة حاسوب وفقاً للصيغة $v(t) = 30e^{0.1t}$. حيث v هو عدد الحواسيب المصابة بالفيروس و t هو الزمن بالدقائق. كم سيستغرق الفيروس لإصابة 10,000 حاسوب؟

$$10000 = 30 e^{0.1t}$$

$$t \approx 58 \text{ min} \quad (19)$$

$$\frac{10000}{30} = e^{0.1t}$$

$$\ln \frac{10000}{30} = 0.1t$$

$$\frac{\ln \frac{10000}{30}}{0.1} = t$$

استخدام الدوال الأسية و اللوغاريتمية الاسم:

نواتج التعلم

- 1 - استخدام اللوغاريتمات لحل المسائل التي تتضمن نموًا واضمحلالاً أسياً.
2 - استخدام اللوغاريتمات لحل المسائل التي تتضمن نموًا لوجيستياً.

دالة النمو اللوجستي
 $f(t) = \frac{c}{1 + ae^{-kt}}$
حيث t تمثل الوقت.

الاضمحلال الأسي	النمو الأسي
يمكن تمثيل الاضمحلال الأسي بالدالة $f(x) = ae^{-kt}$	يمكن تمثيل النمو الأسي بالدالة $f(x) = ae^{kt}$
حيث a هي القيمة الأولية، و t هو الزمن بالأعوام، و k هو الثابت الذي يمثل معدل الاضمحلال المستمر.	حيث a هي القيمة الأولية، و t هو الزمن بالأعوام، و k هو الثابت الذي يمثل معدل النمو المستمر.

علم الأحياء القديمة يبلغ عمر النصف للبوتاسيوم 40 حوالي 1.25 مليار عام. ← اضمحلال أسي

$$\frac{1}{2}a = a e^{-k(1.25 \times 10^9)}$$

$$k = \frac{\ln \frac{1}{2}}{-1.25 \times 10^9} = 5.545 \times 10^{-10}$$

$$\ln \frac{1}{2} = -k(1.25)(10^9)$$

b. تحتوي عينة حالياً على 36 ميليغراماً من البوتاسيوم 40. فكم من الوقت سيستغرقه العينة في التحلل لتصل إلى 15 مللي غراماً فقط من البوتاسيوم 40؟

$$15 = 36 e^{-5.545 \times 10^{-10} t}$$

$$\ln \frac{15}{36} = -5.545 \times 10^{-10} t$$

$$\frac{15}{36} = e^{-5.545 \times 10^{-10} t}$$

$$t = \frac{\ln \frac{15}{36}}{-5.545 \times 10^{-10}} = 1578843530$$

سنة.

c. كم عدد مللي جرامات البوتاسيوم 40 التي سوف تبقى بعد 300 مليون عام؟
 $-5.545 \times 10^{-10} \times 300 \times 10^6$
 $= 36 e$

$$= 30.48 \text{ mg}$$

d. كم الوقت الذي سيستغرقه البوتاسيوم 40 للتحلل إلى ثمن مقداره الأصلي؟
 $\frac{1}{8}a = a e^{-5.545 \times 10^{-10} t}$

$$\ln \frac{1}{8} = -5.545 \times 10^{-10} t$$

$$t = \frac{\ln \frac{1}{8}}{-5.545 \times 10^{-10}}$$

$$= 3750120603$$

البداية
→

العلوم سقط نوع معين من الطعام على الأرض، وتنبو عليه الجراثيم أسياً وفق النموذج $y = 2e^{kt}$. حيث t الوقت بالثواني.

a. إذا كان هناك خليتان بشكل أولي و 8 خلايا بعد 20 ثانية، فأوجد قيمة k للجراثيم.

$$8 = 2e^{k(20)} \quad \ln 4 = k(20)$$

$$\frac{8}{2} = e^{k(20)} \quad k = \frac{\ln 4}{20} = 0.06931$$

b. تنص "قاعدة الثواني الخمس" على أنه إذا تناول شخص طعاماً قد أسقطه على الأرض في غضون 5 ثوانٍ فلن يكون هناك ضرر. ما مقدار الجراثيم التي ستكون على الطعام بعد 5 ثوانٍ؟

$$0.06931(5)$$

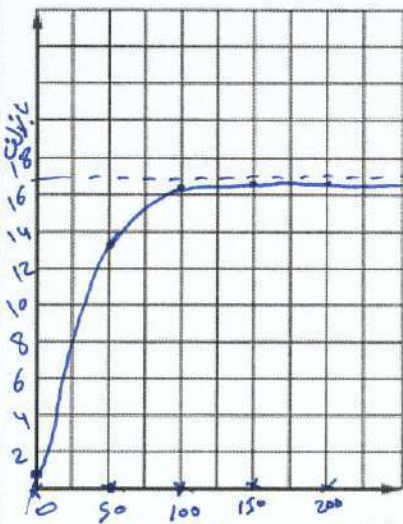
$$= 2e$$

$$= 2.8284 \text{ mg خلية}$$

c. هل ستتناول طعاماً سقط على الأرض لمدة 5 ثوانٍ؟ لم أو لم لا؟ هل تعتقد أن المعلومات التي لديك في هذا التمرين معقولة؟ اشرح.

نعم. لأنه لم ينم أي خلية واحدة في خلال 5 ثواني.

ولكن هناك أولئك يعرفون بؤرهم هذا السؤال من صيغته نظراً لظهورها في وضع الطعام الذي أسقط.



3 علم الحيوان افترض أن تعداد النعالب الحمراء في موطنها المحدد يتبع الدالة $P(t) = \frac{16,500}{1 + 18e^{-0.085t}}$ حيث t تمثل الوقت بالأعوام.

a. مثل الدالة بياناً عندما يكون $0 \leq t \leq 200$.

b. ما خط التقارب الأفقي؟ 16,500

c. ما الحد الأقصى للتعداد؟ 16,500 تعديلاً

d. متى سيجعل التعداد إلى 16,450؟

$$16,450 = \frac{16,500}{1 + 18e^{-0.085t}} \quad e^{-0.085t} = \frac{16,500}{16,450} - 1$$

$$1 + 18e^{-0.085t} = \frac{16,500}{16,450} \quad -0.085t = \ln \frac{16,500}{16,450} - 1$$

$$18e^{-0.085t} = \frac{16,500}{16,450} - 1 \quad t = \frac{\ln \frac{16,500}{16,450} - 1}{-0.085} \approx 102 \text{ سنة}$$