7-1 ضرب التعابير النسبية وقسمتها

نواتج التعلّم 1– تحويل التعابير النسبية لأبسط صورة. 2 – تحويل الكسور المركبة لأبسط صورة.

يطلق على النسبة بين تعبيرين كثيري الحدود مثل $\frac{1700}{d-33}$ **تعبير نسبي**.

الكسر المركب هو تعبير نسبي له بسط و/أو مقام عبارة عن تعبير نسبي أيضًا.

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

$\frac{c+d}{3c^2-3d^2}$

$\frac{x^2-5x-24}{x^2-64}$

الاختيار من متعدد حدد جميع قيم x التي يكون عندها $\frac{x+7}{x^2-3x-28}$ غير معرفة.

A $-7, 4$ B $7, 4$ C $4, -7, 7$ D $-4, 7$

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

$\frac{12x^3y}{13ab^2} \div \frac{36xy^3}{26b}$

$\frac{27x^2y^4}{16yz^3} \cdot \frac{8z}{9xy^3}$

$\frac{a^2x-b^2x}{by-ay}$

$\frac{y^2+3y-40}{25-y^2}$

$$\frac{x^2-4x-21}{x^2-6x+8}\cdot\frac{x-4}{x^2-2x-35}$$

$$\frac{a^2-b^2}{3a^2-6a+3}\div\frac{4a+4b}{a^2-1}$$

$$\frac{\frac{a^3b^3}{xy^4}}{\frac{a^2b}{x^2y}}$$

$$\frac{\frac{4x}{x+6}}{\frac{x^2-3x}{x^2+3x-18}}$$

التبرير المنطقي يمكن تمثيل حجم حاويات الشحن ذات شكل متوازي مستطيلات بكثيرة الحدود $6x^3+11x^2+4x$, حيث يكون الارتفاع x.

a. أوجد طول الحاوية وعرضها.

b. أوجد النسبة بين الأبعاد الثلاثة للحاوية عندما تكون $x=2$.

c. هل ستكون النسبة بين الأبعاد الثلاثة واحدة لجميع قيم x؟

7-2 جمع التعابير النسبية وطرحها

نواتج التعلّم 1– تحديد المضاعف المشترك الأصغر للدوال كثيرة الحدود. 2 – جمع التعابير النسبية وطرحها.

أوجد المضاعف المشترك الأصغر لكل مجموعة من كثيرات الحدود.

$7a^2, 9ab^3, 21abc^4$

$16x, 8x^2y^3, 5x^3y$

$x^3 - 6x^2 - 16x, x^2 - 4$

$3y^2 - 9y, y^2 - 8y + 15$

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

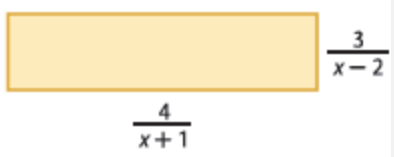
$\frac{7b}{12a} - \frac{1}{18ab^3}$

$\frac{12y}{5x} + \frac{5x}{4y^3}$

$$\frac{8}{y-3}+\frac{2y-5}{y^2-12y+27}$$

$$\frac{4x}{x^2+9x+18}+\frac{5}{x+6}$$

هندسة أوجد محيط المستطيل.



$$\frac{3a+2}{a^2-16}-\frac{7}{6a+24}$$

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

$$\frac{\frac{3}{x}+\frac{2}{y}}{1+\frac{4}{y}}$$

$$\frac{4+\frac{2}{x}}{3-\frac{2}{x}}$$

7-3 تمثيل دوال المقلوب بيانياً

نواتج التعلّم 1– تحديد خصائص دوال المقلوب. 2 – تمثيل تحويلات دوال المقلوب بيانياً.

تضم **دالة المقلوب** معادلة لها الصيغة $f(x) = \frac{1}{a(x)}$، حيث $a(x)$ دالة خطية و $a(x) \neq 0$.

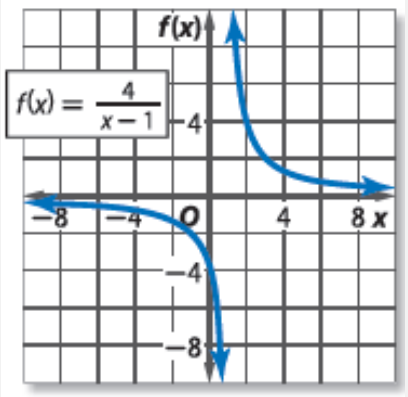
نوع التمثيل البياني: **قطع زائد**

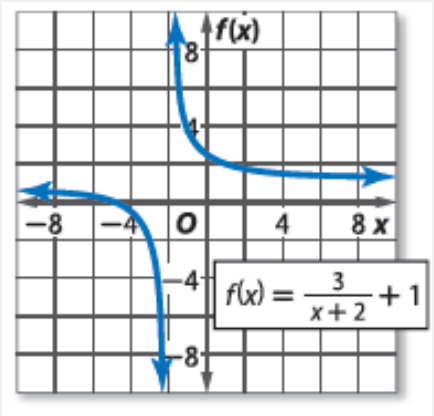
تحويلات دوال المقلوب

$$f(x) = \frac{a}{x - h} + k$$

h – الإزاحة الأفقية k – الإزاحة الرأسية a – الاتجاه والشكل

حدّد الخطوط المقاربة والمجال والمدى لكل دالة.





مثّل كل دالة بيانيًا. واذكر المجال والمدى.

$f(x) = \frac{-1}{x-2} + 4$

$f(x) = \frac{2}{x+3}$

$f(x) = \frac{5}{x}$

التبرير المنطقي تخطط مجموعة من الأصدقاء لتقديم قسيمة هدية لقائد المجموعة الشبابية لقضاء يوم في منتجع صحي. تبلغ تكلفة القسيمة AED 150.

a. إذا كانت c تمثل التكلفة على كل صديق وكانت f تمثل عدد الأصدقاء، فاكتب معادلة لتمثيل التكلفة على كل صديق كدالة لعدد الأصدقاء الذين قدموا المال.

b. مثل الدالة بيانيًا.

C. وضح أي قيود على المجال أو المدى في هذا الموقف.

7-4 التمثيل البياني للدوال النسبية

نواتج التعلّم

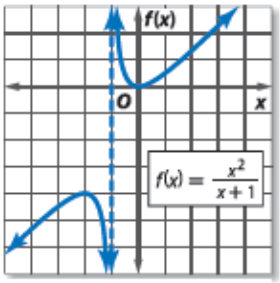
1– التمثيل البياني للدوال النسبية ذات الخطوط المقاربة الأفقية والرأسية.

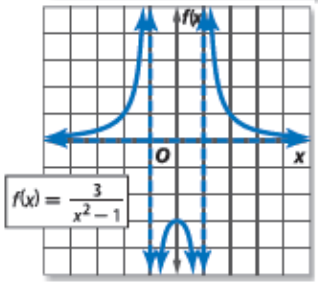
2 – التمثيل البياني للدوال النسبية ذات الخط المقارب المائل ونقطة الانفصال.

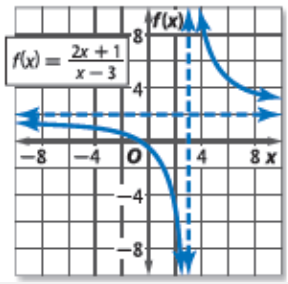
الخطوط المقاربة الأفقية والرأسية

إذا كانت $f(x)=\frac{a(x)}{b(x)}$، وكان $a(x)$ و $b(x)$ دالتين كثيرتي الحدود ليس بينهما أي عوامل مشتركة سوى 1، وكان $b(x)\neq 0$، فإن:

- $f(x)$ لها **خط مقارب رأسي** عندما تكون $b(x)=0$.
- $f(x)$ لها **خط مقارب أفقي** واحد على الأكثر.
  - إذا كانت درجة $a(x)$ أكبر من درجة $b(x)$، فلا يوجد خط مقارب أفقي.
  - إذا كانت درجة $a(x)$ أقل من درجة $b(x)$، فسيكون الخط المقارب الأفقي هو الخط $y=0$.
  - إذا كانت درجة $a(x)$ تساوي درجة $b(x)$، فسيكون الخط المقارب الأفقي هو الخط $y=\frac{\text{المعامل الرئيسي لـ } a(x)}{\text{المعامل الرئيسي لـ } b(x)}$







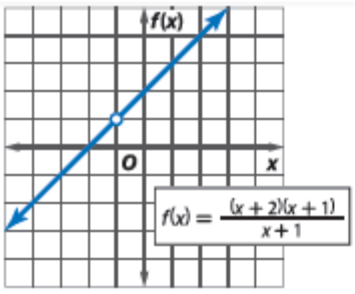
$f(x)=\frac{x^2}{x+1}$

$f(x)=\frac{3}{x^2-1}$

$f(x)=\frac{2x+1}{x-3}$

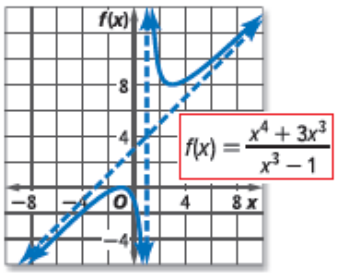
نقطة الانفصال

إذا كانت $f(x)=\frac{a(x)}{b(x)}$، $b(x)\neq 0$، $x-c$ عوامل لكل من $a(x)$ و $b(x)$، فسيوجد نقطة الانفصال عند $x=c$.



الخط المقارب المائل

إذا كانت $f(x)=\frac{a(x)}{b(x)}$، وكان $a(x)$ و $b(x)$ دالتين كثيرتي الحدود ليس بينهما أي عوامل مشتركة سوى 1 وكانت $b(x)\neq 0$، فإن $f(x)$ لها خط مقارب مائل إذا كانت درجة $a(x)$ مطروحًا منها درجة $b(x)$ تساوي 1. وتكون معادلة الخط المقارب هي $f(x)=\frac{a(x)}{b(x)}$ بدون باقٍ.

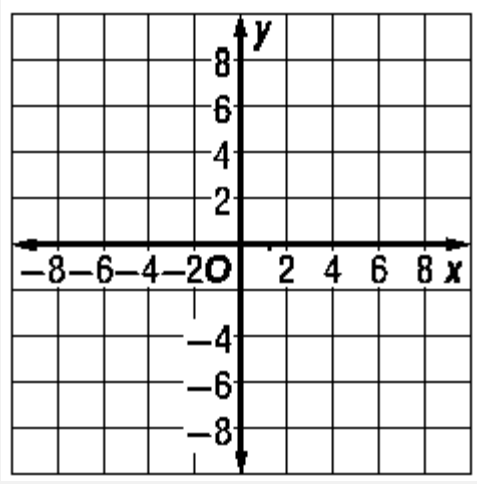


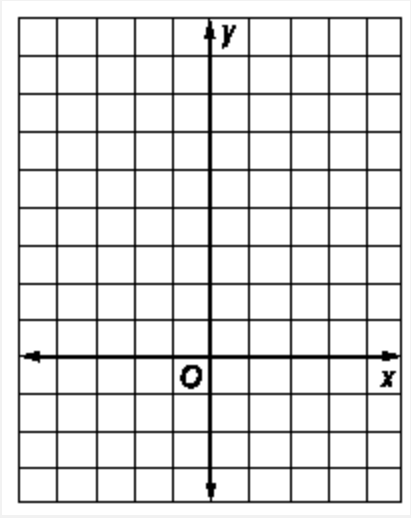
الخط المقارب المائل: $f(x)=x+3$

مثّل كل دالة بيانيًا.

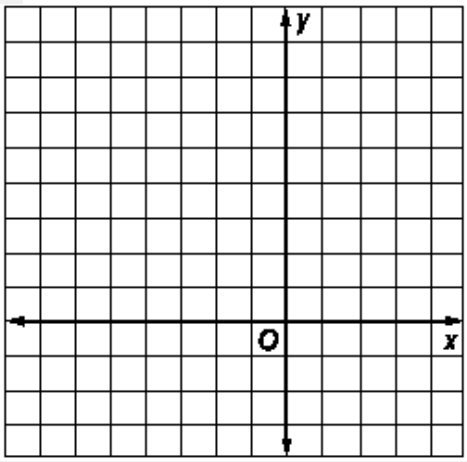
$f(x) = \frac{x-3}{x+1}$

$f(x) = \frac{x^4-2}{x^2-1}$





الاستنتاج يتخذ حسن موقع المهاجم بفريق كرة القدم لمدرسته الثانوية. وفي هذا الموسم، حقق حتى الآن 7 من 11 هدفًا. ويود تحسين نسبة الأهداف الخاصة به. فإذا كان بإمكانه تحقيق x هدفًا متتابعًا، فيمكن تحديد نسبه أهدافه باستخدام الدالة $P(x) = \frac{7+x}{11+x}$.



a. مثّل الدالة بيانيًا.

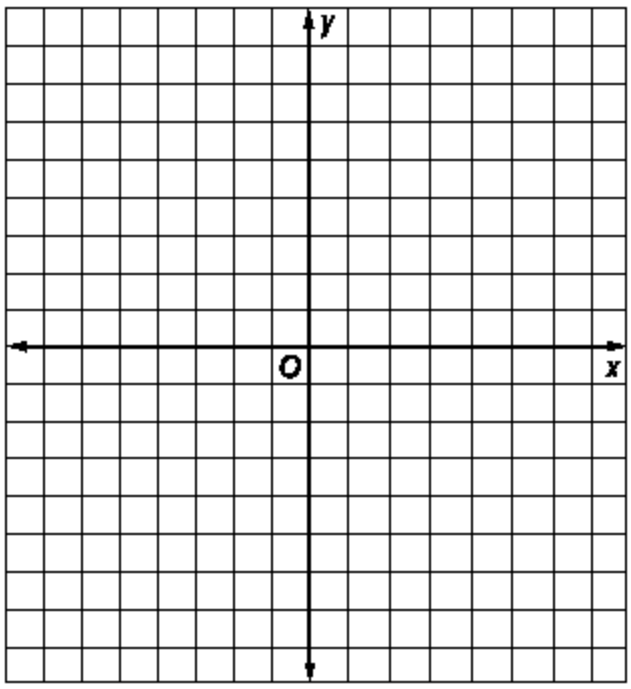
b. أي جزء من التمثيل البياني يعتبر ذي معنى في سياق المسألة؟

c. اذكر معنى تقاطع المحور الرأسي.

d. ما معادلة الخط المقارب الأفقي؟ اشرح معناها فيما يتعلق بنسبة أهداف حسن.

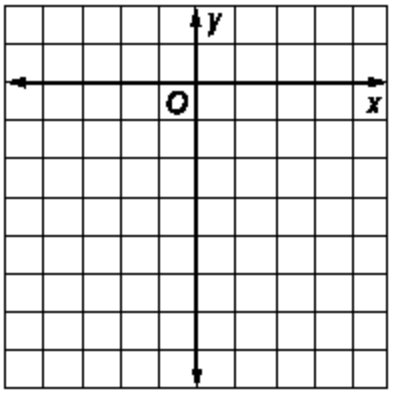
مثّل كل دالة بيانيًا.

$f(x) = \frac{6x^2 - 3x + 2}{x}$



مثّل كل دالة بيانيًا.

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x - 5}{x + 1}$$



7-5 حل المعادلات والمتباينات النسبية

نواتج التعلّم 1– حل المعادلات النسبية. 2 – حل المتباينات النسبية.

أوجد حل كل من المعادلات التالية. تحقق من حلك.

$$\frac{4}{7}+\frac{3}{x-3}=\frac{53}{56}$$

$$\frac{8}{x-5}-\frac{9}{x-4}=\frac{5}{x^2-9x+20}$$

البنية لدى نورة 4.5 كيلوجرام من الفاكهة المجففة وتبيع كل كيلوجرام منها مقابل AED 51. وتود أن تعرف كم تحتاج من كيلوجرام مزيج المكسرات المباعة مقابل AED 36.73 لكيلوجرام لتصنع مزيجًا من المكسرات والفاكهة المجففة يباع مقابل AED 28.04 للرطل. **كم عدد كيلوجرام مزيج المكسرات اللازم.**

الكيمياء كم عدد ميلليترات محلول حمضي بتركيز 20% التي يجب إضافتها إلى 30 ميلليترًا من محلول حمضي بتركيز 75% للحصول على محلول حمضي بتركيز 30%؟

المسافة يبلغ متوسط سرعة قيادة موزة لدراجتها 11.5 كيلو متراً في الساعة. وتقوم برحلة ذهاب وعودة بمسافة 40 كيلو متراً. وتستغرق 3 ساعات و 50 دقيقة. ما متوسط سرعة الرياح؟

السفر جوًا تستغرق إحدى الطائرات 20 ساعة لتطير إلى وجهتها عكس اتجاه الرياح. تستغرق رحلة العودة 16 ساعة. إذا كان متوسط سرعة الطائرة في الهواء الساكن 500 ميل في الساعة، فما متوسط سرعة الرياح أثناء الرحلة؟

المباني تستطيع مجموعة بدر التطوعية بناء مرأب في 12 ساعة. وتستطيع مجموعة شيماء بناء مرأب في 16 ساعة. كم من الزمن سيستغرقان إذا عملا معًا؟

العمل يعمل أيوب وفارس في تلميع السيارات. ويستطيع أيوب تلميع إحدى السيارات في 60 دقيقة بينما يستطيع فارس تلميع نفس السيارة في 80 دقيقة. ويخطط الاثنان إلى تلميع نفس السيارة معًا ويودان معرفة كم من الزمن سيستغرق ذلك.

حُـلّ كل من المتباينات التالية. تحقق من صحة الحل.

$\frac{1}{4c} + \frac{1}{9c} < \frac{1}{2}$

$\frac{3}{5x} + \frac{1}{6x} > \frac{2}{3}$

ضرب التعابير النسبية وقسمتها

نواتج التعلّم 1- تحويل التعابير النسبية لأبسط صورة. 2 - تحويل الكسور المركبة لأبسط صورة.

يطلق على النسبة بين تعبيرين كثيري الحدود مثل $\frac{1700}{d-33}$ **تعبير نسبي**.

الكسر المركب هو تعبير نسبي له بسط و/أو مقام عبارة عن تعبير نسبي أيضًا.

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

(1) $\frac{x^2-5x-24}{x^2-64} = \frac{(x+3)(x-8)}{(x-8)(x+8)} = \frac{x+3}{x+8}$

(2) $\frac{c+d}{3c^2-3d^2} = \frac{c+d}{3(c^2-d^2)} = \frac{c+d}{3(c-d)(c+d)} = \frac{1}{3(c-d)}$

الاختيار من متعدد (3) حدد جميع قيم x التي يكون عندها $\frac{x+7}{x^2-3x-28}$ غير معرفة.

A $-7, 4$ B $7, 4$ C $4, -7, 7$ D $-4, 7$

المقام غير معرّف عند أصفار المقام ← $x^2-3x-28=0$ ← $(x+4)(x-7)=0$

$x=-4$

$x=7$

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

(4) $\frac{y^2+3y-40}{25-y^2} = \frac{(y-5)(y+8)}{(5-y)(5+y)} = \frac{-(y+8)}{5+y}$

(5) $\frac{a^2x-b^2x}{by-ay} = \frac{x(a^2-b^2)}{y(b-a)} = \frac{x(a-b)(a+b)}{y(b-a)} = \frac{-x(a+b)}{y}$

(6) $\frac{27x^2y^4}{16yz^3} \cdot \frac{8z}{9xy^3} = \frac{3x}{2z^2}$

(7) $\frac{12x^3y}{13ab^2} \div \frac{36xy^3}{26b} = \frac{12x^3y}{13ab^2} \times \frac{26b}{36xy^3} = \frac{2x^2}{3y^2ab}$

8

$$\frac{x^2-4x-21}{x^2-6x+8} \cdot \frac{x-4}{x^2-2x-35}$$

$$= \frac{(x+3)(x-7)}{(x-2)(x-4)} \times \frac{(x-4)}{(x+5)(x-7)}$$

$$= \frac{x+3}{(x-2)(x+5)}$$

9

$$\frac{a^2-b^2}{3a^2-6a+3} \div \frac{4a+4b}{a^2-1}$$

$$= \frac{(a-b)(a+b)}{3(a^2-2a+1)} \times \frac{a^2-1}{4a+4b}$$

$$= \frac{(a-b)(a+b)}{3(a-1)(a-1)} \times \frac{(a-1)(a+1)}{4(a+b)}$$

$$= \frac{(a-b)(a+1)}{12(a-1)}$$

10

$$\frac{\frac{a^3b^3}{xy^4}}{\frac{a^2b}{x^2y}}$$

$$= \frac{a^3b^3x^2y}{a^2bxy^4}$$

$$= \frac{ab^2x}{y^3}$$

11

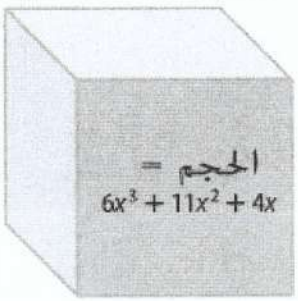
$$\frac{\frac{4x}{x+6}}{\frac{x^2-3x}{x^2+3x-18}}$$

$$= \frac{4x(x^2+3x-18)}{(x^2-3x)(x+6)}$$

$$= \frac{4x(x-3)(x+6)}{x(x-3)(x+6)}$$

$$= 4$$

12



التبرير المنطقي يمكن تمثيل حجم حاويات الشحن ذات شكل متوازي مستطيلات بكثيرة الحدود $6x^3 + 11x^2 + 4x$, حيث يكون الارتفاع x.

a. أوجد طول الحاوية وعرضها.

b. أوجد النسبة بين الأبعاد الثلاثة للحاوية عندما تكون $x = 2$.

c. هل ستكون النسبة بين الأبعاد الثلاثة واحدة لجميع قيم x؟

a) الحجم = الارتفاع × العرض × الطول $\quad 6x^3+11x^2+4x = x(6x^2+11x+4)$

$= x(3x+4)(2x+1)$

الارتفاع x ، الطول $3x+4$ ، العرض $2x+1$

b) الارتفاع 2 ، الطول 10 ، العرض 5 ⟸ النسبة 2 : 5 : 10

c) مثال/ عندوضع الارتفاع = 1 ⟸ 3 : 7 : 1 لاتساوي 2 : 5 : 10

جمع التعابير النسبية وطرحها

نواتج التعلّم 1– تحديد المضاعف المشترك الأصغر للدوال كثيرة الحدود. 2 – جمع التعابير النسبية وطرحها.

أوجد المضاعف المشترك الأصغر لكل مجموعة من كثيرات الحدود.

(1) $16x, 8x^2y^3, 5x^3y$

$16x = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times (x)$

$8x^2y^3 = 2 \times 2 \times 2 \times (x^2 y^3)$

$5x^3y = 5 \times (x^3 y)$

$LCM = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times (x^3 y^3) = 80x^3y^3$

(2) $7a^2, 9ab^3, 21abc^4$

$7a^2 = 7 \times (a^2)$

$9ab^3 = 3 \times 3 \times (a b^3)$

$21abc^4 = 3 \times 7 \times (a b c^4)$

$LCM = 7 \times 3 \times 3 \times (a^2 b^3 c^4) = 63 a^2 b^3 c^4$

(3) $3y^2 - 9y, y^2 - 8y + 15$

$3y^2 - 9y = 3y(y - 3)$

$y^2 - 8y + 15 = (y - 3)(y - 5)$

$LCM = 3y(y-3)(y-5)$

(4) $x^3 - 6x^2 - 16x, x^2 - 4$

$x^3 - 6x^2 - 16x = x(x^2 - 6x - 16) = x(x + 2)(x - 8)$

$x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$

$LCM = x(x+2)(x-2)(x-8)$

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

(5) $\frac{12y}{5x} + \frac{5x}{4y^3}$

المقام المشترك الأصغر $= 20xy^3$

$= \frac{12y(4y^3)}{5x(4y^3)} + \frac{5x(5x)}{4y^3(5x)}$

$= \frac{48y^4 + 25x^2}{20xy^3}$

(7) $\frac{7b}{12a} - \frac{1}{18ab^3}$

المقام المشترك الأصغر $= 36ab^3$

$12a = 2 \times 2 \times 3$

$18ab^3 = 2 \times 3 \times 3$ $\rightarrow LCM = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$

$= \frac{7b(3b^3)}{12a(3b^3)} - \frac{1(2)}{18ab^3(2)}$

$= \frac{21b^4 - 2}{36ab^3}$

(9) $\frac{4x}{x^2+9x+18} + \frac{5}{x+6}$

$= \frac{4x}{(x+3)(x+6)} + \frac{5(x+3)}{(x+6)(x+3)}$

$= \frac{4x+5x+15}{(x+3)(x+6)} = \frac{9x+15}{(x+3)(x+6)}$

(10) $\frac{8}{y-3} + \frac{2y-5}{y^2-12y+27}$

$= \frac{8(y-9)}{(y-3)(y-9)} + \frac{2y-5}{(y-3)(y-9)}$

$= \frac{8y-72+2y-5}{(y-3)(y-9)}$

$= \frac{10y-77}{(y-3)(y-9)}$

(12) $\frac{3a+2}{a^2-16} - \frac{7}{6a+24}$

$= \frac{6(3a+2)}{6(a-4)(a+4)} - \frac{7(a-4)}{6(a+4)(a-4)}$

$= \frac{18a+12-7a+28}{6(a-4)(a+4)}$

$= \frac{11a+40}{6(a-4)(a+4)}$

(13) هندسة أوجد محيط المستطيل.

المحيط = 2 (العرض + الطول)

$P = 2\left(\frac{3}{x-2} + \frac{4}{x+1}\right)$

$= 2\left(\frac{3(x+1)}{(x-2)(x+1)} + \frac{4(x-2)}{(x+1)(x-2)}\right)$

$= 2\left(\frac{3x+3+4x-8}{(x-2)(x+1)}\right)$

$= \frac{14x-10}{(x-2)(x+1)}$

(14) $\frac{4+\frac{2}{x}}{3-\frac{2}{x}} = \frac{\frac{4x}{x}+\frac{2}{x}}{\frac{3x}{x}-\frac{2}{x}} = \frac{\frac{4x+2}{x}}{\frac{3x-2}{x}}$

$= \frac{4x+2}{3x-2}$

(16) حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

$\frac{\frac{3}{x}+\frac{2}{y}}{1+\frac{4}{y}} = \frac{\frac{3y}{xy}+\frac{2x}{xy}}{\frac{y}{y}+\frac{4}{y}} = \frac{\frac{3y+2x}{xy}}{\frac{y+4}{y}}$

$= \frac{y(3y+2x)}{(y+4)(xy)}$

$= \frac{3y+2x}{x(y+4)} = \frac{3y+2x}{xy+4x}$

تمثيل دوال المقلوب بيانياً

نواتج التعلّم 1- تحديد خصائص دوال المقلوب. 2 - تمثيل تحويلات دوال المقلوب بيانياً.

تضم **دالة المقلوب** معادلة لها الصيغة $f(x) = \frac{1}{a(x)}$، حيث $a(x)$ دالة خطية و $a(x) \neq 0$.

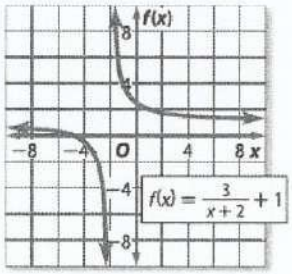
نوع التمثيل البياني: **قطع زائد**

تحويلات دوال المقلوب

$$f(x) = \frac{a}{x-h} + k$$

h – الإزاحة الأفقية k – الإزاحة الرأسية a – الاتجاه والشكل

حدّد الخطوط المقاربة والمجال والمدى لكل دالة.

① 

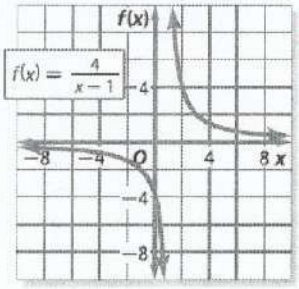
المركز $(-2, 1)$

خط التقارب الرأسي $x = -2$

خط التقارب الأفقي $y = 1$

المجال $D = R - \{-2\}$

المدى $R = R - \{1\}$

② 

المركز $(1, 0)$

خط التقارب الرأسي $x = 1$

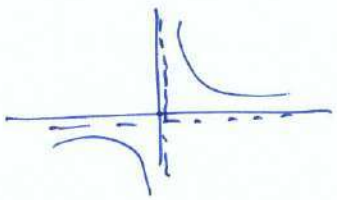
خط التقارب الأفقي $y = 0$

$D = R - \{1\}$

$R = R - \{0\}$

مثّل كل دالة بيانيًا. واذكر المجال والمدى.

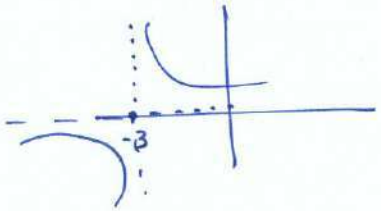
③ $f(x) = \frac{5}{x}$ المركز $(0, 0)$



$D = R - \{0\}$

$R = R - \{0\}$

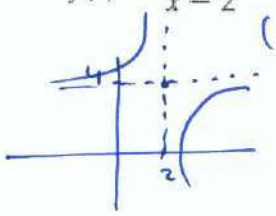
④ $f(x) = \frac{2}{x+3}$ المركز $(-3, 0)$



$D = R - \{-3\}$

$R = R - \{0\}$

⑤ $f(x) = \frac{-1}{x-2} + 4$ المركز $(2, 4)$



$D = R - \{2\}$

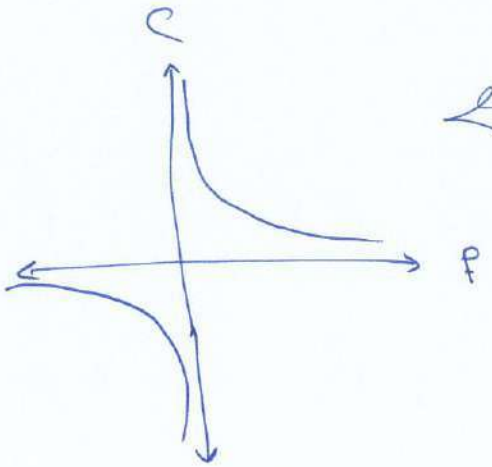
$R = R - \{4\}$

التبرير المنطقي تخطط مجموعة من الأصدقاء لتقديم قسيمة هدية لقائد المجموعة الشبابية لقضاء يوم في منتجع صحي. تبلغ تكلفة القسيمة AED 150. (6)

a. إذا كانت c تمثل التكلفة على كل صديق وكانت f تمثل عدد الأصدقاء، فاكتب معادلة لتمثيل التكلفة على كل صديق كدالة لعدد الأصدقاء الذين قدموا المال.

b. مثل الدالة بيانيًا.

C. وضح أي قيود على المجال أو المدى في هذا الموقف.



(a) $C = \frac{150}{f}$

(c) المجال هو الوجب فقط حيث عدد الأصدقاء

وجب أن يكون له حاصل موجب.

المدى : يجب أن لا تزيد تكلفة الفرد الواحد عن 150

حيث التكلفة الإجمالية

ولا يجب أن تكون التكلفة بالسالب.

$0 < \text{المدى} \leq 150$

التمثيل البياني للدوال النسبية

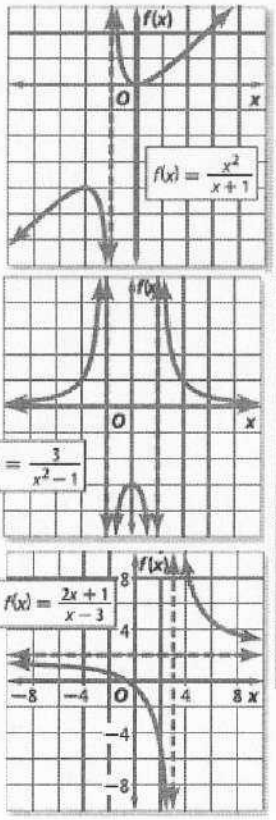
نواتج التعلّم

1- التمثيل البياني للدوال النسبية ذات الخطوط المقاربة الأفقية والرأسية.
2 - التمثيل البياني للدوال النسبية ذات الخط المقارب المائل ونقطة الانفصال.

الخطوط المقاربة الأفقية والرأسية

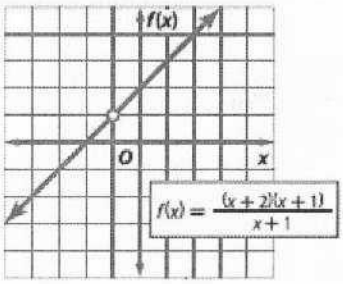
إذا كانت $f(x)=\frac{a(x)}{b(x)}$، وكان $a(x)$ و $b(x)$ دالتين كثيرتي الحدود ليس بينهما أي عوامل مشتركة سوى 1، وكان $b(x) \neq 0$، فإن:

- $f(x)$ لها **خط مقارب رأسي** عندما تكون $b(x) = 0$.
- $f(x)$ لها **خط مقارب أفقي** واحد على الأكثر.
  - إذا كانت درجة $a(x)$ أكبر من درجة $b(x)$، فلا يوجد خط مقارب أفقي.
  - إذا كانت درجة $a(x)$ أقل من درجة $b(x)$، فسيكون الخط المقارب الأفقي هو الخط $y = 0$.
  - إذا كانت درجة $a(x)$ تساوي درجة $b(x)$، فسيكون الخط المقارب الأفقي هو الخط $y = \frac{\text{المعامل الرئيسي لـ } a(x)}{\text{المعامل الرئيسي لـ } b(x)}$



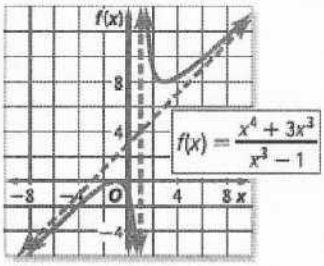
نقطة الانفصال

إذا كانت $f(x)=\frac{a(x)}{b(x)}$، $b(x) \neq 0$، $x - c$ عوامل لكل من $a(x)$ و $b(x)$، فسيوجد نقطة الانفصال عند $x = c$.



الخط المقارب المائل

إذا كانت $f(x)=\frac{a(x)}{b(x)}$، وكان $a(x)$ و $b(x)$ دالتين كثيرتي الحدود ليس بينهما أي عوامل مشتركة سوى 1 وكانت $b(x) \neq 0$، فإن $f(x)$ لها خط مقارب مائل إذا كانت درجة $a(x)$ مطروحًا منها درجة $b(x)$ تساوي 1. وتكون معادلة الخط المقارب هي $f(x)=\frac{a(x)}{b(x)}$ بدون باقٍ.



الخط المقارب المائل: $f(x) = x + 3$

مثّل كل دالة بيانيًا.

(16)

$$f(x) = \frac{x-3}{x+1}$$

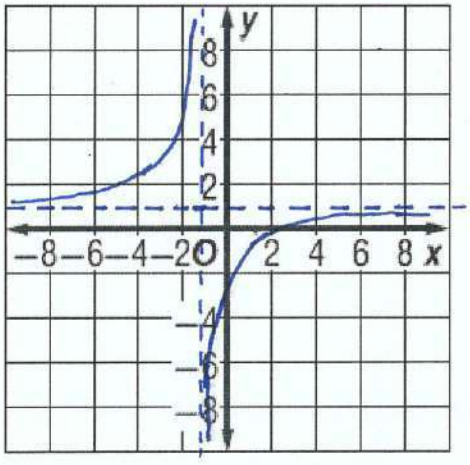
أصفار المقام $x+1=0$

$x=-1$

خط التقارب الرأسي $x=-1$

خط التقارب الأفقي $y=\frac{1}{1}=1$

x	-4	-3	-2	-1.5	-1	$-\frac{1}{2}$	0	1	2	3
y	2.3	3	5	9	∄	-7	-3	-1	-0.3	0



(1)

$$f(x) = \frac{x^4-2}{x^2-1}$$

أصفار المقام $x^2-1=0$

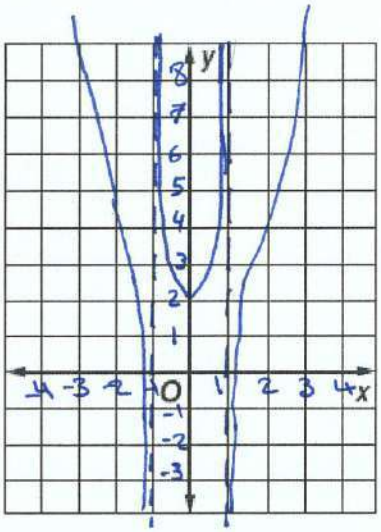
$x^2=1$

$x=\pm 1$

خطوط التقارب الرأسي $x=1$ ، $x=-1$

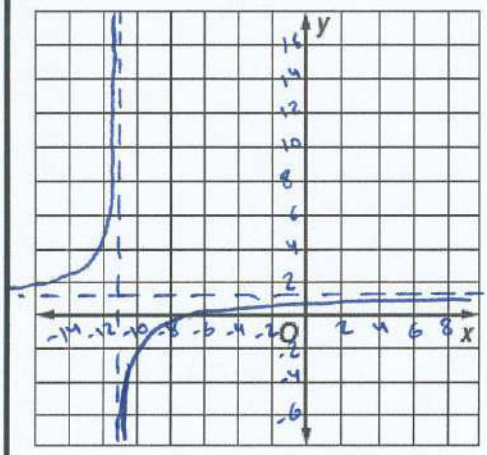
خطوط التقارب الأفقي لا يوجد

x	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	3
y	4.7	2.45	∄	2.5	2	2.6	∄	2.45	4.7	9.9



الاستنتاج يتخذ حسن موقع المهاجم بفريق كرة القدم لمدرسته الثانوية. وفي هذا الموسم، حقق حتى الآن 7 من 11 هدفًا. ويود تحسين نسبة الأهداف الخاصة به. فإذا كان بإمكانه تحقيق x هدفًا متتابعًا، فيمكن تحديد نسبه أهدافه باستخدام الدالة $P(x) = \frac{7+x}{11+x}$.

(3)



a. مثّل الدالة بيانيًا.

b. أي جزء من التمثيل البياني يعتبر ذي معنى في سياق المسألة؟

c. اذكر معنى تقاطع المحور الرأسي.

d. ما معادلة الخط المقارب الأفقي؟ اشرح معناها فيما يتعلق بنسبة أهداف حسن.

(a)

خط التقارب الرأسي ← $x = -11$

خط التقارب الأفقي ← $y = \frac{1}{1} = 1$

x	-14	-13	-12	-11.5	-11	-10.5	-10	-9	-8	0	2	3
y	23	3	5	9	∄	-7	-3	-1	-0.3	0.6	0.6	0.7

(b) الربع الأول فقط حيث x عدد موجب

(c) يمثل يقطع في النقطة $(0, 0.636)$ يعني في نسبة الأهداف الحالية 63.6%

(d) $y = 1$ أقصى نسبة نسبة للأهداف يمكن الوصول إليها وهي 100%

ولكن يصل لها لو حقق أهداف!

مثّل كل دالة بيانيًا.

(4)

$$f(x) = \frac{6x^2 - 3x + 2}{x}$$

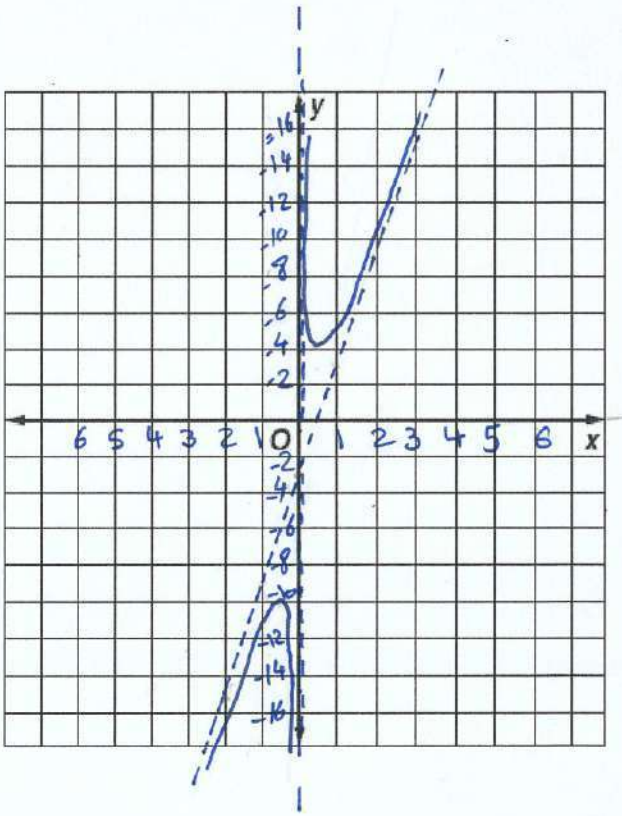
خط التقارب الرأسي ← $x = 0$

$$\begin{array}{r|l} x & 6x^2 - 3x + 2 \\ \hline & 6x - 3 \\ & 6x^2 \\ \hline & -3x \\ & -3x \\ \hline & +2 \end{array}$$

خط التقارب المائل ← $y = 6x - 3$

خط التقارب الأفقي ← لا يوجد

x	-4	-3	-2	-1	-0.5	0	0.5	1	2	3	4
y	-27.5					∄					21.5

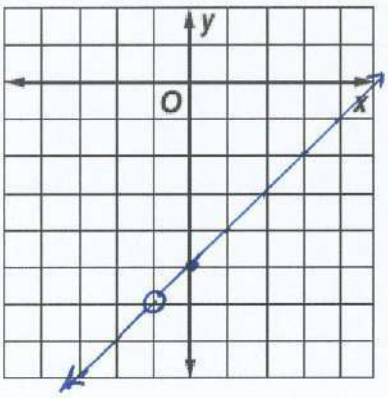


مثّل كل دالة بيانيًا.

$f(x) = \dfrac{x^2 - 4x - 5}{x + 1}$ (6)

$f(x) = \dfrac{(x+1)(x-5)}{x+1} = x - 5$

توجد نقطة انفصال عند -1 ولا توجد خط مقارب رأسي



حل المعادلات والمتباينات النسبية

نواتج التعلّم 1- حل المعادلات النسبية. 2 - حل المتباينات النسبية.

أوجد حل كل من المعادلات التالية. تحقق من حلك.

(1) $\frac{4}{7}+\frac{3}{x-3}=\frac{53}{56}$

LCM = $56(x-3)$

$\frac{4(56)(x-3)}{7}+\frac{3(56)(x-3)}{x-3}=\frac{53(56)(x-3)}{56}$

$32x-96+168=53x-159$

$-96+168+159=53x-32x$

$231=21x$

الحوالة:

$x\neq 3$

(5) $\frac{8}{x-5}-\frac{9}{x-4}=\frac{5}{x^2-9x+20}$

LCM = $(x-4)(x-5)$

$\frac{8(x-4)(x-5)}{x-5}-\frac{9(x-4)(x-5)}{x-4}=\frac{5(x-4)(x-5)}{(x-4)(x-5)}$

الحوالة:

$x\neq 4$

$x\neq 5$

$8x-32-9x+45=5$

$-x=5-45+32$

$x=8$

البنية لدى نورة 4.5 كيلوجرام من الفاكهة المجففة وتبيع كل كيلوجرام منها مقابل AED 51. وتود أن تعرف كم تحتاج من كيلوجرام مزيج المكسرات المباعة مقابل AED 36 لكيلوجرام لتصنع مزيجًا من المكسرات والفاكهة المجففة يباع مقابل AED 40 للرطل. كم عدد كيلوجرام مزيج المكسرات اللازم.

(9)

(كمية الخليط × سعر الخليط) = (كمية 1 × سعر 1) + (كمية 2 × سعر 2)

$51(4.5) + (36)m = 40(4.5 + m)$

$229.5 + 36m = 180 + 40m$

$229.5 - 180 = 40m - 36m$

$49.5 = 4m$

$kg\ 12.38 = m$

الكيمياء كم عدد ميلليترات محلول حمضي بتركيز 20% التي يجب إضافتها إلى 30 ميلليترًا من محلول حمضي بتركيز 75% للحصول على محلول حمضي بتركيز 30%؟

(22)

(كمية الخليط × نسبة الخليط) = (كمية 1 × نسبة 1) + (كمية 2 × نسبة 2)

$0.20(m) + 0.75(30) = 0.30(m + 30)$

$0.20m + 22.5 = 0.30m + 9$

$0.20m - 0.30m = 9 - 22.5$

$-0.10m = -13.5$

$m = 135$

المسافة يبلغ متوسط سرعة قيادة موزة لدراجتها 11.5 كيلو متراً في الساعة. وتقوم برحلة ذهاب وعودة بمسافة 40 كيلو متراً. وتستغرق 3 ساعات و 50 دقيقة. ما متوسط سرعة الرياح؟

(10)

الزمن = المسافة / السرعة

زمن الرحلة كاملة = زمن الذهاب + زمن العودة

$\frac{20}{11.5+r} + \frac{20}{11.5-r} = 3\frac{50}{60}$

$\frac{20(11.5-r) + 20(11.5+r)}{(11.5+r)(11.5-r)} = 3\frac{5}{6}$

$\frac{230 - 20r + 230 + 20r}{132.25 - r^2} = \frac{23}{6}$

$132.25 - r^2 = \frac{6(460)}{23}$

$r^2 = 132.25 - 120$

$r = 3.5\ km/h$

السفر جوًا تستغرق إحدى الطائرات 20 ساعة لتطير إلى وجهتها عكس اتجاه الرياح. تستغرق رحلة العودة 16 ساعة. إذا كان متوسط سرعة الطائرة في الهواء الساكن 500 ميل في الساعة، فما متوسط سرعة الرياح أثناء الرحلة؟

(31)

زمن الذهاب ← $\frac{d}{500-r} = 20 \rightarrow d = 20(500-r)$ — (1)

زمن العودة ← $\frac{d}{500+r} = 16 \rightarrow d = 16(500+r)$ — (2)

من (1) و (2) ← $20(500-r) = 16(500+r)$

$2500 - 5r = 2000 + 4r$

$500 = 9r \longrightarrow r = \frac{500}{9} = 55.6\ mph$

المباني تستطيع مجموعة بدر التطوعية بناء مرأب في 12 ساعة. وتستطيع مجموعة شيماء بناء مرأب في 16 ساعة. كم من الزمن سيستغرقان إذا عملا معًا؟

(24)

	إنجاز المرأب = إنجاز شيماء + إنجاز بدر
سرعة إنجاز بدر = $\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}t + \frac{1}{16}t = 1$
	$t\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{16}\right) = 1$
سرعة إنجاز شيماء = $\frac{1}{16}$	$t = \frac{1}{\frac{1}{12} + \frac{1}{16}} = \frac{48}{7} = 6.857h$

العمل يعمل أيوب وفارس في تلميع السيارات. ويستطيع أيوب تلميع إحدى السيارات في 60 دقيقة بينما يستطيع فارس تلميع نفس السيارة في 80 دقيقة. ويخطط الاثنان إلى تلميع نفس السيارة معًا ويودان معرفة كم من الزمن سيستغرق ذلك.

(11)

	إنجاز سيارة واحدة = إنجاز أيوب + إنجاز فارس
سرعة أيوب = $\frac{1}{60}$	$\frac{1}{60}t + \frac{1}{80}t = 1$
سرعة فارس = $\frac{1}{80}$	$t\left(\frac{1}{60} + \frac{1}{80}\right) = 1$
	$t = \frac{1}{\frac{1}{60} + \frac{1}{80}}$
	$t = \frac{240}{7} = 34.285$ min

(12)

حُـلّ كل من المتباينات التالية. تحقق من صحة الحل.

$\frac{3}{5x} + \frac{1}{6x} > \frac{2}{3}$

ملحوظة: $x \neq 0$

$\frac{3}{5x} + \frac{1}{6x} = \frac{2}{3}$ | LCM = 30x

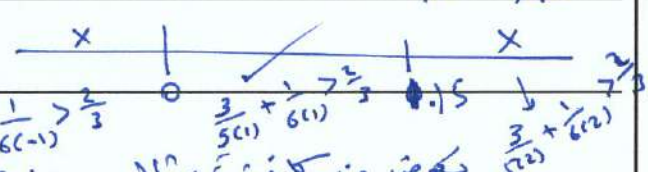
$\frac{3(30x)}{5x} + \frac{30x}{6x} = \frac{2(30x)}{3}$

$18 + 5 = 20x$

$23 = 20x$

$1.15 = \frac{23}{20} = x$

أصفار المقاطعة



مرفوضة — نعوض من كل فترة بمثال

مجموعة الحل = $\{x \mid 0 < x < 1.15\}$

(13)

$\frac{1}{4c} + \frac{1}{9c} < \frac{1}{2}$

ملحوظة: $c \neq 0$

LCM = 36c

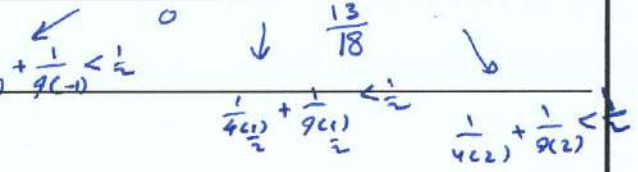
$\frac{36c}{4c} + \frac{36c}{9c} = \frac{36c}{2}$

$9 + 4 = 18c$

$13 = 18c$

$0.722 = \frac{13}{18} = c$

أصفار المقاطعة



مجموعة الحل = $\{c \mid c < 0 \text{ أو } c > \frac{13}{18}\}$