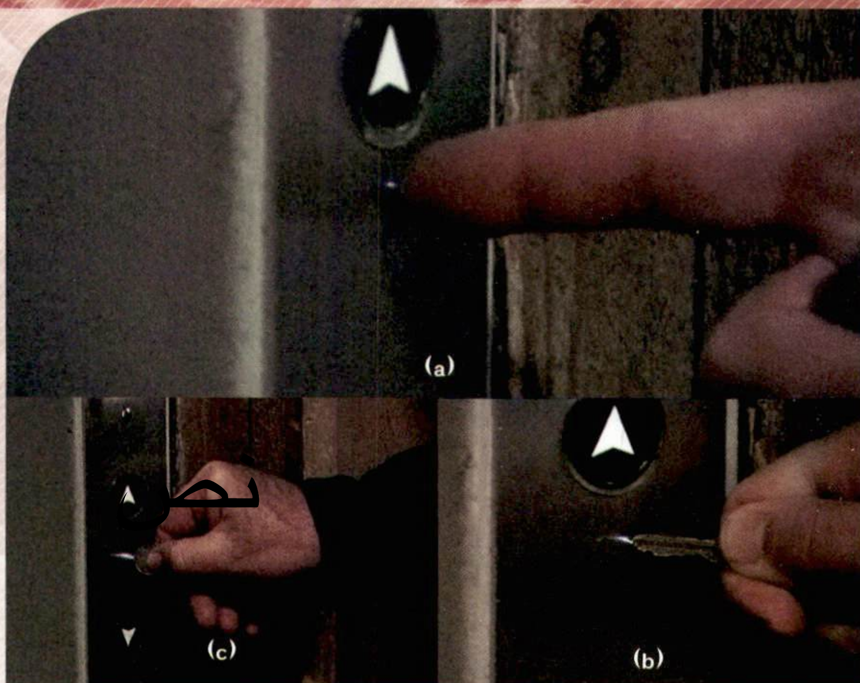
1 القوى الكهروستاتيكية

ما ستتعلمه 2

ما تعلمناه / دليل المذاكرة للاختبار 20



الشكل 1.1 (a) شرارة ناجمة عن الكهرباء الساكنة تحدث بين إصبع شخص وسطح فلزي بالقرب من زر المصعد. (b) و(c) شرارتان شبيهتان تنتجان عندما يمسك الشخص جسمًا فلزيًا، كمفتاح السيارة أو عملة معدنية، لكنهما ليستا مؤلمتين لأنهما تحدثان بين سطح فلزي وجسم فلزي.

يعتقد كثيرون أن الكهرباء الساكنة تتمثل في تلك الشرارة المزعجة التي يشعر بها الشخص عندما يلمس جسمًا فلزيًا كمقبض الباب في يوم جاف بعد سيره على سجادة (الشكل 1.1). في الواقع، تضع معظم شركات تصنيع الإلكترونيات لوحاتٍ معدنية صغيرة على المعدات بحيث يتفرغ أي شرَر من جسم المستخدم في هذه اللوحات حتى لا تتلف أجزاء الجهاز الحساسة. لكن ليست الكهرباء الساكنة هي تلك الشرارة المزعجة التي تحدث أحيانًا فحسب؛ بل هي نقطة البداية لأي دراسة للكهرباء والمغناطيسية، هاتان القوتان اللتان غيَّرتا المجتمع البشري بشكل جذري مثل أي شيء منذ اكتشاف النار أو العجلة.

في هذه الوحدة، سندرُس خصائص الشحنة الكهربائية. تَنتج عن الشحنة الكهربائية المتحركة ظاهرةٌ منفصلة تُسمى *المغناطيسية*، وسيتم تناول هذه الظاهرة في الوحدات التالية. لكننا سنتناول في هذه الوحدة الأجسامَ المشحونة غير المتحركة، ومن هنا يأتي مصطلح *القوى الكهروستاتيكية أو الكهرباء الساكنة*. إنّ الجسيمات المشحونة تشكل الذرات والجزيئات التي تتكون منها الأجسام. لذا فكل الأجسام لها شحنة. وغالبًا لا نلاحظ تأثيرات الشحنة الكهربائية لأن معظم الأجسام متعادلة كهربائيًا. لكن القوى التي تربط بين الذرات وتفصل الأجسام بعضها عن بعض حتى لو كانت متلاصقة هي في طبيعتها قوى كهربائية.

ما سنتعلمه

- تَنتج عن الشحنة الكهربائية قوةٌ بين الجسيمات أو الأجسام المشحونة.
- تشكل الكهرباء والمغناطيسية معًا القوة الكهرومغناطيسية، وهي إحدى القوى الأساسية في الطبيعة.
- يوجد نوعان من الشحنات الكهربائية، موجبة وسالبة. والشحنات المتماثلة تتنافر، أما الشحنات المختلفة فتتجاذب.
- الشحنة الكهربائية مكمّاة، أي أنها تكون فقط مضاعفاتٍ صحيحة لأقل كمية شحنة أساسية. كما تكون الشحنة الكهربائية محفوظة.
- معظم المواد الموجودة حولنا متعادلة كهربائيًا.
- الإلكترون جسيم أولي، وشحنته هي أقل كمية شحنة كهربائية يمكن ملاحظتها.
- العوازل رديئة التوصيل أو عديمة التوصيل للكهرباء. والموصلات جيدة التوصيل للكهرباء، لكنها ليست موصلات ممتازة — حيث يحدث فقد قليل من الطاقة.
- يمكن صناعة أشباه الموصلات للتغيير بين الحالتَين الموصلة والعازلة.
- الموصلات الفائقة التوصيل هي موصلات ممتازة للكهرباء.
- يمكن شحن الأجسام بملامستها، ويُسمى الشحن بالتوصيل، أو شحنها من دون ملامستها، ويُسمى الشحن بالحث.
- القوة الكهربائية بين شحنتين كهربائيتين ساكنتَين تتناسب طرديًا مع حاصل ضرب الشحنتين وعكسيًا مع مربع المسافة بينهما.
- يمكن جمع القوى الكهروستاتيكية بين الجسيمات ككميات متجهة من خلال عملية التراكب.

1.1 الكهرومغناطيسية

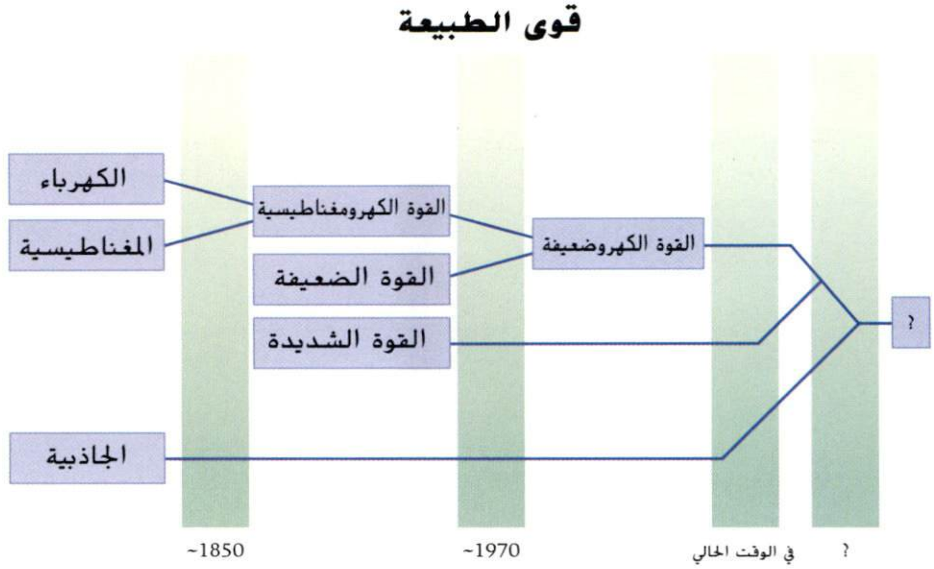
ربما لم يكن هناك لغز حيَّر الإنسان في الحضارات القديمة أكثر من الكهرباء التي كان يلاحظها آنذاك في شكل صواعق برقية (الشكل 1.2). فالقوة التدميرية المصاحبة للبرق كانت تتسبب أحيانًا في الحرائق وموت الأشخاص والحيوانات، وقد احتار الإنسان في هذه القوة لأنه لم يكن يعرف سببها أو مصدرَ هذا البرق.

الشكل 1.2 صواعق برقية فوق إحدى المدن.

لاحظ اليونانيون القدماء أن قطعة الكهرمان المدلوكة بقطعة قماش تجذب الأجسام الصغيرة والخفيفة. لكننا أصبحنا نعرف الآن أن تدليك الكهرمان بقطعة قماش تنقل جسيمات سالبة الشحنة، تُسمى *الإلكترونات*، من قطعة القماش إلى الكهرمان. (والكلمتان *إلكترون* و*كهرباء* مشتقتان من الكلمة اليونانية كهرمان المكافئة لهما). يتكون البرق أيضًا من الإلكترونات المتدفقة. كما لاحظ اليونانيون الأوائل وغيرهم أجسامًا مغناطيسية تتكوَّن بشكل طبيعي تُسمى *أحجار المغناطيس*، حيث وجدوا هذه الأجسام في ترسبات الماجنتيت، وهو معدن يتكون من أكسيد الحديد. وقد استُخدمت هذه الأجسام في صناعة البوصلات في أوائل عام 300 قبل الميلاد.

لم تكن العلاقة بين الكهرباء والمغناطيسية مفهومة حتى منتصف القرن التاسع عشر. الوحدات التالية ستكشف كيف يمكن توحيد الكهرباء والمغناطيسية في إطار عمل مشترك يُسمى *الكهرومغناطيسية*. لكن لا يتوقف اتحاد القوى عند هذا الحد. ففي أوائل القرن العشرين، اكتُشفت قوتان أساسيتان أخريان وهما: القوة الضعيفة التي تعمل أثناء انحلال بيتا (الذي ينبعث فيه إلكترون ونيوترينو تلقائيًا من أنواع معينة من النوى)، والقوة الشديدة الموجودة داخل نواه الذرة. حاليًا، يُنظر إلى القوة المغناطيسية والقوة الضعيفة كشكلين مكوِّنَين للقوة الكهروضعيفة (الشكل 1.3). بالنسبة إلى الظواهر التي ستتم مناقشتها في هذه الوحدة وفي الوحدات التالية، لن يكون لاتحاد القوة الكهروضعيفة هذا أي تأثير؛ لكن تظهر أهميته في التصادمات التي تحدث بين الجسيمات ذات الطاقة الأعلى. ولأن مقياس الطاقة لاتحاد القوة الكهروضعيفة عالٍ جدًا، لا زالت معظم الكتب الدراسية تشير إلى القوى الأساسية الأربع: قوة الجاذبية والقوة الكهرومغناطيسية والقوة الضعيفة والقوة الشديدة.

في الوقت الحالي، يعتقد عدد كبير من علماء الفيزياء أنه يمكن أيضًا أن تتحد القوة الكهروضعيفة مع القوة الشديدة فيما يصفونه بإطار العمل المشترك. وتوجد نظريات كثيرة تقترح طرقًا لتحقيق ذلك، لكنها لا زالت تفتقر إلى الأدلة التجريبية حتى الآن. المثير للدهشة أن دمج قوة الجاذبية، التي عُرفت قبل أي من القوى الأساسية بفترة طويلة، في إطار مشترك مع القوى الأساسية الأخرى هو أكبر معضلة تواجه علماء الفيزياء. وتُعد الجاذبية الكمية والتماثل الفائق والنظرية الخيطية هي بؤر الارتكاز الحالية لأبحاث الفيزياء الحديثة التي يحاول فيها واضعو النظريات وضعَ صياغة واحدة لهذا الاتحاد التام واكتشاف (ما غالوا في تسميتها) بنظرية كل شيء. حيث يعتمد عملهم في الأساس على مبادئ التماثل والاقتناع التام بأن الطبيعة عبارة عن نظام متناسق وبسيط.



الشكل 1.3 تاريخ اتحاد القوى الأساسية.

أما في هذه الوحدة، فسندرُس الشحنة الكهربائية وكيفية تفاعل المواد معها، والكهرباء الساكنة، والقوى التي تنتج عن الشحنات الكهربائية. وستشمل **القوى الكهروستاتيكية** حالات تكون فيها الشحنات ثابتة في مكانها ولا تتحرك.

1.2 الشحنة الكهربائية

لنُمعن النظر قليلًا في سبب الشرَر الكهربائي الذي تتعرض له أحيانًا في يوم جاف إذا لمستَ مقبض باب فلزيًا بعد سيرك على سجادة. (أدى الشرر الناتج عن القوة الكهروستاتيكية إلى اشتعال الأبخرة الغازية أيضًا أثناء قيام شخص بملء خزان السيارة في محطة للوقود. هذه ليست قصة خيالية؛ فقد رصدت كاميرات المراقبة في إحدى محطات الوقود حالات نادرة لذلك). إنّ العملية التي تسببت في حدوث هذا الشرر تُسمى **الشحن**. وتتمثل آلية الشحن في نقل جسيمات سالبة الشحنة، تُسمى **الإلكترونات**، من ذرات مادة السجادة وجزيئاتها إلى نَعل حذائك. يمكن أن تنتقل هذه الشحنة بسهولة عبر جسمك، بما في ذلك يديك، حيث تتفرغ الشحنة الكهربائية المتراكمة في مقبض الباب الفلزي، مسببة الشرر.

يوجد نوعان من الشحنة الكهربائية في الطبيعة، هما **الشحنة الموجبة** و**الشحنة السالبة**. وعادة لا تبدو الأشياء الموجودة حولنا مشحونة، بل تكون متعادلة كهربائيًا. تحتوي الأجسام المتعادلة على أعداد متساوية تقريبًا من الشحنات السالبة والموجبة التي غالبًا ما تلغي كل منهما الأخرى. ولا نلاحظ تأثيرات الشحنة الكهربائية إلا عندما تكون الشحنات الموجبة والسالبة غير متوازنة.

إذا قمتَ بدلك قضيب زجاجي بقطعة قماش، فإن القضيب يصبح مشحونًا وتكتسب قطعة القماش شحنة مختلفة عن شحنة القضيب. وإذا قمتَ بدلك قضيب بلاستيكي بقطعة من الفراء، فإنهما يكتسبان شحنات مختلفة أيضًا. وإذا قرَّبتَ قضيبَين زجاجيَّين مشحونَين أحدهما إلى الآخر، فإنهما سيتنافران. وبالمثل، إذا قرَّبتَ قضيبَين بلاستيكيَّين مشحونَين أحدهما إلى الآخر، فسيتنافران أيضًا. بينما سيحدث تجاذب بين قضيب زجاجي مشحون وقضيب بلاستيكي مشحون. وسبب ذلك هو أن القضيبَين الزجاجي والبلاستيكي يختلفان في الشحنة. أدت هذه الملاحظات إلى القانون التالي:

قانون الشحنات الكهربائية

الشحنات المتماثلة تتنافر والشحنات المختلفة تتجاذب.

تُسمى وحدة الشحنة الكهربائية **الكولوم** (C)، نسبة إلى عالم الفيزياء الفرنسي شارل أوغستان دي كولوم (1736—1806). وتُعرَّف وحدة الكولوم بدلالة وحدة التيار في النظام الدولي للوحدات، وهي وحدة الأمبير (A)، نسبة إلى فيزيائي فرنسي آخر وهو أندريه ماري أمبير (1775—1836). ولا يمكن اشتقاق الأمبير أو الكولوم بدلالة وحدات النظام الدولي الأخرى: المتر والكيلوجرام والثانية. فالأمبير وحدة أساسية أخرى في النظام الدولي للوحدات. لهذا السبب، يُسمى النظام الدولي للوحدات أحيانًا بنظام *MKSA*. *فهذا الاسم مأخوذ من الأحرف الأولى من أسماء الوحدات الأساسية الأربع وهي:* *meter* و*kilogram* و*second* و*ampere*. وتُعرَّف وحدة الشحنة كالتالي:

$$1\ \mathrm{C} = 1\ \mathrm{A\,s} \tag{1.1}$$

سنتطرق إلى تعريف الأمبير عند مناقشة التيار في وحدات لاحقة. لكن يمكننا تعريف مقدار الكولوم ببساطة عن طريق تحديد شحنة إلكترون واحد:

$$q_e = -e \tag{1.2}$$

حيث q_e الشحنة، وقيمة e (أفضل قيمة مقبولة حاليًا قيست بالتجربة) هي

$$e = 1.602176565(35) \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C} \tag{1.3}$$

(عادة ما يكفي استخدام أول رقمين إلى أربعة أرقام معنوية من الجزء العشري. سنستخدم القيمة 1.602 في هذه الوحدة، لكن تذكّر أن المعادلة 1.3 توضح القيمة الدقيقة التي قيست بها هذه الشحنة).

إنّ شحنة الإلكترون خاصية داخلية له، تمامًا ككتلته. وشحنة **البروتون**، جسيم أساسي آخر في الذرة، مماثلة لمقدار شحنة الإلكترون، غير أن شحنة البروتون موجبة:

$$q_p = +e \tag{1.4}$$

إن تحديد أي الشحنتَين موجبة وأيهما سالبة أمرٌ اختياري. والتحديد الاصطلاحي $q_e < 0$ و$q_p > 0$ يرجع إلى السياسي والعالم والمخترع الأمريكي بنيامين فرانكلين (1706—1790) صاحب الريادة في دراسات الكهرباء.

إنّ الكولوم الواحد هو وحدة شحنة كبيرة للغاية. وسنرى لاحقًا في هذه الوحدة مدى حجمه عندما نتحقق من مقدار القوى التي تبذلها الشحنات بعضها على بعض. كما أن الوحدات μC (الميكرو كولوم، 10^{-6} C) وnC (النانو كولوم، 10^{-9} C) وpC (البيكو كولوم، 10^{-12} C) وحدات شائعة الاستخدام.

اقترح بنيامين فرانكلين أيضًا أن الشحنة محفوظة. فهي لا تفنى ولا تُستحدث، بل تنتقل من جسم إلى آخر.

قانون حفظ الشحنة

الكمية الكلية للشحنة الكهربائية في نظام مغلق لا تتغير.

مراجعة المفاهيم 1.1

كم عدد الإلكترونات اللازمة لإنتاج شحنة مقدارها 1.00 C؟

a) $1.60 \cdot 10^{19}$

b) $6.60 \cdot 10^{19}$

c) $3.20 \cdot 10^{16}$

d) $6.24 \cdot 10^{18}$

e) $6.66 \cdot 10^{17}$

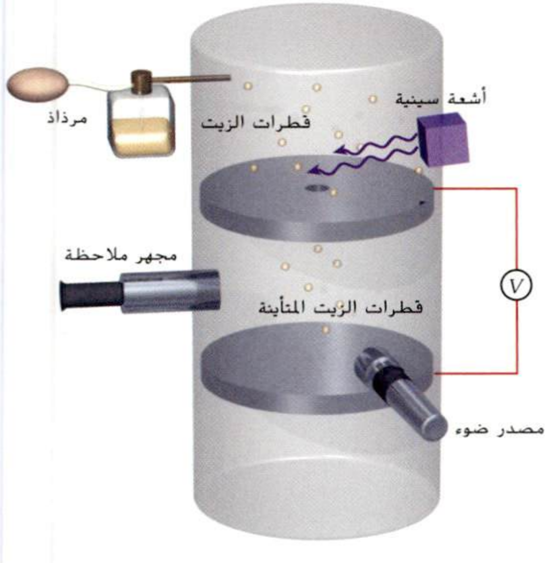
هذا القانون هو رابع قانون للحفظ نتعرض له حتى الآن. أما القوانين الثلاثة الأولى فهي خاصة بحفظ الطاقة الكلية وكمية الحركة وكمية الحركة الزاويّة. تمثّل قوانين الحفظ رابطًا مشتركًا بين كل جوانب الفيزياء، ومن ثَمّ بين كل دروس هذا الكتاب أيضًا.

من المهم أن نلاحظ أنه يوجد قانون حفظ للشحنة، لكن *ليس* للكتلة. الكتلة والطاقة ليستا مستقلتَين إحداهما عن الأخرى. وما يوصف أحيانًا في الكيمياء التمهيدية بحفظ الكتلة ليس قانون حفظ دقيقًا، لكنه مجرد تقريب يُستخدم لحساب عدد الذرات في التفاعلات الكيميائية. (فهو تقريب جيد لعدد الأرقام المعنوية الكبير، لكنه ليس قانونًا دقيقًا كقانون حفظ الشحنة). ينطبق حفظ الشحنة على كل الأنظمة، بدءًا من النظام المجهري للقضيب البلاستيكي والفراء وحتى أنظمة الجسيمات دون الذرية.

الشحنة الأولية (الأساسية)

تكون الشحنة الكهربائية مضاعفات صحيحة فقط لأقل كمية شحنة. ونعبّر عن ذلك بقولنا إن الشحنة **مكمّاة**. إنّ أصغر وحدة شحنة كهربائية يمكن ملاحظتها هي شحنة الإلكترون، وتساوي $-1.602 \cdot 10^{-19}$ C (كما تحدّدها المعادلة 1.3).

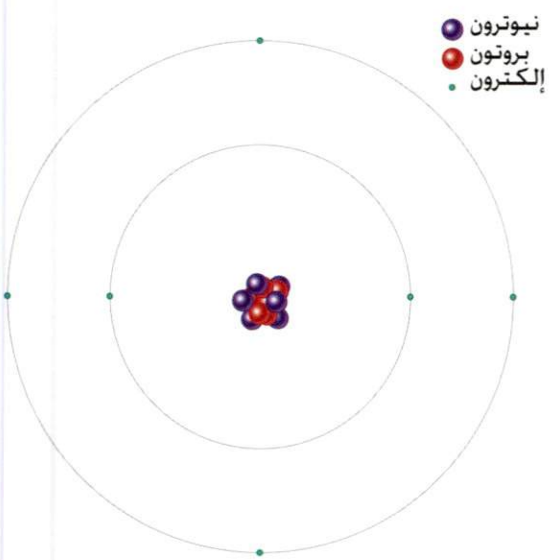
لقد ثبت أن الشحنة الكهربائية مكمّاة عن طريق التجربة المبتكرة التي أجراها عالم الفيزياء الأمريكي روبرت ميليكان (1868–1953) عام 1910 والمعروفة باسم *تجربة قطرة الزيت لمليكان* (الشكل 1.4). في هذه التجربة، تم رش قطرات من الزيت في غرفة وقد نزعت منها الإلكترونات خارج القطرات نتيجة تعرضها لأشعة معينة، وهي الأشعة السينية غالبًا. ثم سقطت القطرات موجبة الشحنة بين لوحين مشحونَين كهربائيًا. وبضبط الشحنة بين اللوحين، توقفت قطرات الزيت وتعلّقت في الهواء بين اللوحين ثم قيست شحنات القطرات. فلاحظ ميليكان أن الشحنة مكمّاة، وليست متصلة. (سيتم توضيح التحليل الكمّي لهذه التجربة في الوحدة 3 التي تتناول الجهد الكهربائي). أثبتت هذه التجربة والتعديلات التي أُجريت عليها لاحقًا أن الشحنة هي فقط مضاعفات صحيحة لشحنة الإلكترون. وفي ملاحظاتنا اليومية للكهرباء، لا نلاحظ أن الشحنة مكمّاة لأن معظم الظواهر الكهربائية تشمل أعدادًا هائلة من الإلكترونات.



الشكل 1.4 رسم تخطيطي لتجربة قطرات الزيت لملّيكان.

ناقشنا أن المادة تتكوّن من ذرات وأن الذرة تتكون من نواة تحتوي على بروتونات مشحونة ونيوترونات متعادلة. يوضّح الشكل 1.5 رسمًا تخطيطيًا لذرة كربون. تحتوي ذرة الكربون على ستة بروتونات وستة نيوترونات (عادة) في نواتها. ويحيط بهذه النواة ستة إلكترونات. لاحظ أن هذا الرسم ليس مقياسًا. في الذرة الحقيقية، تكون المسافة من الإلكترونات إلى النواة أكبر بكثير من حجم النواة (بمعامل قوته الأسية 10000). كما أن الإلكترونات الموضحة في الرسم موجودة في مدارات دائرية، وهذا ليس صحيحًا تمامًا. سنرى أن مواقع الإلكترونات في الذرة تُحدد بتوزيعات الاحتمال فقط.

ذكرنا سابقًا أن البروتون يحمل شحنة موجبة مقدارها مساوٍ *تمامًا* لمقدار شحنة الإلكترون السالبة. في الذرة المتعادلة، يتساوى عدد الإلكترونات سالبة الشحنة مع عدد البروتونات موجبة الشحنة. وكتلة الإلكترون أصغر بكثير من كتلة النيوترون أو البروتون. وهذا سبب تركّز معظم كتلة الذرة في النواة. كما يمكن نزع الإلكترونات من الذرات بسهولة نسبية. لذا فمن الطبيعي أن تكون الإلكترونات هي ناقلات الكهرباء، لا البروتونات أو نواة الذرة.

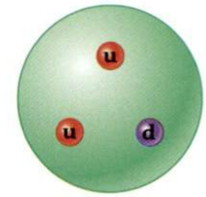


الشكل 1.5 في ذرة الكربون، تحتوي النواة على ستة نيوترونات وستة بروتونات، ويحيط بالنواة ستة إلكترونات. لاحظ أن هذا رسم تخطيطي، وليس مقياسًا.

إن الإلكترون جسيم أولي ليس له أجزاء؛ فهو جسيم نقطي نصف قطره صفر (وفقًا للفهم الحالي على الأقل). بينما استُخدمت مسابير عالية الطاقة لرؤية الجزء الداخلي للبروتون. يتكوّن البروتون من جسيمات مشحونة تُسمى *الكواركات*، وتربطها جسيمات غير مشحونة تُسمى *الجلونات*. تبلغ شحنة الكواركات $\pm\frac{1}{3}$ أو $\pm\frac{2}{3}$ من شحنة الإلكترون. ولا يمكن أن توجد هذه الجسيمات ذات الشحنة الصغيرة جدًا بشكل مستقل، ولم يتمكن العلماء نهائيًا من ملاحظتها بشكل مباشر بالرغم من كثرة الأبحاث المكثفة التي أجرَوها. وتُعد شحنات الكواركات خصائص داخلية لهذه الجسيمات الأولية، تمامًا كشحنة الإلكترون.

يتكوّن البروتون من اثنين من *الكواركات العلوية* (شحنة كل منهما $+\frac{2}{3}e$) وكوارك *سفلي* واحد (بشحنة $-\frac{1}{3}e$)، لتكون شحنة البروتون هي $q_p = (2)(+\frac{2}{3}e) + (1)(-\frac{1}{3}e) = +e$، كما هو موضح في الشكل 1.6a. بينما يتكون النيوترون المتعادل كهربائيًا من كوارك علوي وكواركَين سفليَّين، كما هو موضح في الشكل 1.6b. لذا فإن شحنة النيوترون تساوي $q_n = (1)(+\frac{2}{3}e) + (2)(-\frac{1}{3}e) = 0$. كما توجد جسيمات شبيهة بالإلكترون وكتلتها أكبر بكثير تُسمى *الميون والتاو*. لكن تبقى الحقيقة الأساسية هي أن كل المادة التي نلاحظها في حياتنا اليومية تتشكّل من إلكترونات (بشحنة كهربائية $-e$)، وكواركات علوية وسفلية (بشحنات كهربائية $+\frac{2}{3}e$ و$-\frac{1}{3}e$ على التوالي)، وجلونات (غير مشحونة).

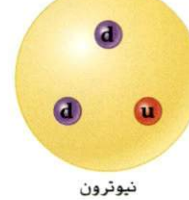
المثير للدهشة أن مجموع شحنات الكواركات داخل البروتون يكون مساويًا *تمامًا* لمقدار شحنة الإلكترون. ولا زالت هذه الحقيقة تمثل لغزًا، حيث تشير إلى تناظر عميق في الطبيعة لا نستطيع فهمه حتى الآن.



بروتون

$$q_p = +\tfrac{2}{3}e + \tfrac{2}{3}e - \tfrac{1}{3}e = +e$$

(a)



نيوترون

$$q_n = +\tfrac{2}{3}e - \tfrac{1}{3}e - \tfrac{1}{3}e = 0$$

(b)

الشكل 1.6 (a) يحتوي البروتون على كواركَين علويَّين(u) وكوارك واحد سفلي (d). (b) يحتوي النيوترون على كوارك واحد علوي (u) وكواركَين سفليَّين (d).

لأن كل الأجسام الجهرية تتكون من الذرات، والذرات مكوَّنة في الأساس من إلكترونات ونواة ذرية تحتوي على بروتونات ونيوترونات، فإنه يمكن التعبير عن الشحنة، q، لأي جسم بدلالة مجموع عدد البروتونات، N_p، ناقص مجموع عدد الإلكترونات، N_e، التي يتكوَّن منها الجسم:

$$q = e\left(N_p - N_e\right) \tag{1.5}$$

مثال 1.1 الشحنة الكلية

المسألة

إذا أردنا أن يكتسب قالبٌ حديدي كتلتُه 3.25 kg شحنةً موجبة مقدارها 0.100 C. فما نسبة الإلكترونات التي سنحتاج إلى نزعها؟

الحل

العدد الكتلي للحديد هو 56. إذًا عدد ذرات الحديد في قالب كتلته 3.25 kg هو

$$N_{atom} = \frac{(3.25\text{ kg})(6.022 \cdot 10^{23}\text{atoms/mole})}{0.0560\text{ kg/mole}} = 3.495 \cdot 10^{25} = 3.50 \cdot 10^{25}\text{ atoms}$$

لاحظ أننا استخدمنا عدد أفوجادرو، $6.022 \cdot 10^{23}$، وتعريف المول الذي ينص على أن كتلة المول الواحد من مادة بوحدة الجرام هي نفسها العدد الكتلي للمادة — وهو 56 في هذه الحالة.

بما أن العدد الذري للحديد هو 26، وهو ما يساوي عدد البروتونات أو الإلكترونات في ذرة حديد، فإن إجمالي عدد الإلكترونات في قالب كتلته 3.25 kg هو

$$N_e = 26N_{atom} = (26)(3.495 \cdot 10^{25}) = 9.09 \cdot 10^{26}\text{ electrons}$$

نستخدم المعادلة 1.5 لإيجاد عدد الإلكترونات، $N_{\Delta e}$، الذي سننزعه. وبما أن عدد الإلكترونات يساوي عدد البروتونات في الجسم الأصلي قبل شحنه، فإن الفرق في عدد البروتونات والإلكترونات سيكون هو عدد الإلكترونات المنتزعة، $N_{\Delta e}$:

$$q = e \cdot N_{\Delta e} \Rightarrow N_{\Delta e} = \frac{q}{e} = \frac{0.100\text{ C}}{1.602 \cdot 10^{-19}\text{ C}} = 6.24 \cdot 10^{17}.$$

وأخيرًا نحصل على نسبة الإلكترونات التي سنحتاج إلى نزعها:

$$\frac{N_{\Delta e}}{N_e} = \frac{6.24 \cdot 10^{17}}{9.09 \cdot 10^{26}} = 6.87 \cdot 10^{-10}.$$

سنحتاج إلى نزع أقل من واحد في المليار من الإلكترونات من القالب الحديدي لكي يحمل القالب شحنة موجبة كبيرة مقدارها 0.100 C.

سؤال الاختبار الذاتي 1.1

اكتب شحنة الجسيمات الأولية أو الذرات التالية بدلالة الشحنة الأساسية $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C.

a) بروتون

b) نيوترون

c) ذرة هليوم (بروتونان ونيوترونان وإلكترونان)

d) ذرة هيدروجين (بروتون واحد وإلكترون واحد)

e) كوارك علوي

f) كوارك سفلي

g) إلكترون

h) جسيم ألفا (بروتونان ونيوترونان)

1.3 العوازل والموصلات وأشباه الموصلات والموصلات الفائقة التوصيل

تُسمى المواد جيدة التوصيل للكهرباء **موصلات**. وتُسمى المواد عديمة التوصيل للكهرباء **عوازل**. (بالطبع توجد موصلات جيدة ورديئة وعوازل جيدة ورديئة، وفقًا لخصائص كل نوع من المواد).

يشير التركيب الإلكتروني للمادة إلى طريقة ارتباط الإلكترونات بالنواة، وسنناقش ذلك في وحدات لاحقة. لكن ما يعنينا الآن هو الميل النسبي لذرات المادة إلى كسب الإلكترونات أو فقدها. بالنسبة إلى العوازل، لا تكون الإلكترونات حرة الحركة بسبب الارتباط القوي بين إلكترونات المادة وذراتها الذي يمنع هروب الإلكترونات من الذرات لتتحرك بحرية خلال المادة. حتى عند إضافة شحنة خارجية إلى المادة العازلة، لا تتحرك هذه الشحنة الخارجية بشكل ملحوظ. ومن الأمثلة النموذجية للمواد العازلة الزجاج والبلاستيك والقماش.

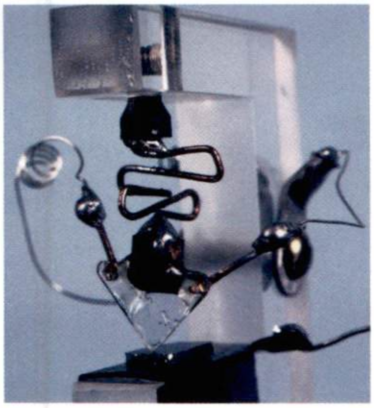
على النقيض من ذلك، تتميز المواد الموصلة بتركيب إلكتروني يسمح لبعض الإلكترونات بحرية الحركة خلالها. بينما لا تتحرك الشحنات الموجبة لذرات المادة الموصلة لأنها ترتكز في النوى الثقيلة. وتُعد المعادن من الأمثلة النموذجية للموصلات الصلبة. فالنحاس، على سبيل المثال، موصل جيد يُستخدم في صناعة الأسلاك الكهربائية.

يمكن أن تعمل الموائع والأنسجة العضوية كموصلات أيضًا. ولا يكون الماء المقطر النقي موصلًا جيدًا، لكن إذابة مادة معينة، مثل ملح الطعام الشائع ($NaCl$)، في المياه يحسّن من قدرة المياه على توصيل الكهرباء بدرجة كبيرة لأن أيونات الصوديوم موجبة الشحنة (Na^+) وأيونات الكلور سالبة الشحنة (Cl^-) تكون قادرة على الحركة في المياه وتوصيل الكهرباء. وعلى عكس المواد الصلبة، تكون ناقلات الشحنات الموجبة والسالبة في الموائع قادرة على الحركة. أما النسيج العضوي فليس موصلًا جيدًا، لكنه يوصل الكهرباء بما يكفي لجعل التيارات الكبيرة خطرة علينا.

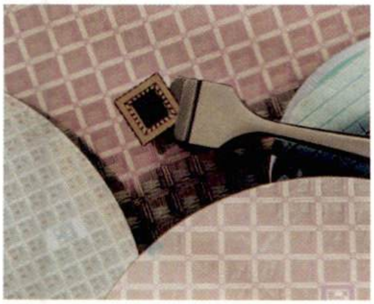
أشباه الموصلات

توجد فئة من المواد، تُسمى **أشباه الموصلات**، يمكن أن تتغير من عازلة إلى موصلة ثم إلى عازلة مرة أخرى. على الرغم من أشباه الموصلات لم تُكتشف إلا منذ أكثر من خمسين عامًا بفترة قصيرة، فإنها تُعد أساس كل صناعات الكمبيوتر والإلكترونيات الاستهلاكية. وأول استخدام واسع النطاق لأشباه الموصلات كان في أجهزة الترانزستور (الشكل 1.7a)؛ وتقوم شرائح أجهزة الكمبيوتر الحديثة (الشكل 1.7b) بوظائف الملايين من أجهزة الترانزستور. في الواقع، لولا اكتشاف أشباه الموصلات، لاستحالت صناعة أجهزة الكمبيوتر وكل منتجات الإلكترونيات الاستهلاكية وأجهزتها الحديثة (مثل التلفاز والكاميرات ومشغلات ألعاب الفيديو والهواتف الخلوية وغيرها). وقد صرح غوردن مور، المؤسس المشارك لشركة إنتل، أنه بفضل التكنولوجيا المتقدمة، يتضاعف متوسط قوة وحدة المعالجة المركزية لأجهزة الكمبيوتر كل 18 شهرًا، وهو متوسط تجريبي على مدار الخمسة عقود الماضية. تُعرف ظاهرة التضاعف هذه باسم *قانون مور*. وقد كان علماء الفيزياء وسيظلون بلا شك القوةَ المحركة والدافعة لهذه المسيرة من الاكتشافات والاختراعات والتحسينات العلمية.

يوجد نوعان من أشباه الموصلات: نقية وغير نقية. ومن أمثلة *أشباه الموصلات النقية* البلورات النقية كيميائيًا لزرنيخ الجاليوم، أو الجرمانيوم، أو السيليكون على وجه الخصوص. ويصنع المهندسون *أشباه الموصلات غير النقية* عن طريق *التطعيم*، وهو إضافة كميات دقيقة (عادة ما تكون بنسبة 1 لكل 10 مليون) من المواد الأخرى التي يمكن أن تعمل كمانحات إلكترونات أو مستقبلات إلكترونات. تُسمى أشباه الموصلات المطعَّمة بمانحات الإلكترونات *النوعَ n* (حيث يشير *n* إلى الشحنة "negative"، أي السالبة). وإذا كانت مادة التطعيم تعمل كمستقبل للإلكترونات، فإن الفجوة التي يتركها الإلكترون بعد ارتباطه بالمستقبل يمكن أن تنتقل أيضًا عبر شبه الموصل لتعمل كناقل فعال للشحنة الموجبة. لذا تُسمى أشباه الموصلات هذه *النوعَ p* (حيث يشير *p* إلى الشحنة "positive"، أي الموجبة). لذا على عكس الموصلات الصلبة العادية التي لا تتحرك فيها إلى الشحنات السالبة، تتحرك في أشباه الموصلات كل من الشحنات السالبة والشحنات الموجبة (التي هي فجوات تتركها الإلكترونات المفقودة).



(a)



(b)

الشكل 1.7 (a) نسخة طبق الأصل من جهاز الترانزستور الأول الذي اخترعه جون باردين ووالتر براتين ووبليام شوكلي عام 1947. (b) شرائح أجهزة الكمبيوتر الحديثة المصنوعة من رقاقات السيليكون تحتوي على عشرات الملايين من أجهزة الترانزستور.

الموصلات الفائقة التوصيل

الموصلات الفائقة التوصيل هي مواد مقاومتُها لتوصيل الكهرباء صفر، على عكس الموصلات العادية التي يحدث فيها فقدُ قليل من الطاقة على الرغم من كونها جيدة التوصيل. ولا تكون المواد فائقة التوصيل فعلياً إلا عند درجات حرارة منخفضة جدًا. ومن نماذج الموصلات فائقة التوصيل سبيكةُ النيوبيوم والتيتانيوم التي يجب المحافظة عليها عند درجة حرارة قريبة من درجة حرارة الهليوم السائل (4.2 K) لتحتفظ بخصائص المواد الفائقة التوصيل. خلال العشرين سنة الماضية، تم تطوير مواد جديدة تُسمى *high-T_c superconductors*، أو الموصلات الفائقة التوصيل عالية الحرارة (حيث يشير الرمز T_c إلى "درجة الحرارة الحرجة"، وهي أعلى درجة حرارة تسمح بالموصلية الفائقة). تكون هذه المواد فائقةَ التوصيل عند درجة حرارة النيتروجين السائل (77.3 K). لكن حتى الآن، لم تُكتشف مواد فائقة التوصيل عند درجة حرارة الغرفة (300 K)، ولو اكتُشفت لكانت مفيدة للغاية. وتُجرى حاليًا أبحاث تستهدف تطوير مثل هذه المواد ووضع تفسير نظري للظواهر الفيزيائية التي تؤدي إلى الموصلية الفائقة عند درجة الحرارة العالية.

1.4 الشحن الكهروستاتيكي

تُسمى عملية شحن الجسم بشحنة ساكنة **الشحن الكهروستاتيكي**. ويمكن فهم الشحن الكهروستاتيكي من خلال سلسلة من التجارب البسيطة. يعمل مصدر الطاقة كمصدر موفر للشحنة الموجبة والسالبة. وتُعد بطارية السيارة مصدر طاقة مماثلًا؛ فهي تستخدم التفاعلات الكيميائية للفصل بين الشحنات الموجبة والشحنات السالبة. ويمكن شحن العديد من القضبان العازلة بشحنة موجبة أو سالبة من مصدر

الطاقة. كما يمكن التخلص من الشحنات عن طريق التوصيل بالأرض. فالأرض مستودع شحنة لا يفنى تقريبًا، وتتميز بقدرة فاعلة على معادلة الأجسام المشحونة كهربائيًا التي تكون متلامسة معها. يُسمى تفريغ الشحنة هذا **التأريض**، وتُسمى الوصلة الكهربائية بالأرض وصلة **أرضية**.

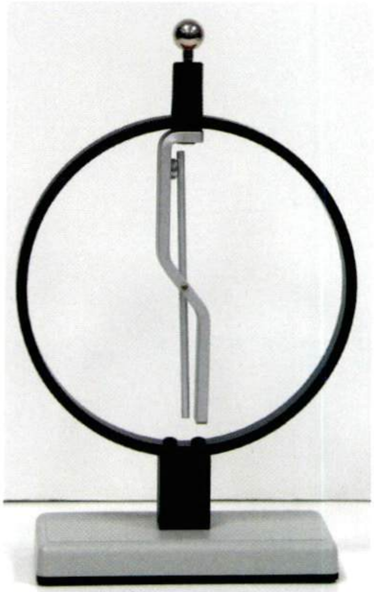
الكشاف الكهربائي جهاز يُظهر استجابة ملحوظة عند شحنه. يمكنك صناعة كشاف كهربائي بسيط باستخدام شريطَين من رقائق معدنية رفيعة جدًا بحيث يكونان متصلين عند طرف واحد ومتدلّيَين من إطار عازل على أن يكونا متقاربَين. لن تكون رقائق الألومنيوم التي تُستخدم في المطابخ مناسبة لأنها عريضة جدًا. لكن يمكنك شراء رقاقات معدنية رفيعة من متاجر بيع مستلزمات الهوايات. وبالنسبة إلى الإطار العازل، يمكنك مثلًا استخدام الحافة العلوية المستديرة لكوب من الفلين.

يحتوي الكشاف الكهربائي الموضح في الشكل 1.8، وهو مصمم للعروض التوضيحية في الدروس، على موصِّلين يكونان متلامسين ومتدلّيَين بشكل حر في وضع التعادل. وأحد هذين الموصِّلين متصل بمفصلة عند منتصفه بحيث يبتعد عن الموصِّل الثابت عند شحن الكشاف الكهربائي. يتصل هذان الموصلان بكُرة موصِّلة أعلى الكشاف الكهربائي، وهي تسمح بدخول الشحنة أو خروجها بسهولة.

يوضح الشكل 1.9a كشافًا كهربائيًا غير مشحون. واستُخدم مصدر الطاقة لشحن قضيب عازل بشحنة سالبة. عند تقريب القضيب من الكرة الموجودة أعلى الكشاف الكهربائي، كما هو موضح في الشكل 1.9b، تتنافر الإلكترونات الموجودة في الكرة الموصلة للكشاف الكهربائي، فتنتج شحنة سالبة صافية في موصِّلَي الكشاف الكهربائي. تؤدي هذه الشحنة السالبة إلى دوران الموصِّل المتحرك لأن شحنة الموصل الثابت سالبة أيضًا، مما يتسبب في تنافره. ولأن القضيب لم يلمس الكرة، فإن شحنة الموصل المتحرك تكون شحنة **مستحثة**. وعند إبعاد القضيب كما هو موضح في الشكل 1.9c، تقل هذه الشحنة المستحثة إلى الصفر، ويعود الموصِّل المتحرك إلى وضعه الأصلي لأن إجمالي الشحنة الموجودة في الكشاف الكهربائي لا يتغير عند حدوث ذلك.

إذا تم تكرار هذه التجربة باستخدام قضيب يحمل شحنة موجبة، فستنجذب الإلكترونات الموجودة في الموصِّلَين إلى القضيب وتتدفق إلى الكرة الموصلة. وستنتج عن ذلك شحنة موجبة صافية في الموصِّلَين تؤدي إلى دوران الموصِّل المتحرك مرة أخرى. لاحظ أن الشحنة الكلية في الكشاف الكهربائي تكون صفرًا في كلتا الحالتين، وأن حركة الموصل تشير فقط إلى أن القضيب مشحون. وعند إبعاد القضيب موجب الشحنة، يعود الموصِّل المتحرك إلى وضعه الأصلي مرة أخرى. من المهم ملاحظة أنه لا يمكننا تحديد نوع هذه الشحنة.

على الجانب الآخر، إذا لامس قضيب عازل سالب الشحنة كرةَ الكشاف الكهربائي، كما يوضح الشكل 1.10b، فستتدفق الإلكترونات من القضيب إلى الموصل وتنتج شحنة سالبة صافية. وعند إبعاد القضيب، تبقى الشحنة موجودة ويبقى الموصِّل المتحرك منفرجًا، كما هو موضح في الشكل 1.10c.



الشكل 1.8 كشاف كهربائي نموذجي يُستخدم في العروض التوضيحية في المحاضرات.

مراجعة المفاهيم 1.2

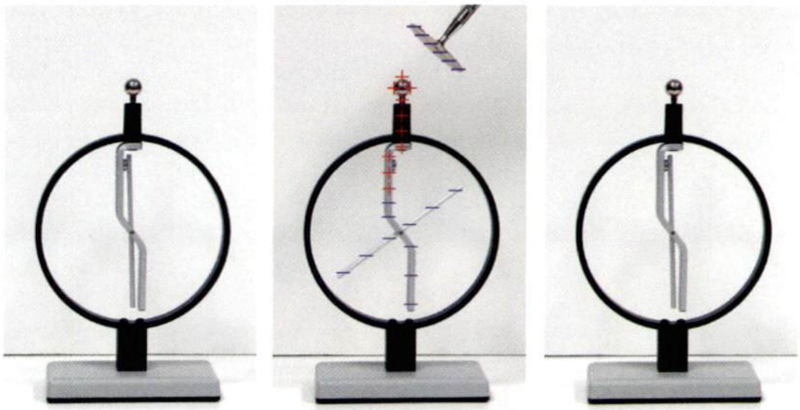
يتحرك الموصِّل المتصل بمفصلة بعيدًا عن الموصل الثابت عند شحن الكشاف الكهربائي لأن:

a) الشحنات المتماثلة تتنافر.

b) الشحنات المتماثلة تتجاذب.

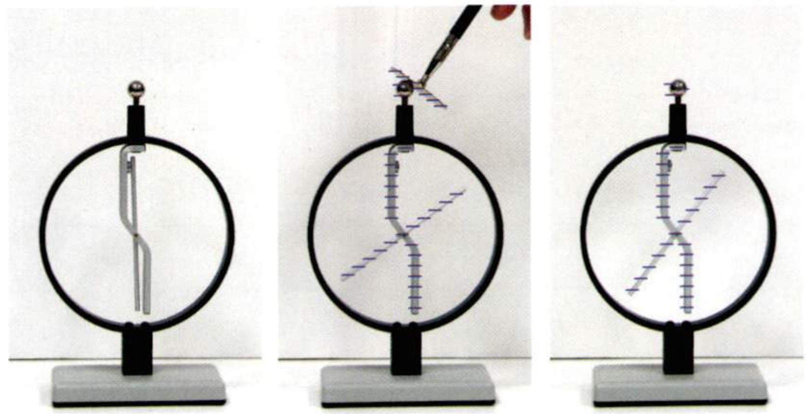
c) الشحنات المختلفة تتجاذب.

d) الشحنات المختلفة تتنافر.



(a) (b) (c)

الشكل 1.9 الشحن بالحث:
(a) كشاف كهربائي غير مشحون. (b) تقريب قضيب ذي شحنة سالبة إلى الكشاف الكهربائي. (c) إبعاد القضيب سالب الشحنة.



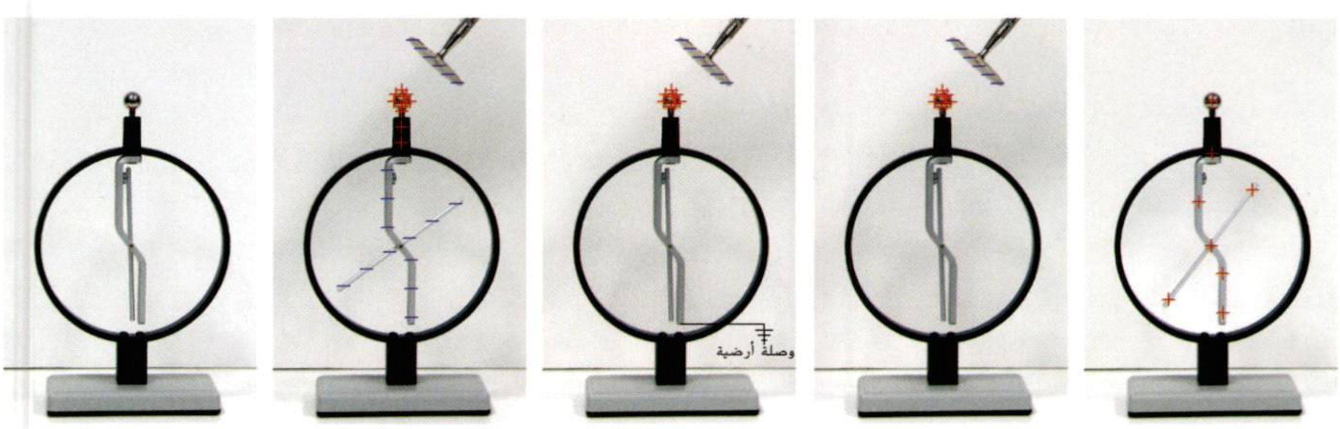
(a) (b) (c)

الشكل 1.10 الشحن بالتوصيل: (a) كشاف كهربائي غير مشحون. (b) ملامسة قضيب ذي شحنة سالبة مع الكشاف الكهربائي. (c) إبعاد القضيب سالب الشحنة.

وبالمثل، إذا لامس قضيب عازل موجب الشحنة كرة الكشاف الكهربائي غير المشحون، فسينقل الكشاف الكهربائي الإلكترونات إلى القضيب موجب الشحنة ويصبح موجب الشحنة. مرة أخرى، يكون للقضيب موجب الشحنة والقضيب سالب الشحنة التأثير نفسه في الكشاف الكهربائي، ولا يمكننا أن نحدِّد ما إذا كانت شحنة أي من القضيبَين موجبة أم سالبة. تُسمى هذه العملية **الشحن بالتوصيل.**

يمكن توضيح نوعَي الشحنة بملامسة قضيب سالب الشحنة أولًا مع الكشاف الكهربائي، وحينها سيتحرك الموصل المتحرك، كما يوضح الشكل 1.10. وإذا تمت ملامسة قضيب موجب الشحنة مع الكشاف الكهربائي بعد ذلك، فسيعود الموصل المتحرك إلى وضع التعادل. أي أن الشحنة ستصبح متعادلة (إذا افترضنا أن القضيبَين في الأساس كانا متماثلين في القيمة المطلقة للشحنة). نستنتج من ذلك أنه يوجد نوعان من الشحنة. لكن لأن الشحنات دليل على وجود إلكترونات متحركة، فإن الشحنة السالبة تشير إلى زيادة الإلكترونات، وتشير الشحنة الموجبة إلى نقص الإلكترونات.

يمكن شحن الكشاف الكهربائي دون ملامسته مع القضيب المشحون، كما هو موضح في الشكل **1.11**. فالكشاف الكهربائي غير مشحون في الشكل **1.11a**. ثم قُرِّب قضيب سالب الشحنة إلى كرة الكشاف الكهربائي لكن من دون ملامستها، كما في الشكل **1.11b**. وفي الشكل **1.11c**، تم توصيل الكشاف الكهربائي بوصلة أرضية. ثم أُزيلت الوصلة الأرضية مع بقاء القضيب المشحون قريبًا من كرة الكشاف الكهربائي من دون ملامستها، كما في الشكل **1.11d**. وفي الخطوة التالية، تم إبعاد القضيب عن الكشاف الكهربائي كما في الشكل **1.11e**. وظل الكشاف الكهربائي مشحونًا بشحنة موجبة (لكن انحراف الموصل المتحرك أقل منه في الشكل **1.11b**). ستنطبق هذه العملية أيضًا عند استخدام قضيب موجب الشحنة. تُسمى هذه العملية **الشحن بالحث**، وهي تؤدي إلى شحن الكشاف الكهربائي بشحنة مختلفة عن شحنة القضيب.



(a) (b) (c) (d) (e)

الشكل 1.11 الشحن بالحث: (a) كشاف كهربائي غير مشحون. (b) تقريب قضيب ذي شحنة سالبة إلى الكشاف الكهربائي. (c) وصلة أرضية متصلة بالكشاف الكهربائي. (d) إزالة الوصلة الأرضية. (e) إبعاد القضيب سالب الشحنة، تاركًا الكشاف الكهربائي مشحونًا بشحنة موجبة.

الشكل 1.12 تسلسل الشحن الكهربائي لبعض المواد الشائعة.

الشحن الكهربائي بالدلك

كما ذكرنا سابقًا، يؤدي دلك مادتين معًا إلى شحنهما. لكننا لم نناقش سؤالين أساسيين حول هذه الظاهرة: أولًا، ما سببها الحقيقي؟ ثانيًا، أي من المادتين تُشحن بشحنة موجبة وأيهما تُشحن بشحنة سالبة؟

العجيب أن الأسباب المجهرية للشحن الكهربائي بالاحتكاك لا زالت غير مفهومة بشكل كامل، كما هو الحال مع الكثير من مظاهر الاحتكاك. والنظرية السائدة حول هذه الظاهرة هي أنه عندما يحدث تلامس بين سطحَي جسمين في عملية الاحتكاك، يحدث التصاق وتتكون روابط كيميائية بين ذرات هذَين السطحين. وعند انفصال السطحَين، تتمزق بعض هذه الروابط الجديدة تاركة كمية وفيرة من الإلكترونات المشتركة في الروابط على المادة التي لها دالة شغل أكبر.

توضح نتائج الأبحاث الحديثة لدراسة الأسطح بمجاهر القوة الذرية أن الشحن الكهربائي بالاحتكاك يمكن أن يحدث أيضًا عندما يحدث احتكاك بين جسمَين من المادة *نفسها*. كما ثبت أن عملية الشحن تنقل الإلكترونات فقط، بل وتنقل أحيانًا قطعًا صغيرة جدًا (نانومترات قليلة) من المادة من جسم إلى آخر.

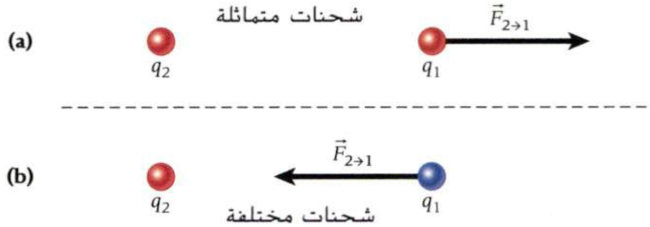
أي من المادتين تُشحن بشحنة موجبة وأيهما تُشحن بشحنة سالبة؟ لقد أجابت عن هذا السؤال سلسلة من التجارب تتلخص نتائجها في الشكل 1.12 في شكل قائمة ببعض المواد الشائعة التي يمكن حكها معًا. إذا قمتَ بحك مادتَين من هذه القائمة إحداهما مع الأخرى، فستكتسب المادة الأعلى في القائمة شحنة موجبة صافية، بينما ستكتسب المادة الأخرى شحنة سالبة صافية.

القاعدة الثابتة في النهاية هي أنه كلما زادت شدة الاحتكاك، زاد انتقال الشحنة. ويحدث ذلك لأن زيادة شدة التلامس يؤدي إلى زيادة الاحتكاك الذي يؤدي بدوره إلى زيادة النقاط المجهرية لنقل الشحنة على أسطح المواد.

1.5 القوة الكهروستاتيكية – قانون كولوم

إنّ قانون الشحنات الكهربائية دليل على وجود قوة بين أي شحنتين ساكنتَين. وقد أظهرت التجارب أنه إذا بذلت الشحنة q_2 قوة كهروستاتيكية على الشحنة q_1، $\vec{F}_{2\to1}$، فإن القوة المبذولة على الشحنة q_1 تكون في اتجاه الشحنة q_2 إذا كانت الشحنتان مختلفتين، بينما ستكون بعيدا من الشحنة q_2 إذا كانت الشحنتان متماثلتَين (الشكل 1.13). ويكون تأثير هذه القوة التي تؤثر بها شحنة على أخرى على امتداد الخط بين هاتين الشحنتَين. يحدّد **قانون كولوم** مقدار هذه القوة كما يلي

$$F = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2} \tag{1.6}$$



الشكل 1.13 القوة التي تبذلها الشحنة 2 على الشحنة 1: (a) شحنتان متماثلتان؛ (b) شحنتان مختلفتان.

حيث q_1 وq_2 شحنتان كهربائيتان، و$r = |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|$ هي المسافة بينهما، و

$$k = 8.99 \cdot 10^9 \ \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2} \tag{1.7}$$

هو **ثابت كولوم**. تلاحظ أن الكولوم الواحد يعادل شحنة كبيرة *جدًا*. فإذا كانت المسافة بين شحنتين مقدار كل منهما 1 C هي 1 m، فإن مقدار القوة التي ستبذلها كل منهما على الأخرى سيساوي 8.99 مليارات نيوتن. وعلى سبيل المقارنة، تساوي هذه القوة وزن 450 مكوكًا فضائيًا مكتمل الحمولة!

تُمثَّل العلاقةُ بين ثابت كولوم وثابت آخر، ε_0، يُسمى **السماحية الكهربائية للحيز المطلق**، بالمعادلة

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \tag{1.8}$$

مراجعة المفاهيم 1.3

إذا وضعتَ شحنتَين بحيث تفصل بينهما مسافة r، ثم ضاعفتَ كلاً من الشحنتَين وضاعفتَ المسافة بينهما، فكيف سيتغير مقدار القوة المبذولة بين الشحنتَين؟

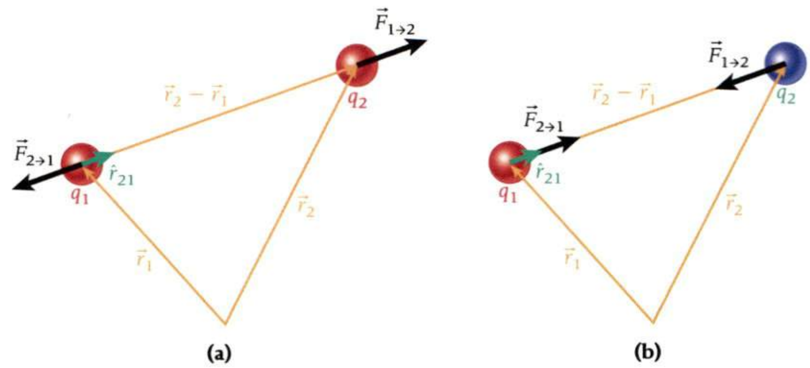
a) ستكون القوة الجديدة ضعف هذا المقدار.

b) ستكون القوة الجديدة نصف هذا المقدار.

c) سيزيد مقدار القوة الجديدة بأربعة أضعاف.

d) سيقل مقدار القوة الجديدة بأربعة أضعاف.

e) ستكون القوة الجديدة بالمقدار نفسه.



الشكل 1.14 تمثيل متجهات القوى الكهروستاتيكية التي تؤثر بها شحنتان إحداهما على الأخرى: (a) شحنتان متماثلتان؛ (b) شحنتان مختلفتان.

لذا فإن قيمة الثابت ε_0 هي

$$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N\,m}^2} \qquad (1.9)$$

ومن ثَمَّ فإن الطريقة الأخرى لكتابة المعادلة 1.6 هي

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1q_2|}{r^2} \qquad (1.10)$$

كما سترى في الوحدات القليلة التالية، تكون بعض معادلات القوى الكهروستاتيكية أكثر مناسبة عند كتابتها بدلالة الثابت k، بينما يكون من الأسهل كتابة معادلات أخرى بدلالة $1/(4\pi\varepsilon_0)$.

لاحظ أن الشحنتَين في كل من المعادلتَين 1.6 و1.10 يمكن أن تكونا موجبتَين أو سالبتَين، لذا فإن ناتج ضرب الشحنتَين يمكن أن يكون موجبًا أو سالبًا أيضًا. ولأن الشحنات المختلفة تتجاذب والشحنات المتماثلة تتنافر، ستدل القيمة السالبة لناتج ضرب q_1q_2 على التجاذب وتدل قيمته الموجبة على التنافر.

وأخيرًا، يمكن كتابة قانون كولوم للقوة التي تبذلها الشحنة 2 على الشحنة 1 بصيغة المتجهات:

$$\vec{F}_{2\to1} = -k\frac{q_1q_2}{r^3}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) = -k\frac{q_1q_2}{r^2}\hat{r}_{21} \qquad (1.11)$$

في هذه المعادلة، $\hat{r}_{21}$ هو متجه وحدة يتجه من q_2 إلى q_1 (انظر الشكل 1.14). وتشير الإشارة السالبة إلى أن القوة تكون تنافرية إذا كانت كلتا الشحنتَين موجبة أو كانت كلتاهما سالبة. في هذه الحالة، يكون اتجاه $\vec{F}_{2\to1}$ بعيدًا عن الشحنة 2، كما يوضح الشكل 1.14a. وعلى الجانب الآخر، إذا كانت إحدى الشحنتَين موجبة والأخرى سالبة، فسيكون اتجاه $\vec{F}_{2\to1}$ نحو الشحنة 2، كما هو موضح في الشكل 1.14b.

إذا بذلت الشحنة 2 القوة $\vec{F}_{2\to1}$ على الشحنة 1، فإنه من السهل الحصول على القوة $\vec{F}_{1\to2}$ التي تبذلها الشحنة 1 على الشحنة 2 من القانون الثالث لنيوتن: $\vec{F}_{1\to2} = -\vec{F}_{2\to1}$

مراجعة المفاهيم 1.4

ما الذي تدل عليه القوى المؤثرة في الشحنة q_3 في الشكل 1.15 بخصوص إشارات الشحنات الثلاث؟

a) كل الشحنات الثلاث موجبة.

b) كل الشحنات الثلاث سالبة.

c) الشحنة q_3 صفر.

d) الشحنتان q_1 وq_2 مختلفتان.

e) الشحنتان q_1 وq_2 متماثلتان، والشحنة q_3 مختلفة عنهما.

مبدأ التراكب

درسنا في هذه الوحدة حتى الآن القوةَ بين شحنتَين. لنفكر الآن في الشحنات النقطية الثلاث، q_1 وq_2 وq_3، عند المواقع x_1 وx_2 وx_3 على التوالي، كما يوضح في الشكل 1.15. نحصل على القوة التي تبذلها الشحنة 1 على الشحنة 3، $\vec{F}_{1\to3}$، من خلال المعادلة

$$\vec{F}_{1\to3} = -\frac{kq_1q_3}{(x_3 - x_1)^2}\hat{x}$$

مراجعة المفاهيم 1.5

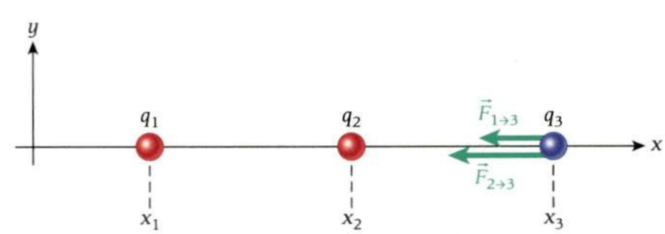
إذا افترضنا أن طول كل متجه من المتجهَين في الشكل 1.15 يتناسب مع مقدار القوة الذي يمثله، فما الذي يشير إليه المتجهان بخصوص مقدارَي الشحنتَين q_1 وq_2؟ (*تلميح:* المسافة بين x_1 وx_2 هي نفسها المسافة بين x_2 وx_3).

a) $|q_1| < |q_2|$

b) $|q_1| = |q_2|$

c) $|q_1| > |q_2|$

d) لا يمكن تحديد الإجابة من المعلومات المعطاة في الشكل.



الشكل 1.15 القوتان اللتان تبذلهما الشحنتان 1 و2 على الشحنة 3.

ونحصل على القوة التي تبذلها الشحنة 2 على الشحنة 3 من خلال المعادلة

$$\vec{F}_{2\rightarrow 3} = -\frac{kq_2q_3}{(x_3 - x_2)^2}\hat{x}$$

إنّ القوة التي تبذلها الشحنة 1 على الشحنة 3 لا تتأثر بوجود الشحنة 2. والقوة التي تبذلها الشحنة 2 على الشحنة 3 لا تتأثر بوجود الشحنة 1. بالإضافة إلى أن القوتَين اللتَين تبذلهما الشحنة 1 والشحنة 2 على الشحنة 3 تُجمعان في صورة كميتَين متجهتَين لتعطيان القوة المحصلة التي تؤثر في الشحنة 3:

$$\vec{F}_{\text{المحصلة}\rightarrow 3} = \vec{F}_{1\rightarrow 3} + \vec{F}_{2\rightarrow 3}$$

بشكل عام، يمكننا التعبير عن القوة الكهروستاتيكية، $\vec{F}(\vec{r})$، التي تؤثر في الشحنة q الموجودة عند الموقع $\vec{r}$ والناتجة عن مجموعة الشحنات، q_i، الموجودة عند المواقع $\vec{r}_i$ كما يلي:

$$\vec{F}(\vec{r}) = kq\sum_{i=1}^{n} q_i \frac{\vec{r}_i - \vec{r}}{\left|\vec{r}_i - \vec{r}\right|^3} \qquad (1.12)$$

نحصل على هذه النتيجة باستخدام تراكب القوى والمعادلة 1.11 لكل تفاعل بين شحنتَين.

مثال 1.2 القوة الكهروستاتيكية داخل الذرة

المسألة 1

ما مقدار القوة الكهروستاتيكية المبذولة بين البروتونين داخل نواة ذرة الهليوم؟

الحل 1

يرتبط البروتونان بالنيوترونَين داخل نواة ذرة الهليوم بفعل القوة الشديدة؛ بينما يتباعد البروتونان أحدهما عن الآخر بسبب القوة الكهروستاتيكية المبذولة بينهما. وشحنة كل بروتون هي $q_p = +e$. كما تفصل بين البروتونين مسافة مقدارها $r = 2 \cdot 10^{-15}$ m تقريبًا. لذا يمكننا إيجاد القوة باستخدام قانون كولوم كما يلي:

$$F = k\frac{\left|q_p q_p\right|}{r^2} = \left(8.99 \cdot 10^9 \ \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2}\right)\frac{\left(+1.6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}\right)\left(+1.6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}\right)}{\left(2 \cdot 10^{-15}\ \text{m}\right)^2} = 58\ \text{N}$$

إذًا، مقدار القوة التي تباعد بين البروتونَين في نواة ذرة الهليوم هو 58 N (ما يعادل وزن قط كامل النمو تقريبًا). وإذا تأملنا في حجم النواة، فسنجد أن هذه القوة هائلة جدًا. فلماذا لا تنفجر نواة الذرة إذًا؟ الإجابة هي أنه توجد قوة أكبر تحافظ على تماسك الذرة استحقت أن نسميها بالقوة الشديدة.

المسألة 2

ما مقدار القوة الكهروستاتيكية بين نواة الذهب وإلكترون نواة الذهب الموجود في مدار نصف قطره $4.88 \cdot 10^{-12}$ m؟

الحل 2

الإلكترون سالب الشحنة ونواة الذهب موجبة الشحنة يجذب كل منهما الآخر بقوة مقدارها

$$F = k\frac{\left|q_e q_N\right|}{r^2}$$

حيث إن شحنة الإلكترون هي $q_e = -e$ وشحنة نواة الذهب هي $q_N = +79e$. لذا فإن القوة المبذولة بين الإلكترون والنواة هي

$$F = k\frac{\left|q_e q_N\right|}{r^2} = \left(8.99 \cdot 10^9 \ \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2}\right)\frac{\left(1.60 \cdot 10^{-19}\ \text{C}\right)\left[(79)\left(1.60 \cdot 10^{-19}\ \text{C}\right)\right]}{\left(4.88 \cdot 10^{-12}\ \text{m}\right)^2} = 7.63 \cdot 10^{-4}\ \text{N}$$

إذًا، مقدار القوة الكهروستاتيكية التي تبذلها النواة على الإلكترون في ذرة الذهب أقل بنحو 100000 ضعف من مقدار القوة المبذولة بين البروتونات داخل النواة.

مراجعة المفاهيم 1.6

يوضح الشكل ثلاث شحنات مرتبة على خط مستقيم. ما اتجاه القوة الكهروستاتيكية المؤثرة في الشحنة *الوسطى*؟

$-q$ $\quad q \quad q$

a) → b) ← c) ↓ d) ↑

e) لا توجد قوة مؤثرة في هذه الشحنة.

مراجعة المفاهيم 1.7

يوضح الشكل ثلاث شحنات مرتبة على خط مستقيم. ما اتجاه القوة الكهروستاتيكية المؤثرة في الشحنة *اليمنى*؟ (لاحظ أن مقدار الشحنة اليسرى يساوي ضعف مقدارها في مراجعة المفاهيم 1.6.)

$-2q$ $\quad q \quad q$

a) → b) ← c) ↓ d) ↑

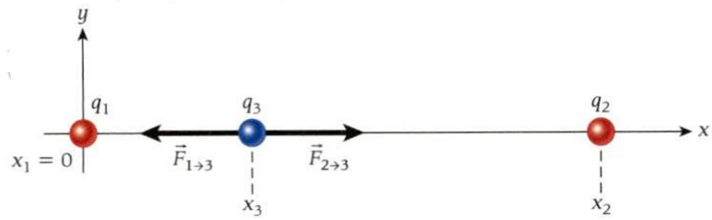
e) لا توجد قوة مؤثرة في هذه الشحنة.

ملاحظة: إنّ كتلة نواة الذهب تزيد بحوالي 400000 ضعف عن كتلة الإلكترون. لكن مقدار القوة التي تبذلها نواة الذهب على الإلكترون يتساوى تمامًا مع مقدار القوة التي يبذلها الإلكترون على نواة الذهب. ولعلك تقول إن هذا ما ينص عليه القانون الثالث لنيوتن. وهذا صحيح. لكن الجدير بالذكر أن هذا القانون الأساسي ينطبق على القوى الكهروستاتيكية أيضًا.

مثال 1.3 موضع الاتزان

المسألة

يوضح الشكل 1.16 موضع جسيمَين مشحونين: يقع الجسيم $q_1 = 0.15\ \mu C$ عند نقطة الأصل، ويقع الجسيم $q_2 = 0.35\ \mu C$ على محور x الموجب عند النقطة $x_2 = 0.40\ m$. أين يجب أن يكون موضع الجسيم الثالث المشحون، q_3، ليكون عند نقطة اتزان (بحيث يكون مجموع القوى المؤثرة فيه صفرًا)؟



الشكل 1.16 مواضع ثلاثة جسيمات مشحونة. يوضح الشكل أن شحنة الجسيم الثالث سالبة.

الحل

لنحدِّد أولًا المواضع التي *لن* نضع عندها هذه الشحنة. إذا وُضعت الشحنة الثالثة في أي موضع بعيدًا عن المحور x، فستكون هناك دائمًا مركبة قوى في اتجاه المحور x أو بعيدًا عنه. لذا يمكننا تحديد نقطة اتزان (يكون مجموع القوى عندها صفرًا) *على* المحور x فقط. يمكن تقسيم المحور x إلى ثلاثة أجزاء مختلفة: $x \le x_1 = 0$ و $x_1 < x < x_2$ و $x_2 \le x$. وبالنسبة إلى الجزء $x \le x_1 = 0$، فإن اتجاه متجهات القوة من q_1 وq_2 المؤثرة في q_3 سيكون في الاتجاه الموجب إذا كانت الشحنة سالبة، بينما سيكون في الاتجاه السالب إذا كانت الشحنة موجبة. ولأننا نبحث عن موضع تلغي عنده القوتان كل منهما الأخرى، فمن الممكن استبعاد الجزء $x \le x_1 = 0$. وسنستبعد الجزء $x_2 \ge x$ للسبب نفسه.

في الجزء المتبقي من المحور x، وهو $x_1 < x < x_2$، سيؤثر q_1 وq_2 في q_3 بقوتَين متعاكستَين في الاتجاه. أي أننا نبحث عن الموضع، x_3، حيث ستتساوى عنده القوتان في المقدار ليصبح محصلة القوى صفرًا. ونعبّر عن تساوي القوتَين بالمعادلة

$$\left|\vec{F}_{1\to3}\right| = \left|\vec{F}_{2\to3}\right|$$

والتي يمكننا إعادة كتابتها بالصورة

$$k\frac{|q_1 q_3|}{(x_3 - x_1)^2} = k\frac{|q_3 q_2|}{(x_2 - x_3)^2}$$

نلاحظ الآن أن مقدار الشحنة الثالثة وإشارتها ليس لهما أي تأثير لأن هذه الشحنة تُلغى، كما هو الحال مع الثابت k، وينتج لنا

$$\frac{q_1}{(x_3 - x_1)^2} = \frac{q_2}{(x_2 - x_3)^2}$$

أو

$$q_1(x_2 - x_3)^2 = q_2(x_3 - x_1)^2 \qquad \text{(i)}$$

بأخذ الجذر التربيعي لكلا طرفَي المعادلة والحل لإيجاد قيمة x_3، نجد أن

$$\sqrt{q_1}(x_2 - x_3) = \sqrt{q_2}(x_3 - x_1)$$

أو

$$x_3 = \frac{\sqrt{q_1}x_2 + \sqrt{q_2}x_1}{\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2}}$$

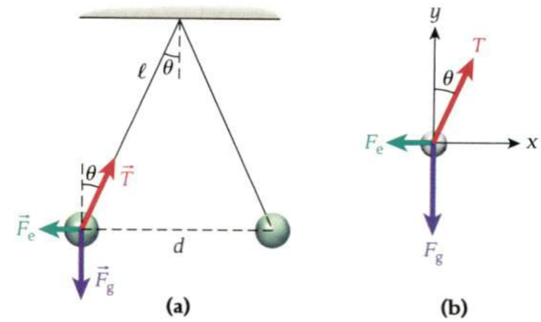
يمكننا أخذ الجذر التربيعي لطرفَي المعادلة (i) لأن $x_1 < x_3 < x_2$. لذا من المؤكد أن كلاً من الجذرَين، $x_2 - x_3$ و$x_3 - x_1$، سيكون موجبًا.

وبالتعويض بالأرقام المعطاة في المسألة، تكون النتيجة

$$x_3 = \frac{\sqrt{q_1}x_2 + \sqrt{q_2}x_1}{\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2}} = \frac{\sqrt{0.15\ \mu C}(0.4\ m)}{\sqrt{0.15\ \mu C} + \sqrt{0.35\ \mu C}} = 0.16\ m.$$

هذه نتيجة منطقية لأننا نتوقع أن نقطة الاتزان ستكون بالقرب من الشحنة الأصغر.

مسألة محلولة 1.1 كرات مشحونة



الشكل 1.17 (a) كرتان مشحونتان تتدليان من السقف في موضع اتزان. (b) مخطط الجسم الحر للكرة اليُسرى المشحونة.

المسألة

كرتان متماثلتان مشحونتان تتدليان من السقف بحبلين عازلين متساويين في الطول، $\ell = 1.50$ m (الشكل 1.17). وشُحنت كل كرة بشحنة مقدارها $q = 25.0$ μC. ثم أصبحت الكرتان المتدليتان في وضع السكون، وصَنع كل حبل زاوية مقدارها 25.0° مع المستوى الرأسي (الشكل 1.17a). ما كتلة كل من الكرتَين؟

الحل

فكِّر توجد ثلاث قوى تؤثر في كل كرة مشحونة: قوة الجاذبية وقوة التنافر الكهروستاتيكية وقوة الشد الموجودة في الحبل. لذا يمكننا إيجاد مركبات القوى الثلاث ومساواتها بالصفر، مما يسهِّل علينا إيجاد كتلة الكرتَين المشحونتَين.

ارسُم يوضح الشكل 1.17b مخطط جسم حر للكرة اليسرى.

ابحث ينص شرط الاتزان السكوني على أن مجموع مركبات x للقوى الثلاث المؤثرة في الكرة يجب أن يكون صفرًا، وأن مجموع مركبات y لهذه القوى يجب أن يكون صفرًا. إذًا مجموع مركبات x للقوى هو

$$T\sin\theta - F_e = 0 \qquad \text{(i)}$$

حيث T مقدار شد الحبل، وθ الزاوية التي يصنعها الحبل مع المستوى الرأسي، وF_e مقدار القوة الكهروستاتيكية. ومجموع مركبات y للقوى هو

$$T\cos\theta - F_g = 0 \qquad \text{(ii)}$$

قوة الجاذبية، F_g، ما هي إلا وزن الكرة المشحونة:

$$F_g = mg \qquad \text{(iii)}$$

حيث m هي كتلة الكرة المشحونة. ونحصل على القوة الكهروستاتيكية التي تبذلها القوتان إحداهما على الأخرى بالمعادلة

$$F_e = k\frac{q^2}{d^2} \qquad \text{(iv)}$$

حيث d هي المسافة بين الكرتَين. ويمكننا التعبير عن المسافة بين الكرتَين بدلالة طول الحبل، ℓ. بالنظر إلى الشكل 1.17a، سنجد أن

$$\sin\theta = \frac{d/2}{\ell}$$

يمكننا بعد ذلك التعبير عن القوة الكهروستاتيكية بدلالة الزاوية التي يصنعها الحبل المستوى الرأسي، θ، وطول الحبل، ℓ:

$$F_e = k\frac{q^2}{(2\ell\sin\theta)^2} = k\frac{q^2}{4\ell^2\sin^2\theta} \qquad \text{(v)}$$

حوّل إلى أبسط صورة نقسم المعادلة (i) على المعادلة (ii):

$$\frac{T\sin\theta}{T\cos\theta} = \frac{F_e}{F_g}$$

وبعد إلغاء قيمة شد الحبل (المجهولة)، ستصبح المعادلة كما يلي

$$\tan\theta = \frac{F_e}{F_g}$$

بالتعويض بالمعادلتَين (iii) و(v) عن قوة الجاذبية والقوة الكهروستاتيكية، نحصل على

$$\tan\theta = \frac{k\dfrac{q^2}{4\ell^2\sin^2\theta}}{mg} = \frac{kq^2}{4mg\ell^2\sin^2\theta}$$

وبالحل لإيجاد كتلة الكرة، نحصل على

$$m=\frac{kq^2}{4g\ell^2\sin^2\theta\tan\theta}$$

احسب بالتعويض باستخدام القيم العددية، نحصل

$$m=\frac{\left(8.99\cdot 10^9\ \mathrm{N\,m^2/C^2}\right)\left(25.0\ \mu\mathrm{C}\right)^2}{4\left(9.81\ \mathrm{m/s^2}\right)\left(1.50\ \mathrm{m}\right)^2\left(\sin^2 25.0°\right)\left(\tan 25.0°\right)}=0.764116\ \mathrm{kg}$$

قرِّب سنقرب النتيجة التي توصلنا إليها إلى ثلاثة أرقام معنوية:

$$m=0.764\ \mathrm{kg}$$

تحقق ثانية للتحقق ثانية، سنستخدم تقريبات الزوايا الصغيرة $\theta \approx \tan\theta \approx \sin\theta$ و$\cos\theta \approx 1$. عندئذٍ تقترب قوة الشد في الحبل من mg. ويمكننا التعبير عن مركبات x للقوى بالصورة التالية

$$T\sin\theta \approx mg\theta = F_e = k\frac{q^2}{d^2}\approx k\frac{q^2}{(2\ell\theta)^2}$$

وبالحل لإيجاد كتلة الكرة المشحونة، نحصل على

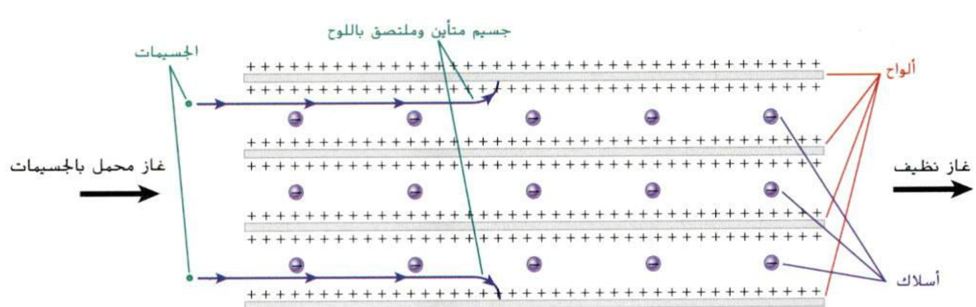
$$m=\frac{kq^2}{4g\ell^2\theta^3}=\frac{\left(8.99\cdot 10^9\ \mathrm{N\,m^2/C^2}\right)\left(25.0\ \mu\mathrm{C}\right)^2}{4\left(9.81\ \mathrm{m/s^2}\right)\left(1.50\ \mathrm{m}\right)^2\left(0.436\ \mathrm{rad}\right)^3}=0.768\ \mathrm{kg}$$

وهو ناتج قريب من إجابتنا.

مرشِّح الترسيب الكهروستاتيكي

من تطبيقات الشحن الكهروستاتيكي والقوى الكهروستاتيكية إزالة الانبعاثات الدخانية من محطات توليد الطاقة التي تعمل بالفحم. يُستخدم جهاز **مرشِّح الترسيب الكهروستاتيكي** (ESP) لإزالة الرماد والجسيمات الأخرى التي تنتج عن احتراق الفحم لتوليد الطاقة. ويوضح الشكل **1.18** آلية عمل هذا الجهاز.

يتكون مرشِّح الترسيب الكهروستاتيكي من أسلاك وألواح، ويكون للألواح جهد كهربائي سالب عالٍ مقارنة بالجهد الكهربائي الموجب لمجموعة الألواح. (مصطلح *الجهد الكهربائي* المُستخدم هنا هو المصطلح الدارج؛ وفي الوحدة 3، سنحدِّد مفهوم هذا المصطلح من حيث فرق الجهد الكهربائي). في الشكل **1.18**، يدخل غاز العادم الناتج عن احتراق الفحم من يسار مرشِّح الترسيب الكهروستاتيكي. وتحمل الجسيمات المارة بالقرب من الأسلاك شحنةً سالبة. لذا تنجذب هذه الجسيمات إلى الألواح موجبة الشحنة وتلتصق بها. ويستمر مرور الغاز عبر مرشِّح الترسيب الكهروستاتيكي ليخرج من الجانب الآخر خاليًا من الرماد والجسيمات الأخرى. ثم تُهز الألواح لإسقاط المادة المتراكمة عليها في حاوية موجودة أسفل الألواح. وتُستخدم هذه المادة في أغراض كثيرة، منها مواد البناء والأسمدة. يوضح الشكل **1.19** مثالًا لمحطة توليد طاقة تعمل بالفحم تستخدم مرشِّح ترسيب كهروستاتيكيًا.



الشكل 1.18 آلية عمل مرشح الترسيب الكهروستاتيكي الذي يُستخدم في تنظيف غاز العادم المنبعث من محطات توليد الطاقة التي تعمل بالفحم. يوضح الشكل منظرًا علويًا للجهاز.

سؤال الاختبار الذاتي 1.2

وُضعت شحنة موجبة $+q$ عند النقطة P، على يمين الشحنتين q_1 وq_2، كما يوضح الشكل. فكانت محصلة القوة الكهروستاتيكية المؤثرة في الشحنة $+q$ تساوي صفرًا. حدِّد ما إذا كانت كل عبارة من العبارات التالية صوابًا أم خطأً.

a) الشحنة q_2 تختلف عن الشحنة q_1 في الإشارة وتقل عنها في المقدار.

b) مقدار الشحنة q_1 أصغر من مقدار الشحنة q_2.

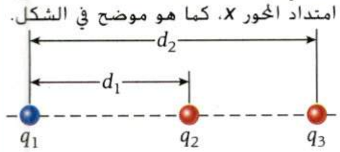
c) الشحنتان q_1 وq_2 متماثلتان.

d) إذا كانت الشحنة q_1 سالبة، فستكون الشحنة q_2 موجبة.

e) الشحنة q_1 أو q_2 موجبة.

مراجعة المفاهيم 1.8

فكِّر في الشحنات الثلاث الموضوعة على امتداد المحور x، كما هو موضح في الشكل.



قيم الشحنات هي $q_1=-8.10\ \mu\mathrm{C}$ و$q_2=2.16\ \mu\mathrm{C}$، و$q_3=2.16\ \mathrm{pC}$. والمسافة بين q_1 وq_2 هي $d_1=1.71\ \mathrm{m}$. والمسافة بين q_1 وq_3 هي $d_2=2.62\ \mathrm{m}$. ما مقدار القوة الكهروستاتيكية الكلية التي تبذلها الشحنتان q_1 وq_2 على q_3؟

a) $2.77\cdot 10^{-8}$ N

b) $7.92\cdot 10^{-6}$ N

c) $1.44\cdot 10^{-5}$ N

d) $2.22\cdot 10^{-4}$ N

e) $6.71\cdot 10^{-2}$ N

الشكل 1.19 محطة لتوليد الطاقة تعمل بالفحم في جامعة ولاية ميشيغان تستخدم مرشِّح ترسيب كهروستاتيكيًا لإزالة الجسيمات من الانبعاثات الدخانية.

مسألة محلولة 1.2 خرزة على سلك

المسألة

خرزة شحنتها $q_1 = +1.28\ \mu C$ ثابتة في مكانها على سلك عازل يصنع زاوية مقدارها $\theta = 42.3°$ مع المستوى الأفقي (الشكل 1.20a). وتنزلق خرزة ثانية شحنتها $q_2 = -5.06\ \mu C$ على السلك من دون احتكاك. وعند مسافة $d = 0.380\ m$ بين الخرزتين، تبلغ القوة المحصلة المؤثرة في الخرزة الثانية صفرًا. ما مقدار الكتلة، m_2، للخرزة الثانية؟

الحل

فكّر إنّ قوة الجاذبية التي تتسبب في انزلاق الخرزة التي كتلتها m_2 على السلك تعادلها قوة الجذب الكهروستاتيكية بين الشحنة الموجبة في الخرزة الأولى والشحنة السالبة في الخرزة الثانية. ويمكن اعتبار الخرزة الثانية جسمًا ينزلق على سطح مستوى مائل.

ارسُم يوضح الشكل 1.20b مخطط جسم حر للقوى المؤثرة في الخرزة الثانية. وقد حدّدنا مستوى إحداثيًا يمثل فيه اتجاه محور x الموجب امتدادَ السلك. يمكن تجاهل القوة التي يبذلها السلك على الكتلة m_2 لأن لهذه القوة مركبة y فقط. ويمكننا حل المسألة بمجرد تحليل مركبات x للقوى.

ابحث إنّ قوة الجذب الكهروستاتيكية بين الخرزتَين توازن مركبة قوة الجاذبية المؤثرة في الخرزة الثانية على امتداد السلك، بينما تؤثر القوة الكهروستاتيكية في اتجاه محور x السالب. ونحصل على مقدارها من خلال المعادلة

$$F_e = k\frac{|q_1 q_2|}{d^2} \qquad \text{(i)}$$

تتناسب مركبة x لقوة الجاذبية المؤثرة في الخرزة الثانية مع مركبة وزن الخرزة الثانية الموازية للسلك. ويشير الشكل 1.20b إلى أنه يمكن الحصول على مركبة وزن الخرزة الثانية على السلك من خلال المعادلة

$$F_g = m_2 g \sin\theta \qquad \text{(ii)}$$

حوّل إلى أبسط صورة لكي يتحقق الاتزان، تكون القوة الكهروستاتيكية مساوية لقوة الجاذبية: $F_e = F_g$. وبالتعويض عن تعبيرات هاتَين القوتَين من المعادلتَين (i) و(ii)، تنتج لنا المعادلة التالية

$$k\frac{|q_1 q_2|}{d^2} = m_2 g \sin\theta$$

وبحل هذه المعادلة لإيجاد كتلة الخرزة الثانية نحصل على

$$m_2 = \frac{k|q_1 q_2|}{d^2 g \sin\theta}$$

احسب بالتعويض بالقيم العددية، نحصل على

$$m_2 = \frac{kq_1q_2}{d^2 g\sin\theta} = \frac{\left(8.99 \cdot 10^9\ \mathrm{N\,m^2/C^2}\right)(1.28\ \mu\mathrm{C})(5.06\ \mu\mathrm{C})}{(0.380\ \mathrm{m})^2\left(9.81\ \mathrm{m/s^2}\right)(\sin 42.3°)} = 0.0610746\ \mathrm{kg}$$

قرِّب سنقرب النتيجة التي توصلنا إليها إلى ثلاثة أرقام معنوية:

$$m_2 = 0.0611\ \mathrm{kg} = 61.1\ \mathrm{g}$$

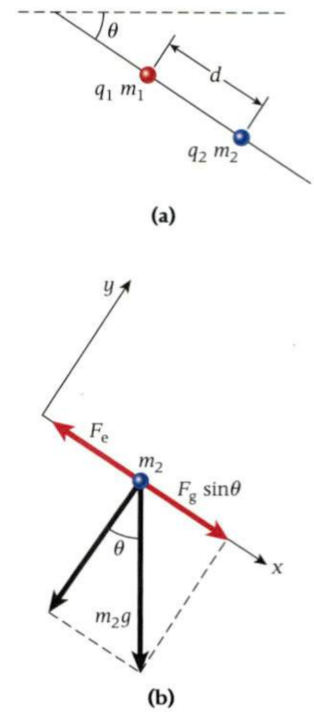
تحقق ثانية للتحقق ثانية، نحسب كتلة الخرزة الثانية مفترضين أن السلك في وضع رأسي، أي أن $\theta = 90°$. ثم يمكننا مساواة وزن الخرزة الثانية بالقوة الكهروستاتيكية بين الخرزتَين:

$$k\frac{|q_1 q_2|}{d^2} = m_2 g$$

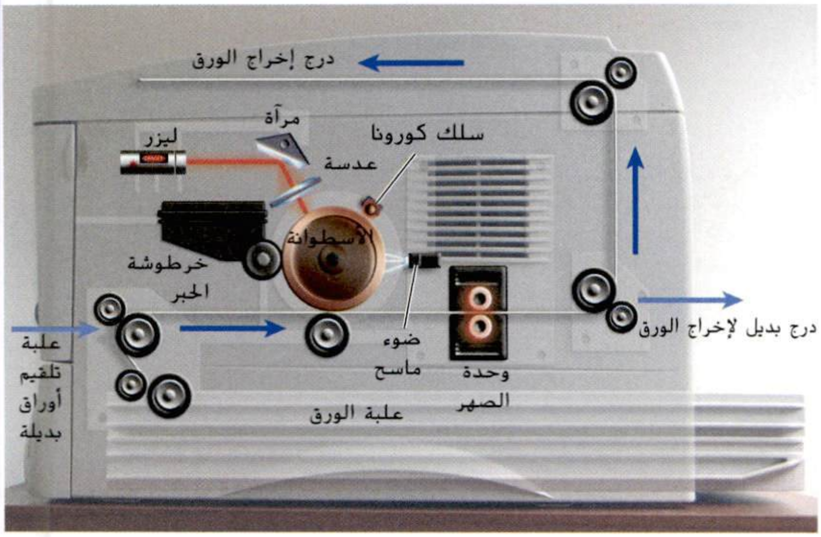
وبالحل لإيجاد كتلة الخرزة الثانية، نحصل على

$$m_2 = \frac{kq_1q_2}{d^2 g} = \frac{\left(8.99 \cdot 10^9\ \mathrm{N\,m^2/C^2}\right)(1.28\ \mu\mathrm{C})(5.06\ \mu\mathrm{C})}{(0.380\ \mathrm{m})^2\left(9.81\ \mathrm{m/s^2}\right)} = 0.0411\ \mathrm{kg}$$

لأن الزاوية التي يصنعها السلك مع المستوى الأفقي تقل، ستزيد كتلة الخرزة الثانية المحسوبة. فالنتيجة، 0.0611 kg، التي أوجدناها أعلى إلى حد ما من الكتلة التي يمكن أن يدعمها السلك في الوضع الرأسي، لذا تبدو الإجابة منطقية.



الشكل 1.20 (a) خرزتان مشحونتان على سلك. (b) مخطط الجسم الحر للقوى المؤثرة في الخرزة الثانية.



الشكل 1.21 آلية عمل طابعة الليزر النموذجية.

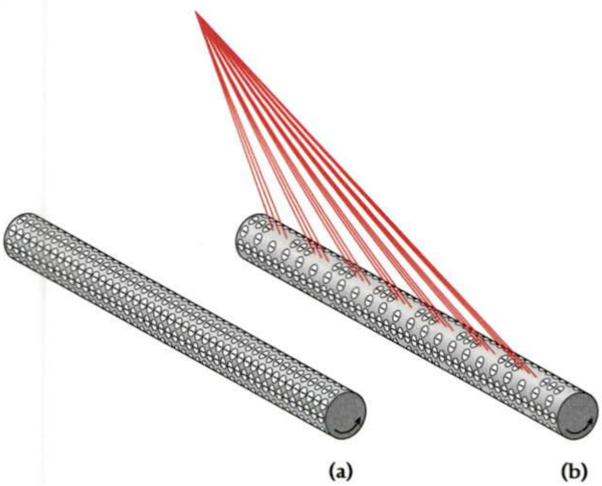
طابعة الليزر

تُعد طابعة الليزر مثالًا آخر للأجهزة التي تستخدم القوى الكهروستاتيكية. ويوضح الشكل 1.21 آلية عمل هذه الطابعة. توضح الأسهم الزرقاء مسار الورقة. حيث تُسحب الورقة من علبة الورق أو تُلقَّم يدويًا عبر علبة تلقيم الأوراق البديلة. ثم تمر الورقة فوق أسطوانة حيث يوضع مسحوق الحبر على سطح الورقة. ثم تمر بوحدة صهر تذيب جزيئات مسحوق الحبر لتثبته بشكل دائم على الورقة.

يكون جسم الأسطوانة فلزيًا ومطليًا بمادة معينة حساسة للضوء. ويعمل السطح الحساس للضوء كعازل يحتفظ بالشحنة في غياب الضوء، لكن يفرغ الشحنة بسرعة إذا سُلِّط الضوء عليه. كما تدور الأسطوانة بحيث تكون سرعة حركة سطحها متماثلة مع سرعة الورقة المتحركة. يوضح الشكل 1.22 المبدأ الأساسي لآلية عمل الأسطوانة.

تُشحن الأسطوانة بالإلكترونات السالبة باستخدام سلك عالي الجهد. ثم يوجَّه ضوء الليزر على سطح الأسطوانة. فيحدث تفريغ لشحنة السطح هذه عند أي نقطة يسقط عليها ضوء الليزر. يُستخدم الليزر لأن شعاعه يكون ضيقًا ويظل مركزًا. حيث إن سطر الصورة التي تتم طباعتها يُكتب تدريجيًا بمعدل بكسل واحد (عنصر صورة أو نقطة) في المرة الواحدة باستخدام شعاع الليزر الذي يوجَّه بواسطة مرآة متحركة وعدسة. ويمكن أن تكتب طابعة الليزر النموذجية من 600 إلى 1200 بكسل لكل بوصة. يمر سطح الأسطوانة بعد ذلك ببكرة تلتقط جزيئات مسحوق الحبر من خرطوشة الحبر. فمسحوق الحبر عبارة عن جزيئات عازلة صغيرة وسوداء تتكون من مادة شبيهة بالبلاستيك. وتكون شحنة بكرة الحبر مماثلة لجهد الأسطوانة السالب. لذا عند أي نقطة حدث فيها تفريغ لشحنة الأسطوانة، تُراكم القوى الكهروستاتيكية جزيئات الحبر على سطح الأسطوانة. وأي جزء من سطح الأسطوانة لم يتعرض لضوء الليزر لا يلتقطُ جزيئات الحبر.

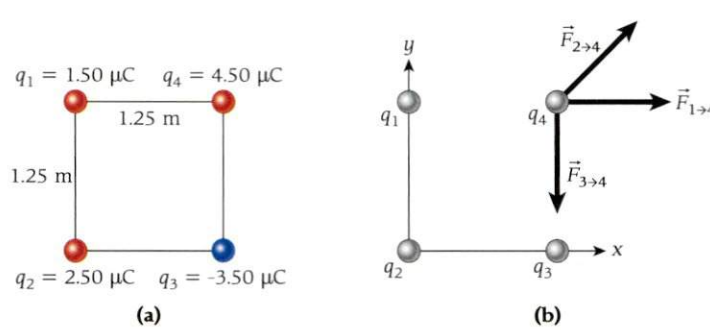
ثم يحدث تلامس بين الأسطوانة والورقة مع دوران الأسطوانة. ومن ثَمَّ تنتقل جزيئات الحبر من سطح الأسطوانة إلى الورقة. ومع استمرار دوران الأسطوانة، تُزال جزيئات الحبر المتبقية ليصبح السطح متعادل الشحنة بواسطة ضوء ماسح أو أسطوانة مسح دوَّارة تحضيرًا لطباعة الصورة التالية. ثم تمر الورقة بوحدة الصهر الذي تذيب جزيئات مسحوق الحبر لتنتج صورة مثبتة بشكل دائم على الورقة.



الشكل 1.22 (a) الأسطوانة المشحونة بالكامل في طابعة الليزر. ستنتج هذه الأسطوانة صفحة فارغة. (b) أسطوانة يتم تسجيل سطر واحد من البيانات عليها بواسطة ضوء الليزر. حيث تتعادل الشحنة السالبة عند أي نقطة يسقط عليها ضوء الليزر. فتجذب النقاط مفرغة الشحنة مسحوق الحبر الذي ينتج صورة على الورقة.

مسألة محلولة 1.3 أربعة أجسام مشحونة

يوضح الشكل 1.23a أربعة أجسام مشحونة تقع عند زوايا مربع طول ضلعه 1.25 m.



الشكل 1.23 (a) أربع شحنات موضوعة عند زوايا مربع. (b) القوى التي تبذلها الشحنات الثلاث الأخرى على الشحنة q_4.

- يُتبع

المسألة

ما مقدار واتجاه القوة الكهروستاتيكية المؤثرة في q_4 والناتجة عن الشحنات الثلاث الأخرى؟

الحل

فكّر القوة الكهروستاتيكية المؤثرة في الشحنة q_4 تساوي مجموع متجهات القوى الناتجة عن تفاعلات هذه الشحنة مع الشحنات الثلاث الأخرى. لذا فلننتبه إلى أننا لن نجمع مقادير القوى الفردية جبريًا فحسب. بل سنحتاج إلى إيجاد مركبات القوى الفردية في كل اتجاه مكاني ثم جمعها لإيجاد مركبات متجه محصلة القوى. ثم سنحتاج إلى حساب طول متجه محصلة القوى هذا.

ارسم يوضح الشكل 1.23b الشحنات الأربع في نظام إحداثي xy نقطة الأصل فيه عند موقع q_2.

ابحث إنّ محصلة القوى المؤثرة في q_4 تساوي مجموع متجهات القوى $\vec{F}_{1\to4}$ و$\vec{F}_{2\to4}$ و$\vec{F}_{3\to4}$. لذا ستكون مركبة x لمجموع القوى كما يلي

$$F_x = k\frac{|q_1q_4|}{d^2} + k\frac{|q_2q_4|}{\left(\sqrt{2}d\right)^2}\cos 45° = \frac{kq_4}{d^2}\left(q_1 + \frac{q_2}{2}\cos 45°\right) \qquad \text{(i)}$$

حيث d طول ضلع المربع، وكما يوضح الشكل 1.23b. تساوي مركبة x لـ $\vec{F}_{3\to4}$ صفرًا. لذا ستكون مركبة y لمجموع القوى كما يلي

$$F_y = k\frac{|q_2q_4|}{\left(\sqrt{2}d\right)^2}\sin 45° - k\frac{|q_3q_4|}{d^2} = \frac{kq_4}{d^2}\left(\frac{q_2}{2}\sin 45° + q_3\right) \qquad \text{(ii)}$$

حيث تساوي مركبة y لـ $\vec{F}_{1\to4}$ صفرًا كما يوضح الشكل 1.23b.
ونحصل على مقدار محصلة القوى من خلال المعادلة

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \qquad \text{(iii)}$$

ونحصل على زاوية محصلة القوى من خلال المعادلة

$$\tan\theta = \frac{F_y}{F_x}$$

حوّل إلى أبسط صورة نعوّض بتعبيرَي F_x وF_y من المعادلتين (i) و(ii) في المعادلة (iii):

$$F = \sqrt{\left[\frac{kq_4}{d^2}\left(q_1 + \frac{q_2}{2}\cos 45°\right)\right]^2 + \left[\frac{kq_4}{d^2}\left(\frac{q_2}{2}\sin 45° + q_3\right)\right]^2}$$

يمكننا إعادة كتابة المعادلة بالصورة

$$F = \frac{kq_4}{d^2}\sqrt{\left(q_1 + \frac{q_2}{2}\cos 45°\right)^2 + \left(\frac{q_2}{2}\sin 45° + q_3\right)^2}$$

وبالنسبة إلى زاوية القوة، نحصل على

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{kq_4}{d^2}\left(\frac{q_2}{2}\sin 45° + q_3\right)}{\frac{kq_4}{d^2}\left(q_1 + \frac{q_2}{2}\cos 45°\right)}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\left(\frac{q_2}{2}\sin 45° + q_3\right)}{\left(q_1 + \frac{q_2}{2}\cos 45°\right)}\right)$$

احسب بالتعويض بالقيم العددية، نحصل على

$$\frac{q_2}{2}\sin 45° = \frac{q_2}{2}\cos 45° = \frac{2.50\ \mu\text{C}}{2\sqrt{2}} = 0.883883\ \mu\text{C}$$

إذًا مقدار القوة هو

$$F = \frac{\left(8.99\cdot 10^9\ \text{N m}^2/\text{C}^2\right)(4.50\ \mu\text{C})}{(1.25\ \text{m})^2}\sqrt{(1.50\ \mu\text{C} + 0.883883\ \mu\text{C})^2 + (0.883883\ \mu\text{C} - 3.50\ \mu\text{C})^2}$$
$$= 0.0916379\ \text{N}$$

وبالنسبة إلى اتجاه القوة، نحصل على

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\left(\frac{q_2}{2}\sin 45° + q_3\right)}{\left(q_1 + \frac{q_2}{2}\cos 45°\right)}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{(0.883883\ \mu\text{C} - 3.50\ \mu\text{C})}{(1.50\ \mu\text{C} + 0.883883\ \mu\text{C})}\right) = -\ 47.6593°$$

قرِّب سنقرب النتيجة التي توصلنا إليها إلى ثلاثة أرقام معنوية:

$$F = 0.0916\ \text{N}$$

و

$$\theta = -\ 47.7°$$

تحقق ثانية للتحقق ثانية من النتيجة التي توصلنا إليها، نحسب مقادير القوى الثلاث المؤثرة في q_4. بالنسبة إلى $\vec{F}_{1\to 4}$، نحصل على

$$F_{1\to 4} = k\frac{|q_1q_4|}{r_{14}^2} = \frac{(8.99\cdot 10^9\ \text{N m}^2/\text{C}^2)(1.50\ \mu\text{C})(4.50\ \mu\text{C})}{(1.25\ \text{m})^2} = 0.0388\ \text{N}$$

وبالنسبة إلى $\vec{F}_{\to 4}$، نحصل على

$$F_{2\to 4} = k\frac{|q_2q_4|}{r_{24}^2} = \frac{(8.99\cdot 10^9\ \text{N m}^2/\text{C}^2)(2.50\ \mu\text{C})(4.50\ \mu\text{C})}{\left[\sqrt{2}(1.25\ \text{m})\right]^2} = 0.0324\ \text{N}$$

أما بالنسبة إلى $F_{3\to 4}$، فسنحصل على

$$F_{3\to 4} = k\frac{|q_3q_4|}{r_{34}^2} = \frac{(8.99\cdot 10^9\ \text{N m}^2/\text{C}^2)(3.50\ \mu\text{C})(4.50\ \mu\text{C})}{(1.25\ \text{m})^2} = 0.0906\ \text{N}$$

كل المقادير الثلاثة للقوى الفردية لها القوة الأسية نفسها لنتيجة محصلة القوى التي أوجدناها. وهذا يمنحنا الثقة في أن إجابتنا ليست بعيدة بفارق كبير.
كما أن الاتجاه الذي حصلنا عليه يبدو منطقيًا لأنه يوجّه القوة الناتجة إلى أسفل وإلى اليمين، وهو ما نتوقعه عند النظر إلى الشكل 1.23b.

1.6 قانون كولوم وقانون نيوتن في الجذب

لقانون كولوم الذي يصف القوة الكهروستاتيكية بين شحنتين كهربائيتين، F_e، صيغة مشابهة لقانون نيوتن الذي يصف قوّة الجاذبيّة بين كتلتين، F_g:

$$F_e = k\frac{|q_1q_2|}{r^2} \quad \text{و} \quad F_g = G\frac{m_1m_2}{r^2}$$

حيث m_1 وm_2 كتلتان، وq_1 وq_2 شحنتان كهربائيتان، وr المسافة الفاصلة. تتناسب كلتا القوتين عكسيًا مع مربع المسافة. ويمكن أن تكون القوة الكهروستاتيكية قوة جذب أو تنافر لأن الشحنات يمكن أن تكون موجبة أو سالبة. (انظر الشكلَين 1.14a وb). أما قوّة الجاذبيّة فدائمًا ما تكون قوة جذب لأنه يوجد نوع واحد فقط من الكتلة. (الحالة الموضحة في الشكل 1.14b فقط هي الحالة الممكنة لقوّة الجاذبيّة). ونحصل على النسبة بين القوتين بدلالة ثابتي التناسب k وG.

مثال 1.4 القوى بين الإلكترونات

لنقيّم الشدة النسبية للقوتين بحساب نسبة القوة الكهروستاتيكية وقوة الجاذبية المبذولتَين بين إلكترونَين. نحصل على النسبة باستخدام المعادلة

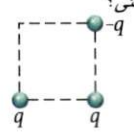
$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{kq_e^2}{Gm_e^2}$$

لأن الاعتماد على المسافة هو نفسه لكلتا القوتَين حيث لهما العلاقة نفسها بالمسافة، فلا يوجد اعتماد على المسافة في نسبة القوتَين - بل يُلغى. تبلغ كتلة أحد الإلكترونَين $m_e = 9.109\cdot 10^{-31}$ kg.

- يُتبع

مراجعة المفاهيم 1.9

يوضح الشكل ثلاث شحنات موضوعة بالترتيب عند زوايا مربع. ما اتجاه القوة الكهروستاتيكية المؤثرة في الشحنة *السفلية اليمنى*؟

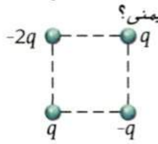


a) ↙ b) ↖ c) ↗ d) ↘

e) لا توجد قوة مؤثرة في هذه الشحنة.

مراجعة المفاهيم 1.10

يوضح الشكل أربع شحنات موضوعة بالترتيب عند زوايا مربع. ما اتجاه القوة الكهروستاتيكية المؤثرة في الشحنة *السفلية اليمنى*؟



a) ↙ b) ↖ c) ↗ d) ↘

e) لا توجد قوة مؤثرة في هذه الشحنة.

مراجعة المفاهيم 1.11

تزيد كتلة البروتون عن كتلة الإلكترون بمقدار ~2000 ضعف. لذا فإن نسبة F_e/F_g لبروتونَين ________ القيمة المحسوبة في المثال 1.4 لإلكترونين.

a) تقل بمقدار 4~ ملايين ضعف عن

b) تقل بمقدار 2000~ ضعف عن

c) تماثل

d) تزيد بمقدار 2000~ ضعف عن

a) تزيد بمقدار 4~ ملايين ضعف عن

ومقدار شحنته $q_e = -1.602 \cdot 10^{-19}$ C. باستخدام قيمة ثابت كولوم المُعطى في المعادلة 1.7، $k = 8.99 \cdot 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$، وقيمة ثابت الجذب العام، $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$. نجد عند التعويض بالقيم العددية أن

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{(8.99 \cdot 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2)(1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2}{(6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2)(9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg})^2} = 4.17 \cdot 10^{42}.$$

لذا فإن القوة الكهروستاتيكية بين الإلكترونَين أشد من قوّة الجاذبيّة بينهما بأكثر من 42 قوة أسية.

على الرغم من الضعف النسبي لقوّة الجاذبيّة، فإنها القوة الوحيدة التي لها أهمية على المستوى الفلكي. وسبب ذلك أن كل النجوم والكواكب والأجرام الفلكية الأخرى لا تحمل شحنة صافية. لذا لا توجد قوة كهروستاتيكية صافية بينها، وتكون قوة الجاذبية هي السائدة.

ينطبق قانون كولوم للقوى الكهروستاتيكية على الأنظمة المجهرية بما فيها الذرة، رغم أن التأثيرات بالغة الدقة في الأنظمة الذرية ودون الذرية تتطلب استخدام حل أكثر تطورًا يُسمى *الديناميكا الكهربائية الكمية*. ولا ينطبق قانون الجذب لنيوتن في الأنظمة دون الذرية، كما يجب تعديله مع بعض الظواهر في الأنظمة الفلكية مثل حركة عطارد البدارية حول الشمس. ويحكم هذه التفاصيل الدقيقة لتفاعل الجاذبية نظريةُ النسبية العامة لأينشتاين.

سيتم تناول أوجه الشبه بين تفاعلات الجاذبية والتفاعلات الكهروستاتيكية بمزيد من التفصيل في الوحدتَين التاليتَين اللتَين تتناولان المجالات الكهربائية والجهد الكهربائي.

ما تعلمناه | دليل المذاكرة للاختبار

- يوجد نوعان من الشحنات الكهربائية، موجبة وسالبة. الشحنات المتماثلة تتنافر، والشحنات المختلفة تتجاذب.
- كم الشحنة الكهربائية (كمية الشحنة الأساسية) يساوي $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C.
- شحنة الإلكترون $q_e = -e$، وشحنة البروتون $q_p = +e$. ولا يحمل النيوترون شحنة.
- نحصل على الشحنة الصافية للجسم من خلال المعادلة e في عدد البروتونات، N_p، ناقص e في عدد الإلكترونات، N_e، التي يتكوّن منها الجسم: $q = e \cdot (N_p - N_e)$.
- الشحنة الكلية في نظام مغلق تكون محفوظة دائمًا.
- يمكن شحن الأجسام بملامستها، ويُسمى الشحن بالتوصيل، أو شحنها من دون ملامستها، ويُسمى الشحن بالحث.
- يصف قانون كولوم القوة المبذولة بين شحنتَين ثابتتين: $F = k\dfrac{|q_1 q_2|}{r^2} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{|q_1 q_2|}{r^2}$
- ثابت قانون كولوم يساوي $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8.99 \cdot 10^9 \ \dfrac{\text{N m}^2}{\text{C}^2}$
- السماحية الكهربائية للحيز المطلق تساوي $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \ \dfrac{\text{C}^2}{\text{N m}^2}$

إجابات أسئلة الاختبار الذاتي

1.1 a) +1 b) 0 c) 0 d) 0 e) $+\frac{2}{3}$ f) $-\frac{1}{3}$ g) −1 h) +2

1.2 a) صواب b) خطأ c) خطأ d) صواب e) صواب

إرشادات حل المسائل

1. في المسائل التي تتضمن قانون كولوم، غالبًا ما يكون من المفيد عمل رسم تخطيطي لجسم حر يوضح متجهات القوى الكهروستاتيكية المؤثرة في جسيم مشحون. انتبه جيدًا إلى الإشارات؛ حيث تشير القوة السالبة بين جسيمَين إلى الجذب، بينما تشير القوة السالبة إلى التنافر. وتأكد من أن اتجاهات القوى في الرسم التخطيطي تتناسب مع إشارات القوى في العمليات الحسابية.

2. استخدم التناظر للتحويل إلى أبسط صورة. لكن انتبه إلى مراعاة مقادير الشحنات وإشاراتها وكذا المسافات بينها. فالشحنتان الموجودتان على مسافتَين متساويتَين من شحنة ثالثة لا تبذلان قوتَين متساويتَين على هذه الشحنة إذا كانتا مختلفتَين في المقدار أو الإشارة.

3. عادة ما يكون لوحدات القوى الكهروستاتيكية بادئات تشير إلى القوى 10؛ يمكن أن تُعطى المسافة بوحدة cm أو mm؛ والشحنة بوحدة μC أو nC أو pC؛ والكتلة بوحدة kg أو g. كما أن هناك وحدات أخرى شائعة الاستخدام. وأفضل طريقة للمتابعة هو تحويل كل الكميات إلى وحدات النظام الدولي الأساسية، بحيث تتناسب مع قيمة k أو $1/4\pi\epsilon_0$.

أسئلة الاختيار من متعدد

1.1 أي مما يلي يحدث عندما يُعطى لوح فلزي شحنة موجبة؟

a) تنتقل البروتونات (الشحنات الموجبة) من جسم آخر إلى اللوح.

b) تنتقل الإلكترونات (الشحنات السالبة) من اللوح إلى جسم آخر.

c) تنتقل الإلكترونات (الشحنات السالبة) من اللوح إلى جسم آخر، وتنتقل البروتونات أيضًا (الشحنات الموجبة) من جسم آخر إلى اللوح.

d) يعتمد ذلك على ما إذا كان الجسم الناقل للشحنة موصلًا أم عازلًا.

1.2 إذا كانت القوة المبذولة بين شحنة مقدارها 25 μC وشحنة مقدارها −10 μC تساوي 8.0 N، فما المسافة الفاصلة بين الشحنتَين؟

a) 0.28 m　c) 0.45 m

b) 0.53 m　d) 0.15 m

1.3 وُضعت شحنة Q_1 على المحور x عند النقطة $x = a$. أين يجب أن توضع الشحنة $Q_2 = -4Q_1$ لبذل محصلة قوى كهروستاتيكية مقدارها صفر على شحنة ثالثة، $Q_3 = Q_1$، موجودة عند نقطة الأصل؟

a) عند نقطة الأصل　c) عند $x = -2a$

b) عند $x = 2a$　d) عند $x = -a$

1.4 أي من الأنظمة التالية له أكبر شحنة سالبة؟

a) إلكترونان

b) ثلاثة إلكترونات وبروتون واحد

c) خمسة إلكترونات وخمسة بروتونات

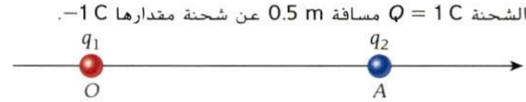
d) N إلكترونات و$N-3$ بروتونات

e) إلكترون واحد

1.5 شحنتان نقطيتان مثبتتان على المحور x؛ إذا كانت الشحنة $q_1 = 6.0$ μC موضوعة عند نقطة الأصل، O، حيث $x_1 = 0.0$ cm، وكانت الشحنة $q_2 = -3.0$ μC موضوعة عن النقطة A، حيث $x_2 = 8.0$ cm، فأين يجب أن توضع الشحنة الثالثة، q_3، على المحور x بحيث تكون محصلة القوة الكهروستاتيكية المؤثرة فيها صفرًا؟

a) 19 cm　c) 0.0 cm　e) −19 cm

b) 27 cm　d) 8.0 cm



1.6 أي من الحالات التالية تنتج أكبر محصلة قوى تؤثر في الشحنة Q؟

a) تبعُد الشحنة $Q = 1$ C مسافة 1 m عن شحنة مقدارها −2 C.

b) تبعُد الشحنة $Q = 1$ C مسافة 0.5 m عن شحنة مقدارها −1 C.

c) تقع الشحنة $Q = 1$ C في منتصف المسافة بين شحنة مقدارها −1 C وشحنة مقدارها 1 C تفصل بينهما مسافة 2 m.

d) تقع الشحنة $Q = 1$ C في منتصف المسافة بين شحنتين بمقدار −2 C تفصل بينهما مسافة 2 m.

e) تبعُد الشحنة $Q = 1$ C مسافة 2 m عن شحنة مقدارها −4 C.

1.7 عند وضع بروتونين أحدهما بجوار الآخر من دون أن تكون هناك أي أجسام أخرى قريبة منهما؛

a) يبتعدان عن بعضهما بعجلة.

b) يظلان ساكنين.

c) يقتربان إلى بعضهما بعجلة.

d) ينجذبان إلى بعضهما بسرعة ثابتة.

e) يبتعدان عن بعضهما بسرعة ثابتة.

1.8 عُلِّقت كرتان فلزيتان خفيفتا الوزن إحداهما بجوار الأخرى في خيطين عازلين. إذا كانت إحداهما تحمل شحنة صافية؛ بينما لا تحمل الأخرى شحنة صافية، فإن الكرتين

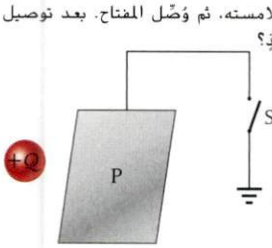
a) ستنجذبان إلى بعضهما.

b) لن تبذلا محصلة قوة كهروستاتيكية إحداهما على الأخرى.

c) ستتنافران.

d) يعتمد أي مما سبق على إشارة الشحنة الصافية الموجودة في إحدى الكرتَين.

1.9 وُصِّل لوح فلزي بالأرض عن طريق موصل يعمل بمفتاح. ولم يكن المفتاح موصولًا في البداية. وقُرِّبت شحنة $+Q$ إلى اللوح من دون ملامسته، ثم وُصِّل المفتاح. بعد توصيل المفتاح، تم إبعاد الشحنة $+Q$. ما شحنة اللوح عندئذٍ؟



a) اللوح غير مشحون.

b) شحنة اللوح موجبة.

c) شحنة اللوح سالبة.

d) يمكن أن تكون شحنة اللوح موجبة أو سالبة، حيث يعتمد ذلك على شحنته قبل تقريب الشحنة $+Q$ إليه.

1.10 إذا قرّبت قضيبًا بلاستيكيًا ذا شحنة سالبة إلى موصل مؤرَّض من دون ملامسته، ثم قمتَ بفصل التأريض، فما إشارة شحنة الموصل بعد إبعاد القضيب المشحون؟

a) سالبة

b) موجبة

c) بدون شحنة

d) لا يمكن تحديدها من المعلومات المعطاة

1.11 عند دلك قضيب بلاستيكي بفراء أرنب، فإن القضيب يصبح

a) سالب الشحنة.

b) موجب الشحنة.

c) متعادلًا.

d) إما سالب الشحنة أو موجب الشحنة، حيث يعتمد ذلك على ما إذا كانت حركة الفراء أثناء الدلك في اتجاه واحد دائمًا أم إلى الأمام وإلى الخلف.

1.12 عند دلك قضيب زجاجي بوشاح من البوليستيرين، فإن القضيب يصبح

a) سالب الشحنة.

b) موجب الشحنة.

c) متعادلًا.

d) إما سالب الشحنة أو موجب الشحنة، حيث يعتمد ذلك على ما إذا كانت حركة الوشاح أثناء الدلك في اتجاه واحد دائمًا أم إلى الأمام وإلى الخلف.

1.13 فكّر في إلكترون كتلته m وشحنته $-e$ يتحرك في مدار دائري نصف قطره r حول بروتون ثابت كتلته M وشحنته $+e$. ويبقى الإلكترون في مداره بفعل القوة كهروستاتيكية بينه وبين البروتون. أي من التعبيرات التالية صحيح لسرعة الإلكترون؟

a) $v = \sqrt{\frac{ke^2}{mr}}$ c) $v = \sqrt{\frac{2ke^2}{mr^2}}$ e) $v = \sqrt{\frac{ke^2}{2Mr}}$

b) $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ d) $v = \sqrt{\frac{me^2}{kr}}$

1.14 فكّر في إلكترون كتلته m وشحنته $-e$ يبعُد مسافة r عن بروتون ثابت كتلته M وشحنته $+e$. فبدأ الإلكترون حركته من وضع السكون. أي من التعبيرات التالية صحيحة للعجلة الابتدائية التي سيتحرك بها الإلكترون؟

a) $a = \frac{2ke^2}{mMr}$ c) $a = \frac{1}{2}me^2k^2$ e) $a = \frac{ke^2}{mr^2}$

b) $a = \sqrt{\frac{2e^2}{mkr}}$ d) $a = \frac{2ke^2}{mr}$

أسئلة مفاهيمية

1.15 إذا كانت هناك مسافة فاصلة d بين جسيمَين مشحونين (شحنة كل منهما Q)، فستكون هناك قوة F بينهما. ما مقدار هذه القوة إذا تضاعف مقدار كل شحنة وكانت المسافة بينهما $2d$؟

1.16 افترض أن كلاً من الشمس والأرض أُعطي شحنة متساوية في المقدار ومتماثلة في الإشارة بما يكفي لإلغاء قوّة الجاذبيّة بينهما. كم ضعفًا من شحنة الإلكترون ستكون هذه الشحنة؟ هل يمثل هذا الرقم نسبة كبيرة من عدد الشحنات الموجبة أو السالبة في الأرض؟

1.17 من الواضح أن القوة الكهروستاتيكية شديدة *للغاية* مقارنة بقوة الجاذبية. وفي الواقع، القوة الكهروستاتيكية هي القوة الأساسية التي تحكم الظواهر اليومية — قوة الشد في الحبل، والقوى العمودية بين الأسطح، والاحتكاك، والتفاعلات الكيميائية، وما إلى ذلك — باستثناء الوزن. فلماذا استغرق العلماء وقتًا طويلًا جدًا لفهم هذه القوة إذًا؟ بل إن نيوتن وضع قانون الجاذبية قبل فترة طويلة من فهم الكهرباء بشكل أولي.

1.18 أحيانًا، يكتسب بعض الأشخاص شحنة ساكنة عند دلك أقدامهم بسجادة مما يؤدي إلى انتصاب شعرهم. لماذا يحدث ذلك؟

1.19 شحنتان موجبتان، كل منهما تساوي Q، تبعدان إحداهما عن الأخرى مسافة $2d$. ووضعت شحنة ثالثة، $-0.2Q$، في منتصف المسافة بين الشحنتين الموجبتين ثم أُزيحت مسافة $x \ll d$ (أي أن x أصغر بكثير من d) متعامدة على الشحنتين الموجبتين. ما مقدار القوة المؤثرة في هذه الشحنة؟ بالنسبة إلى $x \ll d$، كيف يمكنك تقريب حركة الشحنة السالبة؟

1.20 عندما ترتدي ثوبًا خارجًا من مجفف الملابس، يلتصق الثوب بجسمك أحيانًا. ما سبب ذلك؟

1.21 تفصل مسافة ابتدائية d بين كرتَين مشحونتَين، وكان مقدار القوة المؤثرة في كل كرة هو F. ثم اقتربت الكرتان إحداهما من الأخرى بحيث كان مقدار القوة المؤثرة في كل منهما $9F$. ما معامل التغير في المسافة بين الكرتَين؟

1.22 كيف يمكن أن تبذل ذرة متعادلة كهربائيًا قوةً كهروستاتيكية على ذرة أخرى متعادلة كهربائيًا؟

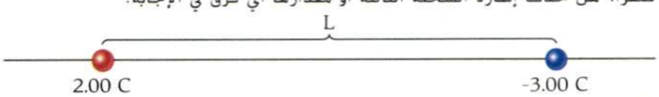
1.23 كان أول العلماء الذين أسهموا في فهم القوة الكهروستاتيكية في القرن الثامن عشر على علم بقانون نيوتن في الجذب. كيف استنتجوا أن القوة التي كانوا يدرسونها *لم* تكن شكلاً مختلفًا من أشكال قوّة الجاذبيّة أو مظهرًا من مظاهرها؟

1.24 يتحرك جسيمان مشحونان في مسارين مختلفين بفعل تأثير القوى الكهروستاتيكية بينهما. ما الأشكال التي يمكن أن يصنعها المساران؟

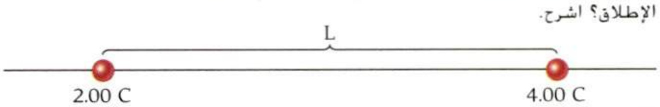
1.25 أدى دلك بالون إلى اكتسابه شحنة سالبة. ثم مال البالون إلى الالتصاق بجدار غرفة. هل يجب أن تكون شحنة الجدار موجبة لكي يحدث ذلك؟

1.26 وضعت شحنتان كهربائيتان على خط مستقيم كما يوضح الشكل. هل يمكن وضع جسيم مشحون (حر الحركة) عند أي نقطة على الخط المستقيم بين الشحنتَين ولا يتحرك؟

1.27 وضعت شحنتان كهربائيتان على خط مستقيم كما يوضح الشكل. أين يمكن وضع شحنة ثالثة على الخط المستقيم بحيث تكون القوة المؤثرة في هذه الشحنة صفرًا؟ هل تُحدث إشارة الشحنة الثالثة أو مقدارها أي فرق في الإجابة؟



1.28 عند تقريب قضيب ذي شحنة موجبة إلى موصل متعادل من دون ملامسته، هل ستُبذل على القضيب قوة جذب أم قوة تنافر أم لن تكون هناك قوة على الإطلاق؟ اشرح.



1.29 عندما تخرج من السيارة وتكون درجة الرطوبة منخفضة، غالبًا ما تتعرض لصدمة تنتج عن الكهرباء الساكنة التي تنشأ عن احتكاك جسمك بالمقعد. كيف يمكنك تفريغ شحنة جسمك من دون التعرض لصدمة مؤلمة؟ ولماذا يكون دخولك إلى السيارة مرة أخرى خطرًا أثناء تزويد السيارة بالوقود؟

تمارين

يشير رقم المسألة الأزرق إلى توفر حل في دليل حلول الطالب. تشير علامة النقطة الواحدة • والنقطتين •• إلى زيادة مستوى صعوبة المسألة.

القسم 1.2

1.30 كم عدد الإلكترونات اللازمة لإنتاج شحنة كلية مقدارها $1.00\ C$؟

1.31 إن *الفاراداي* وحدة شحنة كثيرًا ما نصادفها في التطبيقات الكهروكيميائية، ويرجع اسمها إلى عالم الفيزياء والكيمياء البريطاني مايكل فاراداي. وهي تساوي مولًا واحدًا فقط من الشحنات الأولية. احسب عدد الكولومات في 1.000 فاراداي.

1.32 توجد وحدة أخرى للشحنة وهي *الوحدة الكهروستاتيكية* (esu). وتُعرَّف كالتالي: تبذل شحنتان نقطيتان، مقدار كل منهما 1 esu وتفصل بينهما مسافة $1\ cm$، قوةً مقدارها 1 داين تمامًا إحداهما على الأخرى: 1 داين $= 1\ g\ cm/s^2 = 1 \cdot 10^{-5}\ N$.

a) حدّد العلاقة بين وحدة esu ووحدة الكولوم.

a) حدّد العلاقة بين وحدة esu والشحنة الأولية.

1.33 تيار شدته $5.00\ mA$ يكفي لأن يجعل عضلاتك تنقبض. احسب عدد الإلكترونات التي ستتدفق عبر جلدك إذا تعرّضتَ لتيار كهذا لمدة $10.0\ s$.

•**1.34** كم عدد الإلكترونات الموجودة في $1.00\ kg$ من المياه؟

•**1.35** تُقذف الأرض دائمًا بالأشعة الكونية التي يتكون معظمها من البروتونات. وتسقط هذه البروتونات على الغلاف الجوي للأرض من كل الاتجاهات بمعدل 1245 بروتونًا لكل متر مربع في الثانية. إذا افترضنا أن عمق الغلاف الجوي للأرض يبلغ 120.0 km، فما مقدار الشحنة الكلية التي تسقط على الغلاف الجوي في مدة مقدارها 5.000 min؟ افترض أن نصف قطر سطح الأرض يساوي 6378 km.

•**1.36** أثناء إجراء أحد الطلاب تجربة شبيهة بتجربة قطرة الزيت لميليكان، كانت مقادير الشحنات التي قاسها كالتالي:

$1.53 \cdot 10^{-19}$ C	$5.09 \cdot 10^{-19}$ C	$3.26 \cdot 10^{-19}$ C
	$4.66 \cdot 10^{-19}$ C	$6.39 \cdot 10^{-19}$ C

أوجد شحنة الإلكترون باستخدام هذه المقاييس.

القسم 1.3

•**1.37** تم تطعيم عينة من السيليكون بالفوسفور بنسبة 1 لكل $1.00 \cdot 10^6$. يعمل الفوسفور كمانح للإلكترونات، حيث يمنح إلكترونًا حرًا لكل ذرة. وتبلغ كثافة السيليكون 2.33 g/cm^3، وتبلغ كتلته الذرية 28.09 g/mol.

a) احسب عدد الإلكترونات الحرة (الموصلة) لكل وحدة حجم في السيليكون المُطعَّم.

b) قارن النتيجة من الجزء (a) مع عدد الإلكترونات الموصلة لكل وحدة حجم في سلك من النحاس، مفترضًا أن كل ذرة نحاس تنتج إلكترونًا واحدًا حرًا (موصلًا). علمًا بأن كثافة النحاس 8.96 g/cm^3، وكتلته الذرية 63.54 g/mol.

القسم 1.5

1.38 كرتان مشحونتان تفصل بينهما مسافة مقدارها 8.00 cm. إذا اقتربت الكرتان إحداهما من الأخرى بما يكفي لزيادة مقدار القوة المؤثرة في كل منهما بمعدل أربعة أضعاف، فما المسافة الفاصلة بينهما عندئذٍ؟

1.39 جسيمان متماثلان مشحونان تفصل بينهما مسافة 1.00 m يتنافران بقوة مقدارها 1.00 N. ما مقدار الشحنتين؟

1.40 ما المسافة الفاصلة التي يجب أن تكون بين إلكترونين على سطح الأرض لكي تكون القوة الكهروستاتيكية بينهما مساوية لوزن أحد الإلكترونين؟

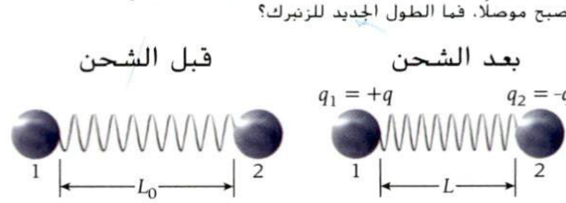
1.41 في كلوريد الصوديوم الصلب (ملح الطعام)، يزيد عدد الإلكترونات في أيونات الكلوريد عن عدد البروتونات بإلكترون واحد، ويزيد عدد البروتونات في أيونات الصوديوم عن عدد الإلكترونات ببروتون واحد. وتفصل بين هذه الأيونات مسافة مقدارها 0.28 nm. احسب القوة الكهروستاتيكية بين أيون صوديوم وأيون كلوريد.

1.42 في كلوريد الصوديوم الغازي، يزيد عدد الإلكترونات في أيونات الكلوريد عن عدد البروتونات بإلكترون واحد، ويزيد عدد البروتونات في أيونات الصوديوم عن عدد الإلكترونات ببروتون واحد. وتفصل بين هذه الأيونات مسافة مقدارها 0.24 nm. إذا افترضنا أن إلكترونًا حرًا يقع على مسافة 0.48 nm فوق نقطة منتصف جزيء كلوريد الصوديوم، فما مقدار القوة الكهروستاتيكية واتجاهها التي يبذلها الجزيء على هذا الإلكترون؟

1.43 احسب مقدار القوة الكهروستاتيكية التي يبذلها الكواركان العلويان أحدهما على الآخر داخل بروتون إذا كانت المسافة الفاصلة بينهما 0.900 fm.

1.44 تقع شحنة مقدارها -4.00-μC على مسافة 20.0 cm يمين شحنة مقدارها 2.00-μC على المحور x. ما مقدار القوة المؤثرة في الشحنة 2.00-μC؟

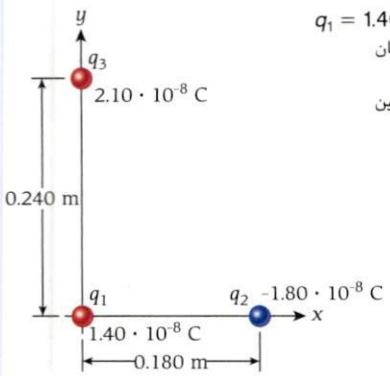
•**1.45** وُصِّلت كرتان فلزيتان غير مشحونتين، 1 و2، بواسطة زنبرك عازل (بطول طبيعي $L_0 = 1.00$ m، وبثابت زنبرك $k = 25.0$ N/m)، كما هو موضح في الشكل. ثم اكتسبت الكرتان الشحنتين $+q$ و$-q$، فتمدد الزنبرك وأصبح طوله $L = 0.635$ m. تذكر أن القوة التي يبذلها الزنبرك هي $F_s = k\Delta x$، حيث Δx التغير في طول الزنبرك عن طول اتزانه. أوجد الشحنة q. إذا طُلي الزنبرك بطبقة فلزية ليصبح موصلًا، فما الطول الجديد للزنبرك؟



•**1.46** وُضعت شحنة نقطية $+3q$ عند نقطة الأصل، وشحنة نقطية $-q$ على المحور x عند النقطة $D = 0.500$ m. عند أي نقطة على المحور x ستكون محصلة القوى من الشحنتين الأخريين المؤثرةُ في شحنة ثالثة، q_0، مساويةً صفرًا؟

•**1.47** وُضعت أربع شحنات متماثلة Q على الزوايا الأربع لمستطيل محيطه 2.00 m في 3.00 m إذا كانت $Q = 32.0$ μC. فما مقدار القوة الكهروستاتيكية المؤثرة في أي شحنة من الشحنات؟

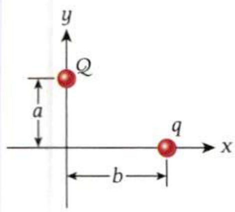
•**1.48** وُضعت الشحنة $q_1 = 1.40 \cdot 10^{-8}$ C عند نقطة الأصل. ووُضعت الشحنتان $q_2 = -1.80 \cdot 10^{-8}$ C و$q_3 = 2.10 \cdot 10^{-8}$ C عند النقطتين (0.180 m,0.000 m) و(0.000 m,0.240 m) على التوالي كما هو موضح في الشكل. أوجد محصلة القوى الكهروستاتيكية (المقدار والاتجاه) المؤثرة في الشحنة q_3.



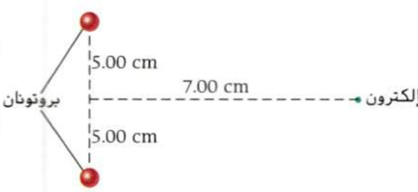
•**1.49** تقع شحنة موجبة Q على المحور y على مسافة a من نقطة الأصل، وتقع شحنة موجبة أخرى q على المحور x على مسافة b من نقطة الأصل.

a) ما قيمة (قيم) b التي عندها تكون مركبة x للقوة المؤثرة في q بقيمتها الصغرى؟

b) ما قيمة (قيم) b التي عندها تكون مركبة x للقوة المؤثرة في q بقيمتها العظمى؟



•**1.50** أوجد مقدار القوة الكهروستاتيكية واتجاهها المؤثرة في الإلكترون الموضح في الشكل.



•**1.51** توجد ثلاث شحنات ثابتة في منطقة حيز ثنائي الأبعاد: $+1.00$ mC عند (0,0)، و-2.00 mC عند (17.0 mm,-5.00 mm)، و$+3.00$ mC عند (-2.00 mm,11.0 mm). ما مقدار محصلة القوى المؤثرة في الشحنة -2.00-mC؟

•**1.52** وُضعت خرزتان زجاجيتان أسطوانيتا الشكل، كتلة كل منهما $m = 10.0$ mg، بوضع رأسي على سطح أفقي بحيث تفصل بينهما مسافة $d = 2.00$ cm. وكان معامل الاحتكاك السكوني بين الخرزتين والسطح $\mu_s = 0.200$. ثم أُعطيت الخرزتان شحنتين متماثلتين (في المقدار والإشارة). ما أقل شحنة لازمة لكي تبدأ الخرزتان في التحرك؟

•**1.53** كرة صغيرة كتلتها 30.0 g وشحنتها -0.200 μC متدلية من السقف بخيط. وهي متدلية على ارتفاع 5.00 cm فوق أرضية عازلة. إذا دُحرجت كرة صغيرة أخرى كتلتها 50.0 g وشحنتها 0.400 μC أسفل الكرة الأولى مباشرة، فهل ستغادر الكرة سطح الأرضية؟ وما مقدار الشد في الحبل لحظة وجود الكرة الأخرى أسفل الكرة الأولى مباشرة؟

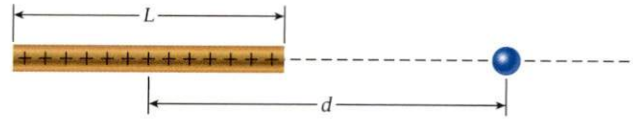
•**1.54** شحنتان $+3.00$-mC و-4.00-mC ثابتتان في وضع السكون وتفصل بينهما مسافة مقدارها 5.00 m.

a) أين يمكن وضع شحنة مقدارها $+7.00$-mC بحيث تكون محصلة القوة المؤثرة فيها صفرًا؟

b) أين يمكن وضع شحنة مقدارها -7.00-mC بحيث تكون محصلة القوة المؤثرة فيها صفرًا؟

•**1.55** أربع شحنات نقطية، q، مثبتة على الزوايا الأربع لمربع طول ضلعه 10.0 cm. ويتدلى إلكترون فوق نقطة يتعادل وزنه عندها مع القوة الكهروستاتيكية الناتجة عن الإلكترونات الأربعة، على مسافة 15.0 nm فوق مركز المربع. ما مقدار الشحنات الثابتة؟ عبِّر عن الشحنة بوحدة الكولوم وكمضاعف لشحنة الإلكترون.

••**1.56** يوضح الشكل قضيبًا رفيعًا منتظم الشحنة طوله L وشحنته الكلية Q. اكتب تعبيرًا لمقدار القوة الكهروستاتيكية المؤثرة في إلكترون يقع على محور القضيب على مسافة d من نقطة منتصف القضيب.



••**1.57** شحنة سالبة، $-q$، ثابتة عند الإحداثي $(0,0)$. وتبذل قوة جذب على شحنة موجبة، $+q$، تقع في البداية عند الإحداثي $(x,0)$. نتيجة لذلك، تتحرك الشحنة الموجبة بعجلة في اتجاه الشحنة السالبة. استخدم المفكوك ذا الحدّين $(1+x)^n \approx 1 + nx$، حيث $x \ll 1$، لتثبت أنه عندما تقترب الشحنة الموجبة مسافة $\delta \ll x$ من الشحنة السالبة، ستزداد القوة التي تبذلها الشحنة السالبة عليها بمقدار $\Delta F = 2kq^2\delta/x^3$.

••**1.58** شحنتان سالبتان ($-q$ و$-q$) متماثلتان في المقدار ثابتتان عند الإحداثيّين $(-d,0)$ و$(d,0)$. فوُضعت شحنة موجبة مماثلة لهما في المقدار، q، وكتلتها m عند الإحداثي $(0,0)$، في منتصف المسافة بين الشحنتين السالبتين. إذا تم تحريك الشحنة الموجبة مسافة $\delta \ll d$ في اتجاه y الموجب ثم حُرِّرت، فستكون الحركة الناتجة شبيهة بذبذبة توافقية — ستتذبذب الشحنة الموجبة بين الإحداثيّين $(0,\delta)$ و$(0,-\delta)$. أوجد محصلة القوى المؤثرة في الشحنة الموجبة عندما تتحرك إلى الإحداثي $(0,\delta)$ واستخدم المفكوك ذا الحدين $(1+x)^n \approx 1+nx$، حيث $x \ll 1$، لإيجاد تعبير لتردد الذبذبة الناتجة. (*تلميح:* استخدم فقط الحدود التي تكون خطية في δ).

القسم 1.6

1.59 افترض أن الأرض والقمر اكتسبا شحنتين موجبتين متساويتين في المقدار. ما مقدار الشحنة اللازمة لإنتاج قوة تنافر كهروستاتيكية تساوي 1.00% من قوة الجاذبية بين الجسمين؟

1.60 بسبب التشابه بين صيغة قانون نيوتن في الجذب وصيغة قانون كولوم، خمّن البعض أن قوة الجاذبية مرتبطة بالقوة الكهروستاتيكية. افترض أن الجاذبية ما هي إلا شحنة كهربائية بطبيعتها — أي أن هناك شحنة زائدة Q تحملها الأرض وشحنة زائدة مساوية لها في المقدار ومضادة لها الاتجاه $-Q$ يحملها القمر مسؤولتان عن قوة الجاذبية التي تتسبب في الحركة المدارية المرصودة للقمر حول الأرض. ما مقدار Q اللازم لإعادة إنتاج مقدار قوة الجاذبية الملاحظ؟

•**1.61** في نموذج بور لذرة الهيدروجين، يتحرك الإلكترون حول نواة تحتوي على بروتون واحد في مدارات دائرية ذات أنصاف أقطار محسوبة بدقة من خلال المعادلة $r_n = n^2a_B$، حيث $n = 1, 2, 3, ...$ عدد صحيح يحدّد المدار و$a_B = 5.29 \cdot 10^{-11}$m نصف قطر المدار الأول (الأصغر). ويُسمى نصف *قطر بور*. احسب قوة التفاعل الكهروستاتيكي بين الإلكترون والبروتون في ذرة الهيدروجين بالنسبة إلى أول أربعة مدارات. وقارن بين شدة هذا التفاعل وشدة الجاذبية بين البروتون والإلكترون.

•**1.62** توصلت بعض النماذج الذرية الأقدم إلى أن السرعة المتجهة المدارية لإلكترون في الذرة يمكن أن ترتبط بنصف قطر الذرة. إذا كان نصف قطر ذرة الهيدروجين هو $5.29 \cdot 10^{-11}$ m وكانت القوة الكهروستاتيكية مسؤولة عن حركة الإلكترون الدائرية، فما الطاقة الحركية لهذا الإلكترون المداري؟

1.63 بالنسبة إلى الذرة المذكورة في المسألة 1.62، ما نسبة قوة الجاذبية بين الإلكترون والبروتون إلى القوة الكهروستاتيكية؟ كيف ستتغير هذه النسبة في حالة مضاعفة نصف قطر الذرة؟

•**1.64** بشكل عام، ليست الأجسام الفلكية متعادلة كهربائيًا تمامًا. افترض أن كلاً من الأرض والقمر يحمل شحنة مقدارها $-1.00 \cdot 10^6$ C (هذا صحيح تقريبًا، وسيتم تحديد قيمة أكثر دقة في الوحدة 2).

a) قارن بين التنافر الكهروستاتيكي الناتج وتفاعل الجاذبية بين القمر والأرض. ابحث عن أي بيانات لازمة.

b) ما تأثيرات هذه القوة الكهروستاتيكية في حجم مدار القمر حول الأرض وشكله واستقراره؟

تمارين إضافية

1.65 تصطف ثماني شحنات مقدار كل منها 1.00-μC بطول المحور y على مسافات متساوية مقدار كل منها 2.00 cm بدءًا من النقطة $y = 0$ وحتى $y = 14.0$ cm. أوجد القوة المؤثرة في الشحنة الموجودة عند النقطة $y = 4.00$ cm.

1.66 في نموذج بور مبسّط لذرة الهيدروجين، من المفترض أن يتحرك إلكترون في مدار دائري نصف قطره $5.29 \cdot 10^{-11}$ m تقريبًا حول بروتون. احسب سرعة الإلكترون في هذا المدار.

1.67 قطر الدائرة في نواة ذرة الكربون -14 (كتلتها 14 amu) هو 3.01 fm. وتحتوي النواة على 6 بروتونات وشحنتها $+6e$.

a) ما مقدار القوة المؤثرة في بروتون يبعُد 3.00 fm عن سطح هذه النواة؟ افترض أن النواة شحنة نقطية.

b) ما مقدار عجلة البروتون؟

1.68 نشأت قوة تنافر متبادلة مقدارها 0.100 N بين جسمَين مشحونَين. إذا قلت شحنة أحد الجسمين إلى النصف وتضاعفت المسافة الفاصلة بين الجسمَين، فما مقدار القوة الجديدة؟

1.69 يقع جسيم (شحنته +19.0 μC) على المحور x عند النقطة $x = -10.0$ cm، ووُضع جسيم ثانٍ (شحنته −57.0 μC) على المحور x عند النقطة $x = +20.0$ cm. ما مقدار القوة الكهروستاتيكية الكلية المؤثرة في جسيم ثالث (شحنته −3.80 μC) يقع عند نقطة الأصل ($x = 0$)؟

1.70 تقع ثلاث شحنات نقطية على المحور x: +64.0 μC عند النقطة $x = 0.00$ cm، و+80.0 μC عند النقطة $x = 25.0$ cm، و−160.0 μC عند النقطة $x = 50.0$ cm. ما مقدار القوة الكهروستاتيكية المؤثرة في الشحنة +64.0−μC؟

1.71 نتيجة اصطدام الأشعة الكونية والرياح الشمسية بالأرض، تحمل الأرض شحنة كهربائية صافية تساوي $-6.8 \cdot 10^5$ C تقريبًا. أوجد مقدار الشحنة التي يجب إعطاؤها لجسم كتلته 1.0-g ليكون معلقًا في الهواء على ارتفاع قريب من سطح الأرض بفعل القوة الكهروستاتيكية.

•**1.72** تتدلى كتلة مقدارها 10.0-g على ارتفاع 5.00 cm فوق لوح مستوٍ غير موصّل، مباشرة فوق شحنة مضمنة مقدارها q (بالكولوم). إذا كان للكتلة الشحنة نفسها، q، فما مقدار الشحنة q اللازم لكي تكون الكتلة معلقة بشكل حر في الهواء (بحيث تكون طافية عن نقطة ثابتة، من دون ارتفاع أو انخفاض؟ إذا نتجت الشحنة q عن إضافة إلكترونات إلى الكتلة، فما مقدار التغير في الكتلة؟

•**1.73** وُضعت أربع شحنات نقطية عند نقاط النظام الإحداثي xy التالية:

$Q_1 = -1.00$ mC، عند (−3.00 cm,0.00 cm)

$Q_2 = -1.00$ mC، عند (+3.00 cm,0.00 cm)

$Q_3 = +1.024$ mC، عند (0.00 cm,0.00 cm)

$Q_4 = +2.00$ mC، عند (0.00 cm,−4.00 cm)

احسب محصلة القوى الناتجة عن الشحنات Q1 وQ2 وQ3 المؤثرة في الشحنة Q4.

•**1.74** طُليت ثلاث كرات من الفلين، كتلة كل منها 5.00-g ونصف قطرها 2.00 cm، بالكربون الأسود لتكون موصّلة، ثم رُبطت كل منها في خيط طوله 1.00m- وتدلت بشكل حر من نقطة مشتركة، وأُعطيت كل كرة مقدار الشحنة، q نفسه. وفي موضع الاتزان، شكّلت الكرات مثلثًا متساوي الأضلاع طول ضلعه 25.0 cm في المستوى الأفقي. أوجد مقدار الشحنة q.

•**1.75** تقع شحنتان نقطيتان على المحور x. إذا كانت إحدى الشحنتين النقطيتين بمقدار 6.00 μC وتقع عند نقطة الأصل، وكانت الشحنة الأخرى بمقدار −2.00 μC وتقع عند 20.0 cm، فأين يجب أن توضع شحنة ثالثة بحيث تكون في موضع اتزان؟

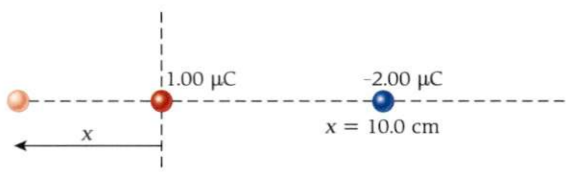
•**1.76** خرزتان شحنة كل منهما +2.67 μC معلقتان في خيط عازل ومتدليتان من السقف إحداهما فوق الأخرى على استقامة واحدة كما هو موضح في الشكل. وكتلة الخرزة السفلية، الثابتة في مكانها على طرف الخيط، هي $m_1 = 0.280$ kg. بينما تنزلق الخرزة الثانية على الخيط من دون احتكاك. وعند مسافة $d = 0.360$ m بين مركزَي الخرزتين، تتوازن قوة الجاذبية الأرضية المؤثرة في m_2 مع القوة الكهروستاتيكية بين الخرزتَين. ما مقدار الكتلة، m_2، للخرزة الثانية؟ (*تلميح:* يمكنك إهمال تفاعل الجاذبية بين الخرزتَين).

•**1.77** أوجد محصلة القوى المؤثرة في شحنة $+2.00-C$ عند نقطة الأصل في نظام إحداثي xy إذا كانت هناك شحنة $+5.00-C$ عند النقطة $(3.00\ m,0.00)$ وشحنة $-3.00-C$ عند النقطة $(0.00,4.00\ m)$.

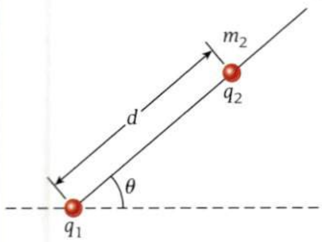
•**1.78** كرتان، كتلة كل منهما $M = 2.33\ g$، مربوطتان في خيطين طول كل منهما $L = 45.0\ cm$ ومتدليتان من نقطة مشتركة. وكان الخيطان متدليين بشكل حر في البداية، مع ملامسة كل كرة للأخرى. ثم أعطيت كل كرة شحنة متساوية مقدارها q. فأدت القوى الناتجة المؤثرة في الكرتين إلى تدلي كل خيط بزاوية $\theta = 10.0°$ مع المستوى الرأسي. أوجد q، مقدار الشحنة في كل كرة.

•**1.79** تقع شحنة نقطية $q_1 = 100\ nC$ عند نقطة الأصل في نظام إحداثي xy، وتقع شحنة نقطية $q_2 = -80.0\ nC$ على المحور x عند $x = 2.00\ m$. بينما تقع شحنة نقطية $q_3 = -60.0\ nC$ على المحور y عند $y = -2.00\ m$. أوجد محصلة القوى (مقدارًا واتجاهًا) المؤثرة في q_1.

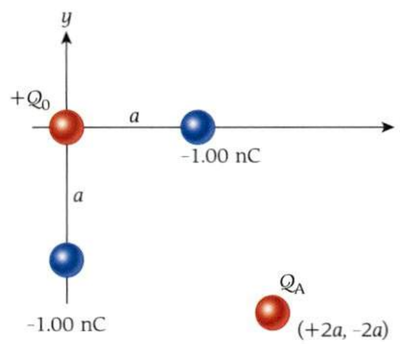
•**1.80** شحنة موجبة $q_1 = 1.00\ \mu C$ ثابتة عند نقطة الأصل، وشحنة ثانية $q_2 = -2.00\ \mu C$ ثابتة عند $x = 10.0\ cm$. أين يجب أن توضع شحنة ثالثة على المحور x بحيث تكون محصلة القوى المؤثرة فيها صفرًا؟



•**1.81** خرزة شحنتها $q_1 = 1.27\ \mu C$ ثابتة في مكانها على طرف سلك يصنع زاوية مقدارها $\theta = 51.3°$ مع المستوى الأفقي. وتنزلق خرزة ثانية، كتلتها $m_2 = 3.77\ g$ وشحنتها $6.79\ \mu C$، على السلك من دون احتكاك. ما المسافة d التي تتوازن عندها قوة الجاذبية الأرضية المؤثرة في m_2 مع القوة الكهروستاتيكية بين الخرزتين؟ أهمل تفاعل الجاذبية بين الخرزتين.

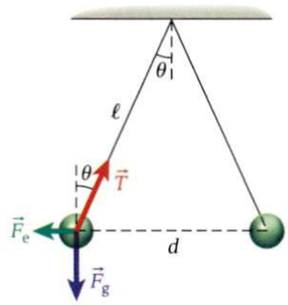


•**1.82** في الشكل الموضح، تساوي محصلة القوى الكهروستاتيكية المؤثرة في Q_A صفرًا. إذا كانت $Q_A = +1.00\ nC$، فأوجد مقدار Q_0.



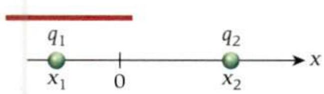
تمارين بمعطيات متعددة

1.83 كرتان كتلة كل منهما $0.9680\ kg$، وشحنة كل منهما $29.59\ \mu C$. وتتدليان من السقف بخيطين لهما الطول ℓ نفسه، كما هو موضح في الشكل. a) إذا كانت الزاوية التي يصنعها الخيطان مع المستوى الرأسي $29.79°$، فما طول الخيطين؟



1.84 كرتان متماثلتان في الكتلة، وشحنة كل منهما $15.71\ \mu C$. وتتدليان من السقف بخيطين لهما الطول $\ell = 1.223\ m$ نفسه، كما هو موضح في الشكل. والزاوية التي يصنعها الخيطان مع المستوى الرأسي تساوي $21.07°$. ما كتلة كل من الكرتين؟

1.85 كرتان كتلة كل منهما $0.9935\ kg$، ومتماثلتان في الشحنة، وتتدليان من السقف بخيطين لهما الطول $\ell = 1.235\ m$ نفسه، كما هو موضح في الشكل. والزاوية التي يصنعها الخيطان مع المستوى الرأسي تساوي $22.35°$. ما شحنة كل من الكرتين؟



1.86 كما هو موضح في الشكل، مقدار الشحنة النقطية q_1 هو $3.979\ \mu C$ وتقع عند $x_1 = -5.689\ m$، ومقدار الشحنة q_2 هو $8.669\ \mu C$ وتقع عند $x_2 = 14.13\ m$. ما إحداثي x للنقطة التي عندها تساوي محصلة القوى المؤثرة في الشحنة النقطية $5.000\ \mu C$ صفرًا؟

1.87 كما هو موضح في الشكل، مقدار الشحنة النقطية q_1 هو $4.325\ \mu C$ وتقع عند x_1، ومقدار الشحنة q_2 هو $7.757\ \mu C$ وتقع عند $x_2 = 14.33\ m$. والإحداثي x للنقطة التي عندها تساوي محصلة القوى المؤثرة في الشحنة النقطية $-3.000\ \mu C$ صفرًا هو $2.358\ m$. ما قيمة x_1؟

1.88 كما هو موضح في الشكل، مقدار الشحنة النقطية q_1 هو $4.671\ \mu C$ وتقع عند $x_1 = -3.573\ m$، ومقدار الشحنة النقطية q_2 هو $6.845\ \mu C$ وتقع عند x_2. والإحداثي x للنقطة التي عندها تساوي محصلة القوى المؤثرة في الشحنة النقطية $-1.000\ \mu C$ صفرًا هو $4.625\ m$. ما قيمة x_2؟

2 المجالات الكهربائية وقانون جاوس

الشكل 2.1 قرش أبيض عملاق يستطيع استشعار المجالات الكهربائية الضعيفة التي تنتجها الفرائس.

ما ستتعلمه

يُعدُّ القرش الأبيض العملاق واحدًا من أكثر المفترسات المخيفة على كوكب الأرض (الشكل 2.1). فهو يتمتع بحواس متعددة تساعده على اصطياد الفرائس؛ على سبيل المثال، يمكنه أن يشم كميات الدم الصغيرة جدًا على بُعد 5 km (3 mi). وربما الأكثر دهشة من ذلك تلك الأعضاء الخاصة، التي تُسمى *أمبولات لورينزي*، وهي قنوات دقيقة تنمو لهذا المخلوق لاستشعار المجالات الكهربائية الضعيفة التي تنتج عن حركة العضلات في أي كائن حي، سواء أكان سمكة أم فقمة أم إنسانًا. وهنا نطرح سؤالين: ما المجالات الكهربائية؟ وما علاقتها بالشحنات الكهربائية؟

إن مفهوم المجالات المتجهية واحد من أكثر الأفكار إفادة وإنتاجية في كل مجالات الفيزياء. يقدِّم هذا الفصل شرحًا لمفهوم المجال الكهربائي وكيفية ارتباطه بالشحنات والقوى الكهروستاتيكية، ثم يوضح كيفية تحديد المجال الكهربائي الناتج عن توزيع معين للشحنة. وتقودنا هذه الدراسة إلى أحد أهم قوانين الكهرباء، وهو قانون جاوس، الذي يحدِّد العلاقة بين المجالات الكهربائية والشحنة الكهروستاتيكية. لكن يُطبَّق قانون جاوس عمليًا فقط عندما يكون لتوزيع الشحنة تماثل هندسي كافٍ لتبسيط العملية الحسابية. حتى في هذه الحالة، تكون بعض المفاهيم الأخرى المرتبطة بالمجالات الكهربائية ضرورية لاستخدام المعادلات.

ما ستتعلمه

- يمثل المجال الكهربائي القوة الكهربائية عند نقاط مختلفة في الفراغ.
- تمثل خطوط المجال الكهربائي متجهات محصلة القوى المبذولة على وحدة شحنة كهربائية موجبة. وتبدأ من الشحنات الموجبة وتنتهي في الشحنات السالبة.
- ينتشر المجال الكهربائي لشحنة نقطية في شكل خطوط شعاعية، وهو يتناسب طرديًا مع الشحنة، وعكسيًا مع مربع المسافة من الشحنة.
- يتكون ثنائي القطب الكهربائي من شحنة موجبة وشحنة سالبة متساويتين في المقدار.
- التدفق الكهربائي هو ناتج ضرب مساحة السطح في مركبة المجال الكهربائي العمودية على هذا السطح.
- ينص قانون جاوس على أن التدفق الكهربائي عبر سطح مغلق يتناسب طرديًا مع مجموع الشحنة الكهربائية المحاطة بهذا السطح. ويوفر هذا القانون طرقًا بسيطة لحل مسائل المجال الكهربائي التي تبدو معقدة.
- المجال الكهربائي في موصل يساوي صفرًا.
- مقدار المجال الكهربائي الناتج عن سلك طويل لانهائي منتظم الشحنة يتناسب عكسيًا مع المسافة العمودية من السلك.
- المجال الكهربائي الناتج عن لوح شحنة لانهائي لا يعتمد على المسافة من اللوح.
- يتماثل المجال الكهربائي خارج توزيع كروي للشحنة مع المجال الناتج عن شحنة نقطية لها الشحنة الكلية نفسها مجمّعةً في مركز هذه الكرة.

2.1 تعريف المجال الكهربائي

في الوحدة 1، ناقشنا القوةَ بين شحنتين نقطيتين أو أكثر. فعند إيجاد محصلة القوى التي تبذلها شحنات أخرى على شحنة معينة عند نقطة ما في الفراغ، نحصل على اتجاهات مختلفة لهذه القوى.

إن التعامل مع حالة كهذه يستلزم مفهوم **المجال**، الذي يمكن استخدامه لوصف قوى معينة. يُعرف **المجال الكهربائي**، $E(r)$، عند أي نقطة في الفراغ، $\vec{r}$ بأنه محصلة القوة الكهربائية المؤثرة في شحنة مقسومة على مقدار هذه الشحنة:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}(\vec{r})}{q} \quad (2.1)$$

إن وحدات المجال الكهربائي هي النيوتن لكل كولوم (N/C). ويلغي هذا التعريف البسيط الاعتماد المعقد للقوة الكهربائية على الشحنة المعينة التي يتم استخدامها لقياس القوة. حيث يمكننا إيجاد محصلة القوى المؤثرة في أي شحنة بسهولة باستخدام المعادلة $\vec{F}(\vec{r}) = q\vec{E}(\vec{r})$ التي ما هي إلا تغيير بسيط في ترتيب المعادلة 2.1.

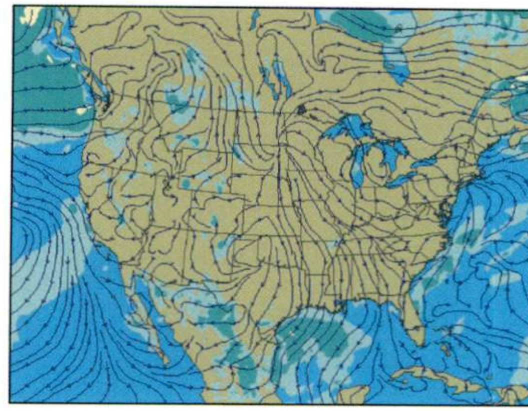
تكون القوة الكهربائية المؤثرة في شحنة عند نقطة معينة باتجاه (أو بعيدا عن الشحنة، حسب إشارة الشحنة) شدة المجال الكهربائي عند هذه النقطة ويتناسب طرديًا مع مقدار الشحنة. ونحصل على مقدار القوة من خلال المعادلة $F = |q|E$. حيث يكون اتجاه القوة المؤثرة في شحنة موجبة في اتجاه $\vec{E}(\vec{r})$؛ ويكون اتجاه القوة المؤثرة في شحنة سالبة في الاتجاه المعاكس لـ $\vec{E}(\vec{r})$.

في حالة وجود مصادر متعددة للمجالات الكهربائية في الوقت نفسه، مثل الشحنات النقطية المتعددة، يتم إيجاد المجال الكهربائي عند أي نقطة محددة من خلال تراكب المجالات الكهربائية الناتجة من كل المصادر. وهذا التراكب ينشأ مباشرة عن تراكب القوى الذي مهّدنا له في دراستنا للميكانيكا وناقشناه في الوحدة 1 التي تتناول القوى الكهروستاتيكية. نعبّر عن **مبدأ التراكب** للمجال الكهربائي الكلي، $\vec{E}_t$، عند أي نقطة في الفراغ إحداثيها $\vec{r}$، والناتج عن n من مصادر المجال الكهربائي بالمعادلة التالية

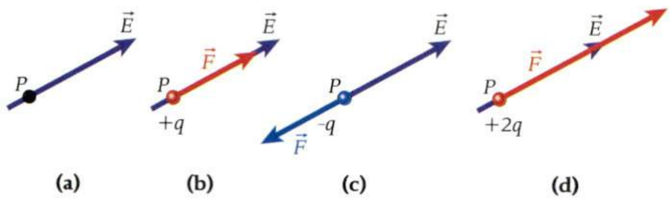
$$\vec{E}_t(\vec{r}) = \vec{E}_1(\vec{r}) + \vec{E}_2(\vec{r}) + \cdots + \vec{E}_n(\vec{r}) \quad (2.2)$$

2.2 خطوط المجال الكهربائي

يمكن أن يتغير المجال الكهربائي (ويتغير بالفعل في معظم التطبيقات) كدالة للإحداثي المكاني. ويمكن أن نتصوّر تغيُّر اتجاه المجال الكهربائي وشدته من خلال رسم **خطوط المجال الكهربائي**. وهي تمثل بيانيًا محصلةَ القوى المتجهة المبذولة على وحدة شحنة اختبار موجبة. ينطبق التمثيل على كل نقطة فردية في الفراغ الذي يمكن أن تكون شحنة الاختبار موضوعة فيه. ويكون اتجاه خط المجال عند أي نقطة هو نفسه اتجاه القوة عند تلك النقطة، وتتناسب كثافة خطوط المجال طرديًا مع مقدار القوة.



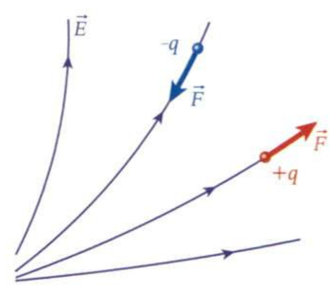
الشكل 2.2 اتجاهات الرياح عند السطح في الولايات المتحدة في 23 مارس 2008، وفقًا لخدمة الطقس الوطنية.



الشكل 2.3 القوة الناتجة عن وضع شحنة في مجال كهربائي. (a) نقطة P على خط مجال كهربائي. (b) شحنة موجبة $+q$ موضوعة عند النقطة P. (c) شحنة سالبة $-q$ موضوعة عند النقطة P. (d) شحنة موجبة $+2q$ موضوعة عند النقطة P.

يمكن تشبيه خطوط المجال الكهربائي بخطوط انسياب الرياح الموضحة في الشكل 2.2. تمثل هذه الخطوط قوة الرياح المؤثرة في أجسام عند مواقع معينة، تمامًا كما تمثل خطوط المجال الكهربائي القوة الكهربائية عند نقاط معينة. ويمكن استخدام منطاد الهواء الساخن كأداة اختبار لتحديد اتجاه خطوط انسياب الرياح هذه. على سبيل المثال، إذا أُطلق منطاد هواء ساخن في دالاس في ولاية تكساس، فسيتحرك من الشمال إلى الجنوب في الحالة الموضحة في الشكل 2.2. وكلما كانت تدفقات الرياح قريبة بعضها من بعض، زادت سرعة الرياح، ومن ثَمَّ يتحرك المنطاد بسرعة أكبر.

لكي نرسم خطًا للمجال الكهربائي، نتخيل وضع شحنة موجبة صغيرة عند كل نقطة في المجال الكهربائي. وتكون هذه الشحنة صغيرة بما يكفي بحيث لا تؤثر في المجال. تُسمى هذه الشحنة الصغيرة أحيانًا **شحنة اختبار**. ونحسب القوة المحصلة المؤثرة في الشحنة. أما اتجاه القوة فيحدِّد اتجاه خط المجال. على سبيل المثال، يوضح الشكل 2.3a نقطة في مجال كهربائي. في الشكل 2.3b، وُضعت شحنة $+q$ عند النقطة P، على خط مجال كهربائي. فكانت القوة المؤثرة في الشحنة في اتجاه المجال الكهربائي نفسه. وفي الشكل 2.3c، وُضعت شحنة $-q$ عند النقطة P. فكانت القوة المحصلة في عكس اتجاه المجال الكهربائي. أما في الشكل 2.3d، فوُضعت الشحنة $+2q$ عند النقطة P، وكانت القوة المحصلة المؤثرة في الشحنة في اتجاه المجال الكهربائي، وزاد مقدار القوة المؤثرة في الشحنة $+q$ إلى مثلي ما كان عليه. سنتبع قاعدة تمثيل الشحنة الموجبة باللون الأحمر والشحنة السالبة باللون الأزرق.

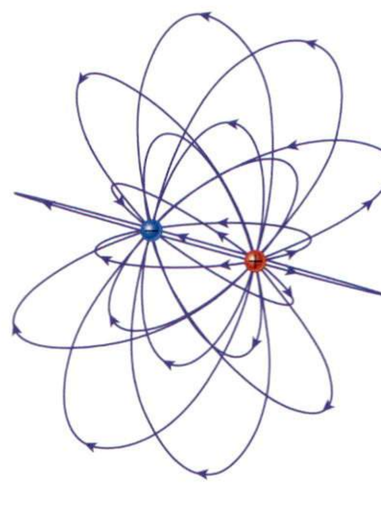


الشكل 2.4 مجال كهربائي غير منتظم. الشحنة الموجبة $+q$ والشحنة السالبة $-q$ في المجال تتأثران بقوى كما هو موضح. وكل قوة مماسية لخط المجال الكهربائي.

في المجال الكهربائي غير المنتظم، تكون القوة الكهربائية عند نقطة معينة مماسية لخطوط المجال الكهربائي عند تلك النقطة، كما هو موضح في الشكل 2.4. وتكون القوة المؤثرة في شحنة موجبة في اتجاه المجال الكهربائي، بينما تكون القوة المؤثرة في شحنة سالبة في عكس اتجاه المجال الكهربائي.

تتجه خطوط المجال الكهربائي من مصادر الشحنة الموجبة نحو مصادر الشحنة السالبة. ويبدأ كل خط من خطوط المجال عند شحنة وينتهي عند أخرى. حيث تبدأ خطوط المجال الكهربائي دائمًا من الشحنات الموجبة وتنتهي في الشحنات السالبة.

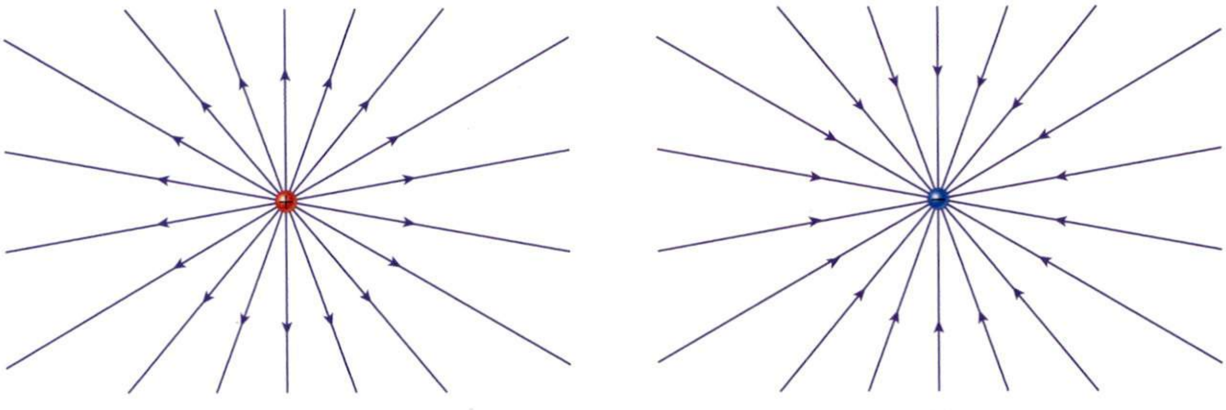
تنتشر المجالات الكهربائية في ثلاثة أبعاد (الشكل 2.5). لكن للتبسيط، تُمثَّل المجالات الكهربائية في هذه الوحدة في بُعدين عادةً.



الشكل 2.5 تمثيل ثلاثي الأبعاد لخطوط المجال الكهربائي الناتجة من شحنتين نقطيتين مختلفتين في الإشارة.

الشحنة النقطية

يوضح الشكل 2.6 خطوط المجال الكهربائي الناتجة عن شحنة نقطية معزولة. حيث تنبعث خطوط المجال من الشحنة النقطية في اتجاهات شعاعية. إذا كانت الشحنة النقطية موجبة (الشكل 2.6a)، فإن خطوط المجال الناشئة تكون مبتعدة عن الشحنة؛ أما إذا كانت الشحنة النقطية سالبة، فإن خطوط المجال الناشئة تكون في اتجاه الشحنة (الشكل 2.6b). فبالنسبة إلى الشحنة النقطية الموجبة المعزولة، تنشأ خطوط المجال الكهربائي من هذه الشحنة وتنتهي في الشحنات السالبة في ما لانهاية،



الشكل 2.6 خطوط المجال الكهربائي (a) الخارجة من شحنة نقطية موجبة (b) الداخلة إلى شحنة نقطية سالبة واحدة.

أما بالنسبة إلى الشحنة النقطية السالبة، فتنشأ خطوط المجال الكهربائي من الشحنات الموجبة في مالانهاية وتنتهي في هذه الشحنة. لاحظ أن المسافات بين خطوط المجال الكهربائي تقل كلما اقتربت الخطوط من الشحنة النقطية، وتزداد كلما ابتعدت هذه الخطوط عن الشحنة النقطية، مما يشير إلى أن المجال الكهربائي يضعُف كلما زاد الابتعاد عن الشحنة. وسندرُس مقدار المجال كمّيًا في القسم 2.3.

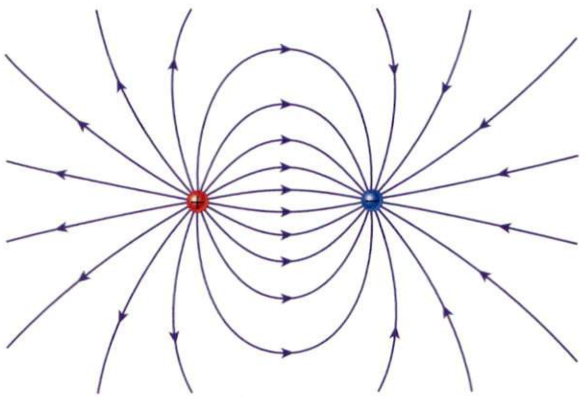
شحنتان نقطيتان مختلفتان في الإشارة

يمكننا استخدام مبدأ التراكب لتحديد المجال الكهربائي الناتج من شحنتين نقطيتين. يوضح الشكل 2.7 خطوط المجال الكهربائي الناتجة من شحنتين نقطيتين مختلفتين في الإشارة ومتساويتَين في المقدار. عند كل نقطة في المستوى، يُجمَع المجالان الكهربائيان الناتجان من الشحنة الموجبة والشحنة السالبة جمعًا اتجاهيًا لنحصل على محصلة المجال الكهربائي الناتج مقدارا واتجاها. (يوضح الشكل 2.5 خطوط المجال المتماثلة في شكل ثلاثي الأبعاد).

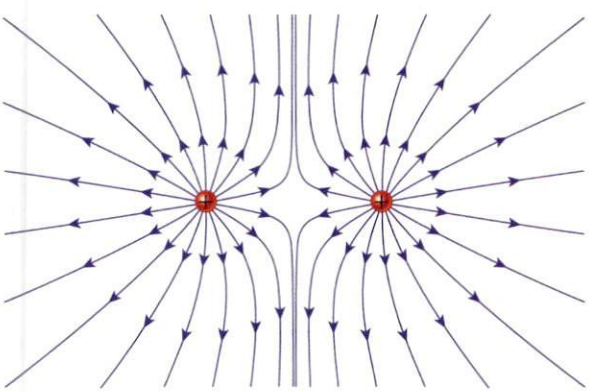
كما ذكرنا سابقًا، تنشأ خطوط المجال الكهربائي من الشحنة الموجبة وتنتهي في الشحنة السالبة. وعند النقاط الأقرب إلى أي من الشحنتين، تتماثل خطوط المجال مع الخطوط الناتجة عن شحنة نقطية واحدة، لأن تأثير الشحنة الأبعد يكون ضعيفًا. وكلما اقتربنا من الشحنتين، تقل المسافات بين خطوط المجال الكهربائي، مما يشير إلى زيادة شدة او مقدار المال المجال في هذه المناطق. كما يشير تواصل خطوط المجال بين الشحنتين إلى وجود قوة تجاذب بين الشحنتين.

شحنتان نقطيتان متماثلتان

يمكننا أيضًا تطبيق مبدأ التراكب على شحنتين نقطيتين متماثلتَين. يوضح الشكل 2.8 خطوط المجال الكهربائي لشحنتين نقطيتين متماثلتَين في الإشارة والمقدار. إذا كانت الشحنتان موجبتين (كما هو موضح في الشكل 2.8)، فإن خطوط المجال الكهربائي تبدأ من هاتين الشحنتين وتنتهي في مالانهاية. أما إذا كانت الشحنتان سالبتين، فإن خطوط المجال تبدأ من ما لا نهاية وتنتهي في هاتين الشحنتين. وإذا كانت الشحنتان متماثلتين في الإشارة، فإن خطوط المجال لا تتصل بين الشحنتين، بل تنتهي في ما لا نهاية.



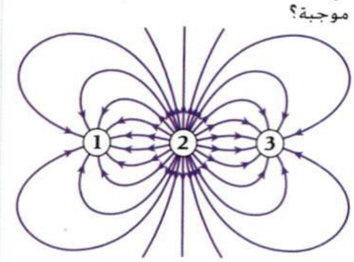
الشكل 2.7 خطوط مجال كهربائي ناتجة عن شحنتين نقطيتين مختلفتين في الإشارة، ولكل شحنة المقدار نفسه.



الشكل 2.8 خطوط مجال كهربائي ناتجة عن شحنتين نقطيتين موجبتين متساويتين في المقدار.

مراجعة المفاهيم 2.1

أي من الشحنات الموضحة في الشكل موجبة؟



a) رقم 1

b) رقم 2

c) رقم 3

d) رقم 1 و3

e) كل الشحنات الثلاث موجبة.

كما تؤكد خطوط المجال التي تنشأ من شحنة ولا تنتهي مطلقًا في شحنة أخرى مماثلة على وجود التنافر بين الشحنتين.

ملاحظات عامة

إنّ أبسط ثلاث حالات ممكنة درسناها للتو تقودنا إلى قاعدتين عامتين تنطبقان على كل خطوط المجال لكل توزيعات الشحنة:

1. *تنشأ خطوط المجال من الشحنات الموجبة وتنتهي في الشحنات السالبة.*
2. *لا تتقاطع خطوط المجال مطلقًا.* وهذه القاعدة هي نتيجة لحقيقة أن الخطوط تمثل المجال الكهربائي الذي يتناسب طرديًا مع القوة المحصلة المؤثرة في شحنة موضوعة عند نقطة معينة. لأنه إذا تقاطعت خطوط المجال، فسيعني ذلك أن القوة المحصلة ستكون في اتجاهين متعاكسين عند النقطة نفسها، وهذا مستحيل.

مراجعة المفاهيم 2.2

إذا افترضنا أنه لا توجد شحنات في المناطق الأربع الموضحة في الشكل، فأي نمط يمكن أن يمثل مجالاً كهربائيًا؟

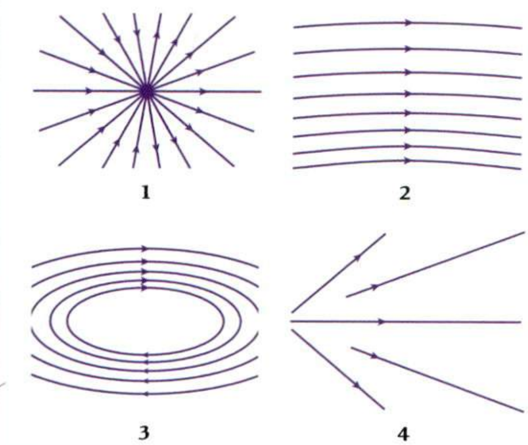
a) النمط 1 فقط

b) النمط 2 فقط

c) النمطان 2 و3

d) النمطان 1 و4

e) لا يمثل أي نمط مجالاً كهربائيًا.



2.3 المجال الكهربائي الناتج عن الشحنات النقطية

يمكن الحصول على مقدار القوة الكهربائية المؤثرة في شحنة نقطية q_0 والناتجة عن شحنة نقطية أخرى، q، من خلال المعادلة

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|qq_0|}{r^2} \qquad (2.3)$$

باعتبار q_0 شحنة اختبار صغيرة، يمكننا التعبير عن مقدار المجال الكهربائي عند نقطة وجود الشحنة q_0 والناتج عن الشحنة النقطية q على النحو التالي

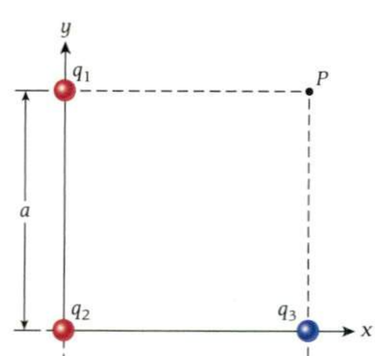
$$E = \left|\frac{F}{q_0}\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|}{r^2} \qquad (2.4)$$

حيث r المسافة من شحنة الاختبار إلى الشحنة النقطية. ويكون اتجاه المجال الكهربائي حيث يخرج المجال من الشحنة النقطية الموجبة ويتجه إلى الشحنة النقطية السالبة.

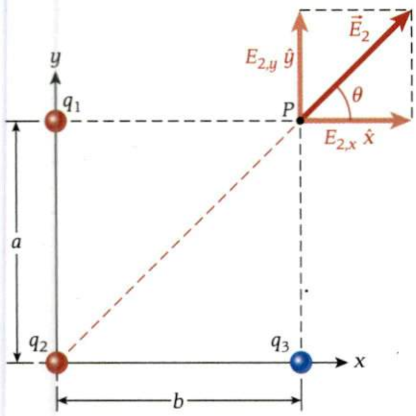
إن المجال الكهربائي عبارة عن كمية متجهة، ومن ثم يجب جمع مركبات المجال كل على حدة. يوضح المثال 2.1 جمع المجالات الكهربائية الناشئة عن ثلاث شحنات نقطية.

مثال 2.1 ثلاث شحنات

يوضح الشكل 2.9 ثلاث شحنات نقطية ثابتة: $q_1 = +1.50\ \mu C$ و$q_2 = +2.50\ \mu C$ و$q_3 = -3.50\ \mu C$. تقع الشحنة q_1 عند النقطة $(0,a)$، والشحنة q_2 عند النقطة $(0,0)$، والشحنة q_3 عند النقطة $(b,0)$، حيث $a = 8.00$ m و$b = 6.00$ m.



الشكل 2.9 مواقع الشحنات النقطية الثلاث.



الشكل 2.10 المجال الكهربائي الناتج عن الشحنة q_2، ومركبتا x وy له عند النقطة P.

المسألة

ما المجال الكهربائي $\vec{E}$، الذي تنتجه هذه الشحنات الثلاث عند النقطة $P = (b,a)$؟

الحل

يجب أن نجمع المجالات الكهربائية الناتجة من الشحنات الثلاث باستخدام المعادلة 2.2. ثم نتابع بجمع كل مركبة على حدة، بداية من المجال الناتج من q_1:

$$\vec{E}_1 = E_{1,x}\hat{x} + E_{1,y}\hat{y}$$

يؤثر المجال الناتج من q_1 في اتجاه x فقط عند النقطة (b,a)، لأن q_1 لها الإحداثي y نفسه للنقطة P. ومن ثم فإن $\vec{E}_1 = E_{1,x}\hat{x}$ ويمكننا إيجاد $E_{1,x}$ باستخدام المعادلة 2.4:

$$E_{1,x} = \frac{kq_1}{b^2}$$

وبالمثل، يؤثر المجال الناتج من q_3 في اتجاه y فقط عند النقطة (b,a). ومن ثم فإن $\vec{E}_3 = E_{3,y}\hat{y}$، حيث

$$E_{3,y} = \frac{kq_3}{a^2}$$

كما هو موضح في الشكل 2.10، يمكن الحصول على المجال الكهربائي الناتج من q_2 عند النقطة P من خلال المعادلة

$$\vec{E}_2 = E_{2,x}\hat{x} + E_{2,y}\hat{y}$$

لاحظ أن $\vec{E}_2$، المجال الكهربائي الناتج من q_2 عند النقطة P، يتجه بعيدًا عن q_2، لأن $q_2 > 0$. (وكان سيتجه مباشرة نحو الشحنة q_2 إذا كانت هذه الشحنة سالبة). ونحصل على مقدار المجال الكهربائي هذا من خلال المعادلة

$$E_2 = \frac{k|q_2|}{a^2 + b^2}$$

نحصل على المركبة $E_{2,x}$ من الصيغة $E_2 \cos\theta$، حيث $\theta = \tan^{-1}(a/b)$. ونحصل على المركبة $E_{2,y}$ من خلال الصيغة $E_2 \sin\theta$.

بجمع المركبات، يكون المجال الكهربائي الكلي عند النقطة P هو

$$\vec{E} = \left(E_{1,x} + E_{2,x}\right)\hat{x} + \left(E_{2,y} + E_{3,y}\right)\hat{y}$$
$$= \underbrace{\left(\frac{kq_1}{b^2} + \frac{kq_2\cos\theta}{a^2+b^2}\right)}_{E_x}\hat{x} + \underbrace{\left(\frac{kq_2\sin\theta}{a^2+b^2} + \frac{kq_3}{a^2}\right)}_{E_y}\hat{y}$$

باستخدام القيمتين المعطاتين للنقطتين a وb، نجد أن $\theta = \tan^{-1}(8/6) = 53.1°$، و$a^2 + b^2 = (8.00\text{ m})^2 + (6.00\text{ m})^2 = 100\text{ m}^2$. ويمكننا عندئذٍ حساب مركبة x للمجال الكهربائي الكلي كما يلي

$$E_x = \left(8.99\cdot10^9\ \text{N m}^2/\text{C}^2\right)\left(\frac{1.50\cdot10^{-6}\ \text{C}}{(6.00\ \text{m})^2} + \frac{\left(2.50\cdot10^{-6}\ \text{C}\right)(\cos 53.1°)}{100\ \text{m}^2}\right) = 509\ \text{N/C}$$

مركبة y هي

$$E_y = \left(8.99\cdot10^9\ \text{N m}^2/\text{C}^2\right)\left(\frac{\left(2.50\cdot10^{-6}\ \text{C}\right)(\sin 53.1°)}{100\ \text{m}^2} + \frac{-3.50\cdot10^{-6}\ \text{C}}{(8.00\ \text{m})^2}\right) = -312\ \text{N/C}$$

مقدار المجال هو

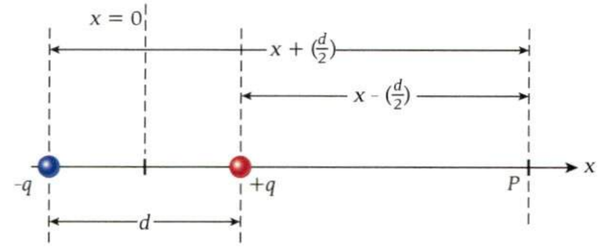
$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{(509\ \text{N/C})^2 + (-312\ \text{N/C})^2} = 597\ \text{N/C}$$

اتجاه المجال عند النقطة P هو

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{E_y}{E_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-312\ \text{N/C}}{509\ \text{N/C}}\right) = -31.5°$$

مما يعني أن اتجاه المجال الكهربائي يكون إلى اليمين وإلى أسفل. لاحظ أنه على الرغم من أن الشحنات في هذا المثال بالميكروكولوم والمسافات بالأمتار، فإن المجالات الكهربائية كبيرة، مما يوضح أن الميكروكولوم كمية شحنة كبيرة.

2.4 المجال الكهربائي الناتج عن ثنائي قطب



الشكل 2.11 حساب المجال الكهربائي الناتج عن ثنائي قطب كهربائي.

يُسمى النظام المكوَّن من جسيمين نقطيين مشحونَين بشحنتَين (متساويتين في المقدار) ومختلفتين في الإشارة **ثنائي القطب الكهربائي**. ونحصل على المجال الكهربائي الناتج عن ثنائي القطب الكهربائي من خلال جمع متجهات المجالات الكهربائية الناتجة من الشحنتين. يوضح الشكل 2.7 خطوط المجال الكهربائي في بُعدين لثنائي قطب كهربائي.

باستخدام مبدأ التراكب، يمكننا إيجاد المجال الكهربائي الناتج من شحنتين نقطيتين من خلال جمع متجهات المجالات الكهربائية للشحنتين. لنفكر في الحالة الخاصة للمجال الكهربائي الذي ينتج عن ثنائي قطب على امتداد محور ثنائي القطب، الذي يُعرف بالخط الواصل بين الشحنتَين. ونفترض أن اتجاه محور التماثل الأساسي هذا لثنائي القطب يكون على امتداد المحور x (الشكل 2.11).

المجال الكهربائي، $\vec{E}$، عند النقطة P على محور ثنائي القطب مجموعُ المجال الناتج عن $+q$، الذي نرمز إليه بالرمز $\vec{E}_+$، والمجال الناتج عن $-q$، الذي نرمز إليه بالرمز $\vec{E}_-$

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

باستخدام المعادلة 2.4، يمكننا التعبير عن مقدار المجال الكهربائي لثنائي القطب على امتداد المحور x، عندما $x > d/2$، كما يلي

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_+^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-q}{r_-^2}$$

حيث r_+ المسافة بين P و$+q$ وr_- المسافة بين P و$-q$. ولا نحتاج إلى أعمدة القيمة المطلقة في هذه المعادلة لأن الحد الأول في الطرف الأيمن موجب وأكبر من الحد الثاني (السالب). ونحصل على المجال الكهربائي عند كل النقاط على المحور x (باستثناء النقطة $x = \pm d/2$، حيث توجد الشحنتان) من خلال المعادلة

$$\vec{E} = E_x\hat{x} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q(x - d/2)}{r_+^3}\hat{x} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-q(x + d/2)}{r_-^3}\hat{x} \quad (2.5)$$

سنتحقق الآن من مقدار $\vec{E}$ ونقيِّد قيمة x لتكون $x > d/2$، حيث $E = E_x > 0$. حينها سنجد أن

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\left(x - \frac{1}{2}d\right)^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\left(x + \frac{1}{2}d\right)^2}$$

بإعادة الترتيب ومراعاة أننا نريد الحصول على تعبير له الصيغة نفسها للمجال الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية، سنكتب المعادلة السابقة على النحو التالي

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}\left[\left(1 - \frac{d}{2x}\right)^{-2} - \left(1 + \frac{d}{2x}\right)^{-2}\right]$$

لإيجاد تعبير للمجال الكهربائي على مسافة كبيرة من ثنائي القطب، يمكننا إجراء التقريب $x \gg d$ واستخدام المفكوك ذي الحدين. (بما أن $x \gg d$، فيمكننا إسقاط الحدود التي تحتوي على مربع d/x والقوى الأسية الأعلى). ونحصل على

$$E \approx \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}\left[\left(1 + \frac{d}{x} - \dots\right) - \left(1 - \frac{d}{x} + \dots\right)\right] = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}\left(\frac{2d}{x}\right)$$

التي يُمكن كتابتها بالصيغة

$$E \approx \frac{qd}{2\pi\varepsilon_0 x^3} \quad (2.6)$$

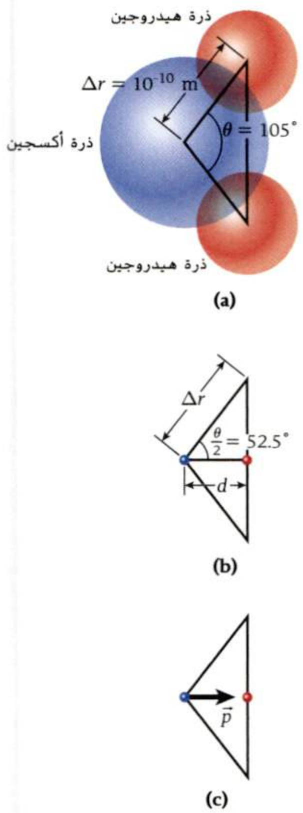
يمكن تحويل المعادلة 2.6 إلى أبسط صورة من خلال تحديد كمية متجهة تُسمى **عزم ثنائي القطب الكهربائي**، $\vec{p}$. يكون اتجاه عزم ثنائي القطب هذا من الشحنة السالبة إلى الشحنة الموجبة، وهو عكس اتجاه خطوط المجال الكهربائي. ونحصل على المقدار p، لعزم ثنائي القطب الكهربائي من خلال المعادلة

$$p = qd \quad (2.7)$$

حيث q مقدار أي من الشحنتين، وd المسافة الفاصلة بينهما. وفقًا لهذا التعريف، نعبِّر عن مقدار المجال الكهربائي الناتج عن ثنائي القطب على امتداد المحور x الموجب على مسافة تكون كبيرة مقارنة بالمسافة بين الشحنتين بالتعبير التالي

$$E = \frac{p}{2\pi\varepsilon_0 |x|^3} \qquad (2.8)$$

المعادلة 2.8 صالحة أيضًا لـ $x = \ll -d$. كما أن حل المعادلة 2.5 لإيجاد $\vec{E}$ يوضح أن $E_x > 0$ في كلا طرفَي ثنائي القطب. كنقطة اختلاف فإن المجال الناتج عن شحنة نقطية، يتناسب عكسيًا مع مربع المسافة والمجال الناتج عن ثنائي القطب يتناسب عكسيًا مع مكعب المسافة، وفقًا للمعادلة 2.8.



الشكل 2.12 (a) رسم تخطيطي يوضح الشكل الهندسي لجزيء الماء، H_2O، مع تمثيل الذرات في شكل كرات. (b) رسم تخطيطي يوضح مركز الشحنة الموجبة (النقطة الحمراء على اليمين) ومركز الشحنة السالبة (النقطة الزرقاء على اليسار). (c) عزم ثنائي القطب بافتراض شحنتين شبه نقطيتين.

مثال 2.2 جزيء الماء

إنّ جزيء الماء، H_2O، هو أهم جزيء في حياتنا. فعزم ثنائي القطب له غير صفري، وهذا هو السبب الرئيس في أن جزيئات عضوية كثيرة يمكنها الارتباط بالماء. كما أن عزم ثنائي القطب هذا يجعل الماء مذيبًا ممتازًا للعديد من المركبات العضوية وغير العضوية.

يتكون كل جزيء ماء من ذرتي هيدروجين وذرة أكسجين، كما هو موضح في الشكل 2.12a. ويكون توزيع الشحنة لكل ذرة فردية توزيعًا كرويًا تقريبًا. تميل ذرة الأكسجين إلى جذب الإلكترونات سالبة الشحنة إليها، مما يعطي ذرتَي الهيدروجين شحنة موجبة صغيرة. وتترتب الذرات الثلاث بحيث يصنع الخطان اللذان يربطان مركزي ذرتي الهيدروجين بمركز ذرة الأكسجين زاوية مقدارها 105° (انظر الشكل 2.12a).

المسألة

افترض أننا اعتبرنا جزيء الماء شحنتين موجبتين عند موقعَي نواتي الهيدروجين (البروتونات) وشحنتين سالبتين عند موقع نواة الأكسجين، على أن تكون كل الشحنات متساوية في المقدار. ما عزم ثنائي القطب الكهربائي الناتج للماء؟

الحل

يقع مركز الشحنة للشحنتين الموجبتين، في المنتصف تمامًا بين مركزي ذرتي الهيدروجين، كما هو موضح في الشكل 2.12b. وبدلالة المسافة بين ذرة الهيدروجين وذرة الأكسجين $\Delta r = 10^{-10}$ m، كما هو موضح في الشكل 2.12a، تكون المسافة بين مركزي الشحنة الموجبة والشحنة السالبة هي

$$d = \Delta r \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \left(10^{-10}\ \text{m}\right)\left(\cos 52.5°\right) = 0.6 \cdot 10^{-10}\,\text{m}$$

وبضرب هذه المسافة في الشحنة المنقولة، $q = 2e$، نحصل على مقدار عزم ثنائي القطب للماء:

$$p = 2ed = \left(3.2 \cdot 10^{-19}\ \text{C}\right)\left(0.6 \cdot 10^{-10}\ \text{m}\right) = 2 \cdot 10^{-29}\ \text{C m}$$

تقترب نتيجة هذه العملية الحسابية المبسطة للغاية، في نطاق العامل 3، من القيمة المقيسة $6.2 \cdot 10^{-30}$ C m. وحقيقة أن عزم ثنائي القطب الحقيقي للماء أصغر من هذه النتيجة المحسوبة تشير إلى أن إلكترونَي ذرتي الهيدروجين لا ينجذبان تمامًا إلى ذرة الأكسجين، لكنهما ينجذبان بمتوسط ثلث المسافة فقط.

مراجعة المفاهيم 2.4

وُضع ثنائي قطب متعادل كهربائيًا في مجال كهربائي خارجي كما هو موضح في الشكل في مراجعة المفاهيم 2.3. في أي حالة (حالات) تكون محصلة عزم *الدوران* المبذولة على ثنائي القطب صفرًا؟

a) الحالتان 1 و3

b) الحالتان 2 و4

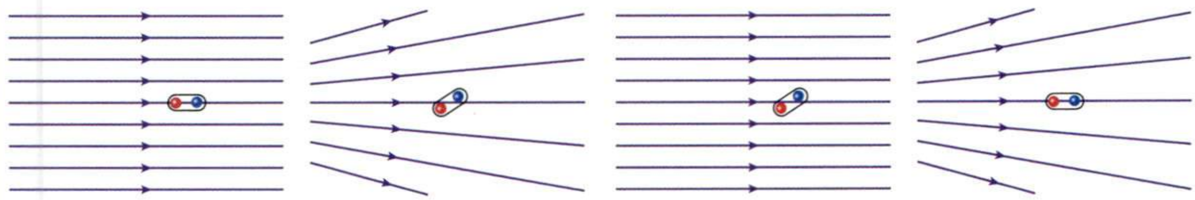
c) الحالتان 1 و4

d) الحالتان 2 و3

e) الحالة 1 فقط

مراجعة المفاهيم 2.3

وُضِع ثنائي قطب متعادل كهربائيًا في مجال كهربائي خارجي كما هو موضح في الشكل. في أي حالة (حالات) تكون محصلة *القوى* المؤثرة في ثنائي القطب صفرًا؟



1 2 3 4

a) الحالتان 1 و3

b) الحالتان 2 و4

c) الحالتان 1 و4

d) الحالتان 2 و3

e) الحالة 1 فقط

2.5 التوزيعات العامة للشحنة

حدّدنا المجالات الكهربائية لشحنة نقطية فردية ولشحنتين نقطيتين (ثنائي القطب الكهربائي). لكن ماذا لو أردنا تحديد المجال الكهربائي الناتج من شحنات كثيرة؟ ينشأ عن كل شحنة فردية مجال كهربائي، كما توضح المعادلة 2.4، وباستخدام مبدأ التراكب، يمكن جمع كل المجالات الكهربائية هذه لإيجاد محصلة المجال عند أي نقطة في الفراغ. لكننا رأينا بالفعل في المثال 2.1 أن جمع متجهات المجال الكهربائي يمكن أن يكون طويلاً ومعقدًا مع ثلاث شحنات نقطية فقط. فإذا أردنا استخدام هذه الطريقة مع تريليونات الشحنات النقطية مثلاً، فستكون العملية الحسابية أشبه بالمستحيلة حتى لو استخدمنا جهاز كمبيوتر عملاقًا. ولأن تطبيقات الحياة اليومية عادة ما تستخدم عددًا هائلاً من الشحنات، كان لابد من إيجاد طريقة لتبسيط العمليات الحسابية. يمكن أن تكون هذه الطريقة هي استخدام التكامل إذا كان هناك عدد هائل من الشحنات المرتبة في الفراغ موزع بأحد الأشكال المنتظمة. وبالأخص، التوزيعات في بُعدين حيث تكون الشحنات مرتبة على سطح جسم فلزي، وكذا التوزيعات في بُعد واحد حيث تكون الشحنات مرتبة على طول السلك. وكما سنرى، يمكن أن يكون التكامل طريقة سهلة للغاية في حل المسائل التي تتضمن توزيعات الشحنة هذه التي سيكون تحليلها بطريقة التجميع المباشر صعبًا للغاية.

تحضيرًا لإجراء التكامل، سنقوم بتقسيم الشحنة إلى عناصر، dq، وإيجاد المجال الكهربائي الناتج من كل عنصر شحنة كما لو كان شحنة نقطية. إذا كانت الشحنة موزعة بطول جسم أحادي البُعد (خط مستقيم)، فيمكننا التعبير عن الشحنة بدلالة الشحنة لكل وحدة طول مضروبة في الطول، أو λdx. وإذا كانت الشحنة موزعة على سطح (جسم ثنائي الأبعاد)، فسنعبّر عن dq بدلالة الشحنة لكل وحدة مساحة مضروبة في المساحة، أو σdA. أما إذا كانت الشحنة موزعة على حجم ثلاثي الأبعاد، فسنكتب dq كناتج ضرب الشحنة لكل وحدة حجم في الحجم، أو ρdV. أي إنّ،

$$\left.\begin{array}{l} \text{على امتداد خط} \\ \text{على السطح} \\ \text{على الحجم} \end{array}\right\} \text{توزيع الشحنة} \left\{\begin{array}{l} dq = \lambda dx \\ dq = \sigma dA \\ dq = \rho dV \end{array}\right. \tag{2.9}$$

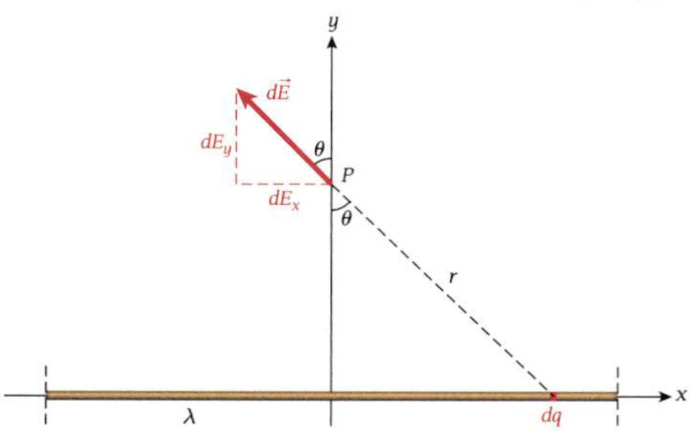
إذًا مقدار المجال الكهربائي الناتج عن توزيع الشحنة من الشحنة التفاضلية:

$$dE = k\frac{dq}{r^2} \tag{2.10}$$

في المثال التالي، سنجد المجال الكهربائي الناتج عن خط شحنة محدد.

مثال 2.3 شحنات على سلك مستقيم

لإيجاد المجال الكهربائي على امتداد خط ينصّف سلكًا ذا طول محدد وكثافة شحنته الخطية λ، سنُجري تكاملاً لمقادير المجال الكهربائي الناتجة عن كل الشحنات الموجودة في السلك. سنفترض أن السلك يقع على امتداد المحور x (الشكل 2.13).



الشكل 2.13 حساب المجال الكهربائي الناتج عن كل الشحنة الموجودة في سلك طويل بإجراء تكامل لمقادير المجال الكهربائي بطول السلك.

وسنفترض أيضًا أن نقطة منتصف السلك تقع عند $x = 0$، وأن أحد طرفيه يقع عند النقطة $x = a$، والطرف الآخر يقع عند النقطة $x = -a$. نستنتج أنه لا توجد أي قوة كهربائية موازية للسلك (في اتجاه x) على امتداد الخط المنصّف للسلك. فعلى امتداد هذا الخط، لا يمكن أن يكون المجال الكهربائي إلا في اتجاه y فقط. يمكننا إذًا حساب المجال الكهربائي الناتج عن كل الشحنات، عند $x \geq 0$، وضرب النتيجة في 2 للحصول على المجال الكهربائي لكامل السلك.

سنعتبر أن الشحنة التفاضلية، dq، موجودة على المحور x، كما هو موضح في الشكل 2.13. نجد مقدار المجال الكهربائي، dE، عند النقطة $(0,y)$ الناتج عن هذه الشحنة من خلال المعادلة 2.10،

$$dE = k\frac{dq}{r^2}$$

حيث $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ المسافة من dq إلى النقطة P. لذا نحصل على مركبة المجال الكهربائي العمودية على السلك (في اتجاه y) من خلال المعادلة

$$dE_y = k\frac{dq}{r^2}\cos\theta$$

حيث θ الزاوية المحصورة بين المجال الكهربائي الناتج عن dq والمحور y (انظر الشكل 2.13). ترتبط الزاوية θ بـ r وy لأن $\cos\theta = y/r$.

يمكننا ربط الشحنة بالمسافة على المحور x، من خلال كثافة الشحنة الخطية، λ: $dq = \lambda dx$. ومن ثَمَّ فإن المجال الكهربائي عند مسافة y من السلك الطويل هو

$$E_y = 2\int_0^a dE_y = 2\int_0^a k\frac{dq}{r^2}\cos\theta = 2k\int_0^a \frac{\lambda dx}{r^2}\frac{y}{r} = 2k\lambda y\int_0^a \frac{dx}{\left(x^2+y^2\right)^{3/2}}$$

بحساب قيمة التكامل على الطرف الأيمن (باستخدام جدول تكامل أو أحد البرامج مثل Mathematica أو Maple)، نحصل على

$$\int_0^a \frac{dx}{\left(x^2+y^2\right)^{3/2}} = \left[\frac{1}{y^2}\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\right]_0^a = \frac{1}{y^2}\frac{a}{\sqrt{y^2+a^2}}$$

إذًا نحصل على المجال الكهربائي عند مسافة y على خط ينصّف السلك من خلال المعادلة

$$E_y = 2k\lambda y\frac{1}{y^2}\frac{a}{\sqrt{y^2+a^2}} = \frac{2k\lambda}{y}\frac{a}{\sqrt{y^2+a^2}}$$

وأخيرًا، عندما $a \to \infty$، أي عندما يكون طول السلك لانهائيًا، فإن $a/\sqrt{y^2+a^2} \to 1$، ونحصل على المعادلة التالية لسلك لانهائي

$$E_y = \frac{2k\lambda}{y}$$

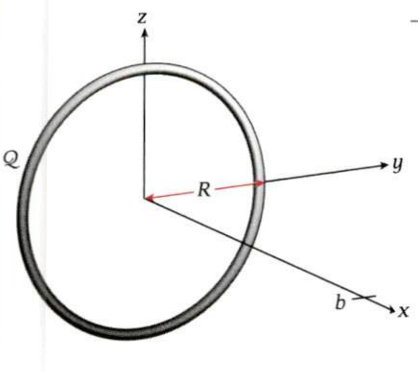
بمعنى آخر، يتناسب المجال الكهربائي تناسباً عكسياً مع المسافة من السلك.

لنتناول الآن مسألة ذات شكل هندسي أكثر تعقيدًا، وهي إيجاد المجال الكهربائي الناتج عن حلقة شحنة على امتداد محور الحلقة.

مسألة محلولة 2.1 شحنات على حلقة

المسألة

فكّر في حلقة مشحونة نصف قطرها $R = 0.250$ m، كما هو موضح (الشكل 2.14). للحلقة كثافة شحنة خطية منتظمة، والشحنة الكلية في الحلقة هي $Q = +5.00$ µC. ما المجال الكهربائي عند $b = 0.500$ m على محور الحلقة؟

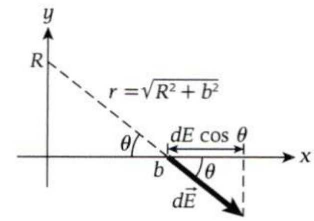


الشكل 2.14 حلقة مشحونة نصف قطرها R وشحنتها الكلية Q.

الحل

فكّر الشحنة موزعة بالتساوي على الحلقة. لذا يمكن حساب المجال الكهربائي عند الموقع $x = b$ من خلال تكامل المجال الكهربائي الناتج عن شحنة كهربائية. وفقًا للتماثل، يكون تكامل مركبات المجال الكهربائي العمودية على محور الحلقة صفرًا، لأن المجالات الكهربائية لعناصر الشحنة على الجانبين المتقابلين للمحور يلغي كل منهما الآخر. ويكون المجال الكهربائي الناتج موازيًا لمحور الحلقة.

- يُتبع



الشكل 2.15 الشكل الهندسي للمجال الكهربائي على امتداد محور حلقة الشحنة.

ارسم يوضح الشكل 2.15 هندسة المجال الكهربائي على امتداد محور حلقة الشحنة.

ابحث المجال الكهربائي التفاضلي dE، عند $x = b$ ناتج عن الشحنة التفاضلية dq الواقعة عند $y = R$ (انظر الشكل 2.15). والمسافة من النقطة $(x = b, y = 0)$ إلى النقطة $(x = 0, y = R)$ هي

$$r=\sqrt{R^2+b^2}$$

مرة أخرى، نحصل على مقدار $d\vec{E}$ من خلال المعادلة 2.10:

$$dE = k\frac{dq}{r^2}$$

ونحصل على مقدار مركبة $d\vec{E}$ الموازية للمحور x من خلال المعادلة

$$dE_x = dE\cos\theta = dE\frac{b}{r}$$

حوّل إلى أبسط صورة يمكننا إيجاد المجال الكهربائي الكلي من خلال تكامل مركبات x له على كل الشحنات الموزعة على الحلقة:

$$E_x = \int_{\text{ring}} dE_x = \int_{\text{ring}} \frac{b}{r}k\frac{dq}{r^2}$$

سنحتاج إلى إجراء التكامل حول محيط حلقة الشحنة. ويمكننا ربط الشحنة التفاضلية بطول القوس التفاضلي، ds، على النحو التالي:

$$dq = \frac{Q}{2\pi R}ds$$

يمكننا إذًا التعبير عن التكامل على حلقة الشحنة كلها في صورة تكامل حول طول القوس في دائرة:

$$E_x = \int_0^{2\pi R} k\left(\frac{Q}{2\pi R}ds\right)\frac{b}{r^3} = \left(\frac{kQb}{2\pi R r^3}\right)\int_0^{2\pi R} ds = kQ\frac{b}{r^3} = \frac{kQb}{\left(R^2+b^2\right)^{3/2}}$$

احسب بالتعويض بالقيم العددية، نحصل على

$$E_x = \frac{kQb}{\left(R^2+b^2\right)^{3/2}} = \frac{\left(8.99\cdot 10^9\ \text{N m}^2/\text{C}^2\right)\left(5.00\cdot 10^{-6}\ \text{C}\right)(0.500\ \text{m})}{\left[(0.250\ \text{m})^2+(0.500\ \text{m})^2\right]^{3/2}} = 128{,}654\ \text{N/C}$$

قرّب سنقرب النتيجة التي توصلنا إليها إلى ثلاثة أرقام معنوية:

$$E_x = 1.29\cdot 10^5\ \text{N/C}$$

تحقق ثانية يمكننا التحقق من صحة الصيغة التي اشتققناها للمجال الكهربائي باستخدام نقطة على مسافة كبيرة من حلقة الشحنة، مثل $R \ll b$. في هذه الحالة، سنجد أنّ

$$E_x = \frac{kQb}{\left(R^2+b^2\right)^{3/2}} \overset{b\gg R}{\Rightarrow} E_x = \frac{kQb}{b^3} = k\frac{Q}{b^2}$$

وهو تعبير المجال الكهربائي الناتج من شحنة نقطية Q عند مسافة b. كما يمكننا التحقق من الصيغة باستخدام $b = 0$:

$$E_x = \frac{kQb}{\left(R^2+b^2\right)^{3/2}} \overset{b=0}{\Rightarrow} E_x = 0$$

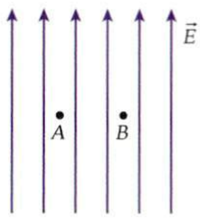
وهو ما نتوقعه عند مركز حلقة الشحنة. ومن ثَمّ، تبدو النتيجة التي توصلنا إليها منطقية.

2.6 القوة الناتجة عن مجال كهربائي

نحصل على القوة $\vec{F}$ التي يبذلها مجال كهربائي $\vec{E}$ على شحنة نقطية q من المعادلة $\vec{F} = q\vec{E}$. وهي إعادة صياغة بسيطة لتعريف المجال الكهربائي في المعادلة 2.1. أي أن القوة التي يبذلها المجال الكهربائي على شحنة موجبة تؤثر في اتجاه المجال الكهربائي نفسه. ويكون متجه القوة مماسيًا لخطوط المجال الكهربائي دائمًا وفي اتجاه المجال الكهربائي أيضًا إذا كانت $q > 0$.

مراجعة المفاهيم 2.6

يمكن وضع جسم صغير موجب الشحنة في مجال كهربائي منتظم عند الموقع A أو الموقع B في الشكل. ما وجه المقارنة بين القوتين الكهربائيتين اللتان تؤثران في الجسم عند الموقعين؟



a) مقدار القوة الكهربائية المؤثرة في الجسم تكون أكبر عند الموقع A.

b) مقدار القوة الكهربائية المؤثرة في الجسم تكون أكبر عند الموقع B.

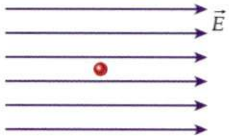
c) لا توجد قوة كهربائية مؤثرة في الجسم عند أي من الموقعين A أو B.

d) تتساوى القوة الكهربائية المؤثرة في الجسم عند الموقع A مع القوة المؤثرة في الجسم عند الموقع B في المقدار وتعاكسها في الاتجاه.

e) القوة الكهربائية المؤثرة في الجسم عند الموقع A هي القوة الكهربائية غير الصفرية نفسها المؤثرة في الجسم عند الموقع B.

مراجعة المفاهيم 2.5

وُضع جسم صغير موجب الشحنة في وضع السكون في مجال كهربائي منتظم كما هو موضح في الشكل. عندما يتحرر الجسم، فإنه



a) لن يتحرك.

b) سيبدأ في الحركة بسرعة ثابتة.

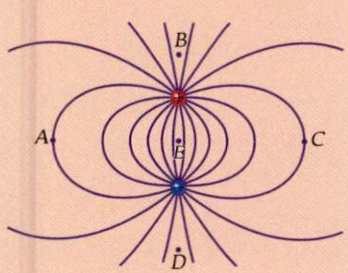
c) سيبدأ في الحركة بعجلة ثابتة.

d) سيبدأ في الحركة بعجلة متزايدة.

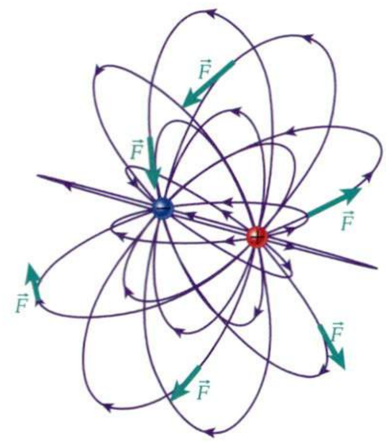
e) سيتحرك إلى الخلف وإلى الأمام بحركة توافقية بسيطة.

سؤال الاختبار الذاتي 2.1

يوضح الشكل منظرًا ثنائي الأبعاد لخطوط المجال الكهربائي الناتج عن شحنتين مختلفتين في الإشارة. ما اتجاه المجال الكهربائي عند النقاط الخمس A وB وC وD وE؟ وعند أي من النقاط الخمس يكون مقدار المجال الكهربائي أكبر ما يكون؟



القوة المؤثرة في الشحنة الموجبة الناتجة عن المجال الكهربائي المنتشر في ثلاثة أبعاد في الشكل 2.16 الذي يوضح الحالة لجسيمين مختلفين في الشحنة. (هذا هو المجال نفسه الموضح في الشكل 2.5، لكن أضيفت إليه تمثيلات لمتجهات القوة). نلاحظ أن القوة المؤثرة في الشحنة الموجبة تكون مماسية دائمًا لخطوط المجال وفي اتجاه المجال الكهربائي نفسه. أما القوة المؤثرة في الشحنة السالبة فستكون في الاتجاه المعاكس.



الشكل 2.16 اتجاه القوة التي يبذلها المجال الكهربائي، الناتج عن شحنتين نقطيتين مختلفتين في الإشارة، على شحنة موجبة عند نقاط مختلفة في الفراغ.

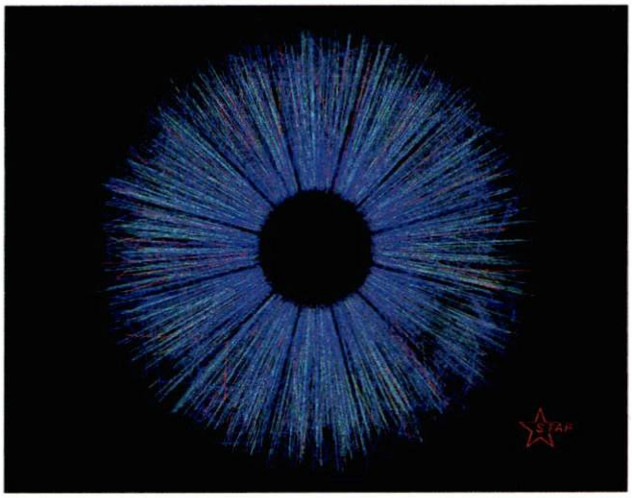
مثال 2.4 حجرة الإسقاط الزمني

يدرس علماء الفيزياء النووية أشكالاً جديدة للمادة من خلال تصادم أنوية الذهب عند طاقات عالية جدًا. وفي فيزياء الجسيمات، تنشأ جسيمات أولية جديدة وتتم دراستها من خلال تصادم البروتونات مع مضادات البروتونات عند أعلى مستويات للطاقة. حيث ينتج عن هذه التصادمات جسيمات كثيرة تتدفق بعيدًا عن نقطة التفاعل بسرعات عالية. ولا تكون أجهزة الكشف البسيطة عن الجسيمات كافية لتحديد هذه الجسيمات. لذا يستخدم الفيزيائيون جهاز حجرة الإسقاط الزمني (TPC) الذي يوجد في معظم أجهزة الكشف الكبيرة عن الجسيمات.

– يُتبع

من أمثلة حجرة الإسقاط الزمني مصادمُ الأيونات الثقيلة النسبي STAR TPC الموجود في مختبر بروكهافن الوطني على جزيرة لونغ آيلاند في نيويورك. يتكون مُصادم STAR TPC من أسطوانة كبيرة ممتلئة بالغاز (90% أرجون و10% ميثان) للسماح بحركة الإلكترونات بحرية داخله دون أن تجذبه ذرات الغاز أو جزيئاته.

يوضح الشكل 2.17 نتائج تصادم حدث بين نوائي ذهب في مُصادم STAR TPC. في تصادم كهذا، تتولد آلاف الجسيمات المشحونة التي تمر عبر الغاز داخل حجرة الإسقاط الزمني. أثناء مرور هذه الجسيمات المشحونة عبر الغاز، فإنها تؤيّن ذرات الغاز وتنتجُ إلكترونات حرة. ويُطبَّق مجال كهربائي ثابت بمقدار 13,500 N/C بين مركز حجرة الإسقاط الزمني والغطاءين على طرفَي الأسطوانة، فيؤثر المجال بقوة كهربائية على الإلكترونات الحرة. ولأن شحنة الإلكترونات سالبة، يؤثر المجال الكهربائي بقوة في الاتجاه المعاكس لاتجاه المجال الكهربائي. فتحاول الإلكترونات أن تتسارع في اتجاه القوة الكهربائية، لكنها تتفاعل مع إلكترونات جزيئات الغاز وتبدأ في الانحراف نحو غطائي الأسطوانة بسرعة ثابتة مقدارها $5\ \text{cm}/\mu\text{s} = 5 \cdot 10^4\ \text{m/s} \approx 100{,}000\ \text{mph}$.



الشكل 2.17 تصادم حدث بين نوائي ذهب في مُصادم STAR TPC عند طاقات عالية جدًا عند النقطة الموجودة في منتصف الصورة. يشير كل خط ملون إلى المسار الذي خلّفه جسيم دون ذري نتج عن التصادم.

يحتوي كل غطاء طرفيّ للأسطوانة على 68,304 جهاز كشف يمكن أن يقيس الشحنة كدالة في زمن انحراف الإلكترونات عن النقطة التي تحررت منها. ولكل جهاز كشف موضع (x, y) معين. فمن قياسات زمن وصول الشحنة وسرعة الانحراف المعلومة للإلكترونات، يمكن حساب مركبات z لمواقعها. لذا فإن مُصادم STAR TPC يمكن أن يعطي تمثيلاً ثلاثي الأبعاد كاملاً لمسار تأين كل جسيم مشحون. وتظهر هذه المسارات في الشكل 2.17، حيث تمثل الألوان مقدار التأين الناتج عن كل مسار.

مسألة محلولة 2.2 حركة الإلكترون فوق لوح مشحون

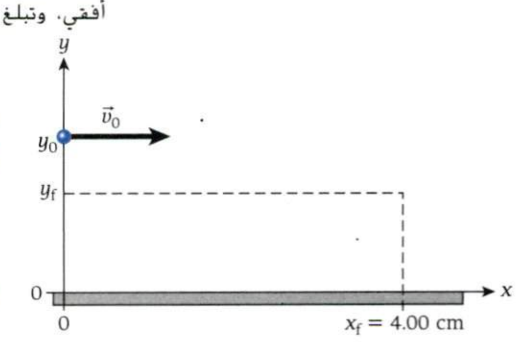
المسألة

أُطلق إلكترون طاقته الحركية 2.00 keV ($1\ \text{eV} = 1.602 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$) فوق لوح موصّل مشحون وفي وضع أفقي. وتبلغ كثافة شحنة سطح اللوح $+4.00 \cdot 10^{-6}\ \text{C/m}^2$. إذا كان مسار الإلكترون في الاتجاه الموجب أعلى اللوح (على مسافة من سطحه)، فما الانحراف الرأسي للإلكترون بعد أن يقطع مسافة أفقية مقدارها 4.00 cm؟

الحل

فكّر السرعة المتجهة الابتدائية للإلكترون أفقية. وأثناء حركته، سيتعرض الإلكترون لقوة جذب ثابتة من اللوح موجب الشحنة تنتج عنها عجلة ثابتة متجهة إلى أسفل. لذا يمكننا حساب الزمن الذي سيستغرقه الإلكترون ليتحرك مسافة 4.00 cm في الاتجاه الأفقي ثم استخدام هذا الزمن لحساب الانحراف الرأسي للإلكترون.

ارسم يوضح الشكل 2.18 الإلكترون بسرعة متجهة ابتدائية $\vec{v}_0$ في الاتجاه الأفقي. والموقع الابتدائي للإلكترون محدد عند $x_0 = 0$ و $y = y_0$.



الشكل 2.18 إلكترون يتحرك إلى اليمين بسرعة متجهة ابتدائية $\vec{v}_0$ فوق لوح موصّل مشحون.

ابحث الزمن الذي سيستغرقه الإلكترون ليقطع المسافة المعطاة هو

$$t = x_f/v_0 \qquad \text{(i)}$$

حيث x_f الموقع الأفقي النهائي، وv_0 السرعة الابتدائية للإلكترون. وأثناء وجود الإلكترون في حالة حركة، يبذل اللوح الموصل المشحون قوةً عليه. يكون اتجاه هذه القوة إلى أسفل (نحو اللوح). ونحصل على مقدارها من خلال المعادلة

$$F = qE = e\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad \text{(ii)}$$

حيث σ كثافة الشحنة في اللوح الموصل وe شحنة الإلكترون. ينتج عن هذه القوة عجلة ثابتة متجهة إلى أسفل، ونحصل على مقدارها بالمعادلة $a = F/m$، حيث m كتلة الإلكترون. وباستخدام تعبير إيجاد القوة من المعادلة (ii)، يمكننا التعبير عن مقدار هذه العجلة على النحو التالي

$$a = \frac{F}{m} = \frac{e\sigma}{m\varepsilon_0} \qquad \text{(iii)}$$

لاحظ أن هذه العجلة ثابتة. لذا نحصل على الموقع الرأسي للإلكترون كدالة زمن من خلال المعادلة

$$y_f = y_0 - \tfrac{1}{2}at^2 \Rightarrow y_f - y_0 = -\tfrac{1}{2}at^2 \qquad \text{(iv)}$$

وأخيرًا، يمكننا ربط الطاقة الحركية الابتدائية للإلكترون بسرعته المتجهة الابتدائية من خلال المعادلة

$$K = \tfrac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow v_0^2 = \frac{2K}{m} \qquad \text{(v)}$$

حوّل إلى أبسط صورة نعوّض بتعبيرَي الزمن والعجلة من المعادلتين (i) و(iii) في المعادلة (iv) ونحصل على المعادلة التالية

$$y_f - y_0 = -\tfrac{1}{2}at^2 = -\tfrac{1}{2}\left(\frac{e\sigma}{m\varepsilon_0}\right)\left(\frac{x_f}{v_0}\right)^2 = -\frac{e\sigma x_f^2}{2m\varepsilon_0 v_0^2} \qquad \text{(vi)}$$

عندما نعوّض الآن بتعبير مربع السرعة الابتدائية من المعادلة (v) في الطرف الأيمن من المعادلة (vi)، نحصل على المعادلة التالية

$$y_f - y_0 = -\frac{e\sigma x_f^2}{2m\varepsilon_0\left(\frac{2K}{m}\right)} = -\frac{e\sigma x_f^2}{4\varepsilon_0 K} \qquad \text{(vii)}$$

احسب سنقوم أولاً بتحويل وحدة الطاقة الحركية للإلكترون من الإلكترون فولت إلى الجول:

$$K = (2.00\ \text{keV})\frac{1.602\cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1\ \text{eV}} = 3.204\cdot 10^{-16}\ \text{J}$$

وبالتعويض بالقيم العددية في المعادلة (vii)، نجد أنّ

$$y_f - y_0 = -\frac{e\sigma x_f^2}{4\varepsilon_0 K} = -\frac{\left(1.602\cdot 10^{-19}\ \text{C}\right)\left(4.00\cdot 10^{-6}\ \text{C/m}^2\right)(0.0400\ \text{m})^2}{4\left(8.85\cdot 10^{-12}\ \text{C}^2/(\text{N m}^2)\right)\left(3.204\cdot 10^{-16}\ \text{J}\right)} = -0.0903955\ \text{m}$$

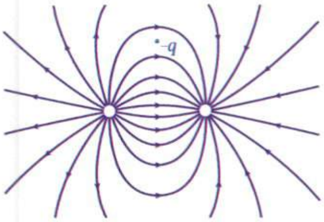
قرّب سنقرب النتيجة التي توصلنا إليها إلى ثلاثة أرقام معنوية:

$$y_f - y_0 = -0.0904\ \text{m} = -9.04\ \text{cm}$$

تحقق ثانية الانحراف الرأسي الذي حسبناه يعادل تقريبًا ضعف المسافة التي يقطعها الإلكترون في الاتجاه x، وهذا منطقي، على الأقل أن لكل منهما القيمة الأسية نفسها. كما أن بعض الحالات البديهية تحققت في المعادلة (vii) الخاصة بإيجاد الانحراف. أولاً، يأخذ المسار شكل قطع مكافئ، وهذا ما نتوقعه للقوة الثابتة ومن ثم العجلة الثابتة. ثانيًا، عندما تكون كثافة شحنة السطح صفرًا، تكون قيمة الانحراف صفرًا. ثالثًا، عندما تكون الطاقة الحركية كبيرة جدًا، يكون الانحراف ضئيلاً جدًا، وهو ما نتوقعه أيضًا بشكل بديهي.

مراجعة المفاهيم 2.7

وُضعت شحنة سالبة $-q$ في مجال كهربائي غير منتظم كما هو موضح في الشكل. ما اتجاه القوة الكهربائية المؤثرة في هذه الشحنة السالبة؟



a) 

b) 

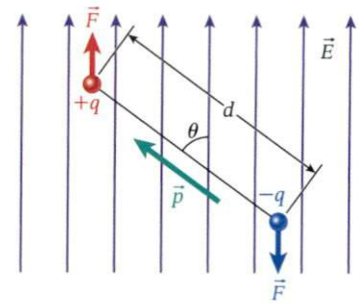
c) 

d)

e) القوة تساوي صفرًا.

ثنائي القطب في مجال كهربائي

تتأثر الشحنة النقطية في مجال كهربائي بقوة نحصل عليها بالمعادلة 2.1. وتكون القوة الكهربائية مماسية دائمًا لخط المجال الكهربائي المار بالنقطة. يمكن وصف تأثير المجال الكهربائي في ثنائي القطب بدلالة المجال الكهربائي المتجه، $\vec{E}$، وعزم ثنائي القطب الكهربائي المتجه، $\vec{p}$، من دون معرفة الحاجة إلى معرفة تفصيلية بالشحنات المكوّنة لثنائي القطب الكهربائي.



الشكل 2.19 ثنائي قطب كهربائي في مجال كهربائي.

لدراسة سلوك ثنائي القطب الكهربائي، فلنفكر في شحنتين $+q$ و$-q$، تفصل بينهما مسافة d في مجال كهربائي ثابت ومنتظم، $\vec{E}$ (الشكل 2.19). (لاحظ أننا ندرُس الآن القوى المؤثرة في ثنائي قطب موجود في مجال خارجي، لا المجال الناتج عن ثنائي القطب كما فعلنا في القسم 2.4. وسنفترض أيضًا أن مجال ثنائي القطب صغير مقارنة بـ $\vec{E}$ [لذا يمكننا تجاهل تأثيره في المجال المنتظم]). يبذل المجال الكهربائي قوة متجهة إلى أعلى على الشحنة الموجبة، وقوة متجهة إلى أسفل على الشحنة السالبة. ومقدار كل من القوتين هو qE. رأينا أن هذه الحالة ينتج عنها عزم دوران، $\vec{\tau}$، تصفه المعادلة $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$، حيث $\vec{r}$ ذراع العزم و$\vec{F}$ القوة. ونحصل على مقدار عزم الدوران من المعادلة $\tau = rF \sin\theta$.

كما هو الحال دائمًا، يمكننا حساب عزم الدوران حول أي نقطة ارتكاز، لذا يمكننا اختيار موقع الشحنة السالبة. إذًا القوة المؤثرة في الشحنة الموجبة هي فقط التي تُسهم في عزم الدوران، وطول متجه الموقع هو $r = d$، وهو طول ثنائي القطب. ولأن $F = qE$ كما هو منصوص عليه بالفعل، فإنه يمكن كتابة تعبير إيجاد عزم الدوران في ثنائي قطب كهربائي موجود في مجال كهربائي خارجي على النحو التالي

$$\tau = qEd \sin\theta$$

بتذكر أن عزم ثنائي القطب الكهربائي يُحدَّد بالمعادلة $p = qd$، يمكننا الحصول على مقدار عزم الدوران كما يلي:

$$\tau = pE \sin\theta \tag{2.11}$$

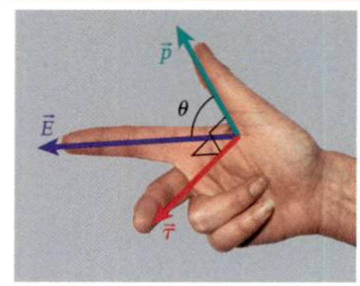
لأن عزم الدوران عبارة عن متجه ويجب أن يكون متعامدًا على كل من عزم ثنائي القطب الكهربائي والمجال الكهربائي، فإنه يمكن كتابة العلاقة في المعادلة 2.11 في صورة ضرب اتجاهي:

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} \tag{2.12}$$

كما هو الحال مع كل نواتج الضرب الاتجاهي، يمكننا الحصول على اتجاه عزم الدوران باستخدام قاعدة اليد اليمنى. كما هو موضح في الشكل 2.20، يشير إصبع الإبهام إلى اتجاه الحد الأول في الضرب الاتجاهي، وهو $\vec{p}$ في هذه الحالة، ويشير إصبع السبابة إلى اتجاه الحد الثاني، $\vec{E}$، بينما يشير الإصبع الوسطى إلى اتجاه ناتج الضرب الاتجاهي، $\vec{\tau}$، المتعامد على كل من الحدين.

سؤال الاختبار الذاتي 2.2

استخدم مركز كتلة ثنائي القطب كنقطة ارتكاز، وأثبت أنه يمكنك الحصول على التعبير $\tau = qEd \sin\theta$ مرة أخرى لعزم الدوران.

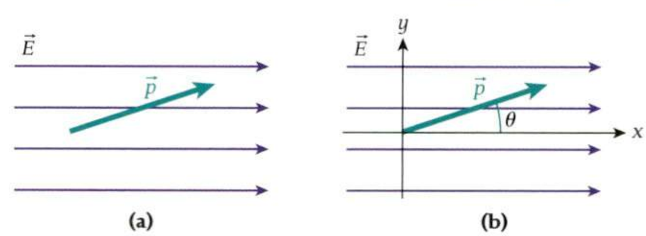


الشكل 2.20 قاعدة اليد اليمنى للضرب الاتجاهي لعزم ثنائي القطب الكهربائي والمجال الكهربائي، ناتجًا عنها متجه عزم الدوران.

مسألة محلولة 2.3 ثنائي قطب كهربائي في مجال كهربائي

المسألة

وُضع ثنائي قطب كهربائي مقدار عزم ثنائي القطب له $p = 1.40 \cdot 10^{-12}$ C m في مجال كهربائي منتظم مقداره $E = 498$ N/C (الشكل 2.21a).



الشكل 2.21 (a) ثنائي قطب كهربائي في مجال كهربائي منتظم. (b) المجال الكهربائي في اتجاه x، وعزم ثنائي القطب في المستوى xy.

عند لحظة زمنية معينة، كانت الزاوية بين عزم ثنائي القطب الكهربائي والمجال الكهربائي هي $\theta = 14.5°$. ما المركَّبات الديكارتية لعزم الدوران في ثنائي القطب؟

الحل

فكّر عزم الدوران في ثنائي القطب يساوي ناتج الضرب الاتجاهي للمجال الكهربائي وعزم ثنائي القطب الكهربائي.

ارسم سنفترض أن خطوط المجال الكهربائي في الاتجاه x، وأن عزم ثنائي القطب الكهربائي يقع في المستوى xy (الشكل 2.21b). وسيكون الاتجاه z عموديًا على مستوى الصفحة.

ابحث نحصل على عزم الدوران في ثنائي القطب الكهربائي الناتج عن المجال الكهربائي من خلال المعادلة

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

لأن ثنائي القطب يقع في المستوى xy، فستكون المركَّبات الديكارتية لعزم ثنائي القطب الكهربائي هي

$$\vec{p} = \left(p_x, p_y, 0\right)$$

ولأن المجال الكهربائي يؤثر في اتجاه x، فستكون مركَّباته الديكارتية هي

$$\vec{E} = \left(E_x, 0, 0\right) = \left(E, 0, 0\right)$$

حوّل إلى أبسط صورة وفقًا لتعريف الضرب الاتجاهي، نعبّر عن المركَّبات الديكارتية لعزم الدوران على النحو التالي

$$\vec{\tau} = \left(p_y E_z - p_z E_y\right)\hat{x} + \left(p_z E_x - p_x E_z\right)\hat{y} + \left(p_x E_y - p_y E_x\right)\hat{z}$$

في هذه الحالة الخاصة، التي تكون فيها E_y وE_z و p_z كلها مساوية صفرًا، سنحصل على

$$\vec{\tau} = -\,p_y E_x \hat{z}$$

مركَّبة y لعزم ثنائي القطب هي $p_y = p\sin\theta$، ومركَّبة x للمجال الكهربائي هي ببساطةٍ $E_x = E$.
إذًا مقدار عزم الدوران هو

$$\tau = (p\sin\theta)E = pE\sin\theta$$

واتجاه عزم الدوران في اتجاه z السالب.

احسب نعوّض بالقيم العددية المعطاة ونحصل على

$$\tau = pE\sin\theta = \left(1.40\cdot10^{-12}\ \text{C m}\right)(498\ \text{N/C})(\sin 14.5°) = 1.74565\cdot10^{-10}\ \text{N m}$$

قرِّب سنقرب النتيجة التي توصلنا إليها إلى ثلاثة أرقام معنوية:

$$\tau = 1.75\cdot10^{-10}\ \text{N m}$$

تحقق ثانية من المعادلة 2.11، نعرف أن مقدار عزم الدوران يساوي

$$\tau = pE\sin\theta$$

وهي النتيجة التي حصلنا عليها باستخدام الضرب الاتجاهي الصريح. وبتطبيق قاعدة اليد اليمنى الموضحة في الشكل 2.20، يمكننا تحديد اتجاه عزم الدوران؛ فمع تمثيل إصبع الإبهام الأيمن لعزم ثنائي القطب الكهربائي، وتمثيل إصبع السبابة اليمنى للمجال الكهربائي، يشير إصبع الوسطى الأيمن إلى داخل الصفحة، وهو ما يتوافق مع النتيجة التي حصلنا عليها باستخدام الضرب الاتجاهي. ومن ثَمَّ فإن النتيجة التي توصلنا إليها صحيحة.

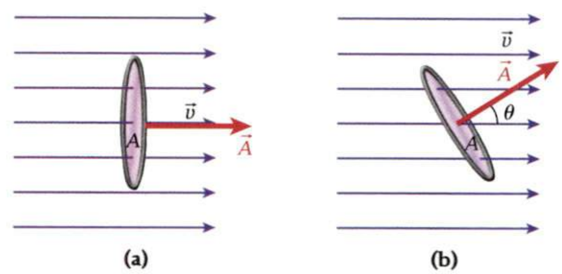
تناول المثال 2.2 عزم ثنائي القطب لجزيء الماء. إذا تعرضت جزيئات الماء لمجال كهربائي خارجي، فإنها تتعرض لعزم دوران ومن ثم تبدأ في الدوران. وإذا كان تغير اتجاه المجال الكهربائي الخارجي سريعًا جدًا، فإن جزيئات المياه تتحرك في شكل ذبذبات دورانية ينتج عنها حرارة. وهذا هو مبدأ آلية عمل فرن الميكروويف، حيث تستخدم أفران الميكروويف ترددًا مقداره 2.45 GHz للمجال الكهربائي المتذبذب.

للمجالات الكهربائية دور مهم أيضًا في الفسيولوجية البشرية، لكن هذه المجالات متغيرة مع الزمن وليست ثابتة كتلك التي تم تناولها في هذه الوحدة. كما ينتج دماغ الإنسان مجالات كهربائية متغيرة باستمرار من خلال نشاط الخلايا العصبية. ويمكن قياس هذه المجالات عن طريق إدخال أقطاب كهربائية في الدماغ عبر عظمة الجمجمة، أو بوضع هذه الأقطاب على سطح الدماغ المكشوف، وعادة ما يكون ذلك أثناء جراحة الدماغ. تسمى هذه الطريقة تخطيطَ كهربية قِشر الدماغ (ECoG). كما أن أحد مجالات الأبحاث الحالية يركّز بشكل مكثف على قياس المجالات الكهربائية للدماغ وتصويرها بتقنيات جديدة، وذلك عن طريق وضع الأقطاب الكهربائية على سطح الجمجمة. لكن لأن الجمجمة نفسها تثبط المجالات الكهربائية، فإن هذه التقنيات تتطلب أجهزة حساسة للغاية ولازالت في مراحلها الأولى. ولعل أكثر تطورات الأبحاث إثارة (أو إخافة، حسب منظورك لها) تظهر في أجهزة الربط بين الدماغ والكمبيوتر. ففي هذا المجال الجديد، يُستخدم النشاط الكهربائي في الدماغ مباشرة للتحكم في أجهزة الكمبيوتر، وتُستخدم مؤثرات خارجية

لإنشاء مجالات كهربائية داخل الدماغ. ويجتهد الباحثون في هذا المجال بهدف مساعدة المرضى للتغلب على الإعاقات البدنية، مثل العمى والشلل.

2.7 التدفق الكهربائي

يمكن أن تتطلب حسابات المجال الكهربائي، كتلك الواردة في مثال 2.3، بعض العمل. لكن في كثير من الحالات الشائعة، خاصة التي تتضمن تماثلاً هندسيًا، يمكن استخدام طريقة فعالة لتحديد المجالات الكهربائية من دون حساب التكاملات بشكل صريح. وتستند هذه الطريقة إلى *قانون جاوس*، وهو يمثل إحدى العلاقات الأساسية الخاصة بالمجالات الكهربائية. حيث سيتيح لنا حل مسائل المجالات الكهربائية، التي تبدو معقدة للغاية، بطريقة سهلة وبسيطة. لكن استخدام قانون جاوس يتطلب استيعاب مفهوم *التدفق الكهربائي*.

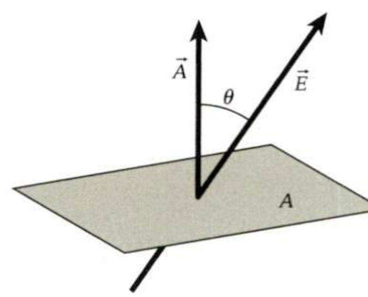


الشكل 2.22 مياه متدفقة بسرعة متجهة مقدارها v عبر حلقة مساحتها A. (a) متجه المساحة مواز للسرعة المتجهة للتدفق. (b) متجه المساحة عند زاوية θ مع السرعة المتجهة للتدفق.

تخيل أنك تمسك حلقةً مساحتها الداخلية A في تيار من المياه يتدفق بسرعة متجهة $\vec{v}$، كما هو موضح في الشكل 2.22. يُعرف متجه المساحة، $\vec{A}$، للحلقة بأنه متجه مقداره A يتجه عموديا على سطح الحلقة. في الشكل 2.22a، متجه مساحة الحلقة مواز للسرعة المتجهة للتدفق، والسرعة المتجهة للتدفق عمودية على سطح الحلقة. ونحصل على كمية الماء المارة عبر الحلقة لكل وحدة زمنية من ناتج ضرب Av حيث v مقدار السرعة المتجهة للتدفق. أما إذا كان سطح الحلقة مائلاً بالنسبة إلى اتجاه المياه المتدفقة (الشكل 2.22b)، فإننا نحصل على كمية الماء المتدفقة عبر الحلقة من خلال الصيغة $Av\cos\theta$، حيث θ الزاوية بين متجه مساحة الحلقة واتجاه السرعة المتجهة للمياه المتدفقة. تُسمى كمية الماء المتدفقة عبر الحلقة *التدفق*، $\Phi = Av\cos\theta = \vec{A}\bullet\vec{v}$. ولأن التدفق هو قياس الحجم لكل وحدة زمنية، فإن وحدته هي المتر مكعب لكل ثانية (m^3/s).

يُشبه المجال الكهربائي المياه المتدفقة. فكّر في مجال كهربائي منتظم مقداره E يمر عبر مساحة معينة A (الشكل 2.23). مرة أخرى، متجه المساحة هو $\vec{A}$، مقداره A واتجاهه عمودي على سطح المساحة. والزاوية θ هي الزاوية المحصورة بين متجه المجال الكهربائي ومتجه المساحة، كما هو موضح في الشكل 2.23. المجال الكهربائي الذي يمر عبر مساحة معينة A يُسمى **التدفق الكهربائي**، ونحصل عليه من خلال المعادلة

$$\Phi = EA\cos\theta \tag{2.13}$$



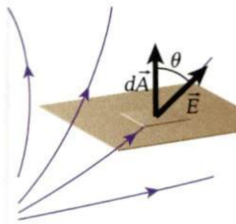
الشكل 2.23 مجال كهربائي منتظم $\vec{E}$ يمر عبر مساحة $\vec{A}$

بلغة مبسطة، يتناسب التدفق الكهربائي طرديًا مع عدد خطوط المجال الكهربائي المارة عبر المساحة. وسنفترض أننا نحصل على المجال الكهربائي من خلال الصيغة $\vec{E}(\vec{r})$ وأن المساحة عبارة عن سطح مغلق، وليس سطحا مفتوحا لحلقة بسيطة كما في الماء المتدفق. في حالة السطح المغلق هذه، نحصل على التدفق الكهربائي الكلي أو محصلته من خلال تكامل المجال الكهربائي على السطح المغلق:

$$\Phi = \oiint \vec{E}\bullet d\vec{A} \tag{2.14}$$

حيث $\vec{E}$ المجال الكهربائي عند كل عنصر مساحة تفاضلي $d\vec{A}$ للسطح المغلق. ويكون اتجاه $d\vec{A}$ إلى خارج السطح المغلق. في المعادلة 2.14، تعني الحلقة الموجودة على التكاملات أن التكامل يُجرى على سطح مغلق، وتشير علامتا التكامل إلى إجراء التكامل على متغيرين. (*ملاحظة:* تستخدم بعض الكتب رموزًا مختلفة للتكامل على سطح مغلق، $\iint_S dA$ أو $\int_S dA$ فقط، لكن هذه الرموز تشير إلى إجراء التكامل نفسه الموضح في المعادلة 2.14 يجب وصف عنصر المساحة التفاضلي $d\vec{A}$ بمتغيرين مكانيين مثل x وy في الإحداثيات الديكارتية أو θ وϕ في الإحداثيات الكروية.

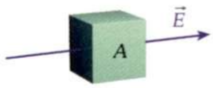
يوضح الشكل 2.24 مجالاً كهربائيًا غير منتظم، $\vec{E}$، يمر عبر عنصر مساحة تفاضلي، $d\vec{A}$. كما يوضح جزءًا من السطح المغلق. والزاوية المحصورة بين المجال الكهربائي وعنصر المساحة التفاضلي هي θ.



الشكل 2.24 مجال كهربائي غير منتظم، $\vec{E}$، يمر عبر مساحة تفاضلية، $d\vec{A}$.

مثال 2.5 تدفق كهربائي عبر مكعب

يوضح الشكل 2.25 مكعبًا مساحة وجهه A في مجال كهربائي منتظم، $\vec{E}$، عمودي على سطح أحد أوجه المكعب.



الشكل 2.25 مكعب مساحة وجهه A في مجال كهربائي غير منتظم، $\vec{E}$.

المسألة

ما محصلة التدفق الكهربائي المار عبر المكعب؟

الحل

المجال الكهربائي في الشكل 2.25 عمودي على سطح أحد أوجه المكعب الستة، ومن ثَمّ فهو عمودي أيضًا على الوجه المقابل له. ويوضح الشكل 2.26a متجهَي المساحة لهذين الوجهين، $\vec{A}_1$ و $\vec{A}_2$. لذا فإن محصلة التدفق الكهربائي المار عبر هذين الوجهَين هي

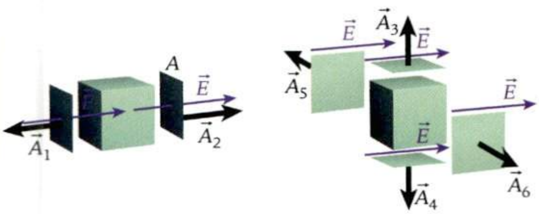
$$\Phi_{12} = \Phi_1 + \Phi_2 = \vec{E} \bullet \vec{A}_1 + \vec{E} \bullet \vec{A}_2 = -EA_1 + EA_2 = 0$$

يأخذ التدفق المار عبر الوجه 1 إشارة سالبة لأن المجال الكهربائي ومتجه المساحة، $\vec{A}_1$، متعاكسان في الاتجاه. أما متجهات المساحة للأوجه الأربعة المتبقية فكلها عمودية على المجال الكهربائي، كما هو موضح في الشكل 2.26b. لذا فإن محصلة التدفق الكهربائي المار عبر هذه الأوجه الأربعة هي

$$\Phi_{3456} = \Phi_3 + \Phi_4 + \Phi_5 + \Phi_6 = \vec{E} \bullet \vec{A}_3 + \vec{E} \bullet \vec{A}_4 + \vec{E} \bullet \vec{A}_5 + \vec{E} \bullet \vec{A}_6 = 0$$

قيمة كل نواتج الضرب القياسية هي صفر لأن متجهات المساحة لهذه الأوجه الأربعة عمودية على المجال الكهربائي. ومن ثم فإن محصلة التدفق الكهربائي المار عبر المكعب هي

$$\Phi = \Phi_{12} + \Phi_{3456} = 0$$



(a) (b)

الشكل 2.26 (a) وجها المكعب العموديان على المجال الكهربائي. متجها المساحة أحدهما مواز للمجال الكهربائي والآخر متواز عكسي معه. (b) الأوجه الأربعة للمكعب الموازية للمجال الكهربائي. متجهات المساحة عمودية على المجال الكهربائي.

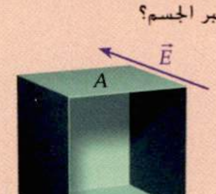
2.8 قانون جاوس

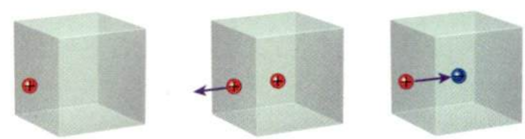
لبدء مناقشتنا حول قانون جاوس، لنتخيل صندوقًا مكعب الشكل (الشكل 2.27a)، مصنوعًا من مادة لا تؤثر في المجالات الكهربائية. إذا وُضعت شحنة اختبار موجبة بالقرب من أي سطح للصندوق، فلن تتأثر بأي قوة. افترض الآن أنه توجد شحنة موجبة داخل الصندوق وأن شحنة الاختبار الموجبة وُضعت بالقرب من سطح الصندوق (الشكل 2.27b). ستتأثر شحنة الاختبار الموجبة بقوة متجهة إلى الخارج ناتجة عن الشحنة الموجبة الموجودة داخل الصندوق. وإذا كانت شحنة الاختبار قريبة من أي سطح للصندوق، فستتأثر بالقوة المتجهة إلى الخارج. وإذا تضاعفت الشحنة الموجبة الموجودة داخل الصندوق، فستتأثر شحنة الاختبار الموجبة بالقرب من أي سطح للصندوق بضعف القوة المتجهة إلى الخارج.

افترض الآن أنه توجد شحنة سالبة داخل الصندوق (الشكل 2.27c). عندما توضع شحنة الاختبار الموجبة بالقرب من أحد أسطح الصندوق، ستتأثر الشحنة بقوة متجهة إلى الداخل. وإذا وُضعت شحنة الاختبار الموجبة بالقرب من أي سطح للصندوق، فستتأثر بقوة متجهة إلى الداخل. وستؤدي مضاعفة الشحنة السالبة داخل الصندوق إلى مضاعفة القوة المتجهة إلى الداخل المؤثرة في شحنة الاختبار الموضوعة بالقرب من أي سطح للصندوق.

سؤال الاختبار الذاتي 2.3

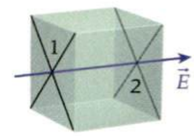
يوضح الشكل مكعبًا مساحة وجهه A ووجهًا ناقصًا للمكعب. يوجد هذا الجسم مكعب الشكل ذو الأوجه الخمسة في مجال كهربائي منتظم، $\vec{E}$، عمودي على وجه واحد. ما محصلة التدفق الكهربائي المار عبر الجسم؟





(a) (b) (c)

الشكل 2.27 ثلاثة صناديق تخيلية مصنوعة من مادة لا تؤثر في المجالات الكهربائية. شحنة اختبار موجبة موضوعة بالقرب من يسار: (a) صندوق فارغ؛ (b) صندوق في داخله شحنة موجبة؛ (c) صندوق في داخله شحنة سالبة.



الشكل 2.28 صندوق فارغ تخيلي في مجال كهربائي منتظم.

عندما نقارن ذلك بالمياه المتدفقة، تبدو خطوط المجال الكهربائي متدفقة إلى خارج الصندوق المحتوي على شحنة موجبة، وإلى داخل الصندوق المحتوي على شحنة سالبة.

لنتخيل الآن صندوقًا فارغًا في مجال كهربائي منتظم (الشكل 2.28). إذا وُضعت شحنة اختبار موجبة بالقرب من الجانب 1، فإنها تتأثر بقوة متجهة إلى الداخل. وإذا وُضعت الشحنة بالقرب من الجانب 2، فإنها تتأثر بقوة متجهة إلى الخارج. ويكون المجال الكهربائي موازيًا للجوانب الأربعة الأخرى، لذا لن تتأثر شحنة الاختبار الموجبة بأي قوة متجهة إلى الداخل أو إلى الخارج إذا وُضعت بالقرب من هذه الجوانب. إذًا عندما نقارن ذلك بالمياه المتدفقة، تكون قيمة محصلة المجال الكهربائي المتدفق إلى داخل الصندوق وإلى خارجه صفرًا.

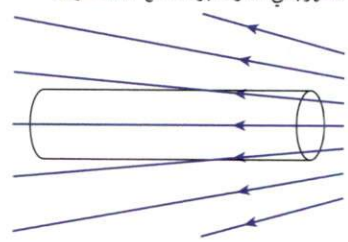
عندما تكون هناك شحنة داخل الصندوق، ستبدو خطوط المجال الكهربائي متدفقة إلى داخل الصندوق أو إلى خارجه. وعندما لا تكون هناك شحنة داخل الصندوق، ستكون قيمة محصلة خطوط المجال الكهربائي المتدفقة إلى داخل الصندوق أو إلى خارجه صفرًا. تقودنا هذه الملاحظات وكذا تعريف التدفق الكهربائي، الذي يُوضح مفهوم تدفق خطوط المجال الكهربائي ويحدِّد كميته، إلى **قانون جاوس:**

$$\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad (2.15)$$

تمثل q هنا الشحنة الكلية داخل سطح مغلق، ويُسمى **سطحًا جاوسيًا**. ويمكن أن يكون السطح المغلق صندوقًا كالذي ذكرناه في مناقشتنا، أو أي سطح مغلق ذي شكل عشوائي. وعادة ما يُختار شكل سطح جاوس لكي يعكس التماثلات التي تتضمنها حالة المسألة.

مراجعة المفاهيم 2.8

وُضعت أسطوانة مصنوعة من مادة عازلة في مجال كهربائي كما هو مبين في الشكل. ستكون محصلة التدفق الكهربائي المار عبر سطح الأسطوانة



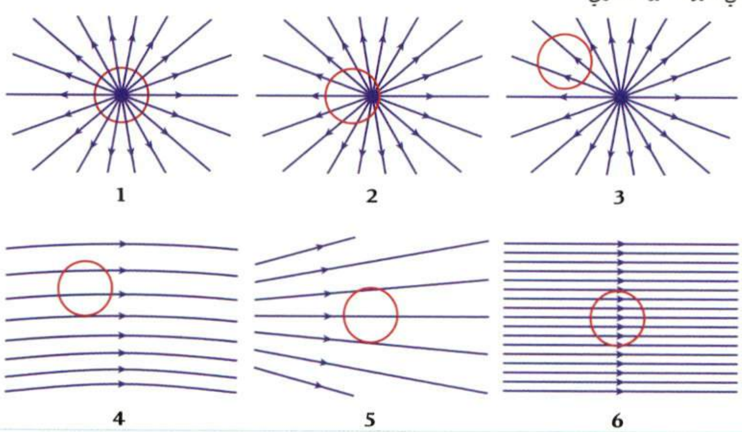
a) موجبة.

b) سالبة.

c) صفرًا.

مراجعة المفاهيم 2.9

الخطوط الموضحة في الشكل هي خطوط مجال كهربائي، والدائرةُ سطح جاوسي. ما الحالة (الحالات) التي يكون التدفق الكهربائي الكلي فيها غير صفري؟



a) 1 فقط

b) 2 فقط

c) 4، 5 و6

d) 6 فقط

e) 1 و2

توجد صيغة أخرى لقانون جاوس تتضمن تعريف التدفق الكهربائي (المعادلة 2.14):

$$\oiint \vec{E} \bullet d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad (2.16)$$

وفقًا للمعادلة 2.16، ينص قانون جاوس على أن تكامل سطح مركبات المجال الكهربائي العمودية على المساحة مضروبًا في المساحة يتناسب طرديًا مع الشحنة الكلية داخل السطح المغلق. قد يبدو هذا التعبير معقدًا، لكنه يبسّط إلى حد كبير في حالات كثيرة ويمكّننا من إجراء عمليات حسابية سريعة جدًا قد تكون معقدة للغاية لولا هذا التعبير.

قانون جاوس وقانون كولوم

يمكننا اشتقاق قانون جاوس من قانون كولوم. ولكي نفعل ذلك، نبدأ بشحنة نقطية موجبة، q. يكون اتجاه المجال الكهربائي الناتج من هذه الشحنة على امتداد أنصاف الأقطار إلى الخارج، كما رأينا في القسم 2.3. ووفقًا لقانون كولوم (القسم 1.5)، يكون مقدار المجال الكهربائي الناتج من هذه الشحنة هو

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

سنجد الآن التدفق الكهربائي المار عبر سطح مغلق والناتج عن هذه الشحنة النقطية. وبالنسبة إلى سطح جاوس، نختار سطحًا كرويًا نصف قطره r، على أن تكون الشحنة في مركز الكرة،

كما هو موضح في الشكل 2.29. يتقاطع المجال الكهربائي الناتج من الشحنة النقطية الموجبة مع كل عنصر تفاضلي لسطح الشكل الكروي الجاوسي بشكل متعامد. لذا عند كل نقطة في هذا سطح جاوس، يتوازى متجه المجال الكهربائي، $\vec{E}$، مع متجه مساحة السطح التفاضلي، $d\vec{A}$. وسيكون متجه مساحة السطح مبتعدًا دائمًا عن سطح جاوس الكروي، لكن يمكن أن يكون متجه المجال الكهربائي إلى الخارج أو إلى الداخل حسب إشارة الشحنة. إذا كانت الشحنة موجبة، فسيكون ناتج الضرب القياسي للمجال الكهربائي وعنصر مساحة السطح هو $\vec{E}\bullet d\vec{A} = E\,dA\cos 0^\circ = E\,dA$. وسيكون التدفق الكهربائي في هذه الحالة، وفقًا للمعادلة 2.14، هو

$$\Phi = \oiint \vec{E}\bullet d\vec{A} = \oiint E\,dA$$

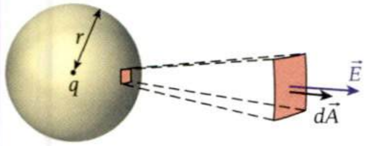
لأن المجال الكهربائي له المقدار نفسه في أي مكان في الفراغ عند مسافة r من الشحنة النقطية q، فيمكننا إخراج E من التكامل:

$$\Phi = \oiint E\,dA = E\oiint dA$$

ما تبقى لدينا الآن لإيجاد قيمته هو تكامل المساحة التفاضلية على سطح كروي، وهو ما نحصل عليه من خلال المعادلة $\oiint dA = 4\pi r^2$. إذًا، حصلنا من قانون كولوم لحالة الشحنة النقطية على التعبير التالي

$$\Phi = (E)\left(\oiint dA\right) = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\right)\left(4\pi r^2\right) = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

وهو نفسه تعبير قانون جاوس في المعادلة 2.15. لقد أثبتنا أنه يمكن اشتقاق قانون جاوس من قانون كولوم للشحنة النقطية الموجبة، لكن من الممكن أيضًا إثبات أن قانون جاوس ينطبق على أي توزيع للشحنة داخل سطح مغلق.



الشكل 2.29 سطح جاوسي كروي نصف قطره r يحيط بشحنة q. يوضح الشكل نظرة عن قرب لعنصر سطح تفاضلي مساحته dA.

سؤال الاختبار الذاتي 2.4

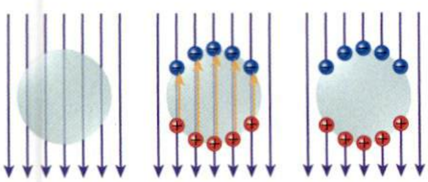
ما التغيرات التي ستحدث في الاشتقاق السابق في قانون جاوس إذا استُخدمت شحنة نقطية سالبة؟

الحماية

تتضح من قانون جاوس نتيجتان مهمتان هما:

1. يكون المجال الكهروستاتيكي داخل أي موصل معزول صفرًا دائمًا.
2. تكون التجاويف الموجودة داخل الموصلات محمية من المجالات الكهربائية.

للتحقق من هاتين النتيجتين، لنفترض وجودَ محصلة مجال كهربائي للحظة ما عند نقطة معينة داخل موصل معزول، انظر الشكل 2.30a. لكن يحتوي كل موصل على إلكترونات حرة داخله (الدوائر الزرقاء في الشكل 2.30b)، وهي تتحرك بسرعة استجابةً لأي محصلة مجال كهربائي خارجي، تاركةً أيونات موجبة الشحنة (الدوائر الحمراء في الشكل 2.30b). ستتحرك الشحنات إلى السطح الخارجي للموصل، ولن تكون هناك أي شحنة متراكمة داخل حجم الموصل. وتنتج هذه الشحنات مجالاً كهربائيًا داخل الموصل (الأسهم الصفراء في الشكل 2.30b)، وستتحرك الشحنات حول السطح إلى أن يلغي المجالُ الكهربائي الناتج عنها المجالَ الكهربائي الخارجي. لذا تصبح محصلة المجال الكهربائي صفرًا في أي نقطة داخل الموصل (الشكل 2.30c).



(a) (b) (c)

الشكل 2.30 الحماية من مجال كهربائي خارجي (ممثل بالأسهم الأرجوانية الرأسية) داخل موصل.

عند صناعة تجويف في جسم موصل، تكون الشحنة الصافية ومن ثَمّ المجال الكهربائي داخل هذا التجويف صفرًا دائمًا، بغض النظر عن شحنة الموصل أو شدة المجال الكهربائي الخارجي المؤثر فيه. لإثبات ذلك، سنفترض أن سطحًا جاوسيًا مغلقًا يحيط بالتجويف، بحيث يكون التجويف كله داخل الموصل. وقد أوضحنا في مناقشتنا السابقة (انظر الشكل 2.30) أن المجال يكون صفرًا عند كل نقطة في هذا السطح. إذًا تكون محصلة التدفق عبر هذا السطح صفرًا أيضًا. ووفقًا لقانون جاوس، نستنتج أنه لا توجد شحنة صافية يحيط بها هذا السطح. فإذا كانت هناك كميات متساوية من الشحنات الموجبة والسالبة على سطح التجويف (ومن ثم لا توجد شحنة صافية)، فلن تكون هذه الشحنة ساكنة، حيث ستنجذب الشحنات الموجبة والسالبة إلى بعضها بعضًا وستتحرك بحرية حول سطح التجويف ليلغي بعضها بعضًا. لذا يكون أي تجويف داخل الموصل محمي تمامًا من أي مجال كهربائي خارجي. ويسمى هذا التأثير أحيانًا **الحماية الكهروستاتيكية**.

من العروض التوضيحية المقنعة حول هذه الحماية وضع وعاء بلاستيكي ممتلئ بقطع فلين صغيرة أعلى مولد فان دي غراف، الذي يعمل كمصدر للمجال الكهربائي القوي (الشكل 2.31a). حيث ينتج عن شحن المولد تراكم شحنة كلية هائلة على القبة، فينتج مجال كهربائي قوي حولها.

مراجعة المفاهيم 2.10

كرة موصلة مجوفة شُحنت في البداية بشحنة سالبة موزعة عليها بالتساوي. وقُرِّبت شحنة موجبة $+q$ إلى الكرة ثم وُضعت في حالة سكون، كما هو موضح في الشكل. ما اتجاه المجال الكهربائي داخل الكرة المجوفة؟

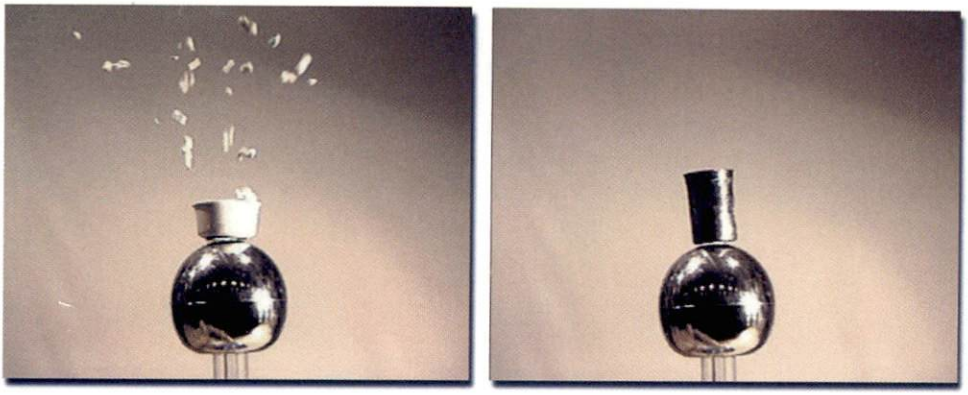
a) →

b) ↑

c) ←

d) ↓

e) المجال يساوي صفرًا.


(a) (b)

الشكل 2.31 وُضعت قطع فلين صغيرة داخل إناء موضوع أعلى مولِّد فان دي غراف، ثُم شُحن المولد. (a) تطايرت قطع الفلين إلى خارج وعاء بلاستيكي غير موصِّل. (b) ظلت قطع الفلين داخل علبة معدنية.

وبسبب هذا المجال، تنفصل الشحنات الموجودة في قطع الفلين بعض الشيء وتكتسب كمية صغيرة من عزم ثنائي القطب. إذا كان المجال منتظمًا، فلن تكون هناك أي قوة مؤثرة في ثنائيات القطب هذه. لكن المجال الكهربائي غير المنتظم يبذل قوة حتى لو كانت قطع الفلين الصغيرة متعادلة كهربيًا. لذا تتطاير قطع الفلين الصغيرة إلى خارج الوعاء. إذا وُضعت قطع الفلين الصغيرة نفسها داخل علبة فلزية مفتوحة، فإنها لا تتطاير عند شحن المولد (الشكل 2.31b). فالمجال الكهربائي يخترق جوانب الوعاء البلاستيكي بسهولة ويصل إلى قطع الفلين الصغيرة، بينما طبقًا لقانون جاوس، يمكن أن يوفر الفلز الموصل حماية داخله ويمنع قطع الفلين الصغيرة من اكتساب عزم ثنائي القطب.

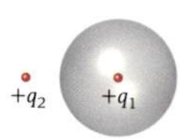
ليس بالضرورة أن يكون الموصل المحيط بالتجويف قطعة معدنية صلبة، بل تكفي شبكة من السلك لتوفير الحماية. يمكن إثبات ذلك بإحدى الطرق المثيرة للدهشة وهي جلوس شخص داخل قفص ثم تعريض القفص لتفريغ كهربائي يشبه البرق (الشكل 2.32). سنجد أن الشخص الجالس داخل القفص لا يتعرض لأي ضرر، حتى لو لمس السطح الفلزي للقفص *من الداخل*. (يجب أن ننتبه إلى أن أي جزء من الجسم يبرز خارج القفص يمكن أن يتعرض لإصابة خطيرة، كأن تلتف قبضة اليد حول أحد قضبان القفص!) يُسمى هذا القفص *قفص فاراداي*، نسبة إلى عالم الفيزياء البريطاني مايكل فاراداي (1791–1867) الذي اخترعه.

كان لقفص فاراداي نتائج مهمة ترتبت عليه، ولعل من أكثرها صلة به أن السيارة تحميك من صاعقة البرق عندما تكون داخلها - إلا إذا كنت تقود سيارة مكشوفة. حيث يوفر اللوح الفلزي والإطار الفولاذي المحيطان بمقصورة الركاب الحمايةَ اللازمة. (لكن مع بداية استخدام الفيبرجلاس والبلاستيك وألياف الكربون كبديل للوحات الفلزية في هياكل السيارات، لم تعد هذه الحماية مضمونة).

الشكل 2.32 شخص داخل قفص فاراداي لا يتعرض لأي ضرر من الجهد الكهربائي الكبير المطبَّق خارج القفص، والذي ينتج شرارة كبيرة. يُجرى هذا العرض التوضيحي عدة مرات يوميًا في المتحف الألماني في ميونيخ في ألمانيا.

مراجعة المفاهيم 2.11

كرة مجوفة وموصِّلة غير مشحونة في البداية. فوُضعت شحنة موجبة، $+q_1$، داخل الكرة كما هو مبين في الشكل. ثم وُضعت شحنة موجبة أخرى، $+q_2$، بالقرب من الكرة لكن من الخارج. أي من العبارات التالية تصف محصلة القوة الكهربائية المؤثرة في كل شحنة؟



a) توجد محصلة قوة كهربائية تؤثر في $+q_2$ لكن لا تؤثر في $+q_1$.

b) توجد محصلة قوة كهربائية تؤثر في $+q_1$ لكن لا تؤثر في $+q_2$.

c) تتأثر كلتا الشحنتين بمحصلة قوة كهربائية متساوية في المقدار والاتجاه.

d) تتأثر كلتا الشحنتين بمحصلة قوة كهربائية متساوية في المقدار ومتعاكسة في الاتجاه.

e) لا توجد محصلة قوة كهربائية تؤثر في أي من الشحنتين.

2.9 حالات خاصة في تماثل توزيع الشحنات

في هذا القسم، سنقوم بإيجاد المجال الكهربائي الناتج عن أجسام مشحونة ذات أشكال مختلفة. وفي القسم 2.5، تم تحديد توزيعات الشحنة لأشكال هندسية مختلفة. انظر المعادلة 2.9. يوضح الجدول 2.1 رموز توزيعات الشحنة هذه ووحداتها.

الجدول 2.1 رموز توزيعات الشحنة

الرمز	الاسم	الوحدة
λ	الشحنة لكل وحدة طول	C/m
σ	الشحنة لكل وحدة مساحة	C/m^2
ρ	الشحنة لكل وحدة حجم	C/m^3

التماثل الأسطواني

باستخدام قانون جاوس، يمكننا حساب مقدار المجال الكهربائي الناتج عن سلك موصل مستقيم وطويل منتظم الشحنة لكل وحدة طول $\lambda > 0$. سنتخيل أولاً سطحًا جاوسيًا على شكل أسطوانة قائمة نصف قطرها r وطولها L تحيط بالسلك بحيث يكون السلك على امتداد محور الأسطوانة (الشكل 2.33). يمكننا تطبيق قانون جاوس على هذا سطح جاوس. من خلال التماثل، نعرف أن المجال الكهربائي الناتج عن السلك يجب أن يكون شعاعيًا وعموديًا على السلك. والاحتجاج بوجود التماثل هنا يحتاج إلى مزيد من التفسير لأن هذه الحُجج شائعة للغاية.

أولاً، نتخيل دوران السلك حول محور على امتداد طوله. سيشمل هذا الدوران كل الشحنات الموجودة في السلك ومجالاتها الكهربائية. لكن سيظل شكل السلك كما هو بعد الدوران بأي زاوية. لذا سيكون المجال الكهربائي الناتج عن الشحنة الموجودة في السلك كما هو أيضًا. نستنتج أن المجال الكهربائي لا يعتمد على زاوية الدوران حول السلك. وهذا استنتاج عام: إذا كان للجسم *تماثل دائري*، فإن المجال الكهربائي لا يعتمد على زاوية الدوران.

ثانيًا، إذا كان السلك طويلاً جدًا، فسيظل شكله كما هو عند أي جزء على امتداد طوله. وإذا لم يتغير السلك فإن مجاله الكهربائي لن يتغير أيضا. وتعني هذه الملاحظة أنه لا يوجد اعتماد على الإحداثي على طول السلك. يُسمى هذا النوع من التماثل *التماثلَ الانتقالي*. ولأنه لا يوجد اتجاه مرجَّح في الفراغ بطول السلك، فلن تكون هناك مركبة مجال كهربائي موازية للسلك.

لنعد إلى سطح جاوس. نلاحظ أن طرفي الأسطوانة لا يضيفان أي قيمة إلى التكامل في قانون جاوس (المعادلة 2.16) لأن المجال الكهربائي موازٍ لهذين السطحين ومن ثم فهو عمودي على المتجهات العمودية على السطح. إن المجال الكهربائي عمودي على جدار الأسطوانة عند أي نقطة. لذا نحصل على

$$\oiint \vec{E} \bullet d\vec{A} = EA = E(2\pi rL) = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0}$$

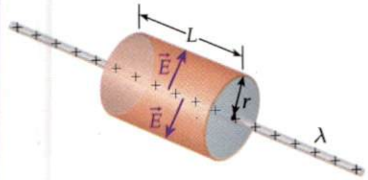
حيث $2\pi rL$ مساحة جدار الأسطوانة. وبحل هذه المعادلة، سنوجد مقدار المجال الكهربائي الناتج عن سلك طويل مستقيم ومنتظم الشحنة:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} = \frac{2k\lambda}{r} \quad (2.17)$$

حيث r المسافة العمودية على السلك. بالنسبة إلى $\lambda < 0$، تنطبق المعادلة 2.17 أيضًا، لكن سيكون اتجاه المجال الكهربائي إلى الداخل لا إلى الخارج. لاحظ أن هذه هي النتيجة نفسها التي حصلنا عليها في مثال 2.3 للمجال الكهربائي الناتج عن سلك ذي طول لانهائي - لكن حصلنا عليها هنا بطريقة أسهل بكثير!

بدأتَ تلاحظ القوة الحسابية الكبيرة التي يتضمنها قانون جاوس، والتي يمكن استخدامها لحساب المجال الكهربائي الناتج عن كل أنواع توزيعات الشحنة، المنفصلة والمتصلة. لكن من العملي استخدام قانون جاوس فقط في الحالات التي يمكنك فيها الاستفادة من حالات التماثل؛ وإلا فسيكون حساب التدفق صعبًا للغاية.

من المفيد المقارنة بين اعتماد المجال الكهربائي على المسافة من شحنة نقطية واعتماده على المسافة من سلك طويل مستقيم. فبالنسبة إلى الشحنة النقطية، يتناقص المجال الكهربائي مع مربع المسافة، أسرع بكثير من تناقص المجال الكهربائي الناتج عن السلك الطويل، حيث يقل في تناسب عكسي مع المسافة.



الشكل 2.33 سلك طويل بشحنة لكل وحدة طول λ محاط بسطح جاوسي في شكل أسطوانة قائمة نصف قطرها r وطولها L. يوضح الشكل تمثيلات لمتجهات المجال الكهربائي داخل الأسطوانة.

مراجعة المفاهيم 2.12

وُضع إجمالي $1.45 \cdot 10^6$ من الإلكترونات الفائضة على سلك متعادل كهربائيًا في البداية طوله 1.13 m. ما مقدار المجال الكهربائي عند نقطة على مسافة عمودية 0.401 m من منتصف السلك؟ (*تلميح:* افترض أن الطول 1.13 m قريب بما يكفي من "الطول اللانهائي").

a) $9.21 \cdot 10^{-3}$ N/C

b) $2.92 \cdot 10^{-1}$ N/C

c) $6.77 \cdot 10^{1}$ N/C

d) $8.12 \cdot 10^{2}$ N/C

e) $3.31 \cdot 10^{3}$ N/C

سؤال الاختبار الذاتي 2.5

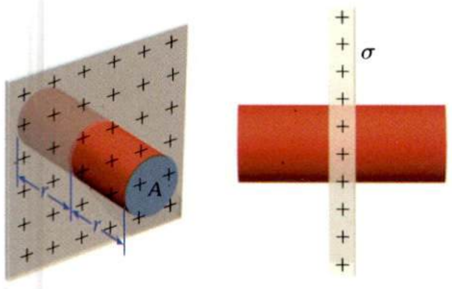
كيف ستتغير الإجابة عن سؤال مراجعة المفاهيم 2.12 إذا لم نفترض أن السلك يمكن معاملته كسلك ذي طول لانهائي؟ (*تلميح:* انظر مثال 2.3).

التماثل السطحي

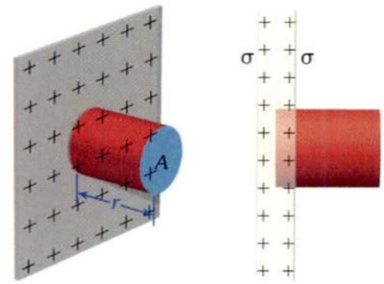
افترض أن لوحًا مسطحًا رقيقًا وغير موصل، مساحته لانهائية ويحمل شحنة موجبة (الشكل 2.34)، وشحنته منتظمة لكل وحدة مساحة $\sigma > 0$. لنقم بإيجاد المجال الكهربائي الذي يبعد مسافة r عن سطح مستوى الشحنة اللانهائي هذا.

للقيام بذلك، نختار سطحًا جاوسيًا في شكل أسطوانة قائمة مغلقة، مساحة مقطعها العرضي A وطولها $2r$، تقطع المستوى بشكل عمودي كما هو موضح في الشكل 2.34. لأن المستوى لانهائي والشحنة موجبة، يجب أن يكون المجال الكهربائي عموديًا على طرفي الأسطوانة وموازيًا لجدارها. باستخدام قانون جاوس، نحصل على

$$\oiint \vec{E} \bullet d\vec{A} = (EA + EA) = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$



الشكل 2.34 لوح مستوٍ لانهائي وغير موصل كثافة شحنته σ. ويقطع المستوى بشكلٍ متعامدٍ سطحٌ جاوسي في شكل أسطوانة قائمة ذات مقطع عرضي مساحته A موازٍ للمستوى، وذاتُ ارتفاع r أعلى المستوى وأسفله.



الشكل 2.35 مستوى موصّل لانهائي كثافة شحنته σ على كلا السطحين، ويحيط بأحد طرفيّ سطح جاوسي على شكل أسطوانة قائمة.

حيث σA الشحنة المحاطة بالأسطوانة. لذا سيكون مقدار المجال الكهربائي الناتج عن مستوى شحنة لانهائي هو

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \tag{2.18}$$

إذا كان $\sigma < 0$، فإن المعادلة 2.18 ستنطبق أيضًا، لكن سيكون المجال الكهربائي في اتجاه المستوى لا مبتعدًا عنه.

بالنسبة إلى لوح موصل لانهائي كثافة شحنته $\sigma > 0$ على كل سطح، يمكننا إيجاد المجال الكهربائي باختيار سطح جاوسي في شكل أسطوانة قائمة. لكن بالنسبة إلى هذه الحالة، يحيط بالموصل بأحد طرفيّ الأسطوانة (الشكل 2.35). والمجال الكهربائي داخل الموصل يساوي صفرًا. لذا لا يوجد تدفق عبر طرف الأسطوانة المحاط بالموصل. كما أن المجال الكهربائي خارج الموصل يجب أن يكون عموديًا على السطح ومن ثم موازيًا لجدار الأسطوانة وعموديًا على طرفها الموجود خارج الموصل. إذًا، يكون التدفق عبر سطح جاوس هو EA. ونحصل على الشحنة المحاطة من خلال الصيغة σA. لذا يصبح قانون جاوس كما يلي

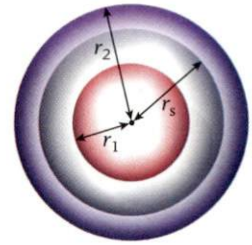
$$\oiint \vec{E} \bullet d\vec{A} = EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

إذًا، مقدار المجال الكهربائي خارج سطح الموصل المسطح المشحون هو

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \tag{2.19}$$

التماثل الكروي

لإيجاد المجال الكهربائي الناتج عن توزيع كروي متماثل للشحنة، سنفكر في هيكل كروي رقيق شحنته $q > 0$ ونصف قطره r_s (الشكل 2.36).



الشكل 2.36 هيكل كروي مشحون نصف قطره r_s وسطح جاوسي نصف قطره $r_2 > r_s$ وسطح جاوسي آخر نصف قطره $r_1 < r_s$.

نستخدم هنا سطحًا جاوسيًا كرويًا فيه $r_2 > r_s$ ومتحد المركز مع الكرة المشحونة. بتطبيق قانون جاوس، نحصل على

$$\oiint \vec{E} \bullet d\vec{A} = E\left(4\pi r_2^2\right) = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

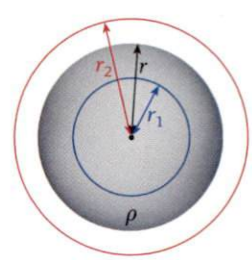
يمكننا إيجاد مقدار المجال الكهربائي، E، وهو

$$E = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\frac{q}{r_2^2}$$

إذا كان $q > 0$، فسيتجه المجال شعاعيًا نحو الأسطح الكروية لا مبتعدًا عنها. وبالنسبة إلى سطح جاوس الكروي الآخر، الذي فيه $r_s > r_1$، ومتحد المركز أيضًا مع الهيكل الكروي المشحون، فإننا نحصل على

$$\oiint \vec{E} \bullet d\vec{A} = E\left(4\pi r_1^2\right) = 0$$

لذا يكون سلوك المجال الكهربائي خارج الهيكل الكروي للشحنة كما لو كانت الشحنة شحنة نقطية تقع في مركز الكرة، بينما يكون المجال الكهربائي صفرًا داخل الهيكل الكروي للشحنة.



الشكل 2.37 توزيع كروي للشحنة بشحنة منتظمة لكل وحدة حجم ρ ونصف قطر r. ويوضح الشكل أيضًا سطحين كرويين جاوسيين، أحدهما بنصف قطر $r > r_1$، والآخر بنصف قطر $r < r_2$.

لنقم الآن بإيجاد المجال الكهربائي الناتج عن الشحنة الموزعة بالتساوي على الحجم الكروي، بكثافة شحنة منتظمة $\rho > 0$ (الشكل 2.37). نصف قطر الكرة هو r. ونستخدم سطحًا جاوسيًا في شكل كرة نصف قطرها $r > r_1$. من خلال تماثل توزيع الشحنة، نعرف أن المجال الكهربائي الناتج عن الشحنة عمودي على سطح جاوس. لذا يمكننا كتابة الصيغة التالية

$$\oiint \vec{E} \bullet d\vec{A} = E\left(4\pi r_1^2\right) = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\left(\frac{4}{3}\pi r_1^3\right)$$

حيث $4\pi r_1^2$ مساحة سطح جاوس الكروي، و$\frac{4}{3}\pi r_1^3$ الحجم المحاط بسطح جاوس. من المعادلة السابقة، نحصل على المجال الكهربائي عند نصف قطر r_1 داخل توزيع منتظم للشحنة:

$$E = \frac{\rho r_1}{3\varepsilon_0} \tag{2.20}$$

يمكننا أن نسمّي الشحنة الكلية للكرة q_t، وهي تساوي الحجم الكلي للتوزيع الكروي للشحنة مضروبًا في كثافة الشحنة:

$$q_t = \rho \frac{4}{3}\pi r^3$$

ومن ثَمَّ فإن الشحنة المحاطة بسطح جاوس هي

$$q = \frac{r_1 \text{ الحجم داخل}}{\text{حجم توزيع الشحنة}} q_t = \frac{\frac{4}{3}\pi r_1^3}{\frac{4}{3}\pi r^3} q_t = \frac{r_1^3}{r^3} q_t$$

من خلال هذا التعبير للشحنة المحاطة، يمكننا إعادة كتابة قانون جاوس لهذه الحالة بالصيغة التالية

$$\oiint \vec{E} \bullet d\vec{A} = E\left(4\pi r_1^2\right) = \frac{q_t}{\varepsilon_0}\frac{r_1^3}{r^3}$$

التي تُعطينا

$$E = \frac{q_t r_1}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = \frac{k q_t r_1}{r^3} \quad (2.21)$$

إذا افترضنا أن سطح جاوس نصف قطره أكبر من نصف قطر توزيع الشحنة، $r_2 > r$، فيمكننا تطبيق قانون جاوس على النحو التالي:

$$\oiint \vec{E} \bullet d\vec{A} = E\left(4\pi r_2^2\right) = \frac{q_t}{\varepsilon_0}$$

أو

$$E = \frac{q_t}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2} = \frac{k q_t}{r_2^2} \quad (2.22)$$

إذًا، يتماثل المجال الكهربائي خارج توزيع كروي للشحنة مع المجال الناتج عن شحنة نقطية بالمقدار نفسه مجمَّعةً في مركز هذه الكرة.

سؤال الاختبار الذاتي 2.6

افترض كرة نصف قطرها R ولها شحنة q موزَّعة بانتظام على حجم الكرة. ما مقدار المجال الكهربائي عند نقطة تبعد $2R$ عن مركز الكرة؟

مسألة محلولة 2.4 توزيع كروي غير منتظم للشحنة

نحصل على التوزيع الكروي المتماثل وغير المنتظم للشحنة من خلال المعادلة

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_0\left(1-\dfrac{r}{R}\right) & \text{عندما } r \le R \\ 0 & \text{عندما } r > R \end{cases}$$

حيث $\rho_0 = 10.0\ \mu\text{C/m}^3$ و $R = 0.250$ m.

المسألة

ما المجال الكهربائي الناتج من توزيع الشحنة هذا عند $r_1 = 0.125$ m وعند $r_2 = 0.500$ m؟

الحل

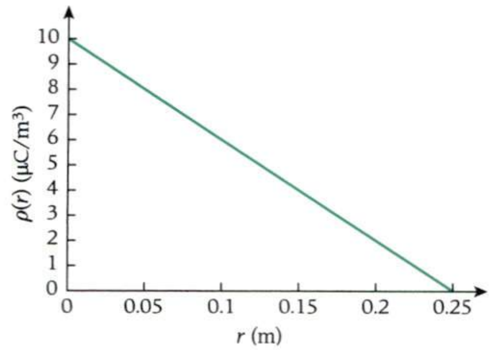
فكّر يمكننا استخدام قانون جاوس لإيجاد المجال الكهربائي كدالة نصف قطر إذا استخدمنا سطحًا جاوسيًا كرويًا. يقع نصف القطر $r_1 = 0.125$ m داخل توزيع الشحنة. ونحصل على الشحنة المحاطة بالسطح الكروي عند $r = r_1$ من خلال تكامل كثافة الشحنة من $r = 0$ إلى $r = r_1$. أما المجال الكهربائي خارج التوزيع الكروي للشحنة فهو يتماثل مع المجال الناتج عن شحنة نقطية متساوية في المقدار مع الشحنة الكلية للتوزيع الكروي.

ارسم يوضح الشكل 2.38 تمثيل كثافة الشحنة، ρ، كدالة لنصف القطر r.

ابحث يخبرنا قانون جاوس (المعادلة 2.16) أن $\oiint \vec{E} \bullet d\vec{A} = q/\varepsilon_0$. وداخل التوزيع الكروي غير المنتظم للشحنة عند نصف القطر $r_1 < R$، يصبح قانون جاوس كما يلي

$$\varepsilon_0 E\left(4\pi r_1^2\right) = \int_0^{V_1} \rho(r)\, dV = \int_0^{r_1} \rho_0\left(1-\frac{r}{R}\right)\left(4\pi r^2\right) dr \quad \text{(i)}$$

– يُتبع



الشكل 2.38 كثافة الشحنة كدالة لنصف القطر لتوزيع كروي غير منتظم للشحنة.

بإجراء التكامل على الطرف الأيمن من المعادلة (i)، نحصل على

$$\int_0^{r_1} \rho_0\left(1-\frac{r}{R}\right)\left(4\pi r^2\right)dr = 4\pi\rho_0\int_0^{r_1}\left(r^2-\frac{r^3}{R}\right)dr = 4\pi\rho_0\left(\frac{r_1^3}{3}-\frac{r_1^4}{4R}\right) \qquad \text{(ii)}$$

حوّل إلى أبسط صورة نحصل على المجال الكهربائي الناتج عن الشحنة داخل $r_1 \leq R$ من خلال المعادلة

$$E = \frac{4\pi\rho_0\left(\dfrac{r_1^3}{3}-\dfrac{r_1^4}{4R}\right)}{\varepsilon_0\left(4\pi r_1^2\right)} = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\frac{r_1}{3}-\frac{r_1^2}{4R}\right) \qquad \text{(iii)}$$

لحساب المجال الكهربائي الناتج عن الشحنة داخل $r_2 > R$، نحتاج إلى الشحنة الكلية الموجودة داخل التوزيع الكروي للشحنة. ويمكننا الحصول على الشحنة الكلية باستخدام المعادلة (ii) حيث $r_1 = R$:

$$q_t = 4\pi\rho_0\left(\frac{R^3}{3}-\frac{R^4}{4R}\right) = 4\pi\rho_0\left(\frac{R^3}{3}-\frac{R^3}{4}\right) = 4\pi\rho_0\frac{R^3}{12} = \frac{\pi\rho_0 R^3}{3}$$

ومن ثَمّ يكون المجال الكهربائي خارج التوزيع الكروي للشحنة $(r_2 > R)$ هو

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_t}{r_2^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\frac{1}{3}\pi\rho_0 R^3}{r_2^2} = \frac{\rho_0 R^3}{12\varepsilon_0 r_2^2} \qquad \text{(iv)}$$

احسب المجال الكهربائي عند $r_1 = 0.125$ m هو

$$E = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\frac{r_1}{3}-\frac{r_1^2}{4R}\right) = \frac{10.0\ \mu\text{C/m}^3}{8.85\cdot 10^{-12}\,\text{C}^2/\text{N m}^2}\left(\frac{0.125\ \text{m}}{3}-\frac{(0.125\ \text{m})^2}{4(0.250\ \text{m})}\right) = 29{,}425.6\ \text{N/C}$$

والمجال الكهربائي عند $r_2 = 0.500$ m هو

$$E = \frac{\rho_0 R^3}{12\varepsilon_0 r_2^2} = \frac{\left(10.0\ \mu\text{C/m}^3\right)(0.250\ \text{m})^3}{12\left(8.85\cdot 10^{-12}\,\text{C}^2/\text{N m}^2\right)(0.500\ \text{m})^2} = 5885.12\ \text{N/C}$$

قرّب سنقرب النتيجة التي توصلنا إليها إلى ثلاثة أرقام معنوية. إذًا المجال الكهربائي عند $r_1 = 0.125$ m هو

$$E = 2.94\cdot 10^4\ \text{N/C}$$

والمجال الكهربائي عند $r_2 = 0.500$ m هو

$$E = 5.89\cdot 10^3\ \text{N/C}$$

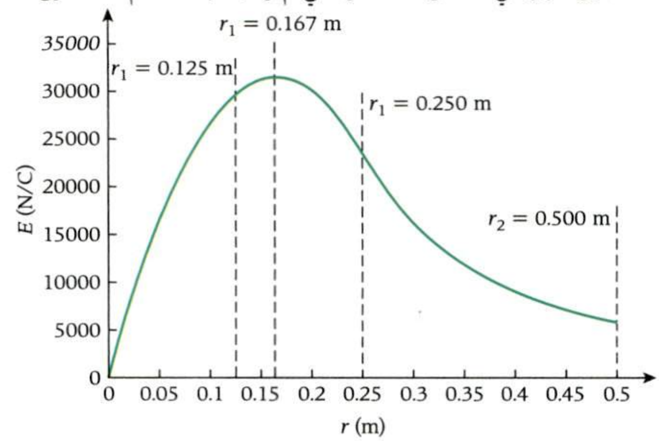
تحقق ثانية يمكن حساب المجال الكهربائي عند $r_1 = R$ باستخدام المعادلة (iii):

$$E = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\frac{R}{3}-\frac{R^2}{4R}\right) = \frac{\rho_0 R}{12\varepsilon_0} = \frac{\left(10.0\ \mu\text{C/m}^3\right)(0.250\ \text{m})}{12\left(8.85\cdot 10^{-12}\,\text{C}^2/\text{N m}^2\right)} = 2.35\cdot 10^4\ \text{N/C}$$

يمكننا أيضًا استخدام المعادلة (iv) لإيجاد المجال الكهربائي خارج التوزيع الكروي للشحنة والقريب جدًا من السطح، حيث $r_2 \approx R$:

$$E = \frac{\rho_0 R^3}{12\varepsilon_0 R^2} = \frac{\rho_0 R}{12\varepsilon_0}$$

وهي النتيجة نفسها التي حصلنا عليها باستخدام نتيجة $r_1 \le R$. المجال الكهربائي الذي تم حسابه عند سطح توزيع الشحنة أقل منه عند $r_1 = 0.125$، وهو ما قد يبدو معاكسًا للتوقعات. يوضح فكرةَ اعتماد مقدار E على r التمثيلُ الوارد في الشكل 2.39، والذي تم رسمه باستخدام المعادلتين (iii) و(iv).



تلاحظ أن النتيجة التي توصلنا إليها باستخدام $r_1 = 0.125$ m أقل من أقصى قيمة للمجال الكهربائي. لكن يمكننا حساب نصف القطر الذي تكون عنده أقصى قيمة من خلال تفاضل المعادلة (iii) بالنسبة إلى r_1، ومساواة النتيجة بالصفر ثم إيجاد r_1:

$$\frac{dE}{dr_1} = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\frac{1}{3} - \frac{r_1}{2R}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{3} = \frac{r_1}{2R} \Rightarrow r_1 = \frac{2}{3}R$$

لذا نتوقع أقصى قيمة للمجال الكهربائي عند $r_1 = \frac{2}{3}R = 0.167$ m. والتمثيل الوارد في الشكل 2.39 يوضح بالفعل أقصى قيمة عند نصف القطر هذا. كما يوضح أن قيمة E عند $r = 0.250$ أقل منها عند $r = 0.125$ كما وجدنا في العملية الحسابية التي قمنا بها. ومن ثَمَّ، تبدو الإجابات التي توصلنا إليها منطقية.

مراجعة المفاهيم 2.14

افترض أن كرة مجوفة غير مشحونة مصنوعة من عازل مثالي، ككرة البنج بونغ، مستقرة على عازل مثالي. ثم وُضعت كمية صغيرة من الشحنة السالبة (مئات الإلكترونات مثلاً) عند القطب الشمالي للكرة. إذا أمكنك التحقق من توزيع الشحنة بعد ثوانٍ قليلة، فماذا ستكتشف؟

a) اختفت كل الشحنات المضافة وتكون الكرة متعادلة كهربائيًا مرة أخرى.

b) انتقلت كل الشحنة المضافة إلى مركز الكرة.

c) وُزِّعت كل الشحنة المضافة بانتظام على سطح الكرة.

d) لازالت الشحنة المضافة موجودة في مكانها عند القطب الشمالي للكرة أو قريبة جدًا منه.

e) تتحرك الشحنة المضافة في شكل ذبذبة توافقية بسيطة على خط مستقيم بين القطبين الشمالي والجنوبي للكرة.

الحواف الحادة ومانعات الصواعق

لقد رأينا بالفعل أن المجال الكهربائي عمودي على سطح موصل. (وللتأكيد، إذا كانت هناك مركبة مجال موازية لسطح الموصل، فستتحرك الشحنات داخل الموصل حتى تصل إلى الاتزان، مما يعني أنه لن تكون هناك مركبة قوة أو مجال كهربائي في اتجاه الحركة، أي على امتداد سطح الموصل). يوضح الشكل 2.40a توزيع الشحنات على سطح طرف موصل مدبب. لاحظ أن الشحنات تكون أقرب إلى بعضها عند الطرف الحاد، حيث يكون الانحناء أكبر ما يكون. بالقرب من هذا الطرف الحاد للموصل، يكون المجال الكهربائي أشبه ما يكون بالمجال الناتج عن شحنة نقطية، مع انتشار خطوط المجال شعاعيًا (الشكل 2.40b). ولأن خطوط المجال تكون أقرب إلى بعضها بالقرب من النقطة الحادة على الموصل، فإن المجال يكون أقوى بالقرب من الطرف الحاد عنه على الجزء المسطح للموصل.

الشكل 2.39 المجال الكهربائي الناتج عن توزيع كروي غير منتظم للشحنة كدالة للمسافة من مركز الكرة.

مراجعة المفاهيم 2.13

افترض أن كرة فولاذية مصمتة وغير مشحونة، كإحدى الكرات الفولاذية المستخدمة في لعبة الكرة والدبابيس القديمة، موضوعة او مستقرة على عازل مثالي. ثم وُضعت كمية صغيرة من الشحنة السالبة (مئات الإلكترونات مثلاً) عند القطب الشمالي للكرة. إذا أمكنك التحقق من توزيع الشحنة بعد ثوانٍ قليلة، فماذا ستكتشف؟

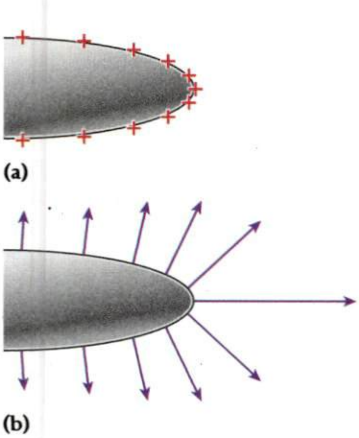
a) اختفت كل الشحنة المضافة وأصبحت الكرة متعادلة كهربائيًا مرة أخرى.

b) انتقلت كل الشحنة المضافة إلى مركز الكرة.

c) وُزِّعت كل الشحنة المضافة بانتظام على سطح الكرة.

d) لازالت الشحنة المضافة موجودة في مكانها عند القطب الشمالي للكرة أو قريبة جدًا منه.

e) تتحرك الشحنة المضافة في شكل ذبذبة توافقية بسيطة على خط مستقيم بين القطبين الشمالي والجنوبي للكرة.



الشكل 2.40 طرف حاد لموصل (بانحناء كبير)؛ (a) توزيع الشحنات؛ (b) مجال كهربائي عند سطح الموصل.

اقترح بنيامين فرانكلين استخدام القضبان الفلزية ذات النقاط الحادة كمانعات للصواعق. واستنتج أن النقاط الحادة ستبدد الشحنات الكهربائية التي تتراكم أثناء العواصف، مما يمنع تفريغ شحنة البرق. عندما قام فرانكلين بتركيب مانعات الصواعق هذه، أصابت ضربة البرق هذه القضبان بدلاً من المباني التي تم تركيبها عليها. لكن أشارت النتائج الحديثة إلى أن مانعات الصواعق التي تُستخدم لحماية المنشآت من البرق يجب أن تكون ذات نهايات دائرية مصمتة. فعندما تُشحن مانعة الصواعق ذات النقطة الحادة أثناء حدوث عاصفة رعدية، تُنتِج مجالاً كهربائيًا قويًا يعمل على تأيُّن الهواء عنده، فتنتج حالة تسبب البرق. وبشكل معاكس، تكون مانعات الصواعق ذات النهايات الدائرية فعالة في حماية المنشآت من البرق ولا تزيد من ضربات البرق. ويجب تأريض أي مانعة للصواعق بشكل جيد لكي تحمل الشحنة الناجمة من ضربة البرق بعيدًا عن المنشأة المثبتة عليها مانعة الصواعق.

ما تعلمناه | دليل المذاكرة للاختبار

- نحصل على القوة الكهربائية، $\vec{F}(\vec{r})$، المؤثرة في شحنة، q، والناتجة عن مجال كهربائي، $\vec{E}(\vec{r})$، من خلال المعادلة $\vec{F}(\vec{r}) = q\vec{E}(\vec{r})$
- المجال الكهربائي عند أي نقطة يساوي مجموع المجالات الكهربائية من كل المصادر: $\vec{E}_t(\vec{r}) = \vec{E}_1(\vec{r}) + \vec{E}_2(\vec{r}) + \cdots + \vec{E}_n(\vec{r})$
- نحصل على مقدار المجال الكهربائي الناتج من شحنة نقطية q على مسافة r من خلال الصيغة $E(r) = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{|q|}{r^2} = \dfrac{k|q|}{r^2}$

  وينتشر المجال الكهربائي في شكل خطوط شعاعية خارجة من الشحنة النقطية الموجبة وداخلة إلى الشحنة السالبة.
- ثنائي القطب الكهربائي هو نظام مكوَّن من جسيمين نقطيين مشحونَين بشحنتَين (متساويتين في المقدار) ومختلفتين في الإشارة. نحصل على المقدار، p، لعزم ثنائي القطب الكهربائي من خلال المعادلة $p = qd$، حيث q مقدار أي من الشحنتين وd المسافة الفاصلة بينهما. ويكون عزم ثنائي القطب الكهربائي عبارة عن متجه يتجه من الشحنة السالبة إلى الشحنة الموجبة. وعلى محور ثنائي القطب، يُنتِج ثنائي القطب مجالاً كهربائيًا مقداره $E = \dfrac{p}{2\pi\epsilon_0|x|^3}$، حيث $|x| \gg d$.
- ينص قانون جاوس على أن التدفق الكهربائي عبر سطح مغلق بالكامل يساوي الشحنة المحاطة بالسطح مقسومة على ϵ_0: $\oint\!\!\oint \vec{E}\bullet d\vec{A} = \dfrac{q}{\epsilon_0}$
- نحصل على المجال الكهربائي التفاضلي من خلال المعادلة $dE = k\dfrac{dq}{r^2}$، والشحنة التفاضلية هي

$$\left.\begin{array}{l}\text{على امتداد خط}\\ \text{على السطح}\\ \text{على الحجم}\end{array}\right\} \text{لتوزيع الشحنة} \left\{\begin{array}{l} dq = \lambda\, dx\\ dq = \sigma\, dA\\ dq = \rho\, dV\end{array}\right.$$

- نحصل على مقدار المجال الكهربائي عند مسافة r من سلك طويل ومستقيم بكثافة شحنة خطية منتظمة $0 < \lambda$ من خلال الصيغة $E = \dfrac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} = \dfrac{2k\lambda}{r}$
- مقدار المجال الكهربائي الناتج عن سطح غير موصل لانهائي كثافة شحنته المنتظمة $0 < \sigma$ هو $E = \frac{1}{2}\sigma/\epsilon_0$.
- مقدار المجال الكهربائي الناتج عن سطح موصل لانهائي كثافة شحنته المنتظمة $0 < \sigma$ على كلا الجانبين هو $E = \sigma/\epsilon_0$.
- المجال الكهربائي داخل موصل مغلق يساوي صفرًا.
- يتماثل المجال الكهربائي خارج توزيع كروي للشحنة مع المجال الناتج عن شحنة نقطية بالمقدار نفسه مجمَّعةً في مركز هذه الكرة.

إجابات أسئلة الاختبار الذاتي

2.1 يتجه المجال الكهربائي إلى أسفل عند النقاط A وC وE، وإلى أعلى عند النقطتين B وD. (يوجد مجال كهربائي عند النقطة E، حتى لو لم يكن هناك خط مرسوم عندها؛ فخطوط المجال ما هي إلا تمثيلات نموذجية للمجال الكهربائي، الذي يوجد أيضًا بين خطوط المجال). ويكون مقدار المجال أكبر ما يكون عند النقطة E، وهو ما يمكن استنتاجه من وقوعها في المكان الذي تكون فيه كثافة خطوط المجال أعلى ما يكون.

2.2 ينتج عن القوتين المؤثرتين في الشحنتين داخل المجال الكهربائي عزم دوران في ثنائي القطب الكهربائي حول مركز الكتلة، ونحصل عليه من خلال المعادلة

$$\tau = (\text{القوة}_+)(\text{ذراع العزم}_+)(\sin\theta) + (\text{القوة}_-)(\text{ذراع العزم}_-)(\sin\theta)$$

وطول ذراع العزم في كلتا الحالتين $\frac{1}{2}d$، ومقدار القوة هو $F = qE$ لكلتا الشحنتين. لذا فإن عزم الدوران في ثنائي القطب الكهربائي هو

$$\tau = qE\left(\frac{d}{2}\sin\theta\right) + qE\left(\frac{d}{2}\sin\theta\right) = qEd\sin\theta$$

2.3 محصلة التدفق الكهربائي المار عبر الجسم هي EA. تذكر أن الجسم ليس سطحًا مغلقًا؛ وإلا فستكون النتيجة صفرًا.

2.4 تتغير إشارة ناتج الضرب القياسي لأن المجال الكهربائي سيتجه شعاعيًا إلى الداخل: $\vec{E} \bullet d\vec{A} = EdA\cos 180° = -EdA$. لكن مقدار المجال الكهربائي الناتج عن الشحنة السالبة سيكون $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{-q}{r^2}$ والإشارتان السالبتان ستلغي كل منهما الأخرى. مما يعطي النتائج نفسها لقانوني كولوم وجاوس للشحنة النقطية، بغض النظر عن إشارة الشحنة.

2.5 بالنسبة إلى سلك بطول لانهائي، فإن $E_y = \dfrac{2k\lambda}{y}$.

وبالنسبة إلى سلك بطول محدد، فإن $E_y = \dfrac{2k\lambda}{y}\dfrac{a}{\sqrt{y^2+a^2}}$

وباستخدام القيم المعطاة في "مراجعة المفاهيم 2.12"، فإن $\dfrac{a}{\sqrt{y^2+a^2}} = \dfrac{0.565}{\sqrt{0.401^2+0.565^2}} = 0.815$ لذا سيتغير تقريب "الطول اللانهائي" بمقدار ‎~18%‎.

2.6 تمثل الكرة المشحونة شحنةً نقطية، لذا سيكون المجال الكهربائي عند $2R$ هو

$$E = k\frac{q}{(2R)^2} = k\frac{q}{4R^2}$$

إرشادات حل المسائل

1. تأكد من التمييز بين النقطة التي ينشأ عندها مجال كهربائي والنقطة التي نوجد عندها المجال الكهربائي.

2. توجد بعض الإرشادات المماثلة للتعامل مع الشحنات والقوى الكهروستاتيكية تنطبق أيضًا على المجالات الكهربائية: استخدم التماثل لتبسيط العمليات الحسابية؛ وتذكر أن المجال يتكون من متجهات، لذا يتعين عليك استخدام العمليات على المتجهات بدلاً من عمليتي الجمع والضرب وغيرها من العمليات البسيطة؛ وحوّل الوحدات إلى المتر والكولوم لتتسق مع قيم الثوابت المعطاة.

3. تذكر استخدام الصيغة الصحيحة لكثافة الشحنة في حسابات المجال: λ لكثافة الشحنة الخطية وσ لكثافة شحنة السطح وρ لكثافة شحنة الحجم.

4. مفتاح استخدام قانون جاوس هو اختيار الشكل الصحيح للسطح الجاوسي للاستفادة من التماثل الذي تتضمنه حالة المسألة. وعادة ما تكون الأسطح الجاوسية المكعبة والأسطوانية والكروية مفيدة.

5. في حالات كثيرة، يمكنك تقسيم سطح جاوس إلى عناصر سطحية إما عمودية على خطوط المجال الكهربائي أو موازية لها. وإذا كانت خطوط المجال عمودية على السطح، فسيكون التدفق الكهربائي ببساطة هو شدة المجال مضروبة في المساحة EA أو $-EA$ إذا كان اتجاه المجال إلى الداخل لا إلى الخارج. أما إذا كانت خطوط المجال موازية للسطح، فسيكون التدفق عبر هذا السطح صفرًا. والتدفق الكلي هو مجموع التدفق عبر كل عنصر من عناصر سطح جاوس. تذكر أنه إذا كان التدفق عبر سطح جاوسي يساوي صفرًا، فهذا لا يعني بالضرورة أن المجال الكهربائي يساوي صفرًا.

أسئلة الاختيار من متعدد

2.1 لاستخدام قانون جاوس لحساب المجال الكهربائي الناتج عن توزيع معلوم للشحنة، أي من العبارات التالية يجب أن تكون صحيحة؟

a) يجب أن يكون توزيع الشحنة في وسط غير موصل.

b) يجب أن يكون توزيع الشحنة في وسط موصل.

c) يجب أن يكون لتوزيع الشحنة تماثل كروي أو أسطواني.

d) يجب أن يكون توزيع الشحنة منتظمًا.

e) يجب أن يكون لتوزيع الشحنة تماثل بدرجة عالية يسمح بوضع افتراضات حول تماثل مجاله الكهربائي.

2.2 يتكون ثنائي القطب الكهربائي من شحنتين متساويتين في المقدار ومختلفتين في الإشارة تبعدان مسافة صغيرة عن بعضهما. عند وضع ثنائي القطب في مجال كهربائي منتظم، أي من العبارات التالية تكون صحيحة؟

a) لن يتأثر ثنائي القطب بأي محصلة قوى من المجال الكهربائي؛ فلأن الشحنتين متساويتان في المقدار ومختلفتان في الإشارة، ستلغي كل منهما الأخرى.

b) لن تكون هناك أي محصلة قوى أو محصلة عزم دوران تؤثر في ثنائي القطب.

c) ستكون هناك محصلة قوى تؤثر في ثنائي القطب، لكن لن تكون هناك محصلة عزم دوران تؤثر فيه.

d) لن تكون هناك محصلة قوى، لكن (بوجه عام) ستكون هناك محصلة عزم دوران تؤثر في ثنائي القطب.

2.3 وضعت شحنة نقطية، $+Q$، على المحور x عند $x = a$. ووضعت شحنة نقطية أخرى $-Q$، على المحور x عند $x = -a$. إذا كان هناك سطح جاوسي نصف قطره $r = 2a$ متمركز عند نقطة الأصل، فسيكون التدفق عبر هذا سطح جاوس

a) صفرًا.

b) أكبر من الصفر.

c) أقل من الصفر.

d) لا شيء مما سبق.

2.4 وضعت شحنة $+2q$ في مركز هيكل موصل غير مشحون. ما الشحنات التي ستكون موجودة على السطح الداخلي والخارجي للهيكل، على التوالي؟

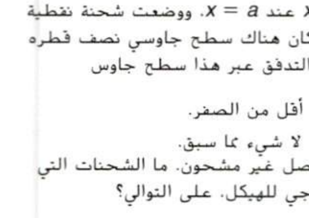
a) $-2q$ و $+2q$

b) $-q$ و $+q$

c) $-2q$ و $-2q$

d) $-2q$ و $+4q$

2.5 لوحان لانهائيان غير موصلين يوازي كل منهما الآخر، وتفصل بينهما مسافة $d = 10.0$ cm، كما هو موضح في الشكل. إذا كان كل لوح يحمل توزيع شحنة منتظمًا مقداره $\sigma = 4.5\ \mu C/m^2$، فما المجال الكهربائي، $\vec{E}$، عند النقطة P (إذا كان $x_P = 20.0$ cm)؟



a) 0 N/C

b) $2.54\hat{x}$ N/C

c) $(-5.08 \cdot 10^5)\hat{x}$ N/C

d) $(5.08 \cdot 10^5)\hat{x}$ N/C

e) $(-1.02 \cdot 10^6)\hat{x}$ N/C

f) $(1.02 \cdot 10^6)\hat{x}$ N/C

2.6 عند أي موقع من المواقع التالية، يكون المجال الكهربائي أكبر ما يكون؟

a) عند نقطة على مسافة 1 m من شحنة نقطية مقدارها 1C

b) عند نقطة على مسافة 1 m (مسافة عمودية) من منتصف سلك طوله 1 m موزعةٌ عليه شحنة مقدارها 1 C

c) عند نقطة على مسافة 1 m (مسافة عمودية) من مركز لوح مساحته $1 m^2$ موزعةٌ عليه شحنة مقدارها 1 C

d) عند نقطة على مسافة 1 m من سطح هيكل كروي مشحون نصف قطره 1 m

e) عند نقطة على مسافة 1 m من سطح هيكل كروي مشحون نصف قطره 0.5 m وشحنته 1 C

2.7 التدفق الكهربائي عبر سطح جاوسي كروي نصف قطره R ومركزه عند شحنة Q هو $1200\ N/(C\,m^2)$. كم يبلغ التدفق الكهربائي عبر سطح جاوسي مكعب طول ضلعه R ومركزه عند الشحنة Q نفسها؟

a) أقل من $1200\ N/(C\ m^2)$

b) أكبر من $1200\ N/(C\ m^2)$

c) مساوٍ لـ $1200\ N/(C\ m^2)$

d) لا يمكن إيجاده من المعلومات المعطاة

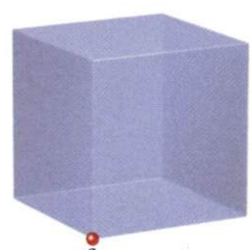
2.8 تقع شحنة نقطية موجبة واحدة q، عند إحدى زوايا مكعب طول ضلعه L، كما هو موضح في الشكل. إذا كانت محصلة التدفق الكهربائي عبر الجوانب الثلاثة المتجاورة صفرًا، فإن محصلة التدفق الكهربائي عبر كل جانب من الجوانب الثلاثة الأخرى هي

a) $q/3\epsilon_0$.

b) $q/6\epsilon_0$.

c) $q/24\epsilon_0$.

d) $q/8\epsilon_0$.



2.9 تقع ثلاث شحنات نقطية مقدار كل منها -9 mC عند النقاط $(0,0)$ و$(3\ m, 3\ m)$ و$(3\ m, -3\ m)$. ما مقدار المجال الكهربائي عند النقطة $(3\ m, 0)$؟

a) $0.9 \cdot 10^7$ N/C

b) $1.2 \cdot 10^7$ N/C

c) $1.8 \cdot 10^7$ N/C

d) $2.4 \cdot 10^7$ N/C

e) $3.6 \cdot 10^7$ N/C

f) $5.4 \cdot 10^7$ N/C

g) $10.8 \cdot 10^7$ N/C

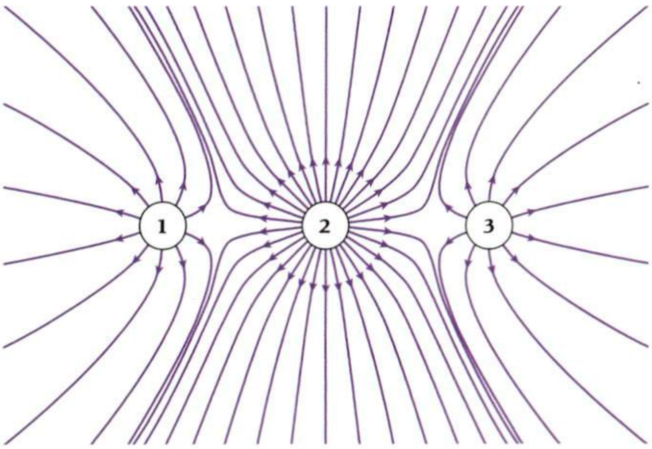
2.10 أي من العبارات التالية صحيحة؟

a) *لن* يكون هناك أي تغير في الشحنة الموجودة على السطح الداخلي لكرة موصّلة مجوفة إذا وُضعت شحنة أخرى على السطح الخارجي.

b) سيكون هناك بعض التغير في الشحنة الموجودة على السطح الداخلي لكرة موصّلة مجوفة إذا وُضعت شحنة أخرى على السطح الخارجي.

c) *لن* يكون هناك أي تغير في الشحنة الموجودة على السطح الداخلي لكرة موصّلة مجوفة إذا وُضعت شحنة أخرى في مركز الكرة.

d) سيكون هناك بعض التغير في الشحنة الموجودة على السطح الداخلي لكرة موصّلة مجوفة إذا وُضعت شحنة أخرى في مركز الكرة.



2.11 ما إشارات الشحنات الموجودة في النظام الموضح؟

a) الشحنات 1 و2 و3 سالبة.

b) الشحنات 1 و2 و3 موجبة.

c) الشحنتان 1 و3 موجبتان، والشحنة 2 سالبة.

d) الشحنتان 1 و3 سالبتان، والشحنة 2 موجبة.

e) كل ما يمكن قوله أن الشحنات متماثلة في الإشارة.

2.12 أي من العبارات التالية صحيحة؟

a) تتجه خطوط المجال الكهربائي إلى داخل الشحنات السالبة.

b) تكوّن خطوط المجال الكهربائي دوائر حول الشحنات الموجبة.

c) يمكن أن تتقاطع خطوط المجال الكهربائي.

d) تتجه خطوط المجال الكهربائي إلى خارج الشحنات الموجبة.

e) إذا انطلقت شحنة نقطية موجبة من وضع السكون، فإنها ستتسارع في البداية بطول مماس لخط المجال الكهربائي عند هذه النقطة.

أسئلة مفاهيمية

2.13 كان أشخاص كثيرون جالسين في سيارة عندما تعرضت السيارة لضربة برق. لماذا نجوا من ضربة البرق هذه؟

2.14 ما خطورة الوقوف تحت شجرة أثناء حدوث عاصفة رعدية؟ ما الذي يجب فعله بدلاً من ذلك لتجنب التعرض لضربة البرق؟

2.15 لماذا لا تتقاطع خطوط المجال الكهربائي مطلقًا؟

2.16 كيف يمكن ألّا يعتمد التدفق عبر سطح مغلق على مكان وقوع الشحنة داخل السطح (أي يمكن تحريك الشحنة إلى أي مكان داخل السطح من دون التأثير بأي شكل من الأشكال في هذا التدفق)؟ إذا تحركت الشحنة من داخل السطح إلى خارجه، فسيتغير التدفق بشكل غير متواصل حتى يصل إلى الصفر، طبقًا لقانون جاوس. هل يحدث ذلك بالفعل؟ اشرح.

2.17 وُضعت كرة موصلة مصمتة نصف قطرها r_1 وشحنتها الكلية $+3Q$ داخل هيكل كروي موصل (ومتحدة المركز معه) نصف قطره الداخلي r_2 ونصف قطره الخارجي r_3. أوجد المجال الكهربائي في هذه المناطق: $r < r_1$، $r_1 < r < r_2$، $r_2 < r < r_3$ و$r > r_3$.

2.18 قضيب رفيع نقاط نهايته عند $x = \pm 100$ cm. وتوجد شحنة كلية Q موزعة بشكل منتظم بطول القضيب.

a) ما المجال الكهربائي القريب جدًا من نقطة منتصف القضيب؟

b) ما المجال الكهربائي الذي يبعد مسافة سنتيمترات قليلة (بشكل عمودي) عن نقطة منتصف القضيب؟

b) ما المجال الكهربائي الذي يبعُد مسافة كبيرة جدًا (بشكل عمودي) عن نقطة منتصف القضيب؟

2.19 ثنائي قطب محاط تمامًا بسطح كروي. صِف كيف يتناسب التدفق الكهربائي الكلي عبر هذا السطح مع شدة ثنائي القطب.

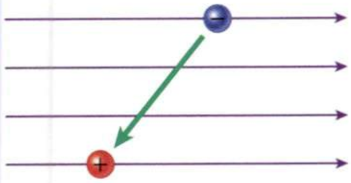
2.20 كرّر مثال 2.3، مفترضًا أن توزيع الشحنة هو $-\lambda$ عندما $-a < x < 0$ و$+\lambda$ عندما $0 < x < a$.

2.21 وُضعت شحنة سالبة على موصل شبه كروي متطاول وصلب (موضح بالمقطع العرضي في الشكل). ارسم توزيع الشحنة على الموصل وخطوط المجال الكهربائي الناتجة عن الشحنة.

2.22 *نار القديس إلمو* عبارة عن وهج غريب يظهر عند أطراف صواري سفن الإبحار وأشرعتها في الطقس العاصف وعند أطراف أجنحة الطائرات وحوافها أثناء الطيران. لكنها في الحقيقة ظاهرة كهربائية. اشرحها بإيجاز.

2.23 عندما توضع شحنة على موصل له أي شكل من الأشكال، تكوّن هذه الشحنة طبقة على السطح الخارجي للموصل. وينتج عن التنافر المتبادل بين عناصر الشحنة الفردية ضغط متجه إلى الخارج على هذه الطبقة، يُسمى *الضغط الكهروستاتيكي*. مفترضًا أن عناصر الشحنة متناهية الصغر هي قطع فسيفساء، احسب مقدار هذا الضغط الكهروستاتيكي بدلالة كثافة شحنة السطح، σ. لاحظ أن σ يجب ألا تكون منتظمة على السطح.

2.24 وُضِع ثنائي قطب كهربائي في مجال كهربائي منتظم كما هو موضح في الشكل. كيف ستكون حركة ثنائي القطب في المجال الكهربائي؟ في أي اتجاه سيتحرك؟ وفي أي اتجاه سيدور؟



تمارين

يشير رقم المسألة الأزرق إلى وجود حل للمسألة في دليل حلول الطالب. وتشير علامة النقطة الواحدة • والنقطتين •• إلى زيادة مستوى صعوبة المسألة.

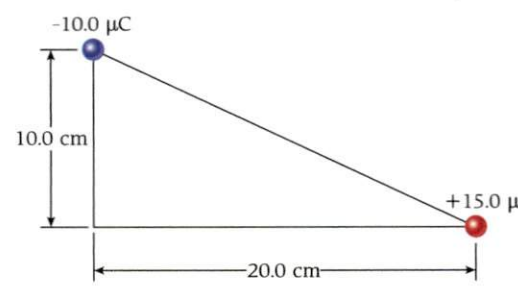
القسم 2.3

2.25 وُضعت شحنة نقطية، $q = 4.00 \cdot 10^{-9}$ C، على المحور x عند نقطة الأصل. ما المجال الكهربائي الناتج عند $x = 25.0$ cm؟

2.26 وُضعت شحنة نقطية مقدارها $+1.60$-nC عند إحدى زوايا مربع (طول ضلعه 1.00 m). ووُضعت شحنة مقدارها -2.40-nC على الزاوية المقابلة على القطر. ما مقدار المجال الكهربائي عند كل من الزاويتين الأخريين؟

2.27 وُضعت شحنة نقطية مقدارها $+48.00$-nC على المحور x عند $x = 4.000$ m. ووُضعت شحنة نقطية مقدارها -24.00-nC على المحور y عند $y = -6.000$ m. ما اتجاه المجال الكهربائي عند نقطة الأصل؟

•2.28 وُضعت شحنتان نقطيتان عند زاويتي مثلث كما هو موضح في الشكل. أوجد مقدار المجال الكهربائي واتجاهه عند الزاوية الثالثة للمثلث.

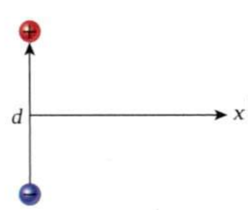


•2.29 وُضعت شحنة مقدارها $+5.00$C عند نقطة الأصل. ووُضعت شحنة مقدارها -3.00C عند $x = 1.00$ m. عند أي مسافة (مسافات) محددة على امتداد المحور x سيكون المجال الكهربائي مساويًا صفرًا؟

•2.30 تقع ثلاث شحنات على المحور y. وتقع شحنتان مقدار كل منهما $-q$ عند $y = \pm d$، بينما تقع الشحنة الثالثة، ومقدارها $+2q$، عند $y = 0$. اشتق تعبيرًا للمجال الكهربائي عند نقطة P على المحور x.

القسم 2.4

2.31 بالنسبة إلى ثنائي القطب الكهربائي الموضح في الشكل، عبّر عن مقدار المجال الكهربائي الناتج كدالة للمسافة العمودية x من منتصف محور ثنائي القطب. واكتب تعليقًا توضح فيه قيمة المقدار عندما $x \gg d$.

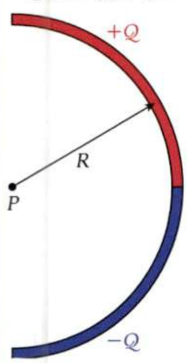


•2.32 افترض أن ثنائي قطب كهربائي يقع على المحور x ومتمركز عند نقطة الأصل. عند مسافة h على امتداد محور x الموجب، نحصل على مقدار المجال الكهربائي الناتج عن ثنائي القطب الكهربائي من خلال الصيغة $k(2qd)/h^3$. أوجد مسافة عمودية على المحور x تبدأ من نقطة الأصل بحيث يكون مقدار المجال الكهربائي عندها مماثلاً.

القسم 2.5

•2.33 كرة فلزية صغيرة كتلتها 4.00 g وشحنتها 5.00 mC تقع على مسافة 0.700 m فوق سطح الأرض في مجال كهربائي مقداره 12.0 N/C يتجه إلى الشرق. إذا أُطلقت الكرة من موضع السكون، فما السرعة المتجهة للكرة بعد أن تتحرك إلى أسفل مسافة رأسية مقدارها 0.300 m؟

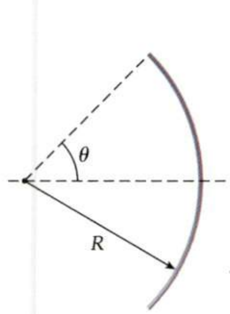
•2.34 وُزِّعت شحنة لكل طول وحدة $+\lambda$ بشكل منتظم على امتداد محور y الموجب من $y = 0$ إلى $y = +a$. ووُزِّعت شحنة لكل طول وحدة $-\lambda$ بشكل منتظم على امتداد محور y السالب من $y = 0$ إلى $y = -a$. اكتب تعبيرًا للمجال الكهربائي (مقدارًا واتجاهًا) عند نقطة تقع على المحور x على مسافة x من نقطة الأصل.



•2.35 ثُني قضيب زجاجي رفيع على شكل نصف دائرة نصف قطرها R. ووُزِّعت شحنة $+Q$ بشكل منتظم على النصف العلوي، كما وُزِّعت شحنة $-Q$ بشكل منتظم على النصف السفلي كما هو موضح في الشكل. أوجد مقدار المجال الكهربائي واتجاهه $\vec{E}$ (بالصورة الإحداثية) عند النقطة P، مركز نصف الدائرة.

•2.36 ثُني قضيبان عازلان منتظما الشحنة في شكل نصف دائري نصف قطره $r = 10.0$ cm. إذا وضعا بحيث يشكلان دائرة من دون أن يتلامسا وكانت لهما شحنتان مختلفتان في الإشارة إحداهما $+1.00$ μC والأخرى -1.00 μC. فأوجد مقدار المجال الكهربائي واتجاهه عند مركز توزيع الشحنة الدائري الذي يشكله نصفا الدائرة معًا.

•2.37 يقع قضيب منتظم الشحنة طوله L وشحنته الكلية Q على امتداد المحور y، من $y = 0$ إلى $y = L$. أوجد تعبيرًا للمجال الكهربائي عند النقطة $(d,0)$ (أي النقطة عند $x = d$ على المحور x).



••2.38 وُزِّعت شحنة Q بالتساوي على سلك مثني على شكل قوس نصف قطره R، كما هو موضح في الشكل. ما المجال الكهربائي عند مركز القوس كدالة للزاوية θ؟ ارسم تمثيلاً بيانيًا للمجال الكهربائي كدالة للزاوية θ عندما $0 < \theta < 180°$.

••2.39 تمثل حلقة معدنية مسطحة ورقيقة قرصًا قطره الخارجي 10.0 cm وفتحة قطرها 4.00 cm في المركز. إذا كانت الحلقة منتظمة الشحنة وكانت شحنتها الكلية 7.00 nC، فما المجال الكهربائي على محور الحلقة عند مسافة 30.0 cm من مركزها؟

القسم 2.6

2.40 تقترح الأبحاث أن شدة المجالات الكهربائية في بعض سحب العواصف الرعدية يمكن أن تكون حوالي 10.03 kN/C. احسب مقدار القوة الكهربائية المؤثرة في جسيم يحتوي على إلكترونين فائضين في وجود مجال شدته 10.0 kN/C.

2.41 ثنائي قطب كهربائي له شحنتان مختلفتان في الإشارة مقدار كل منهما $5.00 \cdot 10^{-15}$ C وتفصل بينهما مسافة 0.400 mm. موجّه بزاوية $60.0°$ بالنسبة لمجال كهربائي منتظم مقداره $2.00 \cdot 10^3$ N/C. أوجد مقدار عزم الدوران الذي يبذله المجال الكهربائي على ثنائي القطب.

2.42 غالبًا ما يُقاس عزم ثنائي القطب الكهربائي للجزيئات بوحدة الديباي (D)، حيث $1\ \text{D} = 3.34 \cdot 10^{-30}\ \text{C m}$. على سبيل المثال، عزم ثنائي القطب لغاز كلوريد الهيدروجين هو $1.05\ \text{D}$. احسب أقصى عزم دوران يمكن أن يُبذل على هذا الجزيء في وجود مجال كهربائي مقداره $160.0\ \text{N/C}$.

2.43 يُلاحَظ إلكترون يتحرك بسرعة $27.5 \cdot 10^6\ \text{m/s}$ موازيًا لمجال كهربائي مقداره $11{,}400\ \text{N/C}$. ما المسافة التي سيقطعها الإلكترون قبل التوقف؟

2.44 تبعد شحنتان $+e$ و$-e$ عن بعضهما مسافة $0.680\ \text{nm}$ في مجال كهربائي، E، مقداره $4.40\ \text{kN/C}$ وموجَّه بزاوية $45.0°$ بالنسبة إلى محور ثنائي القطب. احسب عزم ثنائي القطب ومن ثَمَّ عزم الدوران المبذول على ثنائي القطب في المجال الكهربائي.

•**2.45** سقط جسم كتلته M، ويحمل شحنة Q، من وضع السكون من ارتفاع h (فوق الأرض) بالقرب من سطح الأرض، حيث كانت عجلة الجاذبية g وفي وجود مجال كهربائي بمركبة ثابتة E في الاتجاه الرأسي.

a) أوجد تعبيرًا للسرعة، v، للجسم عندما يصل إلى الأرض، بدلالة M وQ وh وg وE.

b) لا يكون التعبير من الجزء (a) منطقيًا لبعض قيم M وg وQ وE. اشرح ما يحدث في مثل هذه الحالات.

•**2.46** يعد جزيء مياه متعادل الشحنة، لكن له عزم ثنائي قطب مقداره $p = 6.20 \cdot 10^{-30}\ \text{C m}$. مسافة $1.00\ \text{cm}$ عن شحنة نقطية مقدارها $q = +1.00\ \mu\text{C}$. سيكون ثنائي القطب محاذيًا للمجال الكهربائي الناتج عن الشحنة. كما ستُبذل عليه محصلة قوى، نظرًا لأن المجال غير منتظم.

a) احسب مقدار محصلة القوى. (*تلميح:* لن تحتاج إلى معرفة الحجم الدقيق للجزيء، غير أنه أصغر بكثير من 1 cm).

b) هل ينجذب الجزيء إلى الشحنة النقطية أم يتنافر معها؟ اشرح.

•**2.47** وُضع إجمالي $3.05 \cdot 10^6$ من الإلكترونات على سلك غير مشحون في البداية طوله $1.33\ \text{m}$.

a) ما مقدار المجال الكهربائي عند مسافة عمودية $0.401\ \text{m}$ من نقطة منتصف السلك؟

b) ما مقدار عجلة البروتون الموضوع عند هذه النقطة في الفراغ؟

c) في أي اتجاه تتجه قوة المجال الكهربائي في هذه الحالة؟

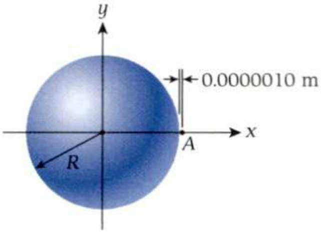
القسمان 2.7 و2.8

2.48 وُضعت أربع شحنات في حيز ثلاثي الأبعاد. وكانت مقادير الشحنات $+3q$ و$-q$ و$+2q$ و$-7q$. إذا كانت الشحنات كلها محاطة بسطح جاوس، فما التدفق الكهربائي المار عبر هذا السطح؟

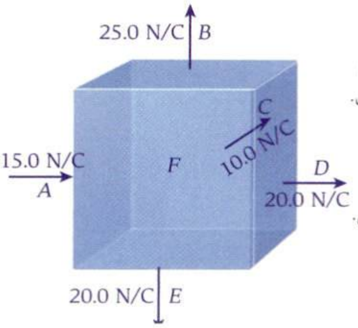
2.49 صندوق مكعب مساحة كل وجه من أوجهه الستة هي $20.0\ \text{cm}$ في $20.0\ \text{cm}$. وُرقِّمت الأوجه بحيث كان الوجهان 1 و6 متقابلين، وكذا الوجهان 2 و5 والوجهان 3 و4. ويوضح الجدول التالي التدفق المار عبر كل وجه. أوجد الشحنة الصافية داخل المكعب.

الوجه	التدفق $(\text{N m}^2/\text{C})$
1	-70.0
2	-300.0
3	-300.0
4	+300.0
5	-400.0
6	-500.0

2.50 كرة مصمتة موصِّلة (نصف قطرها $R = 0.15\ \text{m}$، وشحنتها $q = 6.1 \cdot 10^{-6}\ \text{C}$) كما هو موضح في الشكل. باستخدام قانون جاوس وسطحين جاوسيين مختلفين، أوجد المجال الكهربائي (مقدارًا واتجاهًا) عند النقطة A، التي تقع على مسافة $0.0000010\ \text{m}$ خارج الكرة الموصلة. (*تلميح:* أحد السطحين الجاوسيين كرةٌ والآخر أسطوانة قائمة صغيرة).



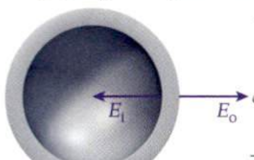
2.51 تتجه مجالات كهربائية مختلفة المقادير إما إلى الداخل أو إلى الخارج بزوايا قائمة على أسطح المكعب المبيَّن في الشكل. ما شدة المجال واتجاهه على الوجه F؟



2.52 افترض أن موصلاً كرويًا مجوفًا شحنته الكلية $+5e$. ونصفا القطر الخارجي والداخلي هما a وb على التوالي. (a) احسب الشحنة على السطحين الداخلي والخارجي للكرة إذا وُضعت شحنة $-3e$ في مركز الكرة. (b) ما الشحنة الصافية الكلية للكرة؟

•**2.53** لديك بالون مايلر كروي مصنوع من رقائق الألومنيوم يحمل شحنة Q على سطحه. وتقيس المجال الكهربائي على مسافة R من مركز البالون. عندما نُفخ البالون ببطء، زاد نصف قطره بما يقارب المسافة R لكنه لم يصل إليها. ماذا يحدث للمجال الكهربائي الذي تقيسه عند زيادة نصف قطر البالون؟ اشرح.

•**2.54** هيكل كروي مجوف وموصِّل نصف قطره الداخلي $8.00\ \text{cm}$ ونصف قطره الخارجي $10.0\ \text{cm}$. ومقدار المجال الكهربائي عند السطح الداخلي للهيكل، E_i، هو $80.0\ \text{N/C}$ ويتجه نحو مركز الكرة، ومقدار المجال الكهربائي عند السطح الخارجي، E_o، هو $80.0\ \text{N/C}$ ويتجه بعيدًا عن مركز الكرة (انظر الشكل). أوجد مقدار الشحنة على السطح الداخلي وعلى السطح الخارجي للهيكل الكروي.



•**2.55** وُضعت شحنة نقطية مقدارها $-6.00\ \text{nC}$ في مركز هيكل كروي موصِّل. وللهيكل نصف قطر داخلي يساوي $2.00\ \text{m}$ ونصف قطر خارجي يساوي $4.00\ \text{m}$، وشحنته $+7.00\ \text{nC}$.

a) ما المجال الكهربائي عند $r = 1.00\ \text{m}$؟

b) ما المجال الكهربائي عند $r = 3.00\ \text{m}$؟

c) ما المجال الكهربائي عند $r = 5.00\ \text{m}$؟

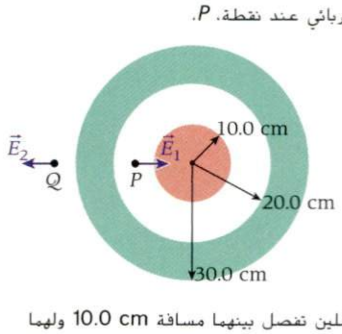
d) ما توزيع الشحنة، σ، على السطح الخارجي للهيكل؟

القسم 2.9

2.56 كرة مصمتة غير موصلة نصف قطرها a وشحنتها الكلية Q ولها توزيع منتظم للشحنة. باستخدام قانون جاوس، أوجد المجال الكهربائي (كمتجه) في المنطقتين $r < a$ و$r > a$ بدلالة Q.

2.57 مجال كهربائي مقداره $150.0\ \text{N/C}$ متجه إلى أسفل بالقرب من سطح الأرض. ما الشحنة الكهربائية الصافية على الأرض؟ افترض أن الأرض موصل كروي نصف قطره $6371\ \text{km}$.

2.58 كرة فلزية مجوفة نصف قطرها الداخلي $20.0\ \text{cm}$ ونصف قطرها الخارجي $30.0\ \text{cm}$. وكما يوضح الشكل، وُضعت كرة فلزية مصمتة نصف قطرها $10.0\ \text{cm}$ في مركز الكرة المجوفة. فوُجد أن المجال الكهربائي عند نقطة، P، على مسافة $15.0\ \text{cm}$ من المركز، هو $E_1 = 1.00 \cdot 10^4\ \text{N/C}$، ويتجه شعاعيًا إلى الداخل. وعند النقطة Q، على مسافة $35.0\ \text{cm}$ من المركز، وُجد أن المجال الكهربائي هو $E_2 = 1.00 \cdot 10^4\ \text{N/C}$ ويتجه شعاعيًا إلى الخارج. أوجد الشحنة الكلية على (a) سطح الكرة الداخلية و(b) السطح الداخلي للكرة المجوفة و(c) السطح الخارجي للكرة المجوفة.



2.59 لوحان متوازيان لانهائيان وغير موصِّلين تفصل بينهما مسافة $10.0\ \text{cm}$ ولهما توزيعان للشحنة $+1.00\ \mu\text{C/m}^2$ و$-1.00\ \mu\text{C/m}^2$. ما القوة المؤثرة في إلكترون موجود في الفراغ بين اللوحين؟ ما القوة المؤثرة في إلكترون يقع خارج اللوحين بالقرب من سطح أحد اللوحين؟

2.60 ينتج سلك مشحون ذو طول لانهائي مجالاً كهربائيًا مقداره $1.23 \cdot 10^3$ N/C على مسافة 50.0 cm عمودية على السلك. ويتجه المجال الكهربائي نحو السلك.

a) ما توزيع الشحنة؟

b) كم عدد الإلكترونات لكل وحدة طول على السلك؟

2.61• كرة مصمتة نصف قطرها R وعليها توزيع غير منتظم للشحنة $\rho = Ar^2$، حيث A ثابت. أوجد الشحنة الكلية، Q، ضمن حجم الكرة.

2.62• سلكان متوازيان بطول لانهائي منتظمَي الشحنة تفصل بينهما مسافة 6.00 cm ويحملان شحنتين مختلفتين في الإشارة بكثافة شحنة خطية $\lambda = 1.00\ \mu C/m$. ما مقدار المجال الكهربائي واتجاهه عند نقطة تقع في منتصف المسافة بين السلكين وعلى مسافة 40.0 cm فوق المستوى الذي يحويهما؟

2.63• التوزيع الحجمي للشحنات في كرة نصف قطرها 12.0 cm ومتمركزة عند نقطة الأصل هو $120.\ nC/cm^3$. وتتمركز الكرة داخل هيكل كروي موصّل نصف قطره الداخلي 30.0 cm ونصف قطره الخارجي 50.0 cm. ومقدار الشحنة على الهيكل الكروي هو -2.00 mC. ما مقدار المجال الكهربائي واتجاهه عند كل مسافة من المسافات التالية من نقطة الأصل؟

a) عند $r = 10.0$ cm

b) عند $r = 20.0$ cm

c) عند $r = 40.0$ cm

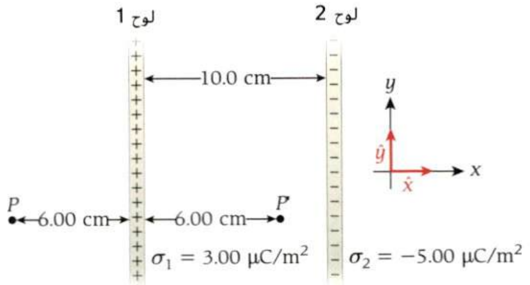
d) عند $r = 80.0$ cm

2.64• أسطوانة فلزية مجوفة ورقيقة نصف قطرها R وتوزيع الشحنة على سطحها هو σ. ويمر سلك طويل ورفيع كثافة شحنته الخطية $\lambda/2$ عبر مركز الأسطوانة. اكتب تعبيرًا للمجال الكهربائي وأوجد اتجاه المجال عند كل موقع من المواقع التالية:

a) $r \leq R$

b) $r \geq R$

2.65• يبعد لوحا شحنة لانهائيان عن بعضهما مسافة 10.0 cm كما هو موضح في الشكل. وتوزيع الشحنة السطحي للوح 1 هو $\sigma_1 = 3.00\ \mu C/m^2$، بينما توزيع الشحنة السطحي للوح 2 هو $\sigma_2 = -5.00\ \mu C/m^2$. أوجد المجال الكهربائي الكلي (مقدارًا واتجاهًا) عند كل موقع من المواقع التالية:



a) عند النقطة P، على مسافة 6.00 cm يسار اللوح 1

b) عند النقطة P، على مسافة 6.00 cm يمين اللوح 1

2.66• يقع مركز كرة مصمتة موصّلة نصف قطرها 20.0 cm على نقطة الأصل في نظام إحداثي ثلاثي الأبعاد، ووُضعت شحنة مقدارها 0.271 nC على الكرة.

a) ما مقدار المجال الكهربائي عند النقطة $(x,y,z) = (23.1\ cm, 1.10\ cm, 0.00\ cm)$؟

b) ما الزاوية التي يصنعها هذا المجال الكهربائي مع المحور x عند هذه النقطة؟

c) ما مقدار المجال الكهربائي عند النقطة $(x,y,z) = (4.10\ cm, 1.10\ cm, 0.00\ cm)$؟

2.67•• كرة مصمتة غير موصّلة نصف قطرها a لها شحنة كلية $+Q$ موزعة بانتظام على حجمها. وسطح الكرة مطلي بطبقة موصّلة ورقيقة جدًا (سُمك ضئيل جدًا) من الذهب. فوُضعت شحنة كلية $-2Q$ على هذه الطبقة الموصّلة. استخدم قانون جاوس للقيام بما يلي:

طبقة ذهب شحنتها $-2Q$

a) أوجد المجال الكهربائي $E(r)$ لـ $r < a$ (داخل الكرة وحتى طبقة الذهب، مستبعدًا هذه الطبقة).

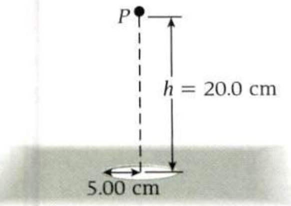
b) أوجد المجال الكهربائي $E(r)$ لـ $r > a$ (خارج الكرة المطلية، أي خارج الكرة وطبقة الذهب).

c) ارسم التمثيل البياني للمجال $E(r)$ مقابل r. اكتب تعليقًا على استمرارية المجال الكهربائي وانقطاعه، واربط ذلك بالتوزيع السطحي للشحنة على طبقة الذهب.

2.68•• تعطي المعادلة $\rho(r) = (\beta/r)\sin(\pi r/2R)$ التوزيع الحجمي للشحنة في كرة مصمتة غير موصّلة. أوجد الشحنة الكلية الموجودة في الحجم الكروي، والمجال الكهربائي في المنطقتين $r < R$ و $r > R$. أثبت أن تعبيرَي المجال الكهربائي متساويان عند $r = R$.

2.69•• قضيب أسطواني طويل جدًا مصنوع من مادة غير موصلة ونصف قطره 3.00 cm شُحن بشحنة موجبة وموزعة بانتظام مقدارها 6.00 nC لكل سنتيمتر من طوله. ثم ثُقب تجويف أسطواني بامتداد القضيب، نصف قطره 1 cm ومحوره على مسافة 1.50 cm من محور القضيب. أي أنه إذا وضع المحوران x وy، عند مقطع عرضي للقضيب، بحيث يكون مركز القضيب عند $(x,y) = (0,0)$. فسيكون مركز التجويف الأسطواني عند $(x,y) = (0,1.50)$. ولا يؤثر التجويف المصنوع في شحنة الجزء المصمت المتبقي من القضيب، بل يزيل الشحنة من المنطقة الموجودة داخل التجويف فقط. أوجد المجال الكهربائي عند النقطة $(x,y) = (2.00,1.00)$.

2.70•• ما المجال الكهربائي عند نقطة P، تبعد مسافة $h = 20.0$ cm فوق لوح شحنة لانهائي له توزيع شحنة $1.30\ C/m^2$ وفجوة نصف قطرها 5.00 cm يقع مركزها أسفل النقطة P مباشرة، كما هو موضح في الشكل؟ مثّل المجال الكهربائي كدالة لـ h بدلالة $\sigma/(2e_0)$.



تمارين إضافية

2.71 مكعب طول حافته 1.00 m. والمجال الكهربائي المؤثر في المكعب من الخارج له مقدار ثابت 150 N/C واتجاه ثابت أيضًا لكنه غير محدد (ليس بالضرورة على امتداد أي من حواف المكعب). ما الشحنة الكلية داخل المكعب؟

2.72 عزم ثنائي القطب لجزيء أحادي أكسيد الكربون هو $8.0 \cdot 10^{-30}$ C m. إذا كانت المسافة بين ذرتي الكربون والأكسجين هي $1.2 \cdot 10^{-10}$ m، فأوجد الشحنة الصافية على كل ذرة، وأقصى عزم دوران يمكن أن يُبذل على الجزيء في مجال كهربائي مقداره 500.0 N/C.

2.73 أسطوانة مصمتة بطول لانهائي نصف قطرها $R = 9.00$ cm، وذات شحنة منتظمة لكل وحدة حجم $\rho = 6.40 \cdot 10^{-8}\ C/m^3$، متمركزة حول المحور y. أوجد مقدار المجال الكهربائي عند نصف قطر $r = 4.00$ cm من مركز هذه الأسطوانة.

2.74 أوجد مقادير المجالات الكهربائية واتجاهاتها اللازمة لتعادِل وزن (a) إلكترون و(b) بروتون على سطح الأرض.

2.75 كرة فلزية مصمتة نصف قطرها 8.00 cm وشحنتها الكلية 10.0 μC يحيط بها هيكل فلزي نصف قطره 15.0 cm ويحمل شحنة مقدارها -5.00 μC. والكرة والهيكل كلاهما داخل هيكل فلزي أكبر نصف قطره الداخلي 20.0 cm ونصف قطره الخارجي 24.0 cm. والكرة والهيكلان متحدو المركز.

a) ما الشحنة الموجودة على الجدار الداخلي للهيكل الأكبر؟

b) إذا كان المجال الكهربائي خارج الهيكل الأكبر صفرًا، فما الشحنة الموجودة على الجدار الخارجي للهيكل؟

2.76 سطحان مستويان لانهائيان غير موصلين ومنتظما الشحنة يتعامد كل منهما على الآخر. وتوزيع الشحنة على أحد السطحين هو $+30.0\ pC/m^2$. أما السطح الآخر فتوزيع الشحنة عليه هو $-40.0\ pC/m^2$. ما مقدار المجال الكهربائي عند أي نقطة ليست على أي من السطحين؟

2.77 مجال كهربائي مقداره 150 N/C، يتجه رأسيًا إلى أسفل، بالقرب من سطح الأرض. أوجد عجلة إلكترون (مقدارًا واتجاهًا) أُطلق بالقرب من سطح الأرض.

2.78 افترض أن لديك بالونًا كبيرًا كرويًا وبإمكانك قياس المركبة E_n للمجال الكهربائي العمودية على سطح البالون. إذا جمعتَ $E_n\ dA$ على المساحة الكلية لسطح البالون وحصلتَ على المقدار $10.0\ N\ m^2/C$، فما الشحنة الكهربائية المحاطة بالبالون؟

ما سنتعلمه

- تتشابه طاقة الوضع الكهربائية مع طاقة الوضع الجذبية.
- يتناسب التغيُّر في طاقة الوضع الكهربائية مع الشغل المبذول من المجال الكهربائي على الشحنة.
- يكون الجهد الكهربائي عند نقطة معينة في الفضاء كمية قياسية.
- يتناسب الجهد الكهربائي، V، للشحنة النقطية q، عكسيا مع المسافة من هذه الشحنة النقطية.
- يمكن اشتقاق الجهد الكهربائي من المجال الكهربائي من خلال حساب تكامل المجال الكهربائي بالنسبة إلى الإزاحة.
- الجهد الكهربائي عند نقطة معينة في الفضاء الناتج عن توزيع الشحنات النقطية يساوي المجموع الجبري للجهود الكهربائية الناتجة عن الشحنات الفردية.
- يمكن اشتقاق المجال الكهربائي من الجهد الكهربائي من خلال حساب تفاضل الجهد الكهربائي بالنسبة إلى الإزاحة.

3.1 طاقة الوضع الكهربائية

في هذا الكتاب، تعرّفنا على أشكال مختلفة من الطاقة وعرفنا كيف يؤثر حفظ الطاقة في الأنظمة الفيزيائية المختلفة. ولاحظنا أيضًا أهمية تحويل الطاقة في العمليات الضرورية للحياة اليومية والاقتصاد العالمي. والآن نركز على الطاقة الكهربائية، وبشكل خاص على تخزين طاقة الوضع الكهربائية في البطاريات. يوجد الكثير من أوجه الشبه بين المجال الكهربائي ومجال الجاذبية، بما في ذلك الصيغة الرياضية. رأينا في الوحدة 1 أن مقدار قوة الجاذبية يتحدد من العلاقة

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

حيث G ثابت الجذب العام وm_1 وm_2 كتلتان وr هو رمز المسافة بين الكتلتين. ورأينا في الوحدة 21 أن مقدار القوة الكهروستاتيكية يساوي

$$F_e = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2} \tag{3.1}$$

حيث k ثابت كولوم وq_1 وq_2 شحنتان كهربائيتان وr هي المسافة بين الشحنتين. تعتمد قوة الجاذبية والقوة الكهروستاتيكية فقط على معكوس مربع المسافة بين الأجسام ويمكن إثبات أن كل هذه القوى عبارة عن قوى محافظة. ومن ثَمَّ، يمكن تحديد طاقة الوضع الكهربائية، U، قياسًا على طاقة الوضع الجذبية.

رأينا، أنه بالنسبة إلى أي قوة محافظة، فإن التغير في طاقة الوضع، بسبب إعادة الترتيب المكاني للنظام، يساوي سالبَ الشغل الذي تبذله القوة المحافظة أثناء إعادة الترتيب المكاني هذه. بالنسبة إلى نظام به جسيمان أو أكثر، فإن الشغل الذي تبذله قوة كهربائية، W_e، عند تغيير تكوين النظام من حالة ابتدائية إلى حالة نهائية، يتحدد بدلالة التغير في **طاقة الوضع الكهربائية، ΔU**:

$$\Delta U = U_f - U_i = -W_e \tag{3.2}$$

حيث U_i هي طاقة الوضع الكهربائية الابتدائية وU_f هي طاقة الوضع الكهربائية النهائية. لاحظ أن *طريقة* تحوّل النظام من الحالة الابتدائية إلى الحالة النهائية غير مهمة. فالشغل دائمًا هو نفسه، بغض النظر عن المسار المتخذ.

كما هو الحال مع طاقة الوضع الجذبية (انظر الوحدة 1)، يجب دائمًا تحديد نقطة مرجعية لطاقة الوضع الكهربائية. حيث تكون المعادلات والحسابات أبسط إذا افترضنا أن نقطة الصفر لطاقة الوضع الكهربائية هي عندما تكون المسافة الفاصلة بين جميع الشحنات كبيرة جدًا بشكل لانهائي، وهو نفس المبدأ المستخدَم في طاقة الوضع الجذبية. ويسمح هذا الافتراض بإعادة كتابة المعادلة 3.2 الخاصة بالتغير في طاقة الوضع الكهربائية بالصورة $\Delta U = U_f - 0 = U$ أو

$$U = -W_{e,\infty} \tag{3.3}$$

على الرغم من أن مبدأ طاقة الوضع الصفرية عند مالانهاية مفيدة جدًا ومقبولة بشكل عام لمجموعة من الشحنات النقطية، فإنه في بعض الحالات الفيزيائية يكون هناك سبب لتحديد طاقة وضع مرجعية عند نقطة ما في الفضاء بما لا يؤدي إلى أن تكون قيمة طاقة الوضع صفرية عند مسافة فاصلة لانهائية. تذكّر أن جميع طاقات الوضع للقوى المحافظة لا تكون ثابتة إلا في نطاق ثابت إضافي اختياري.

لذا يجب عليك الانتباه إلى كيفية اختيار هذا الثابت في حالة معينة. ومن الحالات التي لا يتم فيها اعتبار طاقة الوضع عند اللانهاية مساوية الصفر هي تلك التي تتضمن مجالًا كهربائيًا منتظمًا.

حالة خاصة: الشحنة في مَجال كهْرَبائي منتظم

لنفكر في شحنة نقطية، q، تتحرك بإزاحة، $\vec{d}$ في مَجال كهْرَبائيّ منتظم، $\vec{E}$ (الشكل 3.2). الشغل المبذول من قوة ثابتة $\vec{F}$ هو $W = \vec{F} \cdot \vec{d}$ وبالنسبة إلى هذه الحالة، تنشأ القوة الثابتة من مجال كهربائي منتظم، $\vec{F} = q\vec{E}$ لذلك، يتم تحديد الشغل الذي يبذله المجال على الشحنة من العلاقة

$$W = q\vec{E} \cdot \vec{d} = qEd\cos\theta \qquad (3.4)$$

حيث θ هي الزاوية بين القوة الكهربائية والإزاحة. عندما تكون الإزاحة موازية للمجال الكهربائي ($\theta = 0°$)، يكون الشغل المبذول من المجال على الشحنة هو $W = qEd$. عندما تكون الإزاحة متوازية عكسيًا مع المجال الكهربائي ($\theta = 180°$)، يكون الشغل المبذول من المجال هو $W = -qEd$. نظرًا لأن التغير في طاقة الوضع الكهربائية يرتبط بالشغل المبذول على الشحنة من خلال العلاقة $\Delta U = -W$، إذا كان $q > 0$، فإنّ الشحنة تفقد طاقة وضع عندما تكون الإزاحة في نفس اتجاه المجال الكهربائي وتكتسب طاقة وضع عندما تكون الإزاحة في الاتجاه المعاكس للمجال الكهربائي.

يوضح الشكل 3.3a كتلة، m، بالقرب من سطح الأرض، حيث يمكن اعتبارها في مجال جاذبية ثابت يشير إلى أسفل. نعلم من الوحدة 6، أنه عندما تتحرك الكتلة باتجاه سطح الأرض مسافة h، فإنّ التغير في طاقة الوضع الجذبية للكتلة هو

$$\Delta U = -W = -\vec{F}_g \cdot \vec{d} = -mgh$$

من البديهي أن يكون للكتلة طاقة وضع أقل إذا كانت أقرب إلى سطح الأرض. يوضح الشكل 3.3b شحنة موجبة، q، تسري في مجال كهربائي منتظم. إذا تحركت الشحنة مسافة، d، في نفس اتجاه المجال الكهربائي، فإنّ التغير في طاقة الوضع الكهربائية يكون

$$\Delta U = -W = -q\vec{E} \cdot \vec{d} = -qEd$$

لذا تكون طاقة الوضع الكهربائية لشحنة في مجال كهربائي مشابهة لطاقة الوضع الجذبية لكتلة في مجال جاذبية الأرض بالقرب من سطح الأرض. (لكن الاختلاف المهم بين التفاعلين هو أن الكتل تأتي في نوع واحد فقط، وتبذل قوة جذب على بعضها، بينما يمكن أن تتجاذب الشحنات أو تتنافر مع بعضها. ولذا، يمكن أن تتغير إشارة ΔU بناءً على إشارات الشحنات).

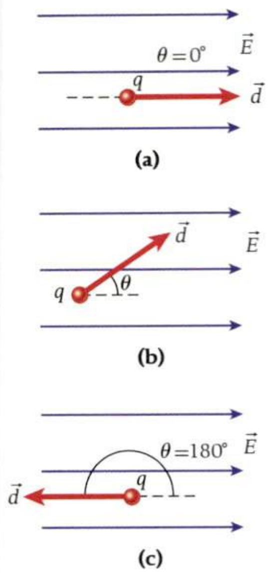
حالة خاصة: ثنائي القطب في مجال كهربائي منتظم

الآن لنفكر في ثنائي قطب كهربائي يتحرك في مجال كهربائي منتظم بعزم $\vec{p}$ (انظر الشكل 3.4). في الوحدة 2، رأينا أن ثنائي القطب الكهربائي يتكوّن من شحنة موجبة وأخرى سالبة متساويتين في المقدار، بما يعني أن محصلة شحنة ثنائي القطب تساوي صفرًا. وفقًا للمعادلة 3.4، بما أن الشغل المبذول لتحريك جسم ما عبر مجال كهربائي منتظم يتناسب مع شحنة ذلك الجسم، فإن محصلة الشغل المبذول لتحريك ثنائي القطب الكهربائي عبر مجال كهربائي منتظم صفر.

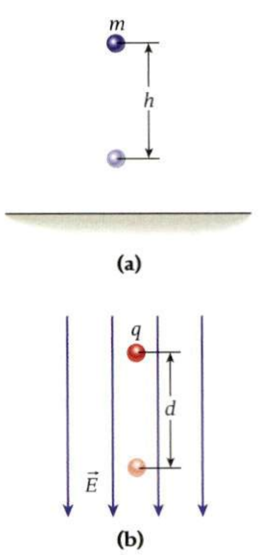
من هذه الحقيقة، يبدو أنه من المستحيل تخزين طاقة الوضع في نظام يتكوّن من ثنائي القطب في مجال ثابت. إلا أن هذا ليس حقيقيًا. في الوحدة 2، رأينا أن لثنائي القطب في المجال الكهربائي المنتظم عزم دوران، $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$ ومن ثم يتضح أن اتجاه ثنائي القطب بالنسبة إلى المجال الكهربائي أمر أساسي. لنر كيف يمكن أن يؤدي اتجاه ثنائي القطب إلى تخزين طاقة الوضع.

الشغل المبذول من عزم الدوران يتحدد من العلاقة $W = \int \vec{\tau}(\theta')\, d\vec{\theta}'$ إذا بذلنا عزم دوران خارجيًا مضادًا لعزم الدوران الذي يواجهه ثنائي القطب من المجال الكهربائي، فإنه يمكننا التعبير عن الشغل المبذول من عزم الدوران الخارجي على النحو التالي:

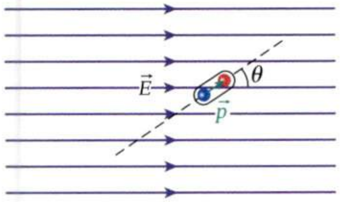
$$W = \int_{\theta_0}^{\theta} \vec{\tau}(\theta')\, d\vec{\theta}' = \int_{\theta_0}^{\theta} -pE\sin\theta'\, d\theta' = -pE\int_{\theta_0}^{\theta} \sin\theta'\, d\theta' = pE(\cos\theta - \cos\theta_0)$$



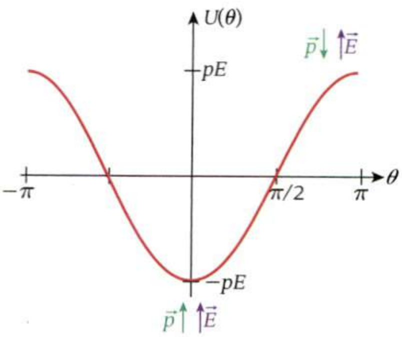
الشكل 3.2 الشغل المبذول من مجال كهربائي، $\vec{E}$ على شحنة متحركة، q: (a) حالة تكون فيها الإزاحة في نفس اتجاه المجال الكهربائي. (b) حالة عامة. (c) حالة تكون فيها الإزاحة عكس اتجاه المجال الكهربائي.



الشكل 3.3 التشابه بين طاقة الوضع الجذبية وطاقة الوضع الكهربائية. (a) كتلة تسقط في مجال جاذبية. (b) شحنة موجبة تتحرك في نفس اتجاه المجال الكهربائي.



الشكل 3.4 ثنائي قطب كهربائي في مجال كهربائي منتظم.



الشكل 3.5 طاقة الوضع كدالة للزاوية بين ثنائي القطب الكهربائي والمجال الكهربائي الخارجي المنتظم.

عن طريق المعادلة $W = -\Delta U = -(U - U_0) = U_0 - U$، نحصل على طاقة الوضع لثنائي القطب الكهربائي في المجال الكهربائي المنتظم:

$$U = -pE\cos\theta = -\vec{p}\bullet\vec{E} \tag{3.5}$$

حيث اخترنا ثابت التكامل U_0 حتى تكون طاقة الوضع صفرًا لـ $\theta = \pi/2$.

توضح المعادلة 3.5 أن طاقة الوضع لها قيمة صغرى عند $\theta = 0$، حيث يكون عزم ثنائي القطب موازيًا للمجال الكهربائي؛ انظر الشكل 3.5. تذكّر أن خطوط المجال الكهربائي تتجه من الشحنات الموجبة إلى السالبة وأن عزم ثنائي القطب يتجه من الشحنة السالبة إلى الموجبة. عندما يكون عزم ثنائي القطب ومتجهات المجال الكهربائي متوازية، تكون شحنة ثنائي القطب السالبة هي الأقرب إلى الشحنة الموجبة التي تولّد المجال الكهربائي الخارجي. ويبدو منطقيًا من الناحية الفيزيائية أن طاقة ذلك التكوين هي الأقل.

3.2 تعريف الجهد الكهربائي

تعتمد طاقة الوضع لجسيم مشحون، q، في مجال كهربائي على مقدار الشحنة ومقدار المجال الكهربائي. والكمية التي لا تعتمد على شحنة الجسيم هي **الجهد الكهربائي**، V، الذي يُحدَّد بدلالة طاقة الوضع الكهربائية في صورة

$$V = \frac{U}{q} \tag{3.6}$$

نظرًا لأن U يتناسب مع q، فإن V مستقل عن q، مما يجعله متغيرًا مفيدًا. يميّز الجهد الكهربائي، V، النقطة في الفضاء بخاصية كهربائية حتى مع عدم وجود شحنة، q، عند هذه النقطة. على عكس المجال الكهربائي، الذي يُعدّ متجهًا، فإن الجهد الكهربائي كمية قياسية. وله قيمة في كل مكان في الفضاء، لكن ليس له اتجاه. رأينا أنه يمكننا دائمًا إضافة ثابت عشوائي إلى طاقة الوضع دون تغيير أي نتيجة ملحوظة وأن الفروق في طاقة الوضع تكون ذات معنى من الناحية الفيزيائية فقط. وبما أن الجهد الكهربائي يتناسب مع طاقة الوضع، فإنّ الشيء نفسه ينطبق عليه. وتحديد الفرق في الجهود الكهربائية لا لبس فيه، لكن وضع قيمة للجهد الكهربائي نفسه يقتضي دائمًا حالة معيارية، وهي عادة أن الجهد يساوي صفرًا عند مسافة لانهائية.

يمكن التعبير عن الفرق في الجهد الكهربائي، ΔV، بين نقطة ابتدائية ونقطة نهاية، $V_f - V_i$ بدلالة طاقة الوضع الكهربائية عند كل نقطة بالعلاقة:

$$\Delta V = V_f - V_i = \frac{U_f}{q} - \frac{U_i}{q} = \frac{\Delta U}{q} \tag{3.7}$$

ينتج عن دمج المعادلات 3.2 و3.7 علاقة بين التغير في الجهد الكهربائي والشغل المبذول من المجال الكهربائي على الشحنة:

$$\Delta V = -\frac{W_e}{q} \tag{3.8}$$

ومع افتراض أن طاقة الوضع الكهربائية تساوي صفرًا عند في اللانهاية، كما في المعادلة 3.3، يتم تحديد الجهد الكهربائي عند نقطة ما من العلاقة

$$V = -\frac{W_{e,\infty}}{q} \tag{3.9}$$

حيث تمثل $W_{e,\infty}$ الشغل المبذول من المجال الكهربائي على الشحنة عند نقلها من اللانهاية إلى النقطة. يمكن أن يكون للجهد الكهربائي قيمة موجبة أو سالبة أو صفرية، لكن ليس له اتجاه.

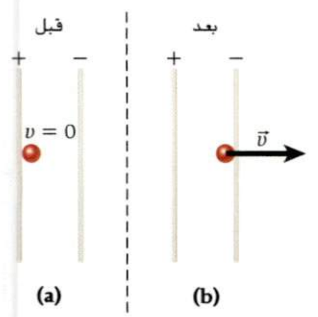
وحدات النظام الدولي للجهد الكهربائي هي جول/الكولوم (J/C). يطلق على هذا التركيب اسم **فولت** (V) نسبةً إلى عالم الفيزياء الإيطالي أليساندرو فولتا (1745-1827) (لاحظ استخدام الحرف الروماني V للوحدة، بينما يُستخدم حرف V المائل للتعبير عن الكمية الفيزيائية للجهد الكهربائي):

$$1\ \text{V} \equiv \frac{1\ \text{J}}{1\ \text{C}}$$

وباستخدام هذا التعريف للفولت، تكون الوحدات التي تعبر عن مقدار المجال الكهربائي هي

$$[E]=\frac{[F]}{[q]}=\frac{1\text{ N}}{1\text{ C}}=\left(\frac{1\text{ N}}{1\text{ C}}\right)\frac{1\text{ V}}{\left(\frac{1\text{ J}}{1\text{ C}}\right)}\left(\frac{1\text{ J}}{(1\text{ N})(1\text{ m})}\right)=\frac{1\text{ V}}{1\text{ m}}$$

في دراستنا لما تبقى من هذا الكتاب، سيتم التعبير عن مقدار المجال الكهربائي بوحدات V/m، وهي الرمز القياسي، بدلًا من N/C. لاحظ أنه غالبًا ما يُطلق على فرق الجهد الكهربائي "الفولتية"، خاصة في تحليل الدّارة، لأنه يتم قياسه بوحدات الفولت.



الشكل 3.6 بروتون بين لوحين موصلين متوازيين مشحونين في الفراغ. (a) تم إطلاق البروتون من السكون. (b) تحرّك البروتون من اللوح الموجب إلى اللوح السالب، مكتسبًا طاقة حركية.

مثـــال 3.1 اكتساب البروتون لطاقة

تم وضع بروتون بين لوحين موصلين متوازيين في الفراغ (الشكل 3.6). وكان فرق الجهد الكهربائي بين اللوحين 450 V. وتم تحرير البروتون من السكون بالقرب من اللوح الموجب.

المسألة

ما الطاقة الحركية للبروتون عندما يصل إلى اللوح السالب؟

الحل

الفرق في الجهد الكهربائي، ΔV، بين اللوحين هو 450 V. يمكننا ربط فرق الجهد عبر اللوحين بالتغير في طاقة الوضع الكهربائية، ΔU، للبروتون باستخدام المعادلة 3.7:

$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q}$$

ونظرًا لأنه يتم حفظ الطاقة الكلية، تتحول طاقة الوضع الكهربائية التي يفقدها البروتون أثناء العبور بين اللوحين إلى طاقة حركية بسبب حركة البروتون. ونطبق قانون حفظ الطاقة، $\Delta K+\Delta U=0$، حيث يمثّل ΔU التغير في طاقة الوضع الكهربائية للبروتون:

$$\Delta K=-\Delta U=-q\Delta V$$

ونظرًا لأن البروتون بدأ من السكون، فيمكننا التعبير عن الطاقة الحركية النهائية له بالمعادلة $K=-q\Delta V$. ومن ثَم، تكون الطاقة الحركية للبروتون بعد عبور الفجوة بين اللوحين هي

$$K=-\left(1.602\times10^{-19}\text{ C}\right)(-450\text{ V})=7.21\times10^{-17}\text{ J}$$

مراجعة المفاهيم 3.1

تم وضع إلكترون على المحور x ثم إطلاقه ليتحرك عليه، وكانت قيمة الجهد الكهربائي 20 V−. أي العبارات التالية يصف الحركة التالية للإلكترون؟

a) سيتحرك الإلكترون تجاه اليسار (اتجاه x السالب) لأنه ذو شحنة سالبة.

b) سيتحرك الإلكترون تجاه اليمين (اتجاه x الموجب) لأنه ذو شحنة سالبة.

c) سيتحرك الإلكترون تجاه اليسار (اتجاه x السالب) لأن الجهد الكهربائي سالب.

d) سيتحرك الإلكترون تجاه اليمين (اتجاه x الموجب) لأن الجهد الكهربائي سالب.

e) لا توجد معلومات كافية لتوقع حركة الإلكترون.

نظرًا لأنه يتم غالبًا استخدام عجلة الجسيمات المشحونة عبر فرق الجهد في قياس الكميات الفيزيائية، فإن الوحدة الشائعة للطاقة الحركية لجسيم مشحون بنوع واحد من الشحنة، مثل البروتون أو الإلكترون، هي **الإلكترون-فولت** (eV): يمثّل 1 eV الطاقة التي اكتسبها بروتون ($q=1.602\times10^{-19}$ C) متسارع عبر فرق جهد مقداره 1 V. علاقة التحويل بين وحدات الإلكترون−فولت والجول هي

$$1\text{ eV}=1.602\times10^{-19}\text{ J}$$

إذًا تكون الطاقة الحركية للبروتون في مثال 3.1 هي 450 eV، أو 0.450 keV، والتي كان يمكن الحصول عليها من تعريف وحدة الإلكترون-فولت دون إجراء أي عمليات حسابية.

البطاريات

تُعدّ البطارية أحد الوسائل الشائعة لتوليد الجهد الكهربائي. وسنستعرض في الوحدتين 4 و5 كيفية استخدام البطارية للتفاعلات الكيميائية لتوفير مصدر لفرق جهد ثابت (تقريبًا) بين طرفيها. ويوضح الشكل 3.7 مجموعة من البطاريات.

تتكوّن البطارية في أبسط صورها من نصفي خلية، مملوءين بمادة إلكتروليتية موصلة (كانت في الأصل سائلة، لكن معظمها الآن صلب دائمًا)؛ انظر الشكل 3.8. يتم فصل الإلكتروليت إلى جزأين متساويين بواسطة حاجز، يمنع مرور الإلكتروليت عبره لكنه يسمح بمرور الأيونات المشحونة. تتحرك الأيونات سالبة الشحنة (الأنيونات) باتجاه الأنود، وتتحرك الأيونات موجبة الشحنة باتجاه الكاثود. ويولد هذا فرق جهدٍ بين طرفي البطارية. ولذا فإنّ البطارية هي في الأساس جهاز يحوّل الطاقة الكيميائية مباشرةً إلى طاقة كهربائية.

يُعدّ إجراء الأبحاث على تكنولوجيا البطاريات ذا أهمية في الوقت الراهن، حيث تتطلب العديد من التطبيقات المحمولة قدرًا كبيرًا من الطاقة، بدايةً من الهواتف الخلوية إلى أجهزة الكمبيوتر المحمولة، ومن السيارات الكهربائية إلى المعدات العسكرية. يجب أن يكون وزن البطاريات صغيرًا قدر الإمكان ويجب أن تكون قابلة لإعادة الشحن سريعًا لمئات الدورات كما يجب أن توفر فرق جهد ثابتًا بقدر الإمكان ويجب أن تكون متوفرة بسعر مناسب. لذلك، تطرح هذه الأبحاث العديد من التحديات العلمية والهندسية.

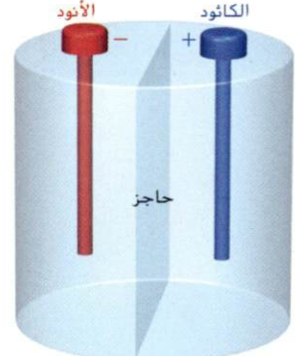
من أمثلة تكنولوجيا البطاريات الحديثة نسبيًا خلية الليثيوم أيون، والتي تُستخدم غالبًا في تطبيقات مثل بطاريات أجهزة الكمبيوتر المحمولة. تتميز بطارية الليثيوم أيون بأن كثافة طاقتها (أي محتوى الطاقة لكل وحدة حجم) أكبر بكثير من البطاريات التقليدية. حيث يصل فرق جهد خلية ليثيوم أيون نموذجية، مثل تلك الموضحة في الشكل 3.9، إلى 3.6 V. ولبطاريات الليثيوم أيون مزايا عديدة أخرى مقارنةً بالبطاريات التقليدية. حيث يمكن إعادة شحنها مئات المرات. وليس لها تأثير "ذاكرة" ومن ثَم ليست بحاجة إلى تعديل لتحتفظ بشحنتها. فهي تحتفظ بالشحنة طوال فترة صلاحيتها. ولها بعض العيوب أيضًا. على سبيل المثال، إذا تم تفريغ بطارية الليثيوم أيون تمامًا، فلا يمكن إعادة شحنها مرة أخرى. وتعمل البطارية بأفضل شكل إذا لم يتم شحنها إلى ما يزيد عن 80% من السعة وإذا لم يتم تفريغها إلى أقل من 20% من سعتها. تُضعِف الحرارة من كفاءة بطاريات الليثيوم أيون. إذا تم تفريغ البطاريات بسرعة كبيرة، فيمكن أن تشتعل المكونات أو تنفجر. ولمعالجة هذه المشكلات، تحتوي معظم حزم بطاريات الليثيوم أيون التجارية على دارة إلكترونية مدمجة صغيرة تحمي حزمة البطارية. حيث ستمنع الدّارة شحن البطارية أو تفريغها بشكل مفرط؛ وستمنع تسرّب الشحنة من البطارية بسرعة كبيرة مما يؤدي إلى ارتفاع درجة حرارة البطارية للغاية. وإذا ارتفعت حرارة البطارية بدرجة كبيرة جدًا، فستفصل الدّارة البطارية.

حاليًا، تُستخدم بطاريات الليثيوم أيون في بعض السيارات التي تعمل بالكهرباء. يقارن المثال التالي بين الطاقة التي تحملها سيارة تعمل بالبطارية وأخرى تعمل بالبنزين.

(a)

(b)

الشكل 3.7 (a) بعض نماذج البطاريات (في اتجاه عقارب الساعة من أعلى اليسار): بطاريات هيدريد النيكل المعدنية AA القابلة لإعادة الشحن (NiMH) في شاحنها، بطاريات AAA بجهد 1.5 V تُستخدم مرة واحدة، بطارية مستطيلة 12V، بطارية حجم D، بطارية ليثيوم أيون للكمبيوتر المحمول، بطارية ساعة؛ (b) بطارية 330V لسيارة رياضية مختلطة تعمل بالغاز والكهرباء، تملأ أرضية حقيبة السيارة.



الشكل 3.8 رسم تخطيطي لبطارية.

الشكل 3.9 ورشة سيارات تسلا في مركز فرانكفورت، موضح أيضًا حزمة بطاريات ليثيوم أيون للسيارة الكهربائية Ford Focus طراز 2012.

مثـــال 3.2 سيارات تعمل بالبطارية

الشكل 3.10 سيارة تسلا الرياضية التي تعمل بالكهرباء.

لا تنتج السيارات التي تعمل بالبطارية أي انبعاثات ولذا تُعدّ بديلًا جذابًا للسيارات التي تعمل بالبنزين. وتعمل بعض هذه السيارات، مثل سيارة تسلا الرياضية الموضحة في الشكل 3.10، بالبطاريات التي تتكوّن من خلايا الليثيوم أيون.

تصل سعة حزمة بطارية سيارة تسلا الكهربائية الرياضية (الشكل 3.9) إلى 53 kWh من الطاقة. وعادة يتم شحن حزمة البطارية حتى 80% من سعتها وتفريغها إلى 20% من سعتها. تحمل السيارة التي تعمل بالبنزين عادةً 50 L من البنزين، ويبلغ محتوى طاقة البنزين 34.8 MJ/L.

المسألة

كيف تُقارن الطاقة المتوفرة في بطارية الليثيوم أيون لسيارة تعمل بالكهرباء بالطاقة التي تحملها سيارة تعمل بالبنزين؟

الحل

نظرًا لأنه لا يمكن استخراج كل الطاقة الموجودة في بطاريات الليثيوم أيون دون إتلافها، فإن إجمالي الطاقة القابلة للاستخدام هي

$$E_{\text{electric}} = (80\% - 20\%)(53\text{ kWh})\left(\frac{1000\text{ W}}{1\text{ kW}}\right)\left(\frac{3600\text{ s}}{1\text{ h}}\right) = 1.14\times10^{8}\text{ J} = 114\text{ MJ}$$

تستطيع السيارة العادية التي تعمل بالبنزين حمل 50 L من البنزين الذي يبلغ محتوى طاقته

$$E_{\text{gasoline}} = (50\text{ L})(34.8\text{ MJ/L}) = 1740\text{ MJ}$$

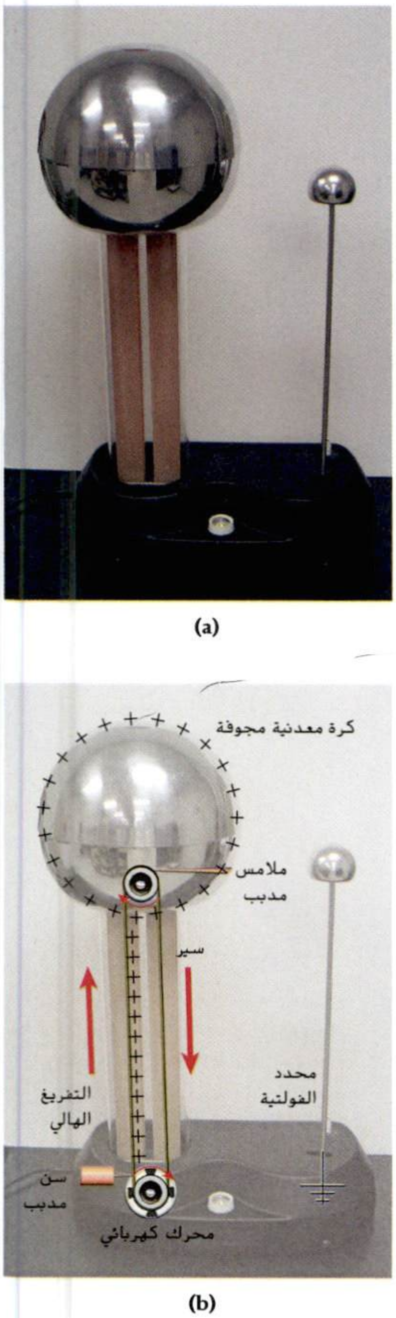
إذًا، تحمل السيارة العادية التي تعمل بالبنزين ما يصل إلى 15 ضعفًا من الطاقة التي تحملها سيارة تسلا التي تعمل بالكهرباء. لكن تبلغ كفاءة السيارة التي تعمل بالبنزين 20% تقريبًا، في حين تبلغ كفاءة السيارة التي تعمل بالكهرباء ما يقارب 90%. لذا، تبلغ الطاقة القابلة للاستخدام للسيارة التي تعمل بالكهرباء

$$E_{\text{electric, usable}} = 0.9\times(114\text{ MJ}) = 103\text{ MJ}$$

وتبلغ الطاقة القابلة للاستخدام للسيارة التي تعمل بالبنزين

$$E_{\text{gasoline, usable}} = 0.2\times(1740\text{ MJ}) = 348\text{ MJ}$$

يجب تقريب الأعداد النهائية للطاقة القابلة للاستخدام إلى رقم معنوي واحد في كلتا الحالتين. لكن النقطة الأساسية واضحة وهي أنه: يمكنك ملاحظة أن السيارات التي تعمل بالكهرباء، حتى مع وجود بطاريات الليثيوم أيون، يمكنها حمل طاقة أقل مقارنةً بالسيارات التي تعمل بالبنزين.



الشكل 3.11 (a) مولد فان دي غراف المستخدم في حصص الفيزياء. (b) يستطيع مولد فان دي غراف إنتاج جهود كهربائية مرتفعة للغاية عن طريق نقل الشحنة من تفريغ هالي على السير المطاطي إلى كرة معدنية مجوفة، حيث يتم استخراج الشحنة من السير عن طريق جزء حاد من المعدن متصل بالسطح الداخلي للكرة.

مولّد فان دي غراف

من وسائل توليد جهود كهربائية كبيرة **مولد فان دي غراف**، وهو جهاز ابتكره عالم الفيزياء الأمريكي روبرت جمسون فان دي غراف (1901–1967). تستطيع مولدات فان دي غراف الكبيرة توليد جهود كهربائية مقدارها ملايين الفولتات. وتستطيع مولدات فان دي غراف الأكثر بساطة، مثل ذلك المولد الموضح في الشكل 3.11، توليد عدة مئات الآلاف من الفولتات وتُستخدم غالبًا في حصص الفيزياء.

يستخدم مولد فان دي غراف التفريغ الهالي (الكورونا) *corona discharge* لوضع شحنة موجبة على السير المتحرك العازل. ويؤدي وضع فولتية موجبة عالية على موصل به سن مدبب إلى توليد التفريغ الهالي. ويكون المجال الكهربائي على السن المدبب أقوى بكثير مقارنةً بالسطح المستوي للموصل (انظر الوحدة 2). ويتأين الهواء حول السن المدبب. وتكون محصلة شحنة جزيئات الهواء المتأين موجبة، مما يؤدي إلى تنافر الأيونات وابتعادها عن السن المدبب وترسبها على السير المطاطي. يحمل السير المتحرك، الذي يحركه المحرك الكهربائي، الشحنة إلى أعلى إلى كرة معدنية مجوفة، حيث يتم سحب الشحنة من السير بواسطة ملامس مدبب متصل بالكرة المعدنية. توزّع الشحنة التي تتراكم على الكرة المعدنية نفسها بانتظام حول السطح الخارجي للكرة. يُستخدم محدد فولتية في مولد فان دي غراف الموضح في الشكل 3.11، لمنع المولد من إصدار شرارات أكبر من المرغوبة.

مثال 3.3 معجّل فان دي غراف الترادفي

معجّل فان دي غراف هو معجّل جسيمات يستخدم جهودًا كهربائية عالية لدراسة عمليات الفيزياء النووية المتعلقة بالفيزياء الفلكية. وموضح في الشكل 3.12 معجّل فان دي غراف الترادفي الذي يبلغ فرق جهده الطرفي 10.0 MV (10.0 ملايين فولت). ويتم توليد فرق الجهد الطرفي في مركز المعجل بواسطة إصدار أكبر وأكثر تطورًا من مولد فان دي غراف المُستخدَم في غرف الصف. وتتولد الأيونات السالبة في مصدر الأيونات عن طريق ربط إلكترون بالذرات حتى يتم تسريعه. ثم تتسارع الأيونات السالبة بعد ذلك في اتجاه الطرف الموجب الشحنة. وداخل هذا الطرف، تمر الأيونات عبر رقاقة رقيقة تنتزع الإلكترونات، مولدةً أيونات موجبة الشحنة تتسارع بعد ذلك بعيدًا عن هذا الطرف خارج المعجّل الترادفي.

الشكل 3.12 معجل فان دي غراف الترادفي.

المسألة 1
ما أعلى طاقة حركية يمكن أن تكتسبها أنوية الكربون في هذا المعجل الترادفي؟

الحل 1
يتضمن معجّل فان دي غراف الترادفي مرحلتين للعجلة. تكون محصلة شحنة كل أيون كربون في المرحلة الأولى $q_1 = -e$. وبعد مرورها برقاقة نزع الإلكترونات، يصبح الحد الأقصى لشحنة أي أيون كربون $q_2 = +6e$. ويبلغ فرق الجهد الذي تتسارع الأيونات بتأثيره $\Delta V = 10$ MV. وتُحدّد الطاقة الحركية التي اكتسبها كل أيون كربون من المعادلة

$$\Delta K = |\Delta U| = |q_1 \Delta V| + |q_2 \Delta V| = K$$

أو

$$K = e\Delta V + 6e\Delta V = 7e\Delta V$$

بافتراض أن السرعة الابتدائية للأيونات تقترب من الصفر.
بالتعويض بالقيم العددية، نحصل على

$$K = 7\left(1.602\times10^{-19}\ \text{C}\right)\left(10\times10^{6}\ \text{V}\right) = 1.12\times10^{-11}\ \text{J}$$

غالبًا يستخدم علماء الفيزياء النووية وحدات الإلكترون-فولت بدلًا من الجول للتعبير عن الطاقة الحركية للنواة المتسارعة:

$$K = 7e\Delta V = 7e\left(10\times10^{6}\ \text{V}\right) = 7\times10^{7}\ \text{eV} = 70\ \text{MeV}$$

المسألة 2
ما أعلى سرعة يمكن أن تكتسبها أنوية الكربون في هذا المعجل الترادفي؟

الحل 2
لتحديد السرعة، نستخدم العلاقة بين الطاقة الحركية والسرعة:

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2$$

حيث تبلغ كتلة نواة الكربون $m = 1.99\times10^{-26}$ kg. بحل هذه المعادلة لإيجاد السرعة، نحصل على

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2\left(1.12\times10^{-11}\ \text{J}\right)}{1.99\times10^{-26}\ \text{kg}}} = 3.36\times10^{7}\ \text{m/s}$$

والتي تمثّل 11% من سرعة الضوء.

مراجعة المفاهيم 3.2
يستخدم أنبوب أشعة الكاثود فرق جهد مقداره 5.0 kV لتسارع الإلكترونات وإنتاج شعاع إلكترونات يكوّن صورًا على شاشة فوسفورية. ما سرعة هذه الإلكترونات كنسبة من سرعة الضوء؟

a) 0.025%
b) 0.22%
c) 1.3%
d) 4.5%
e) 14%

مسألة محلولة 3.1 حزمة أيونات الأكسجين

المسألة
تتسارع أيونات الأكسجين (^{16}O) المجردة تمامًا (المنزوع منها جميع الإلكترونات) من السكون في معجّل جسيمات باستخدام إجمالي فرق جهد مقداره $10.0\ \text{MV} = 1.00\times10^{7}$ V. وتحتوي نواة ^{16}O على 8 بروتونات

و8 نيترونات. ينتج المُعجّل حزمة تتكوّن من 3.13×10^{12} أيونات في الثانية. وتتوقف حزمة الأيونات تمامًا في ممتص الحزمة. ما إجمالي القدرة التي يجب أن يمتصها ممتص الحزمة؟

الحل

فكّر القدرة هي الطاقة في كل وحدة زمنية. يمكننا حساب طاقة كل أيون ثُم الطاقة الكلية للحزمة لكل وحدة زمنية للحصول على القدرة المتبددة في ممتص الحزمة.

ارسم يوضح الشكل 3.13 حزمة من أيونات الأكسجين المجردة تمامًا متوقفة في ممتص الحزمة.

الشكل 3.13 حزمة من أيونات الأكسجين المجردة تمامًا متوقفة في ممتص الحزمة.

ابحث طاقة الوضع الكهربائية التي اكتسبها كل أيون أثناء عملية العجلة هي
$$U_{\text{ion}} = q\Delta V = ZeV$$

حيث يمثّل $Z = 8$ العدد الذري للأكسجين ويمثّل $e = 1.602 \times 10^{-19}$ C شحنة البروتون ويمثّل $V = 1.00 \times 10^{7}$ V الجهد الكهربائي الذي تتسارع الأيونات تحت تأثيره.

بسّط إذًا تكون قدرة الحزمة، التي تتبدد في ممتص الحزمة،
$$P = NU_{\text{ion}} = NZeV$$

حيث يمثّل $N = 3.13 \times 10^{12}$ أيون/الثانية عدد الأيونات التي توقفت في ممتص الحزمة كل ثانية.

احسب بالتعويض بالقيم العددية، نحصل على
$$P = NZeV = \left(3.13\times10^{12}\ \text{s}^{-1}\right)(8)\left(1.602\times10^{-19}\ \text{C}\right)\left(1.00\times10^{7}\ \text{V}\right)$$
$$= 40.1141\ \text{W}$$

قرّب نقرّب النتيجة إلى ثلاثة أرقام معنوية:
$$P = 40.1\ \text{W}$$

تحقّق ثانية يمكننا ربط التغير في الطاقة الحركية لكل أيون بالتغير في طاقة الوضع الكهربائية لكل أيون:
$$\Delta K = \Delta U = \tfrac{1}{2}mv^2 = U_{\text{ion}} = ZeV$$

وتبلغ كتلة نواة الأكسجين 2.66×10^{-26} kg. والسرعة المتجهة لكل أيون

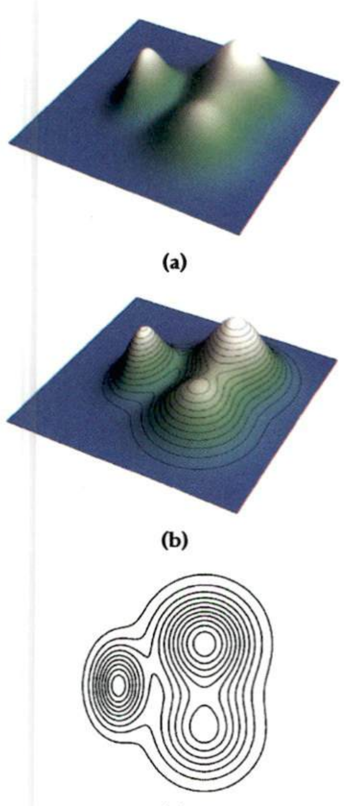
$$v = \sqrt{\frac{2ZeV}{m}} = \sqrt{\frac{2(8)\left(1.602\times10^{-19}\ \text{C}\right)\left(1.00\times10^{7}\,\text{V}\right)}{2.66\times10^{-26}\ \text{kg}}} = 3.10\times10^{7}\ \text{m/s}$$

وتمثّل 10% من سرعة الضوء، وتبدو منطقية بالنسبة إلى السرعة المتجهة للأيونات. ومن ثَمّ، تبدو النتيجة التي توصلنا إليها منطقية.

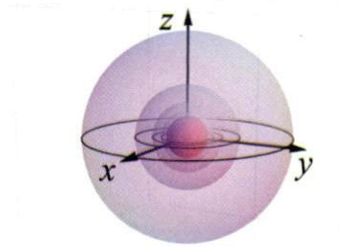
3.3 أسطح وخطوط تساوي الجهد

تخيّل أن عليك رسم خريطة لمنتجع تزلج به ثلاث قمم، مثل ذلك الموضح في الشكل 3.14a. رسمت خطوط ذات ارتفاع متماثل على القمم في الشكل 3.14b. ويمكنك السير على كل خط من هذه الخطوط، دون الصعود أو الهبوط، وستضمن وصولك إلى النقطة التي بدأت منها. طاقة الوضع الجذبية عند الخطوط ثابت، لأن طاقة الوضع الجذبية دالة في الارتفاع فقط ويظل الارتفاع ثابتًا على كل خط من الخطوط. يوضّح الشكل 3.14c منظرًا علويًا للخطوط الكنتورية ذات الارتفاع المتماثل، والتي تحدد خطوط تساوي طاقة الوضع الجذبية. إذا فهمتَ هذا الشكل، فسيكون من السهل عليك متابعة المناقشة التالية حول خطوط وأسطح الجهد الكهربائي.

عند وجود مجال كهربائي، يكون للجهد الكهربائي قيمة في كل مكان في الفضاء. وتشكّل النقاط التي لها الجهد الكهربائي نفسه **سطح تساوي الجهد**. يمكن أن تتحرك الجسيمات المشحونة على طول سطح تساوي الجهد دون بذل أي شغل عليها من المجال الكهربائي. وفقًا لمبادئ الكهروستاتيكية، يجب أن يكون سطح الموصل سطح تساوي جهد؛ وإلا فستتسارع الإلكترونات الحرة على سطح الموصل. أثبتت المناقشة في الوحدة 2 أن المجال الكهربائي يساوي صفرًا في كل مكان داخل جسم الموصل. ويعني هذا أنه ينبغي أن يكون الحجم الكلي للموصل عند الجهد نفسه؛ أي أن يكون الموصل بالكامل متساوي الجهد.



الشكل 3.14 (a) منتجع تزلج به ثلاث قمم؛ (b) القمم نفسها مع إضافة خطوط على الارتفاع نفسه؛ (c) خطوط الكفاف متساوية الارتفاع في رسم ثنائي الأبعاد.



الشكل 3.15 أسطح تساوي جهد متحدة المركز قيمها 5 V و4 V و3 V و2 V و1 V حول موصّل كروي، والجهد الذي مقداره 5 V متمركز حول نقطة الأصل للنظام الإحداثي xyz. تمثل الدوائر تقاطع الكرات متساوية الجهد مع المستوى xy وتكوّن خطوط تساوي الجهد.

توجد أسطح تساوي الجهد في ثلاثة أبعاد (الشكل 3.15)؛ لكن تسمح لنا التماثلات في الجهد الكهربائي بتمثيل أسطح تساوي الجهد في بُعدين، في صورة **خطوط تساوي الجهد** في المستوى الذي تكمن فيه الشحنات. قبل تحديد شكل أسطح تساوي الجهد وموقعها، لنلقِ نظرة أولًا على بعض المزايا النوعية لبعض الحالات البسيطة (التي تم تحديد المجالات الكهربائية لها في الوحدة 2).

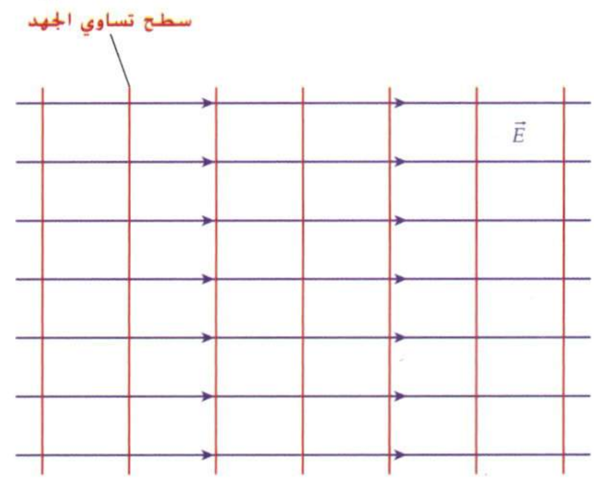
عند رسم خطوط تساوي الجهد، نلاحظ أن الشحنات يمكنها أن تتحرك عموديًا على أي خط للمجال الكهربائي دون أن يبذل عليها المجال الكهربائي أي شغل، لأنه وفقًا للمعادلة 3.4، يكون ناتج الضرب القياسي للمجال الكهربائي والإزاحة صفرًا. إذا كان الشغل المبذول من المجال الكهربائي يساوي صفرًا، فسيظل الجهد كما هو، وفقًا للمعادلة 3.8. لذا، تكون خطوط ومستويات تساوي الجهد متعامدة دائمًا على اتجاه المجال الكهربائي. (في الشكل 3.14b، خريطة الارتفاع لمنتجع التزلج، تكون الخطوط شديدة الانحدار هي المقابلة لخطوط المجال الكهربائي، وتكون متعامدة دائمًا على الخطوط ذات الارتفاع المتماثل).

قبل دراسة أسطح تساوي جهد معينة تنتج عن الترتيبات المختلفة للمجال الكهربائي، دعنا نلاحظ أهم ملاحظتين عامتين لهذا القسم، والتي تسري على جميع الحالات التالية:

1. يشكّل سطح أي موصّل سطحًا لتساوي الجهد.
2. أسطح تساوي الجهد متعامدة دائمًا على خطوط المجال الكهربائي عند أي نقطة في الفضاء.

المجال الكهربائي المنتظم

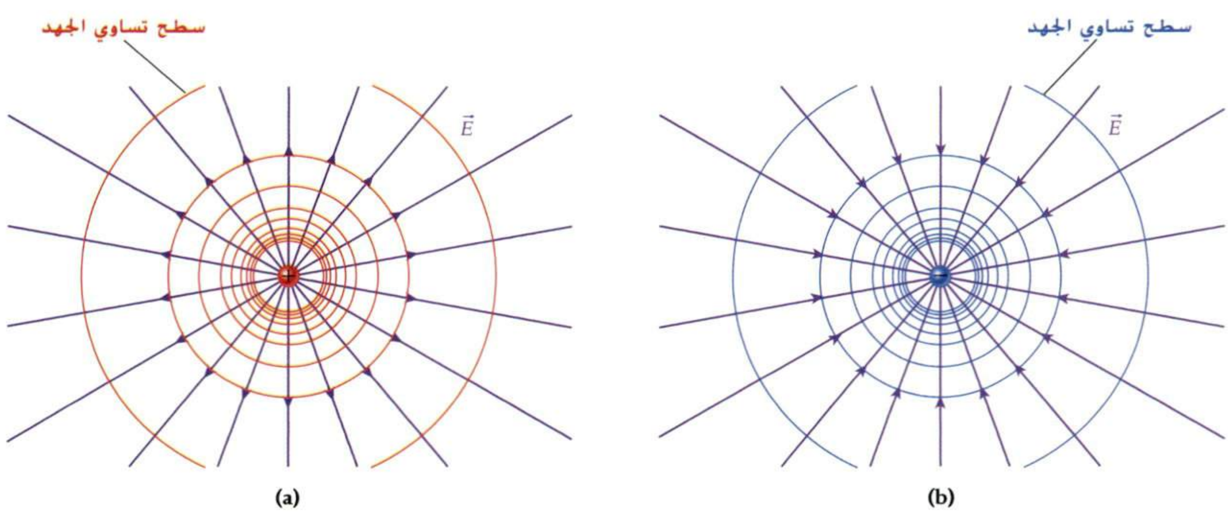
تكون خطوط المجال الكهربائي المنتظم مستقيمة ومتوازية وتبعد عن بعضها مسافات متساوية. ومن ثَم، يولّد هذا المجال أسطح تساوي جهد في شكل مستويات متوازية، وذلك بسبب تحقق شرط أن أسطح تساوي الجهد أو خطوط تساوي الجهد ينبغي أن تكون متعامدة على خطوط المجال. يتم تمثيل هذه المستويات في بُعدين كخطوط تساوي جهد تبعد عن بعضها مسافات متساوية (الشكل 3.16).



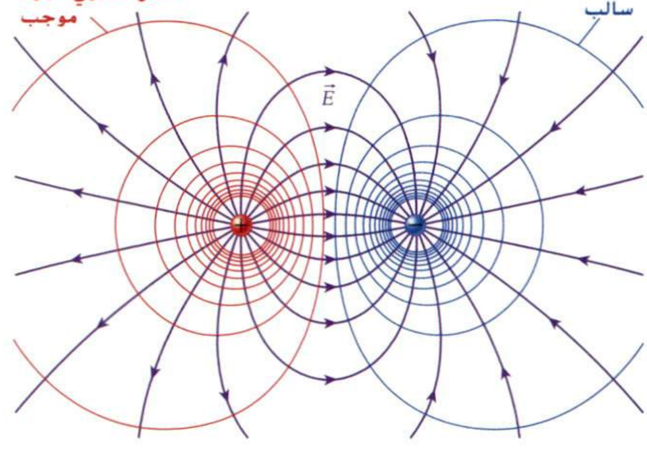
الشكل 3.16 أسطح تساوي الجهد (الخطوط الحمراء) الناتجة عن مجال كهربائي منتظم. تمثّل الخطوط الأرجوانية ذات رؤوس الأسهم المجال الكهربائي.

شحنة نقطية واحدة

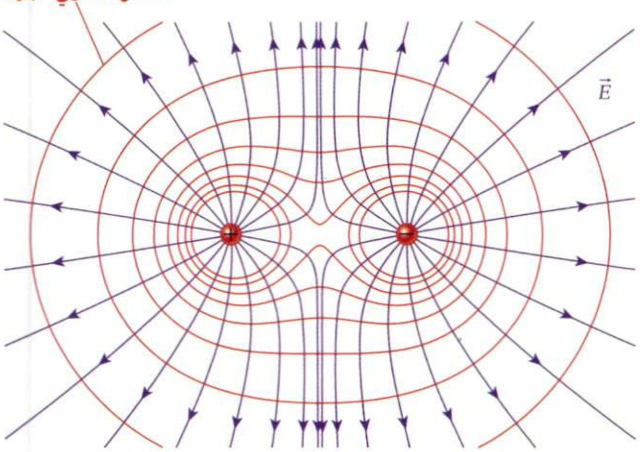
يوضح الشكل 3.17 المجال الكهربائي وخطوط تساوي الجهد الناتجة عن شحنة نقطية واحدة. تمتد خطوط المجال الكهربائي على امتداد أنصاف الأقطار خارجة من شحنة نقطية موجبة، كما هو موضح في الشكل 3.17a. في هذه الحالة، تتجه خطوط المجال بعيدًا عن الشحنة الموجبة وتنتهي في اللانهاية. وبالنسبة إلى الشحنة السالبة، كما هو موضح في الشكل 3.17b، تنشأ خطوط المجال عند اللانهاية وتنتهي عند الشحنة السالبة. خطوط تساوي الجهد هي دوائر مركزها الشحنة النقطية. (في الأشكال ثنائية البُعد الموضحة في الشكل، تمثّل الدوائر



الشكل 3.17 أسطح تساوي الجهد وخطوط المجال الكهربائي من (a) شحنة نقطية موجبة واحدة و(b) شحنة نقطية سالبة واحدة.



الشكل 3.18 أسطح تساوي الجهد الناتجة عن شحنتين نقطيتين متماثلتين في المقدار ومختلفتين في الإشارة. تمثّل الخطوط الحمراء الجهد الموجب وتمثّل الخطوط الزرقاء الجهد السالب. تمثّل الخطوط الأرجوانية ذات رؤوس الأسهم المجال الكهربائي.



الشكل 3.19 أسطح تساوي الجهد (الخطوط الحمراء) الناتجة عن شحنتين نقطيتين متماثلتين موجبتين. تمثّل الخطوط الأرجوانية ذات رؤوس الأسهم المجال الكهربائي.

الخطوط التي يتقاطع عندها مستوى الصفحة مع المجسمات الكروية متساوية الجهد). تكون قيم فرق الجهد بين خطوط تساوي الجهد المتجاورة متماثلة، مما يولّد خطوط تساوي جهد قريبة من بعضها بالقرب من الشحنة ومتباعدة فيما بينها بعيدًا عن الشحنة. لاحظ مرة أخرى أن خطوط تساوي الجهد تكون دائمًا متعامدة على خطوط المجال الكهربائي. لا تحتوي أسطح تساوي الجهد على أسهم مثل خطوط المجال، لأن الجهد كمية قياسية.

شحنتان نقطيتان مختلفتا الشحنة

يوضح الشكل 3.18 خطوط المجال الكهربائي الناشئة عن شحنتين نقطيتين مختلفتي الشحنة، إلى جانب أسطح تساوي الجهد الموضحة في شكل خطوط تساوي الجهد. ستجذب قوة كهروستاتيكية هاتين الشحنتين النقطيتين في اتجاه بعضهما، لكن تفترض هذه المناقشة أن الشحنات ثابتة في الفضاء ولا يمكنها الحركة. تبدأ خطوط المجال الكهربائي عند الشحنة الموجبة وتنتهي عند الشحنة السالبة. مرة أخرى، تكون خطوط تساوي الجهد متعامدة دائمًا على خطوط المجال الكهربائي. تمثّل الخطوط الحمراء في هذا الشكل أسطح تساوي الجهد الموجبة وتمثّل الخطوط الزرقاء أسطح تساوي الجهد السالبة. تولد الشحنات الموجبة جهدًا موجبًا وتولد الشحنات السالبة جهدًا سالبًا (نسبة إلى قيمة الجهد في اللانهاية). بالقرب من كل شحنة، تكون خطوط المجال الكهربائي وخطوط تساوي الجهد الناتجة مشابهة لتلك التي تكون للشحنة النقطية الواحدة. بعيدًا عن المنطقة المجاورة لكل شحنة، يكون المجال الكهربائي والجهد الكهربائي هما مجموع المجالات والجهود الناتجة عن الشحنتين. تُجمع المجالات الكهربائية كمتجهات، بينما تُجمع الجهود الكهربائية ككميات قياسية. ومن ثَم، يتم تحديد المجال الكهربائي عند جميع النقاط في الفضاء بدلالة المقدار والاتجاه، في حين يتم تحديد الجهد الكهربائي من خلال قيمته فقط عند نقطة معينة في الفضاء وليس له اتجاه مرتبط به.

سؤال الاختبار الذاتي 3.1

افترض أن الشحنتين في الشكل 3.18 موجودتان عند $(x,y) = (-10\text{ cm},0)$ و $(x,y) = (+10\text{ cm},0)$. ماذا سيكون الجهد الكهربائي على طول المحور y $(x=0)$؟

سؤال الاختبار الذاتي 3.2

افترض أن الشحنتين في الشكل 3.19 موجودتان عند $(x,y) = (-10\text{ cm},0)$ و $(x,y) = (+10\text{ cm},0)$. هل ستطابق النقطة $(x,y) = (0,0)$ نقطة القيمة العظمى أم الصغرى أم نقطة سرجية للجهد الكهربائي؟

شحنتان نقطيتان متماثلتا الشحنة

يوضح الشكل 3.19 خطوط المجال الكهربائي وأسطح تساوي الجهد الناتجة عن شحنتين نقطيتين متماثلتين موجبتين. تتأثر هاتان الشحنتان بقوة تنافر كهروستاتيكية. ونظرًا لأن كلتا الشحنتين موجبتان، فإنّ الأسطح تساوي الجهد تمثّل الجهود الموجبة. مرة أخرى، ينتج المجال الكهربائي والجهد الكهربائي من مجموع المجالات والجهود، على التوالي، الناتجة عن الشحنتين.

3.4 الجهد الكهربائي للتوزيعات المختلفة للشحنة

يُعرَّف الجهد الكهربائي بأنه الشغل اللازم لوضع وحدة شحنة عند نقطة ما، والشغل هو القوة المؤثرة عبر مسافة ما. كما يمكن تعريف المجال الكهربائي بأنه القوة المؤثرة في وحدة شحنة عند نقطة ما. ولذلك، يبدو أن الجهد عند نقطة ما يرتبط بشدة المجال عند تلك النقطة. في الواقع، يرتبط الجهد الكهربائي بالمجال الكهربائي بشكل مباشر؛ ويمكننا تحديد أحدهما بمعرفة الآخر.

لتحديد الجهد الكهربائي من المجال الكهربائي، نبدأ بتعريف الشغل المبذول على جسيم شحنته q بقوة $\vec{F}$ عبر إزاحة $d\vec{s}$

$$dW = \vec{F} \bullet d\vec{s}$$

في هذه الحالة، تُحدّد القوة من المعادلة $\vec{F} = q\vec{E}$ ومن ثَم يكون

$$dW = q\vec{E} \bullet d\vec{s} \tag{3.10}$$

بحساب تكامل المعادلة 3.10 عند تحرك الجسيم في المجال الكهربائي من نقطة ابتدائية معينة إلى نقاطة نهائية معينة نحصل على

$$W = W_{\mathrm{e}} = \int_{\mathrm{i}}^{\mathrm{f}} q\vec{E} \bullet d\vec{s} = q\int_{\mathrm{i}}^{\mathrm{f}} \vec{E} \bullet d\vec{s}$$

باستخدام المعادلة 3.8 لربط الشغل المبذول بالتغير في الجهد الكهربائي، نحصل على

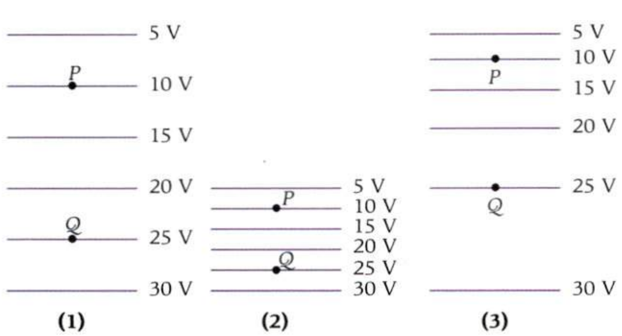
$$\Delta V = V_{\mathrm{f}} - V_{\mathrm{i}} = -\frac{W_{\mathrm{e}}}{q} = -\int_{\mathrm{i}}^{\mathrm{f}} \vec{E} \bullet d\vec{s}$$

وكما ذُكر سابقًا، فإنّ المبدأ المصطلح عليه هو أن تؤول قيمة الجهد الكهربائي إلى صفر عند في اللانهاية. وباستخدام هذا المبدأ، يمكننا التعبير عن الجهد عند نقطة ما $\vec{r}$ في الفضاء بالمعادلة

$$V(\vec{r}) - V(\infty) \equiv V(\vec{r}) = -\int_{\infty}^{\vec{r}} \vec{E} \bullet d\vec{s} \tag{3.11}$$

مراجعة المفاهيم 3.3

في الشكل الموضح، تمثل الخطوط خطوطًا متساوية الجهد. تحرّك جسم مشحون من النقطة P إلى النقطة Q. قارن بين مقدار الشغل المبذول على الجسم في الحالات الثلاث.



a) تتضمن جميع الحالات الثلاث مقدار الشغل نفسه.

b) الشغل الأكبر مبذول في الحالة 1.

c) الشغل الأكبر مبذول في الحالة 2.

d) الشغل الأكبر مبذول في الحالة 3.

e) الحالتان 1 و3 بهما مقدار الشغل نفسه، وهو أكبر من الشغل في الحالة 2.

الشحنة النقطية

لنستخدم المعادلة 3.11 لتحديد الجهد الكهربائي الناتج عن الشحنة النقطية، q. يتم تحديد المجال الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية، q (باعتباره موجبًا الآن)، على بُعد مسافة r من الشحنة من العلاقة

$$E = \frac{kq}{r^2}$$

يكون اتجاه المجال الكهربائي على امتداد أنصاف الأقطار من الشحنة النقطية. افترض إجراء التكامل على طول خط مجال يمتد من اللانهاية إلى نقطة على بُعد مسافة R من الشحنة النقطية، بحيث $\vec{E} \bullet d\vec{s} = Edr$ ثم يمكننا استخدام المعادلة 3.11 لنحصل على

$$V(R) = -\int_{\infty}^{R} \vec{E} \bullet d\vec{s} = -\int_{\infty}^{R} \frac{kq}{r^2}\,dr = \left[\frac{kq}{r}\right]_{\infty}^{R} = \frac{kq}{R}$$

ومن ثَم يتم تحديد الجهد الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية على بُعد مسافة r من الشحنة من العلاقة

$$V = \frac{kq}{r} \tag{3.12}$$

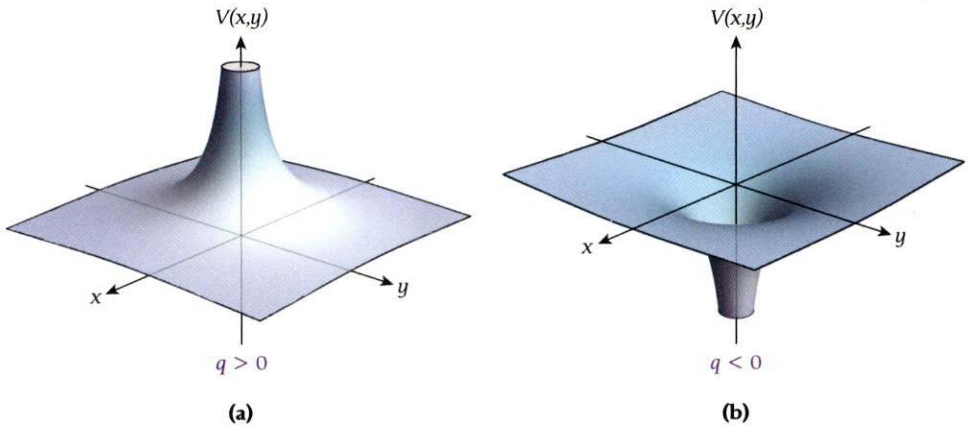
سؤال الاختبار الذاتي 3.3

تضمّن الحصول على المعادلة 3.12 للجهد الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية إجراء تكامل على طول خط قطري من مالانهاية إلى نقطة على مسافة R من الشحنة النقطية. كيف ستتغير النتيجة إذا تم إجراء التكامل على مسار مختلف؟

مراجعة المفاهيم 3.4

ما قيمة الجهد الكهربائي على بُعد 45.5 cm من شحنة نقطية مقدارها 12.5 pC؟

a) 0.247 V
b) 1.45 V
c) 4.22 V
d) 10.2 V
e) 25.7 V



الشكل 3.20 الجهد الكهربائي الناتج عن (a) شحنة نقطية موجبة و(b) شحنة نقطية سالبة.

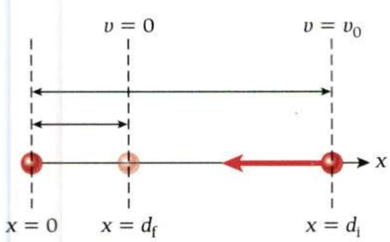
تكون المعادلة 3.12 صحيحة أيضًا عندما تكون $q < 0$. تولّد الشحنة الموجبة جهدًا موجبًا، وتولّد الشحنة السالبة جهدًا سالبًا، كما هو موضح في الشكل 3.20.

في الشكل 3.20، تم حساب الجهد الكهربائي لجميع النقاط الموجودة في المستوى xy. يمثّل المحور الرأسي قيمة الجهد عند كل نقطة على المستوى، $V(x,y)$، والتي يتم إيجادها باستخدام المعادلة $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ولا يتم حساب الجهد عند الاقتراب من $r = 0$ لأنه يصبح لانهائيًا هناك. من الشكل 3.20، يمكنك رؤية كيف تنشأ خطوط تساوي الجهد الدائرية الموضحة في الشكل 3.17.

مسـألة محلولة 3.2 الشحنات الموجبة الثابتة والمتحركة

المسألة

شحنة موجبة مقدارها $4.50\ \mu C$ ثابتة في مكانها. وأُطلق جسيم كتلته $6.00\ g$ وشحنته $+3.00\ \mu C$ بسرعة ابتدائية مقدارها $66.0\ m/s$ مباشرةً باتجاه الشحنة الثابتة من مسافة تبعد $4.20\ cm$. إلى أي مدى تقترب الشحنة المتحركة من الشحنة الثابتة قبل أن تصل إلى وضع السكون وتبدأ في الابتعاد عن الشحنة الثابتة؟



الشكل 3.21 شحنتان موجبتان، إحداهما ثابتة عند $x = 0$، وتبدأ الشحنة الثانية في التحرك بسرعة متجهة $\vec{v}_0$ عند $x = d_i$ وتكون سرعتها المتجهة صفرًا عند $x = d_f$.

الحل

فكّر ستكتسب الشحنة المتحركة طاقة وضع كهربائية عندما تقترب من الشحنة الثابتة. يُعادل سالب التغير في طاقة وضع الشحنة المتحركة التغير في الطاقة الحركية للشحنة المتحركة لأن $\Delta K + \Delta U = 0$.

ارسم نعيّن موقع الشحنة الثابتة عند $X = 0$، كما هو موضح في الشكل 3.21. تبدأ الشحنة المتحركة عند $X = D_i$، وتتحرك بسرعة ابتدائية $V = V_0$، وتصل إلى وضع السكون عند $X = D_f$.

ابحث تكتسب الشحنة المتحركة طاقة وضع كهربائية عندما تقترب من الشحنة الثابتة وتفقد طاقة حركية حتى تتوقف. عند تلك النقطة، تكون الطاقة الحركية الأصلية للشحنة المتحركة قد تحولت بأكملها إلى طاقة وضع كهربائية. باستخدام قانون حفظ الطاقة، يمكننا كتابة هذه العلاقة في صورة

$$\Delta K + \Delta U = 0 \Rightarrow \Delta K = -\Delta U \Rightarrow$$

$$0 - \tfrac{1}{2} m v_0^2 = -q_{\text{moving}} \Delta V \Rightarrow$$

$$\tfrac{1}{2} m v_0^2 = q_{\text{moving}} \Delta V \qquad \text{(i)}$$

يكون الجهد الكهربائي الذي تعرضت له الشحنة المتحركة ناتجًا عن الشحنة الثابتة، لذا يمكننا كتابة التغير في الجهد في صورة

$$\Delta V = V_f - V_i = k\frac{q_{\text{fixed}}}{d_f} - k\frac{q_{\text{fixed}}}{d_i} = kq_{\text{fixed}}\left(\frac{1}{d_f} - \frac{1}{d_i}\right) \qquad \text{(ii)}$$

- يُتبع

بسِّط بالتعويض بتعبير فرق الجهد من المعادلة (ii) في المعادلة (i)، نحصل على

$$\tfrac{1}{2}mv_0^2 = q_{\text{moving}}\Delta V = kq_{\text{moving}}q_{\text{fixed}}\left(\frac{1}{d_{\text{f}}}-\frac{1}{d_{\text{i}}}\right) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{d_{\text{f}}}-\frac{1}{d_{\text{i}}} = \frac{mv_0^2}{2kq_{\text{moving}}q_{\text{fixed}}} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{d_{\text{f}}} = \frac{1}{d_{\text{i}}} + \frac{mv_0^2}{2kq_{\text{moving}}q_{\text{fixed}}}$$

احسب بالتعويض بالقيم العددية، نحصل على

$$\frac{1}{d_{\text{f}}} = \frac{1}{0.0420\text{ m}} + \frac{(0.00600\text{ kg})(66.0\text{ m/s})^2}{2\left(8.99\times10^9\text{ N m}^2/\text{C}^2\right)\left(3.00\times10^{-6}\text{C}\right)\left(4.50\times10^{-6}\text{C}\right)} = 131.485$$

أو

$$d_{\text{f}} = 0.00760545\text{ m}$$

قرِّب نقرّب النتيجة إلى ثلاثة أرقام معنوية:

$$d_{\text{f}} = 0.00761\text{ m} = 0.761\text{ cm}$$

تحقَّق ثانية المسافة النهائية 0.761 cm أقل من المسافة الابتدائية 4.20 cm. عند المسافة النهائية، تبلغ طاقة الوضع الكهربائية للشحنة المتحركة

$$U = q_{\text{moving}}V = q_{\text{moving}}\left(k\frac{q_{\text{fixed}}}{d_{\text{f}}}\right) = k\frac{q_{\text{moving}}q_{\text{fixed}}}{d_{\text{f}}}$$

$$= \left(8.99\times10^9\text{ N m}^2/\text{C}^2\right)\frac{\left(3.00\times10^{-6}\text{ C}\right)\left(4.50\times10^{-6}\text{ C}\right)}{0.00761\text{ m}} = 16.0\text{ J}$$

تبلغ طاقة الوضع الكهربائية عند المسافة الابتدائية

$$U = q_{\text{moving}}V = q_{\text{moving}}\left(k\frac{q_{\text{fixed}}}{d_{\text{i}}}\right) = k\frac{q_{\text{moving}}q_{\text{fixed}}}{d_{\text{i}}}$$

$$= \left(8.99\times10^9\text{ N m}^2/\text{C}^2\right)\frac{\left(3.00\times10^{-6}\text{ C}\right)\left(4.50\times10^{-6}\text{ C}\right)}{(0.0420\text{ m})} = 2.9\text{ J}$$

تبلغ الطاقة الحركية الابتدائية

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2 = \frac{(0.00600\text{ kg})(66.0\text{ m/s})^2}{2} = 13.1\text{ J}$$

يمكننا أن نرى أنه تم تحقيق المعادلة المبنية على قانون حفظ الطاقة، التي بدأت منها عملية الحل:

$$\tfrac{1}{2}mv^2 = \Delta U$$

$$13.1\text{ J} = 16.0\text{ J} - 2.9\text{ J} = 13.1\text{ J}$$

ما يمنحنا الثقة بأن النتيجة التي حصلنا عليها للمسافة النهائية صحيحة.

نظام الشحنات النُقَطية

عند افتراض أن الجهد الكهربائي يساوي صفرًا عند مسافة لانهائية من نقطة الأصل، يمكننا حساب الجهد الكهربائي الناتج عن نظام من شحنات نقطية عددها n عن طريق جمع الجهود الناتجة من كافة الشحنات:

$$V = \sum_{i=1}^{n} V_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{kq_i}{r_i} \qquad (3.13)$$

يمكن إثبات المعادلة 3.13 بالتعويض بالتعبير الخاص بإجمالي المجال الكهربائي الناتج عن n شحنات $\left(\vec{E}_{\text{t}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_n\right)$ في المعادلة 3.11 ثم حساب تكامل كل حدّ. يمثل المجموع في المعادلة 3.13

الجهد في أي نقطة في الفضاء لها قيمة وليس لها اتجاه. ولذا يكون حساب الجهد الناتج عن مجموعة من الشحنات النقطية عادة أبسط كثيرًا من حساب المجال الكهربائي، الذي يتضمن جمع متجهات.

مثال 3.4 تراكب الجهود الكهربائية

لحساب الجهد الكهربائي عند نقطة محددة الناتج عن نظام من شحنات نقطية. يوضح الشكل 3.22 ثلاث شحنات نقطية هي: $q_1 = +1.50\ \mu C$، و$q_2 = +2.50\ \mu C$، و$q_3 = -3.50\ \mu C$. توجد الشحنة q_1 عند النقطة $(0,a)$، والشحنة q_2 عند $(0,0)$، والشحنة q_3 عند $(b,0)$، حيث $a = 8.00$ m و $b = 6.00$ m.

الجهد الكهربائي عند النقطة P يساوي مجموع الجهود الكهربائية الناتجة عن الشحنات الثلاث:

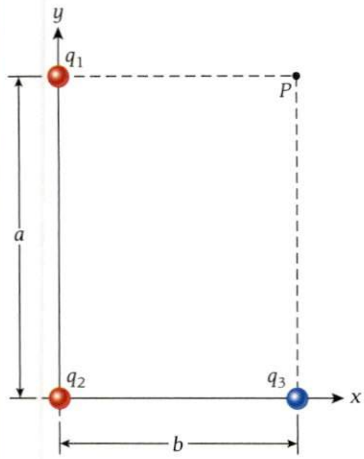
$$V = \sum_{i=1}^{3} \frac{kq_i}{r_i} = k\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3}\right) = k\left(\frac{q_1}{b} + \frac{q_2}{\sqrt{a^2+b^2}} + \frac{q_3}{a}\right)$$

$$= \left(8.99\times10^9\ \text{N m}^2/\text{C}^2\right)\left(\frac{1.50\times10^{-6}\ \text{C}}{6.00\ \text{m}} + \frac{2.50\times10^{-6}\ \text{C}}{\sqrt{(8.00\ \text{m})^2 + (6.00\ \text{m})^2}} + \frac{-3.50\times10^{-6}\ \text{C}}{8.00\ \text{m}}\right)$$

$$= 562\ \text{V}$$

لاحظ أن الجهد الكهربائي الناتج عن q_3 يكون سالبًا عند النقطة P، لكن مجموع الجهود الكهربائية موجب.

يتشابه هذا المثال مع المثال 2.1، الذي حسبنا فيه المجال الكهربائي الناتج عن ثلاث شحنات عند النقطة P. لاحظ أن حساب الجهد الكهربائي الناتج عن ثلاث شحنات هذا أبسط بكثير من الحساب في الوحدة السابقة.



الشكل 3.22 الجهد الكهربائي عند نقطة معينة الناتج عن ثلاث شحنات نقطية.

مراجعة المفاهيم 3.5

يوجد بروتونان في الفضاء بالطرق الثلاث الموضحة في الشكل. رتّب الحالات الثلاث من الأعلى إلى الأقل حسب صافي الجهد الكهربائي، V الناتج عند النقطة P.

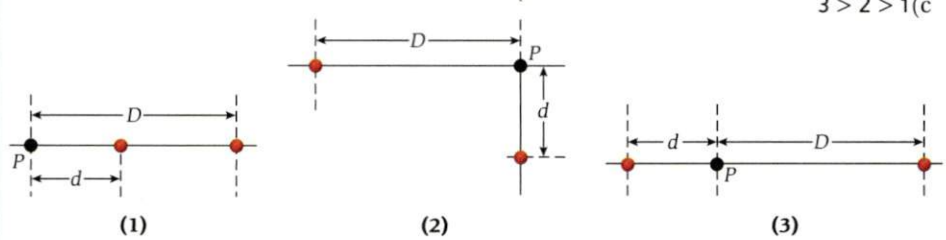
a) $2 > 3 > 1$

b) الجهود الثلاثة كلها متساوية.

c) $3 > 2 > 1$

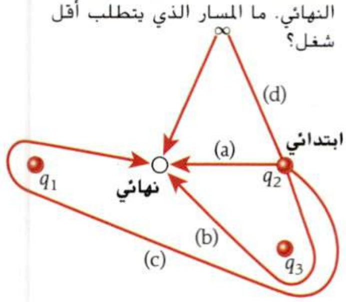
d) الجهود متساوية في الحالتين 1 و3، لكن الجهد في الحالة 2 أقل.

e) $1 > 2 > 3$



مراجعة المفاهيم 3.6

وضعت ثلاث شحنات نقطية موجبة متماثلة تمامًا عند نقاط ثابتة في الفضاء. ثم تحركت الشحنة q_2 من موقعها الابتدائي إلى موقع نهائي كما هو موضح في الشكل. وموضح أربعة مسارات مختلفة مميزة بالترقيم (a) إلى (d). يتبع المسار (a) أقصر خط؛ وينقل المسار (b) الشحنة q_2 مرورًا بالشحنة q_3؛ وينقل المسار (c) الشحنة q_2 مرورًا بالشحنة q_3 وq_1؛ وينقل المسار (d) الشحنة q_2 إلى مالانهاية ثم إلى الموقع النهائي. ما المسار الذي يتطلب أقل شغل؟



a) المسار (a)

b) المسار (b)

c) المسار (c)

d) المسار (d)

e) الشغل واحد في المسارات كلها.

مسألة محلولة 3.3 الحد الأدنى للجهد

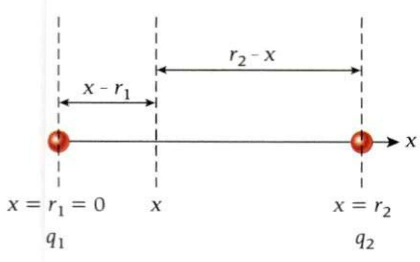
المسألة

توجد شحنة $q_1 = 0.829$ nC عند $r_1 = 0$ على المحور x. وتوجد شحنة أخرى $q_2 = 0.275$ nC عند $r_2 = 11.9$ cm على المحور x. عند أي نقطة على طول المحور x بين الشحنتين، يكون الجهد الكهربائي الناتج منهما أدنى ما يمكن؟

الحل

فكّر يمكننا التعبير عن الجهد الكهربائي الناتج عن الشحنتين في صورة مجموع الجهود الكهربائية الناتجة عن الشحنات الفردية. للحصول على الحد الأدنى للجهد، نحسب مشتقة الجهد ونساويها بالصفر. ثم يمكننا حساب المسافة التي تكون المشتقة عندها تساوي صفرًا.

ارسم يوضح الشكل 3.23 موقعي الشحنتين.



الشكل 3.23 شحنتان على طول المحور x.

- يُتبع

ابحث يمكننا التعبير عن الجهد الكهربائي الناتج على طول المحور X من الشحنتين كالتالي

$$V = V_1 + V_2 = k\frac{q_1}{x - r_1} + k\frac{q_2}{r_2 - x} = k\frac{q_1}{x} + k\frac{q_2}{r_2 - x}$$

لاحظ أن الكميات x و$r_2 - x$ موجبة دائمًا لأن $0 < x < r_2$. لإيجاد الحد الأدنى، نحسب مشتقة الجهد الكهربائي:

$$\frac{dV}{dx} = -k\frac{q_1}{x^2} - k\frac{q_2}{(r_2 - x)^2}(-1) = k\frac{q_2}{(r_2 - x)^2} - k\frac{q_1}{x^2}$$

بسِّط بعد مساواة مشتقة الجهد الكهربائي بالصفر وإعادة الترتيب، نحصل على

$$k\frac{q_2}{(r_2 - x)^2} = k\frac{q_1}{x^2}$$

بعد القسمة على k وإعادة الترتيب، نحصل على

$$\frac{x^2}{(r_2 - x)^2} = \frac{q_1}{q_2}$$

الآن يمكننا حساب الجذر التربيعي وإعادة الترتيب:

$$x = \pm(r_2 - x)\sqrt{\frac{q_1}{q_2}}$$

نظرًا لأن $x > 0$ و$(r_2 - x) > 0$، يجب أن تكون الإشارة موجبة. بالحل لإيجاد x، نحصل على

$$x = \frac{r_2\sqrt{\frac{q_1}{q_2}}}{1 + \sqrt{\frac{q_1}{q_2}}} = \frac{r_2}{\sqrt{\frac{q_2}{q_1}} + 1}$$

احسب بالتعويض بالقيم العددية، نحصل على

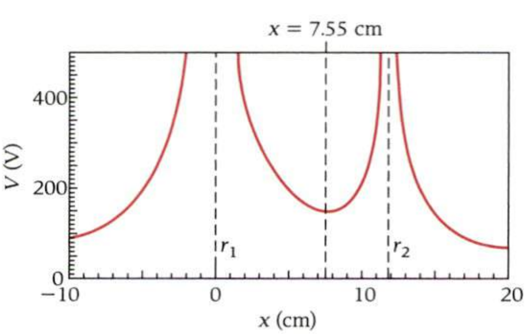
$$x = \frac{0.119 \text{ m}}{1 + \sqrt{\frac{0.275 \text{ nC}}{0.829 \text{ nC}}}} = 0.0755097 \text{ m}$$

قرِّب نقرِّب النتيجة إلى ثلاثة أرقام معنوية:

$$x = 0.0755 \text{ m} = 7.55 \text{ cm}$$

تحقَّق ثانية يمكننا التحقق ثانية من النتيجة من خلال التمثيل البياني (باستخدام حاسبة التمثيل البياني مثلًا) للجهد الكهربائي الناتج من الشحنتين وتحديد الحد الأدنى من الرسم (الشكل 3.24).

يقع الحد الأدنى للجهد الكهربائي عند $x = 7.55$ cm، وهو ما يؤكد النتيجة التي تم التوصل إليها.



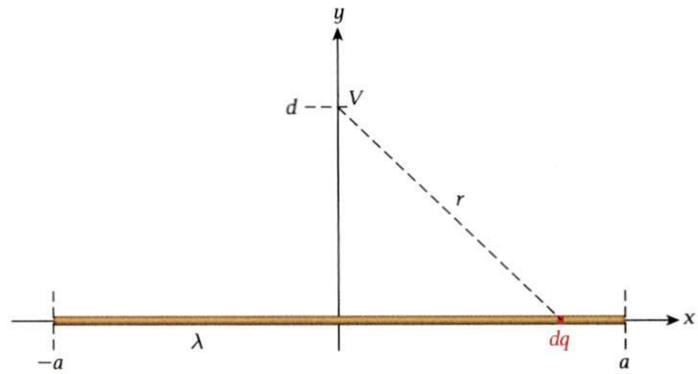
الشكل 3.24 التمثيل البياني للجهد الكهربائي الناتج عن الشحنتين.

التوزيع المتصل للشحنة

يمكننا تحديد الجهد الكهربائي الناتج عن التوزيع المتصل للشحنة. للقيام بذلك، نقسّم الشحنة إلى عناصر تفاضلية من الشحنة، dq. ثم نوجد الجهد الكهربائي الناتج من هذه الشحنة التفاضلية كما لو كانت شحنة نقطية. وهذه هي الطريقة التي تم التعامل بها مع توزيعات الشحنات في تحديد المجالات الكهربائية في الوحدة 2. يمكن التعبير عن الشحنة التفاضلية، dq، بدلالة الشحنة لكل وحدة طول مضروبة في الطول التفاضلي، λdx؛ أو بدلالة الشحنة لكل وحدة مساحة مضروبة في المساحة التفاضلية، σdA؛ أو بدلالة الشحنة لكل وحدة حجم مضروبة في الحجم التفاضلي، ρdV. ويتم الحصول على الجهد الكهربائي الناتج من توزيع الشحنة عن طريق حساب تكامل إسهامات الشحنات التفاضلية. لنفكر في مثال يتضمن جهدًا كهربائيًا ناتجًا عن توزيع شحنات أحادي البعد.

مــثال 3.5 خط محدد من الشحنات

ما الجهد الكهربائي عند المسافة d على المنصّف العمودي لسلك رفيع طوله $2a$ وتوزيع شحنة خطي λ (الشكل 3.25)؟



الشكل 3.25 حساب الجهد الكهربائي الناتج عن خط شحنة.

يتم تحديد الجهد الكهربائي التفاضلي، dV، عند المسافة d على المنصّف العمودي للسلك والناتج عن شحنة تفاضلية، dq، من العلاقة

$$dV = k\frac{dq}{r}$$

يتم إيجاد الجهد الكهربائي للسلك بأكمله من خلال حساب تكامل dV بطول السلك:

$$V = \int_{-a}^{a} dV = \int_{-a}^{a} k\frac{dq}{r} \qquad \text{(i)}$$

باستخدام $dq = \lambda dx$ و $r = \sqrt{x^2 + d^2}$ يمكننا إعادة كتابة المعادلة (i) على الصورة

$$V = \int_{-a}^{a} k\frac{\lambda dx}{\sqrt{x^2+d^2}} = k\lambda\int_{-a}^{a}\frac{dx}{\sqrt{x^2+d^2}}$$

ينتج عن إيجاد هذا التكامل في جدول أو تقييمه باستخدام برنامج

$$\int_{-a}^{a}\frac{dx}{\sqrt{x^2+d^2}} = \left[\ln\left(x+\sqrt{x^2+d^2}\right)\right]_{-a}^{a} = \ln\left(\frac{\sqrt{a^2+d^2}+a}{\sqrt{a^2+d^2}-a}\right)$$

ومن ثَم، يتم تحديد الجهد الكهربائي عند المسافة d على المنصّف العمودي للخط المحدد للشحنة من العلاقة

$$V = k\lambda\ln\left(\frac{\sqrt{a^2+d^2}+a}{\sqrt{a^2+d^2}-a}\right)$$

سؤال الاختبار الذاتي 3.4

ارسم التمثيل البياني للجهد الكهربائي الناتج عن كرة موصلة مشحونة مجوّفة كدالة للإحداثي نصف القطري r من صفر إلى ثلاثة أضعاف نصف قطر الكرة، R.

مسألة محلولة 3.4 قرص مشحون

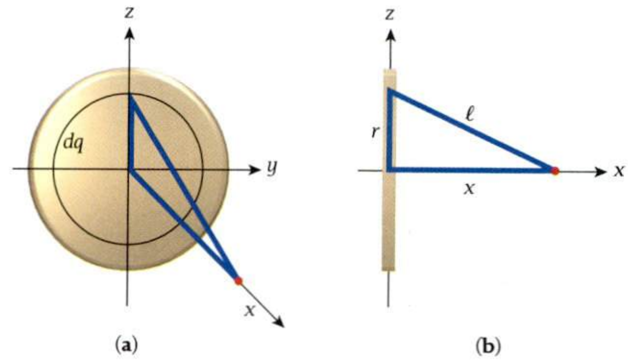
المسألة

شحنة مقدارها 3.50 nC موزعة بانتظام على قرص نصف قطره 1.00 cm. ما الجهد الكهربائي عند مسافة 4.50 mm من القرص على طول محور تماثله، بافتراض أن الجهد يساوي صفرًا عند مسافة لانهائية؟

الحل

فكّر تنتج الشحنة النقطية الجهد الكهربائي $V(r) = kq/r$. لكن نظرًا لأن الشحنة في هذه الحالة موزعة على مساحة، لا يمكننا استخدام هذه العلاقة، لكن يجب حساب

– يُتبع



الشكل 3.26 الجهد الكهربائي على محور تماثل القرص: (a) منظر أمامي، (b) منظر جانبي.

التكامل. الإجراء العام الخاص بهذا التكامل واحد دائمًا: نقسّم إجمالي الشحنة إلى أجزاء صغيرة، dq، ونحسب الجهد الكهربائي لكل منها، ثم نحسب تكامل جميع أجزاء الشحنة. في هذه الحالة، مهمتنا هي إيجاد الجهد الكهربائي لنقطة على محور تماثل القرص، لذا علينا استخدام هذا التماثل في إجراء التكامل.

ارسم يوضح الشكل 3.26 رسمًا للمسألة.

ابحث كثافة الشحنة السطحية للقرص هي $\sigma = q/A$، حيث A هي مساحة القرص، $A = \pi R^2$. بالإضافة إلى ذلك، الشحنة موزعة بشكل متماثل حول محور التماثل، المحور x في الشكل 3.26. يحقّز هذا استخدام حلقة رفيعة عرضها dr من أجل وحدة الشحنة التفاضلية: $dq = \sigma dA$، مع $dA = 2\pi r dr$. في الشكل 3.26، نرى أن كل نقطة على الحلقة عبارة عن مسافة متساوية ℓ من النقطة (المميزة بعلامة حمراء) التي نريد إيجاد الجهد عندها. إذًا يكون إسهام dp في الجهد الكهربائي هو $dV = kdq/\ell$ ، وإجمالي الجهد هو $V = \int dV$. آخر ما نحتاج القيام به هو ربط المسافة ℓ بالمسافة x بين النقطة ومركز القرص. من الجزء (b) في الشكل 3.26، يمكنك رؤية أن هذه العلاقة تحدد من خلال $\ell = \sqrt{r^2 + x^2}$

بسّط بعد تجميع الأجزاء معًا، نجد أنه يتم تحديد الجهد على محور تماثل القرص كدالة للمسافة إلى المركز من العلاقة

$$V(x) = \int dV = \int \frac{k}{\ell} dq = \int \frac{k\sigma}{\ell} dA = \int \frac{k\sigma}{\ell} 2\pi r\, dr$$

بعد التعويض بالتعبيرات التي حصلنا عليها لكثافة الشحنة، σ، والمسافة، ℓ، نكون جاهزين لحساب التكامل على r من صفر إلى نصف قطر القرص، R:

$$V(x) = \frac{2kq}{R^2}\int_0^R \frac{r}{\sqrt{x^2 + r^2}}\, dr = \frac{2kq}{R^2}\sqrt{x^2 + r^2}\Big|_0^R = \frac{2kq}{R^2}\left(\sqrt{x^2 + R^2} - x\right)$$

احسب بالتعويض بالقيم العددية، نحصل على

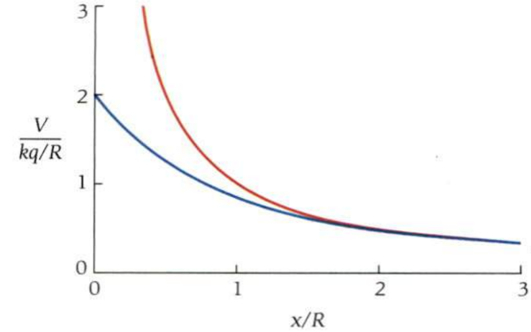
$$V(4.5\text{ mm}) = \frac{2(8.98755\times10^9\text{ N m}^2/\text{C}^2)(3.5\times10^{-9}\text{C})}{(0.01\text{ m})^2}\left(\sqrt{(4.5\times10^{-3}\text{m})^2 + (0.01\text{ m})^2} - 4.5\times10^{-3}\text{m}\right)$$
$$= 4067.85\text{ N m/C}$$

قرّب نقرّب النتيجة النهائية إلى ثلاثة أرقام معنوية: $V(4.5\text{ mm}) = 4.07\text{ kV}$. (استخدمنا $1\text{ N m} = 1\text{ J}$ و $1\text{ J}/1\text{ C} = 1\text{ V}$ للوصول إلى الوحدة الملائمة لقياس الجهد وهي الفولت).

تحقّق ثانية لقد أجرينا بالفعل تحققًا بسيطًا من خلال ملاحظة أن وحدات الإجابة صحيحة. ولإجراء تحقق آخر، يمكننا النظر إلى الحالة المحددة التي يقلّ فيها نصف قطر القرص إلى صفر، أي أنه يصبح شحنة نقطية. الجهد عند مسافة 4.50 mm من شحنة نقطية 3.50-nC هو

$$V_{\text{point}}(4.5\text{ mm}) = \frac{(8.988\times10^9\text{ N m}^2/\text{C}^2)(3.5\times10^{-9}\text{C})}{0.0045\text{ m}} = 6.99\text{ kV}$$

هذه النتيجة مطمئنة لأن درجة المقدار مماثلة للإجابة التي حسبناها، لكنها أكبر قليلًا فقط، كما توقعنا. يقارن الشكل 3.27 بين التمثيل البياني للجهد الكهربائي الناتج عن القرص المشحون (المنحنى الأزرق) والتمثيل البياني للجهد الناتج عن شحنة نقطية (المنحنى الأحمر). كما هو متوقع، فإن توزيع الشحنة لا يهم في المسافات الكبيرة، ويقترب الجهد الذي حسبناه من الجهد الخاص بشحنة نقطية. إلا إن الاختلاف يتضح جدًا عندما تكون المسافات أصغر من نصف قطر القرص. ونلاحظ على وجه الخصوص أنه عندما $x \to 0$، فإن الجهد الناتج عن قرص مشحون بانتظام لا يتباعد لكن يكون حده الأقصى $2\ kq/R$.



الشكل 3.27 مقارنة بين الجهد الكهربائي الناتج عن قرص مشحون بانتظام نصف قطره R (المنحنى الأزرق) والجهد الناتج عن شحنة نقطية (المنحنى الأحمر).

3.5 إيجاد المجال الكهربائي من الجهد الكهربائي

كما ذكرنا سابقًا، يمكننا تحديد المجال الكهربائي بداية من الجهد الكهربائي. تستخدم هذه العملية الحسابية المعادلتين 3.8 و3.10:

$$-q dV = q\vec{E} \bullet d\vec{s}$$

حيث $d\vec{s}$ متجه من نقطة ابتدائية إلى نقطة نهاية تقع على بُعد مسافة قصيرة (متناهية الصغر). يتم تحديد مركبة المجال الكهربائي، E_s، على طول اتجاه $d\vec{s}$ من المشتقة الجزئية

$$E_s = -\frac{\partial V}{\partial s} \tag{3.14}$$

ومن ثم، يمكننا إيجاد أي مركبة للمجال الكهربائي عن طريق حساب المشتقة الجزئية للجهد بطول اتجاه هذه المركّبة. ثم يمكننا كتابة مُركّبتي المجال الكهربائي بدلالة المشتقات الجزئية للجهد:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x};\quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y};\quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \tag{3.15}$$

صيغة حساب المتجه المكافئ هي $\vec{E} = -\vec{\nabla}V \equiv -(\partial V/\partial x, \partial V/\partial y, \partial V/\partial z)$، حيث يسمى العامل $\vec{\nabla}$ **التدرج**. ومن ثم، يمكن تحديد المجال الكهربائي بيانيا، من خلال قياس سالب تغير الجهد لكل وحدة مسافة عمودية على خط تساوي الجهد، أو تحليليا، باستخدام المعادلة 3.15.

لتعزيز مفاهيم المجالات الكهربائية والجهد بصريا، يوضح المثال التالي كيفية استخدام الطريقة البيانية لإيجاد المجال بمعلومية الجُهد.

مراجعة المفاهيم 3.7

افترض أن الجهد الكهربائي يوضح بالعلاقة $V(x, y, z) = -(5x^2 + y + z)$ بالفولت. أي من التعبيرات التالية يصف المجال الكهربائي المقترن بوحدة فولت للمتر؟

a) $\vec{E} = 5\hat{x} + 2\hat{y} + 2\hat{z}$

b) $\vec{E} = 10x\hat{x}$

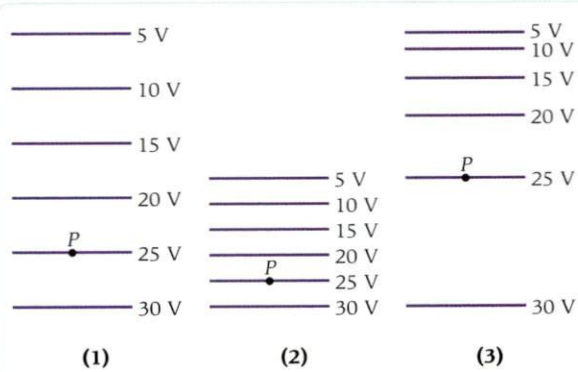
c) $\vec{E} = 5x\hat{x} + 2\hat{y}$

d) $\vec{E} = 10x\hat{x} + \hat{y} + \hat{z}$

e) $\vec{E} = 0$

مراجعة المفاهيم 3.8

في الشكل الموضح، تمثل الخطوط خطوطًا متساوية الجهد. قارن بين مقدار المجال الكهربائي، E، عند النقطة P في الحالات الثلاث.



a) $E_1 = E_2 = E_3$

b) $E_1 > E_2 > E_3$

c) $E_1 < E_2 < E_3$

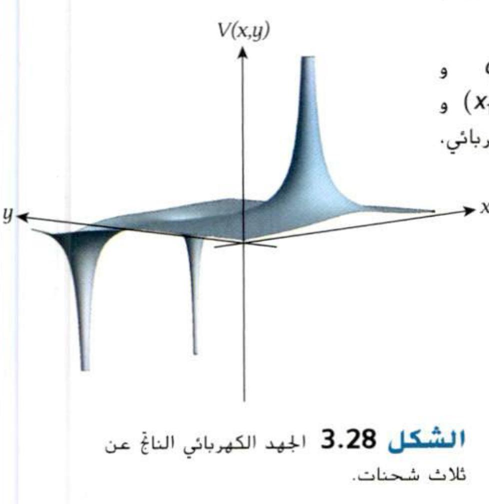
d) $E_3 > E_1 > E_2$

e) $E_3 < E_1 < E_2$

مثال 3.6 الاستخلاص البياني للمجال الكهربائي

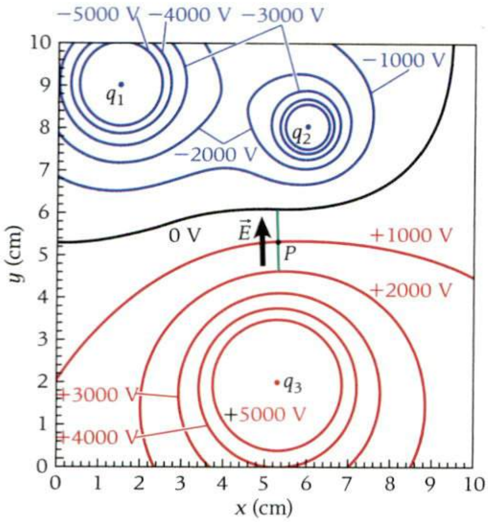
لنفكر في نظام يتكون من ثلاث شحنات نقطية قيمها $q_1 = -6.00\ \mu C$ و $q_2 = -3.00\ \mu C$ و $q_3 = +9.00\ \mu C$. توجد في المواقع $(x_1,y_1) = (1.5\ cm, 9.0\ cm)$ و $(x_2,y_2) = (6.0\ cm, 8.0\ cm)$ و $(x_3,y_3) = (5.3\ cm, 2.0\ cm)$. يوضح الشكل 3.28 الجهد الكهربائي، $V(x,y)$، الناتج عن هذه الشحنات الثلاث، مع حساب خطوط تساوي الجهد عند قيم جهود تبدأ من -5000 V إلى 5000 V بزيادات 1000 V الموضحة في الشكل 3.29.

يمكننا حساب مقدار المجال الكهربائي عند النقطة P باستخدام المعادلة 3.14 والطرق البيانية. للقيام بهذه المهمة، نستخدم الخط الأخضر



الشكل 3.28 الجهد الكهربائي الناتج عن ثلاث شحنات.

- يتبع



الشكل 3.29 خطوط تساوي الجهد للجهد الكهربائي الناتج عن ثلاث شحنات نقطية.

في الشكل 3.29، المرسوم مارًا بالنقطة P عمودياً على خط تساوي الجهد لأن المجال الكهربائي دائمًا عمودي على خطوط تساوي الجهد، يصل من خط تساوي الجهد 0 V إلى الخط 2000 V. كما ترى في الشكل 3.29، طول الخط الأخضر هو 1.5 cm. لذا يمكن تقريب مقدار المجال الكهربائي على النحو التالي

$$|E_s| = \left|-\frac{\Delta V}{\Delta s}\right| = \left|\frac{(+2000\ \text{V}) - (0\ \text{V})}{1.5\ \text{cm}}\right| = 1.3\times10^{5}\ \text{V/m}$$

حيث Δs هو طول الخط المار بالنقطة P. تشير الإشارة السالبة في المعادلة 3.14 إلى أن اتجاه المجال الكهربائي بين خطوط تساوي الجهد المتجاورة يكون من خط تساوي الجهد 2000 V إلى خط الجهد صفر.

في الوحدة 2، قمنا باشتقاق تعبير للمجال الكهربائي على طول المنصّف العمودي للخط المحدد للشحنة:

$$E_y = \frac{2k\lambda}{y}\frac{a}{\sqrt{y^2 + a^2}}$$

في المثال 3.5، توصلنا إلى تعبير للجهد الكهربائي على طول المنصّف العمودي للخط المحدد للشحنة؛ وهنا نستبدل الإحداثي d المستخدم في ذلك المثال بالمسافة في الاتجاه y:

$$V = k\lambda \ln\left(\frac{\sqrt{y^2 + a^2} + a}{\sqrt{y^2 + a^2} - a}\right) \tag{3.16}$$

يمكننا إيجاد المركبة y للمجال الكهربائي من الجهد باستخدام المعادلة 3.15:

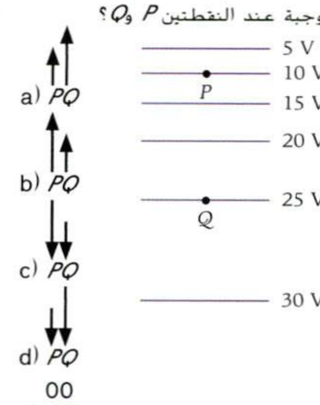
$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}$$

$$= -\frac{\partial\left(k\lambda \ln\left(\frac{\sqrt{y^2 + a^2} + a}{\sqrt{y^2 + a^2} - a}\right)\right)}{\partial y}$$

$$= -k\lambda\left(\frac{\partial\left(\ln\left(\sqrt{y^2 + a^2} + a\right)\right)}{\partial y} - \frac{\partial\left(\ln\left(\sqrt{y^2 + a^2} - a\right)\right)}{\partial y}\right)$$

مراجعة المفاهيم 3.9

في الشكل الموضح، تمثل الخطوط خطوطًا متساوية الجهد. وُضعت شحنة موجبة عند النقطة P، ثم وُضعت شحنة موجبة أخرى عند النقطة Q. ما مجموعة المتجهات التي تعد أفضل تمثيل للمقادير النسبية واتجاهات قوى المجال الكهربائي المبذولة على الشحنات الموجبة عند النقطتين P وQ؟



نحصل على الحد الأول بحساب المشتقة الجزئية (تذكر أنه يمكننا معاملة المشتقة الجزئية كمشتقة عادية)

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\ln\left(\sqrt{y^2+a^2}+a\right)\right)=\underbrace{\left(\frac{1}{\sqrt{y^2+a^2}+a}\right)}_{\text{المشتقة الداخلية}}\underbrace{\left(\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{y^2+a^2}}\right)}_{\sqrt{y^2+a^2}\ \text{المشتقة}}\underbrace{(2y)}_{y^2\ \text{المشتقة}}=\frac{y}{y^2+a^2+a\sqrt{y^2+a^2}}$$

حيث تم استخدام حقيقة أن مشتقة دالة اللوغاريتم الطبيعي هي $d(\ln x)/dx = 1/x$ بالإضافة إلى قاعدة السلسلة في التفاضل. (يُشار إلى المشتقات الخارجية والداخلية أسفل الحدود التي تنتجها). يمكن إيجاد تعبير مشابه للحد الثاني. وباستخدام قيم المشتقات، يمكننا إيجاد مركبة المجال الكهربائي:

$$E_y=-k\lambda\left(\frac{y}{y^2+a^2+a\sqrt{y^2+a^2}}-\frac{y}{y^2+a^2-a\sqrt{y^2+a^2}}\right)=\frac{2k\lambda}{y}\frac{a}{\sqrt{y^2+a^2}}$$

هذه النتيجة مماثلة لنتيجة المجال الكهربائي في الاتجاه y المشتق في الوحدة 2 من خلال حساب التكامل على خط محدد للشحنة.

3.6 طاقة الوضع الكهربائية لنظام من الشحنات النُقطية

ناقش القسم 3.1 طاقة الوضع الكهربائية لشحنة نقطية في مجال كهرباء خارجي معين، ووصَف القسم 3.4 طريقة حساب الجهد الكهربائي الناتج عن نظام من الشحنات النُقطية. يجمع هذا القسم بين هاتين المعلومتين لإيجاد طاقة الوضع الكهربائية لنظام شحنات نقطية. تخيّل نظام شحنات متباعدة إلى ما لانهاية. لتقريب هذه الشحنات إلى بعضها، يجب بذل شغل على الشحنات، وهو ما يغير طاقة الوضع الكهربائية للنظام. وطاقة الوضع الكهربائية لنظام الشحنات النُقطية هي الشغل اللازم لجلب الشحنات من اللانهاية وتقريبها معًا.

كمثال، سنوجد طاقة الوضع الكهربائية لنظام مكوّن من شحنتين نقطيتين (الشكل 3.30). افترض أن الشحنتين تكون المسافة الفاصلة بينهما في البداية لانهائية. ثم جلبنا الشحنة النقطية q_1 إلى النظام. لا يتطلب هذا الإجراء بذل أي شغل على الشحنة، لأن النظام الحالي من الشحنات ليس له مجال كهربائي أو قوة كهربائية مقابلة. نحافظ على هذه الشحنة ثابتة، ثم نجلب الشحنة النقطية الثانية، q_2، من اللانهاية إلى المسافة r من q_1. وباستخدام المعادلة 3.6، يمكننا كتابة طاقة الوضع الكهربائية للنظام على الصورة

$$U=q_2V \tag{3.17}$$

حيث

$$V=\frac{kq_1}{r} \tag{3.18}$$

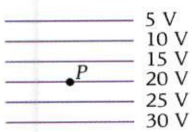
ومن ثَم، تكون طاقة الوضع الكهربائية لهذا النظام المكوّن من شحنتين نقطيتين هي

$$U=\frac{kq_1q_2}{r} \tag{3.19}$$

ومن نظرية الشغل والطاقة، فإن الشغل، W، اللازم بذله على الجسيمات لتقريبها وإبقائها ثابتة يساوي U. إذا كان للشحنتين الإشارة نفسها، $W = U > 0$. فيجب بذل شغل موجب لجلبهما من اللانهاية وتقريبهما وإبقائهما دون حركة. إذا كان للشحنتين إشارتان مختلفتان، فيجب بذل شغل سالب لجلبهما من اللانهاية وتقريبهما وإبقائهما دون حركة. ولتحديد U لأكثر من شحنتين نقطيتين، فإننا نجمّع الشحنات من اللانهاية واحدة تلو الأخرى بغض النظر عن أي ترتيب.

مراجعة المفاهيم 3.10

في الشكل الموضح، تمثل الخطوط خطوطًا متساوية الجهد. ما اتجاه المجال الكهربائي عند النقطة P؟



a) إلى أعلى

b) إلى أسفل

c) إلى اليسار

d) إلى اليمين

e) المجال الكهربائي عند النقطة P يساوي صفرًا.

مراجعة المفاهيم 3.11

ثلاثة أزواج من الألواح المتوازية، بين كل زوج المسافة الفاصلة نفسها وجهد كل لوح موضح في الرسم. والمجال الكهربائي، E، منتظم بين كل زوج من الألواح وعمودي عليه. رتّب مقدار E بين الألواح، من الأعلى إلى الأقل.

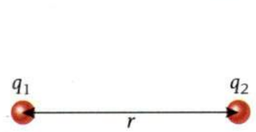
a) $1 > 2 > 3$

b) $3 > 2 > 1$

c) مقادير 3 و2 متساوية وأكبر من مقدار 1.

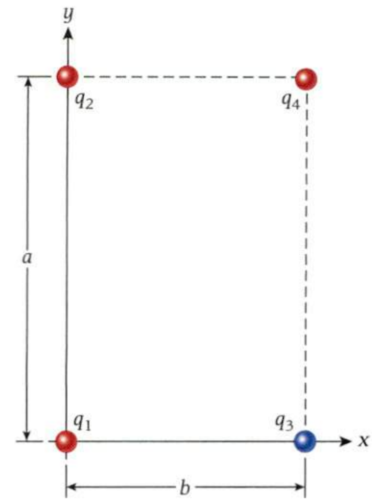
d) المقادير الثلاثة متساوية.

e) مقدار 2 أكبر من مقدار 1 و3 وهما متساويان.



الشكل 3.30 شحنتان نقطيتان بينهما المسافة r.

مثال 3.7 أربع شحنات نقطية



الشكل 3.31 حساب طاقة الوضع لنظام من أربع شحنات نقطية.

لنحسب μ وهي طاقة الوضع الكهربائية لنظام مكون من أربع شحنات نقطية، المبين في الشكل 3.31. وقيم الشحنات النقطية الأربعة هي $q_1 = +1.0\ \mu C$، و$q_2 = +2.0\ \mu C$، و$q_3 = -3.0\ \mu C$، و$q_4 = +4.0\ \mu C$. تم وضع الشحنات عند المسافات $a = 6.0$ m، و$b = 4.0$ m.

المسألة

ما طاقة الوضع الكهربائية لهذا النظام المكوّن من أربع شحنات نقطية؟

الحل

نبدأ الحساب عندما تكون الشحنات الأربع متباعدة في مالانهاية ونفترض أن طاقة الوضع الكهربائية في هذا التكوين تساوي صفرًا. نجلب الشحنة q_1 ونضعها عند النقطة $(0,0)$. لا يؤثر هذا الإجراء في طاقة الوضع الكهربائية للنظام. والآن نجلب الشحنة q_2 ونضعها عند النقطة $(0,a)$. طاقة الوضع الكهربائية للنظام الآن هي

$$U = \frac{kq_1q_2}{a}$$

يؤدي جلب الشحنة q_3 من مسافة لانهائية ووضعها عند النقطة $(b,0)$ إلى تغيير طاقة وضع النظام من خلال تفاعل الشحنة q_3 مع q_1 وتفاعل q_3 مع q_2. وتصبح طاقة الوضع الجديدة

$$U = \frac{kq_1q_2}{a} + \frac{kq_1q_3}{b} + \frac{kq_2q_3}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

وأخيرًا، يؤدي جلب الشحنة q_4 ووضعها عند النقطة (b,a) إلى تغيير طاقة وضع النظام من خلال التفاعلات مع q_1 وq_2 وq_3. ومن ثَم يصل إجمالي طاقة الوضع الكهربائية للنظام إلى

$$U = \frac{kq_1q_2}{a} + \frac{kq_1q_3}{b} + \frac{kq_2q_3}{\sqrt{a^2+b^2}} + \frac{kq_1q_4}{\sqrt{a^2+b^2}} + \frac{kq_2q_4}{b} + \frac{kq_3q_4}{a}$$

لاحظ أن ترتيب جلب الشحنات من اللانهاية لن يؤثر في هذه النتيجة. (يمكنك تجربة ترتيب مختلف للتحقق من صحة العبارة). بالتعويض بالقيم العددية، نحصل على

$$U = \left(3.0\times10^{-3}\ \mathrm{J}\right) + \left(-6.7\times10^{-3}\ \mathrm{J}\right) + \left(-7.5\times10^{-3}\ \mathrm{J}\right) +$$
$$\left(5.0\times10^{-3}\ \mathrm{J}\right) + \left(1.8\times10^{-2}\ \mathrm{J}\right) + \left(-1.8\times10^{-2}\ \mathrm{J}\right) = -\ 6.2\times10^{-3}\ \mathrm{J}$$

من العملية الحسابية في مثال 3.7، نستكمل النتيجة لنحصل على صيغة لطاقة الوضع الكهربائية لمجموعة من الشحنات النقطية:

$$U = k \sum_{ij(pairings)} \frac{q_iq_j}{r_{ij}} \tag{3.20}$$

حيث i وj مسميات لكل زوج من الشحنات، ويتم تحديد المجموع لكل زوج ij (لكل $i \neq j$)، وr_{ij} هي المسافة بين الشحنتين في كل زوج. هناك طريقة أخرى لكتابة هذا المجموع المزدوج، وهي

$$U = \tfrac{1}{2}k\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1,i\neq j}^{n}\frac{q_iq_j}{\left|\vec{r}_i - \vec{r}_j\right|}$$

وهي أكثر وضوحًا من الصيغة المكافئة في المعادلة 3.30.

ما تعلمناه | دليل المذاكرة للاختبار

- التغير في طاقة الوضع الكهربائية، ΔU، لشحنة نقطية تتحرك في مجال كهربائي يساوي سالب الشغل الذي يبذله المجال الكهربائي W_e على هذه الشحنة النقطية: $\Delta U = U_f - U_i = -W_e$
- التغير في طاقة الوضع الكهربائية، ΔU، يساوي الشحنة، q، مضروبة في التغير في الجهد الكهربائي، ΔV: $\Delta U = q\Delta V$
- تمثل أسطح تساوي الجهد وخطوط تساوي الجهد مواقع في الفضاء لها الجهد الكهربائي نفسه. أسطح تساوي الجهد متعامدة دائمًا على خطوط المجال الكهربائي.
- يعد سطح اي موصل سطح تساوي الجهد.

- يمكن تحديد التغير في الجهد الكهربائي من المجال الكهربائي من خلال حساب التكامل على المجال: $\Delta V = -\int_i^f \vec{E} \bullet d\vec{s}$ تؤدي مساواة الجهد بالصفر عند مالانهاية إلى تكوين العلاقة $V = \int_i^\infty \vec{E} \bullet d\vec{s}$
- يتم تحديد الجهد الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية، q، على بُعد مسافة r من الشحنة من العلاقة $V = \dfrac{kq}{r}$
- يمكن التعبير عن الجهد الكهربائي الناتج عن نظام مكوّن من عدد n من الشحنات النقطية كمجموع جبري لقيم الجهود الفردية: $$V = \sum_{i=1}^{n} V_i$$
- يمكن تحديد المجال الكهربائي من تدرجات الجهد الكهربائي في اتجاه كل مركّبة: $E_x = -\dfrac{\partial V}{\partial x},\ E_y = -\dfrac{\partial V}{\partial y},\ E_z = -\dfrac{\partial V}{\partial z}$
- يمكن تحديد طاقة الوضع الكهربائية لنظام مكون من شحنتين نقطيتين من الصيغة $U = \dfrac{kq_1q_2}{r}$

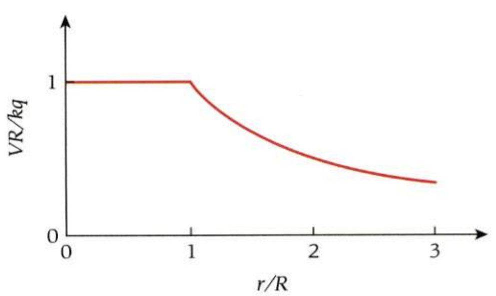
إجابات أسئلة الاختبار الذاتي

3.1 الجهد الكهربائي بطول المحور y يساوي صفرًا.

3.2 ستطابق $(x,y) = (0,0)$ نقطة سرجية.

3.3 لن يتغير أي شيء. فالقوة الكهروستاتيكية قوة محافظة. وبالنسبة إلى القوة المحافظة، لا يعتمد الشغل على المسار.

3.4



إرشادات حل المسائل

1. من مصادر الخطأ الشائعة في العمليات الحسابية هو الخلط بين المجال الكهربائي، $\vec{E}$ وطاقة الوضع الكهربائية، U، والجهد الكهربائي، V. تذكّر أن المجال الكهربائي كمية متجهة تنتج عن توزيع الشحنات؛ وطاقة الوضع الكهربائية هي إحدى خواص توزيع الشحنات؛ أما الجهد الكهربائي فهو إحدى خواص المجال. تأكد من معرفة ما تريد حسابه.

2. تأكد من تحديد النقطة التي تريد حساب طاقة الوضع أو الجهد الخاص بها. وكما هو الحال مع العمليات الحسابية التي تتضمن المجالات الكهربائية، يمكن أن تستخدم العمليات الحسابية التي تتضمن الجهود التوزيع الخطي للشحنات (λ)، أو التوزيع السطحي للشحنات (σ)، أو التوزيع الحجمي للشحنات (ρ).

3. بما أن الجهد كمية قياسية، فيتم حساب إجمالي الجهد الناتج عن نظام شحنات نقطية عن طريق جمع الجهود الفردية الناتجة عن كافة الشحنات. بالنسبة إلى توزيع الشحنات المستمر، يجب حساب الجهد من خلال حساب التكامل على الشحنة التفاضلية. افترض أن الجهد الناتج عن الشحنة التفاضلية هو نفسه الناتج عن شحنة نقطية!

أسئلة الاختيار من متعدد

3.1 تحررت شحنة موجبة وتحرّكت على طول خط مجال كهربائي. ستتحرك هذه الشحنة إلى موقع

a) أقل في الجهد وأقل في طاقة الوضع.
b) أقل في الجهد وأعلى في طاقة الوضع.
c) أعلى في الجهد وأقل في طاقة الوضع.
d) أعلى في الجهد وأعلى في طاقة الوضع.

3.2 يوجد بروتون في منتصف المسافة بين نقطتين A وB. فإذا كان الجهد عند النقطة A يساوي -20 V، وعند النقطة B يساوي $+20$ V، وعند نقطة المنتصف يساوي 0 V، فإن البروتون سوف

a) يظل ساكنًا.
b) يتحرك تجاه النقطة B بسرعة متجهة ثابتة.
c) يتسارع تجاه النقطة A.
d) يتسارع تجاه النقطة B.
e) يتحرك تجاه النقطة A بسرعة متجهة ثابتة.

3.3 ما نتيجة مساواة الجهد بقيمة +100 V في اللانهاية، بدلًا من مساواته بالصفر؟

a) لا شيء؛ ستبقى قيم المجال والجهد ثابتة عند أي نقطة محددة.

b) سيصبح الجهد الكهربائي غير محدود عند كل نقطة محددة، ولن يمكن تحديد المجال الكهربائي.

c) سيصبح الجهد الكهربائي أعلى بقيمة 100 V في كل مكان، بينما يبقى المجال الكهربائي كما هو.

d) سيعتمد الأمر على الموقف. على سبيل المثال، سينخفض الجهد الناتج عن شحنة نقطية موجبة ببطء أكثر مع زيادة المسافة، ومن ثم سينخفض مقدار المجال الكهربائي.

3.4 في أي حالة من الحالات التالية تكون قيمة الجهد الكهربائي أعلى؟

a) عند نقطة على بُعد 1 m من شحنة نقطية 1 C

b) عند نقطة على بُعد 1 m من مركز جسم كروي مشحون بانتظام نصف قطره 0.5 m وإجمالي شحنته 1 C

c) عند نقطة على بُعد 1 m من مركز ساق مشحونة بانتظام طولها 1 m وإجمالي شحنتها 1 C

d) عند نقطة على بُعد 2 m من شحنة نقطية 2 C

e) عند نقطة على بُعد 0.5 m من شحنة نقطية 0.5 C

3.5 يكون مقدار الشغل المبذول لتحريك شحنة نقطية موجبة q على سطح تساوي الجهد الذي قيمته 1000 V بالنسبة إلى الشغل المبذول لتحريك هذه الشحنة على سطح تساوي الجهد الذي قيمته 10 V

a) متساويًا.

b) أقل.

c) أكبر.

d) معتمدًا على المسافة التي تتحركها الشحنة.

3.6 كرة مصمتة موصلة للكهرباء نصف قطرها R وتتمركز حول نقطة الأصل للنظام الإحداثي xyz. وتم توزيع شحنة كلية Q بانتظام على سطح الكرة. بافتراض أن الجهد الكهربائي يساوي صفرًا عند مسافة لانهائية، ما قيمة الجهد الكهربائي عند مركز الكرة الموصلة للكهرباء؟

a) صفر

b) $Q/\varepsilon_0 R$

c) $Q/2\pi\varepsilon_0 R$

d) $Q/4\pi\varepsilon_0 R$

3.7 أي من الزوايا التالية بين عزم ثنائي قطب كهربائي ومجال كهربائي مطبّق ستؤدي إلى أكثر الحالات استقرارًا؟

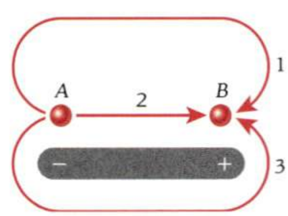
a) 0 rad

b) $\pi/2$ rad

c) π rad

d) عزم ثنائي القطب الكهربائي غير مستقر تحت أي ظرف عند تطبيق مجال كهربائي.

3.8 شحنة نقطية موجبة يراد تحريكها من النقطة A إلى النقطة B بالقرب من ثنائي قطب كهربائي. أي من المسارات الثلاثة المبينة في الشكل سيؤدي إلى بذل المجال الكهربائي لثنائي القطب أكبر شغل على الشحنة النقطية؟



a) المسار 1

b) المسار 2

c) المسار 3

d) الشغل واحد في المسارات الثلاثة.

3.9 إذا كانت المسافة الفاصلة بين كل زوج من أزواج الشحنات التالية هي d، فما الزوج الذي له أعلى طاقة وضع؟

a) +3 C، +5 C

b) −3 C، +5 C

c) +3 C، −5 C

d) طاقة الوضع لجميع الأزواج واحدة.

3.10 جسيم سالب الشحنة يدور في اتجاه عقارب الساعة حول كرة موجبة الشحنة. يكون الشغل الذي يبذله المجال الكهربائي للكرة على الجسيم سالب الشحنة

a) موجبًا.

b) سالبًا.

c) صفرًا.

3.11 كرة مجوفة موصلة للكهرباء نصف قطرها R وتتمركز حول نقطة الأصل للنظام الإحداثي xyz. وتم توزيع شحنة كلية Q بانتظام على سطح الكرة. بافتراض أن الجهد الكهربائي يساوي صفرًا عند مسافة لانهائية، ما قيمة الجهد الكهربائي عند مركز الكرة؟

a) صفر

b) $2kQ/R$

c) kQ/R

d) $kQ/2R$

e) $kQ/4R$

3.12 كرة مصمتة موصلة للكهرباء نصف قطرها R ولها شحنة Q موزعة بالتساوي على سطحها، وينتج عنها جهد كهربائي V_0 على السطح. ما مقدار الشحنة التي يجب إضافتها للكرة لزيادة الجهد على السطح إلى $2V_0$؟

a) $Q/2$

b) Q

c) $2Q$

d) Q^2

e) $2Q^2$

3.13 أي العبارات التالية غير صحيحة؟

a) خطوط تساوي الجهد موازية لخطوط المجال الكهربائي.

b) خطوط تساوي الجهد لشحنة نقطية تكون دائرية.

c) توجد أسطح تساوي الجهد لأي توزيع للشحنات.

d) عندما تتحرك شحنة على أحد أسطح تساوي الجهد، تكون قيمة الشغل المبذول على الشحنة صفرًا.

3.14 إذا تسارع بروتون وجسيم ألفا (يتكون من بروتونين ونيترونين) من حالة السكون خلال فرق الجهد نفسه، فما العلاقة بين سرعتيهما الناتجة؟

a) سرعة البروتون ضعف سرعة جسيم ألفا.

b) سرعة البروتون هي نفسها سرعة جسيم ألفا.

c) سرعة البروتون نصف سرعة جسيم ألفا.

d) سرعة البروتون $\sqrt{2}$ أضعاف سرعة جسيم ألفا.

e) سرعة جسيم ألفا $\sqrt{2}$ أضعاف سرعة البروتون.

أسئلة مفاهيمية

3.15 تُستخدَم خطوط الطاقة عالية الجهد في نقل الكهرباء عبر البلد. وهذه الأسلاك من أماكن الاستراحة المفضلة للطيور. لماذا لا تموت الطيور عندما تلمس هذه الأسلاك؟

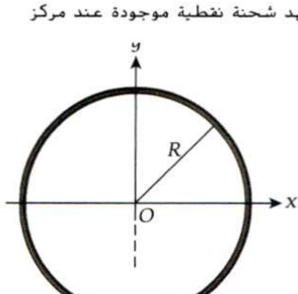
3.16 سمعتَ عن خطورة الوقوف تحت الأشجار خلال عاصفة كهربائية. لماذا؟

3.17 هل يمكن أن يتقاطع خطان متساويا الجهد؟ لماذا أو لمَ لا؟

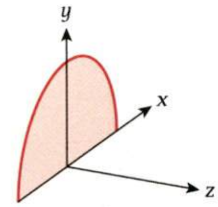
3.18 لماذا من المهم، عند لحم موصلات في دائرة إلكترونية، عدم ترك أي نتوءات بارزة من وصلات اللحام؟

3.19 باستخدام قانون غاوس والعلاقة بين الجهد الكهربائي والمجال الكهربائي، أثبت أن الجهد خارج كرة منتظمة الشحنة يماثل جهد شحنة نقطية موجودة عند مركز الكرة وتساوي إجمالي شحنة الكرة. ما قيمة الجهد على سطح الكرة؟ كيف يتغير الجهد إذا كان توزيع الشحنات غير منتظم لكن يتميز بتماثل كروي (نصف قطري)؟

3.20 حلقة معدنية إجمالي شحنتها q ونصف قطرها R، كما هو مبين في الشكل. بدون إجراء أي عمليات حسابية، توقع قيمة الجهد الكهربائي والمجال الكهربائي عند مركز الدائرة.



3.21 أوجد تعبير تكامل للجهد الكهربائي عند نقطة تقع على المحور z على مسافة H من نصف القرص الذي نصف قطره R (انظر الشكل). والشحنة موزعة بانتظام على سطح نصف القرص، بتوزيع شحنة σ.



3.22 إلكترون يتحرك بعيدًا عن بروتون. صف كيف يتغير الجهد الذي يقابله. وصِف كيف تتغير طاقة وضعه.

3.23 يمكن إيجاد طاقة الوضع الكهربائية لتوزيع شحنة مستمر بطريقة مشابهة لتلك المستخدمة لأنظمة الشحنات النقطية في القسم 3.6. من خلال تقسيم التوزيع إلى أجزاء ملائمة. أوجد طاقة الوضع الكهربائية لتوزيع شحنة كروية متماثلة اختيارية، $\rho(r)$. **لا** تفترض أن $\rho(r)$ تمثل شحنة نقطية، أو أنها ثابتة، أو أنها ثابتة الأجزاء، أو أنها تنتهي أو لا تنتهي عند أي نصف قطر محدد، r. يجب أن يغطي تعبيرك كافة الاحتمالات. يمكن أن يتضمن تعبيرك تكاملًا أو تكاملات لا يمكن تقييمها بدون معرفة شكل $\rho(r)$ المحدد. (تلميح: تتكوّن اللؤلؤة الكروية من طبقات رفيعة من عِرق اللؤلؤ المُضافة واحدة تلو الأخرى).

تمارين

يشير رقم المسألة الأزرق إلى وجود حل للمسألة في دليل حلول الطالب. تشير علامة النقطة الواحدة • والنقطتين •• إلى زيادة مستوى صعوبة المسألة.

القسم 3.1

3.24 في جزيئات كلوريد الصوديوم الغازي، يحتوي أيوم الكلوريد على إلكترون واحد أكثر من عدد البروتونات، ويحتوي أيون الصوديوم على بروتون واحد أكثر من عدد الإلكترونات. ويفصل بين هذه الأيونات مسافة 0.236 nm تقريبًا. ما مقدار الشغل اللازم بذله لزيادة المسافة بين الأيونين إلى 1.00 cm؟

•3.25 كرة معدنية كتلتها 3.00×10^{-6} kg وشحنتها +5.00 mC وطاقتها الحركية 6.00×10^{8} J. وتتحرك مباشرة في مستوى لانهائي من الشحنات وتوزيع الشحنة $+4.00\ C/m^2$. فإذا كانت حاليًا على بعد 1.00 m عن مستوى الشحنة، فإلى أي حد ستقترب من المستوى قبل أن تتوقف؟

القسم 3.2

3.26 إلكترون يتسارع من السكون عبر فرق جهد 370 V. فما سرعته النهائية؟

3.27 ما مقدار الشغل الذي سيبذله مجال كهربائي لتحريك بروتون من نقطة جهدها +180 V إلى نقطة جهدها −60.0 V؟

3.28 ما فرق الجهد اللازم لتزويد جسيم ألفا (يتكون من بروتونين ونيترونين) بطاقة حركية مقدارها 200. keV؟

3.29 يتسارع بروتون، يبدأ من موضع السكون، عبر فرق جهد يبلغ 500 V. فما سرعته المتجهة النهائية؟

3.30 بطارية 10.0V متصلة بلوحين فلزيين متوازيين موضوعين في الفراغ. يتسارع إلكترون من وضع السكون من اللوح السالب تجاه اللوح الموجب.

a) ما مقدار الطاقة الحركية للإلكترون عند وصوله إلى اللوح الموجب؟

b) ما سرعة الإلكترون عند وصوله إلى اللوح الموجب؟

•3.31 يُطلق مدفع بروتونات بروتونًا من منتصف المسافة بين لوحين، A وB، اللذين تفصل بينهما مسافة 10.0 cm؛ يتحرك البروتون في البداية بسرعة 150.0 km/s تجاه اللوح B. يظل جهد اللوح A صفرًا، وجهد اللوح B 400.0 V.

a) هل سيصل البروتون إلى اللوح B؟

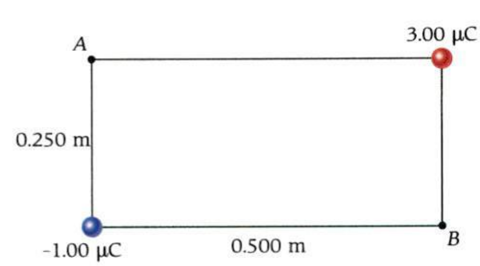
b) إن لم يصل، هل سيستدير؟

c) بأي سرعة سيصطدم باللوح A؟

•3.32 تتسارع أيونات كبريت مجردة تمامًا (منزوعة الإلكترونات) (^{32}S) من حالة السكون في مُعجّل يستخدم إجمالي فولتية 1.00×10^{9} V. ويحتوي ^{32}S على 16 بروتونًا و16 نيترونًا. ينتج المُعجّل حزمة تتكوّن من 6.61×10^{12} أيون في الثانية. تتوقف حزمة الأيونات تمامًا في ممتص الحزمة. ما إجمالي القدرة التي يجب أن يمتصها ممتص الحزمة؟

القسم 3.4

3.33 توجد شحنتان نقطيتان في زاويتي مستطيل، كما هو مبين في الشكل.



a) ما مقدار الجهد الكهربائي عند النقطة A؟

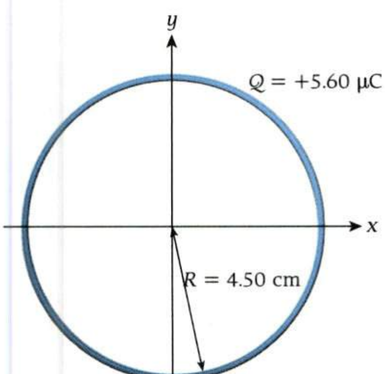
b) ما مقدار فرق الجهد بين النقطتين A وB؟

3.34 تم وضع أربع شحنات نقطية متطابقة (+1.61 nC) في زوايا مستطيل، أبعاده 3.00 m و5.00 m. إذا كان قياس الجهد الكهربائي صفرًا عند مالانهاية، فما مقدار الجهد في المركز الهندسي لهذا المستطيل؟

3.35 إذا كان الجهد الكهربائي لمولِّد فان دي غراف 1.00×10^{5} V وقطره 20.0 cm. فكم يزيد عدد البروتونات عن الإلكترونات على سطحه.

3.36 من المشاكل التي ظهرت أثناء استكشاف المريخ هي تراكم الشحنة الساكنة على مركبات التجول على الأرض، مما أدى إلى وصول الجهد إلى 100 V أو أكثر. احسب مقدار الشحنة التي يجب وضعها على سطح جسم كروي نصف قطره 1.00 m لكي يصل الجهد الكهربائي أعلى السطح مباشرة إلى 100. V. افترض أن الشحنة موزعة بانتظام.

3.37 تم توزيع شحنة $Q = +5.60$ μC بانتظام على هيكل أسطواني بلاستيكي رفيق. يبلغ نصف القطر، R، للهيكل 4.50 cm. احسب الجهد الكهربائي عند نقطة الأصل للنظام الإحداثي xy المبين في الشكل. افترض أن الجهد الكهربائي يساوي صفرًا عند النقاط الموجودة على بُعد لانهائي من نقطة الأصل.



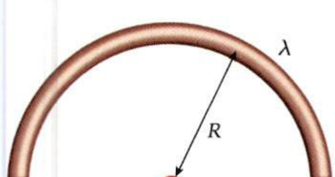
3.38 موصّل كروي مجوّف نصف قطره 5.00 cm وشحنة سطحه 8.00 nC.

a) ما قيمة الجهد على بُعد 8.00 cm من مركز الكرة؟

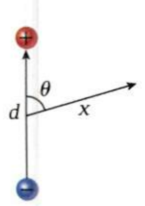
b) ما قيمة الجهد على بُعد 3.00 cm من مركز الكرة؟

c) ما قيمة الجهد في مركز الكرة؟

3.39 أوجد قيمة الجهد عند مركز انحناء السلك (الرفيع) المبين في الشكل، إذا كانت الشحنة (الموزعة بانتظام) لكل وحدة طول هي $\lambda = 3.00 \times 10^{-8}$ C/m ونصف قطر الانحناء $R = 8.00$ cm.



•3.40 تخيل ثنائي القطب ذا شحنة q والمسافة الفاصلة بين قطبيه d. ما قيمة الجهد على بُعد x من مركز ثنائي القطب بزاوية θ بالنسبة إلى محور ثنائي القطب، كما هو مبين في الشكل؟



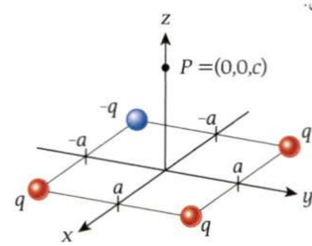
•3.41 قطرة مياه كروية الشكل قطرها 50.0 μm بها شحنة موزعة بانتظام مقدارها +20.0 pC. أوجد (a) قيمة الجهد على سطحها و(b) قيمة الجهد في مركزها.

•**3.42** تخيّل أنه في حالة استقرار ذرة الهيدروجين، انفصل إلكترون عن البروتون بمسافة 0.0529 nm.

a) باعتبار الإلكترون قمرًا صناعيًا يدور حول البروتون في الجهد الكهربائي، احسب سرعة الإلكترون في مداره.

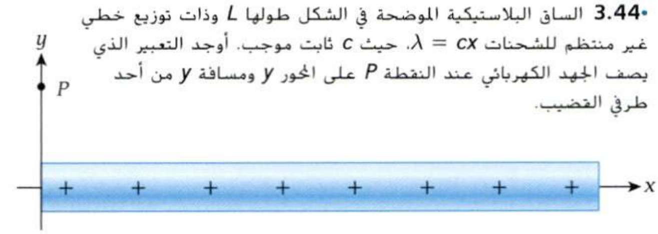
b) احسب سرعة إفلات الإلكترون الفعالة.

c) احسب طاقة الإلكترون عند هذه السرعة، وبناء عليها حدد الطاقة اللازم تزويد الإلكترون بها حتى تتأين ذرة الهيدروجين.



•**3.43** أربع شحنات نقطية مرتبة على شكل مربع طول ضلعه $2a$، حيث $a =$ 2.70 cm. والشحنات لها المقدار نفسه، 1.50 nC؛ ثلاثة منها موجبة وواحدة سالبة كما هو مبين في الشكل. ما قيمة الجهد الكهربائي الناتج عن هذه الشحنات النقطية الأربعة عند النقطة $P = (0,0,c)$، حيث $c =$ 4.10 cm؟

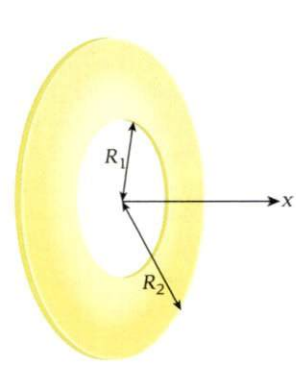
•**3.44** الساق البلاستيكية الموضحة في الشكل طولها L وذات توزيع خطي غير منتظم للشحنات $\lambda = cx$، حيث c ثابت موجب. أوجد التعبير الذي يصف الجهد الكهربائي عند النقطة P على المحور y ومسافة y من أحد طرفي القضيب.



••**3.45** مجال كهربائي تختلف قيمته في الفضاء وفقًا لهذه المعادلة: $\vec{E} = E_0 x e^{-x}\hat{x}$

a) ما قيمة x التي يصل عندها المجال الكهربائي إلى أعلى قيمة له، x_{max}؟

b) ما قيمة فرق الجهد بين النقطتين $x = 0$ و$x = x_{max}$؟



••**3.46** استنبط تعبيرًا يصف الجهد الكهربائي على طول محور (المحور x) قرص في منتصفه فجوة، كما هو مبين في الشكل، حيث R_1 وR_2 هما أنصاف الأقطار الداخلية والخارجية للقرص. ما قيمة الجهد إذا $R_1 = 0$؟

القسم 3.5

3.47 تم توليد مجال كهربائي في ساق غير منتظمة، وأُستخدم فولتميتر لقياس فرق الجهد بين الطرف الأيسر للساق ونقطة تقع على بُعد x من الطرف الأيسر. تكررت هذه العملية، ووُجد أن البيانات تتحدد من العلاقة $\Delta V = 270.x^2$، حيث تقاس ΔV بوحدات V/m^2. ما مركبة x للمجال الكهربائي عند نقطة تبعد 13.0 cm عن الطرف الأيسر؟

3.48 لوحان متوازيان جهدهما $+200.0\ \text{V}$ و$-100.0\ \text{V}$، ويفصل بين اللوحين 1.00 cm.

a) أوجد المجال الكهربائي بين اللوحين.

b) إلكترون موقعه الابتدائي في منتصف المسافة بين اللوحين. أوجد طاقته الحركية عندما يصطدم باللوح الموجب.

3.49 جسيم غبار كتلته 2.50 mg وشحنته $1.00\ \mu\text{C}$ يسقط على نقطة $x = 2.00$ m في منطقة يختلف فيها الجهد الكهربائي وفق العلاقة $V(x) = (2.00\ \text{V/m}^2)x^2 - (3.00\ \text{V/m}^3)x^3$. ما العجلة التي سيبدأ الجسيم في التحرك بها بعد أن يهبط؟

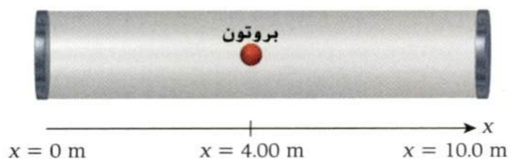
3.50 يتحدد الجهد الكهربائي لحيز من الفضاء من العلاقة $V(x,y,z) = x^2 + xy^2 + yz$. حدد المجال الكهربائي في هذه المنطقة عند الإحداثي $(3,4,5)$.

•**3.51** يتحدّد الجهد الكهربائي داخل مُعجل جسيمات خطي طوله 10.0 m من العلاقة $V = (3000 - 5x^2/\text{m}^2)\ \text{V}$، حيث x هي البعد عن اللوح الأيسر على طول أنبوب المُعجّل، كما هو مبين في الشكل.

a) حدد التعبير الذي يصف المجال الكهربائي على طول أنبوب المُعجّل.

b) ينطلق بروتون (من حالة السكون) على مسافة $x = 4.00$ m. احسب عجلة البروتون بعد انطلاقه مباشرة.

c) ما سرعة تصادم البروتون إذا اصطدم باللوح؟



•**3.52** مستوى لانهائي من الشحنات به توزيع منتظم للشحنات يبلغ $+4.00\ \text{nC/m}^2$ ويوجد في المستوى yz عند $x = 0$. توجد شحنة نقطية ثابتة $+11.0\text{-nC}$ عند $x = +2.00$ m.

a) أوجد الجهد الكهربائي $V(x)$ على المحور x من $0 < x < +2.00$ m

b) عند أي موقع (مواقع) على المحور x بين $x = 0$ و$x = +2.00$ m، يكون للجهد الكهربائي أدنى قيمة؟

c) عند أي موضع على المحور x بين $x = 0$ m و$x = +2.00$ m يمكن وضع شحنة نقطية موجبة ولا تتحرك؟

•**3.53** استخدم $V = \dfrac{kq}{r}$ و$E_x = -\dfrac{\partial V}{\partial x}$ و$E_y = -\dfrac{\partial V}{\partial y}$ و $E_z = -\dfrac{\partial V}{\partial z}$ لاستنباط تعبير يصف المجال الكهربائي لشحنة نقطية، q.

•**3.54** أثبت أن الإلكترون الذي له جهد كهربائي أحادي البعد، $V(x) = Ax^2$، حيث الثابت A هو عدد حقيقي موجب، سيُجري حركة توافقية بسيطة حول نقطة الأصل. ما يبلغ الزمن الدوري لهذه الحركة؟

••**3.55** يتم حساب المجال الكهربائي، $\vec{E}(\vec{r})$ والجهد الكهربائي، $V(\vec{r})$ من توزيع الشحنة، $\rho(\vec{r})$ من خلال حساب تكامل قانون كولوم ثم حساب المجال الكهربائي. على الجانب الآخر، يتم تحديد المجال وتوزيع الشحنة من الجهد عبر إجراء تفاضل ملائم. افترض أن الجهد الكهربائي في منطقة واسعة من الفضاء يتحدد من العلاقة $V(r) = V_0 \exp(-r^2/a^2)$، حيث V_0 وa ثابتان و$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ هي البُعد عن نقطة الأصل.

a) أوجد المجال الكهربائي $\vec{E}(\vec{r})$ في هذه المنطقة.

b) حدد كثافة الشحنة، $\rho(\vec{r})$ في هذه المنطقة، والتي ترفع قيم الجهد والمجال.

c) أوجد إجمالي الشحنة في هذه المنطقة.

d) ارسم بالتقريب توزيع الشحنات الذي يؤدي إلى زيادة هذا المجال الكهربائي.

••**3.56** يتم التحكم (توجيه) في حزمة إلكترونات منبعثة مدفع إلكترونات من خلال مجموعتين من الألواح المتوازية الموصلة: مجموعة أفقية تتحكم في الحركة الرأسية للحزمة، ومجموعة رأسية تتحكم في الحركة الأفقية للحزمة. تنبعث الحزمة بسرعة ابتدائية متجهة 2.00×10^7 m/s، وعرض الألواح $d = 5.00$ cm، والمسافة الفاصلة بينها $D = 4.00$ cm، والمسافة بين حرف الألواح والشاشة المستهدفة $L = 40.0$ cm. وفي حالة عدم وجود أي فولتية، تصطدم حزمة الإلكترونات بنقطة الأصل للنظام الإحداثي xy على شاشة المراقبة. ما الفولتية اللازم توفيرها لمجموعتي الألواح حتى تصطدم حزمة الإلكترونات بهدف على شاشة المراقبة عند الإحداثيات $(x,y) = (0\ \text{cm}, 8.00\ \text{cm})$؟

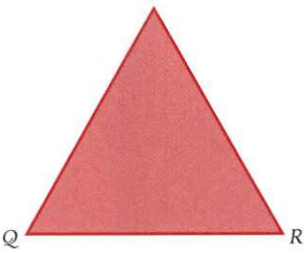
القسم 3.6

3.57 تتطلب تفاعلات الاندماج النووي تقريب الأنوية موجبة الشحنة، للتغلب على التنافر الكهروستاتيكي. من الأمثلة البسيطة على ذلك، افترض أن بروتونًا أُطلق على بروتون ثابت آخر من مسافة بعيدة. ما الطاقة الحركية اللازم توفيرها للبروتون المتحرك ليكون على بُعد 1.00×10^{-15} m من الهدف؟ افترض وجود تصادم من الأمام وأن الهدف ثابت.

3.58 ينتج عن الانشطار النووي لنواة يورانيوم (تحتوي على 92 بروتونًا) نواة باريوم (56 بروتونًا) ونواة كريبتون (36 بروتونًا). وتتطاير الشظايا بعيدًا نتيجة التنافر الكهروستاتيكي؛ ثم تتكوّن في النهاية بإجمالي طاقة حركية مقدارها 200. MeV. استخدم هذه المعلومات لتقدير حجم نواة اليورانيوم؛ أي تعامل مع نواتي الباريوم والكريبتون على أنها شحنات نقطية واحسب المسافة الفاصلة بينهما في بداية العملية.

3.59 أيون ديوتيريوم وأيون تريتيوم كل منهما لديه شحنة $+e$. ما الشغل اللازم بذله على أيون الديوتيريوم ليكون على بُعد 1.00×10^{-14} m من أيون التريتيوم؟ هذه هي المسافة التي يمكن أن يندمج خلالها الأيونان، نتيجة لتفاعلات نووية قوية تتغلب على التنافر الكهروستاتيكي، لإنتاج نواة هيليوم 5. عبر عن الشغل بوحدات الإلكترون-فولت.

•**3.60** توجد ثلاث شحنات q_1، وq_2، وq_3، عند زوايا مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه 1.20 m. أوجد الشغل المبذول في كل حالة من الحالات التالية:



a) لجلب الجسيم الأول، $q_1 = 1.00$ pC، من مالانهاية إلى P

b) لجلب الجسيم الثاني، $q_2 = 2.00$ pC، من مالانهاية إلى Q

c) لجلب الجسيم الأخير، $q_3 = 3.00$ pC، من مالانهاية إلى R

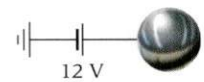
d) أوجد إجمالي طاقة الوضع المخزنة في التركيب الأخير للجسيمات q_1، وq_2، وq_3.

•**3.61** كرتان معدنيتان كتلتهما $m_1 = 5.00$ g (القطر = 5.00 mm) و$m_2 = 8.00$ g (القطر = 8.00 mm) شحنتاهما موجبتان هما $q_1 = 5.00$ nC و$q_2 = 8.00$ nC، على التوالي. تثبّتهما في مكانهما قوة بحيث تكون المسافة بين مركزيهما 8.00 mm. ماذا ستكون سرعتيهما المتجهة بعد إزالة القوة وانفصالهما بمسافة كبيرة؟

تمارين إضافية

3.62 تم إطلاق بروتونين من السكون في وقت واحد وكانت المسافة الفاصلة بينهما 1.00 mm. ما سرعة أي منهما عندما تكون المسافة الفاصلة بينهما 10.0 mm؟

3.63 بطارية 12 V متصلة بين كرة معدنية مجوفة نصف قطرها 1 m والأرض، كما هو مبين في الشكل. ما قيمة المجال الكهربائي والجهد الكهربائي داخل الكرة المعدنية المجوفة؟



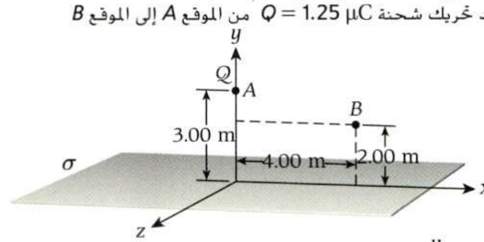
3.64 كرة معدنية مصمتة نصف قطرها 3.00 m وشحنتها 4.00 mC. إذا كان الجهد الكهربائي على مسافة بعيدة عن الكرة يساوي صفر، فما الجهد الكهربائي عند كل من المواقع التالية؟

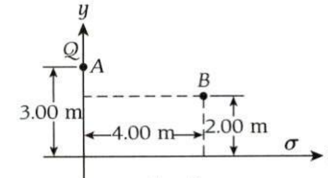
a) عند $r = 0$ m، مركز الكرة

b) عند $r = 3.00$ m، على سطح الكرة

c) عند $r = 5.00$ m

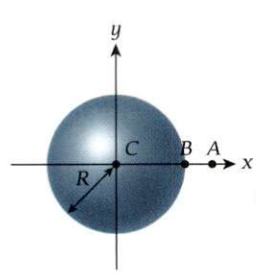
3.65 صفيحة عازلة في المستوى xz شحنتها موزعة بانتظام $\sigma = 3.50 \times 10^{-6}\ \mathrm{C/m^2}$. ما مقدار التغيّر في الجهد عند تحريك شحنة $Q = 1.25\ \mu$C من الموقع A إلى الموقع B في الشكل؟





منظر جانبي

3.66 افترض أن إلكترونًا بداخل أنبوب أشعة الكاثود بدأ من السكون وتسارع تحت تأثير فولتية الأنبوب البالغة 21.9 kV. ما سرعة (بوحدة km/s) تصادم الإلكترون (الكتلة = 9.11×10^{-31} kg) بشاشة الأنبوب؟



3.67 كرة مصمتة موصلة للكهرباء (نصف قطرها R = 18.0 cm، شحنتها $q = 6.10 \times 10^{-6}$ C) كما هو مبين في الشكل. احسب الجهد الكهربائي عند نقطة تبعد 24.0 cm عن المركز (النقطة A)، ونقطة تقع على السطح (النقطة B)، وعند مركز الكرة (النقطة C). افترض أن الجهد الكهربائي يساوي صفرًا عند النقاط الموجودة على بُعد لانهائي من نقطة الأصل للنظام الإحداثي.

3.68 تتراكم شحنة مقدارها 1.00×10^{-6} C على الموصل الكروي في مولّد فان دي غراف، ونصف قطر الموصّل 10.0 cm ويحمله عمود عازل. أوجد قيمة الجهد على سطح الكرة، مع تجاهل تأثيرات قاعدة المولّد أو أي أجسام أو مجالات أخرى. افترض أن الجهد الكهربائي يساوي صفرًا عند مالانهاية.

3.69 يحتوي مولّد فان دي غراف على موصّل كروي نصف قطره 25.0 cm. يمكنه إنتاج مجال كهربائي مقداره 2.00×10^{6} V/m بحد أقصى. ما أقصى فولتية وشحنة يمكن أن يتحملها؟

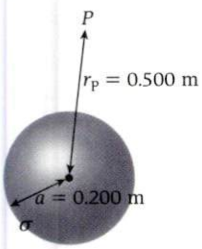
3.70 بروتون سرعته 1.23×10^{4} m/s يتحرك من مالانهاية مباشرة تجاه بروتون آخر. بافتراض أن البروتون الثاني ثابت في مكانه، أوجد الموقع الذي يتوقف فيه البروتون المتحرك للحظة قبل أن يستدير.

3.71 كرتان معدنيتان نصفا قطريهما $r_1 = 10.0$ cm و$r_2 = 20.0$ cm، على التوالي، وشحنتهما موجبة بحيث يكون إجمالي شحنتيهما 100 μC.

a) ما نسبة توزيع شحنتي سطحيهما؟

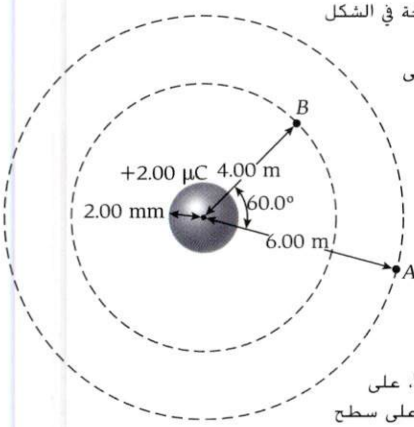
b) إذا كانت الكرتان متصلتين بسلك نحاسي، فما مقدار الشحنة التي تتدفق عبر السلك قبل أن يصل النظام إلى حالة الاتزان؟

3.72 موضح في الشكل كرة معدنية مصمتة نصف قطرها $a = 0.200$ m وتوزيع الشحنة على سطحها σ. فإذا كان فرق الجهد بين سطح الكرة والنقطة P التي تقع على مسافة $r_P = 0.500$ m من مركز الكرة هو $\Delta V = V_{\text{surface}} - V_P = +4\pi\ \text{V} = +12.566$ V، فحدد قيمة σ.



3.73 أُطلق جسيم شحنته $+5.00\ \mu$C من السكون عند نقطة على المحور x، حيث $x = 0.100$ m، وبدأ في التحرك بسبب وجود شحنة $-9.00\ \mu$C+ ظلت ثابتة عند نقطة الأصل. ما مقدار الطاقة الحركية للجسيم في لحظة مروره بالنقطة $x = 0.200$ m؟

3.74 نصف قطر الكرة الموضحة في الشكل يساوي 2.00 m وتحمل شحنة $+2.00\ \mu$C موزعة بانتظام على حجمها. ما فرق الجهد، $V_B - V_A$. إذا كانت الزاوية بين نصفي القطرين إلى النقطتين A وB هي 60.0°؟ ما يعتمد فرق الجهد على الزاوية؟ هل ستظل الإجابة كما هي إذا اعتمد توزيع الشحنة على قياس الزاوية، $\rho = \rho(\theta)$؟



•**3.75** كرتان معدنيتان نصفا قطريهما 10.0 cm و5.00 cm، على التوالي، ومقدار المجال الكهربائي على سطح كل منهما 3600 V/m . تم توصيل الكرتين ببعضهما بسلك معدني رفيع وطويل. حدد مقدار المجال الكهربائي على سطح كل كرة بعد اتصالهما.

•**3.76** حلقة شحنتها Q ونصف قطرها R في المستوى yz ومركزها عند نقطة الأصل. ما قيمة الجهد الكهربائي عند مسافة x فوق مركز الحلقة؟ استنبط المجال الكهربائي من هذه العلاقة.

•**3.77** تم وضع شحنة مقدارها 0.681 nC عند $x = 0$. وتم وضع شحنة أخرى 0.167 nC عند $x_1 = 10.9$ cm على المحور x.

a) ما مجموع فرق الجهد لهاتين الشحنتين عند $x = 20.1$ cm، على المحور x أيضًا؟

b) عند أي نقطة (نقاط) على المحور x، يكون لهذا الجهد أدنى قيمة؟

•**3.78** توجد شحنة نقطية مقدارها $+2.00\ \mu C$ عند $(2.50\ m, 3.20\ m)$. وتوجد شحنة نقطية أخرى مقدارها $-3.10\ \mu C$ عند $(-2.10\ m, 1.00\ m)$.

a) ما قيمة الجهد الكهربائي عند نقطة الأصل؟

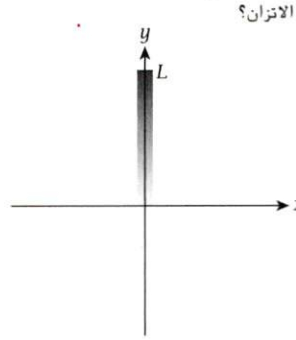
b) عند أي نقطة (نقاط) على طول الخط الذي يمر بالشحنتين النقطيتين، يكون الجهد الكهربائي مساويًا للصفر؟

•**3.79** وُضِعت شحنة كلية مقدارها $Q = 4.20 \times 10^{-6}\ C$ على كرة موصلة للكهرباء (الكرة 1) نصف قطرها $R = 0.400\ m$.

a) ما مقدار الجهد الكهربائي، V_1، على سطح الكرة 1، بافتراض أن الجهد عند مالانهاية يساوي صفرًا؟ (*تلميح:* ما مقدار التغيُّر في الجهد عند جلب شحنة من مالانهاية، حيث $V(\infty) = 0$، إلى سطح الكرة؟)

b) تم توصيل كرة موصلة أخرى (الكرة 2) نصف قطرها $r = 0.100\ m$ وصافي شحنتها الأولية يساوي صفر $(q = 0)$ بالكرة 1 بواسطة سلك معدني رفيع وطويل. ما مقدار الشحنة التي تتدفق من الكرة 1 إلى الكرة 2 ليكونا في حالة اتزان؟ ما مقدار المجالات الكهربائية على سطحي الكرتين في حالة الاتزان؟

•**3.80** خط رفيع من الشحنات يحاذي محور y الموجب من $0 \le y \le L$، حيث $L = 4.0\ cm$. الشحنة غير موزعة بانتظام لكن مقدار الشحنة لوحدة الطول، $\lambda = Ay$، حيث $A = 8.00 \times 10^{-7}\ C/m^2$. بافتراض أن الجهد الكهربائي يساوي صفرًا عند مسافة لانهائية، أوجد الجهد الكهربائي عند نقطة على المحور x في صورة دالة x. أوجد قيمة الجهد الكهربائي عند $x = 3.00\ cm$



•**3.81** شحنتان نقطيتان ثابتتان على المحور x. شحنة مقدارها $-3.00\ mC$ عند $x = +2.00\ m$ وشحنة مقدارها $+5.00\ mC$ عند $x = -4.00\ m$.

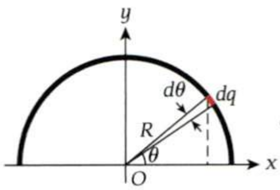
a) أوجد الجهد الكهربائي، $V(x)$، لأي نقطة عشوائية على المحور x.

b) عند أي موقع (مواقع) على المحور x، يكون $V(x) = 0$؟

c) أوجد $E(x)$ لأي نقطة عشوائية على المحور x.

•**3.82** في واحدة من أعظم التجارب الفيزيائية في التاريخ، تم قياس نسبة شحنة إلكترون إلى كتلته، q/m. إذا نشأ فرق جهد منتظم بين لوحين، فيمكن تعليق الجسيمات المحوّلة إلى ذرات — يحتوي كل منها على مقدار متكامل من الشحنة — في الفضاء. بافتراض أن كتلة الجسيمات غير المعروفة، M، وتحتوي على صافي عدد n من الإلكترونات كتلتها m وشحنتها q. إذا المسافة بين الألواح هي d، فما قيمة فرق الجهد اللازمة لتعليق جسيم كتلته M يحتوي على صافي n من الإلكترونات؟ ما عجلة الجسيم إذا انخفضت الفولتية إلى النصف؟ ما عجلة الجسيم إذا زادت الفولتية إلى الضعف؟

•**3.83** إذا كان التوزيع الخطي المنتظم لشحنة إجمالية موجبة Q على هيئة نصف دائرة نصف قطرها R، كما هو موضح في الشكل.



a) بدون إجراء أي عمليات حسابية، توقع الجهد الكهربائي الناتج عن هذا التوزيع الخطي للشحنة عند النقطة O.

b) أثبت توقعك للجزء (a)، من خلال الحسابات المباشرة.

c) أجر توقعًا مشابهًا للمجال الكهربائي.

••**3.84** شحنة نقطية Q موجودة على بُعد R من مركز كرة موصّلة نصف قطرها a، حيث $R > a$ (الشحنة النقطية تقع خارج الكرة). الكرة مؤرضة أي متصلة بمصدر بعيد غير محدود و/أو مُستقبِل لشحنة جهدها صفر. (لا يؤثر التأريض البعيد أو التوصيل تأثيرًا مباشرًا في المجال الكهربائي بالقرب من الشحنة والكرة). مما يؤدي إلى اكتساب الكرة شحنة إشارتها عكس إشارة Q وتتأثر الشحنة النقطية بقوة جذب تجاه الكرة.

a) جدير بالملاحظة أن المجال الكهربائي خارج الكرة مماثل للمجال الذي قد ينتج عن الشحنة النقطية Q بالإضافة إلى شحنة نقطية تخيلية *متماثلة* q، مقدارها وموقعها يجعلان مجموعة النقاط المقابلة لسطح الكرة متساوية الجهد بجهد مقداره صفر. أي أن مساهمة الشحنة النقطية التخيلية في المجال خارج الكرة مماثلة لمساهمة شحنة السطح الفعلية على الكرة. احسب قيمة q وموقعها. (*تلميح:* باستخدام التماثل، يجب أن تقع q في مكان ما على المحور الذي يمر بمركز الكرة وموقع Q).

b) احسب القوة المبذولة على الشحنة النقطية Q والمتجهة نحو الكرة، بدلالة الكميات الأصلية لكل من Q، R، وa.

c) حدد التوزيع الفعلي غير المنتظم لشحنة السطح على الكرة الموصّلة.

تمارين بمعطيات متعددة

3.85 كرة موصّلة مصمتة نصف قطرها $R_1 = 1.206\ m$ وشحنتها $Q = 1.953\ \mu C$ موزعة بالتساوي على سطحها. وكرة أخرى موصّلة ومصمتة نصف قطرها $R_2 = 0.6115\ m$ غير مشحونة في البداية وعلى بُعد $10.00\ m$ من الكرة الأولى. تم توصيل الكرتين للحظة بسلك، ثم تمت إزالته. ما مقدار الشحنة على الكرة الثانية؟

3.86 كرة موصّلة ومصمتة نصف قطرها $R_1 = 1.435\ m$ وشحنتها Q موزعة بالتساوي على سطحها. وكرة أخرى موصّلة ومصمتة نصف قطرها $R_2 = 0.6177\ m$ غير مشحونة في البداية وعلى بُعد $10.00\ m$ من الكرة الأولى. تم توصيل الكرتين للحظة بسلك، ثم تمت إزالته. كان مقدار الشحنة الناتجة على الكرة الثانية هو $0.9356\ \mu C$. ما مقدار الشحنة الأصلية، Q، على الكرة الأولى؟

3.87 كرة موصّلة ومصمتة نصف قطرها R_1 وشحنتها $Q = 4.263\ \mu C$ موزعة بالتساوي على سطحها. وكرة أخرى موصّلة ومصمتة نصف قطرها $R_2 = 0.6239\ m$ غير مشحونة في البداية وعلى بُعد $10.00\ m$ من الكرة الأولى. تم توصيل الكرتين للحظة بسلك، ثم تمت إزالته. كان مقدار الشحنة الناتجة على الكرة الثانية هو $1.162\ \mu C$. ما نصف قطر الكرة الأولى؟

3.88 كرة موصّلة ومصمتة نصف قطرها $R = 1.895\ m$ وبها شحنة، ومقدار المجال الكهربائي عند سطح الكرة هو $3.165 \times 10^5\ V/m$. ما قيمة الجهد الكهربائي على بُعد $29.81\ m$ من سطح الكرة؟

3.89 كرة موصّلة ومصمتة نصف قطرها R وبها شحنة، ومقدار المجال الكهربائي على سطح الكرة هو $3.269 \times 10^5\ V/m$. إذا كانت قيمة الجهد الكهربائي على بُعد $32.37\ cm$ من سطح الكرة هي $2.843 \times 10^5\ V$، فما هو نصف قطر الكرة، R؟

3.90 كرة موصّلة ومصمتة نصف قطرها $R = 1.351\ m$ وبها شحنة، ومقدار الجهد الكهربائي على بُعد $34.95\ cm$ من سطح الكرة هو $3.618 \times 10^5\ V$. ما مقدار المجال الكهربائي على سطح الكرة؟

4

المكثفات

ما ستتعلمه

الشكل 4.1 التفاعل مع شاشة اللمس لجهاز iPad.

لقد أصبحت شاشات اللمس، مثل تلك الموضَّحة في الشكل 4.1، واسعة الانتشار، حيث توجد في كل شيء بداية من شاشات الكمبيوتر إلى الهواتف الخلوية وآلات الاقتراع. وهي تعمل بعدة طرق، تتضمن إحداها استخدام خاصية للموصِّلات تُسمى *السعة*، وهي ما سندرسها في هذه الوحدة. تظهر السعة عندما تفصل مسافة قصيرة بين موصِّلَين — أي موصِّلَين. تُسبب ملامسة إصبع لشاشة اللمس تغيُّرًا في السعة يمكن اكتشافه.

تتسم المكثفات بإمكانية مفيدة جدًا تتمثَّل في تخزين الشحنة الكهربائية ثم إطلاقها بسرعة كبيرة. ومن ثمَّ، تكون مفيدة في ملحقات وميض الكاميرات، ومزيلات الرجفان القلبية، وحتى في مفاعلات الاندماج التجريبية — في أي شيء يحتاج إلى شحنة كهربائية كبيرة موصَّلة بسرعة. وتحتوي أغلب الدوائر أيًا كان نوعها على مكثف واحد على الأقل. إلا أن السعة لها جانب سلبي. فيمكن أيضًا أن تظهر حيث لا تكون مرغوبًا فيها، على سبيل المثال، بين الموصِّلات المتجاورة في دائرة إلكترونية صغيرة، حيث يمكن أن تسبب "تشويشًا" — تداخلًا غير مرغوب فيه بين مكوِّنات الدائرة.

نظرًا لأن المكثفات تُعدّ أحد العناصر الأساسية في الدوائر الكهربائية، تدرُس هذه الوحدة كيفية عملها في الدوائر البسيطة. وستتناول الوحدتان التاليتان عناصر أساسية أخرى في الدوائر واستخداماتها.

ما سنتعلمه

- السعة هي القدرة على تخزين شحنة كهربائية.
- عادة ما تتكون المكثفات من موصِّلين منفصلَين أو لوحين موصلين.
- يمكن للمكثف تخزين الشحنة على لوح واحد، ويكون عادة ثمة شحنة مساوية ومختلفة على اللوح الآخر.
- سعة المكثف هي الشحنة المخزنة في اللوحين مقسومة على فرق الجهد الكهربائي الناتج.
- يمكن للمكثف تخزين طاقة الوضع الكهربائية.
- يُعدّ المكثف متوازي اللوحين من الأنواع الشائعة للمكثفات، ويتكون من لوحين موصلين مسطحين متوازيين.
- تعتمد سعة المكثف على شكله الهندسي.
- في دائرة ما، يمكن استبدال المكثفات المتصلة على التوازي أو التوالي بسعة مكافئة.
- تزيد سعة المكثف عند وضع مادة عازلة للكهرباء بين اللوحين.
- تقلِّل المادة العازلة للكهرباء المجال الكهربائي بين لوحَي المكثف نتيجة انتظام العزم الجزيئي ثنائي القطب في المادة العازلة للكهرباء.

4.1 السعة الكهربائية

الشكل 4.2 بعض الأنواع التمثيلية من المكثفات.

يوضِّح الشكل 4.2 أن المكثفات لها مجموعة متنوعة من الأحجام والأشكال. بشكل عام، يتكون **المكثف** من موصِّلَين منفصلَين يُسميان عادة *اللوحين*، حتى إذا لم يكونا مستويَين بسيطين. إذا قمنا بتفكيك واحد من تلك المكثفات، فيمكننا أن نجد لوحين من رقائق فلزية مفصولَين بطبقة عازلة من المايلار، كما هو موضَّح في الشكل 4.3. يمكن طي الطبقات المتراكمة من لوحين على هيئة صفيحتين معدنيتين رقيقتين الرقائق الفلزية والمايلار مع طبقة عازلة أخرى لتكوين تركيب لا يشبه الموصِّلات المتوازية، كما هو موضَّح في الشكل 4.4. ينتج مكثفات لها بعض البنيات المادية الموضَّحة في الشكل 4.2. وتلعب الطبقة العازلة بين الرقاقتين الفلزيتين دورًا مهمًا في خصائص المكثف.

لدراسة خواص المكثفات، سنفترض شكلًا هندسيًا ملائمًا ثم نعمم النتائج. يوضِّح الشكل 4.5 **مكثفًا متوازي اللوحين**، وهو يتكون من لوحين موصلين متوازيين، لكل منهما المساحة A، ومفصولتين بمسافة، d، ويُفترض وجودهما في الفراغ. يتم شحن المكثف بوضع شحنة $+q$ على أحد اللوحين وشحنة $-q$ على اللوح الآخر. (ليس من الضروري وضع شحنتين متضادتين تمامًا على لوحَي المكثف ليتم شحنه؛ فأي اختلاف في الشحنة سيكون كافيًا. لكن، ولأغراض عملية، ينبغي أن يظل الجهاز ككل متعادلًا، ويتطلب هذا شحنات بمقدار متساوٍ وإشارات متضادة على اللوحين). ولأن اللوحين موصِّلان، فإنها تكون عبارة عن أسطح متساوية الجهد؛ ومن ثمَّ، ستوزع الإلكترونات الواقعة على الألواح نفسها بشكل منتظم على الأسطح.

الشكل 4.3 طبقتان من الرقاقات المعدنية تم الفصل بينهما بطبقة عازلة.

لنقم بتطبيق النتائج التي حصلنا عليها في الوحدة 3 لتحديد الجهد الكهربائي والمجال الكهربائي للمكثف متوازي اللوحين. (مبدئيًا، يمكننا القيام بحساب الجهد الكهربائي والمجال الكهربائي للتوزيعات المستمرة للشحنات. غير أنه لهذا الترتيب الفيزيائي سنحتاج إلى استخدام كمبيوتر لتقديم الحل). لنضع نقطة الأصل للنظام الإحداثي في المنتصف بين اللوحين، على أن يكون المحور x موازيًا للوحين. يوضِّح الشكل 4.6 تمثيلًا ثلاثي الأبعاد للجهد الكهربائي، $V(x,y)$، في المستوى xy، مشابهًا للنماذج الواردة في الوحدة 3.

للجهد الموضَّح في الشكل 4.6 هبوط شديد الانحدار (وخطي تقريبًا) بين اللوحين وهبوط أكثر تدرجًا خارج اللوحين. يعني هذا أنه يمكن توقع أن يكون المجال الكهربائي أقوى بين اللوحين وأضعف خارجهما. يمثِّل الشكل 4.7a تمثيلًا كنتوريا للجهد الكهربائي الموضَّح في الشكل 4.6 للوحين المتوازيين. قيم الجهد السالبة مظللة باللون الأخضر، والموجبة باللون الوردي. تتضح الخطوط متساوية الجهد، وهي عبارة عن الخطوط التي تتقاطع عندها الأسطح متساوية الجهد ثلاثية الأبعاد مع المستوى xy، والموضَّحة في الشكل 4.6 في هذا التمثيل أيضًا في صورة تمثيلات للوحين. لاحظ أن خطوط تساوي الجهد الواقعة بين اللوحين موازية لبعضها وتقع على مسافات متساوية.

الشكل 4.4 يمكن لف الرقاقات المعدنية وشطيرة المايلار الموضَّحة في الشكل 4.3 بطبقة عازلة لإنتاج مكثف ذي شكل هندسي مدمج.

في الشكل 4.7b، أُضيفت خطوط المجال الكهربائي إلى التمثيل الكنتوري. يتحدد المجال الكهربائي باستخدام $\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}V(\vec{r})$ الواردة في الوحدة 3. بعيدًا عن اللوحين، يبدو المجال الكهربائي مشابهًا جدًا للمجال الذي يولده ثنائي قطب يتكون من شحنات ذات نقطتين. ويسهل رؤية أن خطوط المجال الكهربائي متعامدة على خطوط الجهد الكنتورية (التي تمثِّل الأسطح متساوية الجهد!) في كل مكان في الحيز.

لكن خطوط المجال الكهربائي الموضَّح في الشكل 4.7b لا توفر معلومات مناسبة عن مقدار المجال الكهربائي. يوضِّح تمثيل آخر للمجال الكهربائي، في الشكل 4.7c، متجهات المجال الكهربائي في صورة نقاط شبكة على مسافات منتظمة في المستوى **xy**. (لقد تم إزالة التظليل الكنتوري للجهد لتقليل التشويش البصري). في هذا التمثيل، تتناسب شدة المجال عند أي نقطة من الشبكة مع حجم السهم عند تلك النقطة. يمكنك أن ترى بوضوح أن المجال الكهربائي بين اللوحين عمودي على اللوحين وأكبر في المقدار من المجال خارج اللوحين. يُسمى المجال الموجود في الحيز خارج اللوحين *المجال عند الاطراف*. إذا تم تحريك اللوحين بحيث يقتربان من بعضها، فسيظل المجال الكهربائي بين اللوحين كما هو، بينما ينخفض المجال عند الاطراف.

يتناسب فرق الجهد ΔV، بين لوحَي المكثف طرديًا مع كمية الشحنة على اللوحين. وثابت التناسب هو **السعة**، C، للجهاز المعرَّفة بالمعادلة التالية

$$C = \left|\frac{q}{\Delta V}\right| \tag{4.1}$$

تعتمد سعة جهاز ما على مساحة اللوحين والمسافة بينها وليس على الشحنة أو فرق الجهد. (سيوضَّح ذلك لهذا الشكل الهندسي والأشكال الهندسية الأخرى في الأقسام التالية). ووفقًا للتعريف، تكون السعة عددًا موجبًا. وهي تحدد كمية الشحنة اللازمة لتحقيق فرق جهد محدد بين اللوحين. وكلما كانت السعة كبيرة، زادت الشحنة اللازمة لتحقيق فرق جهد محدد. (لاحظ أنه من الشائع استخدام V، وليس ΔV، لتمثيل فرق الجهد. تأكد من فهم حالات استخدام V للجهد وحالات استخدامها لفرق الجهد).

يمكن إعادة كتابة المعادلة 4.1، تعريف السعة، بهذه الصيغة شائعة الاستخدام:

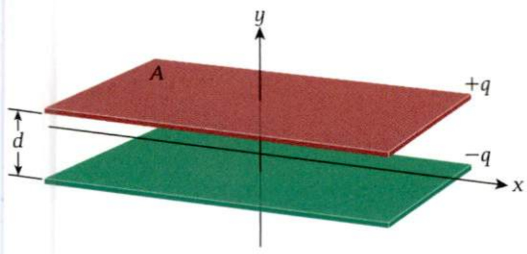
$$q = C\Delta V$$

تشير المعادلة 4.1 إلى أن وحدات السعة هي وحدات الشحنة مقسومة على وحدات الجهد، أو كولوم لكل فولت. تم تخصيص وحدة جديدة للسعة تحمل اسم عالم الفيزياء البريطاني مايكل فاراداي (1791–1867). تُسمى هذه الوحدة **فاراد** (F):

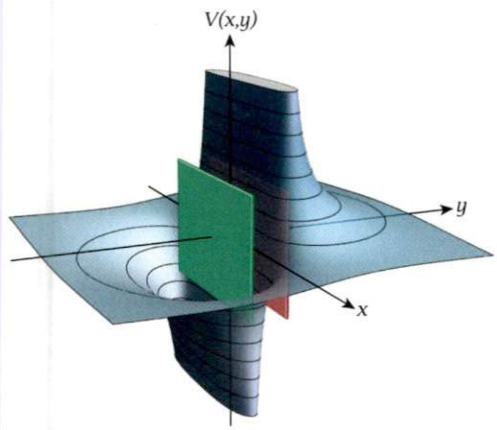
$$1 \text{ F} = \frac{1 \text{ C}}{1 \text{ V}} \tag{4.2}$$

ويمثِّل الفاراد الواحد سعة كبيرة جدًا. عادة، تكون للمكثفات سعة في المدى من $1 \text{ µF} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ F}$ إلى $1 \text{ pF} = 1 \cdot 10^{-12} \text{ F}$.

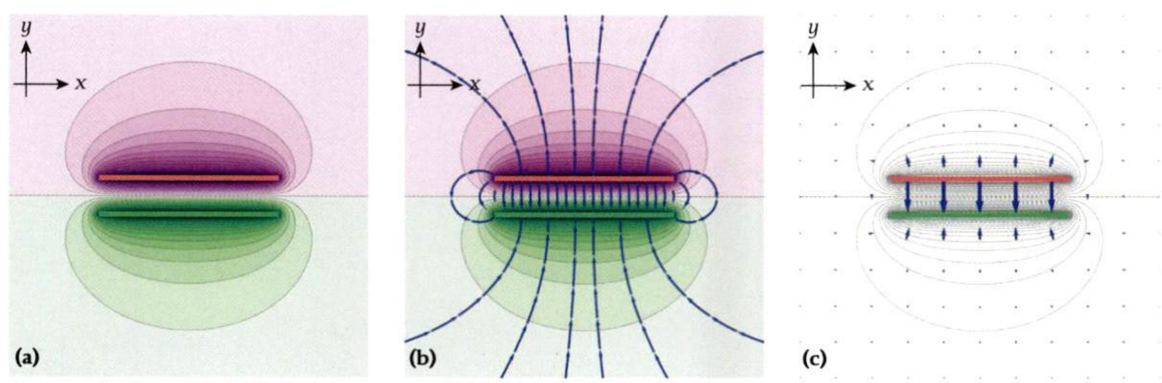
باستخدام تعريف الفاراد، يمكننا كتابة مقدار السماحية الكهربائية للفراغ، ε_0 (الواردة في الوحدة 1)، بالصورة $8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$.



الشكل 4.5 مكثف متوازي اللوحين يتكون من لوحين موصِّلين، لكل منهما مساحة A، وتم الفصل بينهما بمسافة d.



الشكل 4.6 الجهد الكهربائي في المستوى **xy** للوحين متوازيين تم شحنهما عكسيًا (متراكبَين) في الشكل 4.5.



الشكل 4.7 (a) تمثيل كنتوري ثنائي الأبعاد بالجهد نفسه الوارد في الشكل 4.6. (b) تمثيل كنتوري بخطوط مجال كهربائي متراكبة. (c) شدة مجال كهربائي عند نقاط على مسافة منتظمة في المستوى **xy** ممثَّلة بأحجام الأسهم.

4.2 الدوائر الكهربائية للمكثفات

ستتناول الوحدات القليلة التالية المزيد والمزيد من الدوائر المعقدة والشيقة. لذا لنلقِ نظرة على ماهية الدائرة بشكل عام.

تتكون **الدائرة الكهربائية** من أسلاك بسيطة أو مسارات موصلة أخرى تصل بين عناصر الدائرة. يمكن أن تكون عناصر الدائرة هذه مكثفات، وهي التي سنتناولها بتعمق في هذه الوحدة.

عادة ما تحتاج الدوائر إلى نوع من الطاقة، والتي يمكن توفيرها إما بواسطة بطارية أو بواسطة مصدر طاقة AC (تيار متناوب). ورد مفهوم البطارية، وهي جهاز يحتفظ بفرق جهد عبر طرفيه من خلال تفاعلات كيميائية، في الوحدة 3؛ بالنسبة إلى الدائرة، يمكن ببساطة اعتبارها مصدرًا خارجيًا لفرق جهد كهروستاتيكي، يوفر فرق جهد ثابتًا (وهو يُسمى عادة *الفولتية*). يمكن لمصدر طاقة AC أن يحقق النتيجة نفسها باستخدام دائرة مصمَّمة بشكل خاص تحافظ على فرق جهد ثابت. يوضِّح الشكل 4.8 رموز عناصر الدائرة المستخدَمة في هذه الوحدة والوحدات التالية.

الجلفانومتر	—(G)—	السلك	——
الفولتميتر	—(V)—	المكثف	—||—
الأميتر	—(A)—	المقاوم	—/\/\/\—
البطارية	—||— (− +)	المحِث	—ᘓᘓᘓ—
مصدر تيار متناوب	—(∿)—	المفتاح	—/ —

الشكل 4.8 رموز شائعة الاستخدام لعناصر الدائرة.

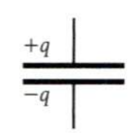
شحن المكثف وتفريغه

يُشحن المكثف من خلال توصيله ببطارية أو بمصدر طاقة ذي جهد كهربائي ثابت. تتدفق الشحنة إلى المكثف من البطارية أو مصدر الطاقة حتى يتساوى فرق الجهد في المكثف مع الجهد الكهربائي المزود. إذا تم فصل المكثف، فإنه يحتفظ بشحنه وفرق جهده. والمكثف الحقيقي معرض لتسرب الشحن مع مرور الوقت. ومع ذلك، سنفترض في هذه الوحدة أن المكثف المعزول يحتفظ بشحنه وفرق جهده إلى أجل غير مسمى.

يوضِّح الشكل 4.9 عملية الشحن هذه من خلال رسم تخطيطي للدائرة. تمثِّل الخطوط الأسلاك الموصلة في هذا الرسم التخطيطي. تُمثَّل البطارية (مصدر الطاقة) بالرمز المميز بعلامتَي الموجب والسالب اللتين تشيران إلى قطبي البطارية وفرق الجهد V. بينما يُمثَّل المكثف بالرمز المُسمى C. كما تحتوي هذه الدائرة على مفتاح. عندما يكون المفتاح موجودًا بين الموضعين a وb، تكون البطارية مفصولة والدائرة مفتوحة. وعندما يكون المفتاح في الموضع a، تُغلق الدائرة، وتتصل البطارية بالمكثف، ويبدأ المكثف في الشحن. عندما يكون المفتاح في الموضع b، تُغلق الدائرة بطريقة مختلفة. تُزال البطارية من الدائرة، ويتصل لوحا المكثف بعضهما ببعض، ويتدفق الشحنة من لوح إلى آخر عبر السلك الذي يشكل الآن وصلة مادية بين اللوحين. عندما يتبدد الشحن على اللوحين، ينخفض فرق الجهد بين اللوحين إلى صفر، ويُقال إنه تم تفريغ المكثف.

مراجعة المفاهيم 4.1

يعرض الشكل مكثفًا مشحونًا. ما محصلة الشحنة على المكثف؟



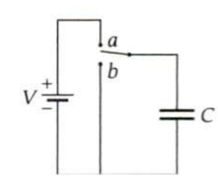
a) $(+q) + (-q) = 0$

b) $|+q| + |-q| = 0$

c) $|+q| + |-q| = 2q$

d) $(+q) + (-q) = 2q$

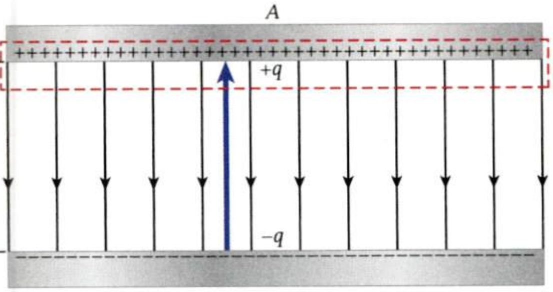
e) q



الشكل 4.9 دائرة بسيطة تُستخدم في شحن مكثف وتفريغه.

4.3 المكثف متوازي اللوحين والأنواع الأخرى من المكثفات

ناقش القسم 4.1 السمات العامة للجهد الكهربائي والمجال الكهربائي للوحين متوازيين مختلفَي الشحنة. ويدرُس هذا القسم كيفية تحديد شدة او مقدار المجال الكهربائي بين اللوحين وفرق الجهد بينهما. لنفكر في مكثف مثالي متوازي اللوحين يتكون من لوحين فلزيين متوازيين موضوعين في الفراغ بحيث توضع شحنة $+q$ على أحد اللوحين وشحنة $-q$ على اللوح الآخر (الشكل 4.10). (يحتوي هذا المكثف المثالي متوازي اللوحين على لوحين كبيرين جدًا وقريبين جدًا من بعضهما، فهما أقرب بكثير مما هو موضَّح



الشكل 4.10 منظر جانبي لمكثف متوازي اللوحين يتكون من لوحين لهما مساحة السطح نفسها، A. وتم الفصل بينهما بمسافة قصيرة، d. الخط المتقطع باللون الحمر هو سطح غاوسي. الأسهم السوداء المشيرة إلى أسفل تمثِّل المجال الكهربائي. يشير السهم الأزرق إلى مسار تكامل.

في الشكل 4.10. يسمح لنا هذا التركيب بالتغاضي عن المجال الهامشي او المجال عند الاطراف وهو المجال الكهربائي الصغير خارج الحيز الموجود بين اللوحين الموضَّحين في الشكل 4.7c.) عندما يُشحن اللوحان، يحمل اللوح العلوي الشحنة $+q$ بينما يحمل اللوح السفلي الشحنة $-q$. يتجه المجال الكهربائي الموجود بين اللوحين من اللوح موجب الشحنة نحو الاسفل باتجاه اللوح سالب الشحنة. يمكن تجاهل المجال القريب من أطراف اللوحين وهو المجال الهامشي (قارن بالشكل 4.7)؛ حيث يمكننا افتراض أن المجال الكهربائي ثابت بمقدار E في كل موضع بين اللوحين ويساوي صفرًا في أي موضع آخر. يكون المجال الكهربائي متعامدًا دائمًا على سطح اللوحين المتوازيين.

يمكن إيجاد المجال الكهربائي باستخدام قانون غاوس:

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0} \tag{4.3}$$

كيف نحسب التكامل على السطح الغاوسي (الذي يُحدَّد مقطعه العرضي بخط أحمر متقطع في الشكل 4.10)؟ نضيف الإسهامات من الأعلى والأسفل والجوانب. إنّ جوانب السطح الغاوسي صغيرة جدًا، لذلك يمكننا تجاهل المجال الهامشي او المجال عند الاطراف. يمر السطح العلوي عبر الموصل، حيث يكون المجال الكهربائي صفرًا (تذكَّر الحماية ؛ ارجع إلى الوحدة 2). يبقى فقط الجزء السفلي فقط من السطح الغاوسي. ويكون اتجاه متجهات المجال الكهربائي رأسياً إلى الأسفل، وهي متعامدة على أسطح الموصل. يتجه المتجه العمودي على السطح $d\vec{A}$ في الاتجاه نفسه، ومن ثمَّ سيكون متوازيًا مع $\vec{E}$ لذلك سيكون ناتج الضرب القياسي $\vec{E} \cdot d\vec{A} = E\,dA\cos 0° = E\,dA$. أما بالنسبة إلى التكامل على السطح الغاوسي، فلدينا

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \iint_{\text{أسفل}} E\,dA = E \iint_{\text{أسفل}} dA = EA$$

حيث تمثِّل A مساحة اللوح. بمعنى آخر، بالنسبة إلى المكثف متوازي اللوحين، نحصل من قانون غاوس على

$$EA = \frac{q}{\varepsilon_0} \tag{4.4}$$

حيث تمثِّل A مساحة السطح للوح الموجب الشحنة، ويمثِّل q مقدار الشحنة على اللوح الموجب الشحنة. تستقر الشحنة على السطح الداخلي لكل من اللوحين بسبب وجود شحنة مضادة على اللوح الآخر. يكون فرق الجهد الكهربائي بين اللوحين بدلالة المجال الكهربائي هو

$$\Delta V = -\int_{\text{i}}^{\text{f}} \vec{E} \cdot d\vec{s} \tag{4.5}$$

تم اختيار مسار التكامل من اللوح سالب الشحنة إلى اللوح موجب الشحنة على طول السهم الأزرق في الشكل 4.10. بما أن المجال الكهربائي يوازي مسار التكامل وباتجاه معاكس (انظر إلى الشكل 4.10)، فيكون ناتج الضرب القياسي $\vec{E} \cdot d\vec{s} = E\,ds\cos 180° = -E\,ds$. ومن ثمَّ، يُختزل التكامل في المعادلة 4.5 إلى

$$\Delta V = Ed = \frac{qd}{\varepsilon_0 A}$$

حيث استخدمنا المعادلة 4.4 لربط المجال الكهربائي بالشحنة. يعطي دمج تعبير فرق الجهد هذا وتعريف السعة (المعادلة 4.1) تعبيرًا لسعة مكثف متوازي اللوحين:

$$C = \left|\frac{q}{\Delta V}\right| = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \tag{4.6}$$

لاحظ أن سعة المكثف متوازي اللوحين تعتمد فقط على مساحة اللوحين والمسافة بينهما. بمعنى آخر، الشكل الهندسي للمكثف هو المؤثر الوحيد في سعته. حيث لا تتأثر سعة المكثف بمقدار الشحنة على المكثف أو فرق الجهد بين لوحيه.

مراجعة المفاهيم 4.2

افترض أنك قمت بشحن مكثف متوازي اللوحين باستخدام بطارية ثم أزلت البطارية، وقمت بعزل المكثف وتركه مشحونًا. ثم قمت بتحريك لوحي المكثف بعيدًا عن بعضهما البعض. عندها فرق الجهد بين اللوحين سوف

a) يزيد.

b) ينخفض.

c) يظل كما هو.

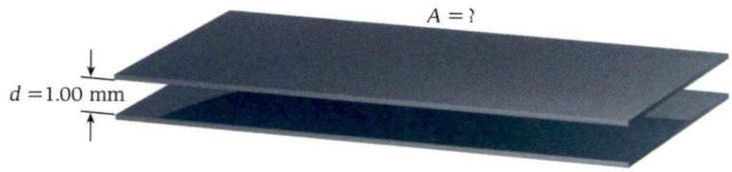
d) لا يمكن تحديده.

سؤال الاختبار الذاتي 4.1

قمتَ بشحن مكثف متوازي اللوحين باستخدام بطارية. ثم قمتَ بإزالة البطارية وعزل المكثف. إذا قلّلت المسافة بين لوحَي المكثف، فماذا سيحدث للمجال الكهربائي بين اللوحين.

مثال 4.1 مساحة المكثف متوازي اللوحين

يحتوي المكثف متوازي اللوحين على لوحين تفصلهما مسافة تبلغ 1.00 mm (الشكل 4.11).



الشكل 4.11 مكثف متوازي اللوحين بلوحين مفصولين بمسافة 1.00 mm.

المسألة

ما المساحة المطلوبة لإعطاء هذا المكثف سعة بمقدار 1.00 F؟

الحل

نُحسب السعة من خلال

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \tag{i}$$

بعدما نحل المعادلة (i) لإيجاد المساحة ونعوّض بـ $d = 1.00 \cdot 10^{-3}$ m و $C = 1.00$ F، سنحصل على

$$A = \frac{dC}{\varepsilon_0} = \frac{\left(1.00 \cdot 10^{-3}\ \text{m}\right)\left(1.00\ \text{F}\right)}{\left(8.85 \cdot 10^{-12}\ \text{F/m}\right)} = 1.13 \cdot 10^{8}\ \text{m}^2$$

إذا كان هذان اللوحان مربعين، فستكون أبعاد كل واحد منهما 10.6 km في 10.6 km
تؤكد هذه النتيجة أن الفاراد كمية كبيرة جدًا من السعة.

مراجعة المفاهيم 4.3

افترض أن لديك مكثفًا متوازي اللوحين مساحة كل من لوحيه A تفصل بينهما مسافة d. لكن صغر مساحة اللوحة التي ستوصل عليها الدائرة يجبرك على تقليل مساحة المكثف بمقدار النصف. ماذا يمكنك فعله للتعويض والحفاظ على قيمة السعة نفسها؟

a) تقليل d بمقدار النصف

b) زيادة d بمقدار النصف

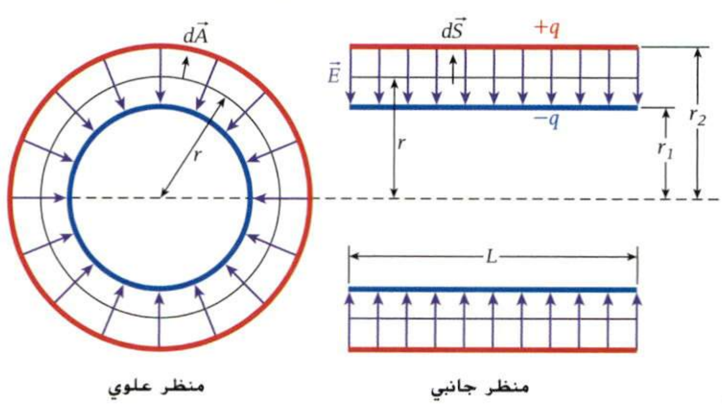
c) تقليل d بمقدار الربع

d) زيادة d بمقدار 4 أضعاف

المكثف الأسطواني

فكّر في مكثف مكوّن من أسطوانتين موصلتين متحدتي المركز بالمحور ويوجد فراغ بينهما (الشكل 4.12). حيث يكون نصف قطر الأسطوانة الداخلية r_1 ونصف قطر الأسطوانة الخارجية r_2. وتحمل الأسطوانة الداخلية الشحنة $-q$ بينما تحمل الأسطوانة الخارجية الشحنة $+q$. يتجه المجال الكهربائي بين الأسطوانتين باتجاه نصف القطر إلى الداخل ومتعامدًا على أسطح الأسطوانتين. أما بالنسبة إلى المكثف متوازي اللوحين، نفترض أنَّ الأسطوانتين طويلتان وأنه لا يوجد بالضرورة أي مجال هامشي بالقرب من أطرافهما.

يمكننا تطبيق قانون غاوس لإيجاد المجال الكهربائي بين الأسطوانتين باستخدام سطح غاوسي على شكل أسطوانة ذات نصف القطر r والطول L، وتكون متشاركة بالمحور مع أسطوانتَي المكثف، كما هو موضّح في الشكل 4.12. ومن ثمَّ تصير الشحنة المحيطة $-q$، لأن السطح سالب الشحنة للمكثف هو الوحيد الموجود داخل السطح الغاوسي. يتجه المتجه العمودي على السطح الغاوسي $d\vec{A}$ باتجاه نصف القطر إلى الخارج، وبهذا سيكون موازيًا معاكسًا للمجال الكهربائي. ويعني هذا أنَّ $\vec{E} \bullet d\vec{A} = E\,dA \cos 180° = -E\,dA$. ينتج عن تطبيق قانون غاوس واستخدام حقيقة أنَّ مساحة سطح الأسطوانة هي $A = 2\pi rL$



الشكل 4.12 مكثف أسطواني مكوّن من أسطوانتين موصلتين متشاركتين بالمحور وطويلتين. تمثّل الدائرة السوداء سطح غاوسي. تمثّل الأسهم الأرجوانية المجال الكهربائي.

$$\oiint \vec{E} \bullet d\vec{A} = -E \oiint dA = -E2\pi rL = \frac{-q}{\varepsilon_0} \tag{4.7}$$

يمكن إعادة ترتيب المعادلة 4.7 لإعطاء تعبير لمقدار المجال الكهربائي:

$$E = \frac{q}{\varepsilon_0 2\pi rL}, \text{ عندما } r_1 < r < r_2$$

يمكن الحصول على فرق الجهد بين لوحَي المكثف الأسطواني من خلال إجراء التكامل على المجال الكهربائي $\Delta V = -\int_i^f \vec{E} \bullet d\vec{s}$. وبالنسبة إلى مسار التكامل في اتجاه نصف القطر من الأسطوانة السالبة الشحنة عند r_1 إلى الأسطوانة الموجبة الشحنة عند r_2، يكون المجال الكهربائي موازيًا معاكسًا للمسار. ومن ثمَّ، تصبح $\vec{E} \bullet d\vec{s}$ في المعادلة 4.5 $-E\,dr$. لذلك

$$\Delta V = -\int_i^f \vec{E} \circ d\vec{s} = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{q}{\varepsilon_0 2\pi r L} dr = \frac{q}{\varepsilon_0 2\pi L} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

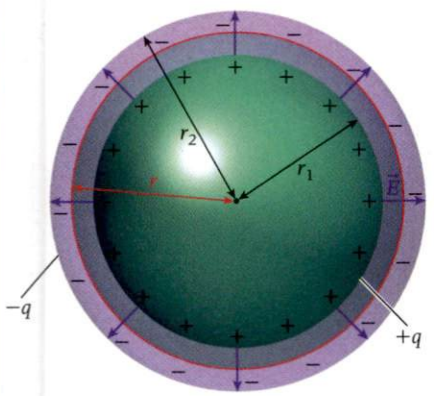
ينتج عن تعبير فرق الجهد هذا والمعادلة 4.1 تعبيرًا للسعة.

$$C = \left|\frac{q}{\Delta V}\right| = \frac{q}{\dfrac{q}{\varepsilon_0 2\pi L}\ln(r_2/r_1)} = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln(r_2/r_1)} \quad (4.8)$$

تعتمد سعة المكثف الأسطواني على شكله الهندسي فقط على غرار المكثف متوازي اللوحين.

المكثف الكروي

لنفكر الآن في مكثف كروي يتكوَّن من جسمين كرويين موصلين متحدَي المركز ولديهما نصفَي القطر r_1 وr_2، ويوجد فراغ بينهما (الشكل 4.13). ويحمل الجسم الكروي الداخلي الشحنة $-q$ بينما يحمل الجسم الكروي الخارجي الشحنة $+q$. يتعامد المجال الكهربائي على سطح كلا الجسمين الكرويين ويتجه في اتجاه نصف القطر من الجسم الكروي الداخلي الموجب الشحنة إلى الجسم الكروي الخارجي السالب الشحنة، كما هو موضَّح بالأسهم البنفسجية في الشكل 4.13. (في السابق، كان التكامل من الشحنة السالبة إلى الشحنة الموجبة بالنسبة إلى المكثفات متوازية اللوحين والمكثفات الأسطوانية. سنرى هنا ماذا سيحدث عندما ينعكس الاتجاه). لتحديد مقدار المجال الكهربائي، سنستعين بقانون غاوس، وذلك باستخدام سطح جاوسي عبارة عن سطح كروي متحد المركز مع الموصلين الكرويين ويبلغ نصف قطره r حيث $r_1 < r < r_2$. كذلك يكون المجال الكهربائي متعامدًا على السطح الغاوسي في كل مكان. إذًا لدينا



الشكل 4.13 مكثف كروي مكوَّن من جسمين كرويين موصِّلين متحدي المركز. سطح غاوسي ممثَّل بالدائرة الحمراء التي نصف قطرها r.

$$\oint\!\!\oint \vec{E} \bullet d\vec{A} = EA = E\left(4\pi r^2\right) = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad (4.9)$$

عند حل المعادلة 4.9 لإيجاد E نحصل على

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}، \text{ عندما } r_1 < r < r_2$$

بالنسبة إلى فرق الجهد، فنتابع بطريقة مشابهة لتلك المستخدَمة للمكثف الأسطواني ونحصل على

$$\Delta V = -\int_i^f \vec{E} \circ d\vec{s} = -\int_{r_1}^{r_2} E dr = -\int_{r_1}^{r_2} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

في هذه الحالة، $\Delta V < 0$. لماذا؟ لأننا أجرينا التكامل من الشحنة الموجبة إلى الشحنة السالبة. حيث يكون للشحنة الموجبة جهدًا أكبر من الشحنة السالبة، وهذا ينتج فرق جهد سالبًا. تعطي المعادلة 4.1 سعة المكثف الكروي في صورة القيمة المطلقة للشحنة مقسومة على القيمة المطلقة لفرق الجهد:

$$C = \left|\frac{q}{\Delta V}\right| = \frac{q}{\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right)} = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right)}$$

يمكن كتابة هذا بصيغة أسهل:

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} \quad (4.10)$$

لاحظ أن السعة تعتمد مجددًا على الشكل الهندسي للمكثف فقط.

مراجعة المفاهيم 4.4

إذا زاد نصفا القطر الداخلي والخارجي لمكثف كروي بمقدار الضعف، فماذا سيحدث للسعة؟

a) تنخفض بمقدار الربع.

b) تنخفض بمقدار النصف.

c) تظل كما هي.

d) تزيد بمقدار الضعف.

e) تزيد بمقدار 4 أضعاف.

يمكننا الحصول على سعة موصل كروي مفرد من المعادلة 4.10 بافتراض أن الموصل الكروي الخارجي بعيد بشكل لا نهائي. مع كون $r_2 = \infty$ و$r_1 = R$، يتم الحصول على سعة موصل كروي معزول من المعادلة

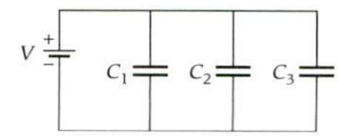
$$C = 4\pi\varepsilon_0 R \tag{4.11}$$

4.4 المكثفات في الدوائر الكهربائية

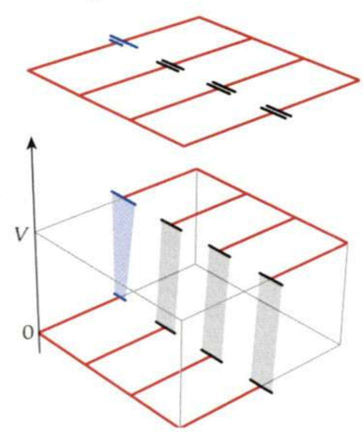
كما ذكرنا سلفًا، الدائرة عبارة عن مجموعة من الأجهزة الكهربائية المتصلة بواسطة أسلاك موصلة. يمكن توصيل المكثفات في الدوائر بطرق مختلفة، لكن الطريقتين الأساسيتين هما التوصيل على التوازي والتوصيل على التوالي.

المكثفات المتصلة على التوازي

يعرض الشكل 4.14 دائرة بها ثلاثة مكثفات **موصَّلة على التوازي**. لكل من المكثفات الثلاثة لوح ستتصل مباشرة بالطرف الموجب لبطارية بين طرفيها فرق الجهد V واللوح الآخر يتصل مباشرة بالطرف السالب لتلك البطارية. تظهر الدائرة نفسها في الجزء العلوي من الشكل 4.15. ويعرض الجزء السفلي من هذا الشكل قيمة الجهد في كل جزء من الدائرة في تمثيل ثلاثي الأبعاد. يوضح هذا أنَّ جميع ألواح المكثفات المتصلة بالطرف الموجب للبطارية لها الجهد نفسه. أما الألواح الأخرى للمكثفات لها جهد الطرف السالب للبطارية (الذي اعتبر صفرا). (تم توصيل طرفَي البطارية الموجب والسالب بتظليل أزرق خفيف لتوضيح أنَّ هذين الطرفين جزء من الجهاز نفسه ولتوفير تمثيل مرئي أفضل لفرق الجهد بين الطرفين. وتم توصيل لوحَي كل مكثف بشريط رمادي فاتح).



الشكل 4.14 دائرة بسيطة ببطارية وثلاثة مكثفات متصلة على التوازي.



الشكل 4.15 الجهد في أجزاء مختلفة من الدائرة في الشكل 4.14.

الفكرة الأساسية التي يقدمها الشكل 4.15 هي أنَّ فرق الجهد متساوٍ في كل واحد من المكثفات الثلاثة، ΔV. لذا، للمكثفات الثلاثة في هذه الدائرة، لدينا

$$q_1 = C_1\Delta V$$
$$q_2 = C_2\Delta V$$
$$q_3 = C_3\Delta V$$

بصفة عامة، يمكن أن تكون لكمية الشحنة على كل مكثف قيمة مختلفة. يمكن النظر إلى المكثفات الثلاثة على أنها مكثف واحد مكافئ يحمل إجمالي شحنة q، تعطى من خلال المعادلة

$$q = q_1 + q_2 + q_3 = C_1\Delta V + C_2\Delta V + C_3\Delta V = (C_1 + C_2 + C_3)\Delta V$$

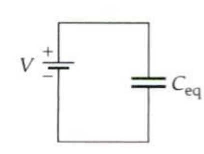
لذا، السعة المكافئة لهذا المكثف هي

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$$

يمكن التوسع في هذه النتيجة لتشمل أي عدد، n، من المكثفات المتصلة على التوازي:

$$C_{eq} = \sum_{i=1}^{n} C_i \tag{4.12}$$

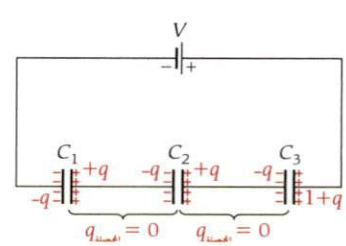
بمعنى آخر، السعة المكافئة لنظام من المكثفات المتصلة على التوازي تساوي مجموع السعات. لذا، استبدال عدة مكثفات متصلة على التوازي في دائرة بسعة مكافئة يتم الحصول عليها من خلال المعادلة 4.12، كما هو موضَّح في الشكل 4.16.



الشكل 4.16 يمكن استبدال المكثفات الثلاثة في الشكل 4.14 بسعة مكافئة.

المكثفات المتصلة على التوالي

يعرض الشكل 4.17 دائرة بها ثلاثة مكثفات **متصلة على التوالي**. في هذا التكوين، تنتج البطارية شحنة متساوية $+q$ على اللوح الأيمن لكل مكثف وشحنة متساوية $-q$ على اللوح الأيسر لكل مكثف. لتوضيح هذه الحقيقة نبدأ عندما تكون المكثفات غير مشحونة. ثم يتم توصيل البطارية بمجموعة المكثفات المتصلة على التوالي. عند توصيل اللوح الموجب لــ C_3 بالطرف الموجب للبطارية تبدأ الشحنة الموجبة التي توفرها البطارية بالتراكم على اللوح. تستحث هذه الشحنة الموجبة شحنة سالبة مساوية في المقدار على اللوح الآخر لــ C_3.



الشكل 4.17 دائرة بسيطة بها ثلاثة مكثفات متصلة على التوالي.

يتم توصيل لوح C_3 السالب الشحنة باللوح الأيمن لـ C_2، والذي يصبح عندها موجب الشحنة لأنه لا يمكن أن تتراكم الشحنة في الجزء المعزول بين اللوح الأيسر لـ C_3 واللوح الأيمن لـ C_2. يستحث لوح C_2 الموجب الشحنة شحنة سالبة مساوية في المقدار على اللوح الآخر لـ C_2. ثم يترك لوح C_2 السالب الشحنة شحنة موجبة على لوح C_1 المتصل به، مما يحفز شحنة سالبة على اللوح الأيسر لـ C_1. يتصل لوح C_1 السالب الشحنة بالطرف السالب للبطارية. وهكذا، تتدفق الشحنة من البطارية، فتشحن اللوح الموجب لـ C_3 بشحنة قيمتها $+q$، وتحفز شحنة مقابلة قيمتها $-q$ على لوح C_1 السالب الشحنة. لذلك، يحظى كل مكثف فعلًا بالشحنة نفسها في النهاية.

عند شحن المكثفات الثلاثة في الدائرة في الشكل 4.17، يجب أن يساوي مجموع هبوط الجهد في المكثفات الثلاثة فرق الجهد الذي توفره البطارية. هذا موضَّح في الشكل 4.18، وهو تمثيل ثلاثي الأبعاد للجهد في الدائرة التي بها ثلاثة مكثفات متصلة على التوالي، مشابه لذلك الذي في الشكل 4.15. (لاحظ أن هبوط الجهد في المكثفات الثلاثة المتصلة على التوالي ليس متساويًا، هذا صحيح بشكل عام للتوصيل على التوالي).

وكما ترى من الشكل 4.18، يجب أن يكون مجموع هبوط الجهد في المكثفات الثلاثة مساوياً إجمالي فرق الجهد، ΔV، الذي توفره البطارية. ولأنّ كل مكثف لديه الشحنة نفسها، نحصل على

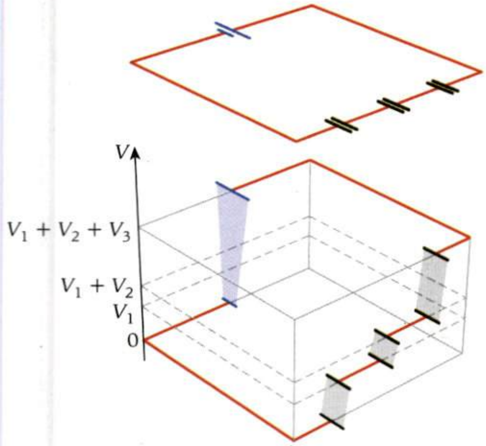
$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3 = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3} = q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)$$

يمكن كتابة السعة المكافئة في صورة

$$\Delta V = \frac{q}{C_{eq}}$$

حيث

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \qquad (4.13)$$



الشكل 4.18 الجهد في دائرة بها ثلاثة مكثفات متصلة على التوالي.

مراجعة المفاهيم 4.5

بالنسبة إلى دائرة بثلاثة مكثفات متصلة على التوالي، يجب أن تكون السعة المكافئة دائمًا

a) مساوية لأكبر السعات الفردية الثلاث.

b) مساوية لأصغر السعات الفردية الثلاث.

c) أكبر من أكبر السعات الفردية الثلاث.

d) أصغر من أصغر السعات الفردية الثلاث.

مراجعة المفاهيم 4.6

هبوط الجهد لدائرة بثلاثة مكثفات لها سعات مختلفة موصَّلة على التوالي هو

a) نفسه عبر كل مكثف وله قيمة فرق الجهد نفسه الذي توفره البطارية.

b) نفسه عبر كل مكثف ولديه $\frac{1}{3}$ من قيمة فرق الجهد الذي توفره البطارية.

c) أكبر في المكثف ذي السعة الأصغر.

d) أكبر في المكثف ذي السعة الأكبر.

سؤال الاختبار الذاتي 4.2

ما السعة المكافئة لأربعة مكثفات بسعة 10.0 µF متصلة على التوالي؟ ما السعة المكافئة لأربعة مكثفات بسعة 10.0 µF متصلة على التوازي؟

لذا، يمكن استبدال المكثفات الثلاثة المتصلة على التوالي في الدائرة الموضَّحة في الشكل 4.17 بسعة مكافئة يتم الحصول عليها من خلال المعادلة 4.13، وهذا ينتج الرسم التخطيطي نفسه للدائرة مثل الوارد في الشكل 4.16.

بالنسبة إلى نظام يتكون من عدد n من المكثفات، تُعمَّم المعادلة 4.13 إلى

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i} \qquad (4.14)$$

ومن ثمَّ، فإنَّ سعة نظام من المكثفات المتصلة على التوالي دائماً ما تكون أقل من أصغر سعة في النظام.

إنّ إيجاد السعات المكافئة للمكثفات المتصلة على التوالي وعلى التوازي يتيح حل المسائل المتعلقة بالدوائر المعقدة، كما يوضِّح المثال التالي.

مثال 4.2 نظام من المكثفات

المسألة
فكِّر في الدائرة الموضَّحة في الشكل 4.19a. فيما يبدو ترتيبًا معقدًا من خمسة مكثفات تتصل ببطارية. ما السعة الكلية لهذه المجموعة المكوَّنة من خمسة مكثفات؟ إذا كانت سعة كل مكثف 5.0 nF، فما السعة المكافئة للمجموعة؟ إذا كان فرق جهد البطارية 12 V، فما الشحنة على كل مكثف؟

الحل
قد تبدو هذه المسألة معقدة في البداية، لكن يمكن تبسيطها إلى خطوات متتالية، باستخدام القواعد الخاصة بالسعات المكافئة للمكثفات المتصلة على التوالي وعلى التوازي. نبدأ بالتركيبات الداخلية للدائرة ونعمل نحو الخارج.

الخطوة 1
بالنظر إلى المكثفين 1 و2 في الشكل 4.19a، نرى على الفور أنهما متصلان على التوازي. ولأنّ المكثف 3 يقع على مسافة بعيدة، فقد لا يبدو واضحاً أنه أيضًا متصل على التوازي مع 1 و2. لكن الألواح العليا لهذه المكثفات الثلاثة متصلة بواسطة الأسلاك، ومن ثَمَّ لها الجهد نفسه. والأمر كذلك بالنسبة إلى ألواحها السفلية، لذا فالثلاثة متصلة على التوازي بالفعل. وفقًا للمعادلة 4.12، السعة المكافئة لهذه المكثفات الثلاثة هي

$$C_{123}=\sum_{i=1}^{3} C_i = C_1 + C_2 + C_3$$

هذا التبديل موضَّح في الشكل 4.19b.

الخطوة 2
في الشكل 4.19b، كل من C_{123} و C_4 متصلين على التوالي. لذا، فإن سعتهما المكافئة، وفقًا للمعادلة 4.14، هي

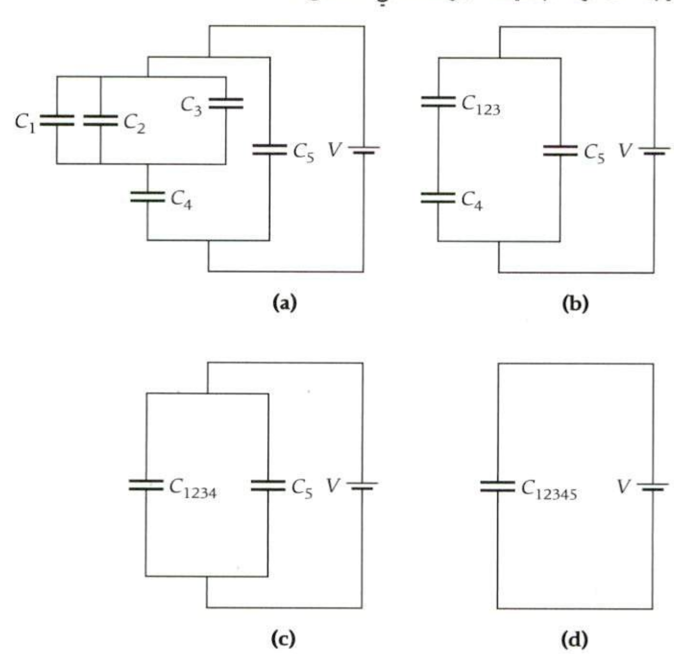
$$\frac{1}{C_{1234}}=\frac{1}{C_{123}}+\frac{1}{C_4} \Rightarrow C_{1234}=\frac{C_{123}C_4}{C_{123}+C_4}$$

يمكننا استبدال المكثفات الثلاثة بمكثف واحد له السعة المكافئة لهذا الاستبدالكما هو موضَّح في الشكل 4.19c.

الخطوة 3
أخيرًا، C_{1234} وC_5 متصلان على التوازي في الشكل 4.19c. لذلك، يمكننا استخدام العملية الحسابية لإيجاد السعة المكافئة لمكثفين متصلين على التوازي وإيجاد السعة المكافئة للمكثفات الخمسة جميعها:

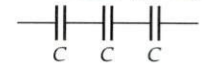
$$C_{12345}=C_{1234}+C_5=\frac{C_{123}C_4}{C_{123}+C_4}+C_5=\frac{(C_1+C_2+C_3)C_4}{C_1+C_2+C_3+C_4}+C_5$$

تعطينا هذه النتيجة الدائرة البسيطة الموضَّحة في الشكل 4.19d.



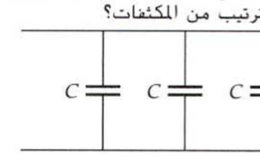
الشكل 4.19 نظام من المكثفات: (a) التشكيل الأصلي للدائرة (b) تخفيض المكثفات المتوازية إلى المكافئ الخاص بها؛ (c) تخفيض المكثفات المتوالية إلى المكافئ الخاص بها؛ (d) السعة المكافئة للمجموعة الكاملة من المكثفات.

مراجعة المفاهيم 4.7
ثلاثة مكثفات، كل بسعة C، متصلة كما هو موضَّح في الشكل. ما السعة المكافئة لهذه المجموعة من المكثفات؟



a) $C/3$
b) $3C$
c) $C/9$
d) $9C$
e) لا شيء مما سبق

مراجعة المفاهيم 4.8
ثلاثة مكثفات، كل بسعة C، متصلة كما هو موضَّح في الشكل. ما السعة المكافئة لهذا الترتيب من المكثفات؟



a) $C/3$
b) $3C$
c) $C/9$
d) $9C$
e) لا شيء مما سبق

الخطوة 4: التعويض بالأرقام للمكثفات

يمكننا الآن إيجاد السعة المكافئة إذا كان لكل المكثفات سعات 5.0 nF متماثلة:

$$\left(\frac{(5.0+5.0+5.0)5.0}{5.0+5.0+5.0+5.0}+5.0\right)\text{ nF}=8.8\text{ nF}$$

كما ترى، يوفر المكثف 5 وحده أكثر من نصف إجمالي السعة لهذه المجموعة. توضّح هذه النتيجة أنه لا بد من الحذر الشديد في ما يخص كيفية عملية تجميع المكثفات في الدوائر .

الخطوة 5: حساب الشحنات على المكثفات

C_{1234} و C_5 متصلان على التوازي. لذلك، لهما فرق الجهد نفسه، وهو 12 V. وهذا يعني أن الشحنة على C_5 تساوي

$$q_5=C_5\Delta V=(5.0\text{ nF})(12\text{ V})=60.\text{ nC}$$

C_{1234} مكوّن من C_{123} و C_4 الموصلين على التوالي. لذلك يجب أن يكون لدى C_{123} و C_4 الشحنة نفسها q_4. لذا

$$\Delta V=\Delta V_{123}+\Delta V_4=\frac{q_4}{C_{123}}+\frac{q_4}{C_4}=q_4\left(\frac{1}{C_{123}}+\frac{1}{C_4}\right)$$

إذًا فالشحنة على C_4 تساوي

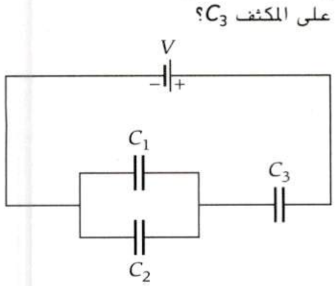
$$q_4=\Delta V\frac{C_{123}C_4}{C_{123}+C_4}=\Delta V\frac{(C_1+C_2+C_3)C_4}{C_1+C_2+C_3+C_4}=(12\text{ V})\frac{(15\text{ nF})(5.0\text{ nF})}{20.0\text{ nF}}=45\text{ nC}$$

C_{123} مكافئ لثلاثة مكثفات متصلة على التوازي، ولديه كذلك شحنة C_4 نفسها أو 45 nC. للمكثفات الثلاثة C_1 و C_2 وC_3 السعة نفسها وفرق الجهد نفسه لأنها متصلة على التوازي، ويجب أن يساوي مجموع الشحنة على هذه المكثفات الثلاثة 45 nC. لذلك، يمكننا أن نحسب الشحنة على C_1 وC_2 وC_3:

$$q_1=q_2=q_3=\frac{45\text{ nC}}{3}=15\text{ nC}$$

مراجعة المفاهيم 4.9

ثلاثة مكثفات متصلة ببطارية كما هو موضّح في الشكل. إذا كان $C_1=C_2=C_3=10.0\ \mu\text{F}$ و$V=10.0$ V، فما الشحنة على المكثف C_3؟



a) 66.7 μC
b) 100. μC
c) 150. μC
d) 300. μC
e) 457. μC

4.5 الطاقة المخزنة في المكثفات

المكثفات مفيدة للغاية في تخزين طاقة الوضع الكهربائية. فهي أكثر فائدة بكثير من البطاريات إذا كان لا بد من تحويل طاقة الوضع إلى أشكال أخرى للطاقة بسرعة شديدة. تم وصف أحد التطبيقات العمليه للمكثفات في تخزين طاقة الوضع الكهربائية وتحريرها بشكل سريع في المثال 4.4، عن الليزر عالي الطاقة في منشأة الإشعال الوطنية. لاختبار كمية الطاقة التي يمكن تخزينها في مكثف.

يجب أن تبذل بطارية شغلًا لشحن المكثف. يمكن صياغة مفهوم الشغل بدلالة التغير في طاقة الوضع الكهربائية للمكثف. لتحقيق عملية الشحن، يجب نقل الشحنة بعكس المجال الكهربائي بين لوحَي المكثف. وكما لاحظنا سلفًا في هذه الوحدة، كلما زادت شحنة المكثف، زاد فرق الجهد بين اللوحين. هذا يعني أنه كلما زادت الشحنة الموجودة على المكثف بالفعل، صار من الصعب إضافة كمية شحن تفاضلية إلى المكثف. الشغل التفاضلي، dW، الذي تبذله بطارية بفرق جهد ΔV لوضع شحنة تفاضلية، dq، على مكثف بسعة C هو

$$dW=\Delta V'dq'=\frac{q'}{C}dq'$$

حيث ΔV وq' هما فرق الجهد والشحن اللحظيين (المتزايدين)، على التوالي، على المكثف أثناء عملية الشحن. يتم الحصول على إجمالي الشغل W_t، المطلوب لشحن المكثف بالكامل، q، من خلال المعادلة

$$W_t=\int dW=\int_0^q\frac{q'}{C}dq'=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

يخزَّن هذا الشغل في صورة طاقة وضع كهربائية:

$$U=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}=\frac{1}{2}C(\Delta V)^2=\frac{1}{2}q\Delta V \quad (4.15)$$

كل الصياغات الثلاثة لطاقة الوضع الكهربائية المخزنة الواردة في المعادلة 4.15 صالحة على السواء. يمكن تحويل كل منها إلى واحدة من الأخريات باستخدام $q = C\Delta V$ واستبعاد إحدى الكميات الثلاثة لصالح الكميتين الأخريين.

تُعرف **كثافة الطاقة الكهربائية**، u، على أنها طاقة الوضع الكهربائية لوحدة الحجوم:

$$u = \frac{U}{\text{الحجم}}$$

(*ملاحظة:* لا تُستخدم V هنا لتمثيل الحجم، لأنها محصورة في هذا السياق للجهد).

في الحالة الخاصة لمكثف متوازي اللوحين ليس له مجال عند الاطراف، يسهل حساب الحجم المحصور بين لوحين مساحة كل منهما A ومفصولان بمسافة عمودية d. فيكون عبارة عن مساحة كل لوح مضروبة في المسافة بين اللوحين، أو Ad. باستخدام المعادلة 4.15 لطاقة الوضع الكهربائية، نحصل على

$$u = \frac{U}{Ad} = \frac{\frac{1}{2}C(\Delta V)^2}{Ad} = \frac{C(\Delta V)^2}{2Ad}$$

باستخدام المعادلة 4.6 لسعة المكثف متوازي اللوحين الذي به فراغ بين اللوحين، نحصل على

$$u = \frac{(\varepsilon_0 A/d)(\Delta V)^2}{2Ad} = \frac{1}{2}\varepsilon_0\left(\frac{\Delta V}{d}\right)^2$$

بملاحظة أن $\Delta V/d$ عبارة عن مقدار المجال الكهربائي، E، نحصل على تعبير لكثافة الطاقة الكهربائية لمكثف متوازي اللوحين:

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \qquad (4.16)$$

تُعدّ هذه النتيجة عامة بشكل أكبر في الواقع، بالرغم من أنها مشتقة لمكثف متوازي اللوحين. يمكن وصف طاقة الوضع الكهربائية المخزنة في أي مجال كهربائي لكل وحدة حجوم يشغلها ذلك المجال باستخدام المعادلة 4.16.

مراجعة المفاهيم 4.10

ما مقدار الطاقة المخزنة في مكثف سعته 180 µF لوحدة وميض كاميرا مشحونة إلى 300.0 V؟

a) 1.22 J
b) 8.10 J
c) 45.0 J
d) 115 J
e) 300 J

مثال 4.3 السحابة الرعدية

افترض أنَّ سحابة رعدية بعرض 2.0 km وطول 3.0 km تحوم على ارتفاع 0.50 km فوق منطقة مسطحة. تحمل السحابة شحنة قدرها 160 C. ولا تحمل الأرض أي شحنة.

المسألة 1

ما فرق الجهد بين السحابة والأرض؟

الحل 1

يمكننا مقاربة نظام السحابة والأرض في صورة مكثف متوازي اللوحين. سعته، وفقًا للمعادلة 4.6، هي

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} = \frac{(8.85\cdot 10^{-12}\ \text{F/m})(2.0\ \text{km})(3.0\ \text{km})}{0.50\ \text{km}} = 0.11\ \mu\text{F}$$

لأننا نعلم الشحنة التي تحملها السحابة، 160 C، يكون من المغري التعويض بهذه القيمة في العلاقة بين الشحنة، والسعة، وفرق الجهد (المعادلة 4.1) لإيجاد الإجابة المرغوب فيها. غير أنه يكون لمكثف متوازي اللوحين ذي شحنة $+q$ على أحد اللوحين و$-q$ على اللوح الآخر اختلاف في الشحنة قدره $2q$ بين اللوحين. لنظام السحابة والأرض، $2q = 160$ C، أو $q = 80.$ C. بدلًا من ذلك، يمكننا اعتبار السحابة عازلًا مشحونًا ونستخدم النتيجة من القسم 22.9. وهي أن المجال الناتج عن طبقة مستوية من الشحنة هو $E = \sigma/2\varepsilon_0$. لتبرير عامل $\frac{1}{2}$. والآن يمكننا استخدام المعادلة 4.1 والحصول على

$$\Delta V = \frac{q}{C} = \frac{80.\ \text{C}}{0.11\ \mu\text{F}} = 7.3\cdot 10^8\ \text{V}$$

فرق الجهد يبلغ أكثر من 700 مليون فولت!

المسألة 2

تتطلب صواعق البرق قوى مجال كهربائي تصل إلى حوالي 2.5 MV/m. هل الظروف الموصوفة في نص المسألة كافية لحدوث صاعقة برق؟

الحل 2

نستخدم فرق الجهد بين السحابة والأرض والمسافة المعطاة بينهما لحساب مقدار المجال الكهربائي:

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{7.3 \cdot 10^8 \text{ V}}{0.50 \text{ km}} = 1.5 \text{ MV/m}$$

ومن هذه النتيجة، يمكننا استنتاج أنه لن يحدث برق في هذه الظروف. غير أنه إذا انحرفت السحابة فوق برج لاسلكي، فربما يزيد المجال الكهربائي وسيؤدي إلى تفريغ شحنة للبرق.

المسألة 3

ما إجمالي طاقة الوضع الكهربائية التي يحتويها المجال الواقع بين هذه السحابة الرعدية والأرض؟

الحل 3

من المعادلة 4.15، يبلغ إجمالي طاقة الوضع الكهربائية المخزنة في نظام السحابة والأرض

$$U = \tfrac{1}{2} q\Delta V = 0.5(80.\text{ C})(7.3 \cdot 10^8 \text{ V}) = 2.9 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

للمقارنة، تكفي هذه الطاقة لتشغيل مجفف شعر قياسي بقدرة 1500 W لأكثر من 5000 ساعة.

مسألة محلولة 4.1 الطاقة المخزنة في المكثفات

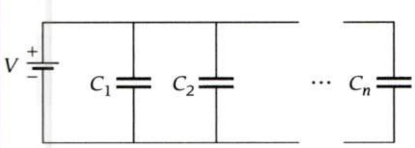
المسألة

بافتراض وجود الكثير من المكثفات، لكل منها $C = 90.0\ \mu\text{F}$، متصلة على التوازي عبر بطارية مع فرق جهد يساوي $\Delta V = 160.0\text{ V}$، كم يلزم من المكثفات لتخزين 95.6 J من الطاقة؟

الحل

فكّر يتم حساب السعة المكافئة للعديد من المكثفات المتصلة على التوازي بواسطة مجموع سعات كل المكثفات. يمكننا حساب الطاقة المخزنة من السعة المكافئة للمكثفات المتصلة على التوازي وفرق جهد البطارية.

ارسم يوضّح الشكل 4.20 دائرة بها عدد n من المكثفات المتصلة على التوازي عبر بطارية.



الشكل 4.20 دائرة بها عدد n من المكثفات المتصلة على التوازي عبر بطارية.

ابحث السعة المكافئة، C_{eq}، لعدد n من المكثفات، لكل منها سعة C، متصلة على التوازي هي

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \cdots + C_n = nC$$

يتم حساب الطاقة المخزنة في المكثفات عندئذٍ من خلال

$$U = \tfrac{1}{2} C_{eq} (\Delta V)^2 = \tfrac{1}{2} nC (\Delta V)^2 \qquad \text{(i)}$$

بسّط حل المعادلة (i) للعدد المطلوب من المكثفات يعطينا

$$n = \frac{2U}{C(\Delta V)^2}$$

احسب بالتعويض بالقيم العددية، نحصل على

$$n = \frac{2(95.6 \text{ J})}{\left(90.0 \cdot 10^{-6} \text{ C}\right)(160.0 \text{ V})^2} = 82.986$$

قرّب نقدم نتيجتنا في صورة عدد صحيح من المكثفات:

$$n = 83 \text{ مكثفًا}$$

تحقّق ثانية سعة 83 مكثفًا لها $C = 90.0\ \mu\text{F}$ هي

$$C_{eq} = 83(90.0\ \mu\text{F}) = 0.00747 \text{ F}$$

– يُتبع

شحن هذا المكثف ببطارية بجهد 160 V يُنتج طاقة مخزنة قدرها

$$U = \frac{1}{2} C_{eq} (\Delta V)^2 = \frac{1}{2}(0.00747 \text{ F})(160.0 \text{ V})^2 = 95.6 \text{ J}$$

ومن ثمَّ، تكون إجابتنا عن عدد المكثفات متسقة.

مثال 4.4 منشأة الإشعال الوطنية

منشأة الإشعال الوطنية (NIF) عبارة عن ليزر عالي الطاقة مصمَّم لإنتاج تفاعلات اندماج مشابهة لتلك التي تحدث في الشمس. يستخدم الليزر نبضة ضوئية قصيرة عالية الطاقة لتسخين كرية صغيرة تحتوي على نظائر الهيدروجين وضغطها. يستمد الليزر طاقته من 192 وحدة تكييف للقدرة (الشكل 4.21). تضم كل منها عشرين مكثفًا بقدرة 300. μF متصلة على التوازي ومشحونة بطاقة قدرها 4.0 kV. تُشحن المكثفات على مدار فترة تبلغ 90.0 s. ثم يُطلق الليزر بتفريغ كل الطاقة المخزنة في المكثفات خلال 400. μs.

الشكل 4.21 ثمانية وأربعون وحدة لتكييف القدرة في إحدى الحجرات الأربع في منشأة الإشعال الوطنية في مختبر لورانس ليفرمور الوطني.

المسألة 1

كم الطاقة المخزنة في مكثفات NIF؟

الحل 1

المكثفات متصلة على التوازي. ومن ثمَّ، تكون السعة المكافئة لكل وحدة تكييف للقدرة هي

$$C_{eq} = 20(300.\ \mu\text{F}) = 6.00 \text{ mF}$$

وتكون الطاقة المخزنة في كل وحدة تكييف للقدرة هي

$$U = \frac{1}{2} C_{eq} (\Delta V)^2 = \frac{1}{2}\left(6.00 \cdot 10^{-3} \text{ F}\right)\left(24.0 \cdot 10^3 \text{ V}\right)^2 = 1.73 \text{ MJ}$$

ومن ثمَّ، يكون إجمالي الطاقة المخزنة في كل مكثفات NIF هو

$$U_{\text{الإجمالي}} = 192(1.73 \text{ MJ}) = 332 \text{ MJ}$$

المسألة 2

ما متوسط القدرة المحرَّرة بواسطة وحدات تكييف القدرة أثناء نبضة الليزر؟

الحل 2

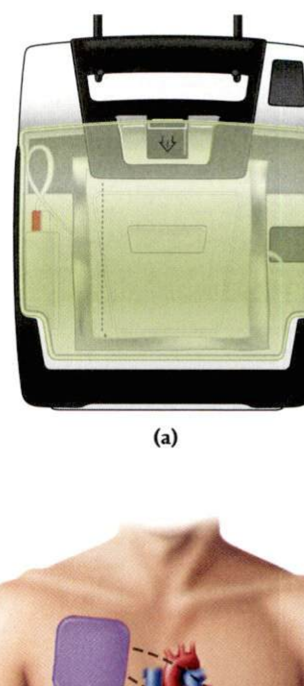
القدرة عبارة عن الطاقة لكل وحدة من الزمن، ويتم حسابها من خلال

$$P = \frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{332 \text{ MJ}}{400.\ \mu\text{s}} = \frac{332 \cdot 10^6 \text{ J}}{400. \cdot 10^{-6} \text{ s}} = 8.30 \cdot 10^{11} \text{ W} = 0.830 \text{ TW}$$

بالمقارنة، كان متوسط القدرة الكهربائية المولدة في الولايات المتحدة في عام 2010 هو 0.47 TW. بالطبع، يُحتفظ بالقدرة 0.830 TW الموضوعة في الليزر الخاص بـ NIF لجزء صغير من الثانية فحسب.

مزيل الرجفان

يُعدّ مزيل الرجفان الخارجي التلقائي المحمول (AED) أحد أهم تطبيقات المكثفات، وهو جهاز مصمَّم لتقديم صدمة لقلب شخص ما في حالة رجفان بطيني. يعرض الشكل 4.22a جهاز AED قياسيًا.



(a)

(b)

الشكل 4.22 (a) جهاز إزالة الرجفان الخارجي التلقائي (AED) في حامله على الحائط. (b) رسم تخطيطي يوضح مكان وضع الأقطاب التي لا تتطلب استخدام اليدين.

يعني التعرض للرجفان البطيني أن القلب لا ينبض بنمط منتظم. أو بدلًا من ذلك تكون الإشارات التي تتحكم في ضربات القلب غير منظمة، ما يمنع القلب من أداء وظيفته المتمثلة في الحفاظ على دوران منتظم للدم عبر الجسم. يجب علاج هذه الحالة خلال دقائق قليلة لتجنُّب الضرر الدائم أو الموت. ووجود عدد من أجهزة AED في أماكن عامة يمكن الوصول إليها يتيح العلاج السريع لهذه الحالة.

يوفر جهاز AED نبضة تيار كهربائي بهدف تنبيه القلب ليخفق بانتظام. وعادة ما يكون جهاز AED مصمَّمًا لتحليل معدل ضربات قلب الشخص بصورة تلقائية، وتحديد ما إذا كان الشخص في حالة رجفان بطيني، وتقديم النبض الكهربائي عند الحاجة. يجب على مشغِّل جهاز AED توصيل أقطاب الجهاز بصدر الشخص الذي يعاني من المشكلة والضغط على زر البدء.

لن يقوم جهاز AED بأي شيء إذا لم يكن الشخص يعاني من رجفان بطيني. إذا حدَّد جهاز AED أن الشخص يعاني من رجفان بطيني، فسيوجِّه جهاز AED المشغِّل إلى الضغط على الزر لبدء النبض الكهربائي. لاحظ أن AED غير مصمَّم لإعادة النبض إلى قلب لا ينبض. وإنما هو مصمَّم لاستعادة معدل منتظم لضربات القلب المنتظم عندما ينبض القلب بشكل غير منتظم.

عادة ما ينقل جهاز AED طاقة كهربائية قدرها 150 J إلى المريض، تصل عبر زوج من الأقطاب التي يتم توصيلها بمنطقة الصدر (انظر الشكل 4.22b). تخزن هذه الطاقة بشحن مكثف عبر دائرة خاصة من بطارية منخفضة الجهد. وتكون للمكثف عادة سعة قدرها 100. μF ويُشحن خلال 10. s. وتكون القدرة المستخدَمة عند الشحن هي

$$P=\frac{E}{t}=\frac{150\text{ J}}{10.\text{ s}}=15\text{ W}$$

والتي تُعدّ ضمن مقدرة بطارية بسيطة. ثم تفرَّغ طاقة المكثف خلال 10. ms. تكون القدرة اللحظية أثناء تفريغ الطاقة هي

$$P=\frac{E}{t}=\frac{150\text{ J}}{10.\text{ ms}}=15\text{ kW}$$

وهي تفوق مقدرة بطارية صغيرة محمولة، لكنها تقع تمامًا ضمن قدرات مكثف مصمَّم جيدًا.

الطاقة المخزنة في المكثف هي $U=\frac{1}{2}C(\Delta V)^2$. عندما يكون المكثف مشحونًا، يكون فرق الجهد الخاص به هو

$$\Delta V=\sqrt{\frac{2U}{C}}=\sqrt{\frac{2(150\text{ J})}{100.\cdot 10^{-6}\text{ F}}}=1.7\text{ kV}$$

عندما ينتج AED تيارًا كهربائيًا، يُشحن المكثف من بطارية يحتوي عليها AED. ثم تفرَّغ طاقة المكثف إلى الشخص لتنبيه القلب لينبض بطريقة منتظمة. يمكن لأغلب أجهزة AED إنتاج التيار الكهربائي عدة مرات دون إعادة شحن البطارية.

4.6 المكثفات والعوازل الكهربائية

المكثفات التي تم مناقشتها يفصل بين لوحيها هواء أو فراغ. غير أن المكثفات المستخدَمة في تطبيق تجاري تقريبًا تحتوي على مادة عازلة، تُسمى **العازل الكهربائي**، بين اللوحين. يخدم العازل الكهربائي عدة أغراض: أولًا، يحافظ على انفصال اللوحين. ثانيًا، يعزل لوحيها لوحيها كهربائيًا. ثالثًا، يتيح العازل الكهربائي للمكثف الحفاظ على فرق جهد أعلى مما يمكنه في حالة وجود الهواء فقط بين اللوحين. وأخيرًا، يزيد العازل الكهربائي من سعة المكثف. سنرى أن هذه القدرة على زيادة السعة ترجع إلى التركيب الجزيئي للعازل الكهربائي.

ملء الحيز الموجود بين لوحَي المكثف تمامًا بعازل كهربائي يزيد من سعة المكثف بمقدار عامل عددي يسمى **ثابت العزل الكهربائي**، κ. سنفترض أن العازل الكهربائي يملأ الحجم الذي بين لوحَي المكثف بالكامل، إلا إذا ذُكر خلاف ذلك صراحة. المسألة المحلولة 4.2 تدرس مثالًا يكون فيه الملء جزئيًا فقط.

يتم حساب السعة، C، الخاصة بمكثف يملأ الحيز بين لوحيه عازل كهربائي له ثابت عزل كهربائي κ من خلال

$$C=\kappa C_{\text{الهواء}} \tag{4.17}$$

حيث تمثِّل $C_{\text{الهواء}}$ سعة المكثف بدون العازل الكهربائي.

يؤدي وضع عازل كهربائي بين لوحَي المكثف إلى خفض المجال الكهربائي بين اللوحين (انظر القسم 4.7)، ويسمح بتخزين شحنة أكبر في المكثف. فعلى سبيل المثال، المجال الكهربائي بين لوحي المكثف متوازي اللوحين المعى بمعادلة ٤..٤ يمكن تعديله بوجود العازل الكهربائي ليصبح

$$E=\frac{E_{\text{الهواء}}}{\kappa}=\frac{q}{\kappa\varepsilon_0 A}=\frac{q}{\varepsilon A} \tag{4.18}$$

يمثِّل الثابت ε_0 السماحية الكهربائية للفراغ، وقد تعرفنا عليها من قبل في قانون كولوم. حصلنا على الجانب الأيمن من المعادلة 4.18 من خلال استبدال العامل $\kappa\varepsilon_0$ بـ ε الذي يمثِّل

سؤال الاختبار الذاتي 4.3

إحدى طرق زيادة سعة مكثف متوازي اللوحين، غير إضافة عازل كهربائي بين اللوحين، هي تقليل المسافة بين اللوحين. ما الحد الأدنى للمسافة بين اللوحين في مكثف متوازي اللوحين إذا كان الفراغ مملوءًا بالهواء وكان أقصى حد لفرق الجهد بين اللوحين 100.0 V؟ (*تلميح*: قد يكون الجدول 4.1 مفيدًا.)

مراجعة المفاهيم 4.11

افترض أنك قمت بشحن مكثف متوازي اللوحين به عازل كهربائي بين اللوحين باستخدام بطارية ثم أزلت البطارية، وقمت بعزل المكثف وتركه مشحونًا. ثم أزلت العازل الكهربائي من بين اللوحين. عندها فرق الجهد بين اللوحين سوف

a) يزيد.

b) ينخفض.

c) يظل كما هو.

d) لا يمكن تحديده.

المادة	ثابت العزل الكهربائي، κ	قوة العزل الكهربائي (kV/mm)
الفراغ	1	
الهواء (1 atm)	1.00059	2.5
النيتروجين السائل	1.454	
التفلون	2.1	60
البولي إيثيلين	2.25	50
البنزين	2.28	
البوليستيرين	2.6	24
الليكسان	2.96	16
الميكا	6-3	220-150
الورق	3	16
المايلار	3.1	280
الزجاج الواقي	3.4	30
كلوريد متعدد الفاينيل (PVC)	3.4	29
الزجاج	5	14
النيوبرين	16	12
الجرمانيوم	16	
الجلسرين	42.5	
الماء	80.4	65
تيتانات السترونتيوم	310	8

الجدول 4.1 ثوابت العزل الكهربائي وقواه لبعض المواد النموذجية

لاحظ أن هذه قيم تقريبية وفي درجة حرارة الغرفة.

السماحية الكهربائية للعازل الكهربائي. بمعنى آخر، السماحية الكهربائية للعازل الكهربائي هي ناتج ضرب السماحية الكهربائية للفراغ في ثابت العزل الكهربائي الخاص بالعازل الكهربائي:

$$\varepsilon = \kappa\varepsilon_0 \tag{4.19}$$

لاحظ أنَّ استبدال ε_0 بـ ε هو كل ما نحتاج إليه لتعميم صيغ السعة، مثل المعادلات 4.6 و4.8 و4.10، وتحويلها من معادلات يمكن تطبيقها على المكثف الذي يملأ الفراغ الحيز بين لوحيه إلى صيغ يمكن تطبيقها على المكثف الذي يملأ الحيز بين لوحيه عازل كهربائي. يمكننا الآن ملاحظة كيفية زيادة السعة عند إضافة عازل كهربائي بين اللوحين. يُعطى فرق الجهد في مكثف متوازي اللوحين بالعلاقة

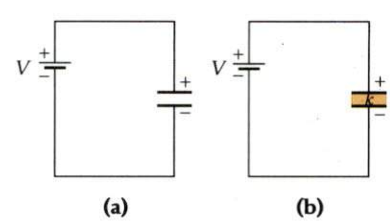
$$\Delta V = Ed = \frac{qd}{\kappa\varepsilon_0 A}$$

ومن ثمَّ، يمكننا كتابة السعة في صورة

$$C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{\kappa\varepsilon_0 A}{d} = \kappa C_{\text{الهواء}}$$

شدة العزل الكهربائي للمادة عبارة عن قياس لقدرتها على تحمُّل فرق الجهد. إذا تجاوزت شدة المجال الكهربائي في العازل الكهربائي شدة العزل الكهربائي، فسيتعطل العازل الكهربائي ويبدأ في توصيل شحنة بين اللوحين عبر شرارة، وهذا يؤدي عادة إلى تلف المكثف. لذلك يجب أن يحتوي المكثف المفيد على عازل كهربائي لا يوفر سعة محددة فقط ولكن أيضًا يتيح للجهاز تحمُّل فرق الجهد المطلوب دون أن يتعطل. تُحدَّد المكثفات عادة من خلال قيمة سعتها وأقصى فرق جهد صُمِّمت لتحمُّله.

ثابت العزل الكهربائي للفراغ محدد بالعدد 1، وثابت العزل الكهربائي للهواء قريب من 1.0. ثوابت العزل الكهربائي وشدة العزل الكهربائي للهواء ولمواد شائعة أخرى المستخدمَة كعوازل كهربائية مذكورة في الجدول 4.1.



الشكل 4.23 مكثف متوازي اللوحين موصَّل ببطارية: (a) من دون عازل كهربائي؛ (b) مع عازل كهربائي موضوع بين اللوحين.

مثال 4.5 المكثف متوازي اللوحين المزوَّد بعازل كهربائي

المسألة 1

افترض في مكثف متوازي اللوحين من دون عازل كهربائي سعته $C = 2.00\ \mu F$ وموصَّل ببطارية ذات فرق جهد $\Delta V = 12.0\ V$ (الشكل 4.23a). ما الشحنة المخزنة في المكثف؟

الحل 1

باستخدام تعريف السعة (المعادلة 4.1)، نحصل على

$$q = C\Delta V = \left(2.00 \cdot 10^{-6}\ \text{F}\right)(12.0\ \text{V}) = 2.40 \cdot 10^{-5}\ \text{C}$$

المسألة 2

في الشكل 4.23b، أُدخل عازل كهربائي له $\kappa = 2.50$ بين لوحَي المكثف ليملأ الفراغ بينهما بالكامل. ما الشحنة التي على المكثف الآن؟

الحل 2

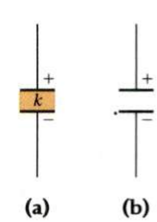
زادت سعة المكثف بواسطة العازل الكهربائي:

$$C = \kappa C_{\text{الهواء}}$$

الشحنة تساوي

$$q = \kappa C_{\text{الهواء}}\Delta V = (2.50)\left(2.00 \cdot 10^{-6}\ \text{F}\right)(12.0\ \text{V}) = 6.00 \cdot 10^{-5}\ \text{C}$$

تزيد الشحنة التي على المكثف عندما تزيد السعة لأن البطارية تحافظ على فرق جهد ثابت في أجزاء المكثف. وتوفر البطارية الشحنة الإضافية حتى يكتمل شحن المكثف.



الشكل 4.24 مكثف معزول: (a) مع العازل الكهربائي و(b) مع إزالة العازل الكهربائي.

المسألة 3

افترض الآن أن المكثف مفصول عن البطارية (الشكل 4.24a). يحتفظ المكثف المعزول في الوقت الحالي بشحنته $q = 6.00 \cdot 10^{-5}$ C وبفرق جهده $\Delta V = 12.0$ V. ماذا سيحدث للشحنة وفرق الجهد إذا أزلنا العازل الكهربائي مع الإبقاء على المكثف معزولًا (الشكل 4.24b)؟

الحل 3

لا يمكن تغيير الشحنة الموجودة على المكثف المعزول عند إزالة العازل الكهربائي لأنه لا يوجد مكان تتدفق فيه الشحنة. وهكذا، سيساوي فرق الجهد في المكثف

$$\Delta V = \frac{q}{C} = \frac{6.00 \cdot 10^{-5}\ \text{C}}{2.00 \cdot 10^{-6}\ \text{F}} = 30.0\ \text{V}$$

يزيد فرق الجهد لأن إزالة العازل الكهربائي تزيد المجال الكهربائي وفرق الجهد الناتج بين اللوحين.

المسألة 4

هل إزالة العازل الكهربائي تغيّر الطاقة المخزنة في المكثف؟

الحل 4

يتم حساب الطاقة المخزنة في المكثف خلال المعادلة 4.15. قبل إزالة العازل الكهربائي، كانت الطاقة الموجودة في المكثف

$$U = \tfrac{1}{2}C(\Delta V)^2 = \tfrac{1}{2}\kappa C_{\text{الهواء}}(\Delta V)^2 = \tfrac{1}{2}(2.50)\left(2.00 \cdot 10^{-6}\ \text{F}\right)(12.0\ \text{V})^2 = 3.60 \cdot 10^{-4}\ \text{J}$$

بعد إزالة العازل الكهربائي، أصبحت الطاقة

$$U = \tfrac{1}{2}C_{\text{الهواء}}(\Delta V)^2 = \tfrac{1}{2}\left(2.00 \cdot 10^{-6}\ \text{F}\right)(30.0\ \text{V})^2 = 9.00 \cdot 10^{-4}\ \text{J}.$$

تحدث زيادة الطاقة من $3.60 \cdot 10^{-4}$ J إلى $9.00 \cdot 10^{-4}$ J عند إزالة العازل الكهربائي بسبب الشغل المبذول على العازل الكهربائي أثناء سحبه من المجال الكهربائي بين اللوحين.

مراجعة المفاهيم 4.12

ماذا قد يحدث إذا تم سحب العازل الكهربائي للمكثف في المثال 4.5 للخارج بمقدار النصف ثم تحريره؟

a) سيرجع او سيعود العازل الكهربائي مرة أخرى إلى المكثف.

b) يسخن العازل الكهربائي بسرعة.

c) سيُدفع او سيندفع العازل الكهربائي خارج المكثف.

d) يسخن لوحَي المكثف بسرعة.

e) يبقى العازل الكهربائي في الوضع الذي تم سحبه إليه بمقدار النصف، ولا تُلاحَظ أي سخونة.

مسألة محلولة 4.2 مكثف مملوء جزئيًا بعازل كهربائي

المسألة

يتكوَّن مكثف متوازي اللوحين من لوحين موصلين مربعين بطول ضلع $L = 10.0$ cm (الشكل 4.25a). تساوي المسافة بين اللوحين $d = 0.250$ cm. أدخل عازل كهربائي ذو عزل كهربائي $\kappa = 15.0$ وسُمك 0.250 cm بين اللوحين. يبلغ عرض العازل الكهربائي $L = 10.0$ cm وطوله $L/2 = 5.00$ cm. كما هو موضَّح في الشكل 4.25a. ما سعة هذا المكثف؟

الحل

فكِّر لدينا مكثف متوازي اللوحين مملوء جزئيًا بعازل كهربائي. يمكننا التعامل مع هذا المكثف كمكثفين متصلين على التوازي. يكون أحدهما مكثفًا متوازي اللوحين بمساحة لوح $A = L(L/2)$ وهواء بين اللوحين؛ ويكون الثاني مكثفًا متوازي اللوحين بمساحة لوح $A = L(L/2)$ وعازل كهربائي بين اللوحين.

ارسم الشكل 4.25b يوضِّح تمثيلًا للمكثف المملوء جزئيًا كمكثفين متصلين على التوازي: أحدهما مملوء بعازل كهربائي والآخر مملوء بالهواء.

ابحث يتم حساب السعة C_1 لمكثف متوازي اللوحين من خلال المعادلة 4.6:

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

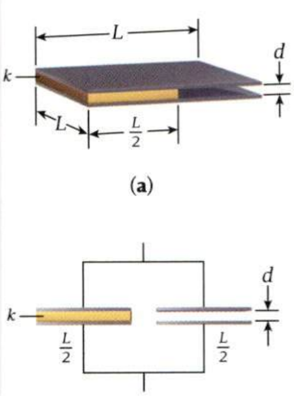
حيث تمثل A مساحة اللوحين ويمثل d الفاصل بينهما. إذا وضعنا عازلًا كهربائيًا بين اللوحين، فستصبح السعة

$$C_2 = \kappa \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

حيث يمثِّل κ ثابت العزل الكهربائي. بالنسبة إلى المكثفين C_1 وC_2 المتصلين على التوازي، يتم حساب السعة الفعالة C_{12} من خلال

$$C_{12} = C_1 + C_2$$

- يُتبع



(a)

(b)

الشكل 4.25 (a) مكثف متوازي اللوحين يحتوي على لوحين مربعين بطول ضلعهما L وتفصلهما مسافة d مع عازل كهربائي بعرض L وطول $L/2$ وله ثابت عزل كهربائي κ موضوع بين اللوحين. (b) المكثف المتلئ حتى نصفه ممثَّل بمكثفين متصلين على التوازي.

بسِّط عند التعويض بتعبيرات السعتين الفرديتين في المجموع، نحصل على

$$C_{12}=\frac{\varepsilon_0 A}{d}+\kappa\frac{\varepsilon_0 A}{d}=(\kappa+1)\frac{\varepsilon_0 A}{d} \qquad \text{(i)}$$

ستساوي مساحة اللوحين في كل مكثف

$$A=(L)(L\ /\ 2)=L^2/2$$

التعويض بتعبير المساحة في المعادلة (i) يعطي سعة المكثف المملوء جزئيًا:

$$C_{12}=(\kappa+1)\frac{\varepsilon_0\left(L^2/2\right)}{d}=\frac{(\kappa+1)\varepsilon_0 L^2}{2d}$$

احسب بالتعويض بالقيم العددية، نحصل على

$$C_{12}=\frac{(15.0+1)\left(8.85\cdot 10^{-12}\ \text{F/m}\right)(0.100\ \text{m})^2}{2(0.00250\ \text{m})}=2.832\cdot 10^{-10}\ \text{F}$$

قرِّب نقدم نتيجتنا مقرَّبة إلى ثلاثة أرقام معنوية:

$$C_{12}=2.83\cdot 10^{-10}\ \text{F}=283\ \text{pF}$$

تحقَّق ثانية لنتحقق مجددًا من إجابتنا، سنحسب سعة المكثف من دون أي عازل كهربائي:

$$C=\frac{\varepsilon_0 A}{d}=\frac{\left(8.85\cdot 10^{-12}\ \text{F/m}\right)(0.100\ \text{m})^2}{0.0025\ \text{m}}=3.54\cdot 10^{-11}\ \text{F}=35.4\ \text{pF}$$

ثم نحسب سعة المكثف إذا كان مملوء بالكامل بالعازل الكهربائي:

$$C=\kappa\frac{\varepsilon_0 A}{d}=(15.0)(35.4\ \text{pF})=5.31\cdot 10^{-10}\ \text{F}=531\ \text{pF}$$

تساوي إجابتنا عن المكثف المملوء جزئيًا نصف مجموع هاتين النتيجتين، لذلك تبدو معقولة.

مثال 4.6 سعة كابل محوري

تُستخدم الكبلات المحورية لنقل الإشارات، مثل الإشارات التلفزيونية، بين الأجهزة بأقل تداخل من البيئة المحيطة. يتكوَّن كبل محوري 20.0 m من موصل ودرع موصل محوري حول الموصل. وتمتلئ المساحة بين الموصل والدرع بمادة البوليسترين. يبلغ نصف قطر الموصل 0.250 mm ونصف قطر الدرع 2.00 mm (الشكل 4.26).

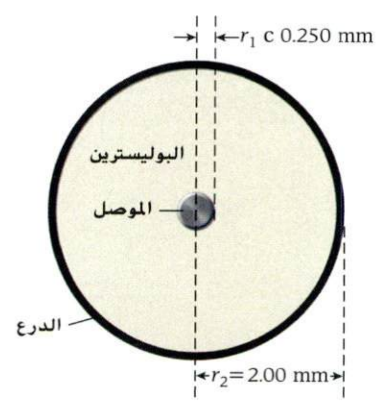
المسألة

ما سعة الكابل المحوري؟

الحل

يمكننا اعتبار موصل الكابل المحوري كأسطوانة لأن كل الشحنة الموجودة في الموصل تستقر على سطحه. من الجدول 4.1، يساوي ثابت العزل الكهربائي لمادة البوليسترين 2.6. يمكننا التعامل مع الكابل المحوري كمكثف أسطواني له $r_1=0.250$ mm و $r_2=2.00$ mm، ومملوء بعازل كهربائي له $\kappa=2.6$. ثم يمكننا استخدام المعادلة 4.8 لإيجاد سعة الكابل المحوري:

$$C=\kappa\frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln(r_2/r_1)}=\frac{2.6(2\pi)\left(8.85\cdot 10^{-12}\ \text{F/m}\right)(20.0\ \text{m})}{\ln\left[\left(2.00\cdot 10^{-3}\text{m}\right)/\left(2.50\cdot 10^{-4}\ \text{m}\right)\right]}=1.4\cdot 10^{-9}\ \text{F}=1.4\ \text{nF}$$



الشكل 4.26 مقطع عرضي لكابل محوري.

يُعدّ قياس مستويات النيتروجين السائل في أجهزة الكريوستات (حاويات معزولة للحفاظ على درجات الحرارة المنخفضة) من أحد تطبيقات السعة وثابت العزل الكهربائي المثيرة للاهتمام. يكون عادة من الصعب إجراء فحص مرئي لتحديد مقدار النيتروجين السائل المتبقي في جهاز الكريوستات. رغم ذلك،

إذا حدَّد الشخص السعة C لجهاز الكريوستات الفارغ، ثم حدَّدها عند امتلائه بالكامل بالنيتروجين السائل، فينبغي أن تساوي سعة جهاز الكريوستات $\kappa C = 1.454C$، لأن ثابت العزل الكهربائي للنيتروجين السائل يساوي 1.454. تتنوع السعة بسلاسة كدالة للامتلاء بين القيمة القصوى $\kappa C = 1.454C$ لجهاز الكريوستات المملوء بالكامل وقيمة C لجهاز الكريوستات الفارغ، ما يعطينا طريقة سهلة لتحديد مقدار امتلاء جهاز الكريوستات.

مسألة محلولة 4.3 الشحنة على مكثف أسطواني

المسألة

فكِّر في مكثف أسطواني نصف قطره الداخلي $r_1 = 10.0$ cm، ونصف قطره الخارجي $r_2 = 12.0$ cm، وطوله $L = 50.0$ cm (الشكل 4.27a). يملأ العازل الكهربائي ذو ثابت العزل الكهربائي $\kappa = 12.5$ الحجم بين الأسطوانتين (الشكل 4.27b). المكثف موصل ببطارية بقوة 100.0 V ومشحون بالكامل. ما الشحنة الموجودة على المكثف؟

الحل

فكِّر لدينا مكثف أسطواني مملوء بعازل كهربائي. عندما يوصل المكثف بالبطارية، ستتراكم الشحنة في المكثف حتى يكتمل شحن المكثف. يمكننا حساب مقدار الشحنة على المكثف.

ارسم يوجد رسم تخطيطي لدائرة بها مكثف أسطواني موصل ببطارية موضَّح في الشكل 4.28.

ابحث يتم حساب السعة C لمكثف أسطواني من خلال المعادلة 4.8:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln(r_2/r_1)}$$

حيث يمثِّل r_1 نصف القطر الداخلي للمكثف، ويمثِّل r_2 نصف القطر الخارجي للمكثف ويمثِّل L طول المكثف. عند وضع عازل كهربائي بين اللوحين، تصبح السعة

$$C = \kappa \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln(r_2/r_1)} \qquad \text{(i)}$$

حيث يمثِّل κ ثابت العزل الكهربائي. بالنسبة إلى مكثف سعته C ومشحون بفرق جهد ΔV، يتم حساب الشحنة q من خلال المعادلة 4.1:

$$q = C\Delta V \qquad \text{(ii)}$$

بسِّط عند دمج المعادلتين (i) و(ii)، نحصل على

$$q = C\Delta V = \left(\kappa \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln(r_2/r_1)}\right)\Delta V = \frac{2\kappa\pi\varepsilon_0 L\Delta V}{\ln(r_2/r_1)}$$

احسب بالتعويض بالقيم العددية، نحصل على

$$q = \frac{2\kappa\pi\varepsilon_0 L\Delta V}{\ln(r_2 / r_1)} = \frac{2(12.5)\pi\left(8.85 \cdot 10^{-12}\ \text{F/m}\right)(0.500\ \text{m})(100.0\ \text{V})}{\ln\left[(0.120\ \text{m})/(0.100\ \text{m})\right]} = 19.0618 \cdot 10^{-8}\ \text{C}$$

قرِّب نقرب نتيجتنا إلى ثلاثة أرقام معنوية:

$$q = 19.1 \cdot 10^{-8}\ \text{C} = 191\ \text{nC}$$

تحقَّق ثانية إنَّ إجابتنا عبارة عن كسر صغير جدًا من كولوم الشحنة، لذلك فإنها تبدو معقولة.

4.7 منظر مجهري للعوازل الكهربائية

لنفكر في ما يحدث على المستوى الذري والجزيئي عند وضع عازل كهربائي في مجال كهربائي. يوجد نوعان من المواد العازلة للكهرباء: عوازل كهربائية قطبية وعوازل كهربائية غير قطبية.

العازل الكهربائي القطبي عبارة عن مادة مكوَّنة من جزيئات لديها عزم ثنائي القطب كهربائي دائم بسبب تركيبها. يُعدّ الماء مثلًا شائعًا لمثل هذه الجزيئات. توزَّع عادة اتجاهات الأقطاب

مراجعة المفاهيم 4.13

اذكر ما إذا كانت كل من العبارات التالية حول مكثف متوازي اللوحين *معزول* صحيحة أم خاطئة.

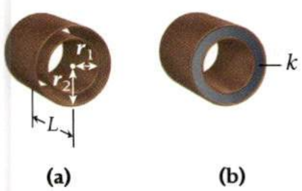
a) عند مضاعفة المسافة بين اللوحين، تتضاعف الطاقة المخزنة في المكثف.

b) زيادة المسافة بين اللوحين تزيد المجال الكهربائي بينهما.

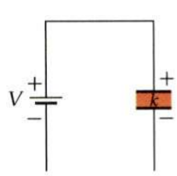
c) عند تقليل المسافة بين اللوحين إلى النصف، تظل الشحنة على اللوحين كما هي.

d) يزيد إدخال عازل كهربائي بين اللوحين من الشحنة عليها.

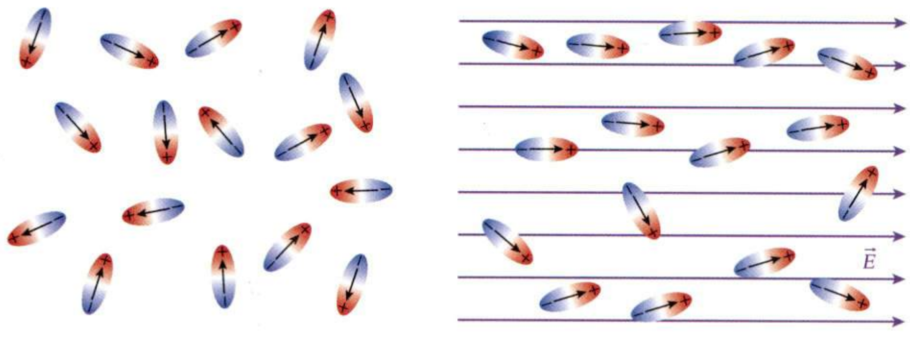
e) يقلل إدخال عازل كهربائي بين اللوحين من الطاقة المخزنة في المكثف.



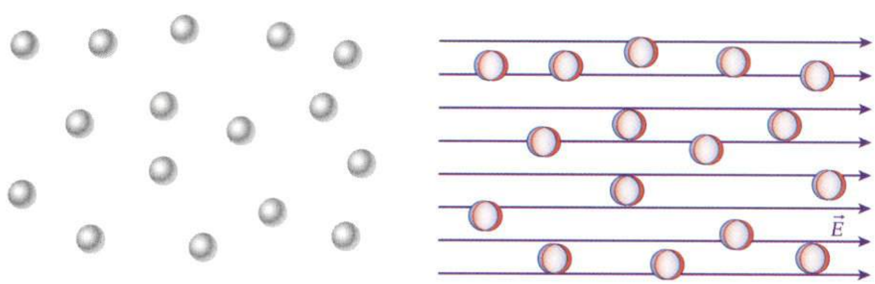
الشكل 4.27 (a) مكثف أسطواني له نصف قطر داخلي r_1، ونصف قطر خارجي r_2، وطول L. (b) عازل كهربائي له ثابت عزل كهربائي κ يوضع بين الأسطوانات.



الشكل 4.28 مكثف أسطواني موصَّل ببطارية.



الشكل 4.29 الجزيئات القطبية: (a) موزَّعة عشوائيًا (b) موجهة بواسطة مجال كهربائي خارجي.

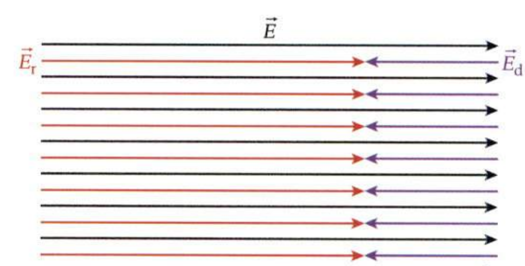


الشكل 4.30 الجزيئات غير القطبية: (a) من دون عزم ثنائي القطب كهربائي (b) بعزم ثنائي القطب كهربائي مستحث بواسطة مجال كهربائي خارجي.

الثنائية الكهربائية بشكل عشوائي (الشكل 4.29a). رغم ذلك، عندما توضع هذه الجزيئات القطبية في مجال كهربائي، فإنها تميل إلى محاذاة المجال (الشكل 4.29b).

العازل الكهربائي غير القطبي عبارة عن مادة مكوَّنة من ذرات أو جزيئات ليس لديها عزم ثنائي القطب كهربائي متأصل (الشكل 4.30a). يمكن حث هذه الذرات أو الجزيئات ليكون لها عزم ثنائي القطب تحت تأثير مجال كهربائي خارجي (الشكل 4.30b). تؤدي الاتجاهات المتضادة للقوى الكهربائية المبذولة على الشحنات السالبة والموجبة في الذرة أو الجزيء إلى إزاحة توزيعات هاتين الشحنتين وإنتاج عزم ثنائي القطب كهربائي مستحث.

في كل من العوازل الكهربائية القطبية وغير القطبية، تميل المجالات الناتجة عن العزم ثنائي القطب الكهربائي المحاذي إلى إلغاء المجال الكهربائي الخارجي الأصلي بشكل جزئي (الشكل 4.31). بالنسبة إلى المجال الكهربائي $\vec{E}$ المبذول على مكثف يحتوي على عازل كهربائي بين لوحيه، سيساوي المجال الكهربائي الناتج $\vec{E}_r$ الموجود داخل المكثف مجموع المجال الأصلي والمجال الكهربائي المستحث في المادة العازلة للكهرباء $\vec{E}_d$.



الشكل 4.31 إبطال جزئي لمجال كهربائي مطبَّق على مكثف متوازي اللوحين بواسطة الأقطاب الثنائية الكهربائية لعازل كهربائي.

$$\vec{E}_r = \vec{E} + \vec{E}_d$$

أو

$$E_r = E - E_d$$

لاحظ أنَّ الحقل الكهربائي الناتج يشير إلى اتجاه الحقل الأصلي نفسه لكنه أصغر في المقدار. يتم الحصول على ثابت العزل الكهربائي من خلال $\kappa = E/E_r$.

المكثفات الإلكتروليتية

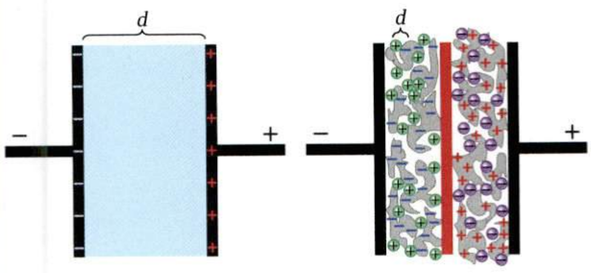
بدلًا من أن يتكون المكثف من لوحين موصِّلين يملأ الحيز بينهما بعازل كهربائي، يُمكن استبدال أحد لوحَي المكثف بسائل موصِّل للأيونات، أو بالإلكتروليت، وهو سائل يحتوي على أيونات تتحرك بحرية داخله. غالبًا ما تتكون هذه *المكثفات الإلكتروليتية* من قطعتين من رقاقات الألومنيوم. تُغلَّف إحداهما بطبقة أكسيد عازلة. يتم فصل الرقاقتين بفاصل ورقي مشبع بالإلكتروليت. عادة ما يكون لدى طبقة الأكسيد ثابت عزل كهربائي 10~ وقوة

عزل 20–30 kV/mm. لذلك يمكن أن تكون هذه الطبقة رقيقة للغاية، ولدى هذا النوع من المكثفات الإلكتروليتية سعة شحن عالية نسبيًا.

العيب الرئيسي في المكثف الإلكتروليتي هو أنه مستقطب ويجب إبقاء أحد القطبين دائمًا عند جهد موجب بالنسبة إلى الآخر. سوف يدمر فرق الجهد العكسي المنخفض إلى 1–2 V طبقة الأكسيد ويؤدي إلى تقصير الدائرة وتدمير المكثف.

المكثفات الفائقة

كما رأينا في هذه الوحدة، تُعدّ 1 F كمية هائلة من السعة. فحتى منشأة الإشعال الوطنية (NIF)، التي تحتاج إلى أعلى نسبة تخزين طاقة ممكنة، لا تستخدم سوى مكثفات سعتها 300 μF. على الرغم من ذلك، يمكن صنع *مكثفات فائقة* (تُسمى أيضًا *مكثفات عالية القدرة*) ذات سعة أكبر بكثير. يتحقق ذلك من خلال استخدام مادة بمساحة سطح كبيرة للغاية بين لوحَي المكثف. الفحم المنشَّط هو أحد الاحتمالات، لأن له مساحة سطح كبيرة جدًا بسبب تركيبه الرغوي على مستوى المقياس النانوي. تُعطَى طبقتان من الفحم المنشَّط شحنات بقطبية معاكسة ويتم فصلهما بمادة عازلة (يمثلها الخط الأحمر في الشكل 4.32b). يسمح ذلك لكل جانب من المكثف الفائق بتخزين أيونات الإلكتروليت الحرة المشحونة عكسيًا. عادة ما يكون الفصل بين أيونات الإلكتروليت والشحنات على الفحم المنشَّط بترتيب النانومترات (nm)، أي أصغر بملايين المرات من المكثفات التقليدية. يوفر الفحم المنشَّط ترتيبات عديدة لمساحة السطح تزيد في المقدار عن المكثفات التقليدية. وبما أنَّ السعة تتناسب طرديًا مع مساحة السطح وتتناسب عكسيًا مع فصل الألواح، كما لاحظنا في القسم 4.3، نتجت هذه التقنية عن مكثفات متاحة تجاريًا ذات سعات بترتيب كيلو فاراد (kF)، أي أكبر بملايين المرات من تلك المستخدَمة في منشأة الإشعال الوطنية (NIF).



الشكل 4.32 مقارنة بين (a) مكثف متوازي اللوحين تقليدي (b) ومكثف فائق مملوء بالفحم المنشَّط.

لم لا تستخدم منشأة الإشعال الوطنية (NIF) مكثفات فائقة؟ الإجابة هي أن هذه المكثفات الفائقة لا تعمل سوى بفروق جهد تصل إلى 2–3 V. ولدى المكثفات الفائقة ذات أعلى سعة والمتاحة تجاريًا قيم سعة تصل إلى 5 kF. يُظهر استخدام $U = \frac{1}{2}C(\Delta V)^2$ و$\Delta V = 2$ V أنَّ المكثف الفائق يمكنه أن يحمل 10 kJ. تستطيع المكثفات التي سعتها 300–μF المستخدمة في منشأة الإشعال الوطنية (NIF) حمل 86.4 kJ، عند شحنها إلى 24 kV. إضافة إلى ذلك، يمكن تفريغها بسرعة أكبر، وهو أمر ضروري من أجل تحقيق شرط توافر طاقة عالية لأشعة الليزر في منشأة الإشعال الوطنية (NIF).

مع ذلك، يمكن للمكثفات الفائقة الوصول إلى قدرات تخزين للطاقة تنافس قدرات البطاريات التقليدية. علاوة على ذلك، يمكن شحن المكثفات الفائقة وتفريغها ملايين المرات، مقارنة بآلاف المرات للبطاريات القابلة للشحن. هذا، إضافة إلى وقت شحنها القصير جدًا، ما يجعلها مناسبة للعديد من التطبيقات. على سبيل المثال، يوجد بحث مكثف حول استخدام هذه المكثفات الفائقة للمركبات الكهربائية. تُستخدم حاليًا حافلة تعتمد على تقنية تخزين الطاقة هذه، تُسمَّى *capabus*، في شنغهاي بالصين (انظر الشكل 4.33).

ثمة مجموعة أبحاث مبشرة حول تحسين فرق الجهد الذي يمكن أن تستخدمه المكثفات الفائقة تتناول إمكانية استخدام الأنابيب النانوية الكربونية والجرافين بدلًا من الفحم المنشَّط. تبدو النماذج المختبرية الأولية واعدة للغاية، ويمكن أن تصبح المنتجات التجارية المعتمدة على هذه الطريقة متاحة للاستخدام خلال بضع سنوات. كما نجح البحث في تحسين قدرات المكثفات الفائقة على تخزين الطاقة مع خفض الأسعار. فيمكن الآن شراء مكثف فائق سعته 5 kF كانت تكلفته $5,000 عام 2000 بسعر قيمته 1% من ذلك السعر.

الشكل 4.33 حافلة تعمل بالمكثف الفائق تجري إعادة شحنها في موقف حافلات في شنغهاي بالصين.

ما تعلمناه | دليل المذاكرة للاختبار

- تُعرَّف سعة المكثف — قدرته على تخزين الشحن — بدلالة الشحنة، q، التي يمكن تخزينها على المكثف وفرق الجهد، V، بين الألواح: $q = C\Delta V$.
- الفاراد هي وحدة السعة: $1\ \mathrm{F} = \dfrac{1\ \mathrm{C}}{1\ \mathrm{V}}$
- يتم حساب سعة مكثف متوازي اللوحين مساحة لوحيه A مع فراغ (أو هواء) بين اللوحين المفصولين بالمسافة d من خلال $C = \dfrac{\varepsilon_0 A}{d}$
- يتم حساب سعة مكثف أسطواني طوله L مكوَّن من أسطوانتين متحدتي المحور مع فراغ (أو هواء) بين الأسطوانتين بنصف قطر داخلي r_1ونصف قطر خارجي r_2 من خلال $C = \dfrac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln(r_2/r_1)}$
- يتم حساب سعة مكثف كروي مكوَّن من موصلين كرويين متحدي المركز يفصل بينهما الهواء أو الفراغ بنصف قطر داخلي r_1 ونصف قطر خارجي r_2 من خلال $C = 4\pi\varepsilon_0 \dfrac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}$
- يتم حساب كثافة الطاقة الكهربائية، u، بين لوحَي مكثف متوازي اللوحين مع فراغ (أو هواء) بين اللوحين من خلال $u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$
- يمكن استبدال نظام يتكون من عدد من n من المكثفات المتصلة على التوازي في دائرة بسعة مكافئة يتم حسابها من مجموع سعات المكثفات: $$C_{\text{eq}} = \sum_{i=1}^{n} C_i$$
- يمكن استبدال نظام يتكون من عدد من n من المكثفات المتصلة على التوالي في دائرة بمكثف له سعة مكافئة يتم حسابها من المعكوس الضربي لمجموع السعات التبادلية للمكثفات: $$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$$
- عندما يتم ملء الحيز بين لوحَي المكثف بعازل كهربائي ثابت العزل الكهربائي الخاص به κ، تزداد السعة بالنسبة إلى السعة في الهواء: $C = \kappa C_{\text{الهواء}}$.
- طاقة الوضع الكهربائية المخزنة في مكثف هي $U = \frac{1}{2}q^2/C = \frac{1}{2}C(\Delta V)^2 = \frac{1}{2}q\Delta V$

إجابات أسئلة الاختبار الذاتي

4.1 يظل المجال الكهربائي ثابتًا.

4.2 على التوالي: $\dfrac{1}{C_{\text{eq}}} = \dfrac{4}{C} \Rightarrow C_{\text{eq}} = \frac{1}{4}C = 2.50\,\mu\mathrm{F}$

على التوازي: $C_{\text{eq}} = 4C = 40.0\ \mu\mathrm{F}$

4.3 $100\ \mathrm{V} = d(2500\ \mathrm{V/mm}) \Rightarrow d = 0.04\ \mathrm{mm}$

إرشادات حل المسائل

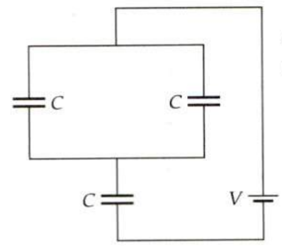
1. تذكَّر أن القول بأن لدى مكثف شحنة q يعني أن أحد اللوحين لديه شحنة $+q$ واللوح الآخر لديه شحنة $-q$. تأكد من فهمك لكيفية توزيع شحنة مطبَّقة على مكثف بين اللوحين الموصِّلين؛ راجع المثال 4.3 إذا لم تكن متأكدًا من هذا.

2. من المستحسن أن ترسم رسمًا تخطيطيًا لدائرة عند حل مسألة تتضمن دائرة، إذا لم يتوفر واحد. قد تحتاج معرفة التوصيل على التوالي وعلى التوازي إلى بعض الممارسة، لكنه عادة خطوة أولى مهمة في تحويل دائرة معقدة الشكل إلى دائرة مكافئة يسهل التعامل معها. تذكَّر أنَّ المكثفات المتصلة على التوالي لديها جميعًا الشحنة نفسها، ولدى جميع المكثفات المتصلة على التوازي فرق الجهد نفسه.

3. يمكنك تذكر أهم النتائج الخاصة بمكثف مزوَّد بعازل كهربائي إذا تذكرت أنَّ العازل الكهربائي يزيد السعة. (هذا هو ما يجعل العازل الكهربائي مفيدًا). إذا أظهرت حساباتك سعة أقل مع عازل كهربائي، فتحقق من عملك مرة أخرى.

4. يمكنك أن تحسب الطاقة المخزنة في مكثف إذا عرفت اثنتين من هذه الكميات الثلاث: الشحنة على اللوح، وسعة المكثف، وفرق الجهد بين اللوحين. تأكد من استفادتك من المعادلة 4.15 بالصيغة المناسبة.

أسئلة الاختيار من متعدد



4.1 في الدائرة الموضّحة في الشكل، سعة كل مكثف هي C. السعة المكافئة لهذه المكثفات الثلاثة تساوي

a) $\frac{1}{3}C$.
b) $\frac{2}{3}C$.
c) $\frac{5}{3}C$.
d) $\frac{5}{3}C$.
e) C.
f) $\frac{5}{3}C$.

4.2 مكثف متوازي اللوحين سعته C ومساحة لوحية A مع مسافة d بينهما. عند توصيل المكثف ببطارية توفر فرق جهد V، يكون لديه شحنة مقدارها Q على لوحيه. أثناء توصيل المكثف بالبطارية، يتم تقليل المسافة بين اللوحين بمقدار الثلث. عندها سيساوي مقدار الشحنة على اللوحين والسعة

a) $\frac{1}{3}Q$ و $\frac{1}{3}C$.
b) $\frac{1}{3}Q$ و $3C$.
c) $3Q$ و $3C$.
d) $3Q$ و $\frac{1}{3}C$.

4.3 تنخفض المسافة بين لوحي مكثف متوازي اللوحين بمقدار النصف وتتضاعف مساحة اللوحين. ماذا يحدث للسعة؟

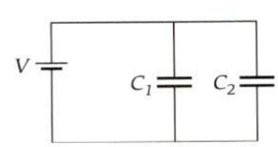
a) تبقى بدون تغيير.
b) تتضاعف.
c) تتضاعف أربع مرات.
d) تنخفض بمقدار النصف.

4.4 أي المكثفات التالية لديه أكبر شحنة؟

a) مكثف متوازي اللوحين مساحته $10\ cm^2$، ويفصل بين لوحيه مسافة $2\ mm$، ومتصل ببطارية $10\ V$
b) مكثف متوازي اللوحين مساحته $5\ cm^2$، ويفصل بين لوحيه مسافة $1\ mm$، ومتصل ببطارية $10\ V$
c) مكثف متوازي اللوحين مساحته $10\ cm^2$ ، ويفصل بين لوحيه مسافة $4\ mm$، ومتصل ببطارية $5\ V$
d) مكثف متوازي اللوحين مساحته $20\ cm^2$، ويفصل بين لوحيه مسافة $2\ mm$، ومتصل ببطارية $20\ V$
e) لدى جميع المكثفات الشحنة نفسها.

4.5 تم توصيل مكثفين متوازيي اللوحين متماثلين في دائرة كما هو موضّح في الشكل. تم ملء الفراغ بين لوحَي كل مكثف مبدئيًا بالهواء. أي من التغييرات التالية ستضاعف إجمالي كمية الشحنة المخزنة على كلا المكثفين مع تطبيق فرق الجهد نفسه؟

a) ملء الفراغ بين لوحَي C_1 بالزجاج (ثابت العزل الكهربائي مقداره 4) وترك C_2 كما هو.
b) ملء الفراغ بين لوحَي C_1 بالتفلون (ثابت العزل الكهربائي مقداره 2) وترك C_2 كما هو.
c) ملء الفراغ بين لوحَي كل من C_1 وC_2 بالتفلون (ثابت العزل الكهربائي مقداره 2).
d) ملء الفراغ بين لوحَي كل من C_1 وC_2 بالزجاج (ثابت العزل الكهربائي مقداره 4).



4.6 تم ملء الفراغ بين لوحَي مكثف متوازي اللوحين معزول بلوح من مادة عازلة للكهرباء، حيث يبقى مقدار الشحنة Q على كل لوح ثابتًا. إذا أُزيلت المادة العازلة للكهرباء، فإن الطاقة المخزنة في المكثف

a) تزيد.
b) تظل كما هي.
c) تنخفض.
d) قد تزيد أو تنخفض.

4.7 أي مما يلي يتناسب طرديًا مع سعة مكثف متوازي اللوحين؟

a) الشحنة المخزنة في كل لوح موصّل
b) فرق الجهد بين اللوحين
c) المسافة الفاصلة بين اللوحين
d) مساحة كل لوح
e) جميع ما سبق
f) لا شيء مما سبق

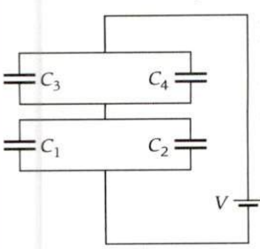
4.8 أُدخل عازل كهربائي ذو ثابت عزل كهربائي $\kappa = 4$ في مكثف متوازي اللوحين، فيملأ $\frac{1}{3}$ من الحجم، كما هو موضّح في الشكل. إذا كانت سعة المكثف من دون العازل الكهربائي C، فما سعة المكثف مع العازل الكهربائي؟

a) $0.75C$
b) C
c) $2C$
d) $4C$
e) $6C$

4.9 مكثف متوازي اللوحين موصّل ببطارية للشحن. وبعد مرور بعض الوقت بينما لا تزال البطارية موصّلة بالمكثف، تضاعفت المسافة بين لوحَي المكثف. أي العبارات التالية صحيحة؟

a) ينخفض المجال الكهربائي إلى النصف.
b) ينخفض فرق جهد البطارية إلى النصف.
c) تتضاعف السعة.
d) لا يتغير فرق الجهد عبر او بين اللوحين.
e) لا تتغير الشحنة على اللوحين.

4.10 ارجع إلى الشكل، وحدّد أي المعادلات التالية صحيحة. افترض أن كل المكثفات لديها سعات مختلفة. فرق الجهد في المكثف C_1 هو V_1. فرق الجهد في المكثف C_2 هو V_2. فرق الجهد في المكثف C_3 هو V_3. فرق الجهد في المكثف C_4 هو V_4. الشحنة المخزنة في المكثف C_1 هي q_1. الشحنة المخزنة في المكثف C_2 هي q_2. الشحنة المخزنة في المكثف C_3 هي q_3. الشحنة المخزنة في المكثف C_4 هي q_4.



a) $q_1 = q_3$
b) $V_1 + V_2 = V$
c) $q_1 + q_2 = q_3 + q_4$
d) $V_1 + V_2 = V_3 + V_4$
e) $V_1 + V_3 = V$

4.11 لديك عدد N من المكثفات المتماثلة كل منها لديه السعة C متصلة على التوالي. السعة المكافئة لهذا النظام من المكثفات تساوي

a) NC.
b) C/N.
c) N^2C.
d) C/N^2.
e) C.

4.12 لديك عدد N من المكثفات المتماثلة كل منها لديه السعة C متصلة على التوازي. السعة المكافئة لهذا النظام من المكثفات تساوي

a) NC.
b) C/N.
c) N^2C.
d) C/N^2.
e) C.

4.13 عندما يوضع عازل كهربائي بين لوحَي مكثف معزول ومشحون، فإن المجال الكهربائي داخل المكثف

a) يزيد.
b) يقل.
c) يظل كما هو.
d) يزيد إذا كانت الشحنة على اللوحين موجبة.
e) يقل إذا كانت الشحنة على اللوحين موجبة.

4.14 يتم شحن مكثف متوازي اللوحين مزوّد بعازل كهربائي يملأ الحجم بين لوحيه. الشحنة تكون

a) مخزنة على اللوحين.
b) مخزنة على العازل الكهربائي.
c) مخزنة على كل من اللوحين وفي العازل الكهربائي.

عند العمل على إحدى المعدات، يربط الكهربائيون وفنيو الإلكترونيات أحيانًا
سلك تأريض بالقطعة حتى بعد إغلاق الجهاز وفصله من المقبس. لماذا يفعلون هذا؟

أسئلة مفاهيمية

4.15 هل يجب أن يكون لوحا المكثف مصنوعين من مادة موصِّلة؟ وماذا سيحدث في حالة استخدام لوحين معزولين بدلًا من لوحين موصِّلين؟

4.16 في أي الحالتين يبذل شغا أكبر لفصل لوحي مكثف متوازي اللوحين مشحون، عندما يكون متصل مع بطارية الشحن ام بعد فصله عن بطارية الشحن؟

4.17 عند العمل على إحدى المعدات، يربط الكهربائيون وفنيو الإلكترونيات أحيانًا سلك تأريض بالقطعة حتى بعد إغلاق الجهاز وفصله من المقبس. لماذا يفعلون هذا؟

4.18 لا يذكر الجدول 4.1 قيمة ثابت العزل الكهربائي لأي موصل جيد. ما القيمة التي ستحددها له؟

4.19 يتم شحن مكثف متوازي اللوحين ببطارية ثم يُفصل عنها مع ترك مقدار محدد من الطاقة المخزنة في المكثف. ثم يزيد الفاصل بين اللوحين. ماذا سيحدث للطاقة المخزنة في المكثف؟ ناقش إجابتك في ضوء حفظ الطاقة.

4.20 لديك جهاز كهربائي يحتوي على مكثف سعته 10.0 μF. لكن التطبيق يحتاج إلى مكثف سعته 18.0 μF. ما التعديل الذي يمكن أن تجريه على جهازك لزيادة سعته إلى 18.0 μF؟

4.21 مكثفان سعتهما C_1 وC_2 متصلان على التوالي. أثبت أنه مهما كانت قيمة C_1 وC_2، فستكون السعة المكافئة دائمًا أقل من أصغر السعتين.

4.22 مكثفان سعتهما C_1 وC_2 متصلان على التوالي. يُطبَّق فرق الجهد V_0 على مجموعة المكثفات. أوجد فرقي الجهد V_1 وV_2 في المكثفات الفردية بدلالة V_0 وC_1 وC_2.

4.23 موصل كروي صلب ومعزول يبلغ نصف قطره 5.00 cm محاط بهواء جاف. ثم يُعطى شحنة ويكتسب الجهد V. مع جهد عند اللانهاية يُفترض أن يكون صفرًا.

a) احسب الحد الأقصى لمقدار لـ V.

b) اشرح بوضوح واختصار سبب وجود حد أقصى.

4.24 مكثف متوازي اللوحين C موصَّل بمصدر طاقة يحافظ على فرق جهد ثابت V. بعد ذلك أُدخل لوح من عازل كهربائي ذي ثابت عزل كهربائي κ في المساحة الفارغة بين اللوحين وملئها بالكامل.

a) ماذا كانت الطاقة المخزنة في المكثف قبل إدخال العازل الكهربائي؟

a) ماذا كانت الطاقة المخزنة بعد إدخال العازل الكهربائي؟

c) هل سُحب العازل الكهربائي إلى المساحة بين اللوحين أم كان يجب دفعه إلى الداخل؟ اشرح.

4.25 مكثف متوازي اللوحين يحتوي على لوحين مربعين طول حرفهما L وتفصلهما المسافة d أعطي شحنة Q. ثم فُصل عن مصدر طاقته. وبعد ذلك، أدخل لوح عازل كهربائي مثبت بإحكام له ثابت عزل كهربائي κ في المساحة الفارغة بين اللوحين. احسب القوة التي سُحب بها اللوح إلى المكثف أثناء عملية الإدخال.

4.26 مكثف أسطواني نصف قطره الخارجي R ويوجد فاصل d بين الأسطوانتين. حدِّد القيمة التقريبية للسعة ضمن الحد حيث $d \ll R$. (*تلميح:* عبِّر عن السعة بدلالة النسبة d/R ثم ادرس ماذا يحدث عندما تصبح تلك النسبة صغيرة جدًا مقارنة بـ 1). اشرح السبب الذي يجعل الحد على السعة يبدو معقولًا.

4.27 يتكون مكثف متوازي اللوحين من لوحين لهما مساحتان مختلفتان. إذا كان المكثف في البداية غير مشحون، ثم تم توصيله ببطارية، فما وجه المقارنة بين مقدار الشحنة على اللوح الكبير ومقدار الشحنة على اللوح الصغير؟

4.28 مكثف متوازي اللوحين موصَّل ببطارية. عند إبعاد اللوحين عن بعضها، ماذا سيحدث لكل مما يلي؟

a) فرق الجهد بين اللوحين

b) الشحنة على اللوحين

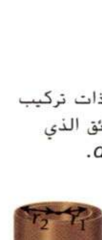
c) المجال الكهربائي بين اللوحين

تمارين

يشير رقم المسألة الأزرق إلى توفر حل في دليل حلول الطالب. تشير علامة النقطة الواحدة • والنقطتين •• إلى زيادة مستوى صعوبة المسألة.

القسم 4.3

4.29 تُصنع المكثفات الفائقة التي تبلغ سعتها 1.00 F أو أكثر من ألواح ذات تركيب يشبه الإسفنج بمساحة سطح كبيرة جدًا. حدِّد مساحة سطح المكثف الفائق الذي تبلغ سعته 1.00 F ولديه فاصل فعال بين لوحيه مسافته $d = 1.00$ mm.



4.30 يبلغ فرق الجهد 100 V بين اسطوانتين موصلتين متحدتي المحور الموضَّحتين في الشكل. يبلغ نصف قطر الأسطوانة الخارجية 15.0 cm ونصف قطر الأسطوانة الداخلية 10.0 cm وطول الأسطوانتين 40.0 cm. كم مقدار الشحنة التي تطبَّق على كل أسطوانة؟ ما مقدار المجال الكهربائي بين الأسطوانتين؟

4.31 ما نصف قطر مكثف كروي معزول تبلغ سعته 1.00 F؟

4.32 مكثف كروي مصنوع من موصِّلين ومتحدي المركز. حيث يكون نصف قطر الدرع الداخلي r_1 ونصف قطر الدرع الخارجي r_2. ما الفرق الكسري في سعتي هذا المكثف الكروي ومكثف متوازي اللوحين مصنوع من لوحين لهما المساحة نفسها مثل الجسم الكروي الداخلي والفاصل نفسه الذي يبلغ $d = r_2 - r_1$ بينهما؟

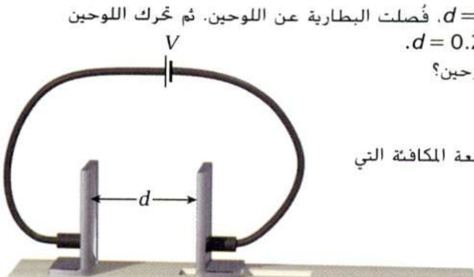
4.33 احسب سعة كوكب الأرض. تعامل مع كوكب الأرض كموصل كروي معزول يبلغ نصف قطره 6371 km.

4.34 جسمان كرويان معدنيان متحدا المركز فرق جهدهما يساوي 900 V عندما تُطبَّق عليهما شحنة مقدارها $6.726 \cdot 10^{-8}$ C. يبلغ نصف قطر الجسم الكروي الخارجي 0.210 m. ما نصف قطر الجسم الكروي الداخلي؟

•4.35 يتكون مكثف من لوحين متوازيين، لكن يمكن أن يتحرك أحدهما نسبيًا إلى الآخر، كما هو موضَّح في الشكل. يملأ الهواء المساحة بين اللوحين، وتبلغ السعة 32.0 pF عندما يساوي الفاصل بين اللوحين $d = 0.500$ cm.

a) موصَّل باللوحين بطارية توفر فرق جهد يبلغ $V = 9.00$ V. ما توزيع الشحنة σ على اللوح الأيسر؟ ما السعة C وتوزيع الشحنة σ عندما تتغير d إلى 0.250 cm؟

b) عندما $d = 0.500$ cm، فُصلت البطارية عن اللوحين. ثم تحرك اللوحين لتصبح المسافة $d = 0.250$ cm.
ما فرق الجهد V بين اللوحين؟



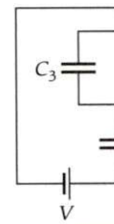
القسم 4.4

4.36 حدِّد كل قيم السعة المكافئة التي

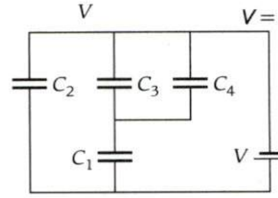
يمكنك إنشاؤها باستخدام أي مجموعة من ثلاث مكثفات متماثلة ذات السعة C.

4.37 سقط مكثف كبير متوازي اللوحين يحتوي على لوحين مربعين يبلغ طول ضلعهما 1.00 cm وتفصلهما مسافة تبلغ 1.00 mm فتحطم. تم تقريب نصف مساحتَي اللوحين من بعضهما لتبلغ المسافة 0.500 mm. ما سعة المكثف المحطم؟

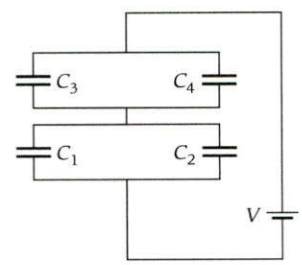
4.38 تم توصيل ثلاثة مكثفات ذات سعات $C_1 = 3.10$ nF و$C_2 = 1.30$ nF و$C_3 = 3.70$ nF ببطارية ذات $V = 14.9$ V. كما هو موضّح في الشكل. ما مقدار الهبوط في الجهد في المكثف C_2؟



4.39 تم توصيل أربعة مكثفات ذات سعات $C_1 = 3.50$ nF و$C_2 = 2.10$ nF و$C_3 = 1.30$ nF و$C_4 = 4.90$ nF ببطارية ذات $V =$ 10.3 V. كما هو موضّح في الشكل. ما السعة المكافئة لمجموعة المكثفات هذه؟



4.40 لدى المكثفات في الدائرة الموضّحة في الشكل السعات $C_1 = 18.0$ μF و$C_2 = 11.3$ μF و$C_3 = 33.0$ μF و$C_4 = 44.0$ μF. وفرق الجهد يساوي $V = 10.0$ V. ما إجمالي الشحنة التي يجب أن يوفرها مصدر الطاقة لشحن هذا الترتيب من المكثفات؟

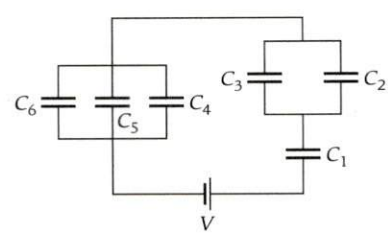


4.41 ستة مكثفات متصلة كما هو موضّح في الشكل.

a) إذا كان $C_3 = 2.300$ nF. فماذا يجب أن يكون C_2 لينتج سعة مكافئة قدرها 5.000 nF للمكثفين معًا؟

b) بنفس قيمة C_2 وC_3 كما في الجزء (a)، ما قيمة C_1 التي ستعطي سعة مكافئة قدرها 1.914 nF لمجموعة المكثفات الثلاثة؟

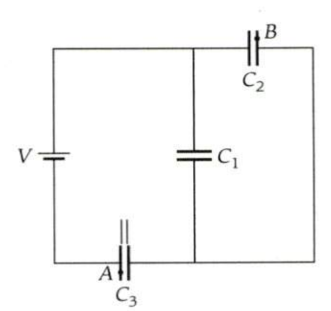
c) بنفس قيمة C_1 وC_2 وC_3 كما في الجزء (b)، ما السعة المكافئة للمجموعة الكاملة من المكثفات إذا كانت قيم السعات الأخرى $C_4 = 1.300$ nF و$C_5 = 1.700$ nF و$C_6 = 4.700$ nF؟



d) إذا كانت ثمة بطارية بفرق جهد 11.70 V موصّلة بالمكثفات كما هو موضّح في الشكل. فما إجمالي الشحنة على المكثفات الستة؟

e) ما مقدار الهبوط في الجهد في C_5 في هذه الحالة؟

•4.42 يُطبّق فرق جهد بمقدار $V = 80.0$ V على دائرة سعاتها $C_1 = 15.0$ nF و$C_2 = 7.00$ nF و$C_3 = 20.0$ nF كما هو موضّح في الشكل. ما مقدار وإشارة q_{3l}، الشحنة على اللوح الأيسر لـ C_3 (محدّدة بالنقطة A)؟ وما الجهد الكهربائي، V_3، في C_3؟ وما مقدار الشحنة q_{2r} وإشارتها، على اللوح الأيمن لـ C_2 (محدّدة بالنقطة B)؟



•4.43 خمسون مكثفًا متوازي اللوحين متصلين على التوالي. المسافة بين اللوحين هي d للمكثف الأول و$2d$ للمكثف الثاني و$3d$ للمكثف الثالث، وهكذا. مساحة الألواح متماثلة لجميع المكثفات. عبّر عن السعة المكافئة للمجموعة الكاملة بدلالة C_1 (سعة المكثف الأول).

•4.44 يتصل مكثف سعته 5.00 nF مشحون إلى 60.0 V بمكثف سعته 7.00 nF مشحون إلى 40.0 V من جهة لوحيهما السالبين. ما الشحنة النهائية على المكثف الذي سعته 7.00 nF؟

القسم 4.5

4.45 عندما يكون لدى مكثف شحنة مقدارها 60.0 μC على كل لوح، وفرق الجهد في اللوحين 12.0 V. ما كمية الطاقة المخزنة في هذا المكثف عندما يكون فرق الجهد في اللوحين 120 V؟

4.46 يتم شحن المكثف في مزيل الرجفان الخارجي التلقائي إلى 7.50 kV ويخزن 2400 J من الطاقة. ما سعته؟

4.47 لدى الأرض مجال كهربائي يبلغ 150 V/m بالقرب من سطحها. أوجد الطاقة الكهربائية التي يحتويها كل متر مكعب من الهواء بالقرب من السطح.

•4.48 فرق الجهد في مكثفين متصلين على التوالي هو 120 V. والسعات هي $C_1 = 1.00 \cdot 10^3$ μF و$C_2 = 1.50 \cdot 10^3$ μF.

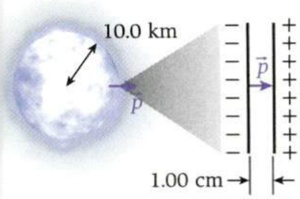
a) ما إجمالي السعة لهذا الزوج من المكثفات؟

b) ما الشحنة على كل مكثف؟

c) ما فرق الجهد على كل مكثف؟

d) ما إجمالي الطاقة التي يخزنها المكثفان؟

•4.49 يُعتقد أنّ النجوم النيوترونية تحتوي على طبقات ثنائية القطب الكهربائي ($\vec{p}$) على أسطحها. إذا كان لدى نجم نيوتروني نصف قطره 10.0 km طبقة ثنائية القطب سمكها 1.00 cm. وتوزيع الشحنات هو $+1.00$ μC/cm^2 و-1.00 μC/cm^2 على السطح، كما هو موضّح في الشكل. فما سعة هذا النجم؟ وما طاقة الوضع الكهربائية المخزنة في الطبقة ثنائية القطب للنجم النيوتروني؟



•4.50 مكثف متوازي اللوحين سعته $4.00 \cdot 10^3$ nF موصّل ببطارية 12.0 V وقد تم شحنه.

a) ما الشحنة Q على اللوح الموجب للمكثف؟

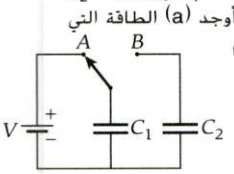
b) ما طاقة الوضع الكهربائية المخزنة في المكثف؟

بعد ذلك يُفصل المكثف الذي سعته $4.00 \cdot 10^3$ nF من البطارية 12.0 V ويُستخدم في شحن ثلاثة مكثفات غير مشحونة، مكثف سعته 100. nF ومكثف سعته 200. nF وآخر سعته 300. nF، متصلة على التوالي.

c) بعد الشحن، ما فرق الجهد في كل من المكثفات الأربعة؟

d) ما مقدار الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثف الذي سعته $4.00 \cdot 10^3$ nF التي تم نقلها إلى المكثفات الثلاثة الأخرى؟

•4.51 يعرض الشكل دائرة لها $V = 12.0$ V و$C_1 = 500.$ pF و$C_2 = 500.$ pF. المفتاح مغلق، إلى A، والمكثف C_1 مشحون بالكامل. أوجد (a) الطاقة التي توصلها البطارية و(b) الطاقة المخزنة في C_1. بعد ذلك يتم نقل المفتاح إلى B ويُسمح للدائرة بتحقيق الاتزان. أوجد (c) إجمالي الطاقة المخزنة في C_1 وC_2. (d) اشرح فقدان الطاقة، إن وُجد.



••4.52 تتماسك الأرض بفعل جاذبيتها. لكنها أيضًا موصّل يحمل الشحن.

a) يمكن اعتبار الأرض جسمًا كرويًا موصّلًا نصف قطره 6371 km، مع مجال كهربائي $\vec{E} = (-150.\ \text{V/m})\hat{r}$ على سطحها، حيث $\hat{r}$ متجه وحدة يتجه قطريًا إلى الخارج. احسب إجمالي طاقة الوضع الكهربائية المرتبطة بالشحنة والمجال الكهربائيين للأرض.

b) لدى الأرض طاقة وضع جذبية، مماثلة لطاقة الوضع الكهربائية. احسب هذه الطاقة، بالتعامل مع الأرض كجسم كروي صلب ومنتظم. (تلميح: $dU = -(Gm/r)dm$.)

c) استخدم نتائج الجزأين (a) و(b) للإجابة عن هذا السؤال: إلى أي مدى تؤثر القوى الكهروستاتيكية في بنية الأرض؟

القسم 4.6

4.53 مكثفان متوازيا اللوحين مساحات ألواحهما متماثلة والفواصل بينهما متماثلة. يُحدَّد الحد الأقصى للطاقة التي يمكن أن يخزنها كل منهما بناءً على الحد الأقصى لفرق الجهد الذي يمكن أن يطبَّق قبل انهيار العازل الكهربائي. يحتوي أحد المكثفين على هواء بين لوحيه، ويحتوي الآخر على المايلار. أوجد النسبة بين الحد الأقصى للطاقة التي يستطيع مكثف المايلار تخزينها والحد الأقصى للطاقة التي يستطيع مكثف الهواء تخزينها.

4.54 مكثف يحتوي على لوحين متوازيين، ونصف الفراغ بين اللوحين مملوء بمادة عازلة للكهرباء بثابت κ والنصف الآخر مملوء بالهواء كما هو موضَّح في الشكل. افترض أنَّ اللوحين مربعان، وطول أضلاعهما L، وأنَّ مسافة الفصل بين الألواح s. حدِّد السعة كدالة لـ L.

4.55 احسب الحد الأقصى لتوزيع الشحنة على السطح الذي يمكن الاحتفاظ بها على أي سطح مُحاط بالهواء الجاف.

4.56 الكابل المحوري الحراري هو نوع من الكابلات المحورية يستخدم لترشيح عالي التردد في تجارب الحوسبة الكمية عالية التبريد. القطر الداخلي لدرعه المصنوع من الفولاذ المقاوم للصدأ يبلغ 0.350 mm، وقطر موصِّله المصنوع من النيكروم يبلغ 0.170 mm. يُستخدم النيكروم لأن مقاومته لا تتغير كثيرًا عند الانتقال من درجة حرارة الغرفة إلى ما يقرب من الصفر. العازل الكهربائي هو أكسيد الماغنسيوم (MgO)، الذي لديه ثابت عزل كهربائي مقداره 9.70. احسب السعة لكل متر للكابل المحوري الحراري.

4.57 مكثف متوازي اللوحين يحتوي على لوحين مربعين طول ضلعهما $L = 10.0$ cm والمسافة بينهما $d = 1.00$ cm. $\frac{1}{5}$ الفراغ بين الالواح مملوء بعازل كهربائي له ثابت عزل كهربائي $\kappa_1 = 20.0$، والجزء المتبقي $\frac{4}{5}$ من الفراغ مملوء بعازل كهربائي مختلف، مع $\kappa_2 = 5.00$. أوجد سعة المكثف.

•**4.58** مكثف متوازي اللوحين سعته 4.0 nF مزوَّد بطبقة من المايلار ($\kappa = 3.1$) تملأ الفراغ بين اللوحين تم شحنه إلى فرق جهد 120 V ثم تم فصله.

a) ما مقدار الشغل المطلوب لإزالة طبقة المايلار تمامًا من الفراغ بين اللوحين؟

b) ما فرق الجهد بين لوحَي المكثف بمجرد إزالة طبقة المايلار تمامًا؟

•**4.59** تم ملء الحجم بين أسطوانتَي مكثف أسطواني إلى النصف بعازل كهربائي ثابت عزله الكهربائي هو κ وتم وصله ببطارية ذات فرق جهد ΔV. ما الشحنة التي وُضعت على المكثف؟ ما النسبة بين هذه الشحنة والشحنة التي وُضعت على مكثف مماثل بدون عازل كهربائي متصل بنفس الطريقة عبر الهبوط في الجهد نفسه؟

•**4.60** تم إدخال لوح عزل كهربائي بكثافة d وثابت عزل كهربائي $\kappa = 2.31$ في مكثف متوازي اللوحين تم شحنه ببطارية 110. V، ولديه مساحة $A = 100.\ \text{cm}^2$ ومسافة فصل $d = 2.50$ cm.

a) أوجد السعة، C، وفرق الجهد، V، والمجال الكهربائي، E، وإجمالي الشحنة المخزنة على المكثف، Q، وطاقة الوضع الكهربائية المخزنة في المكثف، U، قبل إدخال المادة العازلة للكهرباء.

b) أوجد C وV وE وQ وU بعد أن يتم إدخال لوح العزل الكهربائي وتكون البطارية متصلة.

c) أوجد C وV وE وQ وU عندما يكون لوح العزل الكهربائي في مكانه والبطارية مفصولة.

•**4.61** مكثف متوازي اللوحين سعته 120. pF ومساحة لوحيه $100.\ \text{cm}^2$. الفراغ بين اللوحين مملوء بالميكا التي يبلغ ثابت عزلها الكهربائي 5.40. يتم الاحتفاظ بلوحَي المكثف عند 50.0 V.

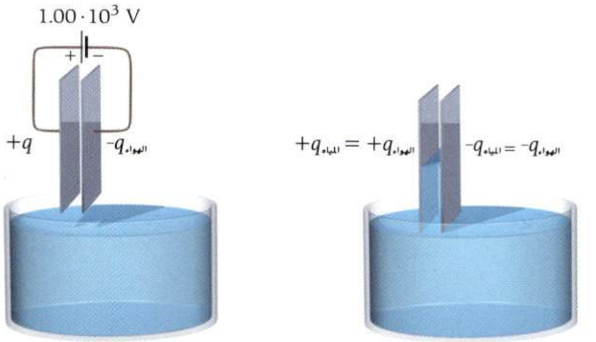
a) ما شدة المجال الكهربائي في الميكا؟

b) ما كمية الشحنة الحرة على اللوحين؟

c) ما كمية الشحنة المستحثة على الميكا؟

••**4.62** صَمِّم مكثفًا متوازي اللوحين سعته 47.0 pF وشحنته 7.50 nC. يتوفر لديك ألواح موصِّلة، يمكن قطعها إلى أي حجم، وطبقات من الزجاج الوافي، يمكن قطعها إلى أي حجم وتشكيلها إلى أي سُمك. للزجاج الوافي ثابت عزل كهربائي 3.40 وشدة عزل $3.00 \cdot 10^7$ V/m. يجب أن تجعل المكثف الخاص بك صغيرًا بقدر الإمكان. حدِّد جميع الأبعاد المناسبة. تجاهل أي مجال عند الاطراف على حواف لوحَي المكثف.

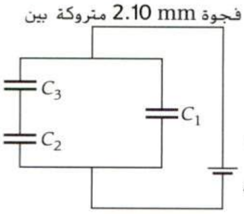
••**4.63** مكثف متوازي اللوحين يتكون من زوج من الألواح المستطيلة، قياس كل منها 1.00 cm في 10.0 cm، مع فصل بين اللوحين قدره 0.100 mm. تم شحنه بمصدر طاقة إلى فرق جهد $1.00 \cdot 10^3$ V. بعد ذلك، تمت إزالة مصدر الطاقة، وبدون تفريغه، وُضع المكثف في موضع رأسي فوق حاوية بها مياه غير متأينة، مع ملامسة الجوانب القصيرة للوحين للمياه، كما هو موضَّح في الشكل. باستخدام اعتبارات الطاقة، أثبت أن المياه سترتفع بين اللوحين. مع إهمال التأثيرات الأخرى، حدِّد نظام المعادلات الذي يمكن استخدامه لحساب الارتفاع الذي تصل إليه المياه بين اللوحين. ليس عليك أن تقوم بحل النظام.



تمارين إضافية

4.64 يُستخدم لوحان معدنيان دائريان يبلغ نصف قطرهما 0.610 m وسُمكهما 7.10 mm في مكثف متوازي اللوحين. حيث توجد فجوة 2.10 mm متروكة بين اللوحين، ويمتلئ نصف الفراغ بينهما (شبه دائرة) بعازل كهربائي مقداره $\kappa = 11.1$ ويمتلئ النصف الآخر بالهواء. ما سعة هذا المكثف؟

4.65 إذا أخذت في الاعتبار شدة العزل الكهربائي للهواء، فما أقصى مقدار من الشحنة يمكن تخزينه في لوحَي المكثف اللذين يبعدان عن بعضهما مسافة 15 mm وتبلغ مساحتهما $25\ \text{cm}^2$؟



4.66 يعرض الشكل ثلاثة مكثفات في دائرة: $C_1 = 2.00$ nF و$C_2 = C_3 = 4.00$ nF. أوجد الشحنة على كل مكثف عندما يساوي فرق الجهد المطبَّق $V = 1.50$ V.

4.67 يتصل مكثف بفراغ بين لوحيه ببطارية ثم تُملأ الفجوة بمادة المايلار. كم مقدار الزيادة في النسبة المئوية لسعة تخزين الطاقة في المكثف؟

4.68 مكثف متوازي اللوحين بمساحة لوح تبلغ $12.0\ \text{cm}^2$ وهواء في الفراغ بين اللوحين، اللذين تفصلهما مسافة 1.50 mm. موصَّل ببطارية 9.00 V. إذا سُحب اللوحان إلى الخلف حيث تزيد مسافة الفصل إلى 2.75 mm. فكم مقدار الشغل المبذول؟

4.69 افترض أنك تريد صنع مكثف سعته 1.00 F باستخدام لوحين مربعين من رقائق الألومنيوم. إذا فُصلت رقائق الألومنيوم بورقة واحدة (سُمكها حوالي 0.100 mm و$\kappa = 5.00$)، فأوجد قياس رقائق الألومنيوم (طول كل حافة).

4.70 مكثف متوازي اللوحين سعته 4.00 pF وبه فرق جهد يبلغ 10.0 V. يبعد اللوحان مسافة 3.00 mm، وتحتوي المسافة بينهما على هواء.

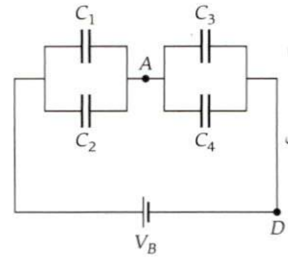
a) ما الشحنة على المكثف؟

b) ما مقدار الطاقة المخزنة في المكثف؟

c) ما مساحة اللوحين؟

d) ماذا ستكون سعة هذا المكثف إذا امتلأ الفراغ بين اللوحين بمادة البوليسترين؟

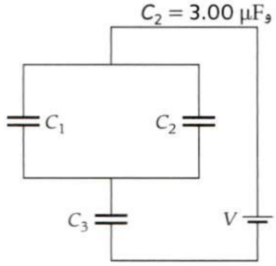
4.71 تُشحن دائرة مكونة من أربعة مكثفات ببطارية، كما هو موضّح في الشكل. وتبلغ سعاتها $C_1 = 1.00$ mF و$C_2 = 2.00$ mF و$C_3 = 3.00$ mF و$C_4 = 4.00$ mF. ويبلغ جهد البطارية $V_B = 1.00$ V. عندما تكون الدائرة في اتزان، فإن جهد النقطة D يساوي $V_D = 0.00$ V. ما الجهد V_A عند النقطة A؟



4.72 ما مقدار الطاقة التي يمكن تخزينها في مكثف به لوحين متوازيين، تبلغ مساحة كل منهما $64.0\ \text{cm}^2$ وتفصلهما فجوة 1.30 mm ممتلئة بالبورسلين الذي يبلغ ثابت العزل الكهربائي الخاص به 7.00، ويحمل شحنات متساوية ومتضادة بمقدار $420\ \mu$C؟

4.73 يتكون جهاز ميكانيكي كمي يُعرف *ببوصلة جوزيفسون* من طبقتين متداخلتين من المعادن فائقة التوصيل (على سبيل المثال: الألومنيوم عند 1.00 K) يفصله طبقة سُمكها 20.0 nm من أكسيد الألومنيوم التي يبلغ ثابت عزلها الكهربائي 9.10. إذا كانت مساحة الجهاز تبلغ $100\ \mu\text{m}^2$، وله تركيب يتألف من لوحين متوازيين، فقدّر سعته.

4.74 توجد ثلاثة مكثفات سعاتها $C_1 = 6.00\ \mu$F و$C_2 = 3.00\ \mu$F و$C_3 = 5.00\ \mu$F موصّلة في دائرة كما هو موضّح في الشكل، مع جهد مطبّق بقيمة V. بعدما تصل الشحنات في المكثف إلى قيم الاتزان الخاصة بها، وجد أنّ الشحنة Q_2 في المكثف الثاني تساوي $40.0\ \mu$C.

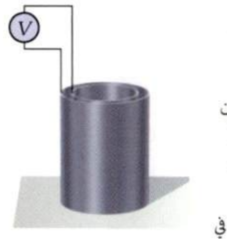


a) ما الشحنة Q_1 في المكثف C_1؟

b) ما الشحنة Q_3 في المكثف C_3؟

c) ما مقدار الجهد الكهربائي V المطبّق في المكثفات؟

4.75 لعمل مشروع علمي، تقطع طالبة في الصف الرابع أغطية علبتَي حساء وقواعدها المتساوية الارتفاع، بمقدار 7.24 cm. ويبلغ نصفا قطريهما 3.02 cm و4.16 cm. ثم تضع أصغرهما داخل أكبرهما، وتلصقهما بالغراء الساخن على لوح من البلاستيك، كما هو موضّح في الشكل. ثم تملأ الفجوة بين العلب "بحساء" خاص (ثابت العزل الكهربائي يبلغ 63.0). ما سعة هذا الترتيب؟



4.76 يمكن اعتبار الأرض بمثابة مكثف كروي. إذا كان صافي الشحنة على الأرض يساوي $-7.80 \cdot 10^5$ C، فأوجد (a) سعة الأرض (b) وطاقة الوضع الكهربائية المخزنة على سطح الأرض.

•4.77 مكثف متوازي اللوحين يحتوي على هواء في الفجوة بين اللوحين موصّل ببطارية 6.00 V. أصبحت الطاقة المخزنة في المكثف بعد الشحن 72.0 nJ. أُدخل عازل كهربائي في الفجوة من دون فصل المكثف عن البطارية، وتدفق مقدار إضافي من الطاقة بمقدار 317 nJ من البطارية إلى المكثف.

a) ما ثابت العزل الكهربائي للعازل الكهربائي؟

b) إذا كانت مساحة كل لوح من اللوحين تبلغ $50.0\ \text{cm}^2$، فما الشحنة على لوح المكثف الموجب بعد إدخال العازل الكهربائي؟

c) ما مقدار المجال الكهربائي بين اللوحين قبل إدخال العازل الكهربائي؟

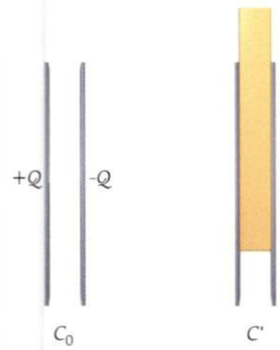
d) ما مقدار المجال الكهربائي بين اللوحين بعد إدخال العازل الكهربائي؟

•4.78 يُشحن مكثف سعته $8.00\ \mu$F بالكامل ببطارية 240. V، التي تُفصل بعد ذلك. بعد ذلك، يتم توصيل المكثف بمكثف غير مشحون في البداية سعته C، وفرق الجهد فيه 80.0 V. ما قيمة C؟ ما مقدار الطاقة التي ينتهي المكثف الثاني إلى تخزينها؟

•4.79 يتكون مكثف متوازي اللوحين من لوحين مربعين طول حوافهما 2.00 cm وتفصلهما مسافة 1.00 mm. ثم يُشحن المكثف ببطارية 15.0 V، وتُزال البطارية بعد ذلك. يُسحب لوح من النايلون سمكه 1.00 mm (ثابت العزل الكهربائي يساوي 3.50) بين اللوحين. ما متوسط القوة (المقدار والاتجاه) المبذولة على لوح النايلون أثناء إدخاله في المكثف؟

•4.80 يدخل بروتون ينتقل على طول المحور x بسرعة $1.00 \cdot 10^6$ m/s إلى الفجوة بين لوحَي المكثف المتوازي اللوحين اللذين يبلغ عرضهما 2.00 cm. يتم حساب توزيعات شحنة السطح على اللوحين من خلال $\sigma = \pm 1.00 \cdot 10^{-6}\ \text{C/m}^2$. كم يبلغ انحراف البروتون على الجانب (Δy) عندما يصل إلى الحافة البعيدة من المكثف؟ افترض أن المجال الكهربائي منتظم داخل المكثف ويساوي صفرًا خارجه.

•4.81 مكثف متوازي اللوحين يحتوي على لوحين مربعين يبلغ طول ضلعهما $L = 10.0$ cm وتفصلهما مسافة $d = 2.50$ mm، كما هو موضّح في الشكل. يُشحن المكثف ببطارية ذات فرق جهد يبلغ $V_0 = 75.0$ V؛ ثم تُفصل البطارية.



مكثف مشحون

مكثف مشحون مع إدخال لوح من الزجاج الواقي

a) حدّد السعة C_0 وطاقة الوضع الكهربائية U_0 المخزنة في المكثف في هذا الوقت.

b) ثم يُدخَل لوح من الزجاج الواقي ($\kappa = 3.40$) ليملأ $\frac{2}{3}$ من الحجم بين اللوحين، كما هو موضّح في الشكل. حدّد السعة الجديدة C' وفرق الجهد الجديد بين اللوحين V وطاقة الوضع الكهربائية الجديدة U المخزنة في المكثف.

c) إذا تغاضينا عن الجاذبية، فهل يجب أن يبذل مُدخِل لوح العزل الكهربائي شغلًا أم لا؟

•4.82 خزنت بطارية AAA عادية طاقة تساوي 3400 J تقريبًا. (تُكتب سعة البطارية عادة 625 mA h، ما يعني أن كمية كبيرة من الشحنة يمكن توصيلها بمقدار 1.5 V). افترض أنك تريد صنع مكثف متوازي اللوحين لتخزين هذا المقدار من الطاقة باستخدام فاصل بين اللوحين يبلغ 1.0 mm مع هواء لملء الفراغ بين اللوحين.

a) إذا افترضنا أن فرق الجهد في المكثف يساوي 1.50 V، فماذا يجب أن تساوي مساحة كل لوح؟

b) إذا افترضنا أن فرق الجهد في المكثف يساوي أقصى حد يمكن تطبيقه دون انهيار العازل الكهربائي، فماذا يجب أن تساوي مساحة كل لوح؟

c) هل يُعدّ أي من المكثفين بديلًا عمليًا لبطارية AAA؟

•4.83 مكثفان متوازيا اللوحين C_1 وC_2 موصّلان على التوالي ببطارية 96.0 V. يحتوي كلا المكثفين على لوحين بمساحة $1.00\ \text{cm}^2$ وفاصل 0.100 mm، ويحتوي C_1 على هواء بين لوحيه، ويمتلئ ذلك الفراغ في C_2 بالبورسلين (ثابت العزل الكهربائي 7.00 وشدة العزل الكهربائي تبلغ 5.70 kV/mm).

a) ما الشحنة على كل مكثف بعد الشحن؟

b) ما إجمالي الطاقة المخزنة في المكثفين؟

c) ما المجال الكهربائي بين لوحَي C_2؟

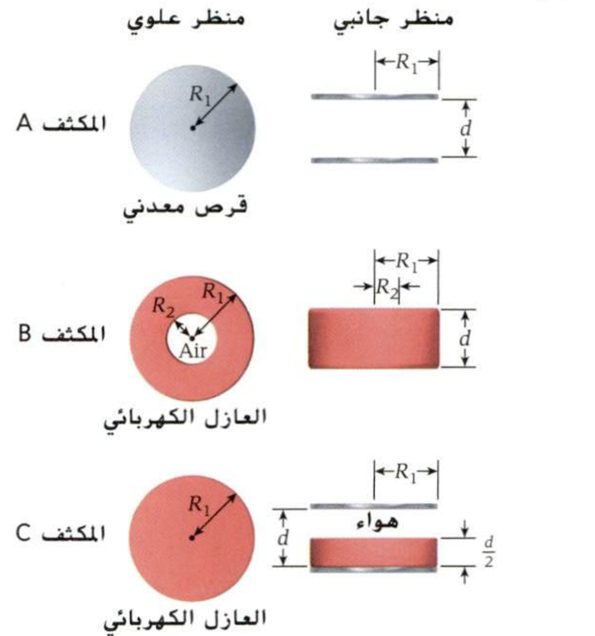
•4.84 يتكوّن لوحَي المكثف المتوازي اللوحين A من قرصين معدنيين لهما نصف قطر متماثل $R_1 = 4.00$ cm، وتفصلهما مسافة $d = 2.00$ mm، كما هو موضّح في الشكل.

a) احسب سعة هذا المكثف المتوازي اللوحين مع ملء الفراغ بين اللوحين بالهواء.

b) يوضع عازل كهربائي على شكل أسطوانة ذات نصف قطر خارجي $R_1 = 4.00$ cm، ونصف قطر داخلي $R_2 = 2.00$ cm، وسُمك $d = 2.00$ mm.

وثابت عزل كهربائي $\kappa = 2.00$ بين اللوحين، لتكون متحدة المحور معهما كما هو موضَّح في الشكل. احسب سعة المكثف B مع العازل الكهربائي.

c) تزال الأسطوانة العازلة للكهرباء ويوضع بدلًا منها قرص صلب يبلغ نصف قطره R_1 مصنوع من مادة العازل الكهربائي نفسها بين اللوحين لتكوين المكثف C، كما هو موضَّح في الشكل. ما السعة الجديدة؟



•**4.85** مكثف سعته $1.00\ \mu F$ ومشحون إلى $50.0\ V$ متصل بمكثف آخر سعته $2.00\ \mu F$ ومشحون إلى $20.0\ V$، حيث يكون اللوح الموجب لكل منهما متصلًا باللوح السالب للآخر. ما الشحنة النهائية للمكثف سعة $1.00\ \mu F$؟

•**4.86** يتم حساب سعة مكثف كروي يتكون من جسمين كرويين موصَّلين متحدَي المركز ونصفي قطريهما r_1 وr_2 $(r_2 > r_1)$ من خلال $C = 4\pi\varepsilon_0 r_1 r_2/(r_2 - r_1)$. افترض أن الفراغ بين الجسمين الكرويين من r_1 حتى نصف القطر R $(r_1 < R < r_2)$ يمتلئ بعازل كهربائي له $\varepsilon = 10\varepsilon_0$. أوجد تعبيرًا للسعة، وتحقّق من الحدود عندما $R = r_1$ و$R = r_2$.

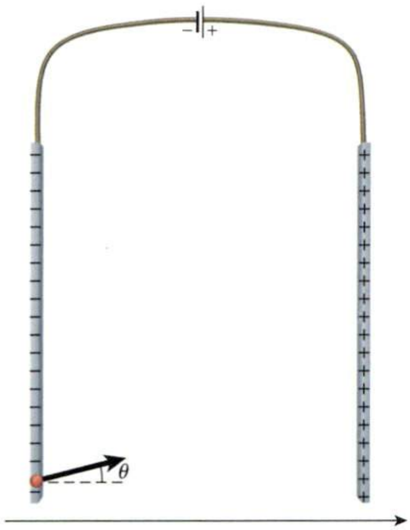
•**4.87** في الشكل، مكثف متوازي اللوحين موصَّل ببطارية $300\ V$. بينما يكون المكثف متصلًا، يُطلق بروتون بسرعة $2.00 \cdot 10^5\ m/s$ من (عبر) اللوح السالب في المكثف بزاوية θ بين العمودي واللوح.

a) أثبت أنَّ البروتون لا يستطيع الوصول إلى اللوح الموجب للمكثف، أيًا كانت الزاوية θ.

b) ارسم مسار البروتون بين اللوحين.

c) بافتراض أنَّ $V = 0$ في اللوح السالب، احسب الطاقة عند النقطة بين اللوحين التي يعكس فيها البروتون حركته في الاتجاه x.

d) بافتراض أنَّ اللوحين طويلان بما يكفي للبروتون أن يبقى بينهما خلال حركته، احسب سرعة البروتون (المقدار فقط) عند اصطدامه باللوح السالب.



••**4.88** بالنسبة إلى المكثف متوازي اللوحين المزوَّد بعازل كهربائي الموضَّح في الشكل، أثبت أنه عند سُمك معين للوح العزل الكهربائي، لا تعتمد السعة على وضع اللوح بالنسبة إلى اللوحين الموصِّلين (أي أنها لا تعتمد على قيم d_1 وd_3).

تمارين بمعطيات متعددة

4.89 تخزن بطارية سيارة كهربائية $53.63\ MJ$ من الطاقة. كم عدد المكثفات الفائقة، كل منها بسعة $C = 3.361\ kF$ وفرق جهد $2.121\ V$، المطلوبة لتوفير هذه الكمية من الطاقة؟

4.90 تخزن بطارية سيارة كهربائية $60.51\ MJ$ من الطاقة. إذا كان المطلوب لتوفير هذه الكمية من الطاقة 6990 مكثفًا فائقًا، كل منها بسعة $C = 3.423\ kF$، فما فرق الجهد في كل مكثف فائق؟

4.91 تخزن بطارية سيارة كهربائية $67.39\ MJ$ من الطاقة. إذا كان ثمة 6845 مكثفًا فائقًا، كل منها بسعة C وتم شحنها إلى فرق الجهد $2.377\ V$، تستطيع توفير هذه الكمية من الطاقة، فما قيمة C لكل مكثف فائق؟

4.92 لدى مكثف متوازي اللوحين مع فراغ بين اللوحين سعة $3.547\ \mu F$. تم وضع مادة عازلة للكهرباء لها $\kappa = 4.617$ بين اللوحين، حيث ملأت الحجم بينها تمامًا. ثم تم توصيل المكثف بعد ذلك ببطارية تحافظ على فرق جهد $10.03\ V$ بين اللوحين. ما مقدار الشغل المطلوب لسحب مادة العزل من المكثف؟

4.93 لدى مكثف متوازي اللوحين مع فراغ بين اللوحين سعة $3.607\ \mu F$. تم وضع مادة عازلة للكهرباء بين اللوحين، حيث ملأت الحجم بينهما تمامًا. ثم تم توصيل المكثف بعد ذلك ببطارية تحافظ على فرق جهد $11.33\ V$ بين اللوحين. تم سحب المادة العازلة للكهرباء من المكثف، وهذا يتطلب $4.804 \cdot 10^{-4}\ J$ من الشغل. ما ثابت العزل الكهربائي للمادة؟

4.94 لدى مكثف متوازي اللوحين مع فراغ بين اللوحين سعة $3.669\ \mu F$. تم وضع مادة عازلة للكهرباء لها $\kappa = 3.533$ بين اللوحين، حيث ملأت الحجم بينهما تمامًا. ثم تم توصيل المكثف بعد ذلك ببطارية تحافظ على فرق جهد V بين اللوحين. تم سحب المادة العازلة للكهرباء من المكثف، وهذا يتطلب $7.389 \cdot 10^{-4}\ J$ من الشغل. ما فرق الجهد، V؟

الملحق A

تمهيد الرياضيات

الرمز:

تمثل الحروف a وb وc وx وy أعدادًا حقيقية.

يمثل الحرف n أعدادًا صحيحة.

تمثل الحروف اليونانية α وβ وγ الزوايا المقيسة بالراديان

1. الجبر

1.1 الأساسيات

المعاملات:

$$ax + bx + cx = (a + b + c)x \tag{A.1}$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \tag{A.2}$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \tag{A.3}$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \tag{A.4}$$

المعادلة التربيعية:

إنّ المعادلة التي بالصيغة

$$ax^2 + bx + c = 0 \tag{A.5}$$

بالنسبة إلى قيم a وb و c المحددة، يكون لها حلان:

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

و (6.A)

$$x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

يُطلق على حلّي المعادلة التربيعية جذور. وتكون الجذور أعدادًا حقيقيةً إذا كانت $b^2 \geq 4ac$.

1.2 الأسس

إذا كان a عددًا، فإنّ a^n هو ناتج ضرب a في نفسه عدد n من المرات:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ معاملات}} \qquad \text{(A.7)}$$

ويُسمى العدد n الأس. ومع ذلك، لا يلزم أن يكون الأس عددًا موجبًا أو عددًا صحيحًا. فأي عدد حقيقي x يمكن أن يُستخدم كأس.

$$a^{-x} = \frac{1}{a^x} \qquad \text{(A.8)}$$

$$a^0 = 1 \qquad \text{(A.9)}$$

$$a^1 = a \qquad \text{(A.10)}$$

الجذور:

$$a^{1/2} = \sqrt{a} \qquad \text{(A.11)}$$

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a} \qquad \text{(A.12)}$$

الضرب والقسمة:

$$a^x a^y = a^{x+y} \qquad \text{(A.13)}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \qquad \text{(A.14)}$$

$$\left(a^x\right)^y = a^{xy} \qquad \text{(A.15)}$$

1.3 اللوغاريتمات

اللوغاريتم هو الدالة العكسية للدالة الأسية:

$$y = a^x \Leftrightarrow x = \log_a y \qquad \text{(A.16)}$$

يشير الرمز $\log_a y$ إلى لوغاريتم y للأساس a. ونظرًا لأن الدالتين الأسية واللوغاريتمية كل منهما معكوس للأخرى، يمكننا كذلك كتابة هذه المتطابقة:

$$x = \log_a(a^x) = a^{\log_a x} \qquad (\text{لأي أساس } a) \qquad \text{(A.17)}$$

الأساسان الأكثر استخدامًا هما الأساس 10، أساس اللوغاريتم العشري، والأساس e، أساس اللوغاريتم الطبيعي. القيمة العددية للأساس e

$$e = 2.718281828\ldots \qquad \text{(A.18)}$$

الأساس 10:

$$y = 10^x \Leftrightarrow x = \log_{10} y \qquad \text{(A.19)}$$

الأساس e:

$$y = e^x \Leftrightarrow x = \ln y \qquad \text{(A.20)}$$

يتبع هذا الكتاب قاعدة استخدام $\ln$ للإشارة إلى لوغاريتم الأساس e.

تأتي قواعد الحساب باستخدام اللوغاريتمات من القواعد الخاصة بالأسس:

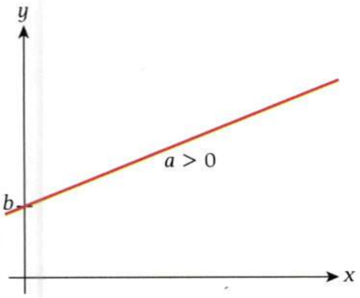
$$\log(ab) = \log a + \log b \qquad \text{(A.21)}$$

$$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b \qquad \text{(A.22)}$$

$$\log(a^x) = x \log a \qquad \text{(A.23)}$$

$$\log 1 = 0 \qquad \text{(A.24)}$$

ونظرًا لأن هذه القواعد صالحة لأي أساس، فقد حُذف الرمز السفلي الذي يشير إلى الأساس.



الشكل 1.A التمثيل البياني للمعادلة الخطية.

1.4 المعادلات الخطية

تتمثل الصيغة العامة للمعادلة الخطية في

$$y = ax + b \qquad \text{(A.25)}$$

حيث a وb ثابتان. ويكون التمثيل البياني لــy مقابل x عبارة عن خط مستقيم؛ ويكون a ميل هذا الخط وb هو المقطع y. انظر الشكل A.1.

يمكن حساب ميل الخط المستقيم بالتعويض بقيمتين مختلفتين x_1 وx_2 في المعادلة الخطية ثُم حساب القيم الناتجة y_1 وy_2:

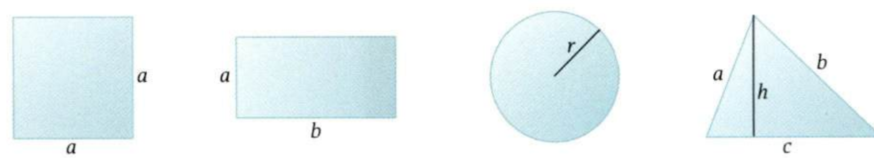
$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \qquad \text{(A.26)}$$

إذا كان $a = 0$، فسيكون الخط المستقيم أفقيًا؛ وإذا كان $a > 0$، فسيرتفع الخط المستقيم مع زيادة قيمة x كما هو موضح في المثال الخاص بالشكل A.1؛ وإذا كان $a < 0$، فسينخفض الخط المستقيم مع زيادة قيمة x.

2. الهندسة

2.1 الأشكال الهندسية في بُعدين

يعرض الشكل A.2 المساحة، A، وطول المحيط، C، لأشكال هندسية شائعة ثنائية الأبعاد.

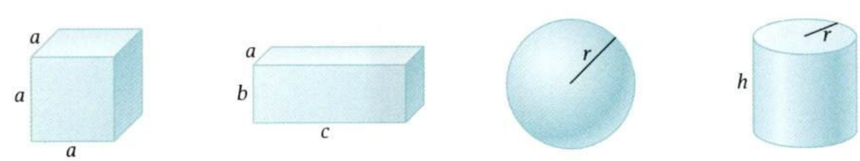


مثلث	دائرة	مستطيل	مربع
$A = \frac{1}{2}ch$	$A = \pi r^2$	$A = ab$	$A = a^2$
$C = a + b + c$	$C = 2\pi r$	$C = 2(a + b)$	$C = 4a$

الشكل A.2 المساحة، A، وطول المحيط، C، للمربع والمستطيل والدائرة والمثلث.

2.2 الأشكال الهندسية في ثلاثة أبعاد

يعرض الشكل A.3 الحجم، V، ومساحة السطح، A، لأشكال هندسية شائعة ثلاثية الأبعاد.

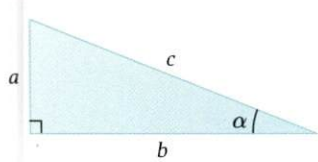


أسطوانة	كرة	متوازي مستطيلات	مكعب
$V = \pi r^2 h$	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$	$V = abc$	$V = a^3$
$A = 2\pi r^2 + 2\pi rh$	$A = 4\pi r^2$	$A = 2(ab + ac + bc)$	$A = 6a^2$

الشكل A.3 الحجم، V، ومساحة السطح، A، للمكعب ومتوازي المستطيلات والكرة والأسطوانة.

3. حساب المثلثات

من المهم ملاحظة أنّه يلزم قياس جميع الزوايا بالراديان لكي تسري عليها الأمور التالية.



الشكل 4.A تحديد أطوال الأضلاع a وb وc والزوايا للمثلث قائم الزاوية.

3.1 المثلثات قائمة الزاوية

المثلث قائم الزاوية هو مثلث إحدى زواياه الثلاثة قائمة، أي زاوية تساوي $90°$ بالتحديد ($\pi/2$ rad) (يشار إليها بعلامة الزاوية الصغيرة في الشكل A.4). ووتر المثلث هو الضلع المقابل للزاوية $90°$. ويرمز الحرف c عادةً إلى وتر المثلث.
نظرية فيثاغورس:

$$a^2 + b^2 = c^2 \tag{A.27}$$

الدوال المثلثية (انظر الشكل A.5):

$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} \tag{A.28}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} \tag{A.29}$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{a}{b} \tag{A.30}$$

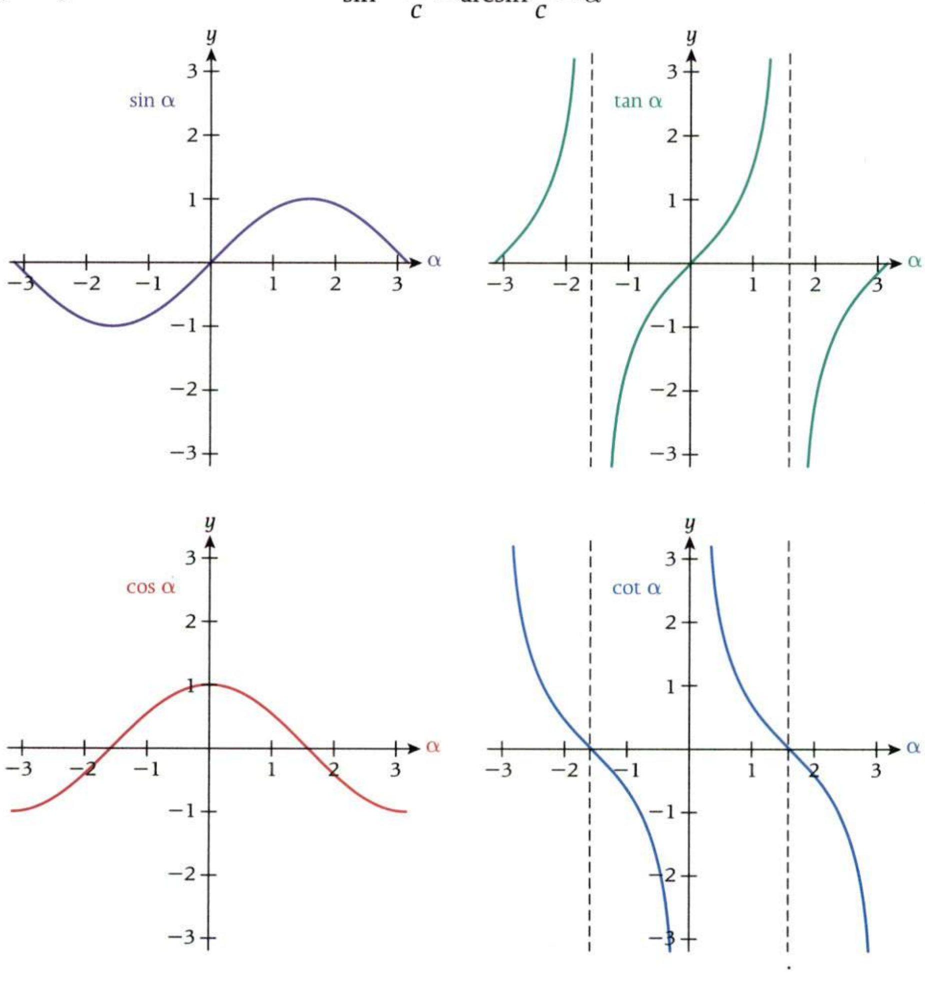
$$\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{\tan\alpha} = \frac{b}{a} \tag{A.31}$$

$$\sin^{-1}\frac{a}{c} = \arcsin\frac{a}{c} = \alpha \tag{A.32}$$

$$\cos^{-1}\frac{b}{c} = \arccos\frac{b}{c} = \alpha \tag{A.33}$$

الدوال المثلثية العكسية (استُخدمت الرموز $\sin^{-1}$ و$\cos^{-1}$ إلخ. في هذا الكتاب):

$$\sin^{-1}\frac{a}{c} = \arcsin\frac{a}{c} = \alpha \tag{A.34}$$



الشكل 5.A الدوال المثلثية sin وcos و tan وcot.

$$\cos^{-1}\frac{b}{c} = \arccos\frac{b}{c} = \alpha \quad \text{(A.35)}$$

$$\tan^{-1}\frac{a}{b} = \arctan\frac{a}{b} = \alpha \quad \text{(A.36)}$$

$$\cot^{-1}\frac{b}{a} = \operatorname{arccot}\frac{b}{a} = \alpha \quad \text{(A.37)}$$

$$\csc^{-1}\frac{c}{a} = \operatorname{arccsc}\frac{c}{a} = \alpha \quad \text{(A.38)}$$

$$\sec^{-1}\frac{c}{b} = \operatorname{arcsec}\frac{c}{b} = \alpha \quad \text{(A.39)}$$

جميع الدوال المثلثية دورية:

$$\sin(\alpha + 2\pi) = \sin\alpha \quad \text{(A.40)}$$

$$\cos(\alpha + 2\pi) = \cos\alpha \quad \text{(A.41)}$$

$$\tan(\alpha + \pi) = \tan\alpha \quad \text{(A.42)}$$

$$\cot(\alpha + \pi) = \cot\alpha \quad \text{(A.43)}$$

العلاقات الأخرى بين الدوال المثلثية:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \quad \text{(A.44)}$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha \quad \text{(A.45)}$$

$$\cos(-\alpha) = \cos\alpha \quad \text{(A.46)}$$

$$\sin(\alpha \pm \pi/2) = \pm\cos\alpha \quad \text{(A.47)}$$

$$\sin(\alpha \pm \pi) = -\sin\alpha \quad \text{(A.48)}$$

$$\cos(\alpha \pm \pi/2) = \mp\sin\alpha \quad \text{(A.49)}$$

$$\cos(\alpha \pm \pi) = -\cos\alpha \quad \text{(A.50)}$$

صيغ الجمع:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta \quad \text{(A.51)}$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta \quad \text{(A.52)}$$

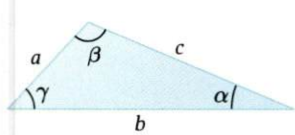
تقريب الزوايا الصغيرة:

$$\sin\alpha \approx \alpha - \tfrac{1}{6}\alpha^3 + \cdots \qquad (\text{لكل } |\alpha| \ll 1) \quad \text{(A.53)}$$

$$\cos\alpha \approx 1 - \tfrac{1}{2}\alpha^2 + \cdots \qquad (\text{لكل } |\alpha| \ll 1) \quad \text{(A.54)}$$

بالنسبة إلى الزوايا الصغيرة حيث $|\alpha| \ll 1$. يكون من المقبول غالبًا استخدام تقريبات الزوايا الصغيرة $\cos\alpha = 1$ و $\sin\alpha = \tan\alpha = \alpha$.

3.2 المثلثات العامة



الشكل 6.A تحديد أضلاع وزوايا المثلث العام.

مجموع زوايا المثلث الثلاثة يساوي π rad (انظر الشكل A.6):

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi \quad \text{(A.55)}$$

قانون cosine:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma \quad \text{(A.56)}$$

(هذا تعميم لنظرية فيثاغورس في الحالة التي لا تكون فيها قيمة الزاوية γ تساوي $90°$ أو $\pi/2$ rads.)

قانون sine:

$$\frac{\sin\alpha}{a}=\frac{\sin\beta}{b}=\frac{\sin\gamma}{c} \qquad \text{(A.57)}$$

4. حساب التفاضل والتكامل

4.1 المشتقات

كثيرات الحدود:

$$\frac{d}{dx}x^n=nx^{n-1} \qquad \text{(A.58)}$$

الدوال المثلثية:

$$\frac{d}{dx}\sin(ax)=a\cos(ax) \qquad \text{(A.59)}$$

$$\frac{d}{dx}\cos(ax)=-a\sin(ax) \qquad \text{(A.60)}$$

$$\frac{d}{dx}\tan(ax)=\frac{a}{\cos^2(ax)} \qquad \text{(A.61)}$$

$$\frac{d}{dx}\cot(ax)=-\frac{a}{\sin^2(ax)} \qquad \text{(A.62)}$$

الأسس واللوغاريتمات:

$$\frac{d}{dx}e^{ax}=ae^{ax} \qquad \text{(A.63)}$$

$$\frac{d}{dx}\ln(ax)=\frac{1}{x} \qquad \text{(A.64)}$$

$$\frac{d}{dx}a^x=a^x\ln a \qquad \text{(A.65)}$$

قاعدة ناتج الضرب:

$$\frac{d}{dx}(f(x)g(x))=\left(\frac{df(x)}{dx}\right)g(x)+f(x)\left(\frac{dg(x)}{dx}\right) \qquad \text{(A.66)}$$

قاعدة السلسلة:

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\frac{du}{dx} \qquad \text{(A.67)}$$

4.2 التكاملات

لجميع التكاملات غير المحددة ثابت تكامل. c.

كثيرات الحدود:

$$\int x^n\,dx=\frac{1}{n+1}x^{n+1}+c \qquad (\text{لكل } n\neq -1) \qquad \text{(A.68)}$$

$$\int x^{-1}\,dx=\ln|x|+c \qquad \text{(A.69)}$$

$$\int\frac{1}{a^2+x^2}\,dx=\frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a}+c \qquad \text{(A.70)}$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2}}\, dx = \ln\left|x + \sqrt{a^2 + x^2}\right| + c \qquad \text{(A.71)}$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}\, dx = \sin^{-1} \frac{x}{|a|} + c = \tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}} + c \qquad \text{(A.72)}$$

$$\int \frac{1}{\left(a^2 + x^2\right)^{3/2}}\, dx = \frac{1}{a^2} \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} + c \qquad \text{(A.73)}$$

$$\int \frac{x}{\left(a^2 + x^2\right)^{3/2}}\, dx = -\frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2}} + c \qquad \text{(A.74)}$$

الدوال المثلثية:

$$\int \sin(ax)\, dx = -\frac{1}{a}\cos(ax) + c \qquad \text{(A.75)}$$

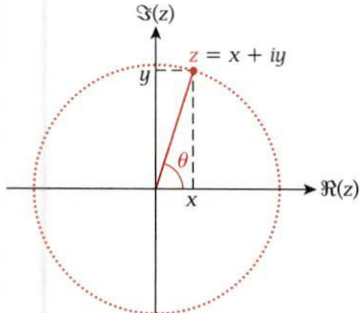
$$\int \cos(ax)\, dx = \frac{1}{a}\sin(ax) + c \qquad \text{(A.76)}$$

الأسس:

$$\int e^{ax}\, dx = \frac{1}{a} e^{ax} + c \qquad \text{(A.77)}$$

5. الأعداد المركبة

نحن جميعًا نعلم الأعداد الحقيقية التي يمكن فرزها على طول خط الأعداد بترتيب قيمة متزايدة، من $-\infty$ إلى $+\infty$. تندرج الأعداد الحقيقية ضمن مجموعة أعداد أكبر بكثير تُسمى *الأعداد المركبة*. وتُحدَّد الأعداد المركبة بدلالة أجزائها الحقيقية وأجزائها التخيلية. ويتمثل حيز الأعداد المركبة في مستوى تشكّل فيه الأجزاء الحقيقية محورًا. يُسمى $\Re(z)$ في الشكل A.7. وتشكّل الأجزاء التخيلية محورًا آخر. يُسمى $\Im(z)$ في الشكل A.7. (من المعتاد استخدام حرفي الألمانية القديمة $\Re$ و$\Im$ لتمثيل الأجزاء الحقيقية والتخيلية للأعداد المركبة).



الشكل 7.A المستوى المركب. يتشكّل المحور الأفقي من الأجزاء الحقيقية للأعداد المركبة والمحور الرأسي من الأجزاء التخيلية.

يُحدَّد العدد المركب z بدلالة جزئه الحقيقي، x وجزئه التخيلي، y وثابت أويلر، i:

$$z = x + iy \qquad \text{(A.78)}$$

ويُحدد ثابت أويلر كما يلي:

$$i^2 = -1 \qquad \text{(A.79)}$$

ويُعتبر كل من الجزء الحقيقي، $x = \Re(z)$، والجزء التخيلي، $y = \Im(z)$، للعدد المركب عددًا حقيقيًا. ويتم جمع الأعداد المركبة وطرحها وضربها وقسمتها بطريقة تماثل العمليات نفسها على الأعداد الحقيقية، حيث $i^2 = -1$:

$$(a + ib) + (c + id) = (a + c) + i(b + d) \qquad \text{(A.80)}$$

$$(a + ib) - (c + id) = (a - c) + i(b - d) \qquad \text{(A.81)}$$

$$(a + ib)(c + id) = (ac - bd) + i(ad + bc) \qquad \text{(A.82)}$$

$$\frac{a + ib}{c + id} = \frac{(ac + bd) + i(bc - ad)}{c^2 + d^2} \qquad \text{(A.83)}$$

لكل عدد مركب z، يوجد مرافق مركب $z^\star$ يتكون من الجزء الحقيقي نفسه، لكنّ الجزء التخيلي يكون مختلف الإشارة:

$$z = x + iy \Leftrightarrow z^* = x - iy \qquad \text{(A.84)}$$

يمكننا التعبير عن الجزأين الحقيقي والتخيلي للعدد المركب بدلالة العدد ومرافقه المركب:

$$\Re(z) = \tfrac{1}{2}(z + z^*) \tag{A.85}$$

$$\Im(z) = \tfrac{1}{2}i(z - z^*) \tag{A.86}$$

كما هو الحال مع المتجه ثنائي الأبعاد، يكون للعدد المركب $z = x + iy$ المقدار $|z|$ إلى جانب الزاوية θ مع المحور الأفقي للمستوى المركب، كما موضح في الشكل A.7:

$$|z|^2 = zz^* \tag{A.87}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{\Im(z)}{\Re(z)} = \tan^{-1}\frac{i(z - z^*)}{(z + z^*)} \tag{A.88}$$

وبذلك يمكننا كتابة العدد المركب $z = x + iy$ بدلالة المقدار و"زاوية الطور":

$$z = |z|(\cos\theta + i\sin\theta) \tag{A.89}$$

ثمة متطابقة مثيرة وأكثر نفعًا تتمثل في *صيغة أويلر*:

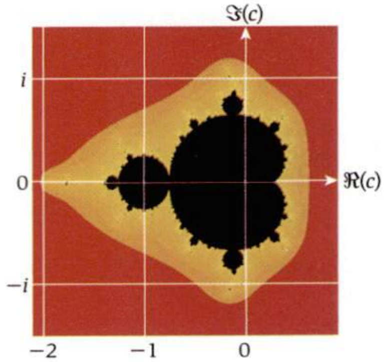
$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta \tag{A.90}$$

فباستخدام هذه المتطابقة، يمكننا صياغة ما يلي، لأي عدد مركب، z.

$$z = |z|\,e^{i\theta} \tag{A.91}$$

ومن ثَم يمكننا رفع العدد المركب z إلى أي قوة n:

$$z^n = |z|^n\,e^{in\theta} \tag{A.92}$$



الشكل 8.A مجموعة ماندلبرو في المستوى المركب.

مثال A.1 مجموعة ماندلبرو

يمكننا الاستفادة عمليًا بشكل جيد من معرفتنا بالأعداد المركبة وضربها من خلال دراسة *مجموعة ماندلبرو* وهي مجموعة مكوّنة من جميع النقاط c في المستوى المركب والتي لا تؤول فيها متسلسلة التكرارات

$$z_{n+1} = z_n^2 + c \qquad \text{حيث } z_0 = c$$

إلى ما لا نهاية، أي تبقى $|z_n|$ منتهية لكل التكرارات.

تبدو قاعدة التكرار هذه بسيطة، فعلى سبيل المثال، نرى أن أي عدد فيه $|c| > 2$ ليس جزءًا من مجموعة ماندلبرو. ومع ذلك، فإذا مثّلنا نقط مجموعة ماندلبرو في المستوى المركب، فسيظهر جسم رائع بشكل مدهش. في الشكل A.8، تمثل النقاط السوداء جزءًا من مجموعة ماندلبرو بينما تُرمَّز النقاط المتبقية بالألوان وفقًا لمدى سرعة تباعد z_n إلى ما لا نهاية.

الملحق B

خواص العناصر

Z العدد الذري (عدد البروتونات في النواة = عدد الإلكترونات)

ρ كثافة الكتلة عند درجة حرارة $0°\text{C}$ $(= 273.15\ \text{K})$ وضغط 1 غلاف جوي

m الوزن الذري القياسي (متوسط كتلة الذرة، متوسط كتل النظائر المرجح حسب توافرها في الطبيعة)

$T_{\text{الانصهار}}$ درجة حرارة الانصهار (نقطة التحول بين الحالة الصلبة والسائلة) عند ضغط 1 atm

$T_{\text{الغليان}}$ درجة حرارة الغليان (نقطة التحول بين الحالة السائلة والغازية) عند ضغط 1 atm

L_{m} حرارة الانصهار/الاندماج

L_{v} حرارة التبخر

E_1 طاقة التأين (الطاقة اللازمة لإزالة أقل الإلكترونات ارتباطًا بالذرة)

E_1 (eV)	L_v (kJ/mol)	L_m (kJ/mol)	$T_{\text{غليان}}$ (K)	$T_{\text{انصهار}}$ (K)	m (g/mol)	ρ (g/cm³)	الترتيب الإلكتروني	الاسم	الرمز	Z
13.5984	0.904	0.117	20.28	14.01	1.00794	$8.988 \cdot 10^{-5}$	$1s^1$	الهيدروجين غاز	H	1
24.5874	0.0829	—	4.22	—	4.002602	$1.786 \cdot 10^{-4}$	$1s^2$	هيليوم غاز	He	2
5.3917	147.1	3.00	1615	453.69	6.941	0.534	$[\text{He}]2s^1$	الليثيوم	Li	3
9.3227	297	7.895	2742	1560	9.012182	1.85	$[\text{He}]2s^2$	البريليوم	Be	4
8.2980	480	50.2	4200	2349	10.811	2.34	$[\text{He}]2s^2\,2p^1$	البورون	B	5
11.2603	710.9	117	4300	3800	12.0107	2.267	$[\text{He}]2s^2\,2p^2$	الكربون جرافيت	C	6
14.5341	5.56	0.72	77.36	63.1526	14.0067	$1.251 \cdot 10^{-3}$	$[\text{He}]2s^2\,2p^3$	النيتروجين غاز	N	7
13.6181	6.82	0.444	90.20	54.36	15.9994	$1.429 \cdot 10^{-3}$	$[\text{He}]2s^2\,2p^4$	الأكسجين غاز	O	8
17.4228	6.62	0.510	85.03	53.53	18.998403	$1.7 \cdot 10^{-3}$	$[\text{He}]2s^2\,2p^5$	الفلور غاز	F	9
21.5645	1.71	0.335	27.07	24.56	20.1797	$9.002 \cdot 10^{-4}$	$[\text{He}]2s^2\,2p^6$	النيون غاز	Ne	10
5.1391	97.42	2.60	1156	370.87	22.989770	0.968	$[\text{Ne}]3s^1$	الصوديوم	Na	11
7.6462	128	8.48	1363	923	24.3050	1.738	$[\text{Ne}]3s^2$	الماغنسيوم	Mg	12
5.9858	294.0	10.71	2792	933.47	26.981538	2.70	$[\text{Ne}]3s^2\,3p^1$	الألومنيوم	Al	13
8.1517	359	50.21	3538	1687	28.0855	2.3290	$[\text{Ne}]3s^2\,3p^2$	السيليكون	Si	14
10.4867	12.4	0.66	550	317.3	30.973761	1.823	$[\text{Ne}]3s^2\,3p^3$	الفوسفور أبيض	P	15
10.3600	45	1.727	717.8	388.36	32.065	1.92–2.07	$[\text{Ne}]3s^2\,3p^4$	الكبريت	S	16
12.9676	20.41	6.406	239.11	171.6	35.453	$3.2 \cdot 10^{-3}$	$[\text{Ne}]3s^2\,3p^5$	الكلور	Cl	17
15.7596	6.43	1.18	87.30	83.80	39.948	$1.784 \cdot 10^{-3}$	$[\text{Ne}]3s^2\,3p^6$	الأرجون	Ar	18
4.3407	79.1	2.4	1032	336.53	39.0983	0.89	$[\text{Ar}]4s^1$	البوتاسيوم	K	19

E_1 (eV)	L_v (kJ/mol)	L_m (kJ/mol)	T غليان (K)	T انصهار (K)	m (g/mol)	ρ (g/cm^3)	الترتيب الإلكتروني	الاسم	الرمز	Z
6.1132	154.7	8.54	1757	1115	40.078	1.55	[Ar]$4s^2$	الكالسيوم	Ca	20
6.5615	332.7	14.1	3109	1814	44.955910	2.985	[Ar]$3d^1\,4s^2$	السكانديوم	Sc	21
6.8281	425	14.15	3560	1941	47.867	4.506	[Ar]$3d^2\,4s^2$	التيتانيوم	Ti	22
6.7462	459	21.5	3680	2183	50.9415	6.0	[Ar]$3d^3\,4s^2$	الفاناديوم	V	23
6.7665	339.5	21.0	2944	2180	51.9961	7.19	[Ar]$3d^5\,4s^1$	الكروم	Cr	24
7.4340	221	12.91	2334	1519	54.938049	7.21	[Ar]$3d^5\,4s^2$	المنجنيز	Mn	25
7.9024	340	13.81	3134	1811	55.845	7.874	[Ar]$3d^6\,4s^2$	الحديد	Fe	26
7.8810	377	16.06	3200	1768	58.933200	8.90	[Ar]$3d^7\,4s^2$	الكوبالت	Co	27
7.6398	377.5	17.48	3186	1728	58.6934	8.908	[Ar]$3d^8\,4s^2$	النيكل	Ni	28
7.7264	300.4	13.26	2835	1357.77	63.546	8.94	[Ar]$3d^{10}\,4s^1$	النحاس	Cu	29
9.3942	123.6	7.32	1180	692.68	65.409	7.14	[Ar]$3d^{10}\,4s^2$	الزنك	Zn	30
5.9993	254	5.59	2477	302.9146	69.723	5.91	[Ar]$3d^{10}\,4s^2\,4p^1$	الجاليوم	Ga	31
7.8994	334	36.94	3106	1211.40	72.64	5.323	[Ar]$3d^{10}\,4s^2\,4p^2$	الجرمانيوم	Ge	32
9.7886	34.76	24.44	887	1090	74.92160	5.727	[Ar]$3d^{10}\,4s^2\,4p^3$	الزرنيخ	As	33
9.7524	95.48	6.69	958	494	78.96	4.28–4.81	[Ar]$3d^{10}\,4s^2\,4p^4$	السيلينيوم	Se	34
11.8138	29.96	10.571	332.0	265.8	79.904	3.1028	[Ar]$3d^{10}\,4s^2\,4p^5$	البروم سائل	Br	35
13.9996	9.08	1.64	119.93	115.79	83.798	$3.749\cdot10^{-3}$	[Ar]$3d^{10}\,4s^2\,4p^6$	الكربتون غاز	Kr	36
4.1771	75.77	2.19	961	312.46	85.4678	1.532	[Kr]$5s^1$	الروبيديوم	Rb	37
5.6949	136.9	7.43	1655	1050	87.62	2.64	[Kr]$5s^2$	السترونشيوم	Sr	38
6.2173	365	11.42	3609	1799	88.90585	4.472	[Kr]$4d^1\,5s^2$	الإيتريوم	Y	39
6.6339	573	14	4682	2128	91.224	6.52	[Kr]$4d^2\,5s^2$	الزركونيوم	Zr	40
6.7589	689.9	30	5017	2750	92.90638	8.57	[Kr]$4d^4\,5s^1$	النيوبيوم	Nb	41
7.0924	617	37.48	4912	2896	95.94	10.28	[Kr]$4d^5\,5s^1$	الموليبدنوم	Mo	42
7.28	585.2	33.29	4538	2430	(98)	11	[Kr]$4d^5\,5s^2$	تكنيشيوم	Tc	43
7.3605	591.6	38.59	4423	2607	101.07	12.45	[Kr]$4d^7\,5s^1$	الروثينيوم	Ru	44
7.4589	494	26.59	3968	2237	102.90550	12.41	[Kr]$4d^8\,5s^1$	الروديوم	Rh	45
8.3369	362	16.74	3236	1828.05	106.42	12.023	[Kr]$4d^{10}$	البالاديوم	Pd	46
7.5762	250.58	11.28	2435	1234.93	107.8682	10.49	[Kr]$4d^{10}\,5s^1$	الفضة	Ag	47
8.9938	99.87	6.21	1040	594.22	112.411	8.65	[Kr]$4d^{10}\,5s^2$	الكادميوم	Cd	48
5.7864	231.8	3.281	2345	429.7485	114.818	7.31	[Kr]$4d^{10}\,5s^2\,5p^1$	الإنديوم	In	49
7.3439	296.1	7.03	2875	505.08	118.710	7.365	[Kr]$4d^{10}\,5s^2\,5p^2$	القصدير أبيض	Sn	50
8.6084	193.43	19.79	1860	903.78	121.760	6.697	[Kr]$4d^{10}\,5s^2\,5p^3$	الأنتيمون	Sb	51
9.0096	114.1	17.49	1261	722.66	127.60	6.24	[Kr]$4d^{10}\,5s^2\,5p^4$	التيلوريوم	Te	52
10.4513	41.57	15.52	457.4	386.85	126.90447	4.933	[Kr]$4d^{10}\,5s^2\,5p^5$	اليود	I	53
12.1298	12.64	2.27	165.03	161.4	131.293	$5.894\cdot10^{-3}$	[Kr]$4d^{10}\,5s^2\,5p^6$	الزينون غاز	Xe	54
3.8939	63.9	2.09	944	301.59	132.90545	1.93	[Xe]$6s^1$	السيزيوم	Cs	55
5.2117	140.3	7.12	2170	1000	137.327	3.51	[Xe]$6s^2$	الباريوم	Ba	56
5.5769	402.1	6.20	3737	1193	138.9055	6.162	[Xe]$5d^1\,6s^2$	اللانثانوم	La	57
5.5387	398	5.46	3716	1068	140.116	6.770	[Xe]$4f^1\,5d^1\,6s^2$	السيريوم	Ce	58
5.473	331	6.89	3793	1208	140.90765	6.77	[Xe]$4f^3\,6s^2$	البراسيوديميوم	Pr	59
5.5250	289	7.14	3347	1297	144.24	7.01	[Xe]$4f^4\,6s^2$	النيوديميوم	Nd	60
5.582	289	7.13	3273	1315	(145)	7.26	[Xe]$4f^5\,6s^2$	البروميثيوم	Pm	61

E_1 (eV)	L_v (kJ/mol)	L_m (kJ/mol)	$T_{\text{غليان}}$ (K)	$T_{\text{انصهار}}$ (K)	m (g/mol)	ρ (g/cm^3)	الترتيب الإلكتروني	الاسم	الرمز	Z
5.6437	165	8.62	2067	1345	150.36	7.52	$[Xe]4f^6\,6s^2$	السماريوم	Sm	62
5.6704	176	9.21	1802	1099	151.964	5.264	$[Xe]4f^7\,6s^2$	اليوروبيوم	Eu	63
6.1498	301.3	10.05	3546	1585	157.25	7.90	$[Xe]4f^7\,5d^1\,6s^2$	الجادولينيوم	Gd	64
5.8638	293	10.15	3503	1629	158.92534	8.23	$[Xe]4f^9\,6s^2$	التربيوم	Tb	65
5.9389	280	11.06	2840	1680	162.500	8.540	$[Xe]4f^{10}\,6s^2$	الدسبروزيوم	Dy	66
6.0215	265	17.0	2993	1734	164.93032	8.79	$[Xe]4f^{11}\,6s^2$	الهولميوم	Ho	67
6.1077	280	19.90	3141	1802	167.259	9.066	$[Xe]4f^{12}\,6s^2$	الإربيوم	Er	68
6.1843	247	16.84	2223	1818	168.93421	9.32	$[Xe]4f^{13}\,6s^2$	الثوليوم	Tm	69
6.2542	159	7.66	1469	1097	173.04	6.90	$[Xe]4f^{14}\,6s^2$	الإيتربيوم	Yb	70
5.4259	414	22	3675	1925	174.967	9.841	$[Xe]4f^{14}\,5d^1\,6s^2$	اللوتيشيوم	Lu	71
6.8251	571	27.2	4876	2506	178.49	13.31	$[Xe]4f^{14}\,5d^2\,6s^2$	الهافنيوم	Hf	72
7.5496	732.8	36.57	5731	3290	180.9479	16.69	$[Xe]4f^{14}\,5d^3\,6s^2$	التنتالوم	Ta	73
7.8640	806.7	52.31	5828	3695	183.84	19.25	$[Xe]4f^{14}\,5d^4\,6s^2$	التنغستين	W	74
7.8335	704	60.3	5869	3459	186.207	21.02	$[Xe]4f^{14}\,5d^5\,6s^2$	الرينيوم	Re	75
8.4382	738	57.85	5285	3306	190.23	22.61	$[Xe]4f^{14}\,5d^6\,6s^2$	الأوزميوم	Os	76
8.9670	563	41.12	4701	2739	192.217	22.56	$[Xe]4f^{14}\,5d^7\,6s^2$	الإيريديوم	Ir	77
8.9588	469	22.17	4098	2041.4	195.078	21.45	$[Xe]4f^{14}\,5d^9\,6s^1$	البلاتين	Pt	78
9.2255	324	12.55	3129	1337.33	196.96655	19.3	$[Xe]4f^{14}\,5d^{10}\,6s^1$	الذهب	Au	79
10.4375	59.11	2.29	629.88	234.32	200.59	13.534	$[Xe]4f^{14}\,5d^{10}\,6s^2$	الزئبق سائل	Hg	80
6.1082	165	4.14	1746	577	204.3833	11.85	$[Xe]4f^{14}\,5d^{10}\,6s^2\,6p^1$	الثاليوم	Tl	81
7.4167	179.5	4.77	2022	600.61	207.2	11.34	$[Xe]4f^{14}\,5d^{10}\,6s^2\,6p^2$	الرصاص	Pb	82
7.2855	151	11.30	1837	544.7	208.98038	9.78	$[Xe]4f^{14}\,5d^{10}\,6s^2\,6p^3$	البزموت	Bi	83
8.414	102.91	13	1235	527	(209)	9.320	$[Xe]4f^{14}\,5d^{10}\,6s^2\,6p^4$	البولونيوم	Po	84
?	?	?	?	?	(210)	?	$[Xe]4f^{14}\,5d^{10}\,6s^2\,6p^5$	الأستاتين	At	85
10.7485	18.10	3.247	211.3	202	(222)	$9.73\cdot10^{-3}$	$[Xe]4f^{14}\,5d^{10}\,6s^2\,6p^6$	الرادون	Rn	86
4.0727	~65	~2	~950	~300	(223)	1.87	$[Rn]7s^1$	الفرانسيوم	Fr	87
5.2784	113	8.5	2010	973	(226)	5.5	$[Rn]7s^2$	الراديوم	Ra	88
5.17	400	14	3471	1323	(227)	10	$[Rn]6d^1\,7s^2$	الأكتنيوم	Ac	89
6.3067	514	13.81	5061	2115	232.0381	11.7	$[Rn]6d^2\,7s^2$	الثوريوم	Th	90
5.89	481	12.34	~4300	1841	231.03588	15.37	$[Rn]5f^2\,6d^1\,7s^2$	البروتكتينيوم	Pa	91
6.1941	417.1	9.14	4404	1405.3	238.02891	19.1	$[Rn]5f^3\,6d^1\,7s^2$	اليورانيوم	U	92
6.2657	336	3.20	4273	910	(237)	20.45	$[Rn]5f^4\,6d^1\,7s^2$	النبتونيوم	Np	93
6.0260	333.5	2.82	3505	912.5	(244)	19.816	$[Rn]5f^6\,7s^2$	البلوتونيوم	Pu	94
5.9738	238.5	14.39	2880	1449	(243)	12	$[Rn]5f^7\,7s^2$	الأمريسيوم	Am	95
5.9914	?	~15	3383	1613	(247)	13.51	$[Rn]5f^7\,6d^1\,7s^2$	الكوريوم	Cm	96
6.1979	?	?	?	1259	(247)	~14	$[Rn]5f^9\,7s^2$	البركيليوم	Bk	97
6.2817	?	?	1743	1173	(251)	15.1	$[Rn]5f^{10}\,7s^2$	الكاليفورنيوم	Cf	98
6.42	?	?	?	1133	(252)	8.84	$[Rn]5f^{11}\,7s^2$	الآينشتاينيوم	Es	99
6.50	?	?	?	1800	(257)	?	$[Rn]5f^{12}\,7s^2$	الفيرميوم	Fm	100
6.58	?	?	?	1100	(258)	?	$[Rn]5f^{13}\,7s^2$	المندليفيوم	Md	101
6.65	?	?	?	?	(259)	?	$[Rn]5f^{14}\,7s^2$	النوبليوم	No	102

–يُتبع

E_1 (eV)	L_v (kJ/mol)	L_m (kJ/mol)	$T_{غليان}$ (K)	$T_{انصهار}$ (K)	m (g/mol)	ρ (g/cm^3)	الترتيب الإلكتروني	الاسم	الرمز	Z
4.9	?	?	?	?	(262)	?	$[Rn]5f^{14}\,7s^2\,7p^1$	اللورانسيوم	Lr	103
6	?	?	?	?	(263)	?	$[Rn]5f^{14}\,6d^2\,7s^2$	الرذرفورديوم	Rf	104
?	?	?	?	?	(268)	?	$[Rn]5f^{14}\,6d^3\,7s^2$	الدوبنيوم	Db	105
?	?	?	?	?	(271)	?	$[Rn]5f^{14}\,6d^4\,7s^2$	السيبورجيوم	Sg	106
?	?	?	?	?	(270)	?	$[Rn]5f^{14}\,6d^5\,7s^2$	البوريوم	Bh	107
?	?	?	?	?	(270)	?	$[Rn]5f^{14}\,6d^6\,7s^2$	الهاسيوم	Hs	108
?	?	?	?	?	(278)	?	$[Rn]5f^{14}\,6d^7\,7s^2$	الماتنريوم	Mt	109
?	?	?	?	?	(281)	?	*$[Rn]5f^{14}\,6d^9\,7s^1$	الدارمشتاتيوم	Ds	110
?	?	?	?	?	(281)	?	*$[Rn]5f^{14}\,6d^9\,7s^2$	الرونتجينيوم	Rg	111
?	?	?	?	?	(285)	?	*$[Rn]5f^{14}\,6d^{10}\,7s^2$	الكوبرنيسيوم	Cn	112
?	?	?	?	?	(286)	?	*$[Rn]5f^{14}\,6d^{10}\,7s^2\,7p^1$			113
?	?	?	?	?	(289)	?	*$[Rn]5f^{14}\,6d^{10}\,7s^2\,7p^2$	الفليروفيوم	Fl	114
?	?	?	?	?	(289)	?	*$[Rn]5f^{14}\,6d^{10}\,7s^2\,7p^3$			115
?	?	?	?	?	(293)	?	*$[Rn]5f^{14}\,6d^{10}\,7s^2\,7p^4$	الليفرموريوم	Lv	116
?	?	?	?	?	(294)	?	*$[Rn]5f^{14}\,6d^{10}\,7s^2\,7p^5$			117
?	?	?	?	?	(294)	?	*$[Rn]5f^{14}\,6d^{10}\,7s^2\,7p^6$			118

(أطول النظائر عمرًا)

*متوقَّع