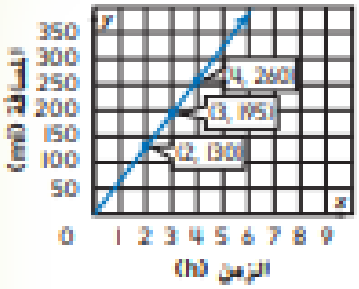
الدرس 9

التغير الطردي

مسائل من الحياة اليومية

السرعة يمكن التعبير عن المسافة y التي تسيرها سيارة بعد x ساعة بالعلاقة $y = 65x$. كما يمثل الجدول والتمثيل البياني الموقف أيضًا.

المسافة (بالميل)	الزمن (بالساعة)
130	2
195	3
260	4



1. املأ الفراغات لتعرفة النسبة الثابتة.

$$\frac{\text{المسافة التي تم قطعها}}{\text{وقت القيادة}} = \frac{130}{2} = \frac{195}{\boxed{3}} = \frac{\boxed{260}}{4}$$

النسبة الثابتة هي $\boxed{65}$ ميلاً في الساعة.

2. معدل التغير الثابت أو الميل

الخط هو $\frac{\text{التغير في الأميال}}{\text{التغير في الوقت}}$. وهذا يساوي $\frac{130 - 195}{2 - 3} = \boxed{65}$ ميلاً في الساعة.

3. اكتب جملة تقارن بين معدل التغير الثابت والنسبة الثابتة.

فيها الشيء نفسه.

السؤال الأساسي

كيف يمكنك إثبات أن شيئين متناسبان؟

المفردات

تغير طردي (direct variation)
ثابت التغير (constant of variation)
ثابت التناسب (constant of proportionality)

ممارسات رياضية

1, 2, 3, 4

ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟

ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

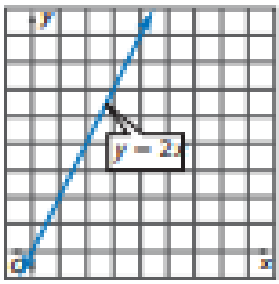
1. المثابرة في حل المسائل
2. التفكير بطريقة تجريدية
3. بناء فرضية
4. استخدام نماذج الرياضيات
5. استخدام أدوات الرياضيات
6. مراعاة الدقة
7. الاستفادة من البنية
8. استخدام الاستنتاجات المتكررة

© Houghton Mifflin Harcourt Publishing Company

المفهوم الرئيس

التغير الطردي

منطقة العمل

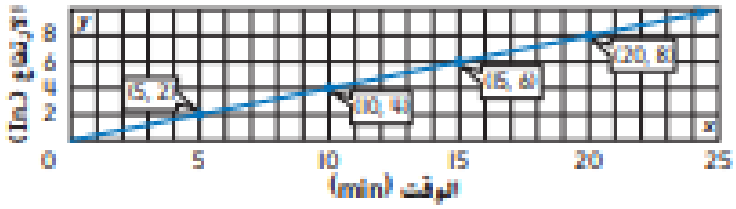
الشرح	العلاقة الخطية، تغير طردي عندما تكون نسبة y إلى x نسبة ثابتة، k. نقول أن y تتغير طرديًا مع x.
الرموز	$\frac{y}{x} = k$ أو $y = kx$. حيث $k \neq 0$
مثال	$y = 2x$
النموذج	

عندما يكون لكميتين متغيرتين نسبة ثابتة. يُطلق على العلاقة اسم **التغير الطردي**. يُطلق على النسبة الثابتة اسم **ثابت التغير**. كما يُعرف ثابت التغير أيضًا باسم **ثابت التناسب**.

في معادلة التغير الطردي، يتم تعيين متغير خاص لمعدل التغير الثابت أو الميل، وهو k.

مثال

1. ارتفاع الماء عند ملء حمام السباحة موضح في التمثيل البياني. حدد المعدل بالبوصة في الدقيقة.



نظرًا لأن التمثيل البياني للبيانات يمثل خطًا. فإن معدل التغير ثابت. استخدم التمثيل البياني لحساب ثابت التناسب.

$$\frac{\text{الارتفاع}}{\text{الوقت}} \rightarrow \frac{2}{5} \text{ أو } \frac{0.4}{1} \quad \frac{4}{10} \text{ أو } \frac{0.4}{1} \quad \frac{6}{15} \text{ أو } \frac{0.4}{1} \quad \frac{8}{20} \text{ أو } \frac{0.4}{1}$$

يمثل حمام السباحة بمعدل 0.4 بوصة كل دقيقة.

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

a. بعد نزول أحد الغواصين إلى الماء بدقيقتين، ينزل مسافة 52 قدمًا. وبعد 5 دقائق، يصل إلى عمق 130 قدمًا.
ما معدل نزول الغواص؟

a. 26 ft/min

التغير الطردي

عندما يحدث تغير طردي في علاقة معينة، فإن التمثيل البياني للدالة سيمر دائمًا بنقطة الأصل (0,0). وكذلك يكون معدل الوحدة "1" عند النقطة (1,1).

Mc Graw-Hill Education جميع الحقوق محفوظة © لصالح مكتب

مثال

2. المعادلة $y = 10x$ تمثل المبلغ المالي y الذي يربحه إسماعيل مقابل x ساعة من العمل. حدد ثابت التناسب. اشرح ما الذي يمثله في هذا الموقف.

قارن المعادلة مع $y = kx$. حيث k ثابت التناسب.

$y = kx$
$y = 10x$

ثابت التناسب هو 10. لذلك يربح إسماعيل AED 10 في كل ساعة يعملها.

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

b. يتم تمثيل المسافة y التي تقطعها عائلة فهد بالميل في x ساعة. باستخدام المعادلة $y = 55x$. حدد ثابت التناسب. ثم اشرح ما الذي يمثله.

55: قطعت عائلة فهد مسافة 55 ميلاً في الساعة.

b. _____

تحديد التغير الطردي

لا تمثل جميع الحالات التي تتضمن معدل تغير ثابتًا علاقات تناسبية. وكذلك، لا تمثل جميع الدوال الخطية تغيرات طردية.

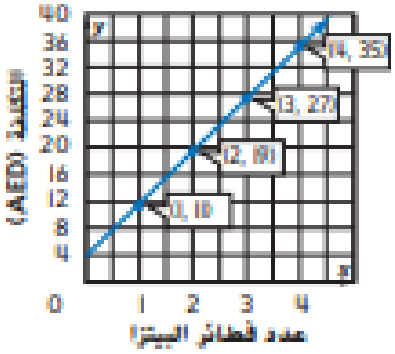
مثال

3. تكلف البيتزا AED 8 لكل فطيرة بالإضافة إلى AED 3 كرسوم توصيل. وضح التكلفة لفطيرة وفطيرتين وثلاث فطائر وأربع فطائر بيتزا. هل هناك تغير طردي؟

عدد فطائر البيتزا	1	2	3	4
التكلفة (AED)	11 AED	19 AED	27 AED	35 AED

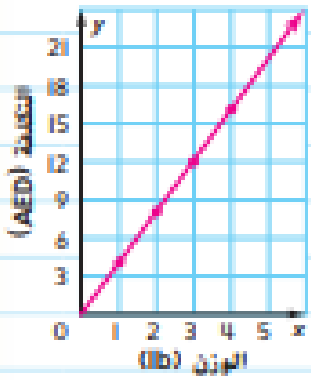
$\frac{\text{التكلفة}}{\text{عدد فطائر البيتزا}}$ ← $\frac{11}{1}$ ، $\frac{19}{2} = 9.5$

$\frac{27}{3} = 9$ ، $\frac{35}{4} = 8.75$



لا توجد نسبة ثابتة والخط لا يمر عبر نقطة الأصل.
لذا، لا يوجد تغير طردي.

الوزن (lb)	التكلفة (AED)
1	4.20
2	8.40
3	12.60
4	16.80



نعم: يوجد تغير مباشر لأن $\frac{4.20}{1}$ ثابت.

c. _____

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

c. تبلغ تكلفة رطلين من الجبن إلى AED 8.40. وضح التكلفة لرطل ورطلين. وثلاثة أرطال وأربعة أرطال من الجبن. هل هناك تغير طردي؟ اشرح.

© محفوظة لصالح مؤسسة أبوظبي للتعليم والتدريب

مثال

4. حدد ما إذا كانت العلاقة الخطية تعبر عن تغير طردي أم لا.
وإذا كانت كذلك، فحدد ثابت التناسب.

الزمن، x	1	2	3	4
الرواتب (AED)، y	12	24	36	48

قارن بين النسب للتحقق من وجود نسبة مشتركة.

الرواتب / الوقت ← $\frac{12}{1}$ $\frac{12}{1} = \frac{24}{2}$ $\frac{12}{1} = \frac{36}{3}$ $\frac{12}{1} = \frac{48}{4}$

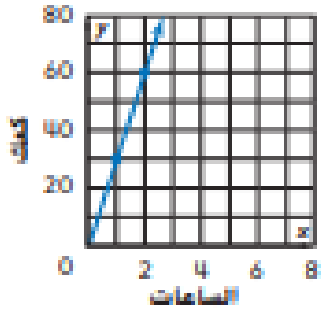
نظرًا لأن النسب هي نفس النسب، فإن العلاقة تعبر عن تغير طردي.

ثابت التناسب هو $\frac{12}{1}$.

تمرين موجه

1. يتغير عدد الكعك الذي تم خبزه طرديًا مع عدد الساعات التي يعملها متعهد تقديم الطعام. ما هي نسبة الكعك المخبوز إلى الساعات المنقضية في العمل؟

(المثالان 1 و 2) 30 كعكة في الساعة

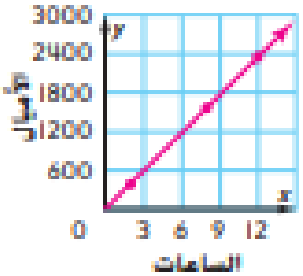


2. لنفترض أن طائرة تطير مسافة 780 ميلاً في 4 ساعات. ارسم جدولاً وتمثيلاً بيانيًا لتوضح المسافة بالميل بعد ساعتين و 8 ساعات و 12 ساعة. هل هناك تغير طردي؟

الشرح. (المثالان 3 و 4) نعم؛ الإجابة النموذجية:

$\frac{195}{1} = \frac{390}{2} = \frac{1,560}{8} = \frac{2,340}{12}$

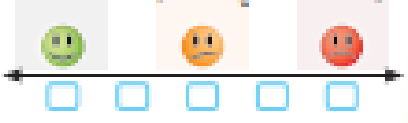
الساعات	2	8	12
الأميال	390	1,560	2,340



3. **الاستفادة من السؤال الأساسي** كيف يمكنك تحديد ما إذا كانت علاقة خطية تعبر عن تغير طردي من معادلة؟ أو جدول؟ أو تمثيل بياني؟ الإجابة النموذجية: معادلة التغير الطردي بالشكل $y = kx$. في أحد الجداول، تكون نسبة y إلى x ثابتة. وفي الرسم البياني، يمر الخط عبر نقطة الأصل.

قيّم نفسك!

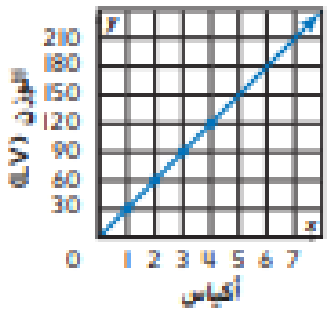
ما مدى فهمك للتغير الطردي؟
ضع علامة في المربع المناسب.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمارين ذاتية

1. تعرض إيمان فناء منزلها الأمامي بالمنشارة. يتغير الوزن الإجمالي للمنشارة طرديًا مع عدد أكياس النشارة.

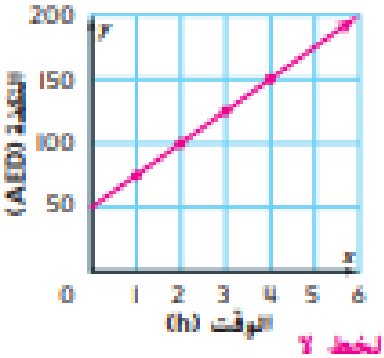


ما معدل التغير؟ (المثال 1) 30 lb لكل كيس

2. أجرى نادي الأخوة حملة لغسيل السيارات من أجل جمع التبرعات. المعادلة $y = 5x$ تمثل المبلغ المالي y الذي جمعه أعضاء النادي مقابل غسيل x السيارات. حدد ثابت التناسب. ثم اشرح ما الذي يمثله في هذه الموقف. (المثال 2)

5: الإجابة النموذجية: جميع أعضاء النادي مبلغ 5 AED مقابل كل سيارة تم غسلها.

3. يحصل أحمد الفنين على 25 AED في الساعة بالإضافة إلى 50 AED للذهاب إلى المنزل لإصلاح الحواسيب المنزلية. أعد جدولاً وتمثيلاً بيانيًا لتوضيح التكلفة لمدة ساعة وساعتين و3 ساعات و4 ساعات في خدمة إصلاح الحاسوب في المنزل. هل هناك تغير طردي؟ (المثال 3)



الزمن (h)	1	2	3	4
التكلفة (AED)	75	100	125	150

لا: الإجابة النموذجية: $\frac{75}{1} \neq \frac{100}{2}$؛ لأنه لا توجد نسبة ثابتة وكذلك الخط لا يمر عبر نقطة الأصل، فلا يوجد تغير طردي.

حدد ما إذا كانت كل علاقة خطية تعبر عن تغير طردي أم لا. وإذا كانت كذلك، فحدد ثابت التناسب. (المثال 4)

4.

الصور، x	3	4	5	6
الربح، y	24	32	40	48

نعم: 8

5.

الدقائق، x	185	235	275	325
التكلفة y	60	115	140	180

لا

6.

العام x	5	10	15	20
الارتفاع y	12.5	25	37.5	50

نعم: $k = 2.5$

7.

المباراة x	2	3	4	5
النقاط y	4	5	7	11

لا

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة ماكجروهيل التعليمية

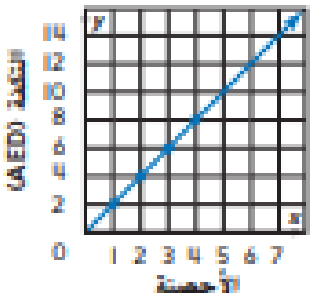
تمرين إضافي

16. يتغير المبلغ المالي الذي تربحه منال طرديًا مع عدد الأحصنة التي تأخذها في نزهة. كم تربح منال مقابل كل حصان تأخذه في نزهة؟

بما أن النقاط على التمثيل البياني تقع على خط مستقيم، فإن معدل التغير ثابت. النسبة الثابتة هي ما تربحه منال مقابل كل حصان.

البلغ (AED) ← $\frac{2}{1}$ $\frac{4}{2}$ $\frac{6}{3}$ $\frac{8}{4}$ $\frac{2}{1}$ $\frac{2}{1}$ $\frac{2}{1}$ → عدد الأحصنة

ربح منال 2 AED مقابل كل حصان.



17. تتطلب وصفة كعك $3\frac{1}{4}$ أكواب من الدقيق من أجل إعداد 13 قطعة و $4\frac{1}{2}$ أكواب من الدقيق لإعداد 18 قطعة. كم كمية الدقيق المطلوبة لإعداد كعك لعدد 28 شخصًا؟

7 c

حدد ما إذا كانت كل علاقة خطية تعبر عن تغير طردي أم لا. إذا كانت كذلك، فحدد ثابت التغير.

18.

العمر، x	11	13	15	19
الحصة y	5	7	9	11

لا

19.

الصغر x	20	25	30	35
الضريبة، y	4	5	6	7

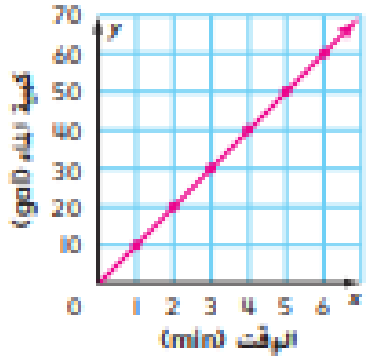
نعم: 0.2

20. **التمثيلات المتعددة** أسبح خالد مسؤولاً عن حمام سباحة في إحدى الجيمعيات. وفي كل ربيع يقوم بتفريغه من أجل تنظيفه. ثم يعيد ملء المسبح الذي تصل سعته إلى 120,000 جالون من الماء. يملأ خالد المسبح بمعدل 10 جالونات في الدقيقة.

a. **الشرح** ما المعدل الذي سيملأ خالد المسبح به؟ هل المعدل ثابت؟
10 جالونات في الدقيقة؛ نعم

b. **التمثيل البياني** مثّل العلاقة بيانيًا على الشبكة الموضحة.

c. **الجبر** اكتب معادلة تخص التغير الطردي.
الإجابة النموذجية: $y = 10x$



حقوق النشر © محفوظة لصالح مؤسسة دار الكتب للتعليم

انطلق! تمرين على الاختبار

21. حدد ما إذا كانت كل علاقة تعبر عن تغير طردي أم لا. حدد نعم أو لا.

a. $y = 8x + 1$ ☐ نعم ■ لا

b. $y = 7.5x$ ■ نعم ☐ لا

c. $y = \frac{1}{15}x$ ■ نعم ☐ لا

d. $y = \frac{6}{x}$ ☐ نعم ■ لا

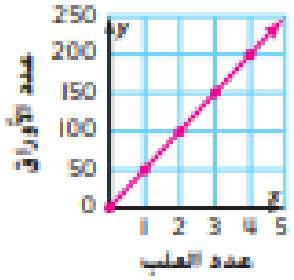
22. ضع علامة التحديد في العمود تحت معادلة التغير الطردي الصحيحة. إن أمكن.

					ليس تغيرًا طرديًا	$y = 15x$	$y = 18x$
السعر x	20	30	40	50	✓		
الخصم y	2	4	6	8			
الثواني x	2	6	7	11		✓	
التقدم y	30	90	105	165			
الجزم x	3	5	7	9			✓
أقلام تلوين y	54	90	126	162			
الساعات x	1	4	7	10	✓		
التكلفة y	15	30	45	60			

مراجعة شاملة

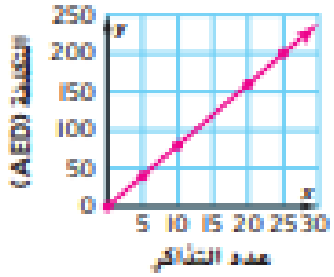
23. يوضح الجدول أدناه عدد الأوراق في عدد مختلف من العلب. مثل البيانات بيانيًا.

عدد الحزم	1	2	3	4
عدد الأوراق	50	100	150	200



24. يوضح الجدول تكلفة عدد مختلف من التذاكر لحضور احتفال. مثل البيانات بيانيًا. ثم أوجد ميل الخط. واشرح ما الذي يمثله الميل.

عدد التذاكر	5	10	20	25
التكلفة (AED)	40	80	160	200



$\frac{8}{1}$: تكلفة كل تذكرة AED 8.

McGraw-Hill Education is a trademark of McGraw-Hill Education. © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill للتعليم