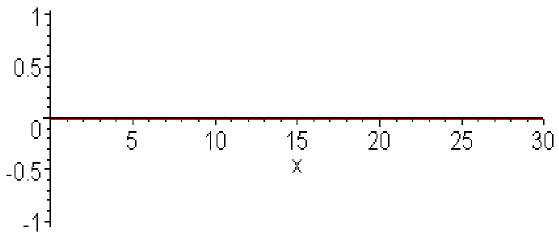
AMR MATH

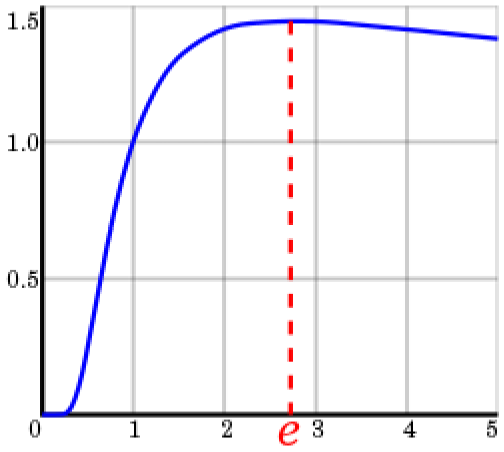


الوحدة: الأولى

الحادي عشر المتقدم

11

3



الثاني عشر العام

12

عنوان الدرس: الاتصال والسلوك الطرفي والنهايات

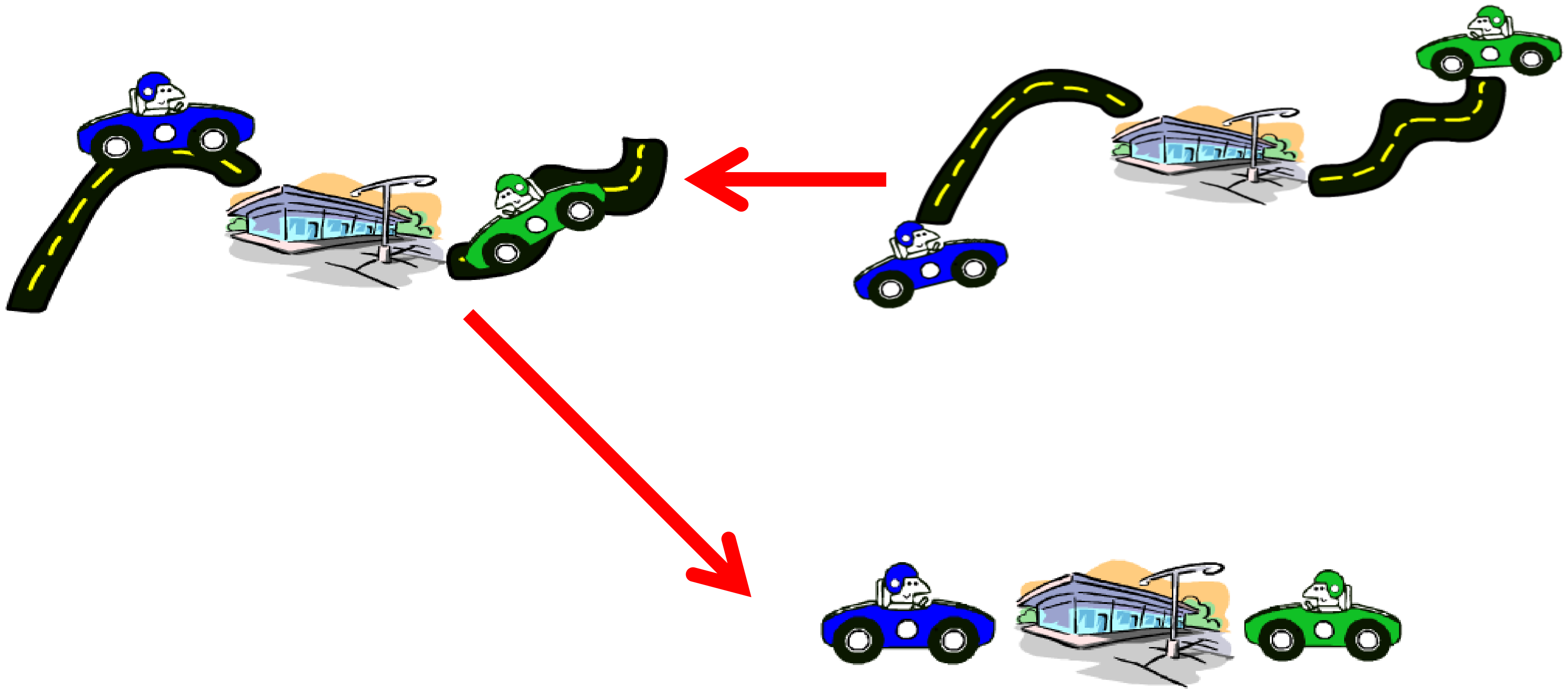
أ.عمرو البيومي
0544560575

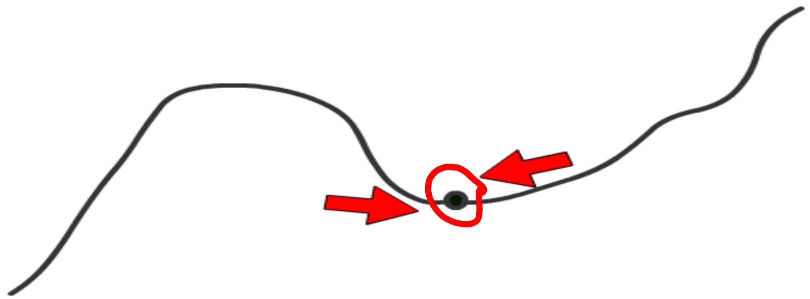
نواتج التعلم

في نهاية هذا الدرس ستكون قادراً على :

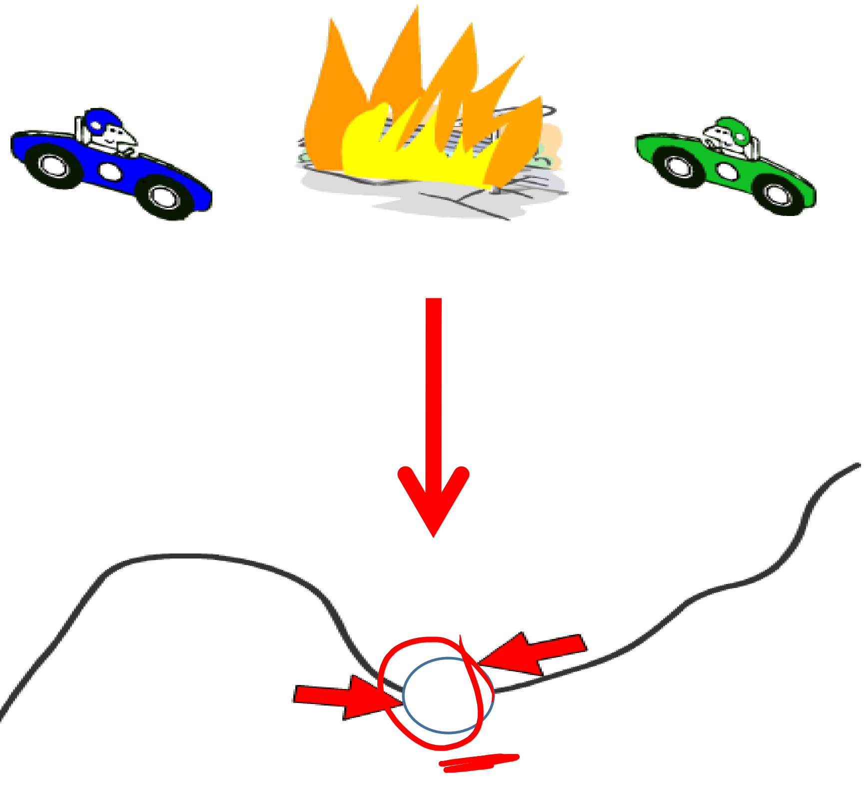
1. استخدام النهايات لتحديد اتصال دالةٍ ما وتطبيق نظرية القيمة المتوسطة على الدوال المتصلة.
2. استخدام النهايات لوصف السلوك الطرفي للدوال.

استخدام النهايات لتحديد اتصال دالةٍ ما

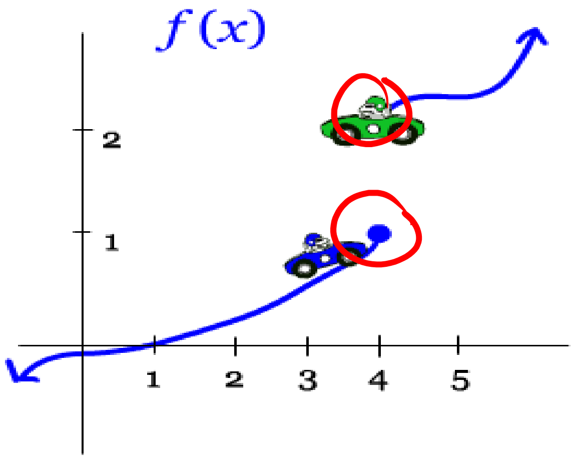


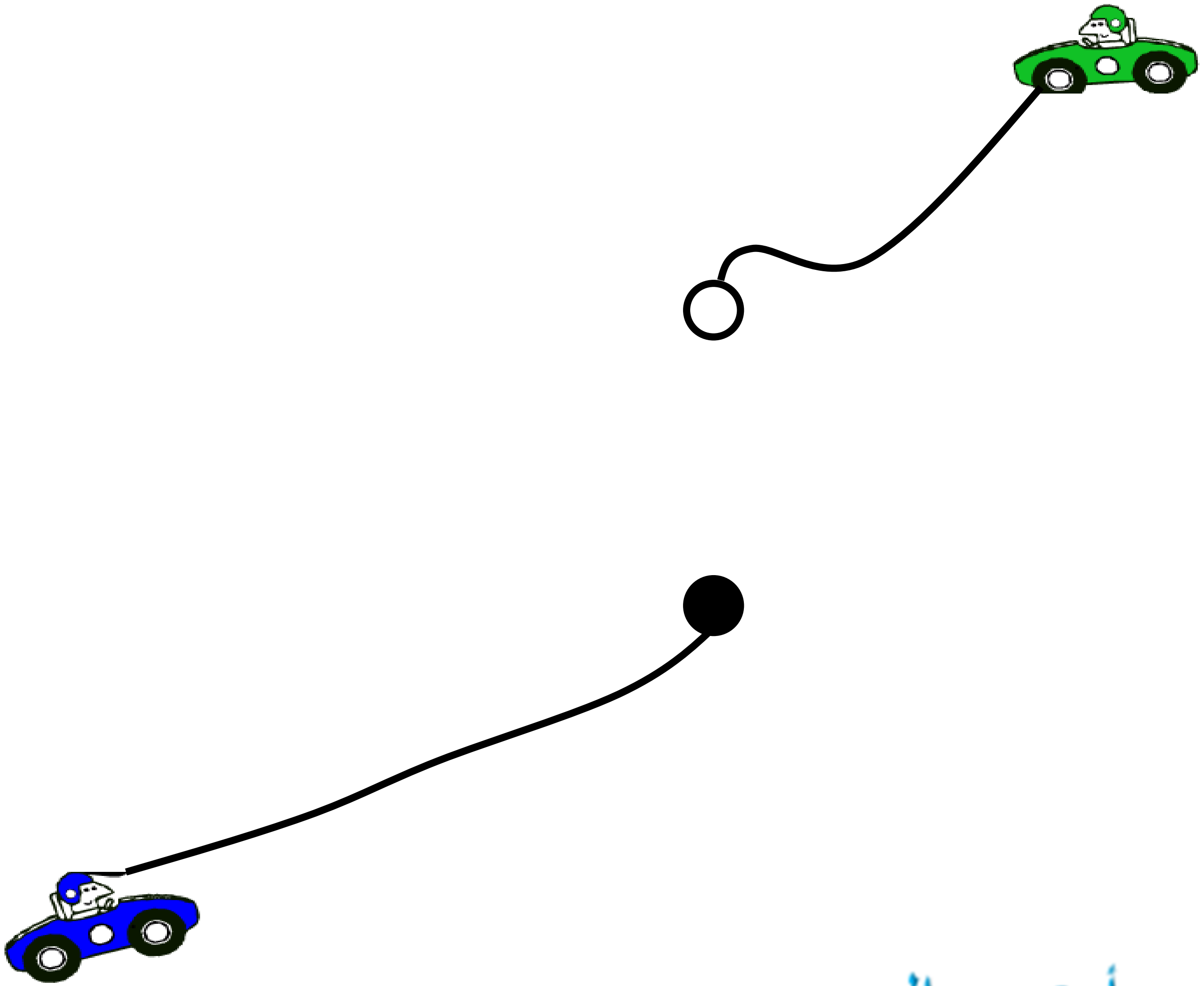


استخدام النهايات لتحديد اتصال دالةٍ ما

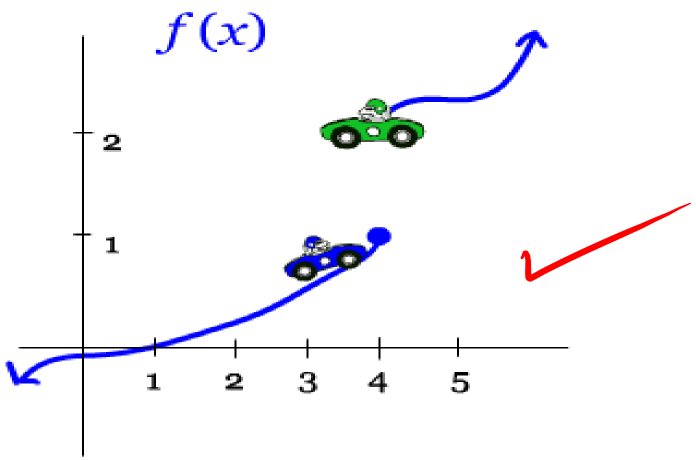


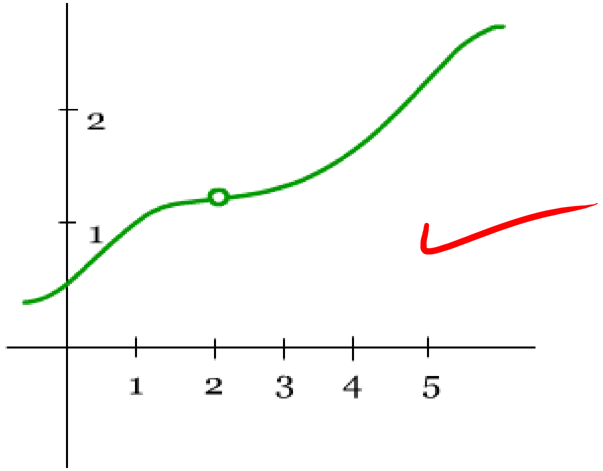
استخدام النهايات لتحديد اتصال دالةٍ ما

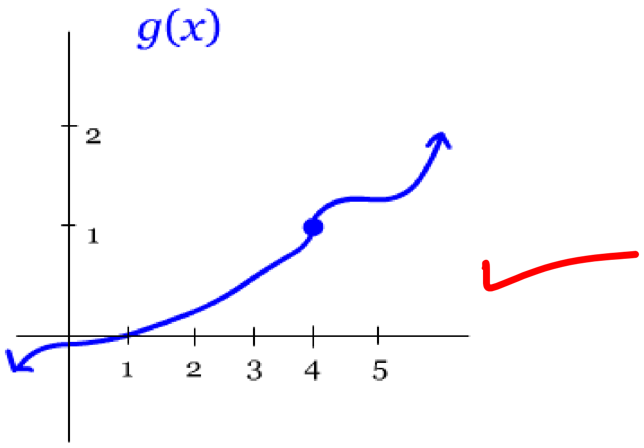


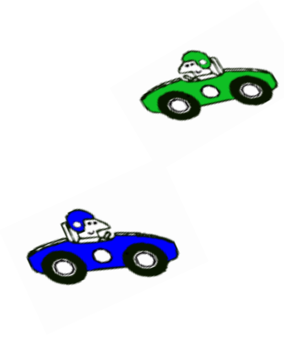


استخدام النهايات لتحديد اتصال دالةٍ ما

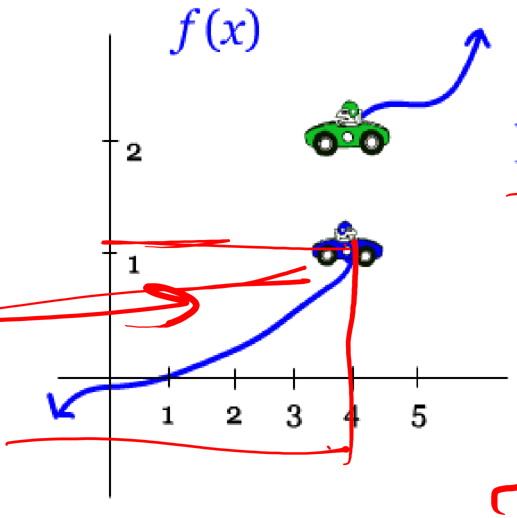








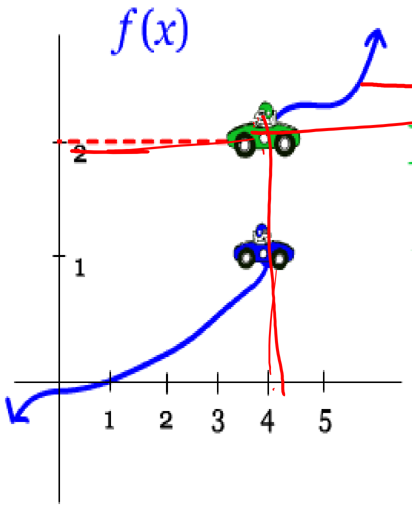
استخدام النهايات لتحديد اتصال دالةٍ ما



Left-hand limit:

$$\lim_{x \to 4^-} f(x) = 1$$

النهاية

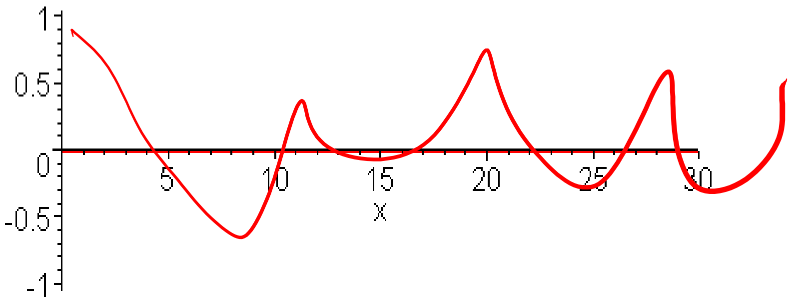


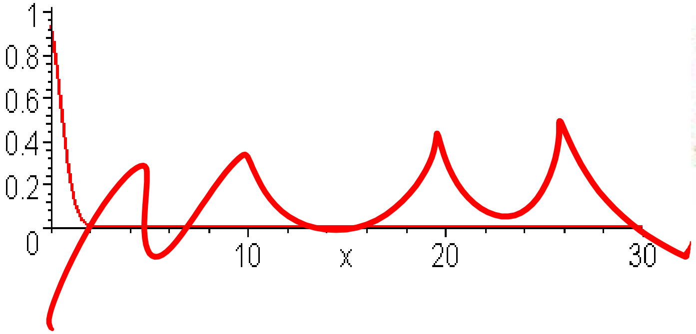
Right-hand limit:

$$\lim_{x \to 4^+} f(x) = 2$$

الجسور

الموجات المستعرضة





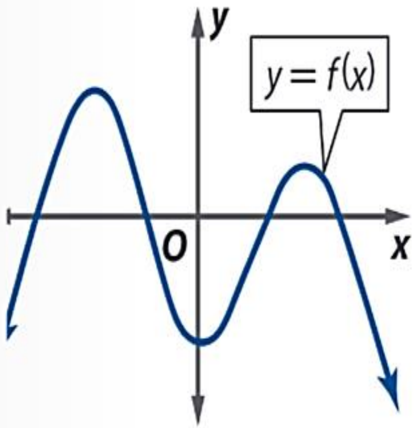
نبضة القلب

المفهوم الهندسي للاتصال

يقال إن الدالة $f(x)$ متصلة إذا لم يكن في تمثيلها البياني أي انقطاع أو قفزة. وعليه يمكنك تتبع مسار المنحنى دون أن ترفع القلم عنه.

1 الاتصال

التمثيل البياني **لدالة متصلة** لا يحتوي على فواصل أو فجوات أو فراغات. ويمكن تتبع التمثيل البياني لدالة متصلة دون رفع القلم الرصاص عن الورقة.



$f(x)$ متصلة لجميع قيم x.

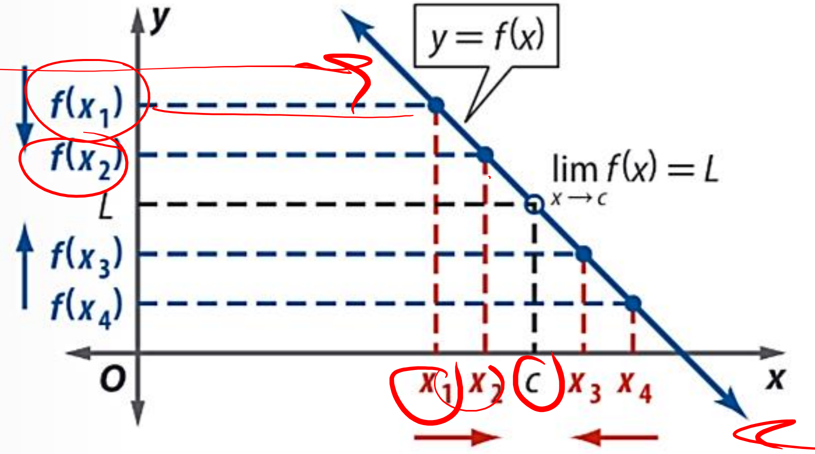
أحد شروط اتصال الدالة $f(x)$ عند $x = c$ هو أن الدالة يجب أن تقترب من إحدى قيمها الفريدة عند اقتراب قيم x من c من الجانبين الأيسر والأيمن. ومفهوم الاقتراب من قيمة دون الوصول إليها بالضرورة يُسمى **نهاية**.

استخدام النهايات لتحديد اتصال دالةٍ ما

المفهوم الأساسي النهايات

الشرح إذا كانت قيمة $f(x)$ تقترب من قيمة وحيدة L عندما تقترب x من c من كل جانب، فإن نهاية $f(x)$ عندما تقترب x من c هي L.

الرموز $\lim_{x \to c} f(x) = L$، والتي تعني نهاية $f(x)$ مع اقتراب x من القيمة c هي L.



من اليسار x_1 x_2

x_3 و x_4 من اليمين

استخدام النهايات لتحديد اتصال دالةٍ ما

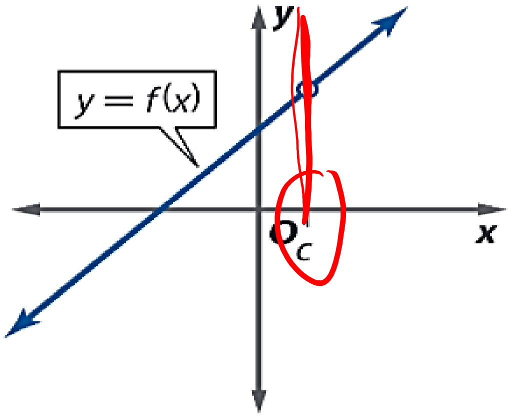
لفهم ما تعنيه الدالة المتصلة من منظور جبري، سيكون من المفيد فحص التمثيلات البيانية **للدوال غير المتصلة** أو الدوال التي ليست متصلة. ويمكن أن تتصف الدوال بأنواع مختلفة من الانفصال.

المفهوم الأساسي أنواع الانفصال

1

يكون للدالة **انفصال قابل للإزالة** عندما تكون الدالة متصلة في كل مكان باستثناء فجوة عند $x = c$.

مثال

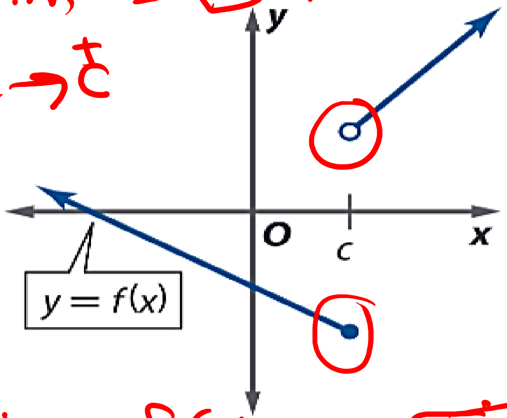


2

يكون لدالة **انفصال قفزي** عند $x = c$ في حالة وجود نهايتين للدالة بينما تقترب x من c من اليسار واليمين ولكن بقيمتين مختلفتين.

مثال

$\lim\limits_{x \to c} f(x) = \square$ X



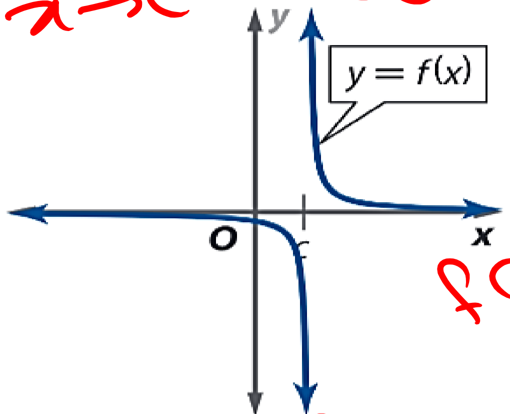
$\lim\limits_{x \to c} f(x) = \square$ X

3

يكون لدالة **انفصال لا نهائي** عند $x = c$ إذا زادت قيمة الدالة أو تناقصت بشكل لا نهائي مع اقتراب x من c من اليسار واليمين.

مثال

$\lim\limits_{x \to c^+} f(x) \to \infty$
$-\infty$



$f(c)$ = غير معرفة

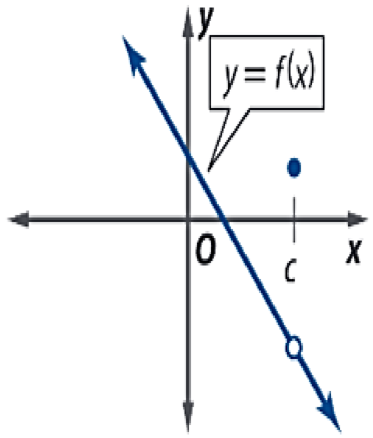
$\lim\limits_{x \to c^-} f(x) \to -\infty$

استخدام النهايات لتحديد اتصال دالةٍ ما

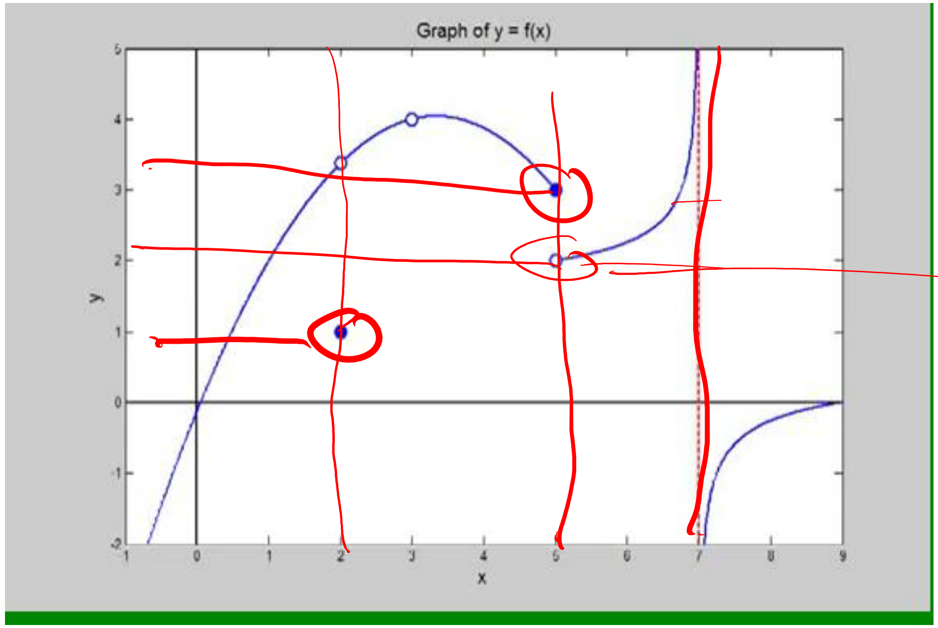
نصيحة دراسية

النهايات إن وجود قيمة لـ $f(x)$ عند $x = c$ أو عدم وجودها لا يؤثر على وجود نهاية لـ $f(x)$ مع اقتراب x من c.

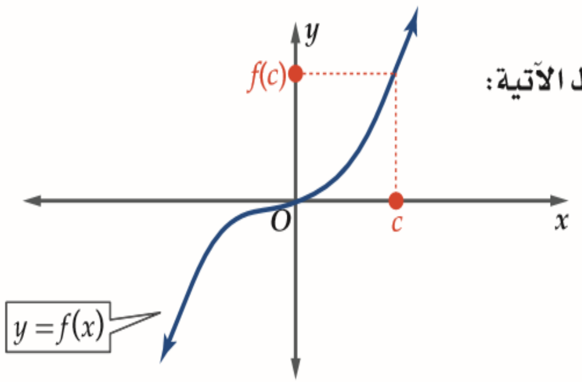
لاحظ أنه بالنسبة إلى التمثيلات البيانية للدوال التي لها انفصال قابل للإزالة، توجد نهاية $f(x)$ عند النقطة c ولكن إما أن تكون قيمة الدالة عند c غير معرفة، أو لا تكون قيمة $f(c)$ هي نفسها قيمة النهاية عند النقطة c. كما هو الحال مع التمثيل البياني الموضح.



استخدام النهايات لتحديد اتصال دالةٍ ما



ملخص المفهوم اختبار الاتصال



يقال: إن الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = c$ إذا حققت الشروط الآتية:

- $f(x)$ معرّفة عند c، أي أن $f(c)$ موجودة.
- $f(x)$ تقترب من القيمة نفسها عندما تقترب x من c من الجهتين. أي أن $\lim_{x \to c} f(x)$ موجودة.
- $\lim_{x \to c} f(x) = f(c)$.

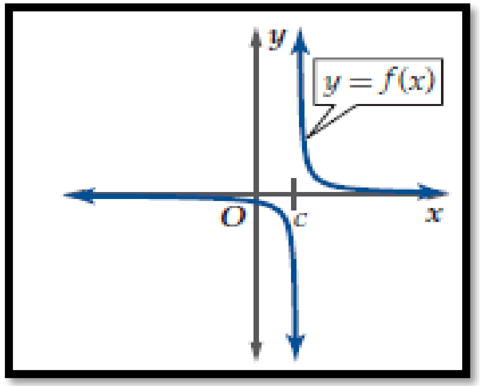
$f(5) = 3$ $\quad$ $\lim_{x \to 5} f(x) = 3$

$\lim_{x \to 5^+} f(x) = 2.5$

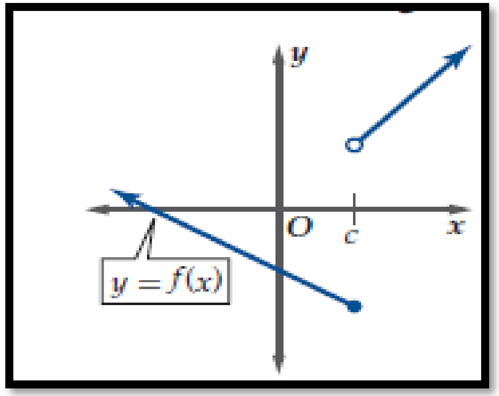
أنواع عدم الاتصال

انفصال غير قابل للإزالة

لا نهائي

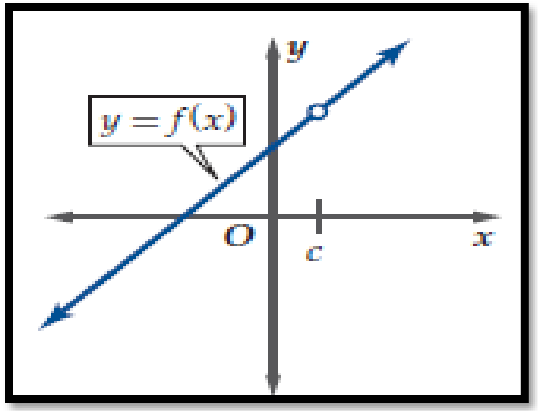


قفزي



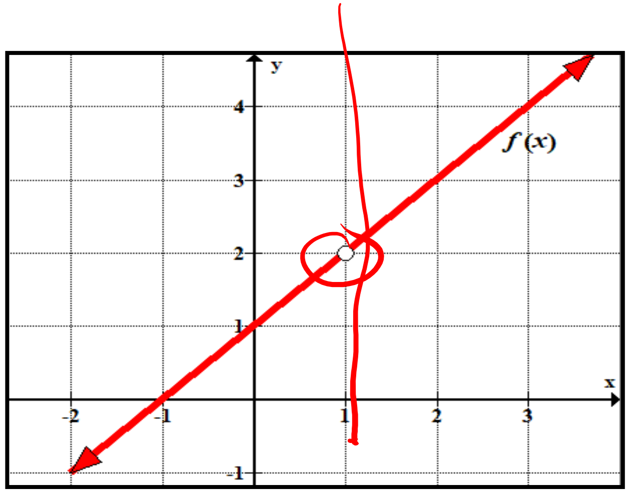
انفصال قابل للإزالة

فجوة



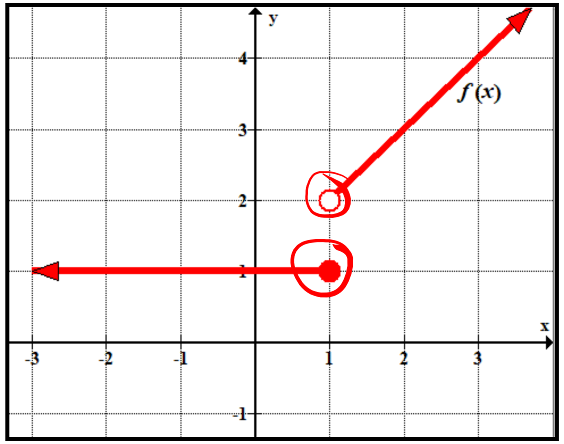
استخدام النهايات لتحديد اتصال دالةٍ ما

حدد نوع الانفصال ونقاط الانفصال لكل دالة مما يلي:



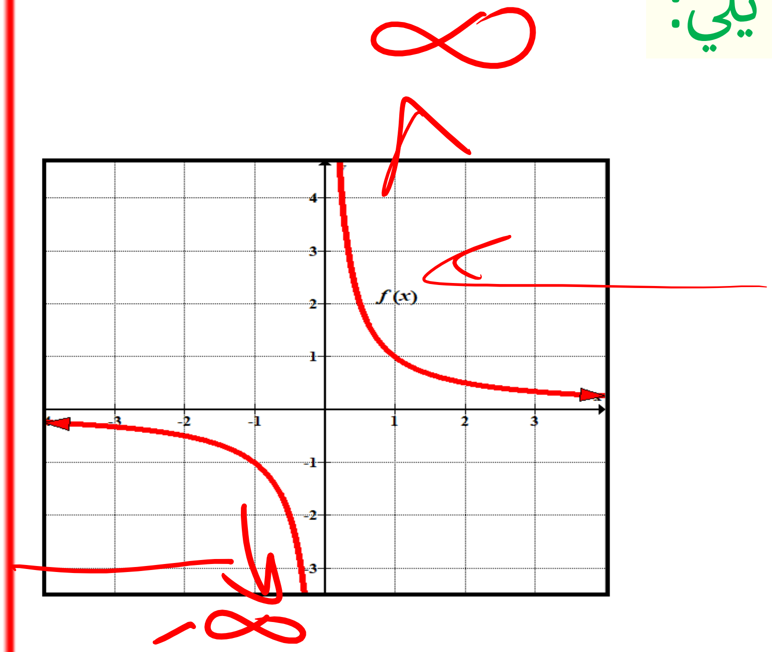
انفصال قابل للإزالة (فجوة)

$x = 1$



انفصال قفزي

$x = 1$



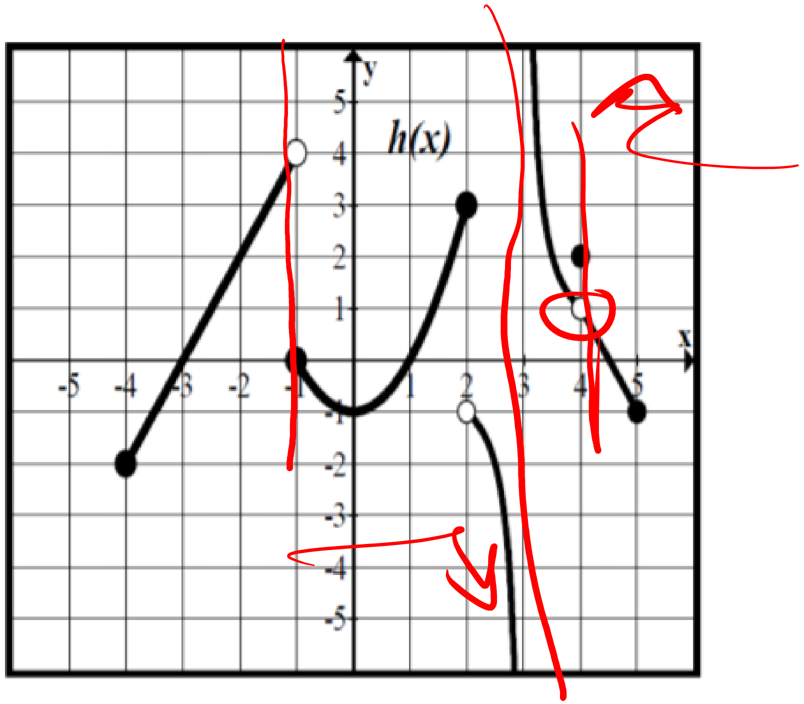
انفصال لا نهائي

$x = 0$

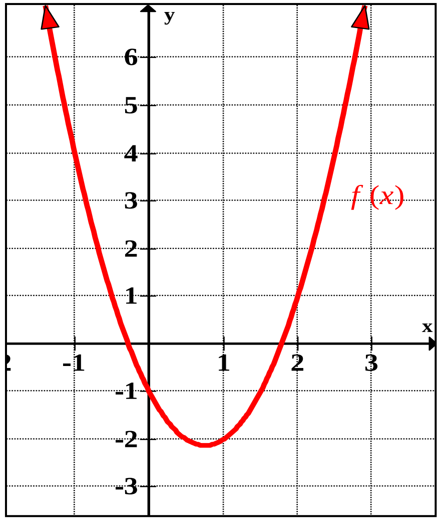
استخدام النهايات لتحديد اتصال دالةٍ ما

اعتماداً على الرسم البياني للدالة $h\,(x)$ ، حدد نقاط الانفصال ونوعها:

نقاط الانفصال	نوع الانفصال
$x = -1$	انفصال قفزي (غير قابل للإزالة)
$x = 2$	Ă^7}¥⁴ 75§*9ƒ71Å5¥695*165} صفر
$x = 3$	Ă^7}¥⁴ 75§*9ƒ71 Å6]*05⁵ 5*165}
$x = 4$	Ă¶1℗5Å^7}¥⁴ 75§*95*165}



مثال: حدد ما إذا كانت الدالة $f(x) = 2x^2 - 3x - 1$ متصلة عند $x = 2$. برر إجابتكِ باستخدام اختبار الاتصال.



1) هل $f(2)$ موجودة؟ $f(2) = 2(2)^2 - 3(2) - 1 = 1$

$\cancel{8} - \cancel{6} - 1 =$

x تقترب من 2 → ← x تقترب من 2

x	1.9	1.99	1.999	2	2.001	2.01	2.1
$f(x)$	0.52	0.95	0.995		1.005	1.05	1.52

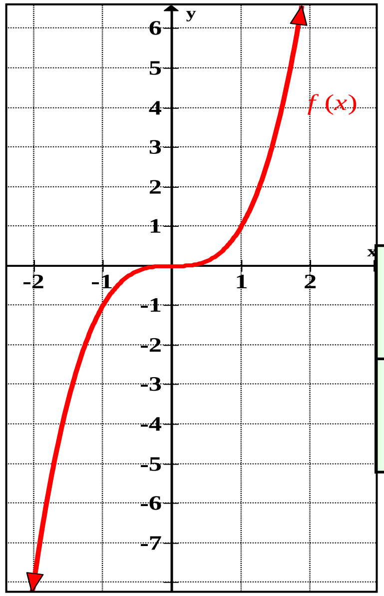
1 = 1

2) هل $\lim_{x\to 2} f(x)$ موجودة؟ $\lim_{x\to 2} f(x) = 1$

إذاً، الدالة متصلة عند $x = 2$

3) هل $\lim_{x\to 2} f(x) = f(2)$ ؟ $\lim_{x\to 2} f(x) = f(2) = 1$

حدد ما إذا كانت الدالة $f(x) = x^3$ متصلة عند $x = 0$. برر إجابتكِ باستخدام اختبار الاتصال.



1) هل $f(0)$ موجودة؟ $f(0) = (0)^3 = 0$

x تقترب من 0 ← ← x تقترب من 0

x	-0.1	-0.01	-0.001	0	0.001	0.01	0.1
$f(x)$	-0.001	-1×10^{-6}	-1×10^{-9}		1×10^{-9}	1×10^{-6}	0.001

0 = 0

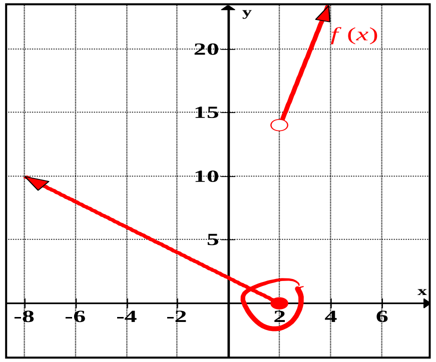
2) هل $\lim_{x\to0} f(x)$ موجودة؟ $\lim_{x\to0} f(x) = 0$

3) هل $\lim_{x\to0} f(x) = f(0)$ ؟ $\lim_{x\to0} f(x) = f(0) = 0$

إذاً، الدالة متصلة عند $x = 0$

حدد ما إذا كانت كل دالة من الدوال الآتية متصلة عند قيم x المحددة أم لا. برر إجابتك باستخدام اختبار الاتصال:

b) $f(x) = \begin{cases} 5x+4 & , x > 2 \\ 2-x & , x \le 2 \end{cases}$, $x = 2$ عند



x تقترب من 2 → ← x تقترب من 2

x	1.9	1.99	1.999	2	2.001	2.01	2.1
$f(x)$	0.1	0.01	$1 \times 10^{-3} =$ 0.001		14.005	14.05	14.5

$\lim_{x\to 2^-} f(x) = 0$ 0 $\neq$ 14 $\lim_{x\to 2^+} f(x) = 14$

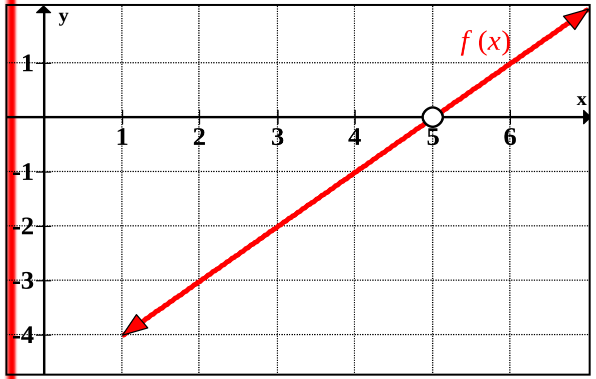
➢ $f(2) = 2 - 2 = 0$

➢ $\lim_{x\to 2} f(x)$: غير موجودة

إذاً، الدالة غير متصلة عند $x = 2$ ، نوع الانفصال: انفصال قفزي

حدد ما إذا كانت كل دالة من الدوال الآتية متصلة عند قيم x المحددة أم لا. برر إجابتك باستخدام اختبار الاتصال:

c) $f(x) = \dfrac{x^2-25}{x+5}$, $x = -5$ عند



➢ $f(-5) = \dfrac{(-5)^2-25}{-5+5} = \dfrac{0}{0}$ غير معرفة

x تقترب من -5 → ← x تقترب من -5

x	-5.1	-5.01	-5.001	-5	-4.999	-4.99	-4.9
$f(x)$	-10.1	-10.01	-10.001		-9.999	-9.99	-9.9

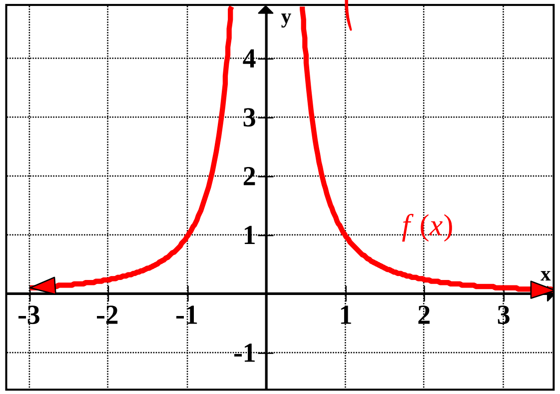
$\lim_{x\to -5^-} f(x) = -10$ -10 = -10 $\lim_{x\to -5^+} f(x) = -10$

$f(-5)$ غير موجودة، إذاً الدالة منفصلة عند $x = -5$

➢ $\lim_{x\to -5} f(x) = -10$

إذاً، الدالة منفصلة عند $x = -5$ ، نوع الانفصال: انفصال قابل للإزالة (فجوة)

d) $f(x) = \frac{1}{x^2}$, $x = 0$ عند



➢ $f(0) = \frac{1}{0^2} = \frac{1}{0}$

غير معرفة

x تقترب من 0 −

x تقترب من 0 +

x	-0.1	-0.01	-0.001	0	0.001	0.01	0.1
$f(x)$	100	10000	1000000		1000000	10000	100

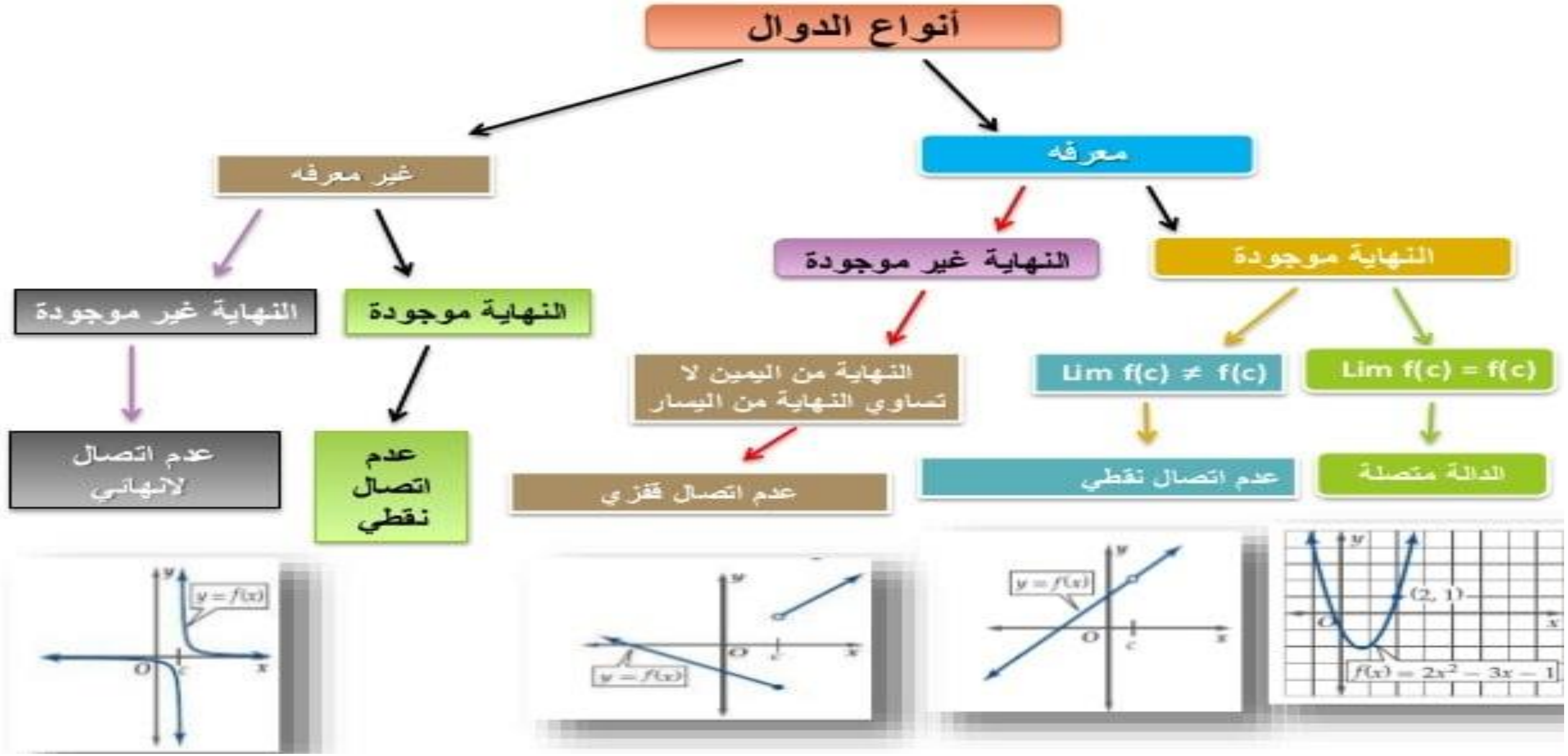
∞ ∞

$\lim_{x\to0^-} f(x) = \infty$ $\lim_{x\to0^+} f(x) = \infty$

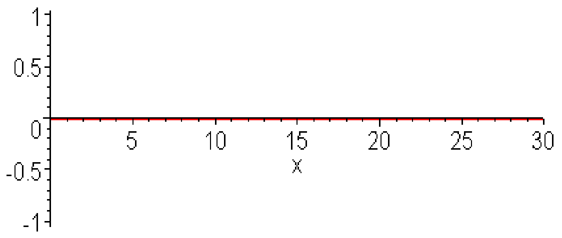
➢ $\lim_{x\to0} f(x) = \infty$

$f(0)$ غير موجودة، إذاً الدالة منفصلة عند $x = 0$

إذاً، الدالة منفصلة عند $x = 0$ ، نوع الانفصال: انفصال لا نهائي


أنواع الدوال
غير معرفه
معرفه
النهاية غير موجودة
النهاية موجودة
النهاية غير موجودة
النهاية موجودة
عدم اتصال لانهائي
عدم اتصال نقطي
النهاية من اليمين لا تساوي النهاية من اليسار
Lim f(c) ≠ f(c)
Lim f(c) = f(c)
عدم اتصال قفزي
عدم اتصال نقطي
الدالة متصلة
y = f(x)
y = f(x)
y = f(x)
(2, 1)
f(x) = 2x² − 3x − 1

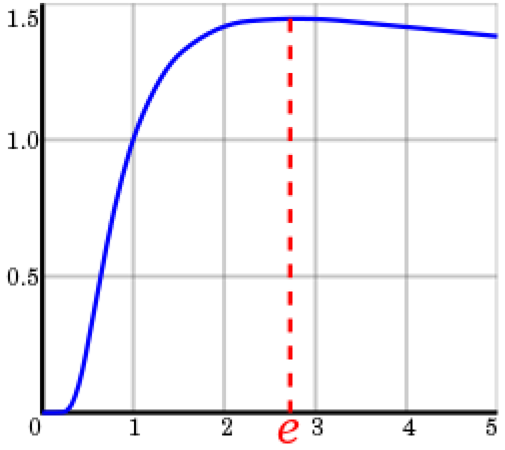
AMR MATH



الوحدة: الأولى

الثاني عشر العام

12



3

الحادي عشر المتقدم

11

عنوان الدرس: الاتصال والسلوك الطرفي والنهايات

أ.عمرو البيومي

0544560575

نواتج التعلم

في نهاية هذا الدرس ستكون قادراً على :

1. تطبيق نظرية القيمة المتوسطة على الدوال المتصلة.
2. استخدام النهايات لوصف السلوك الطرفي للدوال.

نظرية القيمة المتوسطة

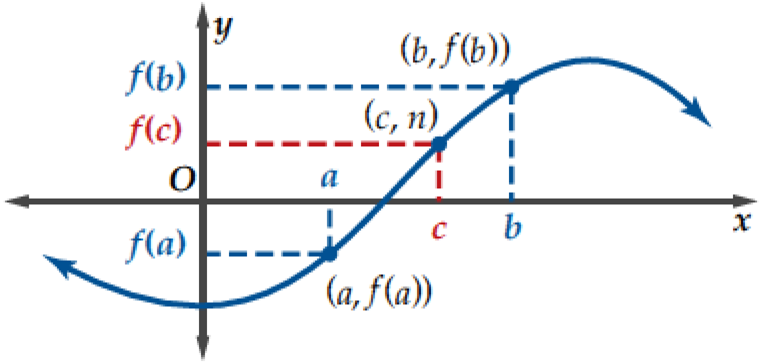
تستعمل نظرية القيمة المتوسطة ونتيجتها لتقريب أصفار الدوال المتصلة .

نظرية

نظرية القيمة المتوسطة

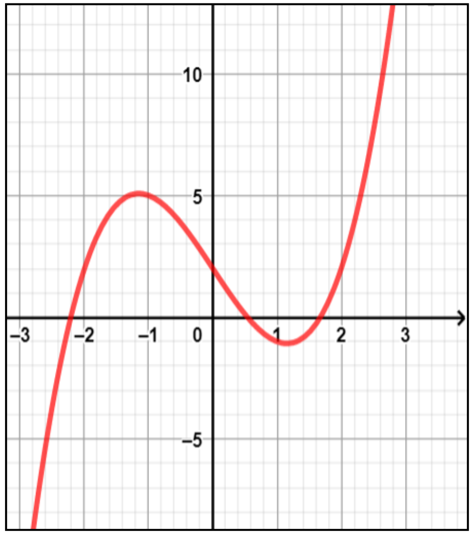
إذا كانت $f(x)$ دالة متصلة، وكانت $a < b$ ووجدت قيمة n بين $f(a)$ و $f(b)$ فإنه يوجد عدد c بين a وَ b، بحيث $f(c) = n$.

نتيجة (موقع صفر الدالة): إذا كانت $f(x)$ دالة متصلة وكان $f(a)$ و $f(b)$ مختلفين في الإشارة، فإنه يوجد عدد واحد على الأقل c بين a و b، بحيث $f(c) = 0$. أي يوجد صفر للدالة بين a و b.



مثال: حدد الأعداد الصحيحة المتتالية التي تنحصر بينها الأصفار الحقيقية للدالة :

$$f(x) = x^3 - 4x + 2 \quad ; [-4 , 4]$$



x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	-46	-13	2	5	2	-1	2	17	50

١ ٢ ٣

✓ للدالة صفر حقيقي بين $-3 , -2$

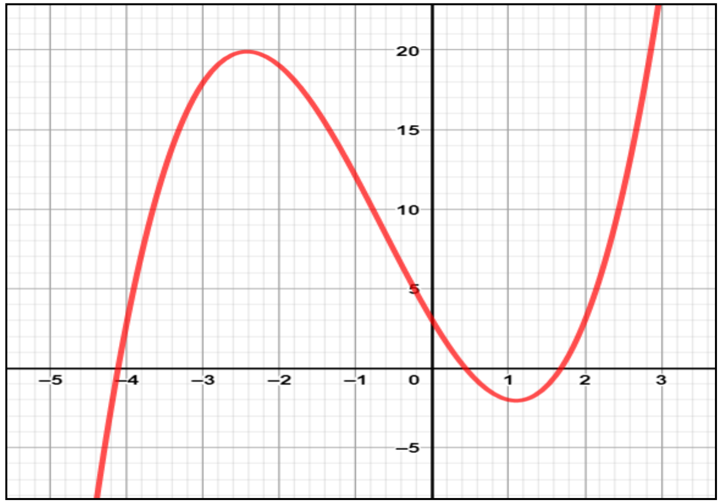
✓ للدالة صفر حقيقي بين $0 , 1$

✓ للدالة صفر حقيقي بين $1 , 2$

حدد الأعداد الصحيحة المتتالية التي تنحصر بينها الأصفار الحقيقية للدالة :

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 8x + 3 \quad ; [-6, 4]$$

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	-93	-32	3	18	19	12	3	-2	3	24	67
		-	+	+	+	+	+	-	+	+	+



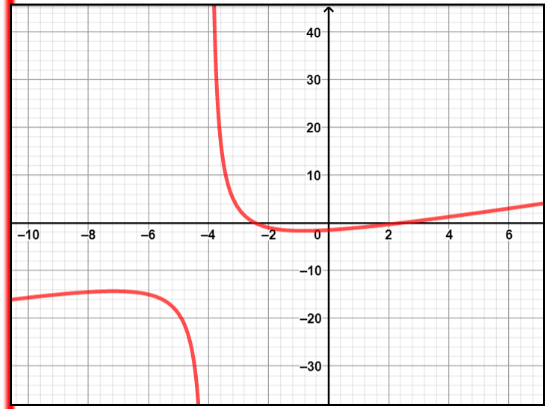
✓ للدالة صفر حقيقي بين $-4, -5$

✓ للدالة صفر حقيقي بين $0, 1$

✓ للدالة صفر حقيقي بين $1, 2$

حدد الأعداد الصحيحة المتتالية التي تنحصر بينها الأصفار الحقيقية للدالة :

$$f(x) = \frac{x^2-6}{x+4} ; [-3 , 4]$$



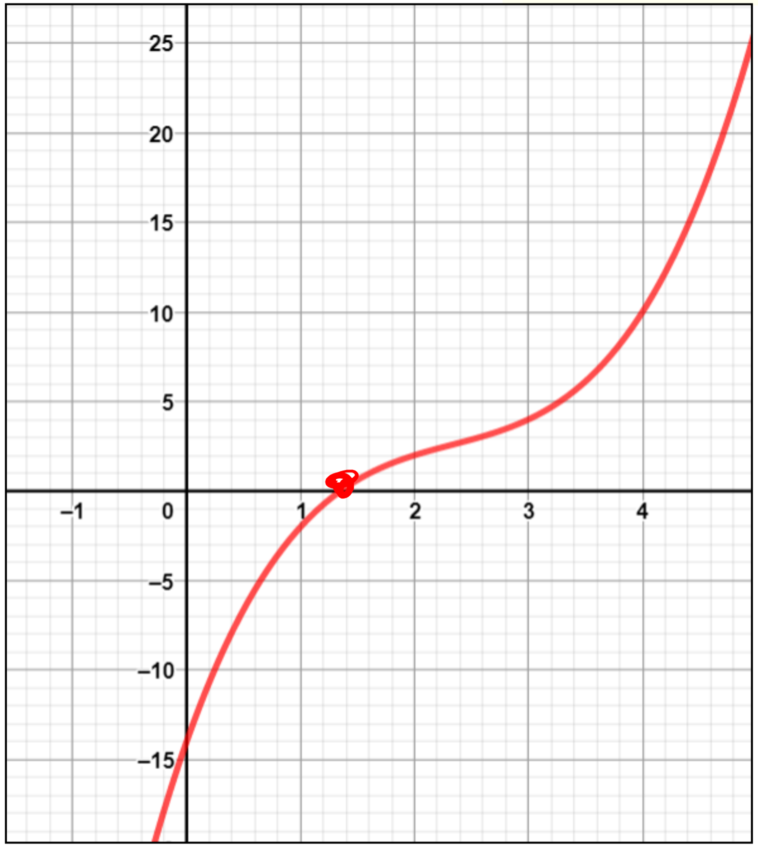
x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	3	-1	-1.67	-1.5	-1	-0.33	0.43	1.25

✓ للدالة صفر حقيقي بين $2 , 3$

✓ للدالة صفر حقيقي بين $-2 , -3$

حدد الأعداد الصحيحة المتتالية التي تنحصر بينها الأصفار الحقيقية للدالة :

$f(x) = x^3 - 7x^2 + 18x - 14 \quad ; [\,0\,,4\,]$



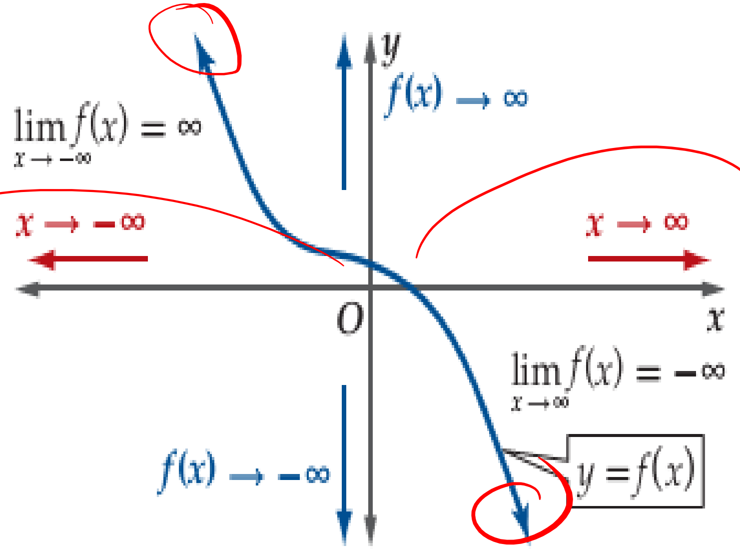
x	0	1	2	3	4
$f(x)$	-14	-2	2	4	10

✓ للدالة صفر حقيقي بين 1 ,2

سلوك طرفي التمثيل البياني: يصف **سلوك طرفي التمثيل البياني** شكل الدالة عند طرفي منحناها، أي أنه يصف قيم $f(x)$ عندما تزداد قيم x أو تنقص بلا حدود، أي عندما تقترب x من ∞ أو $-\infty$. ولوصف سلوك طرفي التمثيل البياني يمكنك استعمال مفهوم النهاية.

سلوك طرف التمثيل البياني من اليسار

$$\lim_{x \to -\infty} f(x)$$



سلوك طرف التمثيل البياني من اليمين

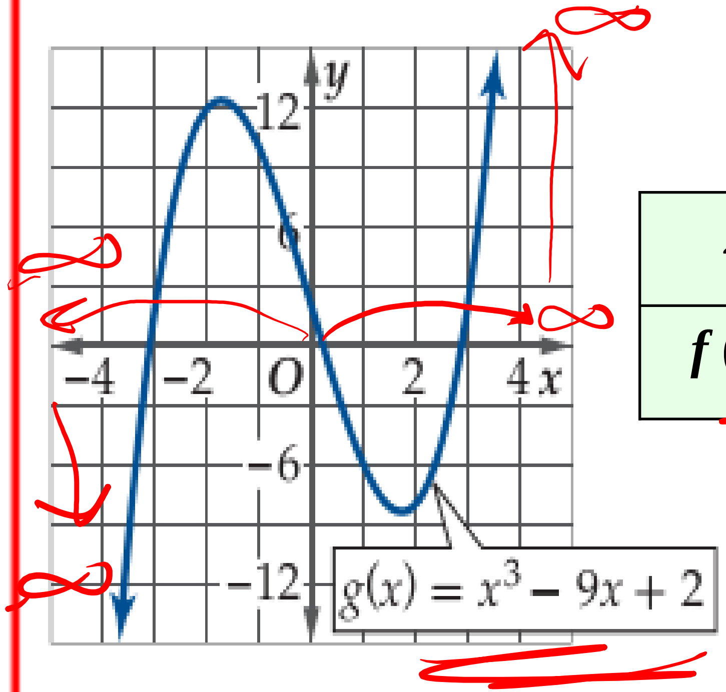
$$\lim_{x \to \infty} f(x)$$

قراءة الرياضيات

النهايات:

تقرأ العبارة $\lim_{x \to \infty} f(x)$ نهاية $f(x)$ عندما تقترب x من موجب ما لانهاية. وتقرأ العبارة $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ نهاية $f(x)$ عندما تقترب x من سالب ما لانهاية.

استخدم الرسم البياني لكل دالة من الدوال الآتية لوصف السلوك الطرفي الخاص بها، ثم عزز إجابتك عددياً.



عددياً:

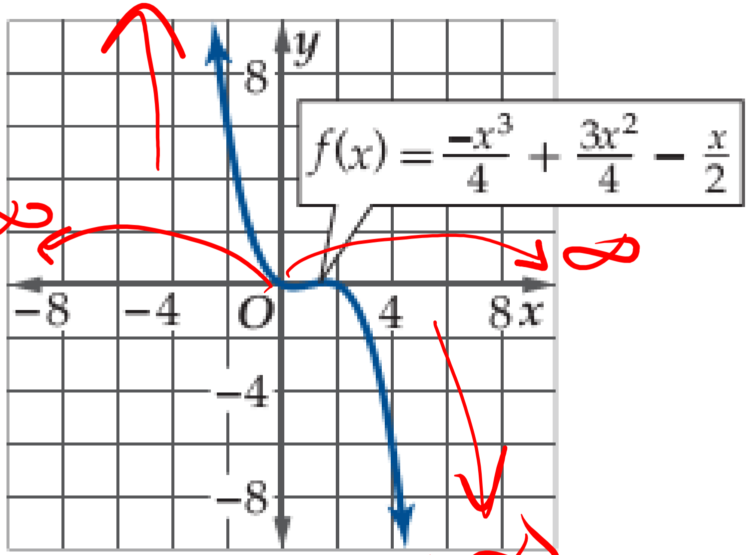
x	-10000	-1000	-100	0	100	1000	10000
$f(x)$	-9.9×10^{11}	−999990998	−999098	2	999102	999991002	9.9×10^{11}

بيانياً:

الطرف الأيمن : $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$

الطرف الأيسر : $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

استخدم الرسم البياني لكل دالة من الدوال الآتية لوصف السلوك الطرفي الخاص بها، ثم عزز إجابتك عددياً.



بيانياً:

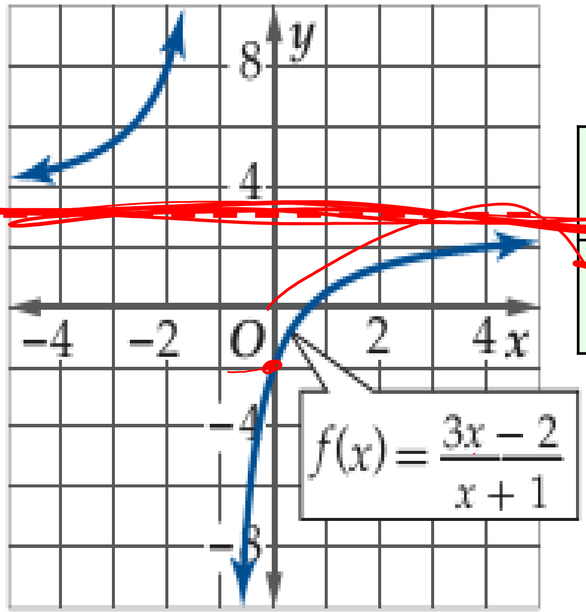
الطرف الأيمن : $\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$

الطرف الأيسر : $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$

عددياً:

x	$f(x)$
$-10,000$	$2.5 \cdot 10^{11}$
-1000	$2.5 \cdot 10^{8}$
0	0
1000	$-2.5 \cdot 10^{8}$
$10,000$	$-2.5 \cdot 10^{11}$

استخدم الرسم البياني لكل دالة من الدوال الآتية لوصف السلوك الطرفي الخاص بها، ثم عزز إجابتك عددياً.



عددياً:

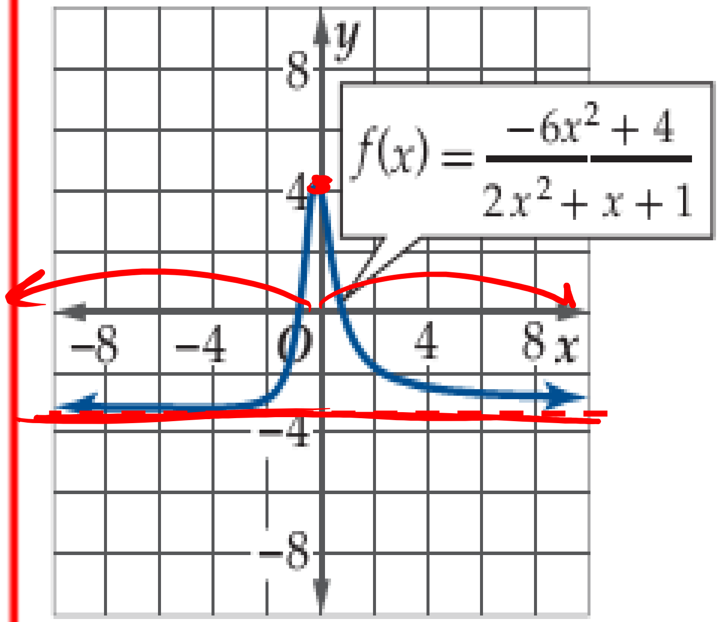
x	-10000	-1000	-100	0	100	1000	10000
$f(x)$	3.0005	3.005	3.05 3	-2	2.95	2.995 3	2.999

بيانياً:

الطرف الأيمن : $\lim_{x\to\infty} f(x) = 3$

الطرف الأيسر : $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 3$

استخدم الرسم البياني لكل دالة من الدوال الآتية لوصف السلوك الطرفي الخاص بها، ثم عزز إجابتك عددياً.



بيانياً:

الطرف الأيمن : $\lim_{x\to\infty} f(x) = -3$

الطرف الأيسر : $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -3$

عددياً:

x	f(x)
−10,000	−3.0001
−1000	−3.001
0	4
1000	−2.998
10,000	−2.9998

$-\infty$ -3

∞ -3

المادة الدراسية			
الرياضيات (الثاني عشرعام)			
عنوان الدرس	نتاجات الدرس	-استخدام النهايات لتحديد اتصال دالة ما وتطبيق نظرية القيمة المتوسطة على الدوال المتصلة. -استخدام النهايات لوصف السلوك الطرفي للدوال.	
1-3 الاتصال والسلوك الطرفي والنهايات			
التهيئة الحافزة	عنوان النشاط	التطبيق الالكتروني المستخدم	
	-استكشاف عنوان الدرس من خلال لعبة التركيب.	jigsawplanet-	
استراتيجية التعلم	اسم الاستراتيجية	التطبيق الالكتروني المستخدم	
	-الحوار والمناقشة. -الاستنتاج والاستقراء.	- lms منصة التيمز livework sheet- -	
إجراءات الدرس	- عرض عدة صور لتوضيح مفهوم الاتصال. - عرض قصة للوصول لمفهوم النهاية وأنواع عدم الاتصال. - تقديم المفهوم الأساسي لأنواع الانفصال ومناقشة مثال عليها ثم توجيه الطالبات لحل تمرين على الورقة التفاعلية (liveworksheet). - تقديم المفهوم الأساسي لاختبار الاتصال ثم مناقشة مثال 1 صفحة 25 وتوجيه الطالبات لحل التمارين الموجهة. - مناقشة مثال 2 صفحة 26 وتكليف الطالبات بحل التمارين الموجهة. - عرض نظرية القيمة المتوسطة ومناقشة مثال 3 صفحة 27 ثم تكليف الطالبات بحل التمارين الموجهة. - توجيه الطالبات لحل تمارين (المستويات) على الورقة التفاعلية (liveworksheet). - مناقشة السلوك الطرفي للدوال وعرض أمثلة الكتاب 4 و 5 صفحة 28-29 وتكليف الطالبات بحل التمارين الموجهة. - التقييم الختامي على الورقة التفاعلية (liveworksheet) و استطلاع على بوابة التعلم الذكي.		
التأمل في الدرس	-مواضيع الدرس ممتعة وعرضها مناسب.	- الأهداف واضحة ومتسقة مع الأمثلة.	

مثال 2 تحديد نوع عدم الاتصال عند نقطة

حدد ما إذا كانت كل من الدالتين الآتيتين متصلة عند قيم x المعطاة. برر إجابتك باستعمال اختبار الاتصال، واذا كانت الدالة غير متصلة، فحدّد نوع عدم الاتصال: لانهائي ، قفزي ، قابل للإزالة.

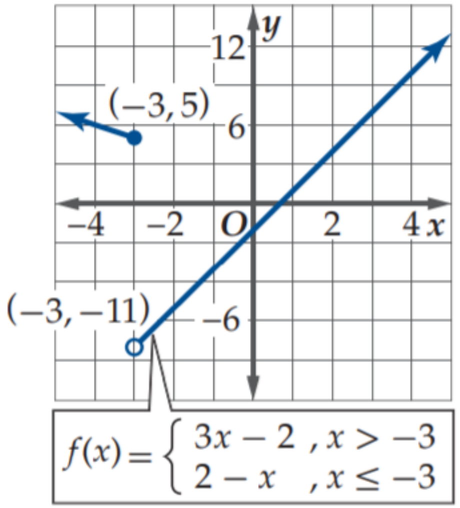
a) $f(x)=\begin{cases}3x-2 & , \quad x>-3\\ 2-x & , \quad x\le -3\end{cases}$ عند $x=-3$.

1) $f(-3)$ موجودة؛ لأن $f(-3)=5$.

2) ابحث في قيم الدالة عندما تقترب x من -3 .

x	-3.1	-3.01	-3.001	-3.0	-2.999	-2.99	-2.9
$f(x)$	5.1	5.01	5.001		-10.997	-10.97	-10.7

5 $\neq$ -11



الشكل 1.3.2

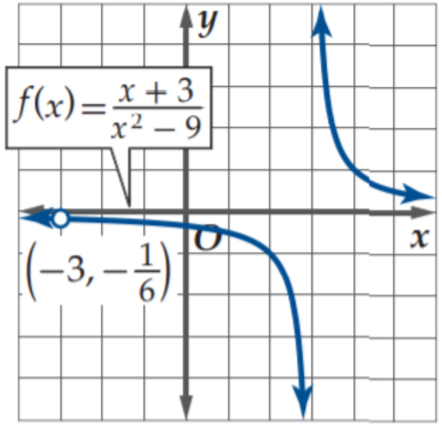
$\lim_{x\to 3} f(x) =$ غير موجودة

للدالة $f(x)$ عدم اتصال قفزي عند $x=-3$.

مثال 2 تحديد نوع عدم الاتصال عند نقطة

حدد ما إذا كانت كل من الدالتين الآتيتين متصلة عند قيم x المعطاة. برر إجابتك باستعمال اختبار الاتصال، واذا كانت الدالة غير متصلة، فحدّد نوع عدم الاتصال: لانهائي ، قفزي ، قابل للإزالة.

b) $f(x) = \frac{x+3}{x^2-9}$ عند $x = -3$, $x = 3$.



الشكل 1.3.3

عند $x = 3$

1) $f(3) = \frac{6}{0}$، وهي غير معرفة، أي أن $f(3)$ غير موجودة، وعليه تكون $f(x)$ غير متصلة عند $x = 3$.

2) ابحث في قيم الدالة عندما تقترب x من 3.

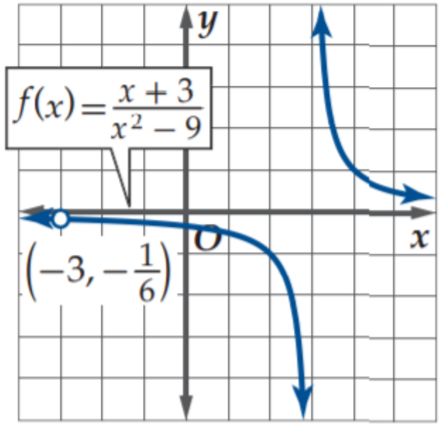
x	2.9	2.99	2.999	3.0	3.001	3.01	3.1
$f(x)$	−10	−100	−1000		1000	100	10

يُظهر الجدول أن قيم $f(x)$ تتناقص بلا حدود عندما تقترب x من 3 من اليسار، وأن قيم $f(x)$ تتزايد بلا حدود عندما تقترب x من 3 من اليمين، وعليه، فإن $\lim_{x\to 3} f(x)$ غير موجودة.

3) للدالة $f(x)$ عدم اتصال لانهائي عند $x = 3$ ؛ لأن قيم $f(x)$ تتناقص دون توقف عندما تقترب x من 3 من اليسار، وتتزايد بلا توقف عندما تقترب x من 3 من اليمين. ويوضّح المنحنى في الشكل 1.3.3 هذا السلوك.

مثال 2 تحديد نوع عدم الاتصال عند نقطة

حدد ما إذا كانت كل من الدالتين الآتيتين متصلة عند قيم x المعطاة. برر إجابتك باستعمال اختبار الاتصال، واذا كانت الدالة غير متصلة، فحدّد نوع عدم الاتصال: لانهائي ، قفزي ، قابل للإزالة.



الشكل 1.3.3

b) $f(x) = \frac{x+3}{x^2-9}$ عند $x = -3$, $x = 3$.

عند $x = -3$

1) $f(-3) = \frac{0}{0}$ وهي غير معرفة، أي أن $f(-3)$ غير موجودة. وعليه تكون $f(x)$ غير متصلة عند $x = -3$.

2) ابحث في قيم الدالة عندما تقترب x من -3.

x	-3.1	-3.01	-3.001	-3.0	-2.999	-2.99	-2.9
$f(x)$	-0.164	-0.166	-0.167		-0.167	-0.167	-0.169

يُظهر الجدول أن قيم الدالة $f(x)$ تقترب من -0.167 عندما تقترب x من -3 من الجهتين، أي أن $\lim_{x\to -3} f(x) \approx -0.167 \approx -\frac{1}{6}$.

3) $f(x)$ غير متصلة عند $x = -3$ ؛ لأن $f(-3)$ غير موجودة، وبما أن $\lim_{x\to -3} f(x)$ موجودة، فإن عدم الاتصال قابل للإزالة عند $x = -3$. ويوضّح المنحنى في الشكل 1.3.3 هذا السلوك.

مثال 3 الأصفار التقريبية

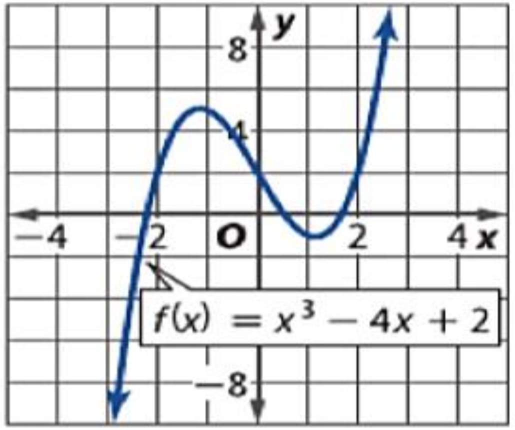
حدّد الأعداد الصحيحة المتتالية التي تنحصر بينها الأصفار الحقيقية لكل دالة على الفترة المعينة.

a. $f(x) = x^3 - 4x + 2;\ [-4, 4]$

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
$f(x)$	−46	−13	2	5	2	−1	2	17	50

لأن $f(-3)$ سالبة و $f(-2)$ موجبة. حسب مبدأ تحديد الموقع. $f(x)$ لها صفر بين -3 و -2. وتتغير علامة قيمة $f(x)$ أيضا بالنسبة إلى $0 \le x \le 1$ و $1 \le x \le 2$. ويشير هذا إلى وجود أصفار حقيقية في هاتين الفترتين.

ويدعم التمثيل البياني لـ $f(x)$ الموضح على اليسار استنتاج أن هناك أصفارًا حقيقية بين -3 و -2, 0 و 1 و 1 و 2.

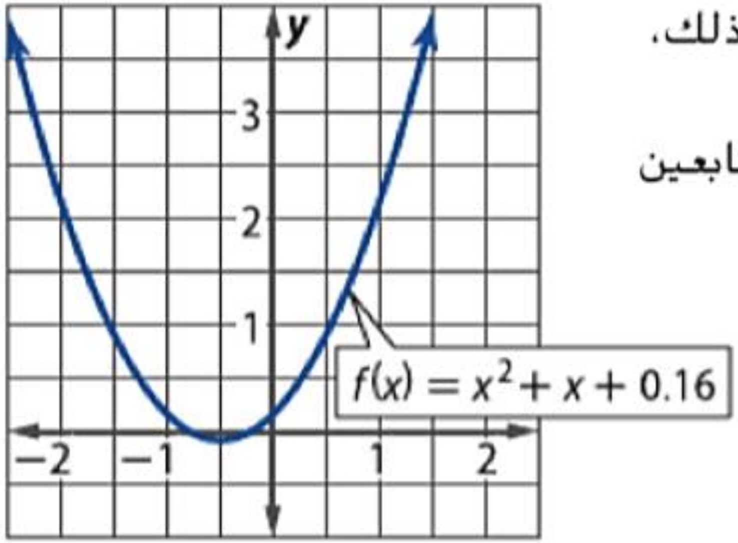


مثال 3 الأصفار التقريبية

حدّد الأعداد الصحيحة المتتالية التي تنحصر بينها الأصفار الحقيقية لكل دالة على الفترة المعينة.

b. $f(x) = x^2 + x + 0.16; [-3, 3]$

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$f(x)$	6.16	2.16	0.16	0.16	2.16	6.16	12.16

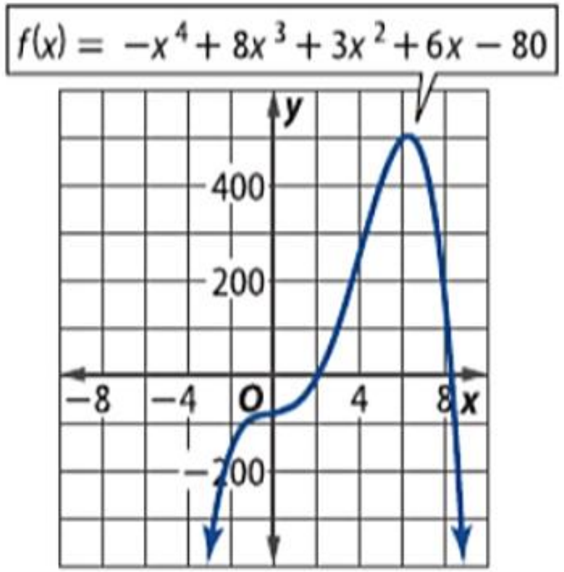


لا تتغير علامة قيم $f(x)$ بالنسبة إلى قيم x المستخدمة. على الرغم من ذلك، بينما تقترب قيم x من −1 من اليسار، تتناقص $f(x)$ ثم تبدأ في التزايد عند $x = 0$. إذًا، ربما توجد أصفار حقيقية بين العددين الصحيحين المتتابعين −1 و 0. مثّل الدالة بيانيًا للتحقق.

يقطع التمثيل البياني لـــ $f(x)$ محور x مرتين في الفترة $[-1, 0]$. وبذلك توجد أصفار حقيقية بين −1 و 0.

مثال 4 التمثيلات البيانية التي تقترب من ما لانهاية

استخدم التمثيل البياني لـ $f(x) = -x^4 + 8x^3 + 3x^2 + 6x - 80$ لوصف سلوكها الطرفي. ادعم فرضيتك بالأرقام.



التحليل بيانيًا

في التمثيل البياني لـ $f(x)$، يظهر أن $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \to \infty} f(x) = -\infty$.

الدعم بالأرقام

ضع جدولاً بالقيم لاستكشاف قيم الدالة مع تزايد $|x|$. بمعنى، استكشف قيمة $f(x)$ بينما تصبح x أكبر وأكبر أو تصبح سالبة بدرجة أكبر.

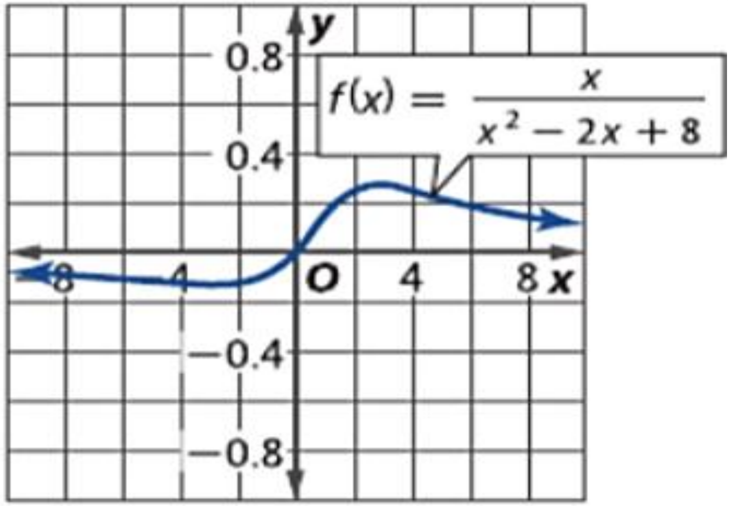
x تقترب من $-\infty$ ← | → x تقترب من ∞

x	−10,000	−1000	−100	0	100	1000	10,000
$f(x)$	$-1 \cdot 10^{16}$	$-1 \cdot 10^{12}$	$-1 \cdot 10^{8}$	−80	$-1 \cdot 10^{8}$	$-1 \cdot 10^{12}$	$-1 \cdot 10^{16}$

يشير نمط المخرجات إلى أنه مع اقتراب x من $-\infty$، فإن $f(x)$ تقترب من $-\infty$ ومع اقتراب x من ∞، فإن $f(x)$ تقترب من $-\infty$. ويدعم هذا الفرضية.

مثال 5 التمثيلات البيانية التي تقترب من قيمة محددة

استخدم التمثيل البياني لـ $f(x) = \frac{x}{x^2 - 2x + 8}$ لوصف سلوكها الطرفي.
ادعم الفرضية بالأرقام.



التحليل بيانيًا

في التمثيل البياني لـ $f(x)$، يظهر أن $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$
و $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$.

الدعم بالأرقام

x تقترب من $-\infty$						x تقترب من ∞
x	−10,000	−1000	−100	0	100	1000	10,000
$f(x)$	$-1 \cdot 10^{-4}$	−0.001	−0.01	0	0.01	0.001	$1 \cdot 10^{-4}$

يشير نمط المخرجات إلى أنه مع اقتراب x من $-\infty$، فإن $f(x)$ تقترب من 0 ومع اقتراب x من ∞، فإن $f(x)$ تقترب من 0. ويدعم هذا الفرضية.

تعليم متمايز

نكتب جملة الأصفار
الحقيقية من اليسارلليمين

نقرب الأعداد لأقرب جزء
من مئة إذا لزم الأمر

Instagram

1- المجموعة الخضراء

https://www.liveworksheets.com/1-us2109282jm

Instagram

2- المجموعة الصفراء

https://www.liveworksheets.com/1-pz2109365ru

Instagram

3- المجموعة الحمراء

https://www.liveworksheets.com/1-vm2109383ns

Saturday, September 11, 2021