الوحدة 6

أنظمة المعادلات والمتباينات الخطية

chapter sourced from 6. Systems of Linear Equations and Inequalities, from Integrated Math I Chapter 6 © 2012

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

السابق

- قمت بحل المعادلات الخطية في متغير واحد.

الحالي

- بعد دراستك لهذه الوحدة ستكون قادراً على:
  - حل أنظمة المعادلات الخطية باستخدام التمثيل البياني والتعويض والحذف.
  - حل أنظمة المتباينات الخطية باستخدام التمثيل البياني.

لماذا؟ ▲

- **الموسيقى** تم بيع تذاكر بقيمة AED 1500 لمسابقة الفرق الموسيقية العسكرية. كانت تذاكر الكبار تتكلف AED 12 لكل تذكرة، وتذاكر الطلاب تتكلف AED 8 لكل تذكرة. فإذا علمت عدد التذاكر التي تم بيعها إجمالاً، يمكنك استخدام نظام المعادلات لتحديد عدد تذاكر الكبار وعدد تذاكر الطلاب التي تم بيعها.

Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

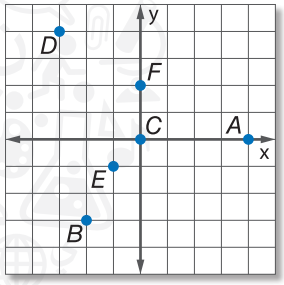
الاستعداد للوحدة

1 خيار الكتاب المدرسي

حل التدريب السريع أدناه وارجع إلى المراجعة السريعة للمساعدة.

تدريب سريع

اذكر الزوج المرتّب لكل نقطة على المستوى الإحداثي.



1. A
2. D
3. B
4. C
5. E
6. F

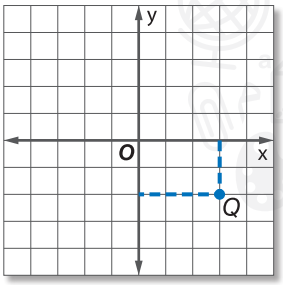
جـد الحل لكل معادلة أو صيغة لتحديد قيمة المتغير المحدد.

7. $2x + 4y = 12$, لإيجاد قيمة x
8. $x = 3y - 9$, لإيجاد قيمة y
9. $m - 2n = 6$, لإيجاد قيمة m
10. $y = mx + b$, لإيجاد قيمة x
11. $P = 2\ell + 2w$, لإيجاد قيمة ℓ
12. $5x - 10y = 40$, لإيجاد قيمة y
13. **الهندسة** صيغة مساحة المثلث هي $A = \frac{1}{2}bh$، حيث A تمثل المساحة، و b تمثل القاعدة، و h تمثل ارتفاع المثلث. جـد حل المعادلة لتحديد قيمة b.

مراجعة سريعة

مثال 1

اذكر الزوج المرتّب لـ Q على المستوى الإحداثي.



تتبع خطًا رأسيًا من النقطة إلى محور X. هذا يعني أن القيمة على الإحداثي X تساوي 3.

تتبع خطًا أفقيًا من النقطة إلى محور y. هذا يعني أن القيمة على الإحداثي y تساوي -2.

إذًا، الزوج المرتّب هو $(3, -2)$.

مثال 2

جـد حل $12x + 3y = 36$ لإيجاد قيمة y.

$12x + 3y = 36$	المعادلة الأصلية
$12x + 3y - 12x = 36 - 12x$	بطرح $12x$ من كلا الطرفين
$3y = 36 - 12x$	بسّط
$\frac{3y}{3} = \frac{36 - 12x}{3}$	اقسم كل طرف على 3
$y = 12 - 4x$	بسّط

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

البدء في هذه الوحدة

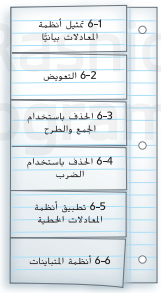
سوف تتعلم عدة مفاهيم ومهاراتٍ ومفرداتٍ جديدةٍ أثناء دراستك لهذه الوحدة. ولكي تستعد، حدّد المفرداتِ المهمّة ونظّم مواردك.

المطويات منظّم الدراسة

الدوال الخطية شكّل المطوية التالية لمساعدتك في تنظيم ملاحظات لهذه الوحدة عن حل أنظمة المعادلات والمتباينات. وابدأ بورقة من أوراق الدفتر.

1 **اطوِ** بالطول وصولاً إلى الثقوب.

2 **اقطع** الورقة إلى **6** تبويبات.



3 **سمِّ** التبويبات وفقًا لعناوين الدروس.

المفردات الجديدة

system of equations	نظام المعادلات
consistent	متوافق
independent	مستقل
dependent	غير مستقل
inconsistent	غير متوافق
substitution	التعويض
elimination	الحذف
matrix	مصفوفة
element	عنصر
dimension	بُعد
augmented matrix	مصفوفة موسعة
row reduction	تقليل الصفوف في المصفوفة
identity matrix	مصفوفة محايدة
system of inequalities	نظام المتباينات

مراجعة المفردات

المجال مجموعة المساقط الأولى للأزواج المرتبة في علاقة ما

التقاطع التمثيل البياني لمتباينة مركبة تحتوي على **و**، يكون الحل هو مجموعة العناصر المشتركة بين التمثيلين البيانيين

التناسب معادلة تفيد أن النسبتين متساويتان

تناسب

$$\frac{4}{5}=\frac{24}{30}$$

(6 ÷ فوق، 6 ÷ تحت)

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 6-1 تمثيل أنظمة المعادلات بيانيًّا

السابق

- لقد مثلت المعادلات الخطية بيانيًّا.

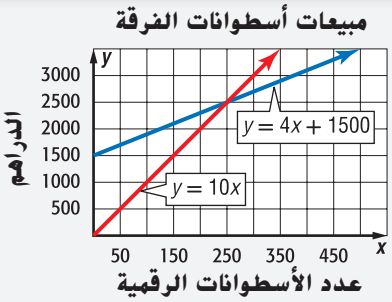
الحالي

1. تحديد عدد الحلول المتاحة لنظام معادلات خطية، إذا وجدت.
2. حل أنظمة المعادلات الخطية بالتمثيل البياني وتصنيفها وفق عدد الحلول.

لماذا؟

- تُعادل تكلفة البدء في إنتاج إسطوانات رقمية لإحدى الفرق الغنائية AED 1500. وكل أسطوانة تتكلف في إنتاجها AED 4 وتباع مقابل AED 10. تريد الفرقة أن تعرف عدد الأسطوانات التي يتعين عليها بيعها لكي تحقق مكسبًا.

قد يظهر التمثيل البياني لنظام المعادلات متى تحقق الشركة أرباحًا. ويمكن تمثيل تكلفة إنتاج الأسطوانة بالمعادلة $y = 4x + 1500$، حيث تمثل y تكلفة الإنتاج و x هي عدد الأسطوانات التي تم إنتاجها.



المفردات الجديدة

نظام المعادلات	system of equations
متوافق	consistent
مستقل	independent
تابع	dependent
غير متوافق	inconsistent

ممارسات في الرياضيات

بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.
البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك.

1 عدد الحلول المحتملة

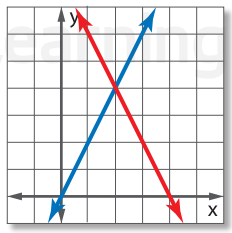
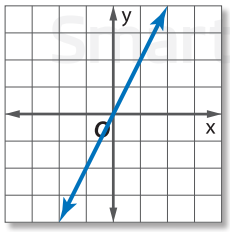
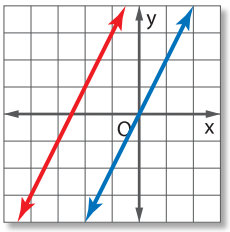
يمكن تمثيل الدخل الناتج من بيع الأسطوانات بالمعادلة $y = 10x$. حيث تمثل y إجمالي الدخل الناتج عن بيع الأسطوانات و x هي عدد الأسطوانات التي تم بيعها.

إذا مثلنا تلك المعادلات بيانيًّا، يمكننا معرفة النقطة التي تبدأ عندها الفرقة في تحقيق الربح. النقطة التي يتقاطع عندها التمثيلان البيانيان هي نقطة التعادل بالنسبة للفرقة. وهذا يحدث عندما تبيع الفرقة 250 أسطوانة. فإذا باعت أكثر من 250 أسطوانة، فسوف تبدأ في تحقيق الربح.

المعادلتان، $y = 4x + 1500$ و $y = 10x$، تشكلان **نظام معادلات**. الزوج المرتّب الذي يمثل حلاً لكلتا المعادلتين هو حل النظام. وقد يكون للنظام ذي المعادلتين الخطيتين حل واحد، أو عدد لا نهائي من الحلول، أو لا توجد له حلول.

- إذا كان للنظام حل واحد على الأقل، يقال إنه **متوافق**. تتقاطع التمثيلات البيانية عند نقطة واحدة أو تتواجد على الخط نفسه.
- إذا كان للنظام المتوافق حل واحد بالتحديد، يقال إنه **مستقل**. وإذا كان له عدد لا نهائي من الحلول، فهو **غير مستقل**. هذا يعني أن هناك عددًا غير محدود من الحلول التي تناسب كلتا المعادلتين.
- إن لم يكن للنظام حلول على الإطلاق، يقال إنه **غير متوافق**. حيث تكون التمثيلات البيانية متوازية.

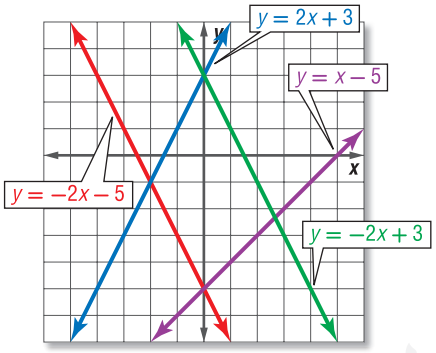
ملخص المفهوم الحلول المحتملة

عدد الحلول	واحد بالتحديد	عدد لا نهائي	لا يوجد حل
المصطلحات	متوافق ومستقل	متوافق وغير مستقل	غير متوافق
التمثيل البياني			

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 1 عدد الحلول

استخدم التمثيل البياني على اليسار لتحديد ما إذا كان كل نظام *متوافقًا* أم غير متوافق وما إذا كان *مستقلاً* أم غير مستقل.



a. $y = -2x + 3$
$y = x - 5$

بما أن التمثيلات البيانية لهذين المستقيمين تتقاطع عند نقطة واحدة، فهناك حل واحد بالتحديد. ومن ثم، فالنظام متوافق ومستقل.

b. $y = -2x - 5$
$y = -2x + 3$

بما أن التمثيلات البيانية لهذين المستقيمين متوازية، فلا توجد حلول لهذا النظام. ومن ثم، فالنظام غير متوافق.

تمرين موجّه

1A. $y = 2x + 3$
$y = -2x - 5$

1B. $y = x - 5$
$y = -2x - 5$

نصيحة دراسية

عدد الحلول عندما تكون المعادلتان بصيغة $y = mx + b$، فإن قيم m و b يمكن أن تحدد عدد الحلول.

قارن m و b	عدد الحلول
قيم m مختلفة	واحد
قيمة m نفسها، مع اختلاف قيم b	لا يوجد
قيمة m نفسها، وقيمة b نفسها	عدد لا نهائي

2 إيجاد الحل بالتمثيل البياني

من طرق حل أنظمة المعادلات تمثيل المعادلات بيانيًّا بحرص على الشبكة الإحداثية نفسها وإيجاد نقطة التقاطع فيها. هذه النقطة هي حل النظام.

مثال 2 إيجاد الحل باستخدام التمثيل البياني

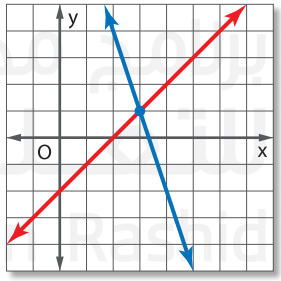
مثل كل نظام بيانيًّا وحدد عدد الحلول التي يتضمنها. وإذا كان له حل واحد، فاذكره.

a. $y = -3x + 10$
$y = x - 2$

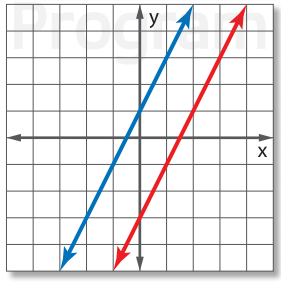
تظهر التمثيلات البيانية متقاطعة عند النقطة $(3, 1)$.
يمكنك التحقق من هذا بالتعويض عن 3 بـ x وعن 1 بـ y.

التحقق $y = -3x + 10$ — المعادلة الأصلية
$1 \stackrel{?}{=} -3(3) + 10$ — التعويض
$1 \stackrel{?}{=} -9 + 10$ — اضرب
$1 = 1$ ✓

$y = x - 2$ — المعادلة الأصلية
$1 \stackrel{?}{=} 3 - 2$ — التعويض
$1 = 1$ ✓ — اضرب



b. $2x - y = -1$
$4x - 2y = 6$



المستقيمات لها نفس الميل لكن لها تقاطعات y مختلفة، إذًا فالمستقيمات متوازية. وبما أنها غير متقاطعة، فلا يوجد حل في هذا النظام. والنظام غير متوافق.

مراجعة المفردات

المستقيمات المتوازية لا تتقاطع أبدًا ولها نفس الميل

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تمرين موجّه

مثل كل نظام بيانيًّا وحدد عدد الحلول التي يتضمنها. فإذا كان له حل واحد، فاذكره.

2A. $x - y = 2$
$3y + 2x = 9$

2B. $y = -2x - 3$
$6x + 3y = -9$

يمكننا استخدام ما نعرفه عن أنظمة المعادلات في حل كثير من مسائل الحياة اليومية التي تتضمن قيودًا ممثَلة بدالتين مختلفتين أو أكثر.

مثال 3 من الحياة اليومية كتابة نظام معادلات وإيجاد حله

الرياضة زاد عدد الفتيات المشاركات في مباريات كرة القدم وسباق المضمار والميدان بالمدرسة زيادة مطردة على مدار الأعوام القليلة الماضية. استخدم المعلومات المذكورة في الجدول للتنبؤ بالعام التقريبي الذي يتساوى فيه عدد الفتيات المشاركات في الرياضتين.

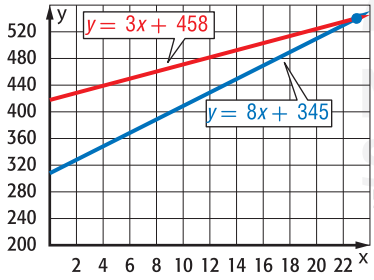
رياضات المدرسة الثانوية	عدد الفتيات المشاركات عام 2008 (آلاف)	متوسط معدل الزيادة (بالآلاف في كل عام)
كرة القدم	345	8
سباق المضمار والميدان	458	3

الشرح عدد الفتيات المشاركات — يساوي — معدل الزيادة — مضروبًا في — عدد الأعوام بعد 2008 — زائد — عدد المشاركات عام 2008.

المتغيرات بفرض أن y = عدد الفتيات المشاركات. بفرض أن x = عدد الأعوام بعد 2008.

المعادلات
كرة القدم: $y = 8 \times x + 345$
المضمار والملعب: $y = 3 \times x + 458$

مثّل بيانيًّا $y = 8x + 345$ و $y = 3x + 458$. تظهر التمثيلات البيانية متقاطعة عند نقطة (22.5, 525) تقريبًا.



التحقق استخدم التعويض للتحقق من هذه الإجابة.

$y = 3x + 458$ | $y = 8x + 345$

$525 \stackrel{?}{\approx} 3(22.5) + 458$ | $525 \stackrel{?}{=} 8(22.5) + 345$

$525 \approx 525.5$ ✓ | $525 = 525$ ✓

الحل يعني أنه بعد عام 2008 بـ 22 عامًا تقريبًا، أو في عام 2030، سيتساوى عدد الفتيات المشاركات في رياضة كرة القدم بالمدرسة الثانوية وسباق المضمار والميدان عند 525,000 تقريبًا.

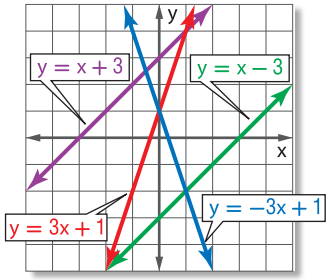
تمرين موجّه

3. ألعاب الفيديو يريد كل من إبراهيم وأحمد شراء لعبة فيديو. إبراهيم لديه AED 14 ويدخر AED 10 في الأسبوع. أما أحمد فلديه AED 26 ويدخر AED 7 في الأسبوع. ففي كم أسبوع سيصبح مع كل منهما نفس المبلغ؟

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

التحقق من فهمك

مثال 1 **استخدم التمثيل البياني على اليمين لتحديد ما إذا كان كل نظام *متوافقًا* أم *غير متوافق* وما إذا كان *مستقلاً* أم *غير مستقل*.**



1. $y = -3x + 1$
   $y = 3x + 1$

2. $y = 3x + 1$
   $y = x - 3$

3. $y = x - 3$
   $y = x + 3$

4. $y = x + 3$
   $x - y = -3$

5. $x - y = -3$
   $y = -3x + 1$

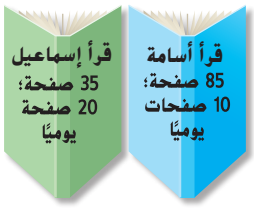
6. $y = -3x + 1$
   $y = x - 3$

مثال 2 **مثّل كل نظام بيانيًّا وحدّد عدد الحلول التي يتضمنها. فإذا كان له حل واحد، فاذكره.**

7. $y = x + 4$
   $y = -x - 4$

8. $y = x + 3$
   $y = 2x + 4$

مثال 3



9. **تمثيل النماذج** يقرأ إسماعيل وأسامة رواية مصورة.

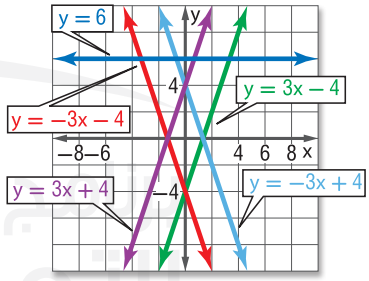
   a. اكتب معادلة تمثل الصفحات التي قرأها كل منهما.

   b. مثّل كل معادلة بيانيًّا.

   c. كم يمر من الوقت حتى يقرأ إسماعيل عددًا من الصفحات أكبر مما قرأه أسامة؟ تحقق وفسر حلك.

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **استخدم التمثيل البياني على اليمين لتحديد ما إذا كان كل نظام *متوافقًا* أم *غير متوافق* وما إذا كان *مستقلاً* أم *غير مستقل*.**



10. $y = 6$
    $y = 3x + 4$

11. $y = 3x + 4$
    $y = -3x + 4$

12. $y = -3x + 4$
    $y = -3x - 4$

13. $y = -3x - 4$
    $y = 3x - 4$

14. $3x - y = -4$
    $y = 3x + 4$

15. $3x - y = 4$
    $3x + y = 4$

مثال 2 **مثّل كل نظام بيانيًّا وحدّد عدد الحلول التي يتضمنها. فإذا كان له حل واحد، فاذكره.**

16. $y = -3$
    $y = x - 3$

17. $y = 4x + 2$
    $y = -2x - 3$

18. $y = x - 6$
    $y = x + 2$

19. $x + y = 4$
    $3x + 3y = 12$

20. $x - y = -2$
    $-x + y = 2$

21. $x + 2y = 3$
    $x = 5$

22. $2x + 3y = 12$
    $2x - y = 4$

23. $2x + y = -4$
    $y + 2x = 3$

24. $2x + 2y = 6$
    $5y + 5x = 15$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 3

25. جمع التبرعات بالمدرسة يتنافس أيمن ومحمود لمعرفة من يمكنه بيع العدد الأكبر من التذاكر لجمع تبرعات الشتاء. ففي يوم الاثنين، باع أيمن 22 تذكرة ثم باع 30 تذكرة كل يوم بعد ذلك. وباع محمود 53 تذكرة يوم الاثنين ثم باع 20 تذكرة كل يوم بعد ذلك.

a. اكتب معادلات لعدد التذاكر التي باعها كل منهما.

b. مثل كل معادلة بيانيًا.

c. جـــد حل نظام المعادلات. تحقق من حلك وفسره.

26. تمثيل النماذج إذا كان x هو عدد الأعوام منذ عام 2000 و y هو النسبة المئوية للأشخاص الذين يستخدمون خدمات السفر، فإن المعادلات التالية تمثل النسبة المئوية للأشخاص الذين يستخدمون وكالات السفر والنسبة المئوية للأشخاص الذين يستخدمون الإنترنت في التخطيط للسفر.

وكالات السفر: $y = -2x + 30$ الإنترنت: $y = 6x + 41$

a. مثل نظام المعادلات بيانيًا.

b. قدّر العام الذي استخدمت فيه وكالات السفر والإنترنت بالتساوي.

مثل كل نظام بيانيًّا وحدّد عدد الحلول الذي يتضمنه. فإذا كان له حل واحد، فاذكره.

27 $y = \frac{1}{2}x$
$y = x + 2$

28. $y = 6x + 6$
$y = 3x + 6$

29. $y = 2x - 17$
$y = x - 10$

30. $8x - 4y = 16$
$-5x - 5y = 5$

31. $3x + 5y = 30$
$3x + y = 18$

32. $-3x + 4y = 24$
$4x - y = 7$

33. $2x - 8y = 6$
$x - 4y = 3$

34. $4x - 6y = 12$
$-2x + 3y - 6 =$

35. $2x + 3y = 10$
$4x + 6y = 12$

36. $3x + 2y = 10$
$2x + 3y = 10$

37. $3y - x = -2$
$y - \frac{1}{3}x = 2$

38. $\frac{8}{5}y = \frac{2}{5}x + 1$
$\frac{2}{5}y = \frac{1}{10}x + \frac{1}{4}$

39. $\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}y = 1$
$x + y = 1$

40. $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y = \frac{1}{4}$
$\frac{2}{3}x + \frac{1}{6}y = \frac{1}{2}$

41. $\frac{5}{6}x + \frac{2}{3}y = \frac{1}{2}$
$\frac{2}{5}x + \frac{1}{5}y = \frac{3}{5}$

42. التصوير افترض أن x تمثل عدد الكاميرات التي تم بيعها و y تمثل عدد السنوات منذ عام 2000. إذًا يمكن تمثيل عدد الكاميرات الرقمية التي تم بيعها كل عام منذ عام 2000، بالملايين بالمعادلة $y = 12.5x + 10.9$. ويمكن تمثيل عدد كاميرات الفيلم التي تم بيعها كل عام منذ عام 2000 بالملايين، بالمعادلة $y = -9.1x + 78.8$.

a. مثل كل معادلة بيانيًا.

b. في أي عام تتخطى مبيعات الكاميرات الرقمية معدل مبيعات كاميرات الفيلم؟

c. في أي عام توقف بيع كاميرات الفيلم تمامًا؟

d. ما مدى ومجال كل دالة في هذا الموقف؟

مثل كل نظام بيانيًّا وحدّد عدد الحلول الذي يتضمنه. فإذا كان له حل واحد، فاذكره.

43. $2y = 1.2x - 10$
$4y = 2.4x$

44. $x = 6 - \frac{3}{8}y$
$4 = \frac{2}{3}x + \frac{1}{4}y$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

45 المواقع الإلكترونية موقع نشر شخصي كان لديه 2.5 مليون زائر عام 2009. وكل عام بعدها، كان عدد الزوار يرتفع بمقدار 13.1 مليون زائر. وموقع المزادات على الإنترنت كان لديه 59 مليون زائر عام 2009، لكن العدد كل عام بعد ذلك كان يزيد بمقدار 2 مليون زائر.

a. اكتب معادلة لكل شركة من الشركتين.

b. أعد جدولاً بالقيم لمدة 5 أعوام لكلتا الشركتين.

c. مثل كل معادلة بيانيًّا.

d. متى يكون *لموقعي النشر الشخصي والمزادات* عدد الزوار نفسه؟

e. اذكر مجال هذه الدوال ومداها في هذا الموقف.

46. التمثيلات المتعددة في هذه المسألة، ستتعرف على طرق مختلفة لإيجاد تقاطع التمثيلات البيانية لمعادلتين خطيتين.

a. جبريًّا استخدم الجبر في حل المعادلة $\frac{1}{2}x + 3 = -x + 12$.

b. بيانيًّا استخدم التمثيل البياني لحل $y = \frac{1}{2}x + 3$ و $y = -x + 12$.

c. تحليليًّا كيف ترتبط المعادلة في الجزء **a** بالنظام في الجزء **b**؟

d. لفظيًّا اشرح كيفية استخدام التمثيل البياني في الجزء **b** لحل المعادلة في الجزء **a**.

مسائل مهارات التفكير العليا

استخدام مهارات التفكير العليا

47. تحليل الخطأ يعرض متجر A خصومات قدرها 10% على جميع مبيعات الإلكترونيات به. ويعرض متجر B خصم AED 10 على جميع الإلكترونيات به. والآن يفكر كل من أسماء وبدر أي العرضين يوفر لهما مالاً أكثر. فهل هما على صواب؟ اشرح إجابتك.

أسماء	بدر
لا يمكنك تحديد أي المتجرين يقدم عرضًا أفضل ما لم تعرف ثمن السلع التي تريد شراءها أولاً.	متجر A يقدم عرضًا أفضل لأن 10% من ثمن المبيعات يعد تخفيضًا أكبر من AED 10.

48. تحدٍ استخدم التمثيل البياني في إيجاد حل أنظمة المعادلات $2x + 3y = 5$، و $3x + 4y = 6$، و $4x + 5y = 7$.

49. الفرضيات حدّد ما إذا كان لنظام يحتوي على معادلتين خطيتين حلوله (0, 0) و (2, 2) حلول أخرى أحيانًا أم دائمًا أم ليس له حلول. اشرح.

50. أيها لا ينتمي للمجموعة؟ أي أنظمة المعادلات التالية لا ينتمي للأنظمة الثلاثة الأخرى؟ اشرح استنتاجك.

$3x - 2y = 1$ $2x + 3y = 18$	$4x + 2y = 14$ $12x + 6y = 18$	$-x + 4y = 8$ $3x - 6y = 6$	$4x - y = 5$ $-2x + y = -1$

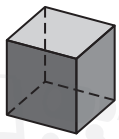
51. مسألة غير محددة الإجابة اكتب ثلاث معادلات بحيث تكوّن ثلاثة أنظمة من أنظمة المعادلات مع $y = 5x - 3$. يجب أن تكون الأنظمة الثلاثة غير متوافقة، ومتوافقة ومستقلة، ومتوافقة وغير مستقلة، على الترتيب.

52. الكتابة في الرياضيات صف المميزات والعيوب لحل أنظمة المعادلات بالتمثيل البياني.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين على الاختبار المعياري

53. إجابة قصيرة نوع من البكتيريا يمكنه التكاثر كل 20 دقيقة، بما يضاعف عددها. فإذا كان هناك عدد 450,000 جسيم بكتيريا في تمام الساعة 9:00 ص، فكم سيكون عدد البكتيريا في تمام الساعة 2:00 ظهرًا؟



54. الهندسة قُطع سلك طوله 84cm إلى قطع متساوية ثم ربطت القطع من نهاياتها لتكوّن أضلاع مكعب. ما حجم المكعب؟

A $294\ cm^3$ **C** $1158\ cm^3$
B $343\ cm^3$ **D** $2744\ cm^3$

55. ما حل المتباينة $-9 < 2x + 3 < 15$؟

F $-x \geq 0$ **H** $-6 < x < 6$
G $x \leq 0$ **J** $-5 < x < 5$

56. ما حل نظام المعادلات؟

$$x + 2y = -1$$
$$2x + 4y = -2$$

A $(-1, -1)$ **C** لا يوجد حل
B $(2, 1)$ **D** حلول كثيرة لا نهائية

مراجعة شاملة

مثّل كل متباينة بيانيًّا. (الدرس 6-5)

57. $3x + 6y > 0$ **58.** $4x - 2y < 0$

59. $3y - x \leq 9$ **60.** $4y - 3x \geq 12$

61. $y < -4x - 8$ **62.** $3x - 1 > y$

63. المكتبة للحصول على منحة من الجمعية التاريخية بالمدينة، يجب أن يكون عدد الكتب التاريخية في حدود 25 كتابًا من 1500. فما مدى عدد الكتب التاريخية التي يجب أن تتضمنها المكتبة؟ (الدرس 5-5)

64. المدرسة تظهر درجات أماني في ثلاثة اختبارات للرياضيات في الجدول. ويعقد الاختبار الرابع والأخير من فترة التقييم غدًا. وهي بحاجة إلى ما لا يقل عن 92 في المتوسط لكي تحصل على درجة A لفترة التقييم. (الدرس 5-3)

اختبار	الدرجة
1	91
2	95
3	88

a. إذا كانت m تمثل درجاتها في اختبار الرياضيات الرابع، فاكتب متباينة تمثل هذا الموقف.

b. إذا أرادت أماني تحقيق درجة A في الرياضيات، فما الدرجة التي يلزمها إحرازها في الاختبار؟

c. هل الحل الذي قدمته منطقي؟ اشرح.

اكتب صيغة الميل والمقطع لمعادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة وعمودي على التمثيل البياني للمعادلة.

65. $(-3, 1)$, $y = \frac{1}{3}x + 2$ **66.** $(6, -2)$, $y = \frac{3}{5}x - 4$

67. $(2, -2)$, $2x + y = 5$ **68.** $(-3, -3)$, $-3x + y = 6$

مراجعة المهارات

حُلّ كل معادلة مستخدمًا مجموعة التعويض المعطاة.

69. $f - 14 = 8$; $\{12, 15, 19, 22\}$ **70.** $15(n + 6) = 165$; $\{3, 4, 5, 6, 7\}$

71. $23 = \frac{d}{4}$; $\{91, 92, 93, 94, 95\}$ **72.** $36 = \frac{t - 9}{2}$; $\{78, 79, 80, 81\}$

جد قيمة كل تعبير إذا كان $c = 11$ و $b = -3$، و $a = 2$.

73. $a + 6b$ **74.** $7 - ab$

75. $(2c + 3a) \div 4$ **76.** $b^2 + (a^3 - 8)5$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مختبر تقنية التمثيل البياني
أنظمة المعادلات

يمكنك استخدام حاسبة التمثيل البياني لتمثيل نظام المعادلات بيانيًّا وحله.

النشاط 1 إيجاد حل نظام المعادلات

حل نظام المعادلات. عيّن الحل المكون من الكسر العشري مقربًا لأقرب جزء من مئة.

5. $23x + y = 7.48$
6. $42x - y = 2.11$

ممارسات في الرياضيات
استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.

الخطوة 1 حُـلّ كل معادلة لـ y لإدخالها إلى الحاسبة.

المعادلة الأولى	$5.23x + y = 7.48$
اطرح $5.23x$ من الطرفين	$5.23x + y - 5.23x = 7.48 - 5.23x$
بسّط	$y = 7.48 - 5.23x$
المعادلة الثانية	$6.42x - y = 2.11$
اطرح $6.42x$ من الطرفين	$6.42x - y - 6.42x = 2.11 - 6.42x$
بسّط	$-y = 2.11 - 6.42x$
اضرب كل طرف في -1	$(-1)(-y) = (-1)(2.11 - 6.42x)$
بسّط	$y = -2.11 + 6.42x$

الخطوة 2 أدخل تلك المعادلات في قائمة Y= ومثلها بيانيًّا في نافذة العرض القياسية.

خطوات العملية على الحاسبة:

Y= 7.48 (−) 5.23 X,T,θ,n

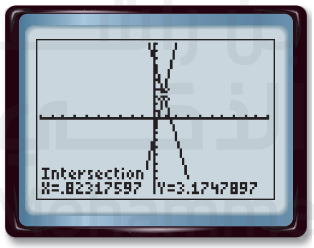
ENTER (−) 2.11 +

6.42 X,T,θ,n ZOOM 6

الخطوة 3 استخدم قائمة CALC لإيجاد نقطة التقاطع.

خطوات العملية على الحاسبة:

2nd [CALC5] ENTER ENTER ENTER



[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

الحل يساوي تقريبًا (0.82, 3.17).

عندما تحل نظام معادلات فيه $y = f(x)$ و $y = g(x)$، يكون الحل زوجًا مرتبًا يمكن تعويضه في كلتا المعادلتين.
ويحدث الحل دائمًا عندما تكون $f(x) = g(x)$. وبالتالي، يكون إحداثي x للحل هو قيمة x التي يكون فيها $f(x) = g(x)$.

من بين الطرق التي يمكنك استخدامها في حل معادلة لها متغير واحد أن تمثلها بيانيًّا وتحل نظام المعادلات بناءً على المعادلة. ولكي تفعل هذا، اكتب نظامًا باستخدام طرفي المعادلة. ثم استخدم حاسبة التمثيل البياني لحل النظام.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

النشاط 2 استخدام نظام لحل المعادلة الخطية

استخدم نظام المعادلات في حل $5x + 6 = -4$.

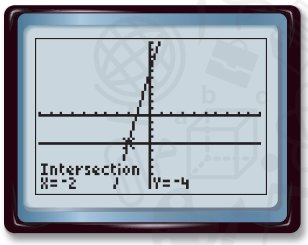
الخطوة 1 اكتب نظام المعادلات. اجعل كل طرف من المعادلة مساويًا لـ y.

المعادلة الأولى $y = 5x + 6$

المعادلة الثانية $y = -4$

الخطوة 2 أدخل هذه المعادلات في قائمة Y= ومثّلها بيانيًا.

الخطوة 2 استخدم قائمة **CALC** لإيجاد نقطة التقاطع.



[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

الحل يساوي -2.

تمارين

استخدم حاسبة التمثيل البياني لحل كل نظام من أنظمة المعادلات. اكتب الحلول المكونة من كسور عشرية مقربة لأقرب جزء من مائة.

1. $y = 2x - 3$
   $y = -0.4x + 5$
2. $y = 6x + 1$
   $y = -3.2x - 4$
3. $x + y = 9.35$
   $5x - y = 8.75$
4. $2.32x - y = 6.12$
   $4.5x + y = -6.05$
5. $5.2x - y = 4.1$
   $1.5x + y = 6.7$
6. $1.8 = 5.4x - y$
   $y = -3.8 - 6.2x$
7. $7x - 2y = 16$
   $11x + 6y = 32.3$
8. $3x + 2y = 16$
   $5x + y = 9$
9. $0.62x + 0.35y = 1.60$
   $-1.38x + y = 8.24$
10. $75x - 100y = 400$
    $33x - 10y = 70$

استخدم حاسبة التمثيل البياني لحل كل معادلة. اكتب الحلول المكونة من كسور عشرية مقربة لأقرب جزء من مئة.

11. $4x - 2 = -6$
12. $3 = 1 + \frac{x}{2}$
13. $\frac{x + 4}{-2} = -1$
14. $\frac{3}{2}x + \frac{1}{2} = 2x - 3$
15. $4x - 9 = 7 + 7x$
16. $-2 + 10x = 8x - 1$

17. **الكتابة في الرياضيات** اشرح لماذا يمكنك حل معادلة مثل $r = ax + b$ عن طريق حل نظام المعادلات $y = r$ و $y = ax + b$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

6-2 التعويض

السابق
- وجـدت حلولاً لأنظمة المعادلات باستخدام التمثيل البياني.

الحالي
1. حل أنظمة المعادلات الخطية المختلفة باستخدام التعويض.
2. حل مسائل من الحياة اليومية تتضمن أنظمة معادلات باستخدام التعويض.

لماذا؟
- أُطلق فيلمان سينمائيان في آن واحد. فربح الفيلم AED 31 مليون في أسبوعه الافتتاحي، لكن أرباحه هبطت إلى AED 15 مليون في الأسبوع التالي. أما الفيلم B فقد ربح في الأسبوع الافتتاحي AED 21 مليون وهبطت أرباحه في الأسبوع التالي إلى AED 11 مليون. فإذا استمرت أرباح الفيلمين في النقصان بنفس المعدل، فمتى يربح كلا الفيلمين نفس المبلغ؟

المفردات الجديدة
التعويض substitution

ممارسات في الرياضيات
التفكير بطريقة تجريدية وكميّة.

1 إيجاد الحل باستخدام التعويض

يمكنك استخدام أحد أنظمة المعادلات لإيجاد الوقت الذي يربح فيه كلا الفيلمين مقدار المال نفسه. وأحد طرق إيجاد حل دقيق لنظام المعادلات طريقة تسمى **التعويض**.

المفهوم الأساسي إيجاد الحل باستخدام التعويض

الخطوة 1 جـد حل معادلة واحدة على الأقل لمتغير واحد، إذا لزم الأمر.

الخطوة 2 عوّض التعبير الناتج من الخطوة 1 في المعادلة الأخرى لاستبدال المتغير. ثم جـد حل المعادلة.

الخطوة 3 عوّض القيمة الناتجة من الخطوة 2 في إحدى المعادلتين، وجـد الحل للمتغير الآخر. اكتب الحل في صورة زوج مرتّب.

مثال 1 حل النظام باستخدام التعويض

استخدم التعويض في حل نظام المعادلات التالي.

الخطوة 1 تم حل المعادلة الأولى بالفعل لـ y.

$$y = 2x + 1$$
$$3x + y = -9$$

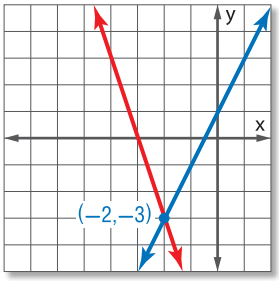
الخطوة 2 عوّض بـ $2x + 1$ عن y في المعادلة الثانية.

$3x + y = -9$	المعادلة الثانية
$3x + 2x + 1 = -9$	عوّض بـ $2x + 1$ عن y.
$5x + 1 = -9$	اجمع الحدود المتشابهة.
$5x = -10$	اطرح 1 من كل طرف.
$x = -2$	اقسم كل طرف على 5.

الخطوة 3 عوّض بـ -2 عن x في إحدى المعادلتين لإيجاد y.

$y = 2x + 1$	المعادلة الأولى
$= 2(-2) + 1$	عوّض بـ -2 عن x.
$= -3$	بسّط.

الحل هو $(-2, -3)$.



التحقق يمكنك التحقق من حلك بالتمثيل البياني.

تمرين موجّه

1A. $y = 4x - 6$
$5x + 3y = -1$

1B. $2x + 5y = -1$
$y = 3x + 10$

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

إن لم يتم عزل متغير ما في إحدى المعادلات بداخل نظام ما، فجـد حل المعادلة للمتغير أولاً. ومن ثم يمكنك استخدام التعويض لحل النظام.

نصيحة دراسية

صيغة الميل والمقطع

إذا كانت كلتا المعادلتين بصيغة $y = mx + b$، فيمكن مساواتهما ببساطة ثم إيجاد حل x. وعندئذ يمكن استخدام حل x لإيجاد قيمة y.

مثال 2 إيجاد الحل والتعويض

استخدم التعويض في حل نظام المعادلات التالي.

$$x + 2y = 6$$
$$3x - 4y = 28$$

الخطوة 1 جـد حل المعادلة الأولى لـ x بما أن المعامل يساوي 1.

$x + 2y = 6$	المعادلة الأولى
$x + 2y - 2y = 6 - 2y$	اطرح $2y$ من كل طرف.
$x = 6 - 2y$	بسّط.

الخطوة 2 عوّض بـ $6 - 2y$ عن x في المعادلة الثانية لإيجاد قيمة y.

$3x - 4y = 28$	المعادلة الثانية
$3(6 - 2y) - 4y = 28$	عوّض بـ $6 - 2y$ عن x.
$18 - 6y - 4y = 28$	خاصية التوزيع
$18 - 10y = 28$	جمّع الحدود المتشابهة.
$18 - 10y - 18 = 28 - 18$	اطرح 18 من كل طرف.
$-10y = 10$	بسّط.
$y = -1$	اقسم كل طرف على -10.

الخطوة 3 جـد قيمة x.

$x + 2y = 6$	المعادلة الأولى
$x + 2(-1) = 6$	عوّض بـ -1 عن y.
$x - 2 = 6$	بسّط.
$x = 8$	اجمع 2 على كل طرف.

تمرين موجّه

2A. $4x + 5y = 11$
$y - 3x = -13$

2B. $x - 3y = -9$
$5x - 2y = 7$

بشكل عام، إذا جـدت حل نظام المعادلات وكان الناتج عبارة خاطئة مثل $-2 = 3$، فلا يوجد حل. وإذا كان الناتج محايدًا، مثل $3 = 3$، فهناك عدد لا نهائي من الحلول.

مثال 3 لا يوجد حل أو عدد لا نهائي من الحلول

استخدم التعويض في حل نظام المعادلات التالي.

$$y = 2x - 4$$
$$-6x + 3y = -12$$

عوّض بـ $2x - 4$ عن y في المعادلة الثانية.

$-6x + 3y = -12$	المعادلة الثانية
$-6x + 3(2x - 4) = -12$	عوّض بـ $2x - 4$ عن y.
$-6x + 6x - 12 = -12$	خاصية التوزيع
$-12 = -12$	جمّع الحدود المتشابهة.

هذه العبارة محايدة. وبالتالي، هناك عدد لا نهائي من الحلول.

نصيحة دراسية

الأنظمة غير المستقلة

يوجد عدد لا نهائي من الحلول للنظام في مثال 3 لأن المعادلات في صيغة الميل والمقطع متساوية، ولها نفس التمثيل البياني.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين موجّه استخدم التعويض في حل كل نظام من أنظمة المعادلات.

3A. $2x - y = 8$
$y = 2x - 3$

3B. $4x - 3y = 1$
$6y - 8x = -2$

2 إيجاد حل مسائل من الحياة اليومية

يمكنك استخدام التعويض في إيجاد حل مسألة من الحياة اليومية تتضمن قيودًا ممثلة بأحد أنظمة المعادلات.

مثال 4 من الحياة اليومية كتابة نظام المعادلات وإيجاد حله

الموسيقى باع أحد المتاجر 125 جهازًا إجمالاً من أجهزة السماعات الخارجية وجهاز التسجيل التي توضع في السيارات خلال أسبوع واحد. وقد بيعت أجهزة التسجيل مقابل AED 104.95، والسماعات الخارجية مقابل AED 18.95. فكان إجمالي المبيعات لهذه الأجهزة AED 6926.75. فما عدد القطع التي تم بيعها من كل جهاز؟

عدد الوحدات المباعة	c	t	125
المبيعات (AED)	$104.95c$	$18.95t$	6926.75

افرض أن c = عدد أجهزة التسجيل التي تم بيعها، وافرض أن t = عدد السماعات التي تم بيعها.

إذًا، المعادلتان هما $104.95c + 18.95t = 6926.75$ و $c + t = 125$.

لاحظ أن $c + t = 125$ تمثل مجموعة من أجهزة التسجيل والسماعات الخارجية بمجموع 125. المعادلة $104.95c + 18.95t = 6926.75$ تمثل مجموعة من أجهزة التسجيل والسماعات الخارجية بمبيعات قدرها AED 6926.75. وحل نظام المعادلات يمثل الخيار الذي يلبي كلا القيدين.

الخطوة 1 جد حل المعادلة الأولى لإيجاد قيمة c.

$c + t = 125$	المعادلة الأولى
$c + t - t = 125 - t$	اطرح t من كل جانب.
$c = 125 - t$	بسّط.

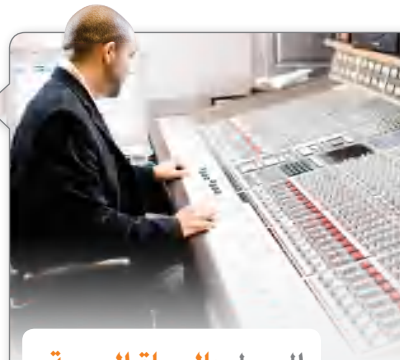
الخطوة 2 عوّض بـ $125 - t$ عن c في المعادلة الثانية.

$104.95c + 18.95t = 6926.75$	المعادلة الثانية
$104.95(125 - t) + 18.95t = 6926.75$	عوّض بـ $125 - t$ عن c.
$13{,}118.75 - 104.95t + 18.95t = 6926.75$	خاصية التوزيع
$13{,}118.75 - 86t = 6926.75$	جمّع الحدود المتشابهة.
$-86t = -6192$	اطرح 13118.75 من كل طرف.
$t = 72$	اقسم كل طرف على -86.

الخطوة 3 عوّض بـ 72 عن t في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة c.

$c + t = 125$	المعادلة الأولى
$c + 72 = 125$	عوّض بـ 72 عن t.
$c = 53$	اطرح 72 من كل طرف.

باع المتجر 53 جهازًا من أجهزة التسجيل للسيارات و 27 سماعة خارجية.



الربط بالحياة اليومية

في الهندسة الصوتية يقوم فنيو الهندسة الصوتية بتسجيل وضبط التزامن ومزج وإعادة إنتاج الموسيقى والأصوات والمؤثرات الصوتية داخل استوديوهات التسجيل، والساحات الرياضية، والمسرح وأفلام السينما وإنتاج الفيديو. وهم في حاجة إلى الحصول على الأقل على درجة الزمالة في الإلكترونيات التي تستغرق عامين.

تمرين موجّه

4. كرة البيسبول في عام 2009، فاز فريق نيويورك يانكيز وفريق سينسيناتي ريدز معًا بإجمالي 32 بطولة. وقد فاز فريق يانكيز بالبطولة 5.4 أمثال من المرات التي فاز فيها فريق ريدز. فما عدد البطولات التي فاز بها كل فريق؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

الأمثلة 1-3 **استخدم التعويض في حل كل نظام من أنظمة المعادلات.**

1. $y = x + 5$
$3x + y = 25$

2. $x = y - 2$
$4x + y = 2$

3. $3x + y = 6$
$4x + 2y = 8$

4. $2x + 3y = 4$
$4x + 6y = 9$

5. $x - y = 1$
$3x = 3y + 3$

6. $2x - y = 6$
$-3y = -6x + 18$

مثال 4 **7. الهندسة** مجموع قياسات الزوايا X و Y يساوي $180°$. قياس الزاوية X أكبر بمقدار $24°$ من قياس الزاوية Y.

a. حدّد المتغيرات، واكتب المعادلات لهذا الموقف.

b. جـــد قياس كل زاوية.

التمرين وحل المسائل

الأمثلة 1-3 **استخدم التعويض في حل كل نظام من أنظمة المعادلات.**

8. $y = 5x + 1$
$4x + y = 10$

9. $y = 4x + 5$
$2x + y = 17$

10. $y = 3x - 34$
$y = 2x - 5$

11. $y = 3x - 2$
$y = 2x - 5$

12. $2x + y = 3$
$4x + 4y = 8$

13. $3x + 4y = -3$
$x + 2y = -1$

14. $y = -3x + 4$
$-6x - 2y = -8$

15. $-1 = 2x - y$
$8x - 4y = -4$

16. $x = y - 1$
$-x + y = -1$

17. $y = -4x + 11$
$3x + y = 9$

18. $y = -3x + 1$
$2x + y = 1$

19. $3x + y = -5$
$6x + 2y = 10$

20. $5x - y = 5$
$-x + 3y = 13$

21. $2x + y = 4$
$-2x + y = -4$

22. $-5x + 4y = 20$
$10x - 8y = -40$

مثال 4 **23. الاقتصاد** عام 2000، كان الطلب على الممرضات 2,000,000، بينما كان العرض 1,890,000 فقط. والطلب المتوقع عام 2020 هو 2,810,414، بينما العرض المتوقع 2,001,998 فقط.

a. حدّد المتغيرات، واكتب المعادلات لتمثيل هذه المواقف.

b. استخدم التعويض في تحديد العام الذي يكون فيه العرض مساويًا للطلب.

24. الاستنتاج يظهر الجدول عدد السياح التقريبي في منطقتين حول العالم خلال العام الجاري ومتوسط معدل التغيير في السياحة.

الوجهة	عدد السياح	متوسط معدلات التغيير في السياح (مليون في العام)
جنوب إفريقيا والكاريبي	40.3 مليون	زيادة قدرها 0.8
الشرق الأوسط	17.0 مليون	زيادة قدرها 1.8

a. حدّد المتغير، واكتب معادلة لمعدل السياحة في كل منطقة.

b. إذا استمرت الاتجاهات، ما عدد الأعوام التي تتوقع أن يكون عدد السياح في المناطق متساويًا؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

العام	الرجال	النساء
2000	1:51:39	1:54:43
2009	1:44:51	1:59:14

25 **الرياضة** يظهر الجدول أوقات الفوز بالنسبة إلى بطولة العالم الثلاثية.

a. الأوقات بالساعات والدقائق والثواني. أعد كتابة الأوقات مقربة إلى أقرب دقيقة.

b. افترض أن عام 2000 يساوي 0. افترض أن معدل التغيير يظل كما هو لعدة أعوام بعد عام 2000. اكتب معادلة تمثل أوقات فوز كل واحد من الرجال والنساء y في أي عام x.

c. إذا استمر الاتجاه، متى تتوقع أن تكون أوقات فوز الرجال والنساء هي نفسها؟ اشرح استنتاجك.

26. **تذاكر الحفل** يشتري بلال تذاكر عبر الإنترنت لحضور حفل موسيقي. فوجد لنفسه ولأصدقائه تذاكر بقيمة AED 65 للتذكرة زائد رسوم تدفع لمرة واحدة فقط قيمتها AED 10. وتبحث آمنة عن تذاكر للحفل نفسه. فوجدت على موقع إلكتروني آخر تذاكر بقيمة AED 69 بالإضافة إلى رسوم تدفع مرة واحدة قيمتها AED 13.60.

a. حدّد المتغيرات، واكتب المعادلات لتمثيل هذا الموقف.

b. أنشئ جدولاً لقيم 1 إلى 5 تذاكر لمشتريات كل شخص.

c. مثل كلاً من هذه المعادلات بيانيًّا.

d. استخدم التمثيل البياني في تحديد الشخص الذي حصل على الصفقة الأفضل. اشرح السبب.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

27. **تحليل الخطأ** في النظام $a + b = 7$, $1.29a + 0.49b = 6.63$ و a تمثل كيلوجرامات من التفاح و b تمثل كيلوجرامات من الموز. جـد جاسم وبثينة الحل وفسراه. هل أي منهما على صواب؟ اشرح.

جاسم

$1.29a + 0.49b = 6.63$

$1.29a + 0.49(a + 7) = 6.63$

$1.29 + 0.49a + 3.43 = 6.63$

$0.49a = 3.2$

$a = 1.9$

$a + b = 7$، إذًا $b = 5$. الحل $(2, 5)$ يعني أنه تم شراء 2 كيلوجرامات من التفاح و 5 كيلوجرامات من الموز.

بثينة

$1.29a + 0.49b = 6.63$

$1.29(7 - b) + 0.49b = 6.63$

$9.03 - 1.29b + 0.49b = 6.63$

$-0.8b = -2.4$

$b = 3$

الحل $b = 3$ يعني أنه تم شراء 3 كيلوجرامات من التفاح و 3 كيلوجرامات من الموز.

28. **المثابرة** حدث لجمع التبرعات بإحدى المدارس به 60 متطوعًا. ونسبة الأولاد المراهقين إلى البالغين هي 7:5. جـد عدد المتطوعين المراهقين وعدد المتطوعين البالغين.

29. **التبرير** قارن وقابل حل النظام الموجود بالتمثيل البياني بحل النظام نفسه الموجود عوّض.

30. **مسألة غير محددة الإجابة** أنشئ نظام معادلات له حل واحد. وضح كيف يمكن للنظام تمثيل موقف من الحياة اليومية وصف أهمية الحل في سياق هذا الموقف.

31. **الكتابة في الرياضيات** اشرح كيف تحدد ما تعوضه عند استخدام طريقة التعويض لحل أنظمة المعادلات.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw–Hill Education

تمرين على الاختبار المعياري

32. يخطط فريق المناظرات لصناعة مزيج من المكسرات وبيعه، وبإمكانهم إنفاق AED 34.

الصنف	التكلفة لكل كيلوجرام
بذور دوار الشمس	AED 4.00
الزبيب	AED 1.50

من المفترض أن يكون عدد الكيلوجرامات من الزبيب 3 أمثال عدد الكيلوجرامات من بذور دوار الشمس. فأي نظام يمكن استخدامه لإيجاد r، كيلوجرامات الزبيب و p عدد كيلو جرامات بذور دوار الشمس التي يجب شراؤها؟

A $3p = r$
$4p + 1.5r = 34$

B $3p = r$
$4r + 1.5p = 34$

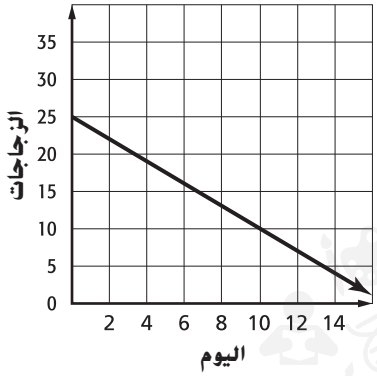
C $3r = p$
$4p + 1.5r = 34$

D $3r = p$
$4r + 1.5p = 34$

33. الإجابة الشبكية محيط مضلعين متشابهين يساوي 250cm و 300cm، على التوالي. فما عامل المقياس بين المضلع الأول والمضلع الثاني؟

34. بناءً على التمثيل البياني، أي العبارات صحيحة؟

توريد المشروبات الرياضية



F بدأت بدرية وبحوزتها 30 زجاجة.

G في اليوم 10، سيكون لدى بدرية 10 زجاجات متبقية.

H ستنفد المشروبات الرياضية من بدرية في اليوم 14.

J شربت بدرية 5 زجاجات خلال اليومين الأولين.

35. إذا كان p عددًا صحيحًا، فأي مما يلي هو مجموعة الحل $2|p| = 16$؟

A {0, 8}

B {−8, 0}

C {−8, 8}

D {−8, 0, 8}

مراجعة شاملة

مثّل كل نظام بيانيًّا وحدّد عدد الحلول التي يتضمنها. فإذا كان له حل واحد، فاذكره. (الدرس 1-6).

36. $y = -5$
$3x + y = 1$

37. $x = 1$
$2x - y = 7$

38. $y = x + 5$
$y = x - 2$

39. $x + y = 1$
$3y + 3x = 3$

40. الترفيه يريد المدرب جمال أن يخرج مع فريق كرة القدم لتناول البيتزا و المشروبات الغازية بعد المباراة. وميزانيته تعادل AED 70 بحد أقصى.

a. باستخدام علاقة الترتيب، اكتب متباينة تمثل هذا الموقف.

b. هل توجد أي قيود على المتغيرات؟ اشرح.

حلّ كل متباينة مما يلي. وتحقق من حلّك.

41. $6v + 1 \geq -11$

42. $24 > 18 + 2n$

43. $-11 \geq \frac{2}{5}q + 5$

44. $\frac{a}{8} - 10 > -3$

45. $-3t + 9 \leq 0$

46. $54 > -10 - 8n$

مراجعة المهارات

أعد كتابة كل ناتج باستخدام خاصية التوزيع. ثم بسّط.

47. $10b + 5(3 + 9b)$

48. $5(3t^2 + 4) - 8t$

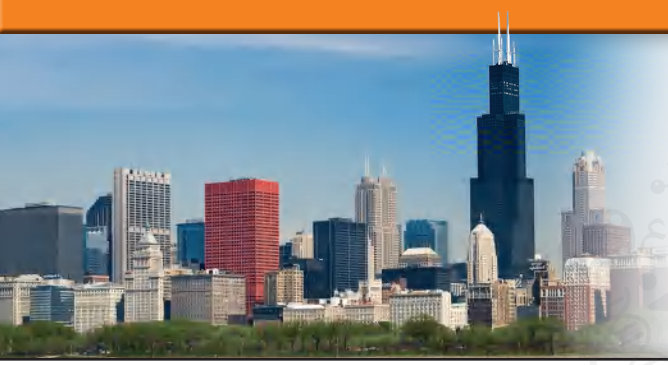
49. $7h^2 + 4(3h + h^2)$

50. $-2(7a + 5b) + 5(2a - 7b)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

6-3 الحذف باستخدام الجمع أو الطرح

السابق	الحالي	لماذا؟
وجدت حلولاً لأنظمة المعادلات باستخدام التعويض.	1 حل أنظمة المعادلات عن طريق الحذف باستخدام الجمع. 2 حل أنظمة المعادلات عن طريق الحذف باستخدام الطرح.	في شيكاغو، إلينوي، يوجد شهران آخران a عندما يكون متوسط درجة الحرارة العظمى أقل من 21°C بالمقارنة بأشهر b عندما تزيد درجة الحرارة عن 21°C. نظام المعادلات، $a + b = 12$ و $a - b = 2$. يمثل هذا الموقف.



المفردات الجديدة
الحذف elimination

ممارسات في الرياضيات
محاولة إيجاد البنية واستخدامها.

1 الحذف باستخدام الجمع

إذا جمعت هاتين المعادلتين، سوف يحذف المتغير b. استخدام الجمع أو الطرح لحل نظام ما يسمى **الحذف**.

المفهوم الأساسي إيجاد الحل باستخدام الحذف

الخطوة 1 اكتب النظام بحيث تتحاذى الحدود المتشابهة التي لها نفس المعامل أو معامل مقابل.

الخطوة 2 اجمع أو اطرح المعادلتين، مما سيحذف متغيرًا واحدًا. ثم جد حل المعادلة.

الخطوة 3 عوّض القيمة من الخطوة 2 في إحدى المعادلتين، وجد الحل للمتغير الآخر. اكتب الحل في صورة زوج مرتّب.

مثال 1 الحذف باستخدام الجمع

استخدم الحذف في حل نظام المعادلات التالي.

$4x + 6y = 32$
$3x - 6y = 3$

الخطوة 1 $6y$ و $-6y$ لها معاملات مقابلة.

الخطوة 2 اجمع المعادلتين.

$$\begin{array}{rll} 4x + 6y = 32 & & \\ (+)\ 3x - 6y = 3 & & \\ \hline 7x = 35 & & \text{احذف المتغير } y. \\ \frac{7x}{7} = \frac{35}{7} & & \text{اقسم كل طرف على 7.} \\ x = 5 & & \text{بسّط.} \end{array}$$

الخطوة 3 عوّض عن x بـ 5 في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة y.

$$\begin{array}{rl} 4x + 6y = 32 & \text{المعادلة الأولى} \\ 4(5) + 6y = 32 & \text{عوّض عن } x \text{ بـ } 5. \\ 20 + 6y = 32 & \text{اضرب.} \\ 20 + 6y - 20 = 32 - 20 & \text{اطرح 20 من كل طرف.} \\ 6y = 12 & \text{بسّط.} \\ \frac{6y}{6} = \frac{12}{6} & \text{اقسم كل طرف على 6.} \\ y = 2 & \text{بسّط.} \end{array}$$

إذًا، الحل هو (5, 2).

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تمرين موجّه

1A. $-4x + 3y = -3$
$4x - 5y = 5$

1B. $4y + 3x = 22$
$3x - 4y = 14$

يمكننا استخدام الحذف لإيجاد أعداد معينة توصف بكونها ترتبط ببعضها بعضًا.

مثال 2 كتابة نظام المعادلات وإيجاد حله

سالب ثلاثة أمثال عدد ما زائد خمسة أمثال عدد آخر يساوي 11−.
ثلاثة أمثال العدد الأول زائد سبعة أمثال العدد الآخر يساوي 1−.
جـد الأعداد.

سالب ثلاثة أمثال عدد ما	زائد	خمسة أمثال عدد آخر	يساوي	11−.
$-3x$	$+$	$5y$	$=$	-11
ثلاثة أمثال العدد الأول	زائد	سبعة أمثال العدد الآخر	يساوي	1−.
$3x$	$+$	$7y$	$=$	-1

الخطوتان 1 و 2 اكتب المعادلتين رأسيًّا واجمع.

$$\begin{aligned} -3x + 5y &= -11 \\ (+)\ 3x + 7y &= -1 \\ \hline 12y &= -12 \end{aligned}$$

تم حذف المتغير x.

$$\frac{12y}{12} = \frac{-12}{12}$$

اقسم كل طرف على 12.

$$y = -1$$

بسّط.

الخطوة 3 عوّض بـ 1− عن y في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة x.

المعادلة الثانية: $3x + 7y = -1$

عوّض عن y بـ 1−: $3x + 7(-1) = -1$

بسّط: $3x + (-7) = -1$

اجمع 7 على كل طرف: $3x + (-7) + 7 = -1 + 7$

بسّط: $3x = 6$

اقسم كل طرف على 3: $\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$

بسّط: $x = 2$

الأعداد هي 2 و 1−.

التحقق

المعادلة الأولى: $-3x + 5y = -11$

عوّض بـ 2 عن x و 1− عن y: $-3(2) + 5(-1) \stackrel{?}{=} -11$

بسّط: $-11 = -11$ ✓

المعادلة الثانية: $3x + 7y = -1$

عوّض بـ 2 عن x و 1− عن y: $3(2) + 7(-1) \stackrel{?}{=} -1$

بسّط: $-1 = -1$ ✓

نصيحة دراسية

المعاملات عندما تكون معاملات متغير ما متماثلة، فإن طرح المعادلتين سيحذف المتغير. وعندما تكون المعاملات متقابلة، فإن جمع المعادلتين سيحذف المتغير.

نصيحة في حل المسائل

المثابرة يساعدك التحقق من إجاباتك في معادلتي نظام ما في ضمان عدم حدوث أخطاء حسابية.

تمرين موجّه

2. مجموع العددين يساوي 10−. سالب ثلاثة أمثال العدد الأول ناقص العدد الثاني يساوي 2. جـد العددين.

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

2 الحذف باستخدام الطرح أحيانًا يمكننا حذف متغير ما اطرح معادلة من أخرى.

مثال 3 على الاختبار المعياري

حُـلّ نظام المعادلات.

$$2t + 5r = 6$$
$$9r + 2t = 22$$

A $(-7, 15)$ **B** $\left(7, \frac{8}{9}\right)$ **C** $(4, -7)$ **D** $\left(4, -\frac{2}{5}\right)$

قراءة فقرة الاختبار

بما أن كلتا المعادلتين تحتويان على $2t$، فاستخدم الحذف بالطرح.

حَل فقرة الاختبار

الخطوة 1 اطرح المعادلتين.

$5r + 2t = 6$	اكتب النظام بحيث تتحاذى الحدود المتشابهة.
$(-)\ 9r + 2t = 22$	
$-4r = -16$	احذف المتغير t.
$r = 4$	بسّط.

الخطوة 2 عوّض عن r بـ 4 في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة t.

المعادلة الأولى	$5r + 2t = 6$
$r = 4$	$5(4) + 2t = 6$
بسّط.	$20 + 2t = 6$
اطرح 20 من كل طرف.	$20 + 2t - 20 = 6 - 20$
بسّط.	$2t = -14$
بسّط.	$t = -7$

الحل هو $(-7, 4)$. الإجابة الصحيحة C.

تمرين موجّه

3. جـد حل نظام المعادلات.

$$8b + 3c = 11$$
$$8b + 7c = 7$$

F $(1.5, -1)$ **G** $(1.75, -1)$ **H** $(1.75, 1)$ **J** $(1.5, 1)$

مثال 4 من الحياة اليومية كتابة نظام المعادلات وإيجاد حله

الوظائف يعمل حارب وحسام في متجر للحلوى المثلجة. ويكسب حارب AED 8.50 في الساعة بينما يكسب حسام AED 7.50 في الساعة. وفي أسبوع العمل المعتاد، يربح كل من حارب وحسام مجتمعين AED 299.50. وفي أحد الأسابيع، ضاعف حسام ساعات عمله، فربحا AED 412. فما عدد الساعات التي يعملها كل منهما خلال الأسبوع المعتاد؟

الفهم أنت تعرف مقدار ما يربحه كل من حارب وحسام في الساعة ومقدار ما ربحاه معًا.

التخطيط افرض أن c = عدد ساعات عمل حارب و j = عدد ساعات عمل حسام.

راتب حارب	زائد	راتب حسام	يساوي	AED 299.50.
$8.50c$	$+$	$7.50j$	$=$	299.50
راتب حارب	**زائد**	**راتب حسام**	**يساوي**	**AED 412.**
$8.50c$	$+$	$7.50(2)j$	$=$	412

الربط بالحياة اليومية

الوظائف الخمس الأخطر على المراهقين هي التوصيل للمنازل وغيرها من وظائف قيادة المركبات، والعمل المنفرد في مجالات التعامل المالي، والعمل كبائعين متنقلين، والطبخ، وأعمال البناء.

المصدر: الرابطة الوطنية للمستهلكين

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نصيحة دراسية

طريقة أخرى بدلاً من طرح المعادلتين، يمكنك أيضًا ضرب معادلة واحدة في -1 ثم تجمع المعادلتين.

الحل اطرح المعادلتين لحذف أحد المتغيرين. ثم جـد حل المتغير الآخر.

اكتب المعادلتين بشكل رأسي.

$$\begin{array}{r} 8.50c + 7.50j = 299.50 \\ (-)\ 8.50c + 7.50(2)j = 412 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} 8.50c + 7.50j = 299.50 & \\ (-)\ 8.50c + \ \ 15j = 412 & \text{بسّط.} \\ \hline -7.50j = -112.50 & \text{اطرح، تم حذف المتغير } c. \\ \dfrac{-7.50j}{-7.50} = \dfrac{-112.50}{-7.50} & \text{اقسم كل طرف على } -7.50. \\ j = 15 & \text{بسّط.} \end{array}$$

والآن عوّض عن j بـ 15 في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة c.

$$\begin{array}{rl} 8.50c + 7.50\boldsymbol{j} = 299.50 & \text{المعادلة الأولى} \\ 8.50c + 7.50\mathbf{(15)} = 299.50 & \text{عوّض بـ 15 عن } j. \\ 8.50c + 112.50 = 299.50 & \text{بسّط.} \\ 8.50c = 187 & \text{اطرح 112.50 من كل طرف.} \\ c = 22 & \text{اقسم كل طرف على 8.50.} \end{array}$$

التحقق عوّض القيمتين في المعادلة الأخرى لمعرفة ما إذا كانت المعادلة صحيحة. إذا كان $c = 22$ و $j = 15$، فإن $8.50(22) + 15(15) = 412$.

يعمل حارب 22 ساعة، بينما يعمل حسام 15 ساعة خلال الأسبوع المعتاد.

تمرين موجّه

4. **الحفلات** حمدة وحورية تقيمان حفل عشاء لأصدقائهما. فدعت حمدة عددًا أقل بخمسة أفراد ممن دعتهم حورية. وكان مجموع المدعوين 47 ضيفًا. فما عدد الضيوف الذين دعتهم كل فتاة؟

التحقق من فهمك

الأمثلة 1, 3 **استخدم طريقة الحذف في حل كل نظام من أنظمة المعادلات.**

1. $5m - p = 7$
   $7m - p = 11$

2. $8x + 5y = 38$
   $-8x + 2y = 4$

3. $7f + 3g = -6$
   $7f - 2g = -31$

4. $6a - 3b = 27$
   $2a - 3b = 11$

مثال 2

5. **الاستنتاج** مجموع العددين يساوي 24. خمسة أمثال العدد الأول ناقص العدد الثاني يساوي 12. فما هما العددان؟

مثال 4

6. **التدوير** توظف صناعة إعادة التدوير والاستخدام عددًا أكبر مما توظفه صناعة إدارة المخلفات بمقدار 1,025,000 تقريبًا. ومجموع وظائف الصناعتين معًا 1,275,000 وظيفة. فما عدد الوظائف التي تقدمها كل صناعة؟

Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التمرين وحل المسائل

الأمثلة 1, 3 **استخدم طريقة الحذف في حل كل نظام من أنظمة المعادلات.**

7. $-v + w = 7$
$v + w = 1$

8. $y + z = 4$
$y - z = 8$

9. $-4x + 5y = 17$
$4x + 6y = -6$

10. $5m - 2p = 24$
$3m + 2p = 24$

11. $a + 4b = -4$
$a + 10b = -16$

12. $6r - 6t = 6$
$3r - 6t = 15$

13. $6c - 9d = 111$
$5c - 9d = 103$

14. $11f + 14g = 13$
$11f + 10g = 25$

15. $9x + 6y = 78$
$3x - 6y = -30$

16. $3j + 4k = 23.5$
$8j - 4k = 4$

17. $-3x - 8y = -24$
$3x - 5y = 4.5$

18. $6x - 2y = 1$
$10x - 2y = 5$

مثال 2

19. مجموع العددين يساوي 22، والفرق بينهما يساوي 12. فما العددان؟

20. جـد العددين الذي يكون مجموعهما 41 والفرق بينهما 9.

21 ثلاثة أمثال عدد ناقص عدد آخر هو 3−. مجموع العددين يساوي 11. جـد العددين.

22. عدد ناقص مِثلي عدد آخر يساوي 4. ثلاثة أمثال العدد الأول زائد مِثلي العدد الثاني يساوي 12. فما هما العددان؟

مثال 4

23. الجولات السياحية تنوي عائلة حسن وعائلة حماد الذهاب إلى عرض مسرحي في دبي. جـد سعر دخول البالغين وسعر دخول الأطفال إلى العرض.

العائلة	عدد البالغين	عدد الأطفال	التكلفة الإجمالية
حسن	2	5	AED 31.65
حماد	2	3	AED 23.75

استخدم طريقة الحذف في حل كل نظام من أنظمة المعادلات.

24. $4(x + 2y) = 8$
$4x + 4y = 12$

25. $3x - 5y = 11$
$5(x + y) = 5$

26. $4x + 3y = 6$
$3x + 3y = 7$

27. $6x - 7y = -26$
$6x + 5y = 10$

28. $\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = 2\frac{3}{4}$
$\frac{1}{4}x - \frac{2}{3}y = 6\frac{1}{4}$

29. $\frac{3}{5}x + \frac{1}{2}y = 8\frac{1}{3}$
$-\frac{3}{5}x + \frac{3}{4}y = 8\frac{1}{3}$

30. التبرير المنطقي الارتفاع الكلي لأحد المباني الإدارية b وارتفاع الهوائيات الإذاعية المنصوبة أعلاه g يساوي 326.6m. والفرق بين المبنى والهوائيات في الارتفاعات يساوي 295.4 m.

a. كم يبلغ طول الهوائيات؟

b. كم يبلغ طول المبنى؟

31. سباق الدراجات يضم سباق الدراجات للمحترفين على الجبال الآن 66 فريقًا. وعدد الفرق غير الأمريكية يزيد عن عدد الفرق الأمريكية بـ 30 فريقًا.

a. افرض أن x تمثل عدد الفرق غير الأمريكية و y تمثل عدد الفرق الأمريكية. اكتب نظامًا من أنظمة المعادلات يمثل عدد الفرق الأمريكية والفرق غير الأمريكية.

b. استخدم الحذف لإيجاد حل نظام المعادلات.

c. فسر الحل في سياق الموقف.

d. مثل نظام المعادلات بيانيًّا للتحقق من الحل.

McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح والتأليف © محفوظة الطبع حقوق

32. التسوق افرض أن x تمثل عدد الأعوام بداية من عام 2004 و y تمثل عدد الكتالوجات.

الكتالوجات	العدد عام 2004	معدل النمو (العدد لكل عام)
عبر الإنترنت	7440	1293
الطباعة	3805	−1364

المصدر: MediaPost Publications

a. اكتب نظام معادلات لتمثيل هذا الموقف.

b. استخدم الحذف لإيجاد حل نظام المعادلات.

c. حلل الحل في إطار الموقف. حدد مدى منطقية الحل.

33. التمثيلات المتعددة اجمع 9 قطع نقد معدنية من فئة الفلس و 9 مشابك ورقية. في هذه اللعبة، تُستخدم 9 أشياء لجمع النقاط. وتبلغ قيمة كل مشبك ورقي نقطة واحدة وكل قطع نقد فلس 3 نقاط. افرض أن p تمثل عدد القطع نقد و c تمثل المشابك الورقية.

$3c + 2p =$ + = 9 نقاط

$3(1) + 2(3) =$

a. عمليًا اختر مجموعة من 9 أشياء وجد نقاطك.

b. تحليليًّا اكتب نظامًا من أنظمة المعادلات لإيجاد عدد المشابك الورقية وقطع النقد المستخدمة لجمع 15 نقطة.

c. جدوليًا أنشئ جدولاً يظهر عدد المشابك الورقية المستخدمة وإجمالي عدد النقاط عندما يكون عدد قطع النقد 0 أو 1 أو 2 أو 3 أو 4 أو 5.

d. شفهيًّا هل يتناسب الناتج في الجدول مع النواتج في الجزء b؟ اشرح.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

34. الاستنتاج صف حل نظام المعادلات إذا كان الناتج بعد جمع معادلتين $0 = 0$.

35. الاستنتاج ما حل نظام المعادلات إذا كان مجموع المعادلات يساوي $2 = 0$؟

36. مسألة غير محددة الإجابة ابتكر نظام معادلات يمكن حله باستخدام الجمع لحذف متغير واحد. صغ قاعدة عامة لابتكار مثل هذه الأنظمة.

37. البنية كان حل أحد نظم المعادلات هو $(-3, 2)$. وكانت إحدى معادلتي النظام هي $x + 4y = 5$. جد المعادلة الثانية للنظام. اشرح كيف اشتقت هذه المعادلة.

38. تحدٍّ مجموع الرقمين المكونين لعدد يساوي 8. وناتج طرح رقم الأحاد من رقم العشرات يساوي -4. حدد المتغيرات واكتب نظام المعادلات الذي تستخدمه في إيجاد العدد. ثم جد حل النظام وجد العدد.

39. الكتابة في الرياضيات صف الوقت الذي يكون فيه استخدام الحذف في حل نظام المعادلات هو الاختيار الأنسب.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين على الاختبار المعياري

40. إجابة قصيرة تركب خديجة قطار سفر يسير بسرعة 188 km/h يصل بين مدينتين متباعدتين بمقدار 1128 km. فإذا كان القطار يسافر لمدة ساعة، فما عدد الساعات الزائدة في رحلتها بالقطار؟

41. الهندسة تريد الآنسة خولة أن تكسو أرضية مطبخها بالبلاط. وهي تعرف أبعاد الأرضية. فما الصيغة التي يجب أن تستخدمها لإيجاد المساحة؟

A $A = \ell w$
B $V = Bh$
C $P = 2\ell + 2w$
D $c^2 = a^2 + b^2$

42. إذا استمر النمط، فماذا يكون العدد الثامن في المتتالية؟

$$2, 3, \frac{9}{2}, \frac{27}{4}, \frac{81}{8}, \ldots$$

F $\frac{2187}{64}$ **G** $\frac{2245}{64}$ **H** $\frac{2281}{64}$ **J** $\frac{2445}{64}$

43. ما حل نظام المعادلات؟

$$x + 4y = 1$$
$$2x - 3y = -9$$

A $(2, -8)$
B $(-3, 1)$
C لا يوجد حل
D حلول كثيرة لا نهائية

مراجعة شاملة

استخدم التعويض في حل كل نظام من أنظمة المعادلات. إن لم يكن للنظام حل واحد محدد، فحدد هل يوجد له حل أم أن له عدد لا نهائي من الحلول. (الدرس 6-2)

44. $y = 6x$
$2x + 3y = 40$

45. $x = 3y$
$2x + 3y = 45$

46. $x = 5y + 6$
$x = 3y - 2$

47. $y = 3x + 2$
$y = 4x - 1$

48. $3c = 4d + 2$
$c = d - 1$

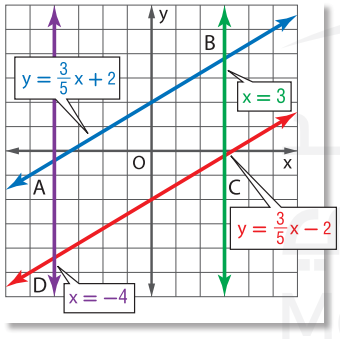
49. $z = v + 4$
$2z - v = 6$

50. المعرفة المالية يريد كل من حميد وخالد شراء دراجة. وقد ادخر حميد الآن 35 AED ويخطط لادخار 10 AED كل أسبوع. وخالد لديه 26 AED ويخطط لادخار 13 AED كل أسبوع. (الدرس 6-1)

a. خلال كم أسبوع سيكون حميد وخالد قد ادخرا المبلغ نفسه؟

b. ما مقدار المال الذي سيكون كل منهما قد ادخره في ذلك الوقت؟

51. الهندسة متوازي الأضلاع هو شكل رباعي فيه الأضلاع المتقابلة متوازية. حدد ما إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع. اشرح استنتاجك.



حُـلّ كل معادلة مما يلي. وتحقق من حلّك.

52. $6u = -48$

53. $75 = -15p$

54. $\frac{2}{3}a = 8$

55. $-\frac{3}{4}d = 15$

مراجعة المهارات

حوّل كل تعبير إلى أبسط صورة. إن لم يكن هذا ممكنًا، فاكتب مبسّط.

56. $6q - 3 + 7q + 1$

57. $7w^2 - 9w + 4w^2$

58. $10(2 + r) + 3r$

59. $5y - 7(y + 5)$

McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح محفوظة © حقوق الطبع والتأليف

6-4 الحذف باستخدام الضرب

السابق
- استخدمت الحذف مع الجمع والطرح لحل أنظمة المعادلات.

الحالي
1. حل أنظمة المعادلات عن طريق الحذف باستخدام الضرب.
2. حل مسائل من الحياة اليومية تتضمن أنظمة معادلات.

لماذا؟
- يُظهر الجدول عدد السيارات في متجر محفوظ لإصلاح السيارات لكل نوع من أنواع الخدمة.

الصنف	الإصلاحات	الصيانة
الجسم	3	4
المحرك	2	2

وقد خصص المدير 1110 دقيقة للعمل على جسم السيارة و 570 دقيقة للعمل على المحرك. النظام $2r + 2m = 570$ و $3r + 4m = 1110$ يمكن استخدامه في إيجاد متوسط زمن كل خدمة.

ممارسات في الرياضيات
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

1 الحذف باستخدام الضرب

في النظام المذكور أعلاه، لا يمكن حذف أي من المتغيرات عن طريق الجمع أو الطرح. يمكنك استخدام الضرب لإيجاد الحل.

المفهوم الأساسي إيجاد الحل باستخدام الحذف

الخطوة 1 اضرب معادلة واحدة على الأقل في ثابت للحصول على معادلتين تحتويان على حدود متقابلة.

الخطوة 2 اجمع المعادلتين، مما سيحذف متغيرًا واحدًا. ثم جد حل المعادلة.

الخطوة 3 عوّض القيمة من الخطوة 2 في إحدى المعادلتين، وجد الحل للمتغير الآخر. اكتب الحل في صورة زوج مرتّب.

مثال 1 ضرب معادلة واحدة لحذف متغير

استخدم الحذف في حل نظام المعادلات.

$5x + 6y = -8$
$2x + 3y = -5$

الخطوتان 1 و 2

$5x + 6y = -8$
$2x + 3y = -5$ — اضرب كل طرف في -2.

$5x + 6y = -8$
$(+)\ -4x - 6y = 10$ — اجمع. تم حذف y.
$x = 2$

الخطوة 3

$2x + 3y = -5$	المعادلة الثانية
$2(2) + 3y = -5$	عوّض، $x = 2$
$4 + 3y = -5$	بسّط.
$3y = -9$	اطرح 4 من كل طرف وبسّط.
$y = -3$	اقسم كل طرف على 3 وبسّط.

إذًا، الحل هو $(2, -3)$.

تمرين موجّه

1A. $6x - 2y = 10$
$3x - 7y = -19$

1B. $9r + q = 13$
$3r + 2q = -4$

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

أحيانًا يتعين عليك أن تضرب كل معادلة في عدد مختلف لكي توجد حلاً للنظام.

مثال 2 ضرب كلتا المعادلتين لحذف متغير

استخدم الحذف لإيجاد حل نظام المعادلات.

$4x + 2y = 8$
$3x + 3y = 9$

الطريقة 1 احذف x.

$4x + 2y = 8$ اضرب في 3.
$3x + 3y = 9$ اضرب في -4.

$$\begin{array}{rl} 12x + 6y = & 24 \\ (+)\ -12x - 12y = & -36 \\ \hline -6y = & -12 \end{array}$$

اجمع المعادلتين. تم حذف x

$\frac{-6y}{-6} = \frac{-12}{-6}$ اقسم كل طرف على -6.

$y = 2$ بسّط.

والآن عوّض عن y بـ 2 في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة x.

$3x + 3y = 9$ المعادلة الثانية
$3x + 3(2) = 9$ عوّض عن y بـ 2.
$3x + 6 = 9$ بسّط.
$3x = 3$ اطرح 6 من كل طرف وحوّل وبسّط.
$\frac{3x}{3} = \frac{3}{3}$ اقسم كل طرف على 3.
$x = 1$ الحل هو (1, 2).

الطريقة 2 احذف y.

$4x + 2y = 8$ اضرب في 3.
$3x + 3y = 9$ اضرب في -2.

$$\begin{array}{rl} 12x + 6y = & 24 \\ (+)\ -6x - 6y = & -18 \\ \hline 6x = & 6 \end{array}$$

اجمع المعادلتين. تم حذف y

$\frac{6x}{6} = \frac{6}{6}$ اقسم كل طرف على 6.

$x = 1$ بسّط.

والآن عوّض 1 بـ x في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة y.

$3x + 3y = 9$ المعادلة الثانية
$3(1) + 3y = 9$ عوّض عن x بـ 1.
$3 + 3y = 9$ بسّط.
$3y = 6$ اطرح 3 من كل طرف وحوّل وبسّط صورة.
$\frac{3y}{3} = \frac{6}{3}$ اقسم كل طرف على 3.
$y = 2$ بسّط.

الحل هو (1, 2)، وهو ما يتناسب مع النتيجة المحققة بالطريقة 1.

التحقق عوّض عن x بـ 1 وعن y بـ 2 في المعادلة الأولى.

$4x + 2y = 8$ المعادلة الأصلية
$4(1) + 2(2) \stackrel{?}{=} 8$ عوّض بـ (1, 2) عن (x, y).
$4 + 4 \stackrel{?}{=} 8$ اضرب.
$8 = 8$ ✓ اجمع.

تمرين موجّه

2A. $5x - 3y = 6$
$2x + 5y = -10$

2B. $6a + 2b = 2$
$4a + 3b = 8$

نصيحة دراسية

اختيار متغير للحذف ما لم تطلب المسألة قيمة متغير بعينه، فيمكنك استخدام الضرب في حذف أي من المتغيرين.

الربط بتاريخ الرياضيات

ليوناردو بيسانو
(1170–1250) اشتهر ليناردو بيسانو باسمه المستعار *فيبوناتشي*. وقد قدم كتابه نظام العد العشري الهندي–العربي الذي يعتمد على القيمة المكانية. وتمت دراسة أنظمة المعادلات الخطية في هذا الكتاب.

برنامج محمد بن راشد للتعليم الذكي Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw–Hill Education

2 إيجاد حل المسائل من الحياة اليومية

أحيانًا يكون من الضروري استخدام الضرب قبل الحذف في حل مسائل الحياة اليومية أيضًا.

مثال 3 من الحياة اليومية إيجاد حل نظام المعادلات

رحلات الطيران **طائرة خاصة مسافرة مع اتجاه الرياح تطير مسافة 520 km خلال 4 ساعات. في رحلة العودة، تستغرق الطائرة 5 ساعات لقطع المسافة نفسها. جد سرعة الطائرة إذا كان الهواء ساكنًا.**

مطلوب منك إيجاد سرعة الطائرة في الهواء الساكن.

افرض أن a = معدل الطائرة إذا كان الهواء ساكنًا.
وافرض أن w = معدل الرياح.

	r	t	d	$r \times t = d$
مع الرياح	$a + w$	4	520	$(a + w)4 = 520$
عكس الرياح	$a - w$	5	520	$(a - w)5 = 520$

إذًا، المعادلتان لدينا هما $5a - 5w = 520$ و $4a + 4w = 520$.

$4a + 4w = 520$ — اضرب في 5.
$5a - 5w = 520$ — اضرب في 4.

$$\begin{array}{rl} 20a + 20w = 2600 & \\ (+)\ 20a - 20w = 2080 & \\ \hline 40a \qquad\quad = 4680 & \text{تم حذف } w \\ \frac{40a}{40} = \frac{4680}{40} & \text{اقسم كل طرف على 40.} \\ a = 117 & \text{بسّط.} \end{array}$$

معدل سرعة الطائرة في الهواء الساكن هو 117 km/h.

تمرين موجّه

3. التجديف يسافر المجدف مسافة 4 km مع التيار خلال ساعة واحدة. وتستغرق رحلة العودة 1.5 ساعة. جد معدل سرعة القارب في المياه الراكدة.

التحقق من فهمك

المثالان 1 و 2 **استخدم طريقة الحذف في حل كل نظام من أنظمة المعادلات.**

1. $2x - y = 4$
$7x + 3y = 27$

2. $2x + 7y = 1$
$x + 5y = 2$

3 $4x + 2y = -14$
$5x + 3y = -17$

4. $9a - 2b = -8$
$-7a + 3b = 12$

مثال 3

5. الاستنتاج المنطقي يقطع فريق تجديف ومعهم مرشد مسافة 16 km مع التيار، ويتوقف لتناول وجبة، ثم يقطع مسافة 16 km ضد التيار. وتظل سرعة التيار ثابتة خلال الرحلة. جد سرعة التجديف في المياه الراكدة.

6. المدونات الصوتية اشترك خلف في 10 مدونات صوتية بإجمالي 340 دقيقة. وقد استخدم علامات البحث المفضلة لديه: الهوايات والتسلية والأحاديث المنفردة. وقد استمرت كل مدونة من مدونات الهوايات والتسلية لمدة 32 دقيقة. وكل مدونة من مدونات الأحاديث المنفردة لمدة 42 دقيقة. فكم حلقة اشترك فيها خلف في كل علامة؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التمرين وحل المسائل

المثالان 1 و 2 **استخدم طريقة الحذف في حل كل نظام من أنظمة المعادلات.**

7. $x + y = 2$
$-3x + 4y = 15$

8. $x - y = -8$
$7x + 5y = 16$

9. $x + 5y = 17$
$-4x + 3y = 24$

10. $6x + y = -39$
$3x + 2y = -15$

11. $2x + 5y = 11$
$4x + 3y = 1$

12. $3x - 3y = -6$
$-5x + 6y = 12$

13. $3x + 4y = 29$
$6x + 5y = 43$

14. $8x + 3y = 4$
$-7x + 5y = -34$

15. $8x + 3y = -7$
$7x + 2y = -3$

16. $4x + 7y = -80$
$3x + 5y = -58$

17. $12x - 3y = -3$
$6x + y = 1$

18. $-4x + 2y = 0$
$10x + 3y = 8$

مثال 3

19. **نظرية الأعداد** سبعة أمثال عدد ما زائد ثلاثة أمثال عدد آخر يساوي سالب واحد. ومجموع العددين يساوي سالب ثلاثة. فما هما العددان؟

20. **كرة القدم الأمريكية** يساوي تسجيل الهدف من الركلة الحرة 3 نقاط بينما يساوي تسجيل الهدف من الركلة الثابتة نقطة واحدة. بعد انتهاء أحد المواسم، سجل آدم فيناتيري لاعب فريق إنديانا بوليس كولتس إجمالي 21 ركلة محققًا 49 نقطة إجمالاً لفريقه. جد عدد أهداف الركلات الحرة وأهداف الركلات الثابتة.

استخدم طريقة الحذف في حل كل نظام من أنظمة المعادلات.

21. $2.2x + 3y = 15.25$
$4.6x + 2.1y = 18.325$

22. $-0.4x + 0.25y = -2.175$
$2x + y = 7.5$

23. $\frac{1}{4}x + 4y = 2\frac{3}{4}$
$3x + \frac{1}{2}y = 9\frac{1}{4}$

24. $\frac{2}{5}x + 6y = 24\frac{1}{5}$
$3x + \frac{1}{2}y = 3\frac{1}{2}$

25. **تمثيل النماذج** وكالة لتوظيف الممرضات المنزليات وموظفي الدعم بتعيين الأشخاص في المواقع حسب الحاجة بصفة يومية. تعمل كل ممرضة 240 دقيقة في اليوم بمعدل يومي AED 90. وكل موظف من موظفي الدعم يعمل 360 دقيقة في اليوم بمعدل يومي AED 120.

a. ذات يوم، عملت الممرضات وموظفو الدعم لمدة إجمالية تبلغ 3000 دقيقة. اكتب معادلة تمثل تلك العلاقة.

b. في اليوم نفسه، قُدِّر إجمالي أرباح الممرضات وموظفي الدعم بـ AED 1050. اكتب معادلة تمثل تلك العلاقة.

c. جد حل نظام المعادلات، وفسر الحل في سياق الموقف.

26. **الهندسة** التمثيلات البيانية لـ $2x + y = 9$ و $x + 2y = 6$ تحتوي على ضلعي مثلث. ورأس المثلث عند تقاطع التمثيلات البيانية.

a. ما إحداثيات الرأس؟

b. ارسم التمثيل البياني للمستقيمين. وحدد رأس المثلث.

c. المستقيم الذي يكوّن الضلع الثالث من المثلث هو المستقيم $x - y = -3$. ارسم هذا المستقيم على التمثيل البياني السابق.

d. اذكر الرأسين الآخرين من المثلث.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

27. **الترفيه** في أحد مراكز الترفيه، اشترت مجموعتان من الأشخاص قطعًا نقدية رمزية ونموذجًا مصغرًا لمباريات الجولف، كما هو موضح في الجدول.

المجموعة	عدد القطع النقدية الرمزية	عدد النماذج المصغرة للجولف	التكلفة الإجمالية
A	16	3	AED 30
B	22	5	AED 43

a. حدّد المتغيرات واكتب نظامًا من أنظمة المعادلات الخطية من هذا الموقف.

b. جد حل نظام المعادلات، واشرح ما يمثله الحل.

28. **الاختبارات** اكتشفت المُعلمة رنا أنها عكست أرقام درجات الاختبار عن طريق الخطأ وأنقصت طالبًا 36 درجة. فأخبرت الطالب أن مجموع الأرقام 14 ووافقت على إعطاء الطالب الدرجات الصحيحة زائد درجات إضافية إذا تمكّن من تحديد درجاته بالضبط. فما هي درجاته الصحيحة؟

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

29. **الاستنتاج** اشرح كيف يمكنك التعرف على نظام المعادلات الخطية الذي له عدد لا نهائي من الحلول.

30. **التفكير النقدي** خليفة وريهام يحلان نظام معادلات. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

خليفة

$$2r + 7t = 11$$
$$r - 9t = -7$$

$$2r + 7t = 11$$
$$(-)\ 2r - 18t = -14$$
$$25t = 25$$
$$t = 1$$
$$2r + 7t = 11$$
$$2r + 7(1) = 11$$
$$2r + 7 = 11$$
$$2r = 4$$
$$\frac{2r}{2} = \frac{4}{2}$$
$$r = 2$$

إذًا الحل هو $(2, 1)$.

ريهام

$$2r + 7t = 11$$
$$r - 9t = -7$$

$$r = 18$$
$$2r + 7t = 11$$
$$2(18) + 7t = 11$$
$$36 + 7t = 11$$
$$7t = -25$$
$$\frac{7t}{7} = -\frac{25}{7}$$
$$t = -3.6$$

إذًا الحل هو $(18, -3.6)$.

31. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب نظامًا من أنظمة المعادلات يمكن حله بضرب معادلة واحدة في -3 ثم جمع المعادلتين معًا.

32. **تحدٍّ** حل النظام $6x - 2y = b$ و $4x + 5y = 2$ هو $(3, a)$. جد قيم a و b. ناقش الخطوات التي استخدمتها.

33. **الكتابة في الرياضيات** لماذا يُعد التعويض في بعض الأحيان أكثر إفادة من الحذف، والعكس صحيح؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين على الاختبار المعياري

34. ما حل نظام المعادلات هذا؟

$$2x - 3y = -9$$
$$-x + 3y = 6$$

A $(3, 3)$ **C** $(-3, 1)$
B $(-3, 3)$ **D** $(1, -3)$

35. بوفيه فيه سعر للبالغين وآخر للأطفال. وعائلة راشد بها شخصان بالغان وثلاثة أطفال، وبلغت قيمة فاتورتهم AED 40.50 . أما عائلة رشيد ففيها ثلاثة بالغين وطفل واحد. وقيمة فاتورتهم AED 38. ما نظام المعادلات الذي يمكن استخدامه في تحديد السعر لكل بالغ وكل طفل؟

F $x + y = 40.50$
$x + y = 38$

H $2x + 3y = 40.50$
$x + 3y = 38$

G $2x + 3y = 40.50$
$3x + y = 38$

J $2x + 2y = 40.50$
$3x + y = 38$

36. إجابة قصيرة زبون في متجر الطلاء طلب 12 L من الطلاء الأخضر الفاتح. ويخلط خميس الطلاء بنسبة 3 أجزاء أزرق إلى جزء واحد أصفر. فما عدد لترات الطلاء الأزرق التي استخدمها؟

37. الاحتمالية يظهر الجدول نتائج رمي مكعب أعداد. فما الاحتمال التجريبي لظهور العدد 3؟

النتيجة	التكرار
1	4
2	8
3	2
4	0
5	5
6	1

A $\frac{2}{3}$ **B** $\frac{1}{3}$ **C** 0.2 **D** 0.1

مراجعة شاملة

استخدم طريقة الحذف في حل كل نظام من أنظمة المعادلات. (الدرس 3–6)

38. $f + g = -3$
$f - g = 1$

39. $6g + h = -7$
$6g + 3h = -9$

40. $5j + 3k = -9$
$3j + 3k = -3$

41. $2x - 4z = 6$
$x - 4z = -3$

42. $-5c - 3v = 9$
$5c + 2v = -6$

43. $4b - 6n = -36$
$3b - 6n = -36$

44. الوظائف سمية وسندية تعملان في مركز لرعاية الأطفال بعد المدرسة. وقد اعتنيتا معًا بـ 32 طفلاً هذا الأسبوع. اعتنت سمية بعدد أطفال يساوي 0.6 من عدد الأطفال الذين اعتنت بهم سندية. فما عدد الأطفال الذي اعتنت بهم كل فتاة؟ (الدرس 2–6)

جد حل كل متباينة ثم مثّل مجموعة الحل بيانيًا.

45. $|m - 5| \leq 8$ **46.** $|q + 11| < 5$ **47.** $|2w + 9| > 11$ **48.** $|2r + 1| \geq 9$

مراجعة المهارات

حوّل كل عبارة إلى صيغة.

49. المساحة A من المثلث تساوي نصف القاعدة b مضروبة في الارتفاع h.

50. المحيط C لدائرة يساوي ناتج ضرب و 2، π، ونصف القطر r.

51. الحجم V لصندوق على شكل مستطيل هو الطول ℓ مضروبًا في العرض w مضروبًا في الارتفاع h.

52. حجم الأسطوانة V هو نفسه ناتج ضرب π ومربع نصف القطر r مضروبًا في الارتفاع h.

53. مساحة الدائرة A تساوي ناتج ضرب π ومربع نصف القطر r

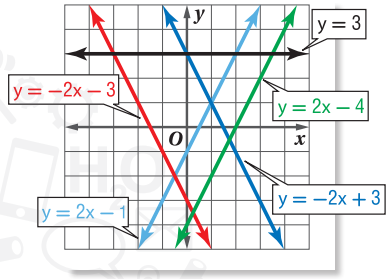
54. التسارع A يساوي الزيادة في السرعة s مقسومة على الزمن t بالثواني.

McGraw–Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

اختبار منتصف الوحدة

الدروس من 1-6 إلى 4-6

استخدم التمثيل البياني لتحديد ما إذا كان كل نظام *متوافقًا* أم غير *متوافق* وما إذا كان *مستقلاً* أم غير مستقل. (الدرس 1-6)



1. $y = 2x - 1$
   $y = -2x + 3$

2. $y = -2x + 3$
   $y = -2x - 3$

مثّل كل نظام بيانيًّا وحدّد عدد الحلول التي يتضمنها. فإذا كان له حل واحد، فاذكره. (الدرس 1-6)

3. $y = 2x - 3$
   $y = x + 4$

4. $x + y = 6$
   $x - y = 4$

5. $x + y = 8$
   $3x + 3y = 24$

6. $x - 4y = -6$
   $y = -1$

7. $3x + 2y = 12$
   $3x + 2y = 6$

8. $2x + y = -4$
   $5x + 3y = -6$

استخدم طريقة التعويض في حل كل نظام من أنظمة المعادلات. (الدرس 2-6)

9. $y = x + 4$
   $2x + y = 16$

10. $y = -2x - 3$
    $x + y = 9$

11. $x + y = 6$
    $x - y = 8$

12. $y = -4x$
    $6x - y = 30$

13. **الغذاء** تكلفة وجبتين في أحد المطاعم موضحة في الجدول أدناه. (الدرس 2-6)

الوجبة	التكلفة الإجمالية
3 تاكو، 2 سمبوسة	AED 7.40
4 تاكو، 1 سمبوسة	AED 6.45

a. حدّد المتغيرات ومثل تكلفة التاكو وتكلفة سمبوسة.

b. اكتب نظام المعادلات لإيجاد تكلفة طبق التاكو الواحد وطبق سمبوسة الواحد.

c. جد حل أنظمة المعادلات، واشرح ما يعنيه الحل.

d. كم يدفع العميل مقابل طبقي تاكو وطبقي سمبوسة؟

14. **الملاهي** تكلفة ذهاب مجموعتين إلى الملاهي موضحة في الجدول. (الدرس 3-6)

المجموعة	التكلفة الإجمالية
4 بالغين، طفلان	AED 184
4 بالغين، 3 أطفال	AED 200

a. حدّد المتغيرات ومثل تكلفة تذكرة البالغ وتكلفة تذكرة الطفل.

b. اكتب نظام المعادلات لإيجاد تكلفة تذكرة البالغ وتذكرة الطفل.

c. جد حل نظام المعادلات، واشرح ما يعنيه الحل.

d. كم تتكلف مجموعة من 3 بالغين و 5 أطفال من أجل الدخول؟

15. **الاختيار من متعدد** أنفقت سهى AED 16 مقابل 12 قطعة حلوى لكي تأخذها إلى الاجتماع. ولديها AED 16. وكل قالب شوكولاتة يتكلف AED 2، وكل مصاصة تتكلف AED 1. حدد عدد الحلوى التي اشترتها من كل نوع. (الدرس 3-6)

A 6 قوالب شوكولاتة، 6 مصاصات

B 4 قوالب شوكولاتة، 8 مصاصات

C 7 قوالب شوكولاتة، 5 مصاصات

D 3 قوالب شوكولاتة، 9 مصاصات

استخدم طريقة الحذف في حل كل نظام من أنظمة المعادلات. (الدرس 3-6 و 4-6)

16. $x + y = 9$
    $x - y = -3$

17. $x + 3y = 11$
    $x + 7y = 19$

18. $9x - 24y = -6$
    $3x + 4y = 10$

19. $-5x + 2y = -11$
    $5x - 7y = 1$

20. **الاختيار من متعدد** يبيع نادي المسرح التابع لمدرسة ثانوية تذاكر لحضور حفل الربيع. تتكلف تذكرة البالغ AED 4 وتذاكر الطلاب AED 1. وقد تم بيع عدد إجمالي 285 تذكرة مقابل AED 765. فما عدد التذاكر التي تم بيعها من كل نوع؟ (الدرس 4-6)

F 145 بالغًا، 140 طالبًا

G 120 بالغًا، 165 طالبًا

H 180 بالغًا، 105 طلاب

J 160 بالغًا، 125 طالبًا

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 6-5 تطبيق أنظمة المعادلات الخطية

السابق

- وجـدت حلولاً لأنظمة المعادلات باستخدام التعويض والحذف.

الحالي

1 تحديد أفضل طريقة لحل أنظمة المعادلات.

2 تطبيق أنظمة المعادلات.

لماذا؟

- في سباقات التزلج السريع، يتسابق كل اثنين من المتنافسين في مسار مزدوج. ويوجد في ملاعب التزلج السريع الداخلية حجمين مختلفين ليناسبا فعاليات السباقات المختلفة: مسار رسمي ومسار قصير.

مسارات التزلج السريع	
المسار الرسمي	x
المسار القصير	y

والطول الإجمالي للمسارين يساوي 511 m. والمسار الرسمي أقل من أربعة أمثال المسار القصير بمقدار 44 m. وإجمالي الطول ممثل بالمعادلة $x + y = 511$. طول المسار الرسمي ممثل بالمعادلة $x = 4y - 44$.

يمكنك حل نظام المعادلات لإيجاد طول كل مسار.

ممارسات في الرياضيات

التفكير بطريقة تجريدية وكميّة.

استخدام نماذج الرياضيات.

1 تحديد الطريقة الأفضل

تعلمت خمس طرق لحل أنظمة المعادلات الخطية. يلخص الجدول طرق وأنواع الأنظمة التي تنجح معها كل طريقة على النحو الأفضل.

ملخص المفهوم حل أنظمة المعادلات

الطريقة	التوقيت الأمثل للاستخدام
التمثيل البياني	لتقدير الحل، بما أن التمثيل البياني لا يعطي حلاً دقيقًا عادة.
التعويض	إذا كان أحد المتغيرات في أي من المعادلتين له معامل 1 أو −1.
الحذف باستخدام الجمع	إذا كان أحد المتغيرات له معامِلات متقابلة في المعادلتين.
الحذف باستخدام الطرح	إذا كان أحد المتغيرات له المعامل نفسه في المعادلتين.
الحذف باستخدام الضرب	إن لم يكن أي من المعاملات يساوي 1 أو −1 ولا يمكن حذف أي من المتغيرات بجمع المعادلات أو طرحها ببساطة.

التعويض والحذف طريقتان جبريتان لحل أنظمة المعادلات. الطريقة الجبرية هي الأفضل للحل الدقيق. والتمثيل البياني، بتقنية أو بدونها، طريقة جيدة لإيجاد حل تقديري.

يمكن حل نظام المعادلات باستخدام كلتا الطريقتين. لتحديد الطريقة الأفضل، حلل معامِلات كل حد في كل معادلة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 1 اختيار الطريقة الأفضل

حدد أفضل طريقة لحل نظام المعادلات. ثم جـد حل النظام.

$4x - 4y = 8$
$-8x + y = 19$

الفهم لكي تحدد الطريقة الأفضل في حل نظام المعادلات، أمعن النظر إلى معاملات كل حد.

التخطيط معامِلات x و y ليست متماثلة أو معكوسات جمعية، ومن ثم لا يمكنك أن تجمع أو تطرح لحذف متغير ما. بما أن معامل y في المعادلة الثانية يساوي 1، يمكن استخدام التعويض.

الحل أولاً، جـد حل المعادلة الثانية لإيجاد قيمة y.

$-8x + y = 19$	المعادلة الثانية
$-8x + y + 8x = 19 + 8x$	اجمع $8x$ مع كل طرف.
$y = 19 + 8x$	بسّط.

ثانيًا، عوّض بـ $19 + 8x$ عن y في المعادلة الأولى.

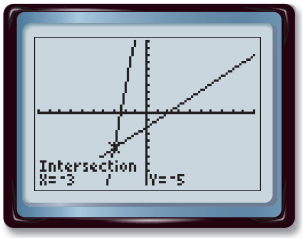
$4x - 4y = 8$	المعادلة الأولى
$4x - 4(19 + 8x) = 8$	عوّض
$4x - 76 - 32x = 8$	خاصية التوزيع
$-28x - 76 = 8$	بسّط.
$-28x - 76 + 76 = 8 + 76$	اجمع 76 مع كل طرف.
$-28x = 84$	بسّط.
$\frac{-28x}{-28} = \frac{84}{-28}$	اقسم كل طرف على -28.
$x = -3$	بسّط.

وأخيرًا، عوّض بـ -3 عن x في المعادلة الثانية.

$-8x + y = 19$	المعادلة الثانية
$-8(-3) + y = 19$	$x = -3$
$y = -5$	بسّط.

حل نظام المعادلة هو $(-3, -5)$.

التحقق استخدم حاسبة التمثيل البياني للتحقق من حلك. فإذا كان حلك الجبري صحيحًا، فإن التمثيلات البيانية تتقاطع عند $(-3, -5)$.



[−10, 10] scl: 1 [−10, 10] scl: 1

نصيحة دراسية

الاستنتاج نظام المعادلات في المثال 1 يمكن حله باستخدام الحذف مع الضرب. يمكنك ضرب المعادلة الأولى في 2 ثم جمعها لحذف الحد x.

تمرين موجّه

1A. $5x + 7y = 2$
$-2x + 7y = 9$

1B. $3x - 4y = -10$
$5x + 8y = -2$

1C. $x - y = 9$
$7x + y = 7$

1D. $5x - y = 17$
$3x + 2y = 5$

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 تطبيق أنظمة المعادلات الخطية

عند تطبيق أنظمة المعادلات الخطية على المسائل، من الضروري تحليل كل حل في سياق الموقف.

الربط بالحياة اليومية

هناك أربعة أنواع من البطاريق على قائمة البطاريق المهددة بالخطر. ومستعمرات البطاريق التي توجد بالقرب من أماكن سكن الإنسان هي الأكثر عرضة لخطر الانقراض.

المصدر: PBS

مثال 2 من الحياة اليومية تطبيق أنظمة المعادلات الخطية

البطاريق من بين 17 نوعًا من البطاريق في العالم، فإن أكبر الأنواع حجمًا هو البطريق الإمبراطوري، ومن بين أصغر الأنواع حجمًا بطريق جالاباجوس. وإجمالي طول البطريقين يساوي 169cm. ويزيد طول البطريق الإمبراطوري عن ضعف طول بطريق جالاباجوس بمقدار 22cm. جـد طول كل بطريق.

يمكن تمثيل إجمالي طول النوعين بالمعادلة $p + g = 169$، حيث p تمثل طول البطريق الإمبراطوري و g تمثل طول بطريق جالاباجوس. ثم اكتب معادلة لتمثيل طول البطريق الإمبراطوري.

الشرح

البطريق الإمبراطوري — أطول بـ — 22cm — من — ضعف طول بطريق جالاباجوس.

المتغيرات بفرض أن p = طول البطريق الإمبراطوري و g = طول بطريق جالاباجوس.

المعادلة

$p = 22 + 2g$

أولاً أعد كتابة المعادلة الثانية.

$p = 22 + 2g$ — المعادلة الثانية

$p - 2g = 22$ — اطرح $2g$ من كل طرف.

يمكنك استخدام الحذف بالطرح لحل نظام المعادلات.

$p + g = 169$ — المعادلة الأولى

$(-)\ p - 2g = 22$ — اطرح المعادلة الثانية.

$3g = 147$ — احذف p.

$\frac{3g}{3} = \frac{147}{3}$ — اقسم كل طرف على 3.

$g = 49$ — بسّط.

ثانيًا عوّض 49 بـ g في إحدى المعادلات.

$p = 22 + 2g$ — المعادلة الثانية

$= 22 + 2(49)$ — $g = 49$

$= 120$ — بسّط.

طول البطريق الإمبراطوري 120cm، وطول بطريق جالاباجوس 49cm.

هل يعني الحل شيئًا في سياق المسألة؟

تحقق بإثبات المعلومات المعطاة. بجمع أطوال البطاريق فإنها تساوي $120 + 49$ أو 169cm و $22 + 2(49)$ يساوي 120cm.

تمرين موجّه

2. التطوع تطوع سالم لمدة 50 ساعة ويخطط للتطوع لمدة 3 ساعات في كل أسبوع من الأسابيع القادمة. وسعيد متطوع جديد يخطط للتطوع 5 ساعات كل أسبوع. اكتب نظامًا للمعادلات لإيجاد الزمن المستغرق قبل أن يحققا نفس العدد من ساعات التطوع.

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

مثال 1

حدد أفضل طريقة لحل كل نظام من أنظمة المعادلات. ثم حُـلّ النظام.

1. $2x + 3y = -11$
$-8x - 5y = 9$

2. $3x + 4y = 11$
$2x + y = -1$

3. $3x - 4y = -5$
$-3x + 2y = 3$

4. $3x + 7y = 4$
$5x - 7y = -12$

مثال 2

5. التسوق أثناء التخفيض، اشترى سلطان 4 قمصان و 3 بناطيل جينز مقابل AED 181. وفي المتجر نفسه، اشترت شيخة قميصًا واحدًا وبنطلونين جينز مقابل AED 94. وكانت القمصان لها نفس السعر، والبنطلونات لها نفس السعر.

a. اكتب نظام معادلات يمكن استخدامه لتمثيل هذا الموقف.

b. حدد أفضل طريقة لحل نظام المعادلات.

c. حل النظام.

التمرين وحل المسائل

مثال 1

حدد أفضل طريقة لحل كل نظام من أنظمة المعادلات. ثم حُـلّ النظام.

6. $-3x + y = -3$
$4x + 2y = 14$

7. $2x + 6y = -8$
$x - 3y = 8$

8. $3x - 4y = -5$
$-3x - 6y = -5$

9. $5x + 8y = 1$
$-2x + 8y = -6$

10. $y + 4x = 3$
$y = -4x - 1$

11 $-5x + 4y = 7$
$-5x - 3y = -14$

مثال 2

12. المعرفة المالية باع عبد الله الطعام الموضح في الجدول لجمع التبرعات لصالح مؤسسة المعلمين المستقبليين في الإمارات. وباع شطائر عددها يزيد بمقدار 11 عن عدد فطائر البيتزا وبلغ إجمالي ما كسبه AED 233. اكتب نظام معادلات لتمثيل هذا الموقف وجـد حله. ثم صِف ما يعنيه الحل.

الطعام	السعر
بيتزا	AED 5.00
شطائر	AED 3.00

13. الأقراص المضغوطة شيماء لديها إجمالي 40 أسطوانة مضغوطة لأفلام سينمائية وبرامج تليفزيونية. وعدد الأفلام يقل بمقدار 4 عن ثلاثة أمثال عدد البرامج التليفزيونية. اكتب نظام معادلات لإيجاد عدد الأفلام والبرامج التليفزيونية الموجودة على الأسطوانة وجـد حله.

14. الكهوف هناك جولتان في كهوف سونورا: جولة القصر الكريستالي وجولة بحيرة حدوة الحصان. وإجمالي طول الرحلتين يساوي 3.25 km. وجولة القصر الكريستالي أقل بمقدار نصف كيلومتر من مِثلي مسافة جولة بحيرة حدوة الحصان. حدّد طول كل رحلة.

15. تمثيل النماذج نقطة *التعادل* هي النقطة التي يتساوى عندها الدخل مع النفقات. تدفع مدرسة الأمل الثانوية AED 13,200، مقابل كتابة وبحث كتابها السنوي زائد مصاريف الطباعة وقدرها AED 25 لكل كتاب. فإذا باعت الكتب مقابل AED 40 لكل كتاب، فكم كتابًا تحتاج لبيعه حتى تصل إلى نقطة التعادل؟ اشرح.

16. كرة الطلاء تخطط عائشة وصديقاتها لرحلة إلى ملعب كرة الطلاء. جـد تكلفة الغداء وتكلفة كل كرة طلاء. كم تبلغ تكلفة 400 كرة طلاء ووجبة غداء؟

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

17. **إعادة التدوير** تقوم عبير وعلياء بإعادة تدوير علب الألومنيوم والصحف، كما هو موضح بالجدول. ربحت عبير AED 3.77، وربحت علياء AED 4.65.

المواد	الكيلوجرامات المعاد تدويرها	
	عبير	علياء
علب الألومنيوم	9	9
الصحف	26	114

a. حدّد المتغيرات واكتب نظامًا من أنظمة المعادلات الخطية من هذا الموقف.

b. ماذا كان سعر كل كيلوجرام من الألومنيوم؟ حدد مدى صحة حلك.

18. **الكتب** تقدم المكتبة تخفيضًا على بيع الكتب. وتباع المجلدات بسعر AED 4 لكل مجلد، والكتب ذات الأغلفة الورقية بسعر AED 2 لكل كتاب. فإذا أنفقت غاية AED 26 لشراء 8 كتب، فما عدد المجلدات التي اشترتها؟

19. **الموسيقى** يقدم أحد نوادي الموسيقى عبر الإنترنت الأغاني المفردة بسعر والألبومات الكاملة بسعر آخر. ويدفع صالح AED 14.90 لتنزيل 5 أغاني فردية وألبوم واحد. أما طارق فيدفع AED 21.75 لتنزيل 3 أغاني فردية وألبومين.

a. كم يأخذ النادي نظير تنزيل أغنية واحدة؟

b. كم يأخذ النادي نظير تنزيل ألبوم كامل؟

20. **التجديف** جدّف عامر عكس التيار لمدة ساعتين ثم جدف مع التيار لمدة ساعة واحدة قبل الاستراحة. وقطع عبد الرحمن مسافة عكس التيار لمدة ساعتين ونصف ثم مع التيار لمدة ساعة ونصف قبل الاستراحة. فإذا قطعا مسافة إجمالية قدرها 9.5 km عكس التيار، و20.5 km مع التيار، وسرعة التيار 3 km كل ساعة، فكم تبلغ سرعة عامر وعبد الرحمن في قطع المسافة عبر المياه الراكدة؟

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

21. **مسألة غير محددة الإجابة** صغ نظام معادلات يمثل موقفًا في مدرستك. صف الطريقة التي يمكنك استخدامها لحل النظام. ثم حل النظام واشرح ما يعنيه الحل.

22. **الاستنتاج** في نظام المعادلات، x تمثل المدة الزمنية المنقضية في قيادة الدراجة، و y تمثل المسافة المقطوعة. حدد الحل لكي يكون $(-1, 7)$. استخدم هذه المسألة لمناقشة أهمية تحليل الحلول في سياق مسائل من الحياة اليومية.

23. **تحدٍّ** جد حل نظام المعادلات التالي باستخدام ثلاث طرق مختلفة. اكتب الحل هنا.

$$4x + y = 13$$
$$6x - y = 7$$

24. **اكتب سؤالاً** يقول زميل إن الحذف هو الطريقة الأفضل لحل نظام المعادلات. اكتب سؤالاً لتفنيد هذا الرأي.

25. **أي مما يلي لا ينتمي إلى المجموعة؟** أي الأنظمة مختلف؟ اشرح.

$y = x + 1$ $y = 3x$	$y = x - 4$ $y = \frac{2}{x}$	$-x + y = 0$ $5x = 2y$	$x - y = 3$ $x + \frac{1}{2}y = 1$

26. **الكتابة في الرياضيات** هل تعرف أي طريقة تستخدمها عند حل نظام المعادلات؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

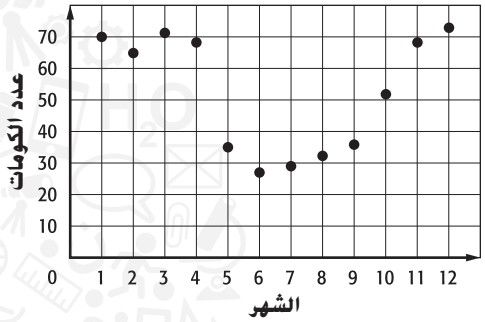
تمرين على الاختبار المعياري

27. إذا كان $5x + 3y = 12$ و $4x - 5y = 17$، فما قيمة y؟

A -1 **B** 3 **C** $(-1, 3)$ **D** $(3, -1)$

28. الإحصاء يظهر مخطط الانتشار عدد كومات القش المستخدمة في مزرعة حسن على مدار العام الماضي.

كومات القش المستخدمة



أي مما يلي يعد استنتاجًا غير صحيح؟

F استخدمت عائلة حسن كمية من القش في الصيف أقل مما استخدمته في الشتاء.

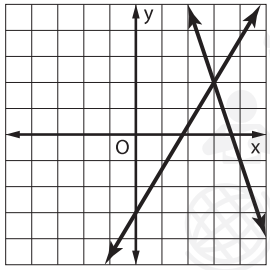
G استخدمت عائلة حسن 629 كومة من القش خلال العام.

H في المتوسط، استخدمت عائلة حسن 52 كومة كل شهر.

J استخدمت عائلة حسن الكمية الأكبر من القش في شهر فبراير.

29. إجابة قصيرة في الظهيرة، يكون لعبد الرحيم ظل طوله 0.15 ft. وبجانبه عمود إنارة له ظل طوله 0.25 ft. فإذا كان طول عبد الرحيم 6 ft فكم يبلغ طول العمود؟

30. أي من أنظمة المعادلات التالية مبينة في التمثيل البياني؟



A $y = -3x + 11$
$3y = 5x - 9$

B $y = 5x - 15$
$2y = x + 7$

C $y = -3x + 11$
$2y = 4x - 5$

D $y = 5x - 15$
$3y = 2x + 18$

مراجعة شاملة

استخدم طريقة الحذف في حل كل نظام من أنظمة المعادلات. (الدرس 4-6)

31. $x + y = 3$
$3x - 4y = -12$

32. $-4x + 2y = 0$
$2x - 3y = 16$

33. $4x + 2y = 10$
$5x - 3y = 7$

34. السفر تسافر مجموعة من الشباب في سيارتين لزيارة متحف الأحياء البحرية. عدد الأشخاص في كل سيارة وتكلفة ركوب هذه السيارة موضحة. فما أسعار ركوب البالغين والطلاب؟ (الدرس 3-6)

سيارة	عدد البالغين	عدد الطلاب	التكلفة الإجمالية
A	2	5	AED 77
B	2	7	AED 95

مثّل كل متباينة بيانيًا.

35. $y < 4$

36. $x \geq 3$

37. $7x + 12y > 0$

38. $y - 3x \leq 4$

مراجعة المهارات

جد المجموع أو الفرق لكل مما يلي.

39. $(-3.81) + (-8.5)$

40. $12.625 + (-5.23)$

41. $21.65 + (-15.05)$

42. $(-4.27) + 1.77$

43. $(-78.94) - 14.25$

44. $(-97.623) - (-25.14)$

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

6-5 مختبر الجبر
استخدام المصفوفات في حل أنظمة المعادلات

المصفوفة هي ترتيب مستطيلي للأعداد، تسمى **المصفوفة**، في صفوف وأعمدة مدرجة بين الأقواس. وعادة ما يتم تعيينه باستخدام حرف كبير، المصفوفة يمكن وصفها عن طريق **أبعادها** أو عن طريق عدد الصفوف والأعمدة داخل المصفوفة. والمصفوفة التي بها عدد m من الصفوف وعدد n من الأعمدة هي مصفوفة $m \times n$ (تقرأ "m في n").

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -9 & 5 & 3 \\ -1 & 3 & -3 & 6 \\ 0 & -4 & 8 & 2 \end{bmatrix}$$

3 صفوف

4 أعمدة

A هي مصفوفة 4 × 3.

العنصر 2 في الصف 3، والعمود 4.

يمكنك استخدام المصفوفة الموسعة في حل نظام المعادلات. **المصفوفة الموسعة** تتألف من معاملات وحدود ثابتة من نظام المعادلات. تأكد من أن معاملات الحدود x مدرجة في عمود واحد، وأن معاملات الحدود y في عمود آخر، وأن الحدود الثابتة في عمود ثالث. وعادة ما يُفصل بين المعاملات والحدود الثابتة بخط متقطع.

النظام الخطي

$$\begin{aligned} x - 3y &= 8 \\ -9x + 2y &= -4 \end{aligned}$$

المصفوفة الموسعة

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & -3 & 8 \\ -9 & 2 & -4 \end{array}\right]$$

النشاط 1 كتابة مصفوفة موسعة

اكتب مصفوفة موسعة لكل نظام من أنظمة المعادلات التالية.

a. $\begin{aligned} -2x + 7y &= 11 \\ 6x - 4y &= 2 \end{aligned}$

ضع معاملات المعادلات والحدود الثابتة في مصفوفة.

$$\begin{aligned} -2x + 7y &= 11 \\ 6x - 4y &= 2 \end{aligned} \rightarrow \left[\begin{array}{cc|c} -2 & 7 & 11 \\ 6 & -4 & 2 \end{array}\right]$$

b. $\begin{aligned} x - 2y &= 5 \\ y &= -4 \end{aligned}$

$$\begin{aligned} x - 2y &= 5 \\ y &= -4 \end{aligned} \rightarrow \left[\begin{array}{cc|c} 1 & -2 & 5 \\ 0 & 1 & -4 \end{array}\right]$$

يمكنك حل نظام المعادلات باستخدام مصفوفة موسعة. وبإجراء عمليات الصفوف، يمكنك تغيير صيغة المصفوفة. والعمليات هي نفسها العمليات التي تستخدم عند التعامل مع المعادلات.

المفهوم الأساسي عمليات الصفوف الأولية

يمكن إجراء العمليات التالية على مصفوفة موسعة.

- التبديل بين أي صفين.
- ضرب جميع العناصر في أحد الصفوف في ثابت غير صفري.
- استبدال أحد الصفوف بمجموع هذا الصف وأحد مضاعفات صف آخر.

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تنتج عمليات الصف مصفوفة مساوية للنظام الأصلي. **تقليل الصف** هو عملية إجراء عمليات الصفوف الأولية على مصفوفة موسعة لحل نظام ما. والهدف هو إكساب جزء المعامل في المصفوفة صيغة $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. وهو ما يسمى بـ **المصفوفة المحايدة**. الصف الأول يعطيك الحل لـ x، لأن معامل y يساوي 0. والصف الثاني يعطيك الحل لـ y، لأن معامل x يساوي 0.

النشاط 2 استخدام عمليات الصف لحلّ نظام ما

استخدم المصفوفة الموسعة لحل نظام المعادلات.

$-5x + 3y = 6$
$x - y = 4$

الخطوة 1 اكتب مصفوفة موسعة: $\left[\begin{array}{cc|c} -5 & 3 & 6 \\ 1 & -1 & 4 \end{array}\right]$

الخطوة 2 لاحظ أن العنصر الأول في الصف الثاني يساوي 1. استبدل الصفوف حتى يكون 1 في الركن العلوي الأيسر.

$\left[\begin{array}{cc|c} -5 & 3 & 6 \\ 1 & -1 & 4 \end{array}\right]$ استبدل R_1 و R_2. $\left[\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 4 \\ -5 & 3 & 6 \end{array}\right]$

الخطوة 3 لمساواة العنصر الأول في الصف الثاني بـ 0، اضرب الصف الأول في 5 واجمع الناتج إلى الصف 2.

$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 4 \\ -5 & 3 & 6 \end{array}\right]$ $5R_1 + R_2$ $\left[\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 4 \\ 0 & -2 & 26 \end{array}\right]$ $1(5) + (-5) = 0;\ -1(5) + 3 = -2;$ $4(5) + 6 = 26$

الخطوة 4 لمساواة العنصر الثاني في الصف الثاني بـ 1، اضرب الصف الثاني في $-\frac{1}{2}$.

$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 4 \\ 0 & -2 & 26 \end{array}\right]$ $-\frac{1}{2}R_2$ $\left[\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -13 \end{array}\right]$ $0\left(-\frac{1}{2}\right) = 0;\ -2\left(-\frac{1}{2}\right) = 1;$ $26\left(-\frac{1}{2}\right) = -13$

الخطوة 5 لمساواة العنصر الثاني في الصف الثاني بـ 0، اجمع الصفوف معًا.

$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -13 \end{array}\right]$ $R_2 + R_1$ $\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & -9 \\ 0 & 1 & -13 \end{array}\right]$ $1 + 0 = 1;\ -1 + 1 = 0;$ $4 + (-13) = -9$

الحل هو $(-9, -13)$.

النموذج والتحليل

اكتب مصفوفة موسعة لكل نظام من أنظمة المعادلات. ثم جد حل النظام.

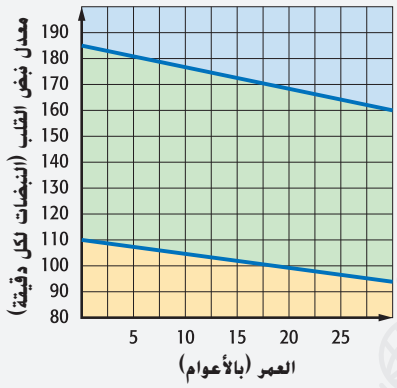
1. $x + y = -3$
   $x - y = 1$
2. $x - y = -2$
   $2x + 2y = 12$
3. $3x - 4y = -27$
   $x + 2y = 11$
4. $x + 4y = -6$
   $2x - 5y = 1$
5. $x - 3y = -2$
   $4x + y = 31$
6. $x + 2y = 3$
   $-3x + 3y = 27$

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 6-6 أنظمة المتباينات

السابق	الحالي	لماذا؟
• مثلت المتباينات الخطية بيانيًا ووجـــدت حلها.	1 • حل أنظمة المتباينات الخطية بالتمثيل البياني. 2 تطبيق أنظمة المتباينات الخطية.	• تبدأ فاطمة برنامج تمارين يحتوي على تمارين مكثفة لتقوية عضلة القلب. وأوصاها المدرب أنه بالنسبة إلى شخص في سنها، يجب أن يظل قلبها في المعدل التالي أثناء ممارستها التمرين. • يجب أن يكون أعلى من 102 نبضة في الدقيقة. • يجب ألا يتعدى 174 نبضة في الدقيقة. يبين التمثيل البياني أدنى وأقصى معدل لضربات القلب للأشخاص الذين تتراوح أعمارهم ما بين 0 إلى 30 عامًا أثناء ممارستهم التمارين: فإذا كان المعدل المطلوب بلون أخضر فاتح، فكم عمر فاطمة في رأيك؟



المفردات الجديدة

نظام المتباينات
system of inequalities

ممارسات في الرياضيات

فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

مراعاة الدقة.

1 أنظمة المتباينات

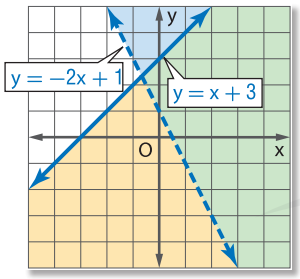
التمثيل البياني أعلاه تمثيل بياني لمتباينتين. وتسمى مجموعة المتباينات المكونة من متباينتين أو أكثر **نظام المتباينات**.

حل نظام المتباينات الذي له متغيران هو مجموعة الأزواج المرتّبة التي تستوفي جميع المتباينات في النظام. ومجموعة الحل ممثلة بتداخل التمثيلات البيانية للمتباينات أو تقاطعها.

مثال 1 إيجاد الحل باستخدام التمثيل البياني

حل نظام المتباينات باستخدام التمثيل البياني.

$$y > -2x + 1$$
$$y \le x + 3$$



التمثيل البياني لـ $y = -2x + 1$ متقطع ولا يتضمنه التمثيل البياني للحل. التمثيل البياني لـ $y = x + 3$ متصل ويتضمنه التمثيل البياني للحل.

حل النظام هو مجموعة الأزواج المرتّبة في تقاطع التمثيل البياني لـ $y > -2x + 1$ و $y \le x + 3$. هذه المنطقة مظللة باللون الأخضر.

عند تمثيل أكثر من منطقة بيانيًا، من المفيد أن تستخدم قلمين بألوان مختلفة أو نمطين مختلفين لكل منطقة. فهذا يسهل رؤية موضع تقاطع المنطقتين وإيجاد الحلول المحتملة.

تمرين موجّه

1A. $y \le 3$
$x + y \ge 1$

1B. $2x + y \ge 2$
$2x + y < 4$

1C. $y \ge -4$
$3x + y \le 2$

1D. $x + y > 2$
$-4x + 2y < 8$

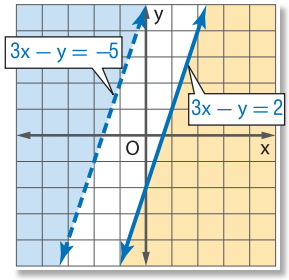
أحيانًا لا تتقاطع المناطق أبدًا؛ وعندما يحدث ذلك، لا يوجد حل لأنه لا يوجد نقاط مشتركة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 2 لا يوجد حل

حل نظام المتباينات باستخدام التمثيل البياني.

$$3x - y \geq 2$$
$$3x - y < -5$$



التمثيل البياني لـ $3x - y = 2$ و $3x - y = -5$ خطان متوازيان. والمنطقتان لا تتقاطعان عند أي نقطة، إذًا لا يوجد حل للنظام.

تمرين موجّه

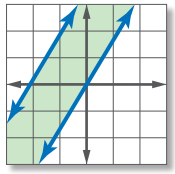
2A. $y > 3$
$y < 1$

2B. $x + 6y \leq 2$
$y \geq -\frac{1}{6}x + 7$

نصيحة دراسية

الحدود المتوازية

نظام المعادلات الممثل بمستقيمات متوازية لا يوجد له حل. لكن نظام المتباينات الذي له حدود متوازية قد يكون له حل. على سبيل المثال:



2 تطبيق أنظمة المتباينات

عند استخدام نظام المتباينات لوصف القيود على التوافيق المحتملة في مسألة من الحياة اليومية، أحيانًا تكون الأعداد الكلية وحدها هي المنطقية.

مثال 3 من الحياة اليومية حلول الأعداد الكلية

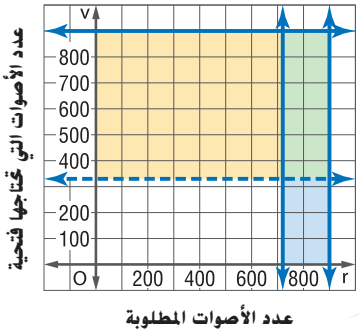
الانتخابات تدير فتحية مجلس الطلاب. وتنص قوانين الانتخابات على أنه لكي تكون الانتخابات صحيحة، يجب أن يصوت 80% من أصل 900 طالب على الأقل. فتحية تعرف أنها بحاجة إلى أكثر من 330 صوتًا لكي تفوز.

a. حدد المتغيرات، واكتب نظامًا من أنظمة المتباينات لتمثيل هذا الموقف. ثم مثل النظام بيانيًّا.

افرض أن r = عدد الأصوات المطلوبة وفقًا لقواعد الانتخابات، 80% من أصل 900 يساوي 720 طالبًا؛ إذًا $r \geq 720$.

افرض أن v = عدد الأصوات التي تحتاج إليها فتحية لكي تفوز. إذًا $v > 330$.

نظام المتباينات هو $r \geq 720$ و $v > 330$.



b. اذكر خيارًا واحدًا قابلاً للتطبيق.

حلول الأعداد الكلية وحدها هي الحلول المنطقية في هذه المسألة: من الحلول المحتملة (800, 400)، 800 طالب صوتوا وحصلت فتحية على 400 صوت.

تمرين موجّه

3. جمع التبرعات يبيع نادي المسرح قمصان. ولديهم ما يكفي من الإمدادات لطباعة 120 قميصًا. وسوف يبيعون قمصان ثقيلة مقابل AED 22 وقمصان عادية مقابلة AED 15، بهدف الحصول على AED 2000 على الأقل.

A. حدّد المتغيرات؛ واكتب نظامًا من أنظمة المتباينات لتمثيل هذا الموقف.

B. ثم مثّل النظام بيانيًا.

C. اذكر حلاً محتملاً واحدًا.

D. هل (45, 30) يعد حلًا؟ اشرح.

الربط بالحياة اليومية

قد يكون نشاط الحكومة الطلابية نشاطًا جيدًا إذا كنت ترغب في إحداث تغيير أو تخطيط لمناسبات أو العمل مع الآخرين.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

المثالان 1 و 2 **حُـلّ أنظمة المتباينات باستخدام التمثيل البياني.**

1. $x \geq 4$
$y \leq x - 3$

2. $y > -2$
$y \leq x + 9$

3. $y < 3x + 8$
$y \geq 4x$

4. $3x - y \geq -1$
$2x + y \geq 5$

5. $y \leq 2x - 7$
$y \geq 2x + 7$

6. $y > -2x + 5$
$y \geq -2x + 10$

7. $2x + y \leq 5$
$2x + y \leq 7$

8. $5x - y < -2$
$5x - y > 6$

مثال 3

9. سباق السيارات في مدرسة تعليم قيادة سيارات السباق هناك متطلبات للسلامة.

a. حدد المتغيرات؛ واكتب نظامًا للمتباينات لتمثيل متطلبات الطول والوزن في هذا الموقف. ثم مثل النظام بيانيًا.

b. اذكر حلًا محتملًا واحدًا.

c. هل (50, 180) يعد حلًّا؟ اشرح.

التمرين وحل المسائل

المثالان 1 و 2 **حُـلّ كل نظام من أنظمة المتباينات بالتمثيل البياني.**

10. $y < 6$
$y > x + 3$

11. $y \geq 0$
$y \leq x - 5$

12. $y \leq x + 10$
$y > 6x + 2$

13. $y < 5x - 2$
$y > -6x + 2$

14. $2x - y \leq 6$
$x - y \geq -1$

15. $3x - y > -5$
$5x - y < 9$

16. $y \geq x + 10$
$y \leq x - 3$

17. $y < 5x - 5$
$y > 5x + 9$

18. $y \geq 3x - 5$
$3x - y > -4$

19. $4x + y > -1$
$y < -4x + 1$

20. $3x - y \geq -2$
$y < 3x + 4$

21. $y > 2x - 3$
$2x - y \geq 1$

22. $5x - y < -6$
$3x - y \geq 4$

23. $x - y \leq 8$
$y < 3x$

24. $4x + y < -2$
$y > -4x$

مثال 3

25. حلبات الثلج تستخدم عربات تسطيح الجليد في الحلبات التي تبلغ مساحتها 100 m^2 على الأقل وتصل إلى 1700 m^2. ويتراوح السعر من AED 10,000 على الأقل إلى AED 150,000 على الأكثر.

a. حدد المتغيرات، واكتب نظامًا من أنظمة المتباينات لتمثيل هذا الموقف. ثم مثل النظام بيانيًا.

b. اذكر حلًا محتملًا واحدًا.

c. هل (1500, 30,000) يعد حلًّا؟ اشرح.

26. تمثيل النماذج يعمل عبد العزيز ما بين 10 إلى 30 ساعة في الأسبوع في مطعم بيتزا. وهو يربح AED 6.50 في الساعة، لكن بإمكانه الحصول على اكرامية عند توصيل طلبات البيتزا.

a. اكتب نظام متباينات لتمثيل الدراهم d التي يمكنه أن يكسبها مقابل عمله عدد h ساعة في الأسبوع.

b. مثل هذا النظام بيانيًا.

c. إذا حصل عبد العزيز على AED 17.50 اكرامية وربح إجمالي AED 180 في الأسبوع، فما عدد الساعات التي عملها؟

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

حُـلّ كل من أنظمة المتباينات باستخدام التمثيل البياني.

27. $x + y \geq 1$
$x + y \leq 2$

28. $3x - y < -2$
$3x - y < 1$

29. $2x - y \leq -11$
$3x - y \geq 12$

30. $y < 4x + 13$
$4x - y \geq 1$

31. $4x - y < -3$
$y \geq 4x - 6$

32. $y \leq 2x + 7$
$y < 2x - 3$

33. $y > -12x + 1$
$y \leq 9x + 2$

34. $2y \geq x$
$x - 3y > -6$

35. $x - 5y > -15$
$5y \geq x - 5$

36. مشروع الصف الدراسي كوّن صف الاقتصاد مجموعة لبيع الأدوات المدرسية. هم يريدون بيع 20 دفترًا و 50 قلمًا على الأقل كل أسبوع، بهدف تحقيق ربح AED 60 على الأقل كل أسبوع.

a. حدّد المتغيرات؛ واكتب نظامًا من أنظمة المتباينات لتمثيل هذا الموقف.

b. مثّل النظام بيانيًا.

c. اذكر حلًا محتملًا واحدًا.

C **37. المعرفة المالية** يربح عبد الكريم AED 15 في الساعة من عمله لدى مصور فوتوغرافي. وهو أيضًا يدرب فريقًا منافسًا لكرة القدم مقابل AED 10 في الساعة. وهو يحتاج أن يربح AED 90 على الأقل كل أسبوع، لكنه لا يريد أن يعمل أكثر من 20 ساعة في الأسبوع.

a. حدّد المتغيرات؛ واكتب نظامًا من أنظمة المتباينات لتمثيل هذا الموقف.

b. مثّل هذا النظام بيانيًا.

c. أعط حلين محتملين لتصف كيف يمكن لعبد الكريم أن يحقق أهدافه.

d. هل (2, 2) يعد حلًا؟ اشرح.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

38. تحدٍّ أنشئ نظام متباينات يساوي $4 \leq |x|$.

39. الاستنتاج حدد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة *أحيانًا*، أم *دائمًا*، أم *ليست صحيحة على الإطلاق*. اشرح إجابتك بمثال أو مثال مضاد.

أنظمة المتباينات ذات الحدود المتوازية ليس لها حلول.

40. الاستنتاج صِف التمثيل البياني لحل هذا النظام بدون تمثيل بياني.

$6x - 3y \leq -5$
$6x - 3y \geq -5$

41. مسألة غير محددة الإجابة متباينة واحدة في نظام واحد تساوي $3x - y > 4$. اكتب متباينة ثانية بحيث تُكوّن

42. مراعاة الدقة مثل نظام المتباينات بيانيًا. وقدر مساحة الحل.

$y \geq 1$
$y \leq x + 4$
$y \leq -x + 4$

43. الكتابة في الرياضيات راجع بداية الدرس. اشرح ما تمثله كل منطقة ملونة من التمثيل البياني. اشرح كيف أن التظليل بعدة ألوان مختلفة قد يساعد في بيان مجموعة حل نظام المتباينات بوضوح.

McGraw-Hill Education مؤسسة محفوظة لصالح © حقوق الطبع والتأليف

تمرين على الاختبار المعياري

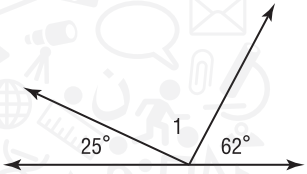
44. إجابة موسّعة للتقديم في منحة دراسية، يجب أن يكون لديك 20 ساعة على الأقل من الخدمات المجتمعية ومتوسط نقاط درجات 3.75 على الأقل. وتتطلب منحة أخرى 40 ساعة على الأقل من الخدمات المجتمعية ومتوسط نقاط درجات 3.0 على الأقل.

a. اكتب نظامًا من أنظمة المتباينات لتمثيل أوراق الاعتماد التي يجب أن تكون لديك حتى تتقدم لكلتا المنحتين.

b. مثّل نظام المتباينات بيانيًا.

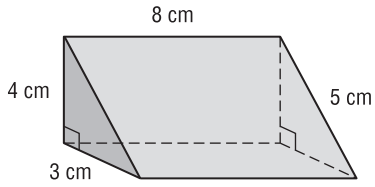
c. إذا كنت مؤهلاً لكلتا المنحتين، فأعط حلا محتملاً واحدًا.

45. الهندسة ما قياس $\angle 1$؟



A 83°
B 87°
C 90°
D 93°

46. الهندسة ما حجم المنشور الثلاثي؟



F 120 cm^3
G 96 cm^3
H 48 cm^3
J 30 cm^3

47. عشرة كيلوجرامات من الطماطم الطازجة تصنع حوالي 7.5 L من الطماطم المطبوخة. كم عدد لترات الطماطم المطبوخة التي يصنعها كيلوجرام واحد من الطماطم الطازجة؟

A L 0.75
B L 1.25
C L 2.5
D L 5

مراجعة شاملة

48. الكيمياء يحتاج معمل أوريون إلى 500 L من محلول يحتوي على 34% من الأسيد. والمحاليل الوحيدة المتوفرة بها تركيز 25% و 50% من الأسيد. اكتب نظام المعادلات وجد حله لإيجاد عدد اللترات في كل محلول التي يجب خلطها لعمل محلول بتركيز 34%. (الدرس 5-6)

استخدم طريقة الحذف في حل كل نظام من أنظمة المعادلات. (الدرس 4-6)

49. $x + y = 7$
$2x + y = 11$

50. $a - b = 9$
$7a + b = 7$

51. $q + 4r = -8$
$3q + 2r = 6$

52. الترفيه اشترت مجموعة من 11 بالغًا وطفلًا تذاكر لمباراة كرة البيسبول. فإذا كان إجمالي التكلفة AED 156، فما عدد التذاكر التي اشتروها من كل نوع؟ (الدرس 4-6)

مثل كل متباينة بيانيًّا.

53. $4x - 2 \geq 2y$

54. $9x - 3y < 0$

55. $2y \leq -4x - 6$

مراجعة المهارات

جد قيمة كل تعبير.

56. 3^3

57. 2^4

58. $(-4)^3$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

6-6 مختبر تقنية التمثيل البياني
أنظمة المتباينات

يمكنك استخدام تقنية TI-Nspire لاستكشاف أنظمة المتباينات.
لإعداد الحاسبة، أضف صفحة **Graphs** جديدة من الشاشة الرئيسية.

النشاط تمثيل أنظمة المتباينات بيانيًّا

يملك السيد عبيد شركة لغسيل السيارات وتزيينها. ويستغرق 20 دقيقة في غسيل السيارة الواحدة و 60 دقيقة في تزيينها. ويعمل 8 ساعات بحد أقصى في اليوم ويقوم بتزيين 4 سيارات في اليوم. اكتب نظامًا من أنظمة المتباينات الخطية لتمثيل هذا الموقف.

أولاً، اكتب متباينة خطية تمثل الزمن المستغرق في غسل السيارة وتزيينها. افرض أن x تمثل عدد مرات غسل السيارات، وافرض أن y تمثل عدد مرات تزيين السيارات. إذًا $20x + 60y \leq 480$.

لتمثيل المتباينة بيانيًّا باستخدام حاسبة التمثيل البياني، جد حل y.

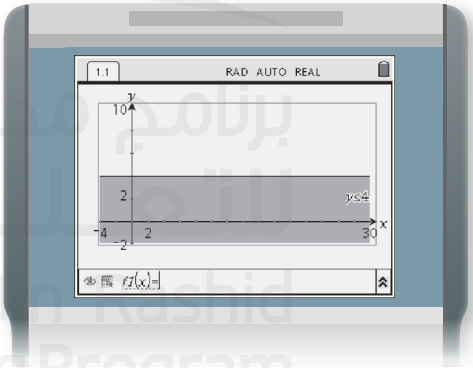
$20x + 60y \leq 480$ — المتباينة الأصلية

$60y \leq -20x + 480$ — اطرح $20x$ من كل طرف وبسّط

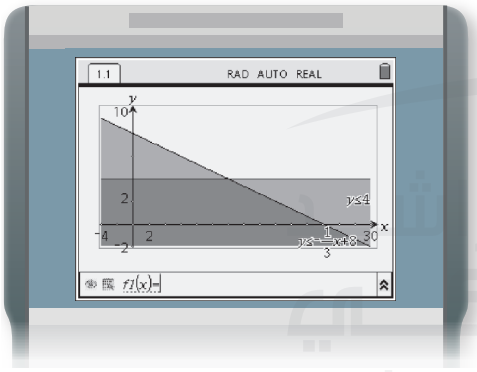
$y \leq -\frac{1}{3}x + 8$ — اقسم كل طرف على 60 وبسّط

يزين السيد عبيد 4 سيارات في اليوم. وهذا يعني أن $y \leq 4$.

الخطوة 1 عدل نافذة العرض ثم مثل بيانيًّا $y \leq 4$.
استخدم خيار **Window Settings** من قائمة **Window/Zoom** لضبط النافذة بحيث -4 إلى 30 لـ x و -2 إلى 10 لـ y.
اضبط المقاييس على **Auto**. ثم أدخل **enter** $y \leq 4$ **del**.



الخطوة 2 مثل بيانيًّا $y \leq -\frac{1}{3}x + 8$. اضغط **tab del** $\leq$ ثم أدخل $-\frac{1}{3}x + 8$.



المنطقة المظللة الداكنة من التمثيل البياني تمثل الحلول.

تحليل النتائج

1. إذا كان السيد عبيد يفرض سعرًا AED 75 لكل سيارة يزينها و AED 25 لكل سيارة يغسلها، فما أقصى قدر من المال يمكنه أن يكسبه خلال يوم واحد؟
2. ما أكبر عدد من السيارات يمكن للسيد عبيد أن يغسله في اليوم؟ اشرح استنتاجك.

برنامج محمد بن راشد للتعليم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح محفوظة © والتأليف الطبع حقوق

دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

أنظمة المعادلات (الدروس 6-1 إلى 6-5)

- النظام الذي له تمثيل بياني من مستقيمين متقاطعين نظام ليس له حل وهو *متوافق ومستقل*.
- قد لا يقدم التمثيل البياني لنظام من أنظمة المعادلة سوى حلول تقريبية. وللحلول الدقيقة، يجب أن تستخدم الطرق الجبرية.
- في طريقة التعويض، تُحل إحدى المعادلتين لمتغير ما ويعوض التعبير في المعادلة الثانية لإيجاد قيمة متغير آخر.
- في طريقة الحذف، يتم حذف متغير ما عن طريق جمع المعادلات أو طرحها.
- أحيانًا ضرب إحدى المعادلتين أو كليهما في ثابت يسهل استخدام طريقة الحذف.
- أفضل طريقة لحل نظام من أنظمة المعادلات تعتمد على معاملات المتغيرات.

أنظمة المتباينات (الدرس 6-6)

- نظام المتباينات هو مجموعة من متباينتين أو أكثر لها نفس المتغيرات.
- حل نظام المتباينات هو تقاطع التمثيلات البيانية.

المفردات الأساسية

مصفوفة موسعة augmented matrix	غير متوافق inconsistent
متوافق consistent	مستقل independent
غير مستقل dependent	مصفوفة matrix
بُعد dimension	التعويض substitution
عنصر element	نظام المعادلات system of equations
الحذف elimination	نظام المتباينات system of inequalities

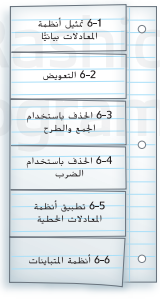
مراجعة المفردات

حدد ما إذا كانت كل عبارة *صحيحة* أم *خاطئة*. وإذا كانت *خاطئة*، فاستبدل الحد الذي تحته خط بحيث تصبح العبارة صحيحة.

1. إذا كان للنظام حل واحد على الأقل، يقال إنه متوافق.
2. إذا كان للنظام المتوافق حلان بالتحديد، يقال إنه مستقل.
3. إذا كان للنظام المتوافق عدد لا نهائي من الحلول، يقال إنه غير متوافق.
4. إن لم يكن للنظام حلول، يقال إنه غير متوافق.
5. التعويض يتضمن تعويض تعبير ما من إحدى المعادلتين لمتغير ما في المعادلة الأخرى.
6. في بعض الحالات، قسمة معادلتين في نظام ما سيحذف أحد المتغيرات. وهذه العملية تسمى بالحذف.
7. المجموعة التي تتكون من متباينتين أو أكثر لها نفس المتغيرات تسمى نظام المعادلات.
8. عند عدم تقاطع التمثيلات البيانية للمتباينات في أي نظام من أنظمة المتباينات، لا توجد حلول للنظام.

المطويات منظّم الدراسة

تأكد من إدراج المفاهيم الأساسية في المطوية.



McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح محفوظة © والتأليف الطبع حقوق

مراجعة درس بدرس

6-1 تمثيل أنظمة المعادلات بيانيًّا

مثل كل نظام بيانيًّا وحدد عدد الحلول التي يتضمنها. وإذا كان له حل واحد، فاذكره.

9. $x - y = 1$
$x + y = 5$

10. $y = 2x - 4$
$4x + y = 2$

11. $2x - 3y = -6$
$y = -3x + 2$

12. $-3x + y = -3$
$y = x - 3$

13. $x + 2y = 6$
$3x + 6y = 8$

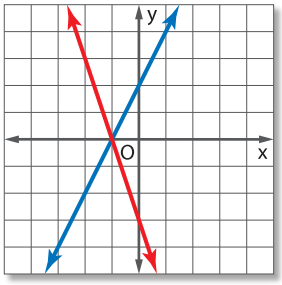
14. $3x + y = 5$
$6x = 10 - 2y$

15. **الأرقام السحرية** يحاول عدنان إيجاد عددين مجموعهما 14 وفرقهما 4. حدد متغيرين، واكتب نظامًا من أنظمة المعادلات، وجد حله بالتمثيل البياني.

مثال 1

مثل النظام بيانيًّا وحدد عدد الحلول التي يتضمنها. وإذا كان له حل واحد، فاذكره.

$y = 2x + 2$
$y = -3x - 3$



تظهر المستقيمات متقاطعة عند النقطة $(-1, 0)$.

يمكنك التحقق من هذا عن طريق التعويض بـ -1 عن x و 0 عن y.

التحقق

المعادلة الأصلية: $y = 2x + 2$
التعويض: $0 \stackrel{?}{=} 2(-1) + 2$
اضرب: $0 \stackrel{?}{=} -2 + 2$
$0 = 0$ ✓

المعادلة الأصلية: $y = -3x - 3$
التعويض: $0 \stackrel{?}{=} -3(-1) - 3$
اضرب: $0 \stackrel{?}{=} 3 - 3$
$0 = 0$ ✓

الحل هو $(-1, 0)$.

6-2 التعويض

استخدم التعويض في حل كل نظام من أنظمة المعادلات.

16. $x + y = 3$
$x = 2y$

17. $x + 3y = -28$
$y = -5x$

18. $3x + 2y = 16$
$x = 3y - 2$

19. $x - y = 8$
$y = -3x$

20. $y = 5x - 3$
$x + 2y = 27$

21. $x + 3y = 9$
$x + y = 1$

22. **الهندسة** مستطيل محيطه 48cm. وطوله أكبر من عرضه بمقدار 6cm. حدد المتغيرات، واكتب المعادلات لتمثيل هذا الموقف. جد حل النظام باستخدام التعويض.

مثال 2

استخدم التعويض لحل النظام.

$3x - y = 18$
$y = x - 4$

المعادلة الأولى: $3x - y = 18$
عوّض بـ $x - 4$ عن y: $3x - (x - 4) = 18$
بسّط: $2x + 4 = 18$
اطرح 4 من كل طرف: $2x = 14$
اقسم كل طرف على 2: $x = 7$

استخدم قيمة x وإحدى المعادلتين لإيجاد قيمة y.

المعادلة الثانية: $y = x - 4$
عوّض وبسّط: $= 7 - 4$ أو 3

إذًا الحل هو $(7, 3)$.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

6-3 الحذف باستخدام الجمع والطرح

استخدم طريقة الحذف في حل كل نظام من أنظمة المعادلات.

23. $x + y = 13$
$x - y = 5$

24. $-3x + 4y = 21$
$3x + 3y = 14$

25. $x + 4y = -4$
$x + 10y = -16$

26. $2x + y = -5$
$x - y = 2$

27. $6x + y = 9$
$-6x + 3y = 15$

28. $x - 4y = 2$
$3x + 4y = 38$

29. $2x + 2y = 4$
$2x - 8y = -46$

30. $3x + 2y = 8$
$x + 2y = 2$

31. **بطاقات البيسبول** اشترى علي 24 بطاقة من بطاقات البيسبول مقابل AED 50. والنوع الواحد يتكلف AED 1 لكل بطاقة، والثاني يتكلف AED 3 لكل بطاقة. حدد المتغيرات، واكتب المعادلات لإيجاد عدد كل نوع من أنواع البطاقات التي اشتراها. جد الحل باستخدام الحذف.

مثال 3

استخدم الحذف في حل نظام المعادلات التالي.

$3x - 5y = 11$
$x + 5y = -3$

$3x - 5y = 11$
$(+)\quad x + 5y = -3$
$4x \quad = 8$ — المتغير y محذوف.
$x = 2$ — اقسم كل طرف على 4.

والآن عوّض 2 بـ x في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة y.

$3x - 5y = 11$ — المعادلة الأولى
$3(2) - 5y = 11$ — عوّض.
$6 - 5y = 11$ — اضرب.
$-5y = 5$ — اطرح 6 من كل طرف.
$y = -1$ — اقسم كل طرف على -5.

إذًا، الحل هو $(2, -1)$.

6-4 الحذف باستخدام الضرب

استخدم طريقة الحذف في حل كل نظام من أنظمة المتباينات.

32. $x + y = 4$
$-2x + 3y = 7$

33. $x - y = -2$
$2x + 4y = 38$

34. $3x + 4y = 1$
$5x + 2y = 11$

35. $-9x + 3y = -3$
$3x - 2y = -4$

36. $8x - 3y = -35$
$3x + 4y = 33$

37. $2x + 9y = 3$
$5x + 4y = 26$

38. $-7x + 3y = 12$
$2x - 8y = -32$

39. $8x - 5y = 18$
$6x + 6y = -6$

40. **بيع المخبوزات** في اليوم الأول، تم بيع إجمالي 40 من المخبوزات مقابل AED 356. حدد المتغيرات، واكتب نظامًا من أنظمة المعادلات لإيجاد عدد الكعكات والفطائر التي تم بيعها. جد الحل باستخدام الحذف.

مثال 4

استخدم في حل نظام المعادلات التالي.

$3x + 6y = 6$
$2x + 3y = 5$

لاحظ أنك إذا ضربت المعادلة الثانية في -2، تصبح معاملات الحدود y معكوسات جمعية.

$3x + 6y = 6$ — $3x + 6y = 6$
$2x + 3y = 5$ — اضرب في -2. — $(+)\ -4x - 6y = -10$
$-x = -4$
$x = 4$

والآن عوّض بـ 4 عن x في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة y.

$2x + 3y = 5$ — المعادلة الثانية
$2(4) + 3y = 5$ — التعويض
$8 + 3y = 5$ — اضرب.
$3y = -3$ — اطرح 8 من كلا الطرفين.
$y = -1$ — اقسم كل طرف على 3.

إذًا، الحل هو $(4, -1)$.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

6-5 تطبيق أنظمة المعادلات الخطية

حدد أفضل طريقة لحل كل نظام من أنظمة المعادلات. ثم جـد حل النظام.

41. $y = x - 8$
$y = -3x$

42. $y = -x$
$y = 2x$

43. $x + 3y = 12$
$x = -6y$

44. $x + y = 10$
$x - y = 18$

45. $3x + 2y = -4$
$5x + 2y = -8$

46. $6x + 5y = 9$
$-2x + 4y = 14$

47. $3x + 4y = 26$
$2x + 3y = 19$

48. $11x - 6y = 3$
$5x - 8y = -25$

49. **العملات** ادخرت ليلى AED 5 وذلك بوضع قطع نقد معدنية من فئة 25 فلسًا ومن فئة 50 فلسًا. وكان إجمالي ما معها 14 قطعة نقد معدنية. حدد المتغيرات وأكتب نظامًا من أنظمة المعادلات لتحديد عدد قطع النقد المعدنية من الفئتين، ثم اوجد حل النظام باستخدام الطريقة الأفضل للموقف.

50. **المعرض** في معرض المدينة، تكلفة 4 شرائح من البيتزا وطلبين من البطاطس المقلية AED 21.00. وتكلفة شريحتين من البيتزا و 3 طلبات من البطاطس المقلية AED 16.50. لإيجاد تكلفة الشريحة الواحدة من البيتزا وتكلفة الطلب الواحد من البطاطس، حدد المتغيرات واكتب نظامًا من أنظمة المعادلات لتمثيل الموقف. حدد الطريقة الأفضل لإيجاد حل نظام المعادلات. ثم جـد حل النظام. (الدرس 5-6)

مثال 5

حدد أفضل طريقة لحل نظام المعادلات. ثم جـد حل النظام.

$3x + 5y = 4$
$4x + y = -6$

معامل y يساوي 1 في المعادلة الثانية. إذًا فالحل بالتعويض طريقة جيدة. جـد حل المعادلة الثانية لـ y.

$4x + y = -6$ — المعادلة الثانية
$y = -6 - 4x$ — اطرح $4x$ من كل طرف.

عوّض بـ $-6 - 4x$ عن y في المعادلة الأولى.

$3x + 5(-6 - 4x) = 4$ — عوّض.
$3x - 30 - 20x = 4$ — خاصية التوزيع
$-17x - 30 = 4$ — بسّط.
$-17x = 34$ — اجمع 30 إلى كل طرف.
$x = -2$ — اقسم على -17.

أخيرًا، عوّض بـ -2 عن x في إحدى المعادلتين لإيجاد y.

$4x + y = -6$ — المعادلة الثانية
$4(-2) + y = -6$ — عوّض.
$-8 + y = -6$ — اضرب.
$y = 2$ — اجمع 8 لكل طرف.

الحل هو $(-2, 2)$.

Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program
محمد بن راشد للتعلم الذكي

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

6-6 أنظمة المتباينات

حُـلّ كل نظام من أنظمة المتباينات باستخدام التمثيل البياني.

51. $x > 3$
$y < x + 2$

52. $y \leq 5$
$y > x - 4$

53. $y < 3x - 1$
$y \geq -2x + 4$

54. $y \leq -x - 3$
$y \geq 3x - 2$

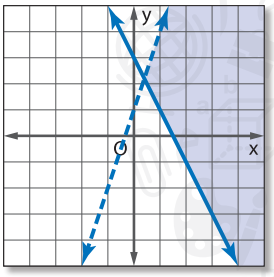
55. الوظائف يربح عمر AED 7 في الساعة من عمله في متجر للخضراوات ويربح AED 10 في الساعة من توصيل الصحف. ولا يمكنه العمل لأكثر من 20 ساعة في الأسبوع. مثل المتباينتين اللتين يمكن لعمر استخدامهما لتحديد عدد الساعات التي يحتاج إلى العمل خلالها في كل وظيفة بيانيًّا إذا أراد أن يربح AED 90 على الأقل في الأسبوع.

مثال 6

حُـلّ نظام المتباينات باستخدام التمثيل البياني.

$y < 3x + 1$
$y \geq -2x + 3$

مجموعة حل النظام هي مجموعة الأزواج المرتبة في تقاطع التمثيلين البيانيين. هذا الجزء مظلل في التمثيل البياني أدناه.



برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار

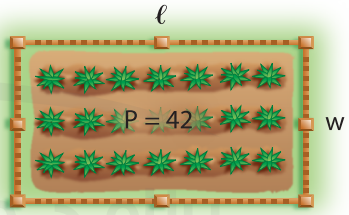
مثل كل نظام بيانيًّا وحدد عدد الحلول التي يتضمنها. وإذا كان له حل واحد، فاذكره.

1. $y = 2x$
   $y = 6 - x$
2. $y = x - 3$
   $y = -2x + 9$
3. $x - y = 4$
   $x + y = 10$
4. $2x + 3y = 4$
   $2x + 3y = -1$

استخدم التعويض في حل كل نظام من أنظمة المعادلات.

5. $y = x + 8$
   $2x + y = -10$
6. $x = -4y - 3$
   $3x - 2y = 5$

7. **البستنة** يملك عيسى 42 m من السياج حول بستانه. والبستان مستطيل الشكل، وطوله يساوي ضعفي عرضه ناقص 3 m. حدد المتغيرات، واكتب نظامًا من أنظمة المعادلات لإيجاد طول البستان وعرضه. جد النظام باستخدام التعويض.



8. **الاختيار من متعدد** استخدم الحذف في حل النظام.
   $6x - 4y = 6$
   $-6x + 3y = 0$

   A (5, 6)

   B (−3, −6)

   C (1, 0)

   D (4, −8)

9. **التسوق** لدى مايسة AED 175 لشراء بنطلونات جينز وسترات. وكل بنطلون يتكلف AED 25، وكل سترة تتكلف AED 20، وهي تشتري 8 سلع. حدد عدد البنطلونات والسترات التي اشترتها مايسة.

استخدم طريقة الحذف في حل كل نظام من أنظمة المعادلات.

10. $x + y = 13$
    $x - y = 5$
11. $3x + 7y = 2$
    $3x - 4y = 13$
12. $x + y = 8$
    $x - 3y = -4$
13. $2x + 6y = 18$
    $3x + 2y = 13$

14. **المجلات** سجلت مها في مجلة رياضية ومجلة للموضة. وتسلمت 24 إصدارًا لهذا العام. عدد إصدارات مجلات الموضة يقل عن ضعف عدد المجلات الرياضية بمقدار 6. حدد المتغيرات، واكتب نظامًا من أنظمة المعادلات لإيجاد عدد إصدارات كل مجلة.

حدد أفضل طريقة لحل كل نظام من أنظمة المعادلات. ثم جد حل النظام.

15. $y = 3x$
    $x + 2y = 21$
16. $x + y = 12$
    $y = x - 4$
17. $x + y = 15$
    $x - y = 9$
18. $3x + 5y = 7$
    $2x - 3y = 11$

19. **أدوات المكتب** أثناء التخفيض، اشترى فارس 24 رزمة ورق و 4 أقلام حبر مقابل AED 320. اشترت موزة رزمتين من الورق وقلم حبر واحد مقابل AED 50. وكانت رزم الورق بنفس السعر والأقلام الحبر أيضًا بنفس السعر. اكتب نظامًا من أنظمة المعادلات لتمثيل هذا الموقف. حدد أفضل طريقة لحل نظام المعادلات. ثم جد حل النظام.

حُلّ كل نظام من أنظمة المتباينات باستخدام التمثيل البياني.

20. $x > 2$
    $y < 4$
21. $x + y \leq 5$
    $y \geq x + 2$
22. $3x - y > 9$
    $y > -2x$
23. $y \geq 2x + 3$
    $-4x - 3y > 12$

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

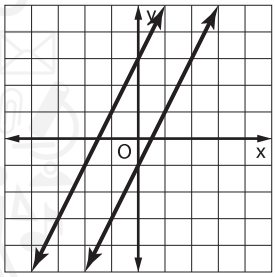
تدريب على الاختبار المعياري

تراكمي، الوحدات من 1 إلى 6

الاختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي قدمها لك معلمك أو في ورقة أخرى.

1. أي من الحدود التالية تصف نظام المعادلات الموضح في التمثيل البياني *على النحو الأفضل*؟



A متوافق

B متوافق وغير مستقل

C متوافق ومستقل

D غير متوافق

2. استخدم التعويض في حل نظام المعادلات التالي.

$$\begin{cases} y = 4x - 7 \\ 3x - 2y = -1 \end{cases}$$

F $(3, 5)$ **H** $(5, -2)$

G $(4, -1)$ **J** $(-6, 2)$

3. أي الأزواج المرتبة هو حل نظام المعادلات الخطية الموضحة أدناه؟

$$\begin{cases} 3x - 8y = -50 \\ 3x - 5y = -38 \end{cases}$$

A $\left(\frac{5}{8}, \frac{3}{2}\right)$ **C** $\left(-\frac{2}{7}, \frac{4}{9}\right)$

B $(4, -9)$ **D** $(-6, 4)$

4. تلقى متجر للمستلزمات المنزلية AED 881 من بيع 4 مناشير طاولة و 9 مثاقيب كهرباء. فإذا تجاوزت أرباح بيع المناشير أرباح المثاقيب بمقدار AED 71، فما ثمن المثقاب الكهربي؟

F AED 45 **H** AED 108

G AED 59 **J** AED 119

5. في أي ربع من المستوى الإحداثي تقع المنطقة التي تُحدد حل النظام الأتي.

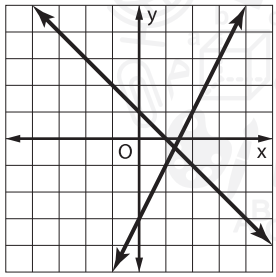
$$y > -\frac{1}{2}x - 1$$

$$y > -x + 3$$

A I و IV فقط **C** II و I و IV فقط

B III فقط **D** II و IIII فقط

6. أي من الحدود التالية تصف نظام المعادلات الموضح في التمثيل البياني *على النحو الأفضل*؟



F متوافق

G متوافق ومستقل

H متوافق وغير مستقل

J غير متوافق

7. استخدم الحذف في حل نظام المعادلات التالي.

$$3x + 2y = -2$$

$$2x - 2y = -18$$

A $(1, 3)$ **C** $(-2, -3)$

B $(7, -4)$ **D** $(-4, 5)$

8. ما حل نظام المعادلات التالي؟

$$\begin{cases} y = 6x - 1 \\ y = 6x + 1 \end{cases}$$

F $(2, 11)$ **H** $(7, 5)$

G $(-3, -14)$ **J** لا يوجد حل

نصيحة عند حل الاختبار

السؤال 8 يمكنك طرح المعادلة الثانية من الأولى لحذف المتغير x. ثم جـد حل y.

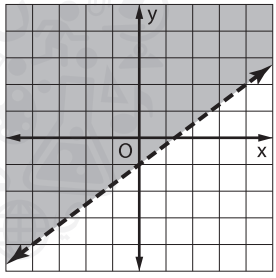
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الإجابة المختصرة/الإجابة الشبكية

اكتب الإجابات في ورقة الإجابة التي قدمها لك المعلم أو ورقة أخرى.

9. إجابة شبكية نجلاء وأختها لديهما AED 15 تنفقانها على البيتزا. والبيتزا المتوسطة تتكلف AED 11.50 زائد AED 0.75 لكل إضافة. ما أقصى عدد للإضافات يمكن لنجلاء وأختها الحصول عليه مع البيتزا؟

10. اكتب متباينة للتمثيل البياني التالي.



11. إجابة شبكية هالة تأخذ جولة على الطريق. بعد أن تقود 12 km زيادة، ستكون قد قادت السيارة ما لا يقل عن منتصف الجولة التي تبلغ مسافتها 108 km. ما هو أقل عدد من الكيلومترات قادته حتى الآن

12 اكتب معادلة في صيغة الميل والمقطع حيث الميل يساوي $-\frac{2}{3}$ و والمقطع مع محور y يساوي 6.

13. تفرض شركة إيجارات قيمة AED 9.50 في الساعة للدراجة البخارية زائد AED 15 رسوم. اكتب معادلة في صيغة الميل والتقاطع لتكلفة الإيجار الإجمالية C من تأجير الدراجة البخارية لمدة h ساعات.

14. إجابة شبكية متجر لأدوات الكمبيوتر لديه تخفيضات في المتجر كله أثناء عطلة نهاية الأسبوع. حبر الطابعة الذي يُباع الذي يباع في الظروف العادية بـ AED 179.00 أصبح بعد التخفيض AED 143.20. ما النسبة المئوية للتخفيض على السعر؟

15. عام 1980، كان التعداد السكاني بولاية كنتاكي حوالي 3.66 مليون نسمة. وفي عام 2000، وصل العدد إلى قرابة 4.04 مليون نسمة. فكم كان معدل الزيادة السنوية في تعداد السكان من عام 1980 إلى عام 2000؟

16. تتكلف خدمات هاتف ماجد المحمول AED 0.15 في كل رسالة. اكتب معادلة تمثل التكلفة C من خدمة الهاتف المحمول لـ t رسائل مرسلة كل شهر.

17. متجر يعرض خدمة إعادة إرسال رسائل البريد على جميع الطابعات مقابل AED 15 فإذا كان محمد يبحث عن طابعات يتراوح سعرها ما بين AED 45 إلى AED 89، فما المبلغ الذي يتوقع أن يدفعه؟

الإجابة الموسعة

دوّن إجاباتك على ورقة. اكتب الحل هنا.

18. يبين الجدول عدد الأطعمة المعلبة التي تم جمعها خلال اليوم الأول من أيام تبرعات الطعام.

نتائج اليوم الأول من جمع تبرعات الطعام	
الصف الدراسي	العدد المجموع
طلاب الصف العاشر	78
طلاب الصف الحادي عشر	80
طلاب الصف الثاني عشر	92

a. قدر عدد البضائع المعلبة التي سيتم جمعها خلال جمع تبرعات يستمر 5 أيام. اشرح إجابتك.

b. هل هذا التقدير توقع معقول؟ اشرح.

برنامج محمد بن راشد الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحضير للاختبارات المعيارية

التخمين والتحقق

من الضروري جدًّا أن تسرع من وتيرتك وتظل على اطلاع دائم بمقدار الوقت المتاح لك عند الخضوع لاختبار معياري. فإذا كان الوقت يمر سريعًا، أو إذا لم تكن واثقًا من كيفية حل مسألة ما، فقد تساعدك إستراتيجية التخمين والتحقق في تحديد الإجابة الصحيحة بسرعة.

إستراتيجيات التخمين والتحقق

الخطوة 1

أمعن النظر في كل اختيار إجابة ممكنة، وجد قيمته لمعرفة مدى صحته. احذف الإجابات غير المنطقية.

اسأل نفسك:

- هل هناك أي خيارات إجابة غير صحيحة بشكل واضح؟
- هل أي من خيارات الإجابة ليست بالشكل الصحيح؟
- هل توجد أي خيارات إجابة لا تحتوي الوحدات المناسبة للإجابة الصحيحة؟

الخطوة 2

لخيارات الإجابة المتبقية، استخدم طريقة التخمين والتحقق.

- **المعادلات:** إذا كنت تحل معادلة ما، فعوّض خيار الإجابة بالمتغير وانظر ما إذا كانت هذه النواتج في جملة عددية حقيقية.
- **المتباينات:** وبالمثل، يمكنك تعويض خيار الإجابة بالمتغير وتنظر ما إذا كان مستوفيًا للمتباينة.
- **نظام المعادلات:** جد خيار الإجابة التي تستوفي كلتا معادلتي النظام.

الخطوة 3

اختر خيار إجابة وانظر ما إذا كان يفي بقيود بيان المسألة. حدّد الإجابة الصحيحة.

- إذا كان خيار الإجابة الذي تختبره لا يفي بالمسألة، فانتقل إلى التخمين المعقول التالي، وتحقق منه.
- عندما تجد خيار الإجابة الصحيح، توقف. لست مضطرًّا للتحقق من خيارات الإجابة الأخرى.

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. حدد ما تحتاج لمعرفته. ثم استخدم المعلومات الموجودة في حل المسائل.

جد حل $\begin{cases} 4x - 8y = 20 \\ -3x + 5y = -14 \end{cases}$.

A (5, 0)

B (4, −2)

C (3, −1)

D (−6, −5)

حل نظام المعادلات هو زوج مرتّب، (x, y). بما أن جميع خيارات الإجابة بهذا الشكل، فمن المحتمل أن تكون كلها إجابات صحيحة ويجب أن يتم التحقق منها. ابدأ بخيار الإجابة الأول وعوضه في كل معادلة. استمر حتى تجد الزوج المرتّب الذي يستوفي كلتا معادلتي النظام.

	المعادلة الأولى	المعادلة الثانية
خمن: (5, 0)	$4x - 8y = 20$ ✓ $4(5) - 8(0) = 20$	$-3x + 5y = -14$ ✗ $-3(5) + 5(0) \neq -14$

	المعادلة الأولى	المعادلة الثانية
خمن: (4, −2)	$4x - 8y = 20$ ✗ $4(4) - 8(-2) \neq 20$	$-3x + 5y = -14$ ✗ $-3(4) + 5(-2) \neq -14$

	المعادلة الأولى	المعادلة الثانية
خمن: (3, −1)	$4x - 8y = 20$ ✓ $4(3) - 8(-1) = 20$	$-3x + 5y = -14$ ✓ $-3(3) + 5(-1) = -14$

الزوج المرتّب (3, −1) يستوفي كلتا معادلتي النظام. إذًا، الإجابة الصحيحة هي C.

تمارين

اقرأ كل مسألة. احذف أي إجابة غير منطقية. ثم استخدم المعلومات الموجودة في حل المسائل.

1. اشترت نبيلة 5 شطائر و 3 مشروبات غازية في مباراة الكرة مقابل AED 11.50. واشترى فالح 4 شطائر ومشروبين مقابل AED 8.50. فكم تتكلف الشطيرة الواحدة والمشروب الواحد؟

A الشطائر: AED 1.25
المشروبات الغازية: AED 1.50

C الشطائر: AED 1.50
المشروبات الغازية: AED 1.25

A الشطائر: AED 1.25
المشروبات الغازية: AED 1.75

D الشطائر: AED 1.50
المشروبات الغازية: AED 1.75

2. تأمل المكتبة في بيع ما لا يقل عن 30 جلادًا وحاسبة كل أسبوع. وتأمل أيضًا في تحقيق ربح لا يقل عن AED 200 في الجلاد والحاسبات. فما عدد الجلاد والحاسبات التي يمكنها بيعها لكي تحقق كلا الهدفين؟

أسعار المكتبة	
الأداة	السعر
الجلاد	AED 3.65
الحاسبات	AED 14.80

F 25 جلادًا،
5 حاسبات

H 22 جلادًا،
9 حاسبات

G 12 جلادًا،
15 حاسبة

J 28 جلادًا،
6 حاسبات