مهارات التفكير العليا والإبداع الرقمي

إعداد / عبير الطبيشي

بسم الله الرحمن الرحيم

إدارة التسجيل و الترقيمات الدولية

إشعار تسجيل كتاب إلكتروني

الأستاذة / عبير الطبيشي الخضاري

نفيدكم علما بأنه قد تم تسجيل عملكم الموسوم بِ:

مهارات التفكير العليا والإبداع الرقمي

تحت رقم إيداع 1442/7194 وتاريخ 1442/08/15 هـ، ورقم ردمك 978-603-03-7599-8

نأمل طباعة الرقم الدولي المعياري(ردمك) و رقم الايداع على الكتاب الإلكتروني، كما نرجو إيداع نسختين من العمل

في مكتبة الملك فهد الوطنية فور الانتهاء منه، علما بأن الإهداء أو الشراء لا يسقط حق تطبيق نظام الإيداع

شاكرين حسن تعاونكم

مدير إدارة التسجيل والترقيمات الدولية

محمد عبد الله العبد العزيز

شكر و عرفان

أتقدم بالشكر الجزيل لمجموعة الأبداع

مجموعة رفعة التي تضم نخبة من المعلمين و المعلمات المبدعين

شكرا لكم

ولي الفخر بأن أكون أحد أعضاء هذه المجموعة المبدعة

حسابات مجموعة رفعة

لإضافة جميع قنوات و حسابات مجموعة رفعة

أضغط هنا

المقدمة

الحمد للّه و الصلاة و السلام على رسول اللّه نبينا محمد صلى اللّه عليه و سلم ، أما بعد .....

في ظل عصرنا الذي يواكب كل جديد و مع تطور وسائل التقنية الحديثة ، و لدعم أبناءنا جيل المستقبل ، قادة الغد .

ولأن الرياضيات من العلوم المهمة الرائدة في مجال التعليم و لربط التعلم بالمرح ، جاءت فكرة هذا الكتيب الذي يخدم فئة الطلاب و الطالبات بطريقة مبسطة و مرحة من خلال ألعاب تفاعلية و أسئلة مهارات تفكير عليا تنمي مهارات الطلبة و تثري معلوماتهم و تساعدهم أن يقبلوا على الدرس بحماس .

الإهداء

إلى معلمينا و معلماتنا الأكارم صانعي الغد.....

طلابنا و طالباتنا الأعزاء .....

لأننا نتوق إلى رؤيتكم في العلياء دومًا . أنتم جيلنا الواعد

و مستقبلنا المضئ ، ولأن ابناءنا و طلابنا حتماً يستحقون الأفضل

يسرنا إهداء هذا الكتيب لكم

المعلمة : أ. عبير الطبيشي

م	عنوان الدرس	رقم الصفحة
	الفصل الأول : تحليل الدوال	
1-1	الدوال	2-7
1-2	تحليل التمثيلات البيانية للدوال و العلاقات	8-18
1-3	الاتصال و النهايات	19-25
1-4	القيم القصوى و متوسط معدل التغير	26-31
1-5	الدوال الرئيسة (الأم) و التحويلات الهندسية	32-38
1-6	العمليات على الدوال و تركيب دالتين	39-43
1-7	العلاقات و الدوال العكسية	44-49
	مراجعة الفصل الأول	50
	الفصل الثاني : العلاقات و الدوال الأسية و اللوغاريتمية	
2-1	الدوال الأسية	52-57
2-2	حل المعادلات و المتباينات الأسية	58-63
2-3	اللوغاريتمات و الدوال اللوغاريتمية	64-69
2-4	خصائص اللوغاريتمات	70-76
2-5	حل المعادلات و المتباينات اللوغاريتمية	77-82
2-6	اللوغاريتمات العشرية	83-88
	مراجعة الفصل الثاني	89
	الفصل الثالث : المتطابقات و المعادلات المثلثية	
3-1	المتطابقات المثلثية	91-95
3-2	إثبات صحة المتطابقات المثلثية	96-100
3-3	المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين و الفرق بينهما	101-106
3-4	المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية و نصفها	107-112
3-5	حل المعادلات المثلثية	113-120
	مراجعة الفصل الثالث	121
	الفصل الرابع : القطوع المخروطية	
4-1	القطوع المكافئة	123-129
4-2	القطوع الناقصة و الدوائر	130-139
4-3	القطوع الزائدة	140-145
4-4	تحديد أنواع القطوع المخروطية	146-151
	مراجعة الفصل الرابع	152

الفصل الأول

تحليل الدوال
Analyzing Functions

1-1 الدوال

1-2 تحليل التمثيلات البيانية للدوال و العلاقات

1-3 الاتصال و النهايات

1-4 القيم القصوى و متوسط معدل التغير

1-5 الدوال الرئيسة (الأم) و التحويلات الهندسية

1-6 العمليات على الدوال و تركيب دالتين

1-7 العلاقات و الدوال العكسية

إعداد / عبير الطبيشي

(1-1) الدوال (مهارات التفكير العليا)

اكتشف الخطأ:

أراد كلّ من عبدالله وسلمان تحديد مجال الدالة $f(x)=\frac{2}{x^2-4}$

فقال عبدالله : إن المجال هو $(-\infty,-2)\cup(2,\infty)$. في حين قال سلمان : أن المجال هو $\{x \vdash | \ x \neq -2, x \neq 2, x \in R \dashv\}$ فأيهما كانت إجابته صحيحة ؟ برّر إجابتك.

سلمان إجابته صحيحة لأن الدالة معرفة بشرط $x^2-4\neq 0 \Rightarrow x\neq \pm 2$

لذلك المجال هو $(-\infty,-2)\cup(-2,2)\cup(2,\infty)$.

أو $\{x \mid x \neq -2, x \neq 2, x \in R\}$

اكتب : مجال الدالة $f(x)=\frac{1}{(x+3)(x+1)(x-5)}$ باستعمال كل من رمز الفترة والصفة المميزة للمجموعة . أي الطريقتين تفضل؟ ولماذا ؟

باستخدام الفترات الحقيقية المجال هو : $(-\infty,-3)\cup(-3,-1)\cup(-1,5)\cup(5,\infty)$

باستخدام الصفة المميزة المجال هو: $\{x \mid x \neq -3, x \neq -1, x \neq 5, x \in R\}$

الطريقة الأفضل هي طريقة الصفة المميزة للمجموعة لأنه بدلاً من كتابة أربع فترات تقع ضمنها x نكتب ثلاث قيم غير ممكنة لـ x والمجموعة التي يمكن أخذ x منها أي أنه عند تحديد قيمة ما على فترات متعددة ، تكون الصفة المميزة للمجموعة أكثر فعالية .

(1-1) الدوال (مهارات التفكير العليا)

55) تحدٍّ: إذا كانت $G(x)$ دالة فيها $G(1) = 1 , G(2) = 2 , G(3) = 3$

$$G(x+1) = \frac{G(x-2)G(x-1)+1}{G(x)}$$

لكل $x \geq 3$ فأوجد $G(6)$

الحل :

$$G(x+1) = \frac{G(x-2)G(x-1)+1}{G(x)}$$

$$G(6) = G\ (5+1) = \frac{G(5-2)G(5-1)+1}{G(5)}$$

$$= \frac{G(3)G(4)+1}{G(5)} \qquad \to 1$$

$$G(4) = G(3+1) = \frac{G(3-2)G(3-1)+1}{G(3)}$$

$$= \frac{G(1)G(2)+1}{G(3)} = \frac{(1)(\ 2)+1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$G(5) = G(4+1) = \frac{G(4-2)G(4-1)+1}{G(4)}$$

$$= \frac{G(2)G(3)+1}{G(4)} = \frac{(2)(3)+1}{1} = 7$$

بالتعويض في ١

$$\therefore G(6) = \frac{(3)(1)+1}{7} = \frac{4}{7}$$

(1-1) الدوال (مهارات التفكير العليا)

تبرير: أيُّ الجمل الآتية تصف الدالة المعرَّفة من المجموعة X إلى المجموعة Y بشكل صحيح ، وأيها خاطئة ، وإذا كانت خاطئة ، فأعد كتابتها لتصبح صحيحة.

56) يرتبط كل عنصر من y بعنصر واحد من x.

خطأ ؛ ليس بالضرورة ارتباط كل عنصر من y بعنصر مختلف من x

57) لا يرتبط عنصران أو أكثر من x بالعنصر نفسه من y .

خطأ يمكن لعنصرين أو أكثر من x الارتباط بالعنصر نفسه من y

58) لا يرتبط عنصران أو أكثر من y بالعنصر نفسه من x .

صحيحة

اكتب : وضّح كيف يمكنك تحديد الدالة من خلال :

59) جملة لفظية تبين العلاقة بين عناصر المجال وعناصر المدى .

تكون العلاقة دالة إذا ارتبطت كل قيمة x من المجال (مدخلة) بقيمة y واحدة فقط من المدى (مخرجة)

60) مجموعة أزواج مرتبة .

إذا ارتبط كل عنصر من المجال (إحداثي x) في مجموعة الأزواج المرتبة بعنصر واحد من المدى (إحداثي y مختلف) تكون العلاقة دالة

61) جدول القيم .

إذا ارتبطت كل قيمة لـ x في الجدول بقيمة واحدة مختلفة لـ y تكون العلاقة دالة.

62) تمثيل بياني .

إذا رسم خط رأسي عند أي قيمة x على التمثيل البياني وقطعة في نقطة واحدة تكون العلاقة دالة (اختبار الخط الرأسي)

(1-1) الدوال (تدريب على اختبار)

73) أي العبارات الآتية صحيحة دائماً

A) الدالة لاتمثل علاقة

B) كل دالة تمثل علاقة.

C) كل علاقة تمثل دالة.

D) العلاقة لاتكون دالة

أيٌ مماياتي يمثل مجال الدالة :

$$h(x) = \frac{\sqrt{2x-3}}{x-5}$$

(A $x \neq 5$

(B $x \geq \frac{3}{2}$

(C $x \geq \frac{3}{2}, x \neq 5$

(D $x \neq \frac{3}{2}$

(1-1) الدوال (مراجعة تراكمية)

بسّط كل عبارة مما يأتي:

64) $\dfrac{2r-4}{r-2}$

$$\frac{2r-4}{r-2}=\frac{2(r-2)}{r-2}=2$$

65) $\dfrac{r^2-7r-30}{r^2-5r-24}$

$$\frac{r^2-7r-30}{r^2-5r-24}=\frac{(r-10)(r+3)}{(r-8)(r+3)}=\frac{r-10}{r+3}$$

66) $\dfrac{y}{4}-\dfrac{4y}{3x}+\dfrac{3y}{4x}$

$$\frac{y}{4}-\frac{4y}{3x}+\frac{3y}{4x}=\frac{3xy-16y+9y}{12x}=\frac{3xy-7y}{12x}=\frac{y(3x-7)}{12x}$$

67) $\dfrac{\frac{1}{a}+\frac{1}{4}}{\frac{1}{a^2}-\frac{1}{16}}$

$$\frac{\frac{1}{a}+\frac{1}{4}}{\frac{1}{a^2}-\frac{1}{16}}=\frac{\frac{4-a}{4a}}{\frac{16-a^2}{16a^2}}=\frac{4-a}{4a}\div\frac{(4-a)(4+a)}{16a^2}$$

$$=\frac{4-a}{4a}\cdot\frac{16a^2}{(4-a)(4+a)}=\frac{4a}{4+a}$$

68) $\dfrac{6x^2-11x+4}{6x^2+x-2}\cdot\dfrac{12x^2+11x+2}{8x^2+14x+3}$

$$\frac{(2x-1)(3x-4)}{(2x-1)(3x+2)}\cdot\frac{(4x+1)(3x+2)}{(4x+1)(2x+3)}=\frac{3x-4}{2x+3}$$

(1-1) الدوال (مراجعة تراكمية)

حل كلًا من المعادلتيين الآتيتين :

69) $\frac{8}{x} = 1 + \frac{2}{x-2}$

$$\frac{8}{x} = \frac{x-2+2}{x-2}$$

$$\frac{8}{x} = \frac{x}{x-2}$$

$$\therefore x^2 = 8x - 16$$

$$\therefore x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$(x-4)(x-4) = 0$$

$$x = 4$$

70) $x - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

$$x = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

حل كلاً من المتباينتين :

71) $\frac{x+1}{x-3} - 1 \leq 2$

$$\frac{x+1}{x-3} \leq 2 + 1$$

$$\frac{x+1}{x-3} \leq 3$$

$$x + 1 \leq 3x - 9$$

$$9 + 1 \leq 3x - x$$

$$10 \leq 2x$$

$$\therefore 5 \leq x$$

$$[5, \infty]$$

72) $\frac{6}{x} + 2 \geq 0$

$$\frac{6}{x} \geq -2$$

$$\therefore 6 \geq -2x$$

$$\therefore \frac{6}{-2} \leq x$$

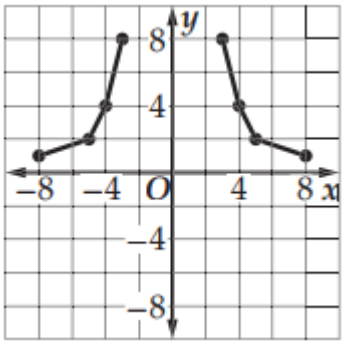
$$-3 \leq x$$

$$[-3, \infty]$$

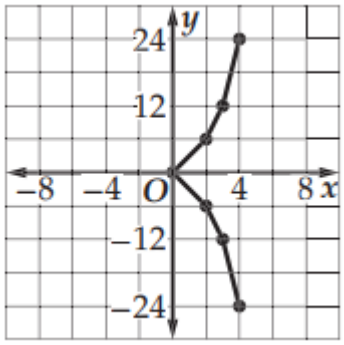
(1-2) تحليل التمثيلات البيانية للعلاقات و الدوال
(مهارات التفكير العليا)

مسألة مفتوحة: مثلاً بيانياً منحنى يحقق الشروط في كل حالة مما يأتي :

50) **منحى يمر بالنقاط** $(-8,1), (-4,4), (5,2), (-3,8)$ **ومتماثل حول المحور** y .



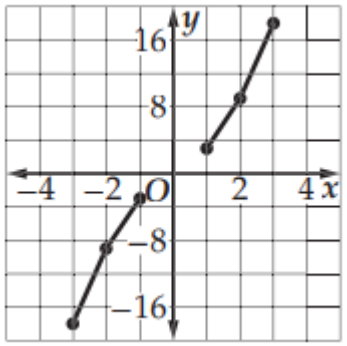
51) **منحنى يمر بالنقاط** $(4,24), (3,12), (2,6), (0,0)$ **ومتماثل حول المحور** x.



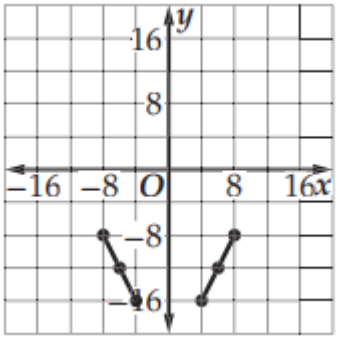
(1-2) تحليل التمثيلات البيانية للعلاقات و الدوال
(مهارات التفكير العليا)

مسألة مفتوحة: مثلاً بيانياً منحنى يحقق الشروط في كل حالة مما يأتي :

52) منحنى يمر بالنقاط $(-3,-18), (-2,-9), (-1,-3)$ ومتماثل حول نقطة الأصل .



٥٣) منحنى يمر بالنقاط $(4,-16), (6,-12), (8,-8)$ ويمثل دالة زوجية .



(1-2) تحليل التمثيلات البيانية للعلاقات و الدوال
(مهارات التفكير العليا)

54) وضّح لماذا يمكن أن يكون للدالة 0 أو 1 أكثر من مقاطع x بينما يوجد لها مقطع y واحد على الأكثر.

يمكن أن تقطع الدالة المحور x أكثر من مقطع (أكثر من صفر) ؛ لأن قيمة x لا تعتمد على قيمة y . في حين قيمة y تعتمد على قيمة x ، ويجب أن ترتبط كل قيمة لـ x بقيمة واحدة فقط لـ y . إذا قطعت العلاقة المحور y أكثر من مقطع فإنها لا تحقق اختبار الخط الرأسي ، و لا تكون دالة

55) أوجد مجال الدالة

$$f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^3 - 4x^2 - 12\,x}$$

ومداها . بّرر إجابتك ثم تحقق منها بيانياً.

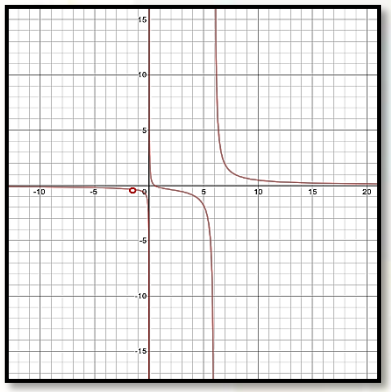
الدالة معرفة بشرط $x^3 - 4x^2 - 12\,x \neq 0$

$$x(x^2 - 4x - 12) \neq 0 \Rightarrow x(x-6)(x+2) \neq 0$$

$$\Rightarrow x \neq 0\,, \quad x \neq 6\,, \quad x \neq -2$$

$$\Rightarrow \text{المجال} = \{x | x \neq 0\,, x \neq 6\,, x \neq -2\,, x \in R\}$$

$$\text{المدى} = \{y | y \in R\}$$



من التمثيل البياني يمكن أن x تكون أي قيمة ماعدا $-2\,,6\,,0$ و تكون y أي عدد حقيقي

(1-2) تحليل التمثيلات البيانية للعلاقات و الدوال
(مهارات التفكير العليا)

تبرير : أي العبارات الآتية صحيحة ، وأيها خاطئة . بَرر إجابتك .

56) **مدى الدالة $f(x) = nx^2$ حيث n عدد صحيح ،هو $\{y|y \geq 0, y \in R\}$:**

خطأ. إجابة ممكنة: إذا كانت $n = 0$، يكون المدى $\{y \mid y = 0\}$. وإذا كانت n سالبة يكون المدى $\{y \mid y \leq 0, y \in \mathrm{R}\}$. وعليه يكون المدى $\{y \mid y \geq 0, y \in \mathrm{R}\}$ عندما تكون n موجبة فقط.

57) **مدى الدالة $f(x) = \sqrt{nx}$ حيث n عدد صحيح ،هو $\{y|y \geq 0, y \in R\}$**

صحيح. إجابة ممكنة: إذا كانت $n = 0$، فإن المدى $\{y \mid y = 0\}$. وإذا كانت n سالبة تكون الدالة معرفة في المجال $\{x \mid x \leq 0, x \in \mathrm{R}\}$، ويكون المدى $\{y \mid y \geq 0, y \in \mathrm{R}\}$. وكذلك ، إذا كانت n موجبة تكون الدالة معرفة في المجال $\{x \mid x \geq 0, x \in \mathrm{R}\}$ ويكون المدى $\{y \mid y \geq 0, y \in \mathrm{R}\}$.

58) **جميع الدوال الفردية متماثلة حول المستقيم $y = -x$.**

خطأ؛ $y = x^3$. دالة فردية، صورة النقطة $(2,8)$ بانعكاس في المستقيم $y = -x$ هي النقطة $(-8, -2)$ و ليست النقطة $(-2, -8)$.

59) **إذا دارت دالة زوجية $180°n$ حول نقطة الأصل ، حيث n عدد صحيح ،فإنها تبقى زوجية.**

صحيح. إجابة ممكنة: إذا كان n عددًا زوجيًا فإن الدالة تُدوّر بمضاعفات $360°$، وهذا يعيد الدالة إلى مكانها الأصلي. وإذا كانت n عددًا فرديًا فإن الدالة تُدوّر بمضاعفات $180°$ حول نقطة الأصل، وهذا مكافئ لانعكاس حول المحور x الذي يعمل على عكس إشارات y ، و الذي يبقى على الدالة زوجية. فمثلًا ، في الدالة الزوجية $f(-x) = f(x)$ وبعد دورانها بزاوية مقدارها $180°$ تصبح $f(-x) = -f(x)$.

(1-2) تحليل التمثيلات البيانية للعلاقات و الدوال
(مهارات التفكير العليا)

تبرير: إذا كانت $a(x)$ دالة فردية ، فحدّد ما إذا كانت الدالة $b(x)$ فردية، أم زوجية أم غير ذلك في كل مما يأتي ، وبرّر إجابتك:

60) $b(x) = a(-x)$

دالة فردية، إجابة ممكنة:

$b(-x) = a[-(-x)]$	تعريف الدالة $b(x)$
$= a(x)$	$-(-x) = x$
$= -a(-x)$	لأن $a(x)$ فردية
$= -b(x)$	تعريف الدالة $b(x)$

61) $b(x) = -a(x)$

دالة فردية، إجابة ممكنة:

$b(-x) = -a(-x)$	تعريف الدالة $b(x)$
$= -[-a(x)]$	لأن $a(x)$ فردية
$= a(x)$	لأن $-(-x) = x$
$= -b(x)$	تعريف الدالة $b(x)$

62) $b(x) = [a(x)]^2$

دالة زوجية، إجابة ممكنة:

$b(-x) = [a(-x)]^2$	تعريف الدالة $b(x)$
$= [-a(x)]^2$	لأن $a(x)$ فردية
$= (-1)^2 [a(x)]^2$	$(x \cdot y)^2 = x^2 \cdot y^2$
$= [a(x)]^2$	$(-1)^2 = 1$
$= b(x)$	تعريف الدالة $b(x)$

(1-2) تحليل التمثيلات البيانية للعلاقات و الدوال
(مهارات التفكير العليا)

تبرير: إذا كانت $a(x)$ دالة فردية ، فحدّد ما إذا كانت الدالة $b(x)$ فردية، أم زوجية أم غير ذلك في كل مما يأتي ، وبِّرر إجابتك:

٦٣) $b(x) = a(|x|)$

دالة زوجية، إجابة ممكنة:

$b(-x) = a(\|-x\|)$	تعريف الدالة $b(x)$
$= a(x)$	لأن $\|-x\| = x$
$= a(\|x\|)$	لأن $\|x\| = x$
$= b(x)$	تعريف الدالة $b(x)$

64) $b(x) = [a(x)]^3$

دالة فردية، إجابة ممكنة:

$b(-x) = [a(-x)]^3$	تعريف الدالة $b(x)$
$= [-a(x)]^3$	لأن $a(x)$ فردية
$= -[a(x)]^3$	لأن $(-1)^3 = -1$
$= -b(x)$	تعريف الدالة $b(x)$

(1-2) تحليل التمثيلات البيانية للعلاقات و الدوال
(مهارات التفكير العليا)

تبرير: هل يمثل المنحنى المعطى تماثله في كل مما يأتي دالة دائماً أم أحياناً أم لا يمثل دالة ؟وبرّر إجابتك .

65) **متماثل حول المستقيم** $x = 4$

أحيانًا يمثل دالة. إجابة ممكنة: منحنى العلاقة المتماثل حول المحور y يمثل دالة أحيانًا ومثله منحنى العلاقة المتماثل حول المستقيم $x = 4$ ؛
لأن المستقيم $x = 4$ هو إزاحة للمحور y بمقدار 4 وحدات إلى اليمين.

66) **متماثل حول المستقيم** $y = 2$.

لا يمثل دالة. إجابة ممكنة: منحنى العلاقة المتماثل حول المحور x لا يمثل دالة ومثله المنحنى المتماثل حول المستقيم $y = 2$ ؛ لأن المستقيم
$y = 2$ هو إزاحة للمحور x بمقدار وحدتين إلى أعلى.

67) **متماثل حول كل من المحورين** x, y .

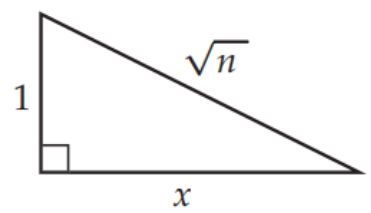
لا يمثل دالة. إجابة ممكنة: منحى العلاقة المتماثل حول المحور x ، لا يمثل دالة.

68) **اكتب : وضّح لماذا لاتكون العلاقة المتماثلة حول المحور** X **دالة .**

إجابة ممكنة: إذا كانت العلاقة متماثلة حول المحور x فإنه توجد نقطتان على خط رأسي واحد وعلى بعدين متساوِيين من المحور x . وهذا يعني أن عنصرًا من مجال الدالة ارتبط بعنصرين من المدى، وهذا يخالف تعريف الدالة.

(1-2) تحليل التمثيلات البيانية للعلاقات و الدوال
(تدريب على اختبار)

81) إذا كان n عدداً حقيقياً أكبر من 1 فأوجد قيمة x بدلالة n في الشكل أدناه .



A) $\sqrt{n^2-1}$

B) $\sqrt{n-1}$

C) $\sqrt{n+1}$

D) $n-1$

82)- مامدى الدالة $f(x)=x^2+1$ إذا كان مجالها $-2<x<3$ ؟

A) $5<f(x)<9$

B) $5<F(x)<10$

C) $1<f(x)<9$

D) $1\leq f(x)<10$

(1-2) تحليل التمثيلات البيانية للعلاقات و الدوال
(مراجعة تراكمية)

أوجد القيم المطلوبة لكل دالة ممايأتي :

69) $g(x) = x^2 - 10x + 3$

$g(2)$

$$g(2) = (2)^2 - 10(2) + 3$$
$$= 4 - 20 + 3 = -13$$

$g(-4x)$

$$g(-4x) = (-4x)^2 - 10(-4) + 3$$
$$= 16x^2 + 40x + 3$$

$g(1 + 3n)$

$$g(1 + 3n) = (1 + 3n)^2 - 10(1 + 3n) + 3$$
$$= 1 + 9n^2 + 6n - 10 - 30n + 3$$
$$= 9\,n^2 - 24\,n - 6$$

70) $P(X) = \dfrac{2x^3 + 2}{x^2 - 2}$

$p(3)$

$$p(3) = \frac{2(3)^3 + 2}{(3)^2 - 2}$$
$$= \frac{2(27) + 2}{9 - 2}$$
$$= \frac{54 + 2}{7} = \frac{56}{7} = 8$$

$p(X^2)$

$$P(X^2) = \frac{2(x^2)^3 + 2}{(x^2)^2 - 2}$$
$$= \frac{2x^6 + 2}{x^4 - 2}$$

$p(x + 1)$

$$P(x + 1) = \frac{2(x + 1)^3 + 2}{(x + 1)^2 - 2}$$
$$= \frac{2(x^3 + 3x^2 + 3x + 1) + 2}{x^2 + 2x + 1 - 2}$$

$$= \frac{2x^3 + 6X^2 + 6x + 4}{x^2 + 2x - 1}$$

(1-2) تحليل التمثيلات البيانية للعلاقات و الدوال
(مراجعة تراكمية)

أوجد القيم المطلوبة لكل دالة ممايأتي :

71) $h(x) = 2x^2 + 4x - 7$

$h(-9)$

$$h(-9) = 2(-9)^2 + 4(-9) - 7$$
$$= 2(81) - 36 - 7$$
$$= 162 - 43 = 119$$

$h(3x)$

$$h(3x) = 2(3x)^2 + 4(3x) - 7$$
$$= 18x^2 + 12x - 7$$

$h(2+m)$

$$h(2+m = 2(2+m)^2 + 4(2+m) - 7$$
$$= 2(4 + 4m + m^2) + 8 + 4m - 7$$
$$= 8 + 8m + 2m^2 + 8 + 4m - 7$$
$$= 2m^2 + 12m + 9$$

أوجد مجال كل دالة من الدوال الآتية:

72) $f(x) = x^2 - \sqrt{2}$

$$\{x|x \in R\}$$

73) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 16}$

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 16}$$
$$x^2 - 16 = 0$$
$$x^2 = 16$$
$$x = \pm 4$$
$$\{x|x \neq \pm 4, x \in R)$$

74) $f(x) = \sqrt{3x + 18}$

$$3X + 18 \geq 0$$
$$3X \geq -18$$
$$X \geq \frac{-18}{3}$$
$$X \geq -6$$
$$\{x|x \geq -6, x \in R\}$$

(1-2) تحليل التمثيلات البيانية للعلاقات و الدوال
(مراجعة تراكمية)

بسّط كلاً مما ياتي :

75) $27^{\frac{1}{3}}$

$= (3^3)^{\frac{1}{3}} = 3$

76) $6\ 4^{\frac{5}{6}}$

$= (2^6)^{\frac{5}{6}} = 2^5 = 32$

77) $49^{-\frac{1}{2}}$

$= (7^2)^{-\frac{1}{2}} = 7^{-1} = \frac{1}{7}$

78) $16^{-\frac{3}{4}}$

$(2^4)^{-\frac{3}{4}} = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

79) $25^{\frac{3}{2}}$

$= (5^2)^{\frac{3}{2}} = 5^3 = 125$

80) $36^{-\frac{3}{2}}$

$= (6^2)^{-\frac{3}{2}} = 6^{-3} = \frac{1}{6^3}$

$= \frac{1}{216}$

(1-3) الاتصال و النهايات (مهارات التفكير العليا)

. تبرير : بين إذا كان لكل من الدالتين الآتيتين عدم اتصال لانهائي، أم قفزي، أم قابل للإزالة عند $x = 0$. برر إجابتك.

38) $f(x) = \frac{x^5 + x^6}{x^5}$

عدم اتصال قابلة للإزالة ، بما أن الدالة متصلة دائمًا إلا عندما يكون $x = 0$ وذلك لان النهاية موجودة والدالة غير معرفة عند تلك النقطة لذا فإن عدم الاتصال قابل للإزالة.

39) $f(x) = \frac{x^4}{x^5}$

عدم اتصال لانهائي. للدالة عدم اتصال لانهائي ؛لانه عندما تقترب x من 0

من الجهتين تؤول قيم الدالة إلى ∞ أو $-\infty$.

40) أوجد قيمة كل من a, b التي تجعل الدالة f متصلة:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + a & , X \geq 3 \\ bx + a & , -3 < X < 3 \\ -b - X & , X \leq -3 \end{cases}$$

الدالة f متصلة على كل الفترات $(3, \infty), (-3, 3), (-\infty, -3)$ وحتى تكون متصلة على $(-\infty, +\infty)$ يجب أن تكون متصلة عند كل من العددين 3,-3 وهذا يعني

1) $\lim_{x \to -3^+} f(x) = \lim_{x \to -3^-} f(x)$

$b(-3) + a = -b - (-3)$

$-3b + a = -b + 3 \Rightarrow 2b - a = -3$

2)

$\lim_{x \to 3^+} f(x) = \lim_{x \to 3^-} f(x)$

$(3)^2 + a = b(3) + a$

$9 + a = 3b + a \Rightarrow 3b = 9 \Rightarrow b = 3$

و بحل المعادلتين $a = 9, b = 3$

(1-3) الاتصال و النهايات (مهارات التفكير العليا)

تبرير: أوجد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ في كل من الحالات الآتية، وبّرر إجابتك .

41) $\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$ حيث f دالة زوجية.

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$$

التمثيل البياني لسلوك الدالة عند $-\infty$ يجب أن يكون مشابهاً لسلوكها عند ∞ للدالة الزوجية.

42) $\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$ حيث f دالة فردية.

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$$

التمثيل البياني لسلوك الدالة عند $-\infty$ يجب أن يكون معاكساً لسلوكها عند ∞ للدالة الفرد ية.

43) $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$ حيث f دالة متماثلة حول نقطة الأصل.

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$$

$(x, y) \to (-x, -y)$ في التماثل حول نقطة الأصل وهو من خواص الدوال الفردية

44) $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$ حيث f دالة متماثلة حول المحور y .

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$$

$f(x) = f(-x)$ في التماثل حول المحور y و هو من خواص الدوال الزوجية

(1-3) الاتصال و النهايات (مهارات التفكير العليا)

45) **أكتب : أعط مثالا على دالة لها عدم اتصال قابل للإزالة، ثم بين كيف يمكن إزالته. وكيف تؤثر إزالة عدم الاتصال في الدالة؟**

للدالة

$$f(x)=\frac{x(x+3)}{x}$$

عدم اتصال قابل للإزالة عند $x=0$ **وعدم الاتصال هذا يمكن إزالته بالقسمة على** x .

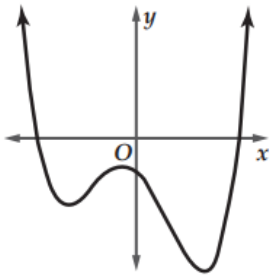
فيصبح التمثيل البياني للدالة شبيها بالتمثيل البياني للدالة ، $y=x+3$ ***وعدم الاتصال*** $x=0$ **غير ظاهر على الرغم من أنه موجود.**

الدالة $f(x)$ **تختلف عن الدالة** $g(x)=x+3$ **لأن** $f(x)$ **غير معرفة** $x=0$ **وتصبح الدالة المتصلة هي :**

$$f(x)=\begin{cases}x+3, x\neq 0\\ 3 \quad\quad , x=0\end{cases}$$

(3 -1) الاتصال و النهايات (تدريب على اختبار)

58) يبين التمثيل البياني أدناه منحنى دالة كثيرة الحدود $f(x)$.أي الأعداد الآتية يمكن أن يكون درجة للدالة $f(x)$؟



(a 1

(b 2

(c 3

(d 4

59) في أي الفترات الآتية يقع صفر الدالة $f(x) = \sqrt{x^2 - 6} - 6$؟

A. $[6, 7]$

B. $[7, 8]$

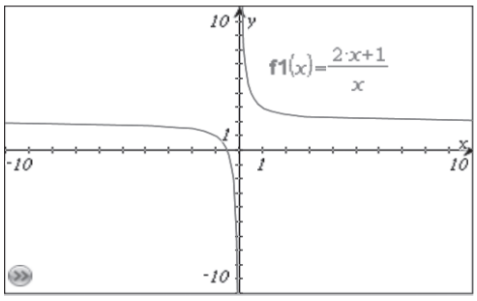
C. $[8, 9]$

D. $[9, 10]$

(1-3) الاتصال و النهايات (مراجعة تراكمية)

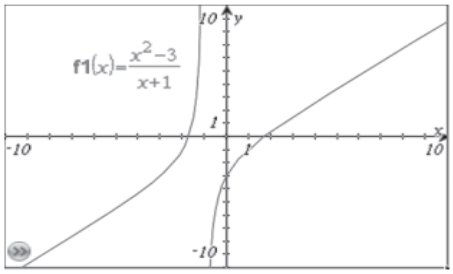
استعمل الحاسبة البيانية لتمثيل كلٍّ من الدوال الآتية بيانيا، وتحديد أصفارها. ثم تحقّق من إجابتك جبريًا:

46) $f(x) = \dfrac{2x+1}{x}$

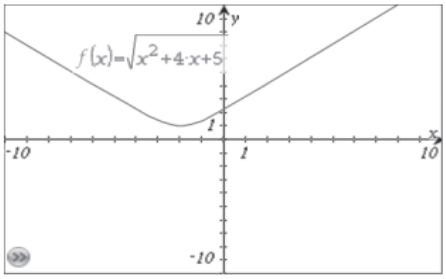


$$f(x) = \frac{2x+1}{x}$$
$$0 = \frac{2x+1}{x}$$
$$0 = 2x + 1$$
$$-1 = 2x$$
$$-\frac{1}{2} = x$$

47) $g(x) = \dfrac{x^2-3}{x+1}$



$$g(x) = \frac{x^2-3}{x+1}$$
$$0 = \frac{x^2-3}{x+1}$$
$$0 = \frac{x^2-3}{x+1}$$
$$0 = x^2 - 3$$
$$3 = x^2$$
$$x = \pm\sqrt{3}$$
$$x = \pm 1.732$$



49) $h(x) = \sqrt{X^2 + 4x + 5}$

لايوجد أصفار

(1-3) الاتصال و النهايات (مراجعة تراكمية)

حدد مجال كل من الدوال الآتية:

50) $f(x) = \dfrac{4x+6}{x^2+3x+2}$

$$x^2+3x+2=0$$
$$(x+1)(x+2)=0$$
$$x=-1$$
$$x=-2$$

المجال $= (-\infty,-2) \cup (-2,-1) \cup (-1,\infty)$

51) $g(x) = \dfrac{x+3}{x^2-2x-10}$

$$x^2-2x-10=0$$
$$x = 1-\sqrt{11}, 1+\sqrt{11}$$

المجال $= (-\infty, 1-\sqrt{11}) \cup (1-\sqrt{11}, 1+\sqrt{11}) \cup (1+\sqrt{11}, \infty)$

52) $g(a) = \sqrt{2-a^2}$

$$\sqrt{2-a^2} \geq 0$$
$$2-a^2 \geq 0$$
$$-a^2 \geq -2$$
$$a^2 \leq 2$$
$$a \leq \sqrt{2}, a \geq -\sqrt{2}$$

المجال $= [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

(1-3) الاتصال و النهايات (مراجعة تراكمية)

إذا كانت

$$f(x)=\frac{2x-5}{x^2-3x+1}$$

فأوجد قيمة الدالة في كل مما يأتي :

53) $f(9)$

$$f(y)=\frac{2(9)-5}{(9)^2-3(9)+1}$$
$$=\frac{18-5}{81-27+1}=\frac{13}{55}$$

54) $f(3b)$

$$f(3b)=\frac{2(3b)-5}{(3b)^2-3(3b)+1}$$
$$=\frac{6b-5}{9b^2-9b+1}$$

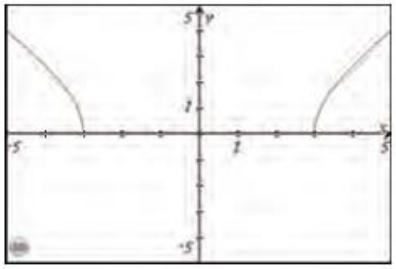
55) $f(2a-3)$

$$=\frac{2(2a-3)-5}{(2a-3)^2-3(2a-3)+1}$$
$$\frac{4a-6-5}{4a^2-12a+9-6a+9+1}$$
$$=\frac{4a-11}{4a^2-18a+19}$$

مثل بيانيا كل من الدوال الآتية باستعمال الحاسبة البيانية، ثم حلل منحناها لتحدد إن كانت الدالة زوجية أم فردية أم غير ذلك. ثم تحقق من إجابتك جبريا. وإن كانت زوجية أو فردية فصف تماثل منحناها.

56) $h(x)=\sqrt{X^2-9}$

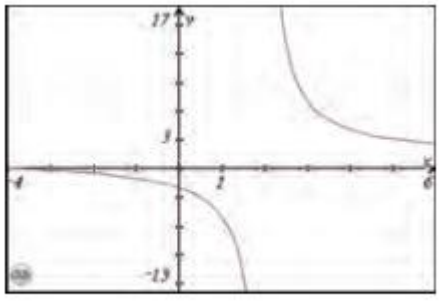
$$f(-X)=\sqrt{(-x)^2-9}$$
$$=\sqrt{X^2-9}=f(x)$$



الدالة زوجية، ومنحناها متماثل حول المحور y.

57) $f(x)=\frac{x+4}{x-2}$

$$f(-x)=\frac{-x+4}{-x-2}\neq f(x)$$

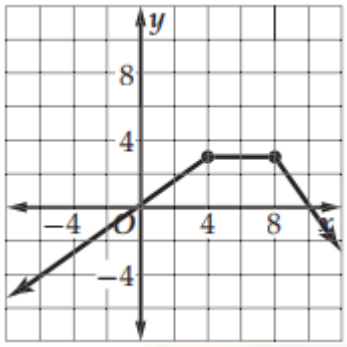


الدالة ليست زوجية وليست فردية.

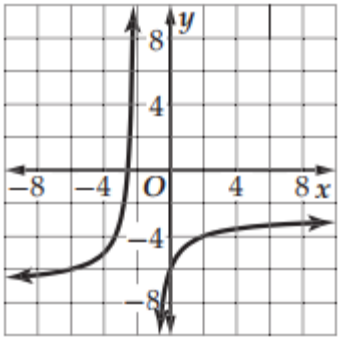
(4 -1) القيم القصوى و متوسط معدل التغير
(مهارات التفكير العليا)

مسألة مفتوحة : مثل بيانيا الدالة $f(x)$ في كلّ من السؤالين الآتيين.

42)متصلة
متزايدة على $(-\infty, 4)$
ثابتة على $[4, 8]$
متناقصة على $(8, \infty)$
$f(5) = 3$



3) لها نقطة عدم اتصال لانهائي عند $x = -2$
متزايدة على $(-\infty, -2)$
متزايدة على $(-2, \infty)$
$f(-6) = -6$

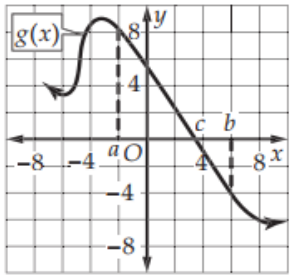


44)**تبرير :** f دالة متصلة لها قيمة صغرى محلية عند $x = c$ ومتزايدة عندما $x > c$
صف سلوك الدالة عندما تزداد x لتقترب من c.
وضح إجابتك.

بما أن $f(c)$ قيمة صغرى محلية فإن $f(a)$ أكبر من $f(c)$ عندما a أصغر من c وعليه إذا تزايدات قيم x من a إلى c فإن قيم الدالة تتناقص.

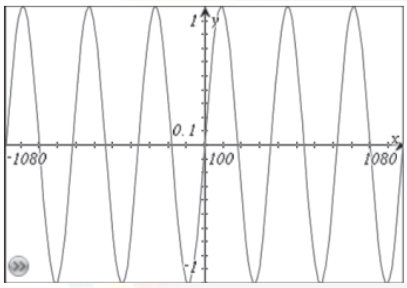
(1-4) القيم القصوى و متوسط معدل التغير
(مهارات التفكير العليا)

45) **تحد** : إذا كانت g دالة متصلة، وكان $g(a) = 8$ و $g(b) = -4$ ، فأعطِ وصفاً لقيمة $g(c)$ حيث $a < c < b$. وبرِّر إجابتك.



بما أن g(a) موجبة، و g(b) سالبة، و g متصلة ،
فإنه عند إحدى النقاط c بين a و b يجب أن يقطع منحنى g المحور x ويكون $g(c) = 0$؛
أي أن c صفر للدالة

46) **تحد** :استعمل الحاسبة البيانية لتمثيل الدالة $f(x) = \sin x$ بيانيا، ثم صف القيم القصوى المحلية للدالة.



توجد قيمة عظمى محلية عند عدد لا نهائي من قيم x
وكذلك الحال بالنسبة للقيمة الصغرى المحلية.
القيمة العظمى المحلية تساوي 1.
وتكون عند $\{x \mid x = 90 + 360\,n, n \in Z\}$
والقيمة الصغرى المحلية تساوي -1
وتكون عند $\{x \mid x = 270 + 360\,n, n \in Z\}$

47) **تبرير** : أوجد ميل القاطع المار بالنقطتين $(a, f(a)), (b, f(b))$ إذا كانت $f(x)$ ثابتة في الفترة (a, b). وضح إجابتك.

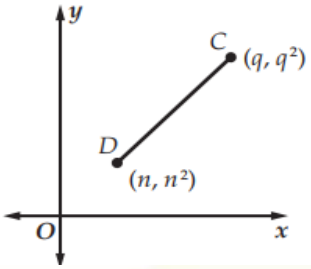
عندما تكون الدالة ثابتة على فترة فإن قيم y متساوية، لذا فإن قيم y لنقاط القاطع متساوية ، ويكون القاطع في هذه الحالة أفقيا وميله 0.

48) **اكتب** :صف متوسط معدل تغير الدالة إذا كانت متزايدة أو متناقصة أو ثابتة في فترة معينة.

عندما تكون الدالة متزايدة على فترة يكون متوسط معدل التغير موجباً ، وإذا كانت الدالة متناقصة على فترة يكون متوسط معدل التغير سالباً ، وإذا كانت الدالة ثابتة على فترة يكون متوسط التغير صفرًا.

(4 -1) القيم القصوى و متوسط التغير
(تدريب على اختبار)

في الشكل أدناه، إذا كان ، $q \neq n$ فأوجد ميل القطعة المستقيمة CD .



A) $q+n$

B) $q-n$

C) $\frac{q^2+q}{n^2-n}$

D) $\frac{1}{q+n}$

62) يوجد للدالة $y = x^3 + 2x^2 - 4x - 6$ قيمة عظمى محلية ، وقيمة صغرى محلية. أوجد قيم x التي تكون عندها هذه القيم .

A) عظمى محلية عند $x \approx -0.7$
صغرى محلية عند $x \approx 2$

B) عظمى محلية عند $x \approx -0.7$
صغرى محلية عند $x \approx -2$

C) عظمى محلية عند $x \approx -2$
صغرى محلية عند $x \approx 0.7$

D) عظمى محلية عند $x \approx 2$
صغرى محلية عند $x \approx 0.7$

(1-4) القيم القصوى و متوسط معدل التغير
(مراجعة تراكمية)

حدد ما إذا كانت كل دالة مما يأتي متصلة عند قيمة أو قيم x المعطاة معتمداً على اختبار الاتصال. وإذا كانت الدالة غير متصلة، فبين نوع عدم الاتصال: لانهائي، قفزي، قابل للإزالة.

49) $f(x) = \sqrt{x^2 - 2}, x = -3$

الدالة معرفة عند $x = -3$ وتقترب الدالة من 2.65 عندما تقترب x من 3 من الجهتين و $f(-3) = 2.65$ لذا فإن الدالة متصلة عند $x = -3$.

50) $f(x) = \sqrt{x + 1}, x = 3$

الدالة معرفة عند $x = 3$ وتقترب الدالة من 2 عندما تقترب x من 3 من الجهتين و $f(3) = 2$ لذا فإن الدالة متصلة عند 3.

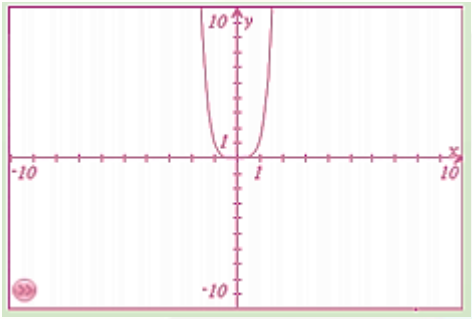
51) $h(x) = \dfrac{x^2 - 25}{x + 5}, x = -5, x = 5$

للدالة نقطة عدم اتصال قابلة للإزالة عند $x = -5$ ومعرفة عند $x = 5$ وتقترب الدالة من 0 عندما تقترب x من 5 من الجهتين.
أي أن $h(5) = 0$ إذن الدالة متصلة عند $x = 5$

(1-4) القيم القصوى و متوسط معدل التغير
(مراجعة تراكمية)

مثل كل دالة مما يأتي بيانياً مستعملاً الحاسبة البيانية، ثم حدد ما إذا كانت الدالة زوجية أم فردية أم غير ذلك . وتحقق من إجابتك جبرياً، و إذا كانت الدالة زوجية أو فردية فصف تماثل منحنى الدالة.

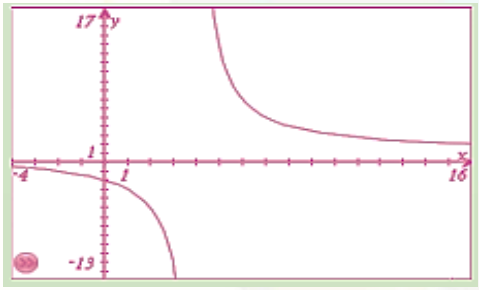
52) $f(x) = |X^5|$.



دالة زوجية متماثلة حول المحور y

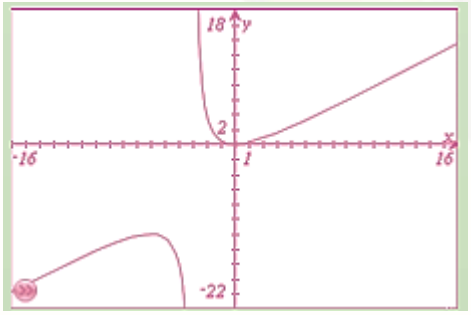
$$f(-x) = |(-x)^5|$$
$$= |-x^5| = |x^5| = f(x)$$

53) $g(x) = \dfrac{x+8}{x-4}$



ليست فردية وليست زوجية

54) $g(x) = \dfrac{x^2}{x+3}$



ليست فردية وليست زوجية

(1-4) القيم القصوى و متوسط معدل التغير
(مراجعة تراكمية)

أوجد مجال كل دالة مما يأتي:

55) $f(x)=\frac{3x}{x^2-5}$

$D_f=\{x|x\neq\pm\sqrt{5},x\in R\}$

56) $g(x)=\sqrt{x^2-9}$

$D_g=(-\infty,-3)\cup(3,\infty)$

57) $h(x)=\frac{x+2}{\sqrt{x^2-7}}$

$D_h=(-\infty,-\sqrt{7})\cup(\sqrt{7},\infty)$

صف سلوك طرفي التمثيل البياني لكل دالة مما يأتي:

58) $f(x)=x^{10}-x^a+5x^8$

عندما $x\to\infty$ فإن $f(x)\to\infty$ ،
عندما $x\to-\infty$ فإن $f(x)\to\infty$

59) $g(x)=\frac{x^2+5}{7-2x^2}$

عندما $x\to\infty$ فإن $g(x)\to-\frac{1}{2}$ ،
عندما $x\to-\infty$ فإن $g(x)\to-\frac{1}{2}$

60) $h(x)=|(x-3)^2-1|$

عندما $x\to\infty$ فإن $h(x)\to\infty$ ،
عندما $x\to-\infty$ فإن $h(x)\to\infty$

(5 -1) الدوال الرئيسة (الأم) و التحويلات الهندسية
(مهارات التفكير العليا)

50) **اكتشف الخطأ :** وصَف كل من محمد وعبد الملك التحويلات الهندسية التي تمت للوصول إلى الدالة $g(x) = [x + 4]$. فقال محمد: أنه تم سحب منحنى الدالة الرئيسة (الأم) 4 وحدات إلى اليسار. وقال عبد الله: إنه تم سحب الدالة 4 وحدات إلى أعلى.

فمن منهما كانت إجابته صحيحة؟ بَرر إجابتك.

كلاهما ؛ في دالة أكبر عدد صحيح، سحب الدالة الأصلية a وحدة لليسار يماثل سحب الدالة الأصلية a وحدة إلى أعلى.

51) **تبرير :** إذا كانت $f(x)$ دالة فردية وكانت $g(x)$ انعاكسا للدالة $f(x)$ حول المحور x و $h(X)$ انعاكساً للدالة $g(x)$ حول محور y فما العلاقة بين $f(x), h(x)$ برر إجابتك.

$h(x), f(x)$ يمثلان الدالة نفسها فالدالة $g(x)$ انعاكسا لـِ $f(x)$ حول المحور x

وهذا يعني أن

$g(x) = -f(x)$ ، وبما أن $h(x)$ انعاكسا لـِ $g(x)$ حول المحور y فأن

$$h(x) = g(-x) = -f(-x)$$

ولأن الدالة $f(x)$ فردية فإن $-f(x) = f(-x)$ وبالتعويض نجد أن

$$h(x) = -f(-x) = -f(x) = g(x)$$

(5 -1) الدوال الرئيسة (الأم) و التحويلات الهندسية
(مهارات التفكير العليا)

تبرير : تحقق ما إذا كانت كل من الجملتين صحيحة أحيانا أو صحيحة دائماً أو ليست صحيحة. وبرر إجابتك.

52) إذا كانت $f(x)$ دالة زوجية فإن $f(x) = |f(x)|$.

صحيحة أحياناً

إذا كانت $f(x)$ زوجية فإن $f(x) = f(-x)$

وتكون $f(x) = |f(x)|$ صحيحة للدوال الزوجية التي تقع قيمها في الربعين الأول والثاني؛ فمثلا ، عندما $g(x) = x^2 - 4$ فأن $g(1) = g(-1)$ وتكون الدالة زوجية.

في حين $g(-1) \neq |g(-1)|$

53)- إذا كانت $f(x)$ دالة زوجية فإن $f(-x) = |f(x)|$.

صحيحة أحياناً

إذا كانت $f(x)$ دالة زوجية فإن $f(x) = f(-x)$

وبالتعويض في $f(-x) = -|f(x)|$ ينتج أن $f(x) = -|f(x)|$ وهذا صحيح فقط للدوال الزوجية التي تقع قيمها في الربعين الثالث والرابع فمثلاً عندما تكون $g(x) = -x^2$

فإن المعادلتين $f(x) = f(-x)$ و $f(x) = -|f(x)|$ صحيحتان .

(1- 5) الدوال الرئيسة (الأم) و التحويلات الهندسية
(مهارات التفكير العليا)

54) **تحدّ:** صف التحويلات الهندسية التي تمت على الدالة $f(x) = \sqrt{x}$ للوصول إلى دالة يمر منحناها بالنقطة $(-2, -6)$.

منحنى $g(x)$ هو منحنى $f(x)$ بانسحاب 6 وحدات إلى اليسار و 8 وحدات إلى أسفل

$$g(x) = \sqrt{x+6} - 8$$

55) **تبرير:** وضّح الفرق بين التوسع الرأسي بمعامل مقداره 4، والتوسع الأفقي بمعامل مقداره $\frac{1}{4}$ ما النتيجة النهائية بعد إجراء كلٍّ من التحويلين الهندسيين على الدالة نفسها؟

توسع رأسي للدالة $f(x)$ بمعامل قدره 4 يكافئ $4f(x)$ تضيق أفقي بمعامل قدره $\frac{1}{4}$ يكافئ $f\left(\frac{1}{4}x\right)$ عند إجراء كل من التحويلين فإن الناتج يكون $f(x)$ إذا كانت الدالة $f(x)$ خطية . وماعدا ذلك فالناتج لايكون $f(x)$ فمثلاً إذا كانت $f(x) = x^2$ فإن

$$4f\left(\frac{1}{4}x\right) = 4\left(\frac{x^2}{16}\right) = \frac{x^2}{4}$$

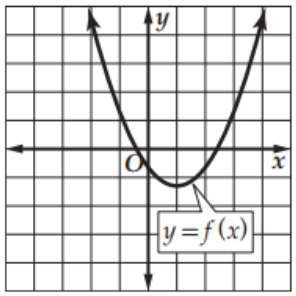
وهذه لاتساوي x^2 لذا $4f\left(\frac{1}{4}x\right) \neq f(x)$

56) **اكتب :** وضح أهمية الترتيب في تحويلات الانعكاس والانسحاب.

الترتيب مهم؛ لأنه يمكن الحصول على منحنيات مختلفة بترتيب مختلف بين التحويلات الهندسية فمثلا. إذا كانت (a, b)نقطة على منحنى الدالة الأصلية، وحدث للدالة انسحاب مقداره 6 وحدات إلى أعلى، ثم انعكاس في المحور x فإن صورة النقطة (a, b) هي $(a, -b - 6)$ وبالعكس إذا حدث انعكاس للدالة في المحور x ثم انسحاب مقداره 6 وحدات إلى أعلى فإن صورة (a , b) هي $(a, -b + 6)$.

(5 -1) الدوال الرئيسة (الأم) و التحويلات الهندسية
(تدريب على اختبار)

66) ما الفترة التي تتزايد فيها الدالة الممثلة في الشكل أدناه؟



A. $(0, \infty)$

B. $(-\infty, 1)$

C. $(-1, \infty)$

D. $(1, \infty)$

67) ما مدى الدالة $y = \frac{x^2 + 8}{2}$ ؟

A. $\{y | y \neq \pm 2\sqrt{2}\}$

B. $\{y | y \geq 4\}$

C. $\{y | y \geq 0\}$

D. $\{y | y \leq 0\}$

(5 -1) الدوال الرئيسة (الأم) و التحويلات الهندسية
(مراجعة تراكمية)

أوجد متوسط معدل التغير لكل من الدوال الآتية في الفترة المعطاة:

57) $g(x) = -2x^2 + x - 3, [-1.3]$

$$\frac{g(x_2) - g(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{g(3) - g(-1)}{3 + 1}$$
$$\frac{-12}{4} = -3$$

٥٨) $g(x) = x^2 - 6x + 1\ , [4,8]$

$$\frac{g(8) - g(4)}{8 - 4} = \frac{24}{4} = 6$$

59) $f(x) = -2X^3 - x^2 + x - 4\ , [-2,3]$

$$\frac{g(3) - g(-2)}{3 + 2} = \frac{-70}{5} = -14$$

(5 -1) الدوال الرئيسة (الأم) و التحويلات الهندسية
(مراجعة تراكمية)

حدّد سلوك طرف التمثيل البياني لكل من الدوال الآتية عندما تقترب x من ما لانهاية، مستعمل التبرير المنطقي، وبرر إجابتك.

60) $q(x) = -\frac{12}{x}$

إجابة ممكنة : عندما $x \to \infty$ ، تتناقص قيمة الكسر لتؤول $q(x)$ إلى 0 ؛ 0

61) $f(x) = \frac{0 \cdot 5}{x^2}$

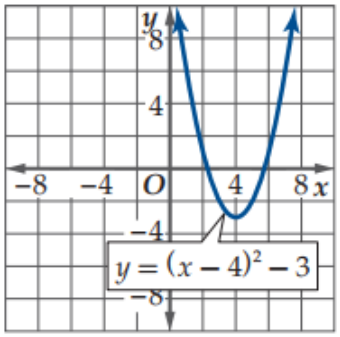
إجابة ممكنة : عندما $x \to \infty$ ، تتناقص قيمة الكسر لتؤول $f(x)$ إلى 0 ؛ 0

62) $p(x) = \frac{x+2}{x-3}$

إجابة ممكنة : عندما $x \to \infty$ ، تقترب الدالة من $\frac{x}{x}$ لذا فإن قيم $p(x)$ تؤول إلى 1 ؛ 1

استعمل التمثيل البياني لكل دالة مما يأتي لتقدير قيمة كل من: المقطع y ، والأصفار، ثم تحقق من إجابتك جبرياً، وقرب الناتج إلى أقرب جزء من مئة

63)



بيانياً :

المقطع $y = 13$ وأصفار الدالة هي $\{2.25, 5.75\}$ تقريباً

جبرياً:

لإيجاد المقطع y نضع $x = 0$

$$y = (0-4)^2 - 3 \Rightarrow y = 13$$

لإيجاد الأصفار نضع $y = 0$

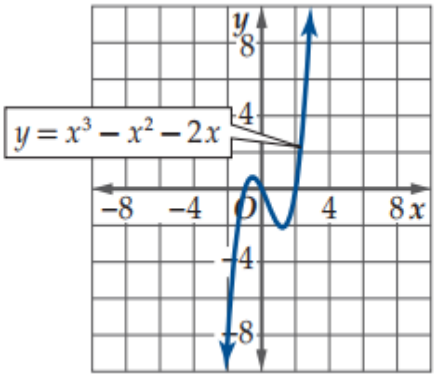
$$0 = (x-4)^2 - 3 \Rightarrow (x-4)^2 = 3$$

$$x - 4 = \pm\sqrt{3} \Rightarrow x = 4 \pm \sqrt{3} \Rightarrow x = 2.25\,, 5.75$$

(5 -1) الدوال الرئيسة (الأم) و التحويلات الهندسية
(مراجعة تراكمية)

استعمل التمثيل البياني لكل دالة مما يأتي لتقدير قيمة كل من: المقطع y ، والأصفار، ثم تحقق من إجابتك جبرياً، وقرب الناتج إلى أقرب جزء من مئة

(64



بيانياً :

المقطع $y = 0$ ؛ **الأصفار** $\{-1,0,2\}$

جبرياً :

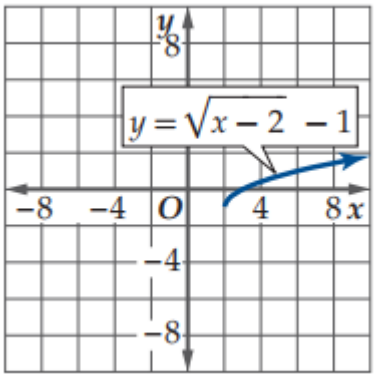
لإيجاد المقطع y **نضع** $x = 0$

$\Rightarrow y = 0$

لإيجاد الأصفار نضع $y = 0$

$$x^3 - x^2 - 2x = 0$$
$$x(x^2 - x - 2) = 0$$
$$x(x+1)(x-2) = 0$$
$$x = 0 \quad \text{أو} \quad x + 1 = 0 \quad \text{أو} \quad x - 2 = 0$$
$$x = 0 \quad \text{أو} \quad x = -1 \quad \text{أو} \quad x = 2$$

(65



بيانياً :

المنحنى لايقطع المحور y **و صفر الدالة هو** 3

جبرياً :

لإيجاد المقطع y **نضع** $x = 0$

$\Rightarrow y = \sqrt{-2} - 1 \notin R$

لإيجاد الأصفار نضع $y = 0$

$$0 = \sqrt{x-2} - 1$$
$$1 = \sqrt{x-2}$$
$$1 = x - 2$$
$$1 + 2 = x$$
$$x = 3$$

(6 -1) العمليات على الدوال و تركيب دالتين
(مهارات التفكير العليا)

تبرير: في كل مما يأتي، حدد ما إذا كانت الدالة $(f\ o\ g)(x)$ زوجية، أم فردية أم غير ذلك.

65) f, g دالتان فرديتان. فردية

66) f, g دالتان زوجيتان . زوجية

67) f زوجية , g فردية . زوجية

68) fفردية , g زوجية زوجية

تحد : في كل مما يأتي، أوجد دالة f لا تساوي الدالة $I(x) = x$ بحيث تحقق الشرط المعطى.

69) $(f \cdot f)(x) = x$

$(f(x))^2 = x$

$f(x) = \sqrt{x}$

70) $(f + f)(x) = x$

$2f(x) = x$

$f(x) = \frac{x}{2}$

71) $[f \circ f](x) = x$

$[f \circ f](x) = X$

$f(x) = \frac{1}{x}$

72) $[f \circ f \circ f](x) = x$

$f\ (x) = |x|$

73) **تبرير : حدّد ما إذا كانت الجملة الآتية صحيحة أم خاطئة. وبّرر إجابتك .**

"إذا كانت f دالة جذر تربيعي و g دالة تربيعية ، فإن $f \circ g$ هي دائماً دالة خطية"

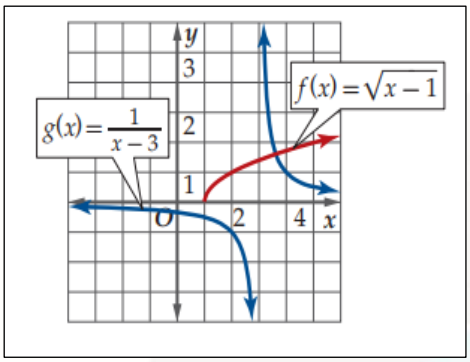
صحيحة أحياناً

فمثلاً إذا كانت $g(x) = x^2 + x + 1$ و $f(x) = \sqrt{x}$ فإن

$[f \circ g](x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$ **وهذه ليست خطية**

(6 -1) العمليات على الدوال و تركيب دالتين
(مهارات التفكير العليا)

74) **اكتب : كيف تحدد مجال الدالة** $[f \circ g](x)$ **باستعمال الشكل الآتي:**



أولا:

يجب أن تكون $g(x)$ **معرفة ، لذا فإن** $x \neq 3$.

ثانيا:

يجب أن تكون $f(x)$ **معرفة عند قيم** $g(x)$ **لذا يجب**

أن تكون $g(x) \geq 1$, **وهذا صحيح عندما** $3 \leq x \leq 4$.

وأخيراً:

يجب مراعاة القيود الإضافية على مجال التركيب.

والتركيب هو $\sqrt{\frac{4-x}{x-3}}$ **ولا يوجد على مجاله قيودإضافية.**

لذا فإن مجال التركيب هو $\{x \mid 3 < x \leq 4, x \in R\}$

(6 -1) العمليات على الدوال و تركيب دالتين
(تدريب على اختبار)

81) إذا كانت $h(x) = 2(x - 5)2 , g(x) = x2 + 9x + 21$

فإن $h[g(x)]$ تساوي:

A) $x^4 + 18x^3 + 113x^2 + 288x + 256$

B) $2x^4 + 36x^3 + 226x^2 + 576x + 512$

C) $3\,x^4 + 54x^3 + 339x^2 + 864x + 768$

D) $4x^4 + 72x^3 + 452x^2 + 1152x + 1024$

82)- إذا كان $g(2) = 5 , f(3) = 4 , g(3) = 2 , f(2) = 3$

فما قيمة $[f \circ g](3)$

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

(6 -1) القيم القصوى و متوسط معدل التغير
(مراجعة تراكمية)

أوجد القيم القصوى المحلية والمطلقة لكلّ من الدوال الآتية مقربة إلى أقرب جزء من مئة، ثم حدد قيم x التي تقع عندها هذه القيم.

75) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4$

عظمى محلية $(0,4)$

صغرى محلية $(1,3)$

76) $g(x) = -x^3 + 5X - 3$

عظمى محلية $(1.29,1.3)$

صغرى محلية $(-1.29, -7.3)$

77) $f(x) = x^4 + x^3 - 2$

عظمى مطلقة $(-0.75, -2.11)$

حدد الأعداد الصحيحة المتتالية التي تنحصر بينها الأصفار الحقيقية لكل دالة مما يأتي في الفترة المعطاة:

78) $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x - 4}$, $[-3,3]$

بين (-2 , -1) وبين (1 , 2)

79) $g(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{x^2 + 3x}$, $[1,5]$

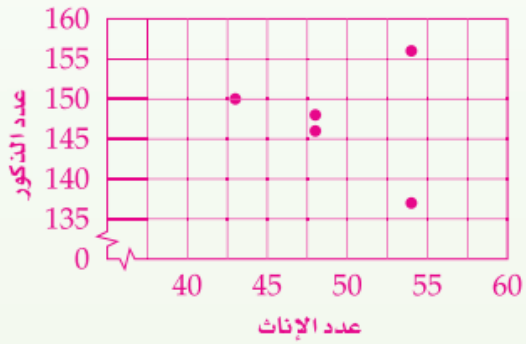
بين (2 , 3)

(6 -1) القيم القصوى و متوسط معدل التغير
(مراجعة تراكمية)

80) علاقة : في إحصائية أجريت لعدد الموظفين من الجنسين في أحد المستشفيات لعدة سنوات متتالية، كانت نتائجها كما في الجدول الآتي:

السنة	1427	1428	1429	1430	1431
عدد الإناث (x)	43	48	54	54	48
عدد الذكور (y)	150	148	137	156	146

a) مثل البيانات التي تربط عدد الإناث بعدد الذكور والموجودة في الجدول بيانياً.



b) اكتب مجال العلاقة ومداها.

المجال:{43,48.54}

المدى: {137,146,148,150,156}

c) هل تمثل هذه العلاقة دالة؟ برّر إجابتك.

لا ، ترتبط القيمتان 48 54 من المجال بقيمتين من المدى.

(7 -1) العلاقات و الدوال العكسية
(مهارات التفكير العليا)

56) **تبرير** : إذا كان للدالة f صفرا عند 6 ، ولها دالة عكسية ، فما الذي يمكنك معرفته عن منحنى الدالة f^{-1}؟

المقطع y للدالة $f^{-1}(x)$ هو $(0,6)$

57) **اكتب** : وضح القيود التي يجب وضعها على مجال الدالة التربيعية ليكون لها دالة عكسية. وضح بمثال.

مجال الدالة التربيعية بحاجة إلى تحديد ، بحيث يظهر نصف المنحنى فقط ليكون لها معكوس، وفي هذه الحالة يكون المجال للدالة $f(X) = ax^2 + bx + c$ هو

$$\left(-\infty, \frac{-b}{2a}\right) or \left(\frac{-b}{2a}, \infty\right)$$

58) **تبرير**: هل العبارة الآتية صحيحة أم خاطئة. بِّرر إجابتك.

"يوجد دالة عكسية لكل دالة خطية"

خطأ، الدوال الثابتة خطية، لكنها لا تحقق اختبار الخط الأفقي. لذا فالدوال الثابتة ليست واحداً لواحد ، وعليه لا توجد لها معكوس.

(7 -1) العلاقات و الدوال العكسية
(مهارات التفكير العليا)

59) **تحدٍّ: إذا كانت** $f^{-1}(23) = 3$, $f(x) = x^3 - a$ **فأوجد قيمة** a ؟

$$f(x) = x^3 - a$$

$$y = x^3 - a$$

$$y + a = x^3 \Rightarrow y + a = (f^{-1}(x))^3$$

$$23 + a = (3)^3 \Rightarrow 23 + a = 27 \Rightarrow a = 27 - 23 \Rightarrow a = 4$$

60) **هل توجد دالة** $f(x)$ **تحقق اختبار الخط الأفقي، وتحقق المعادلتين**

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$ ، $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$ **في الوقت نفسه؟**

نعم، من هذه الدوال

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

على الرغم من أن كلتا النهايتين تؤول إلى 0 إلا أنه لا توجد قيمتان أو أكثر من المجال ترتبطان بقيمة واحدة y **، وعليه فالدالة تحقق اختيار الخط الأفقي.**

(7 -1) العلاقات و الدوال العكسية
(تدريب على اختبار)

68) أي الدوال الآتية تمثل الدالة العكسية للدالة $f(x) = \frac{3x-5}{2}$

(A $g(x) = \frac{2x+5}{3}$

(B $g(x) = \frac{3x+5}{2}$

(C $g(x) = 2x + 5$

(D $g(x) = \frac{2x-5}{3}$

69) إذا كان كل من m و n عدداً صحيحاً فردياً، فأي العبارات الآتية صحيحة؟

I) $m^2 + n^2$ عدد زوجي

II) $m^2 + n^2$ يقبل القسمة على 4

III) $(m+n)^2$ يقبل القسمة 4

A) كلها غير صحيحة

B) I فقط

C)I و II فقط صحيحتان

D) I و III فقط صحيحتان

(6 -1) العلاقات و الدوال العكسية
(مراجعة تراكمية)

لكل زوج من الدوال الآتية، أوجد $f \circ g, g \circ f$ ثم أوجد مجال دالة التركيب.

61) $f(y) = x^2 - 9$
$g(x) = x + 4$

$[f \circ g] = x^2 + 8x + 7$

مجالها $\{x|x \in \mathrm{R}\}$

$[g \circ f] = x^2 - 5$

مجالها $\{x|x \in R\}$

62) $f(x) = \frac{1}{2}x - 7$
$g(x) = x + 6$

$[f \circ g] = \frac{1}{2}x - 4$

مجالها $\{x|x \in R\}$

$[g \circ f\ ] = \frac{1}{2}x - 1$

مجالها $\{x|x \in R\}$

استعمل منحنى الدالة الرئيسة (الأم) المعطاة لوصف منحنى كل دالة مرتبطة بها لكل مما يأتي:

63) $f(x) = x^2$

$a) y = (0.2 \times)^2$

توسع أفقي

$b) y = (x - 5)^2 - 2$

انسحاب 5 وحدات إلى اليمين ووحدتين إلى أسفل .

$c) y = 3x^2 + 6$

توسع رأسي بمقدار 3 وانسحاب بمقدار 6 وحدات إلى أعلى

(6 -1) العلاقات و الدوال العكسية
(مراجعة تراكمية)

استعمل منحنى الدالة الرئيسة (الأم) المعطاة لوصف منحنى كل دالة مرتبطة بها لكل مما يأتي:

64) $f(x) = x^3$

$a)\ y = |x^3 + 3|$

انسحاب 3 وحدات إلى أعلى وانعكاس حول المحور x للجزء من المنحنى الموجود تحت المحور x

$b)\ y = -(2x)^3$

انعكاس حول المحور x وتضييق أفقي

$c)\ y = 0.75(x + 1)^3$

انسحاب وحدة واحدة إلى اليسار وتضيق رأسي .

65) $f(x) = |x|$

$a)\ y = |2x|$

تضيق أفقي

$b)\ y = |x - 5|$

انسحاب 5وحدات إلى اليمين

$c)\ y = |3x + 1| - 4$

تضيق أفقي وانسحاب 4 وحدات إلى أسفل ثم انسحاب إلى اليسار بمقدار $\frac{1}{3}$ وحدة

(6 -1) العلاقات و الدوال العكسية
(مراجعة تراكمية)

أوجد متوسط معدل التغير لكل دالة فيما يأتي في الفترة المعطاة:

(66 $f(x) = x^3 - x \quad , \quad [0,3]$

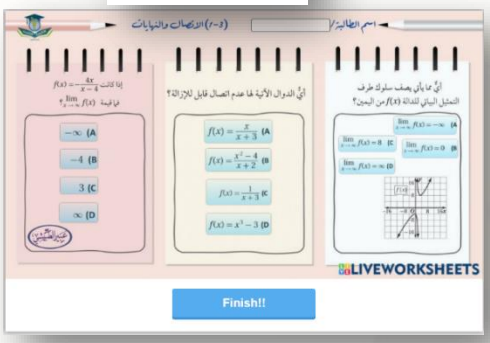
$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{24 - 0}{3} = 8$$

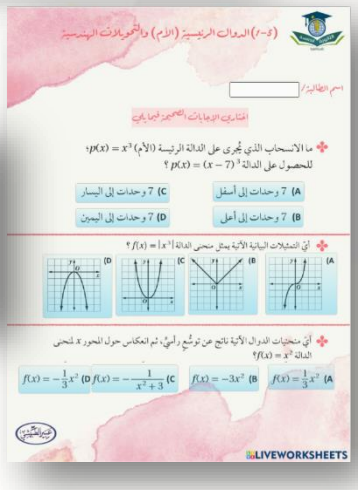
(67 $f(x) = x^4 - 2x + 1 \quad , \quad [-5,1]$

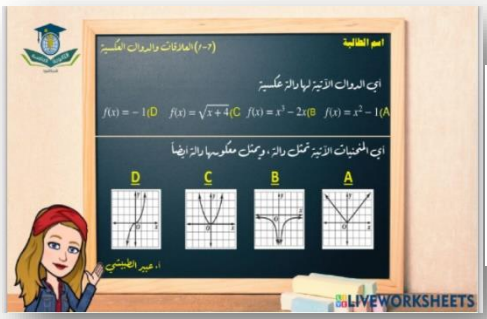
$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(1) - f(-5)}{1 - (-5)} = \frac{0 - 636}{6} = -106$$

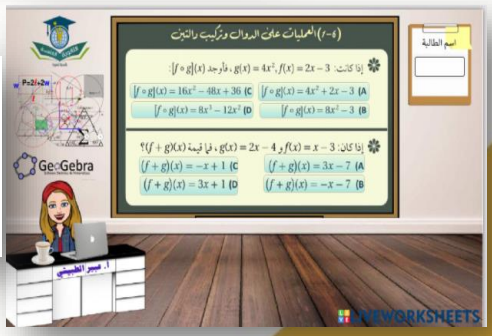
مراجعة
الفصل الأول

أوراق عمل تفاعلية









إعداد / عبير الطبيشي

الفصل الثاني

العلاقات والدوال الأسية واللوغاريتمية

Exponential and
Logarithmic and functions

2-1 الدوال الأسية

2-2 حل المعادلات و المتباينات الأسية

2-3 اللوغاريتمات و الدوال اللوغاريتمية

2-4 خصائص اللوغاريتمات

2-5 حل المعادلات و المتباينات اللوغاريتمية

2-6 اللوغاريتمات العشرية

(1 -2) الدوال الأسية (مهارات التفكير العليا)

٢٨) تحدٍ: اكتب دالة أسية يمر منحناها بكل من النقطتين (1,6) ،(0,3)

دالة أسية على شكل

$$y = ab^x$$

حيث ان المنحى يمر بالنقطتين (0,3) ، اذن مقطع المحور y وقيمة a هو 3

بالتعويض بقيم x ،y من النقطة (1,6)

$$y = ab^x$$

$$6 = 3b^1$$

$$\therefore \quad b = 2$$

$$\therefore \quad y = 3(2)^x$$

٢٩) تبرير: حدد ما إذا كانت كل من الجمل الآتية صحيحة دائمًا أو صحيحة أحيانًا أو غير صحيحة أبدًا. وضّح إجابتك.

a) التمثيل البياني للدالة الاسية التي على الصورة $y = ab^{x-h} + k$ يقطع المحور y

صحيحة دائما ؛ مجال الدالة الاسية هو مجموع الاعداد الحقيقية ،

لذا $(0, y)$ دائما موجودة .

b) التمثيل البياني للدالة الاسية التي على الصورة $y = ab^{x-h} + k$ يقطع المحور x.

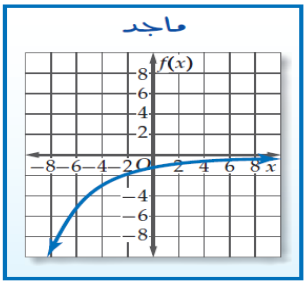
صحيحة أحيانا ؛ التمثيل البياني للدالة الاسية يقطع المحور x عندما $k < 0$.

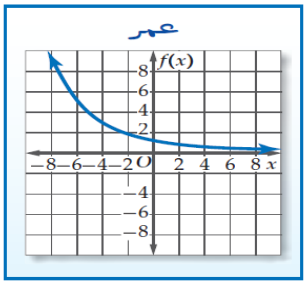
c) اذا كان b عددا صحيحا ، فإن الدالة $f(x) = |b|^x$ هي دالة نمو اسي

صحيحة أحيانا ؛ الدالة ليست اسية اذا كانت $b = 1$ او $b = -1$.

(1 -2) الدوال الأسية (مهارات التفكير العليا)

٣٠) **اكتشف الخطأ:** طلب الى عمر وماجد ان يمثلا الدالة $f(x) = -\frac{2}{3}\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1}$ بيانيا . أي منهما تمثيله صحيح ؟ وضح اجابتك





ماجد إجابته صحيحة لأن عمر اهمل الضرب في إشارة السالب .

31) **تحدٍّ:** تتناقص مادة بنسبة ٪ 35 مما تبقى كل يوم، إذا بقي منها 8 mg بعد 8 أيام ، فكم ملجرامًا من المادة كان موجودًا في البداية؟

$$y = ab^x$$

$$y = a\,(1 - 0.35)x$$

$$y = a\,(0.65)x$$

عند $y = 8\,mg$, $x = 8$ أيام

$$8 = a(0.65)8$$

$$a = \frac{8}{(0.65)^8} \quad \therefore$$

$$a \approx 251\,mg$$

إعداد / عبير الطبيشي

(1 -2) الدوال الأسية (مهارات التفكير العليا)

32) مسالة مفتوحة : اعط قيمة للثابت b تجعل الدالة $f(x) = \left(\frac{8}{b}\right)^x$ دالة اضمحلال اسي ؟

$b > 8$ مثل $b = 10$

33) اكتب : صف التحويل الذي ينقل الدالة $g(x) = b^x$ الى الدالة

$$f(x) = ab^{x-h} + k$$

الدالة الرئيسية (الام) هي $g(x) = b^x$ يتسع تمثيلها البياني راسيا اذا كانت $|a| > 1$ ويضيق راسيا اذا كانت $|a| < 1$

ثم يتبعها انسحاب h وحدة يمينا اذا كانت h موجبة و $|h|$ وحدة يسارا اذا كانت h سالبة .

ثم يتبعها انسحاب للتمثيل البياني k وحدة الى اعلى اذا كانت قيمة k موجبة و $|k|$ وحدة للاسفل اذا كانت k سالبة

(2 - 1) الدالة الأسية (تدريب على اختبار)

40) أي من الاعداد الاتية لا ينتمي الى مجال الدالة $f(x) = \sqrt{4 - 2x}$

A) 3 ✓

B) 2

C) 1

D) 0

بتجريب الخيارات : $f(3) = \sqrt{4 - 2(3)} = \sqrt{-2}$

41) اذا كانت $f(x) = \sqrt{x + 1}\ ,\ g(x) = 4x$ فما قيمة $(fog)(2)$ ؟

A) $\sqrt{3}$

B) $4\sqrt{3}$

C) 3 ✓

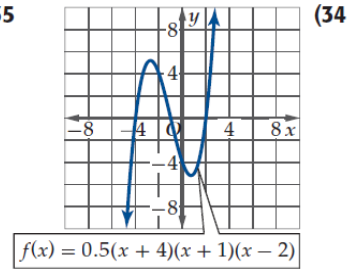
D) 8

$f(g(2)) = f(4(2)) = f(8) = \sqrt{8 + 1} = \sqrt{9} = 3$

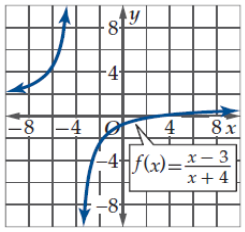
(1-2) الدوال الأسية
(مراجعة تراكمية)

استعمل التمثيل البياني لكل من الدالتين أدناه لتقدير الفترات التي تكون فيها الدالة متزايدة، أو متناقصة أو ثابتة مقربة إلى أقرب 0,5 وحدة، ثم عزز إجابتك عددياً :

(34



(35

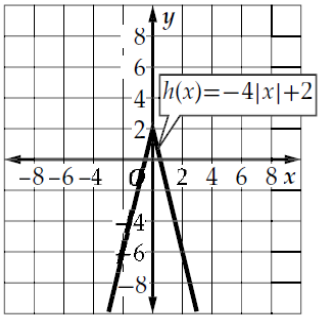


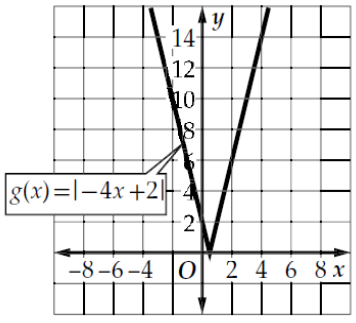
34) الدالة f تتزايد على $(-\infty,-3)$ ثم تتناقص على $(-3,1)$ وتتزايد على $(1,\infty)$

35) الدالة f تتزايد على $(-\infty,-4)$ ثم تتزايد على $(-4,\infty)$

استعمل منحنى الدالة $f(x)$ لتمثيل كل من الدالتين $h(x)=f(|x|)$ ، $g(x)=|f(x)|$

36) $f(x) = -4x + 2$

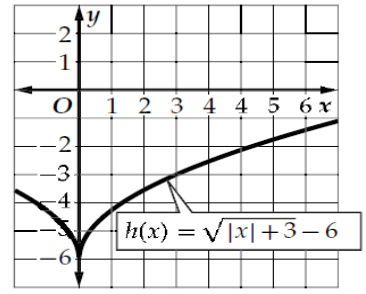


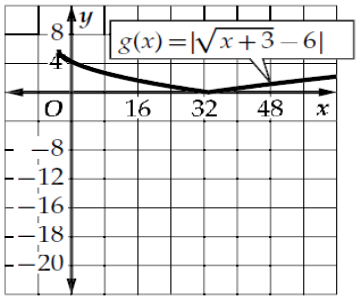


(1 - 2) الدوال الأسية
(مراجعة تراكمية)

استعمل منحنى الدالة $f(x)$ لتمثيل كل من الدالتين $h(x)=f(|x|)$ ، $g(x)=|f(x)|$

37) $f(x)=\sqrt{x+3}-6$





اوجدي $(\frac{f}{g})(x)$ ، $(f.g)(x)$ ، $(f-g)(x)$ ، $(f+g)(x)$ للدالتين $g(x)$ ، $f(x)$ في كل مما يأتي وحدد مجال كل من الدوال الاتية

38) $f(x)=x^2-2x$

$g(x)=x+9$

$(f+g)(x)=x^2-x+9$

المجال : $(-\infty,\infty)$

$(f-g)(x)=x^2-3x-9$

المجال: $(-\infty,\infty)$

$(f.g)(x)=x^3+7x^2-18x$

المجال : $(-\infty,\infty)$

$(\frac{f}{g})(x)=\frac{x^2-2x}{x+9}$

المجال : $\{x|x\neq -9, x\in R\}$

39) $f(x)=\frac{x}{x+1}$

$g(x)=x^2-1$

$(f+g)(x)=\frac{x}{x+1}+x^2-1;$

المجال: $\{x|x\neq -1, x\in R\}$

$(f-g)(x)=\frac{x}{x+1}+x^2-1$

المجال : $\{x|x\neq -1, x\in R\}$;

$(f.g)(x)=x^2-x$

$(\frac{f}{g})(x)=\frac{x}{(x-1)(x+1)^2}$

المجال: $\{x|x\neq -1, x\in R\}$

(2-2) حل المعادلات و المتباينات الأسية
(مهارات التفكير العليا)

36) تحد: حل المعادلات الاسية التالية

$$16^{18} + 16^{18} + 16^{18} + 16^{18} + 16^{18} = 4^x$$

$$5 \times 16^{18} = 4^x$$

$$5 \times 4^{36} = 4^x$$

نفرض $y = 4^a$

ونريد إيجاد قيمة a عند $y = 5$

$$5 = 4^a$$

$$\therefore a = 1.1610$$

$$\therefore 5 = 4^{1.1610}$$

بالتعويض عن 5

$$5 \times 4^{36} = 4^x$$

$$4^{1.1610} \times 4^{36} = 4^x$$

$$\therefore 4^{37.1610}$$

$$x = 37.1610$$

37) مسألة مفتوحة : اكتب معادلة أسية يكون حلها $x = 2$.

إجابة ممكنة : $4^x = 4^2$

(2 -2) حل المعادلات و المتباينات الأسية
(مهارات التفكير العليا)

8) برهان : اثبت ان $27^{2x} \cdot 81^{x+1} = 3^{2x+2} \cdot 9^{4x+1}$

الطرف الايسر $27^{2x}.81^{x+1}$

$3^3 = 27, 3^4 = 81$ $= (3^3)^{2x}.(3^4)^{x+1}$

قوة القوى $= 3^{6x}.3^{4x+1}$

حاصل ضرب القوى $= 3^{10x+4}$

الطرف الأيمن $3^{2x+2}.9^{4x+1}$

$3^2 = 9$ $(3^{2x+2}).(3^2)^{4x+1}$

قوة القوة $= 3^{2x+2}.3^{8x+2}$

حاصل ضرب القوى $= 3^{10x+4}$

وبما ان الطرفين متساويان المقدار نفسة فالطرفان متساويان

39)تبرير: حدِّد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة دائمًا أو صحيحة أحيانًا أو غير صحيحة أبدًا. وضح إجابتك.

$2^x > -(8^{20x})$ لجميع قيم x

صحيحة دائما لان 2^x موجبة لجميع قيم x بينما $-(8^{20x})$ سالبة لجميع قيم x

(2 - 2) حل المعادلات و المتباينات الأسية
(تدريب على اختبار)

52) ماقيمة x التي تحقق المعادلة التالية $7^{x-1}+7=8$

A) -1 B) 0 **C) 1** D) 2

بتجريب الخيارات : $7^{1-1}+7=8$

$1+7=8$

53) اذا كانت $f(x)=5x$; فما قيمة $f[f(-1)]$ ؟

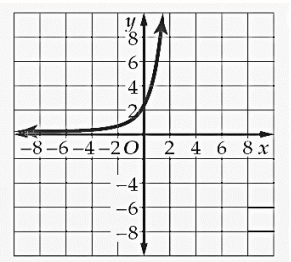
A) -25 B) -5 C) 5 D) 25

$f[f(-1)]=f[-5]=5(-5)=-25$

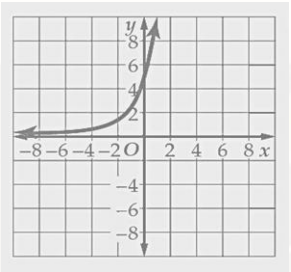
(2 - 2) حل المعادلات و المتباينات الأسية
(مراجعة تراكمية)

مثل كل دالة مما ياتي بيانيا :

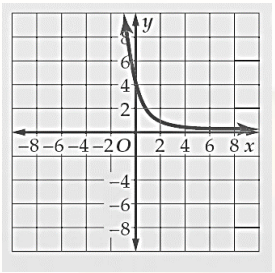
40) $y = 2(3)^x$



41) $y = 5(2)^x$



42) $y = 4(\frac{1}{3})^x$



حل كل معادلة مما يأتي

43) $\sqrt{x+5} - 3 = 0$

$\sqrt{x+5} = 3$

$x + 5 = 9$

$x = 9 - 5$

$x = 4$

44) $\sqrt{3t-5} - 3 = 4$

$\sqrt{3t-5} = 4 + 3$

$\sqrt{3t-5} = 7$

$3t - 5 = 49$

$3t = 49 + 5$

$3t = 54$

$t = \frac{54}{3}$

45) $\sqrt[4]{2x-1} = 2$

$\sqrt[4]{2x-1} = 2$

$2x - 1 = 2^4$

$2x - 1 = 16$

$2x = 16 + 1 \Rightarrow 2x = 17$

$x = \frac{17}{2} = 8.5$

46) $(5x+7)^{\frac{1}{5}} + 3 = 5$

$(5x+7)^{\frac{1}{5}} + 3 = 5$

$(5x+7)^{\frac{1}{5}} = 5 - 3$

$(5x+7)^{\frac{1}{5}} = 2$

$5x + 7 = 2^5 \Rightarrow 5x + 7 = 32$

$5x = 32 - 7 \Rightarrow 5x = 25$

$x = \frac{25}{5} = 5$

(2 -2) حل المعادلات و المتباينات الأسية
(مراجعة تراكمية)

(47 $(3x-2)^{\frac{1}{5}}+6=5$

$(3x-2)^{\frac{1}{5}}+6=5$

$(3x-2)^{\frac{1}{5}}=5-6$

$(3x-2)=(-1)^5$

$3x-2=-1$

$3x=-1+2$

$3x=1$

$x=\frac{1}{3}$

(48 $(7x-1)^{\frac{1}{3}}+4=2$

$(7x-1)^{\frac{1}{3}}+4=2$

$(7x-1)^{\frac{1}{3}}=2-4$

$(7x-1)^{\frac{1}{3}}=-2$

$7x-1=(-2)^3$

$7x=-8+1$

$7x=-7$

$x=-1$

اوجدي $[hog]\ (x)$; $[goh]\ (x)$ لكل زوج من الدوال الاتية:

(49 $h(x)=2x-1$

$g(x)=3x+4$

$[goh](x)=g(h(x))$

$=g(2x-1)$

$=3(2x-1)+4$

$=6x-3+4$

$=6x+1$

$[hog](x)=h(g(x))$

$=h(3x+4)$

$=2(3x+4)-1$

$=6x+7$

(50 $h(x)=x+4$

$g(x)=|x|$

$[goh](x)=g(h(x))$

$=g(x+4)$

$=|x+4|$

$[hog](x)=h(g(x))$

$=h(|x|)$

$=|x|+4$

(2 -2) حل المعادلات و المتباينات الأسية
(مراجعة تراكمية)

51) اوجدي الدالة العكسية للدالة : $f(x) = 2x + 1$

$$f(x) = 2x + 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$x = 2y + 1$$

$$2y = x - 1$$

$$y = \frac{x - 1}{2}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x - 1}{2}$$

(2-3) اللوغاريتمات و الدوال اللوغاريتمية
(مهارات التفكير العليا)

49) حدد العبارة المختلفة عن العبارات الثلاث الأخرى ؟ فسر إجابتك

$log_3 9$ | $log_2 4$ | $log_2 16$ | $log_4 16$

$log_4 16$ لان قيمتة 4 أما قيمة العبارات الأخرى تساوي 2

50) تحد : اذا كان $y = log_b x$ حيث b, x, y اعداد حقيقية فان الصفر ينتمي الى المجال دائما او أحيانا او لاينتمي ابدا . وضح اجابتك

لاينتمي ابدا لانة اذا انتمى الصفر للمجال ستصبح المعادلة $y = log_b 0$

وعندها $b^y = 0$. ولكن لاي عدد حقيقي b لايوجد اس حقيقي y بحيث $b^y = 0$

51) اكتشف الخطأ: يقول فهد: إن التمثيل البياني لجميع الدوال اللوغاريتمية يقطع المحور y في النقطة (0,1) ؛ لأن أي عدد مرفوع للأس صفر يساوي 1، ولكن سليمان لم يوافقه الرأي. أيهما على صواب؟ فسر إجابتك.

سليمان لان التمثيل البياني للدوال اللوغاريتمية يمر بالنقطة (1,0) ولا يمر بالنقطة (0,1)

52) اكتشف الخطأ: اوجدت كل من مها ومريم

قيمة $log_{\frac{1}{7}} 49$ أي منهما اجابتها صحيحة ؟

برر اجابتك

مريم ؛ استعملت مها تعريف اللوغاريتميات

بشكل خاطئ .

مها	مريم
$log_{\frac{1}{7}} 49 = y$	$log_{\frac{1}{7}} 49 = y$
$49^y = \frac{1}{7}$	$(\frac{1}{7})^y = 49$
$(7^2)^y = (7)^{-1}$	$(7^{-1})^y = 7^2$
$7^{2y} = (7)^{-1}$	$(7)^{-y} = 7^2$
$2y = -1$	$y = -2$
$y = -\frac{1}{2}$	

(2- 3) اللوغاريتمات و الدوال اللوغاريتمية
(مهارات التفكير العليا)

53) **تبرير: دون استعمال الآلة الحاسبة، بيِّن أي القيم التالية أكبر، وبرِّر إجابتك**

$log_7 51$; $log_8 61$; $log_9 71$

$log_7 51$; اجابة ممكنة قيمتة اكبر قليلا من 2

وقيمة $log_8 61$; اقل من 2 بقليل ايضا

وقيمة $log_9 71$; اقل من 2 بقليل .

54) **مسألة مفتوحة: اكتب عبارة لوغاريتمية على الصورة $y = log_b x$ لكل من الحالات الاتية**

a) y تساوي 25 — $\log_2 33554432 = 25$

b) y عدد سالب — $\log_4 \frac{1}{64} = -3$

c) y بين 0 و 1 — $\log_2 \sqrt{2} = \frac{1}{2}$

d) x تساوي 1 — $\log_7 1 = 0$

55) **اذا كان $g(x) = a\, log_{10}(x - h) + k$ تحويلا للدالة اللوغاريتمية $log_{10} x$ فاشرح كيفية تمثيل هذا التحويل بيانيا**

- اذا كانت $a < 0$ فان التمثيل البياني ينعكس حول المحور x
- اذا كانت $|a| > 1$ فان التمثيل البياني يتسع راسيا واذا كانت $0 < |a| < 1$ فان التمثيل البياني يضيق راسيا
- يسحب التمثيل البياني h وحدة الى اليمين اذا كانت $h > 0$ ويسحب $|h|$ وحدة الى اليسار اذا كانت h سالبة
- يسحب التمثيل البياني k وحدة الى اعلى اذا كانت $k > 0$ ويسحب $|k|$ وحدة الى اسفل

(2 - 3) اللوغاريتمات و الدوال اللوغاريتمية
(تدريب على اختبار)

69) ماقيمة x في المعادلة $\log_8 16 = x$

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{4}{3}$ D) 2

$$\log_8 16 = x \Rightarrow 8^x = 16 \Rightarrow 2^{3x} = 2^4 \Rightarrow 3x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

70) ماقيمة $\log_2 \frac{1}{32}$

A) 5 B) $\frac{1}{5}$ C) $-\frac{1}{5}$ D) -5

$$\therefore 2^x = \frac{1}{32} \Rightarrow 2^x = (32)^{-1} \Rightarrow 2^x = (2)^{-5} \Rightarrow x = -5$$

71) ما مقطع y للدالة الاسية $y = 4^x - 1$ ؟

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3

$$y = 0 \Rightarrow y = 4^x - 1 \Rightarrow 0 = 4^x - 1 \Rightarrow 4^x = 1 \Rightarrow 4^x = 4^0 \Rightarrow x = 0$$

(2 - 3) اللوغاريتمات و الدوال اللوغاريتمية
(مراجعة تراكمية)

مثّل كل دالة مما يأتي بيانيًا:

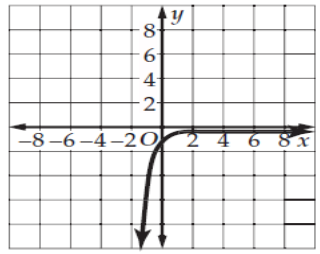
56) $y = -\left(\frac{1}{5}\right)^x$

57) $y = -2.5(5)^x$

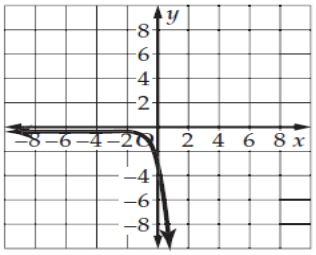
58) $y = 30^{-x}$

59) $y = 0.2(5)^{-x}$

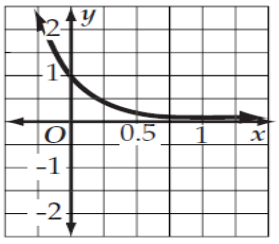
56)



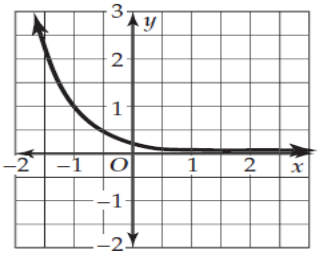
57)



58)



59)



حلّ كل متباينة مما يأتي :

60) $3^{n-2} > 27$

$3^{n-2} > 3^3$

$n - 2 > 3$

$n > 5$

61) $2^{2n} \leq \frac{1}{16}$

$2^{2n} \leq 2^{-4}$

$n \leq \frac{-4}{2}$

$n \leq -2$

(2 - 3) اللوغاريتمات و الدوال اللوغاريتمية
(مراجعة تراكمية)

62) $16^n < 8^{n+1}$

$2^{4n} < 2^{3n+3}$

$4n < 3n + 3$

$n < 3$

63) $32^{5p+2} \geq 16^{5p}$

$2^{5(5p+2)} \geq 2^{4(5p)}$

$25p + 10 \geq 20p$

$25p - 20p \geq -10$

$5p \geq -10$

$p \geq -2$

64) اذا كان $4^{x+2} = 48$ فاوجد قيمة 4^x ؟

$4^{x+2} = 48$

$4^x \times 4^2 = 48$

$4^x = \frac{48}{16} = 3$

حُلّ كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة حلك ؟

65) $9^x = \frac{1}{81}$

$9^x = \frac{1}{81}$

$9^x = 9^{-2}$

$x = -2$

التأكد من صحة الحل :

$9^{-2} = \frac{1}{81}$

66) $2^{6x} = 4^{5x+2}$

$2^{6x} = 2^{2(5x+2)}$

$6x = 10x + 4$

$6x - 10x = 4$

$-4x = 4$

$x = -1$

التأكد من صحة الحل :

$2^{6(-1)} = 2^{2(5(-1)+2)}$

$2^{-6} = 2^{-6}$

(2 - 3) اللوغاريتمات و الدوال اللوغاريتمية
(مراجعة تراكمية)

حُلّ كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة حلك ؟

67) $49^{3p+1} = 7^{2p-5}$

$7^{2(3p+1)} = 7^{2p-5}$

$6p + 2 = 2p - 5$

$6p - 2p = -5 - 2$

$4p = -7$

$p = \frac{-7}{4}$

68) $9^{x^2} = 27^{x^2-2}$

$9^{x^2} = 27^{x^2-2}$

$3^{2x^2} = 3^{3(x^2-2)}$

$2x^2 = 3x^2 - 6$

$2x^2 - 3x^2 = -6$

$-x^2 = -6$

$x^2 = 6$

$\therefore x = \pm\sqrt{6}$

(4 -2) خصائص اللوغاريتمات
(مهارات التفكير العليا)

47) **مسألة مفتوحة:** اكتب مثالا على عبارة لوغاريتمية لكل حالة مما يأتي، ثم عبّر عنه بالصورة المطولة:

a) لوغاريتم حاصل ضرب وقسمة.

$$\log_b \frac{xz}{5} = \log_b x + \log_b z - \log_b 5$$

b) لوغاريتم حاصل ضرب وقوة.

$$\log_b m^4 p^6 = 4\log_b m + 6\log_b p$$

c) لوغاريتم حاصل ضرب وقسمة وقوة.

$$\log_b \frac{x^3 y^4}{z^5} = 3\log_b x + 4\log_b y - 5\log_b z$$

47) **برهان:** استعمل خصائص الأسس لبرهنة خاصية لوغاريتم القوة.

$$m^p = m^p$$
$$\left(b^{\log_b m}\right)^p = b^{\log_b (m^p)}$$
$$b^{p\log_b m} = b^{\log_b (m^p)}$$
$$\log_b m\, p = \log_b (m^p)$$
$$p\log_b m = \log_b (m^p)$$

(4 -2) خصائص اللوغاريتمات
(مهارات التفكير العليا)

49) **تحد:** أوجد القيمة الدقيقة للعبارة اللوغاريتمية $\log_{\sqrt{a}}(a^2)$

$$\log_{\sqrt{a}}(a^2) = x$$
$$(\sqrt{a})^x = a^2$$
$$\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^x = a^2$$
$$a^{\frac{x}{2}} = a^2$$
$$\frac{x}{2} = 2$$
$$x = 4$$

50) **اكتشف المختلف:** حدد العبارة المختلفة عن العبارات الثلاث الأخرى، وفسّر إجابتك:

$\log_b 24 = \log_b 20 + \log_b 4$	$\log_b 24 = \log_b 2 + \log_b 12$
$\log_b 24 = \log_b 4 + \log_b 6$	$\log_b 24 = \log_b 8 + \log_b 3$

$\log_b 24 \neq \log_b 20 + \log_b 4$ **جميع العبارات الأخرى تساوي** $\log_b 24$،

استعمل $\log_4 3 \approx 0.7925$ ، $\log_4 5 \approx 1.1610$ **لتقريب قيمة** $\log_4 18$

2.085

(4 - 2) خصائص اللوغاريتمات
(تدريب على اختبار)

64) ماقيمة $2\log_5 12 - \log_5 8 - 2\log_5 3$ ؟

(A $\log_5 2$ (B $\log_5 0.5$

(C $\log_5 3$ (D 1

65) ما المقطع y للدالة اللوغاريتمية $y = \log_2(x+1) + 3$

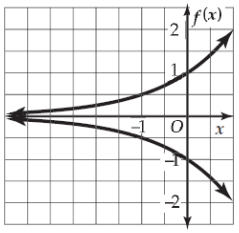
(A 3 (B 2

(C 1 (D 0

(4 - 2) خصائص اللوغاريتمات
(مراجعة تراكمية)

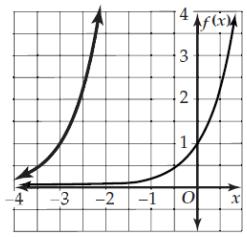
استعمل منحنى f لتصف التحويل الهندسي الذي ينتج منحنى g ، ثم مثل منحنى كل منهما بيانيا في كل مما يأتي

52) $f(x) = 2^x \; ; g(x) = -2^x$



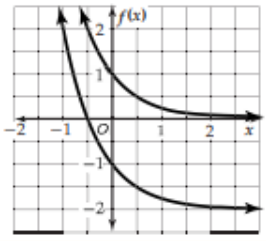
انعكاس حول محور x

53) $f(x) = 5^x \; ; \; g(x) = 5^{x+3}$



انسحاب إلى اليسار 3 وحدات

54) $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x \; ; g(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x - 2$



انسحاب إلى أسفل وحدتان

(4 - 2) خصائص اللوغاريتمات
(مراجعة تراكمية)

اوجد قيمة كل مما يأتي

55) $\log_4 16^x$

$\log_4 4^{2x} = 2x\log_4 4$

$= 2x \times 1$

$= 2x$

56) $\log_3 27^x$

$\log_3 3^{3x} = 3x\log_3 3$

$= 3x \times 1$

$= 3x$

57) كهرباء: يمكن حساب كمية التيار الكهربائي I بالأمبير، والتي يستهلكها جهاز باستعمال هذه المعادلة $I = \left(\frac{p}{R}\right)^{\frac{1}{2}}$، حيث P القدرة بالواط ، R المقاومة بالأوم . ما كمية التيار الكهربائي التي يستهلكها جهاز ما إذا كانت $P = 120w$ ، و $R = 3\Omega$ قرِّب الناتج إلى أقرب عُشر.

$$I = \left(\frac{p}{R}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$I = \left(\frac{120}{3}\right)^{\frac{1}{2}} = 6.3A$$

(4 - 2) خصائص اللوغاريتمات
(مراجعة تراكمية)

حدد ما إذا كانت كل دالتين مما يأتي دالة عكسية للأخرى، مع ذكر السبب:

58) $g(x) = x - 73$; $f(x) = x + 73$

$$f(g(x)) = f(x - 73)$$
$$= x - 73 + 73$$
$$= x$$

نعم، كل من الدالتين دالة عكسية للاخرى .

59) $h(x) = \frac{1}{7}x + 11$; $g(x) = 7x - 11$

$$h(g(x)) = h(7x - 11)$$
$$= \frac{1}{7}(7x - 11) + 11$$
$$= x - \frac{11}{7} + 11$$
$$\neq x$$

لا . كل من الدالتين ليست دالة عكسية للاخرى.

حلّ كل معادلة مما يأتي وتحقق من صحة حلك:

60) $3^{4x} = 3^{3-x}$

$$3^{4x} = 3^{3-x}$$
$$4x = 3 - x$$
$$5x = 3$$
$$x = \frac{3}{5}$$

61) $3^{5x} . 81^{1-x} = 9^{x-3}$

$$3^{5x} . 3^{4(1-x)} = 3^{2(x-3)}$$
$$5x + 4 - 4x = 2x - 6$$
$$-x = -6 - 4$$
$$-x = -10$$
$$x = 10$$

(4 - 2) خصائص اللوغاريتمات
(مراجعة تراكمية)

حُلّ كل معادلة مما يأتي وتحقق من صحة حلك

62) $49^x = 7^{x^2-15}$

$7^{2x} = 7^{x^2-15}$

$2x = x^2 - 15$

$x^2 - 2x - 15 = 0$

$(x+3)(x-5) = 0$

$x = -3\,, x = 5$

63) $\log_2(x+6) = 5$

$2^5 = x + 6$

$x + 6 = 32$

$x = 32 - 6$

$x = 26$

(2- 5) حل المعادلات و المتباينات اللوغاريتمية
(مهارات التفكير العليا)

32) **اكتشف الخطأ:** تقوم لينا وريم بحل المتباينة $\log_2 x \geq -2$ أي منهما حلها صحيح؟

لينا

$$\log_2 x \geq -2$$
$$x \leq 2^{-2}$$
$$0 < x \leq \frac{1}{4}$$

ريم

$$\log_2 x \geq -2$$
$$x \geq 2^{-2}$$
$$x \geq \frac{1}{4}$$

ريم ، لان لينا عكست إشارة المتباينة

33) اوجد قيمة:

$$\log_3 27 + \log_9 27 + \log_{27} 27 + \log_{81} 27 + \log_{243} 27$$
$$= \log_3 3^3 + \log_9 9^{\frac{3}{2}} + \log_{27} 27 + \log_{81} 81^{\frac{3}{4}} + \log_{243} 243^{\frac{3}{5}}$$
$$= 3 + \frac{3}{2} + 1 + \frac{3}{4} + \frac{3}{5}$$
$$= \frac{137}{20} = 6.85$$

(2- 5) حل المعادلات و المتباينات اللوغاريتمية
(مهارات التفكير العليا)

34) **تبرير:** نص خاصية التباين للدوال اللوغاريتمية هو:اذا كان $b > 1$ فان $\log_b x > \log_b y$ اذا وفقط اذا كان $x > y$. كيف يصبح نص الخاصية اذا كان $0 < b < 1$ وضح اجابتك

اذا كان $0 < b < 1$ فان $\log_b x > \log_b y$ اذا وفقط اذا $x < y$

انعكست إشارة المتباينة لان الكسر الأصغر من 1 يكون اصغر عند رفعة لقوة اكبر

35) **اكتب:** وضح العلاقة بين مجال ومدى الدالة اللوغاريتمية ومجال ومدى الدالة الأسيّة المناظرة لها.

الدالة اللوغاريتمية على الصورة $y = \log_b x$ هي الدالة العكسية للدالة الاسية من الصورة $y = b^x$ ومجال احدهما يساوي مدى الأخرى كما ان مدى احدهما يساوي مجال الدالة الأخرى.

36) مسألة مفتوحة: أعطِ مثالًا على معادلة لوغاريتمية ليس لها حل.

إجابة ممكنة :

$$\log_3(x + 4) = \log_3(3x + 12)$$

(2- 5) حل المعادلات و المتباينات اللوغاريتمية
(مهارات التفكير العليا)

37) **تبرير:** ضع خطًا تحت التعبير الذي يجعل الجملة صحيحة، مع ذكر السبب:

a) إذا كان أساس اللوغاريتم أكبر من 1 وتقع قيمة x بين 0,1 ، فإن قيمة y تكون (أصغر من ، أكبر من، مساوية لـ) الصفر.

b) إذا كان أساس اللوغاريتم بين 0.1 وقيمة x أكبر من 1، فإن قيمة y تكون (أصغر من ، أكبر من، مساوية لـ) الصفر.

c) المعادلة $y = log_b 0$ (لا حل لها، لها حل واحد، لها عدد لا نهائي من الحلول) بالنسبة لـb

d) المعادلة $y = log_b 1$ (لا حل لها، لها حل واحد، لها عدد لا نهائي من الحلول) بالنسبة لـb

38) **اكتب:** فسِّر لماذا يقطع منحنى أي دالة لوغاريتمية على هذه الصورة

$y = \log_b x$ المحور x عند النقطة $(1,0)$ ولا يقطع المحور y

مقطع المحور y للدالة الاسية $y = b^x$ هو $(0,1)$ وعند قلب الاحداثيين x, y فان المقطع y يتغير الى مقطع المحور x عند النقطة $(1,0)$ وبما انه لا يوجد مقطع المحور x عند النقطة $(0,1)$ للدالة الاسية فانة لن يكون هناك نقطة تناظرها $(0,1)$ للدالة اللوغاريتمية على المحور y وهذا يعني انة منحنى الدالة اللوغاريتمية لا يقطع المحور y

(5 - 2) حل المعادلات و المتباينات اللوغاريتمية

50) أي الدوال الاسية الاتية يمر تمثيلها البياني بالنقطتين $(4, -160)$، $(0, -10)$ ؟

A) $f(x) = -10(2)^x$

B) $f(x) = 10(2)^x$

C) $f(x) = -10(4)^x$

D) $f(x) = 10(4)^x$

51) أي مما يأتي يمثل حلا للمعادلة $\log_4 x - \log_4(x-1) = \frac{1}{2}$

A) $-\frac{1}{2}$

B) $\frac{1}{2}$

C) -2

D) 2

(2 - 5) حل المعادلات و المتباينات اللوغاريتمية

حل كل مما يأتي وتحقق من صحة حلك

39) $3^{3x-2} > 81$

$3^{3x-2} > 3^4$

$3x - 2 > 4$

$3x > 6$

$x > 2$

40) $3^{4x-7} = 27^{2x+3}$

$3^{4x-7} = 3^{3(2x+3)}$

$4x - 6x = 9 + 7$

$-2x = 16$

$x = \frac{16}{-2}$

$x = -8$

41) $8^{x-4} = 2^{4-x}$

$2^{3(x-4)} = 2^{4-x}$

$3x - 12 = 4 - x$

$3x + x = 4 + 12$

$4x = 16 \Rightarrow x = 4$

(5 - 2) حل المعادلات و المتباينات اللوغاريتمية

اوجدي قيمة كل عبارة مما يأتي

(42 $\log_4 256$

$\log_4 4^4 = 4\log_4 4 = 4$

(43 $\log_2 \frac{1}{8}$

$\log_2 \frac{1}{8} = \log_2 2^{-3}$

$= -3\log_2 2 = -3$

(44 $\log_6 216$

$\text{Log}_6 216 = \log_6 6^3$

$= 3\log_6 6 = 3$

(45 $\log_7 2401$

$\log_7 2401 = \log_7 7^4$

$= 4\log_7 7 = 4$

بسّط كلًّ مما يأتي، مفترضًا أن أيًّا من المتغيرات لا يساوي الصفر:

(46 $x^5 . x^3$

$x^{5+3} = x^8$

(47 $(2p^2n)^3$

$2^3 p^{2(3)} n^{1(3)} = 8p^6 n^3$

(48 $\frac{x^4 y^6}{xy^2}$

$x^{4-1} y^{6-2} = x^3 y^4$

(49 $\left(\frac{c^9}{d^7}\right)^0$

=1

(6 -2) اللوغاريتمات العشرية
(مهارات التفكير العليا)

36) **اكتشف الخطأ:** حلّ كل من بلال وخالد المعادلة الأسية أيهما كانت إجابته صحيحة؟ فسّر إجابتك .

بلال

$4^{3p} = 10$

$\log 4^{3p} = \log 10$

$3p \log 4 = \log 10$

$p = \frac{\log 10}{3 \log 4}$

خالد

$4^{3p} = 10$

$\log 4^{3p} = \log 10$

$p \log 4 = \log 10$

$p = \frac{\log 10}{\log 4}$

بلال لان خالد نسي ان يضرب في العدد 3 عند اخذ اللوغاريتم لكل طرف .

37) **تحد:** حل المعادلة $\log_{\sqrt{a}} 3 = \log_a x$ لتجد قيمة x . وفسر كل خطوة .

$\log_{\sqrt{a}} 3 = \log_a x$	المعادلة الاصلية
$\frac{\log_a 3}{\log_a \sqrt{a}} = \log_a x$	صيغة تغيير الأساس
$\frac{\log_a 3}{\frac{1}{2}} = \log_a x$	$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$
$2 \log_a 3 = \log_a x$	بضرب كل من البسط والمقام في العدد 2
$\log_a 3^2 = \log_a x$	خاصية لوغاريتم القوة
$3^2 = x$	خاصية المساواة للدوال اللوغاريتمية
$9 = x$	بالتبسيط

(6 -2) اللوغاريتمات العشرية
(مهارات التفكير العليا)

38) **اكتب:** منحنى $g(x) = \log_b x$ هو في حقيقة الأمر تحويل هندسي لمنحنى $f(x) = \log x$. استعمل صيغة تغيير الأساس لتجد التحويل الهندسي الذي يربط بين هذين المنحنيين. ثم اشرح تأثير اختلاف قيم b على منحنى اللوغاريتم العشري.

$\log_b x = \frac{\log x}{\log b} = \frac{1}{\log b}\log x$ لذا اللوغاريتم ذو الأساس b هو حاصل ضرب ثابت في اللوغاريتم العشري المناظر له . عندما $b > 1$ فان منحنى f يتمدد او يتقلص راسيا ومثال ذلك اذا كان $b = 2$ فان المنحى يتمدد ولكن عندما $b = 25$ فان المنحنى يتقلص.

وعندما $b < 1$ فبالاضافة الى التمدد او التقلص الراسي فا المنحنى منعكس حول المحور x.

39) **برهان :** اوجد قيمة كل من $\log_3 27$ و $\log_{27} 3$ واكتب تخميناً حول العلاقة بين $\log_a b$ ، $\log_b a$ وبرهن تخمينك

$\log_3 27 = 3$ و $\log_{27} 3 = \frac{1}{3}$

تخمين $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

برهان : العبارة الأصلية $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

صيغة تغيير الأساس $\frac{\log_b b}{\log_b a} = \frac{1}{\log_b a}$

$\log_b b = 1$ $\frac{1}{\log_b a} = \frac{1}{\log_b a}$

(6 -2) اللوغاريتمات العشرية
(مهارات التفكير العليا)

40) **اكتب:** فسِّر العلاقة بين الأسس واللوغاريتمات، وضمّن تفسيرك أمثلة شبيهة بتلك التي توضح كيفية حل معادلات لوغاريتمية باستعمال الأسس، وحل معادلات أسية باستعمال اللوغاريتمات.

اللوغاريتمات هي أسس ولحل معادلات لوغاريتمية اكتب كلا من الطرفين بالصورة الاسية وحلها باستعمال خاصية المعكوس للأسس واللوغاريتمات ولحل معادلات اسية استعمل خاصية المساواة للدوال اللوغاريتمية وخاصية القوة في اللوغاريتمات

(2 - 6) اللوغاريتمات العشرية
(تدريب على اختبار)

47) أي العبارات الاتية تمثل $f[g(x)]$

اذا كان $f(x) = x^2 + 4x + 3$, $g(x) = x - 5$

A) $x^2 + 4x - 2$

B) $x^2 - 6x + 8$

C) $x^2 - 9x + 23$

D) $x^2 - 14x + 6$

48) أي مما يأتي يمثل حلا للمعادلة $27\left(\frac{3}{5}\right)^{x+1} = 125$

A) -4

B) -2

C) 2

D) 4

(6 - 2) اللوغاريتمات العشرية
(مراجعة تراكمية)

حل كل معادلة مما يأتي وتحقق من صحة حلك

(41 $\log_5 7 + \frac{1}{2}\log_5 4 = \log_5 x$

$x = 14$

(42 $2\log_2 x - \log_2(x+3) = 2$

$x = 6$

(43 $\log_6 48 - \log_6 \frac{16}{5} + \log_6 5 = \log_6 5x$

$x = 15$

حل كل متباينة مما يأتي وتحقق من صحة حلك

(44 $\log_8(3y-1) < \log_8(y+5)$

$3y - 1 < y + 5$

$3y - y < 5 + 1$

$2y < 6$

$y < 3$

$\therefore \frac{1}{3} < y < 3$

(45 $\log_9(9x+4) \le \log_9(11x-12)$

$9x + 4 \le 11x - 12$

$9x - 11x \le -12 - 4$

$-2x \le -16$

$x \ge \frac{-16}{-2}$

$x \ge 8$

(6 - 2) اللوغاريتمات العشرية
(مراجعة تراكمية)

46) افترض أن هناك 3500 طائر من نوع مهدد بالانقراض في العالم، وأن عددها يتناقص بنسبة ٪ 5 في السنة. تستعمل الدالة اللوغاريتمية المعادلة اللوغارتمية $t = log_{0.95}\frac{p}{3500}$ لتقدير عدد السنوات t ليصبح عدد هذا النوع من الطوير p طائرا بعد كم سنة يصبح عدد الطيور من هذا النوع 3000 طائر ؟

A) سنتان

B) 5سنوات

C) 3سنوات

D) 8سنوات

$$t = log_{0.95}\frac{p}{3500}$$

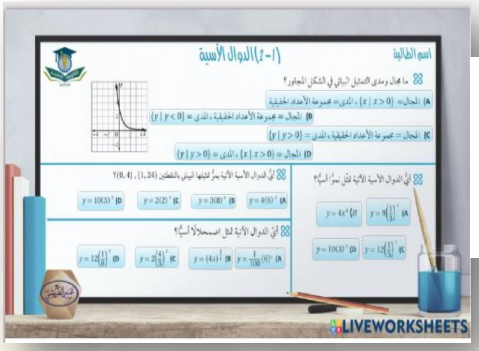
عند $p = 3000$

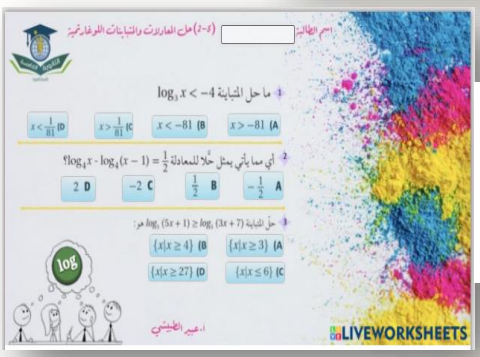
$$t = log_{0.95}\frac{3000}{3500}$$

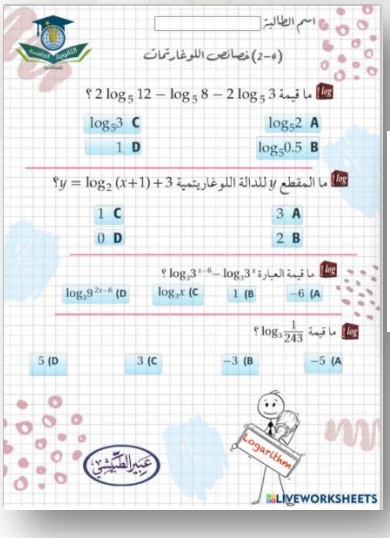
$t \approx 3$ سنوات

مراجعة
الفصل الثاني

أوراق عمل تفاعلية







إعداد / عبير الطبيشي

الفصل الثالث

المتطابقات والمعادلات المثلثية

Trigonometric Identities and Equations

3-1 المتطابقات المثلثية

3-2 إثبات صحة المتطابقات المثلثية

3-3 المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين و الفرق بينهما

3-4 المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية و نصفها

3-5 حل المعادلات المثلثية المثلثية

(1 -3) المتطابقات المثلثية
(مهارات التفكير العليا)

5) **اكتشف الخطأ:** تحاور سعيد وأحمد حول معادلة في الواجب المنزلي، فقال سعيد: إنها متطابقة، حيث جرب 10 قيم للمتغير وحققت جميعها المعادلة فعلًا، بينما قال أحمد: إنها ليست متطابقة، حيث استطاع إيجاد قيمة للمتغير لا تتحقق عندها المعادلة. أيهما كانت إجابته صحيحة؟ فسِّر إجابتك.

احمد ؛ لم يبرهن سعيد صحة المتطابقة عند جميع قيم θ وقد يكون هناك قيم أخرى لا تحقق المعادلة

26) **تحد:** اوجد مثالا مضادا يبين ان $\cos x = 1 - \sin x$ ليست متطابقة

$x = 45°$

27) **تبرير** وضح كيف يمكن إعادة كتابة معادلة الاستضاءة الموجودة في فقرة لماذا ؟ في بداية الدرس على صورة $\cos\theta = \frac{ER^2}{I}$

$$\sec\theta = \frac{I}{ER^2}$$

$$\frac{1}{\cos\theta} = \frac{I}{ER^2}$$

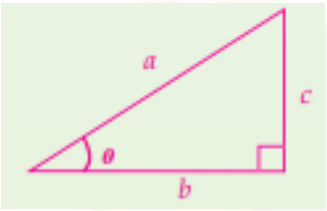
$$I\cos\theta = ER^2$$

$$\cos\theta = \frac{ER^2}{1}$$

(3- 1) المتطابقات المثلثية
(مهارات التفكير العليا)

28) بين كيف تستعمل نظرية فيثاغورس لاثبات صحة المتطابقة

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$



$$\sin^2\theta + \cos^2\theta =$$
$$\frac{c^2}{a^2} + \frac{b^2}{a^2} =$$
$$\frac{c^2 + b^2}{a^2} =$$
$$\frac{a^2}{a^2} = 1$$

29) برهن ان $\tan(-a) = -\tan a$ تمثل متطابقة

$$\tan(-a) = \frac{\sin(-a)}{\cos(-a)}$$
$$= \frac{-\sin a}{\cos a}$$
$$= -\frac{\sin a}{\cos a}$$
$$= -\tan a$$

(3- 1) المتطابقات المثلثية
(مهارات التفكير العليا)

30) **مسألة مفتوحة :** اكتب عبارتين تكافئ كل منهما العبارة $\tan\theta \sin\theta$

$$\sin^2\theta \sec\theta \text{ ، } \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta}$$

31) **تبرير :** بين كيف يمكنك استعمال القسمة لاعادة كتابة المتطابقة

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ على الصورة $1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta$

اقسم جميع الحدود على $\sin^2\theta$

32) **اكتشف الخطأ:** بسط كل من علاء وسامي المقدار $\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta+\sin^2\theta}$ كما يأتي. أيهما كانت إجابته صحيحة؟ برر إجابتك.

علاء

$$\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta+\sin^2\theta}$$
$$= \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} + \frac{\sin^2\theta}{\sin^2\theta}$$
$$= \tan^2\theta + 1$$
$$= \sec^2\theta$$

سامي

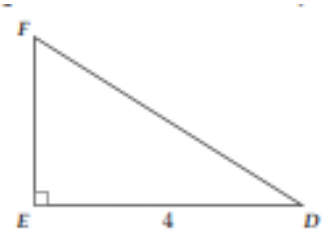
$$\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta+\sin^2\theta}$$
$$= \frac{\sin^2\theta}{1}$$
$$= \sin^2\theta$$

سامي ، لان علاء استعمل العلاقة الخاطئة

$$\frac{a}{b+c} = \frac{a}{c} + \frac{a}{b}$$

(3 - 1) المتطابقات المثلثية
(تدريب على اختبار)

39) في الشكل ادناه اذا كان $\cos D = 0.8$ فما طول $\overline{DF}$؟



A) 5
C) 3.2
B) 4
D) 10

40) اذا كان $\sin x = m$ و $0 < x < 90°$ فما قيمة $\tan x$

A) $\frac{1}{m^2}$

B) $\frac{m\sqrt{1-m^2}}{1-m^2}$

C) $\frac{1-m^2}{m}$

D) $\frac{m}{1-m^2}$

(3 - 1) المتطابقات المثلثية
(مراجعة تراكمية)

أوجد قيمة كل ممّا يأتي، اكتب قياس الزاوية بالراديان، وقرّب الناتج إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم.

33) $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$

$\frac{2}{3}\pi = 2.09$

34) $\tan\left(\cos^{-1}\frac{6}{7}\right)$

0.60

35) $\sin\left(Arctan\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

0.5

36) $\cos\left(Arcsin\frac{3}{5}\right)$

0.8

37) **اوجدي قيمة** k **التي تجعل الدالة** $f(x)=\begin{cases}k+x^2, x<5\\ 3x+2, x\geq 5\end{cases}$ **متصلة عند** $x=5$

$$k+x^2=3x+2$$

عند $x=5$

$$k+25=15+2$$

$$k=17-25$$

$$k=-8$$

38) **حل المعادلة** $2^x=32^{x-2}$

$$2^x=32^{x-2}\Rightarrow 2^x=2^{5(x-2)}$$

$$x=5x-10\Rightarrow x-5x=-10$$

$$-4x=-10\Rightarrow x=\frac{-10}{-4}\Rightarrow x=2.5$$

إعداد / عبير الطبيشي

(2 -3) إثبات صحة المتطابقات المثلثية
(مهارات التفكير العليا)

44) حدد المعادلة المختلفة عن المعادلات الثلاثة الأخرى وضح اجابتك

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta$

$\sin^2\theta - \cos^2\theta = 2\sin^2\theta$

$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$

$\sin^2\theta - \cos^2\theta = 2\sin^2\theta$

لان باقي المعادلات هي متطابقات فيثاغورس و هذة المعادلة ليست منها

45) تبرير : بين لماذا تعد $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ متطابقة ولكن $\sin\theta = \sqrt{1-\cos\theta}$ ليست متطابقة .

لأنه مثلا $\theta = 30°, 45°$

$$\sin 30° \neq \sqrt{1 - \cos 30°}$$

46) اكتب سؤالا : يجد زميلك صعوبة في برهنة متطابقة مثلثية تتضمن قوى دوال مثلثية اكتب سؤالا قد يساعده في ذلك

هل استعمل المتطابقة $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$؟

47) اكتب موضحا : لماذا يفضل إعادة كتابة المتطابقات المثلثية بدلالة الجيب $(\sin\theta)$ وجيب التمام $(\cos\theta)$ في معظم الأحيان

لانهما اكثر دالتين مثلثتين شيوعا

(3- 2) إثبات صحة المتطابقات المثلثية
(مهارات التفكير العليا)

48) **تحد:** اذا علمت ان α, β زاويتان متتامتان فبرهن ان $\cos^2 \propto + \cos^2 \beta = 1$

بما ان α, β زويتان متتامتان فان

$$\cos^2 \propto + \cos^2 \beta = \cos^2 \alpha + \cos^2(90 - \alpha)$$
$$= \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha$$
$$= 1$$

49) **تبرير :** برهن صحة متطابقتي فيثاغورس الثانية والثالثة

الثانية :

$$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$$
$$1 + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \sec^2 \theta$$
$$\frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \sec^2 \theta$$
$$\frac{1}{\cos^2 \theta} = \sec^2 \theta$$
$$\sec^2 \theta = \sec^2 \theta$$

الثالثة

$$1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$$
$$1 + \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \csc^2 \theta$$
$$\frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \csc^2 \theta$$
$$\frac{1}{\sin^2 \theta} = \csc^2 \theta$$
$$\csc^2 \theta = \csc^2 \theta$$

(2 - 3) إثبات صحة المتطابقات المثلثية
(تدريب على اختبار)

56) اختيار من متعدد أي مما يأتي لا يكافئ $\cos\theta$ حيث $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

A) $\frac{\cos\theta}{\cos^2\theta + \sin^2\theta}$

B) $\frac{1 - \sin^2\theta}{\cos\theta}$

C) $\cot\theta \sin\theta$

D) $\tan\theta \csc\theta$

57) سؤال ذو إجابة قصيره اثبت ان المعادلة التالية تمثل متطابقة

$$\sin^3\theta\cos\theta + \cos^3\theta\sin\theta = \sin\theta\cos\theta$$

$$\sin^3\theta\cos\theta + \cos^3\theta\sin\theta = \sin\theta\cos\theta(\sin^2\theta + \cos^2\theta)$$
$$= \sin\theta\cos\theta(1)$$
$$= \sin\theta\cos\theta$$

(2 - 3) إثبات صحة المتطابقات المثلثية
(مراجعة تراكمية)

اوجدي القيمة لكل مما يأتي

50) $\sin\theta$ اذا كان $\cos\theta = \frac{2}{3}$ ، $0° < \theta < 90°$

$$\frac{4}{9} + \sin^2\theta = 1$$

$$\sin^2\theta = 1 - \frac{4}{9}$$

$$\sin^2\theta = \frac{5}{9}$$

$$\therefore \sin\theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

51) $\csc\theta$ ، اذا كان $\cos\theta = -\frac{3}{5}$ ، $90° < \theta < 180°$

$$\frac{9}{25} + \sin^2\theta = 1$$

$$\sin^2\theta = 1 - \frac{9}{25}$$

$$\sin^2\theta = \frac{16}{25}$$

$$\sin\theta = \frac{4}{5}$$

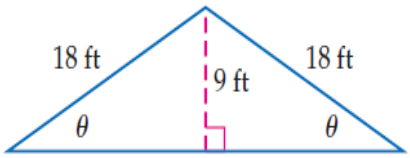
$$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta} = \frac{5}{4}$$

52) $\cos\theta$، اذا كان $\sec\theta = \frac{5}{3}$ ، $270° < \theta < 360°$

$$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta} = \frac{3}{5}$$

(3 - 2) إثبات صحة المتطابقات المثلثية
(مراجعة تراكمية)

53) هندسة معمارية يمثل الشكل ادناه سقف منزل مغطى بالقرميد .اوجد θ



$$\sin\theta = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$$

باستخدام الالة الحاسبة

$$\therefore \theta = sh.f \quad \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= 30^\circ$$

بسط العبارتين الاتيتين

54) $\sin\theta\cos\theta\,(1+\cot^2\theta)$

$$\sin\theta\cos\theta\,(1+\cot^2\theta)$$

$$= \sin\theta\cos\theta \times \csc^2\theta$$

$$= \sin\theta\cos\theta \times \frac{1}{\sin^2\theta}$$

$$= \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \cot\theta$$

55) $\dfrac{\sin^4\theta - \cos^4\theta}{\sin^2\theta - \cos^2\theta}$

$$= \frac{(\sin^2\theta + \cos^2\theta)(\sin^2\theta - \cos^2\theta)}{\sin^2\theta - \cos^2\theta}$$

$$= \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

(3-3) المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين و الفرق بينهما
(مهارات التفكير العليا)

29) بسط العبارة الاتية دون إيجاد مفكوك المجموعة او الفرق

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right)\cos\left(\frac{\pi}{3}+\theta\right)-\cos\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right)\sin\left(\frac{\pi}{3}+\theta\right)$$

$$=\sin\left[\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right)-\left(\frac{\pi}{3}+\theta\right)\right]$$

$$=\sin\left[\frac{\pi}{3}-\theta-\frac{\pi}{3}-\theta\right]$$

$$=\sin(-2\theta)$$

30) اشتق المتطابقة $\cot(A+B)$ بدلالة $\cot A, \cot B$

$$\cot(A+B)=\frac{1}{\tan(A+B)}$$

$$=\frac{1}{\frac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\tan B}}$$

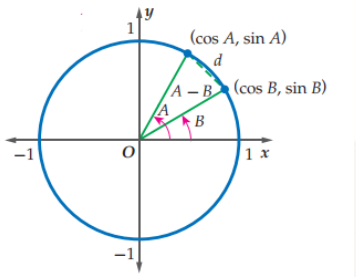
$$=\frac{1-\tan A\tan B}{\tan A+\tan B}$$

$$=\frac{1-\frac{1}{\cot A}\cdot\frac{1}{\cot B}}{\frac{1}{\cot A}+\frac{1}{\cot B}}\cdot\frac{\cot A\cot B}{\cot A\cot B}$$

$$=\frac{\cot A\cot B-1}{\cot A+\cot B}$$

(3-3) المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين و الفرق بينهما
(مهارات التفكير العليا)

31) برهان : الشكل ادناه يبين الزاويتين A,B في الوضع القياسي في دائرة الوحدة استعمل قانون المسافة لايجاد قيمة d حيث



$$(x_1, y_1) = (\cos B\,, \sin B), (x_2, y_2) = (\cos A\,, \sin A)$$

$$d = \sqrt{(\cos A - \cos B)^2 + (\sin A - \sin B)^2}$$

$$d^2 = (\cos A - \cos B)^2 + (\sin A - \sin B)^2$$

$$d^2 = (\cos^2 A - 2\cos A \cos B + \cos^2 B) + (\sin^2 A - 2\sin A \sin B + \sin^2 B)$$

$$d^2 = \cos^2 A + \sin^2 A + \cos^2 B + \sin^2 B - 2\cos A \cos B - 2\sin A \sin B$$

$$d^2 = 1 + 1 - 2\cos A \cos B - 2\sin A \sin B$$

$$d^2 = 2 - 2\cos A \cos B - 2\sin A \sin B = 2 - 2\cos(A - B)$$

33) مسألة مفتوحة: في النظرية الآتية: إذا كانت A, B, C زوايا في مثلث،

فإن $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \tan B \tan C$

اختر قيما لكل من A, B, C . وتحقق من صحة المساواة لكل القيم التي تختارها.

$$A = 35°, B = 60°, C = 85°$$

$$\tan A + \tan B + \tan C = 0.7002 + 1.7321 + 11.4301 = 13.86$$

$$\tan A \tan B \tan C = (0.7002)(1.7321)(11.4301) = 13.86$$

الطرفان متساويان

(3- 3) المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين و الفرق بينهما
(تدريب على اختبار)

43) ما القيمة الدقيقة للعبارة $\sin(60° + \theta)\cos\theta - \cos(60° + \theta)\sin\theta$

A) $\frac{1}{2}$

B) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D) $\sqrt{3}$

44) سؤال ذو إجابة قصيره اذا كان $\cos\theta + 0.3 = 0$

حيث $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ فاوجد القيمة الدقيقة ل $\cot\theta$

$$\cos\theta = -0.3 = -\frac{3}{10} \quad , \quad \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$

$$\frac{9}{100} + \sin^2\theta = 1$$

$$\therefore \sin^2\theta = \frac{91}{100} \Rightarrow \sin\theta = \frac{-\sqrt{91}}{10}$$

$$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \cos\theta \div \sin\theta$$

$$= \frac{-3}{10} \div \frac{-\sqrt{91}}{10}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{91}} = \frac{3\sqrt{91}}{91}$$

(3-3) المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين و الفرق بينهما
(مراجعة تراكمية)

بسط كلا من العبارتين الاتيتين

34) $\sin\theta \csc\theta - \cos^2\theta$

$$= \sin\theta \times \frac{1}{\sin\theta} - \cos^2\theta$$
$$= 1 - \cos^2\theta = \sin^2\theta$$

35) $\cos^2\theta \sec\theta \csc\theta$

$$= \cos^2\theta \times \frac{1}{\cos\theta} \times \frac{1}{\sin\theta}$$
$$= \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \cot\theta$$

اوجدي القيمة الدقيقة لكل مما يأتي

36) $\sec\theta$، اذا كان $0° < \theta < 90°, \tan\theta = \frac{1}{2}$

$$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$$
$$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = \sec^2\theta$$
$$\frac{1}{4} + 1 = \sec^2\theta$$
$$\therefore \sec^2\theta = \frac{5}{4} \Rightarrow \sec\theta = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

37) $\cos\theta$ ، اذا كان $180° < \theta < 270°, \sin\theta = -\frac{2}{3}$

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$
$$\cos^2\theta + \frac{4}{9} = 1$$
$$\cos^2\theta = \frac{5}{9} \Rightarrow \cos\theta = \frac{-\sqrt{5}}{3}$$

(3- 3) المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين و الفرق بينهما
(مراجعة تراكمية)

38) $\sec\theta$ اذا كان $\cot\theta = -\frac{7}{12}$ $90° < \theta < 180°$

$$1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta$$

$$1 + \frac{49}{144} = \csc^2\theta$$

$$\therefore \csc^2\theta = \frac{193}{144} \Rightarrow \therefore \csc\theta = \frac{\sqrt{193}}{12}$$

39) $\sin\theta$ اذا كان $\cos\theta \frac{3}{4}$ $270° < \theta < 360°$

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$

$$\frac{9}{16} + \sin^2\theta = 1$$

$$\sin^2\theta = \frac{7}{16} \Rightarrow \sin\theta = \frac{-\sqrt{7}}{4}$$

40) $\tan\theta$، اذاكان $8\cos\theta - 5 = 0$ ، $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

$$8\cos\theta = 5$$

$$\cos\theta = \frac{5}{8}$$

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$

$$\frac{25}{64} + \sin^2\theta = 1$$

$$\sin^2\theta = \frac{39}{64} \Rightarrow \sin\theta = \frac{\sqrt{39}}{8}$$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \Rightarrow = \frac{\sqrt{39}}{8} \div \frac{5}{8} = \frac{\sqrt{39}}{5}$$

(3- 3) المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين و الفرق بينهما
(مراجعة تراكمية)

أثبت صحة كل من المتطابقتين الآتيتين:

(41 $\frac{\sin\theta}{\tan\theta}+\frac{\cos\theta}{\cot\theta}=\cos\theta+\sin\theta$

$$\frac{\sin\theta}{\tan\theta}+\frac{\cos\theta}{\cot\theta}=\cos\theta+\sin\theta$$

$$\frac{\sin\theta}{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}+\frac{\cos\theta}{\frac{\cos\theta}{\sin\theta}}=\cos\theta+\sin\theta$$

$$\sin\theta\cdot\frac{\cos\theta}{\sin\theta}+\cos\theta\cdot\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\cos\theta+\sin\theta$$

$$\cos\theta+\sin\theta=\cos\theta+\sin\theta$$

(42 $\sec\theta\,(\sec\theta-\cos\theta)=\tan^2\theta$

$$\sec\theta\,(\sec\theta-\cos\theta)=\tan^2\theta$$

$$\frac{1}{\cos\theta}\left(\frac{1}{\cos\theta}-\cos\theta\right)=\tan^2\theta$$

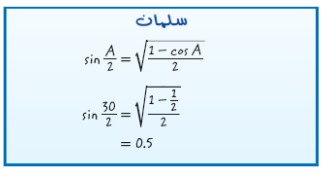
$$\frac{1}{\cos^2\theta}-1=\tan^2\theta$$

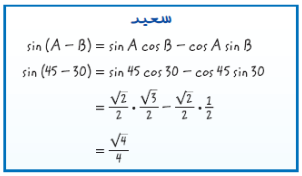
$$\sec^2\theta-1=\tan^2\theta$$

$$\tan^2\theta=\tan^2\theta$$

(3- 4) المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية و نصفها
(مهارات التفكير العليا)

27) **اكتشف الخطأ:** يحاول سعيد وسلمان حساب القيمة الدقيقة لـ $\sin 15°$.
هل إجابة أيٍّ منهما صحيحة؟ برِّر إجابتك.

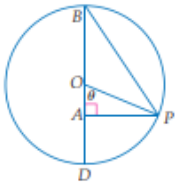




كلاهما خطأ

حيث طرح سعيد الجذور التربيعية بطريقة غير صحيحة كما استعمل سلمان متطابقة نصف الزاوية ولكنة اخطأ في إيجاد قيمة $\cos 30°$ في المتطابقة فكتبها $\frac{1}{2}$ بدلا من $\frac{\sqrt{3}}{2}$

28) **تحد:** استعمل دائرة الوحدة أدناه، والشكل المرسوم داخلها. لتبرهن أن:



$$\tan\frac{1}{2}\theta=\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}$$

الزاوية $\angle PBD$ هي زاوية محيطة تقابل القوس نفسة الذي تقابلة الزاوية المركزية $\angle POD$
لذا فان $m\angle PBD=\frac{1}{2}m\angle POD$

وباستعمال المثلث القائم تجد ان

$$\tan\frac{1}{2}\theta=\frac{PA}{BA}=\frac{PA}{1+OA}=\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}$$

(3- 4) المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية و نصفها
(مهارات التفكير العليا)

29) **اكتب:** اكتب فقرة مختصرة تبين الشروط اللازم توافرها؛ كي تستعمل كلا من المتطابقات الثلاث لـ $\cos 2\theta$

اذا أعطيت فقط قيمة $\cos\theta$ فان $\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$ هي افضل متطابقة يمكن استعمالها

واذا أعطيت فقط قيمة $\sin\theta$ ،فان $\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$ هي افضل متطابقة يمكن استعمالها واذا أعطيت القيمتين $\cos\theta , \sin\theta$ فان $\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$ هي الأفضل .

30) **برهان :** استعمل الصيغة $\sin(A+B)$ لاشتقاق صيغة ل $\sin 2\theta$ واستعمل الصيغة $\cos(A+B)$ لاشتقاق صيغة لـ $\cos 2\theta$

$$\sin 2\theta = \sin(\theta + \theta)$$
$$= \sin\theta\cos\theta + \cos\theta\sin\theta$$
$$= 2\sin\theta\cos\theta$$
$$\cos 2\theta = \cos(\theta + \theta)$$
$$= \cos\theta\cos\theta - \sin\theta\sin\theta$$
$$= \cos^2\theta - \sin^2\theta$$

(3- 4) المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية و نصفها
(مهارات التفكير العليا)

31) **تبرير :** اشتق المتطابقات المثلثية لنصف الزاوية من المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية $1 - 2\sin^2\theta = \cos 2\theta$ متطابقة جيب تمام ضعف الزاوية

$1 - 2\sin^2\frac{A}{2} = \cos A$	عوض $\frac{A}{2}$ بدلال من θ و A بدل 2θ
$\sin^2\frac{A}{2} = \frac{1-\cos A}{2}$	حل بالنسبة ل $\sin^2\frac{A}{2}$
$\sin\frac{A}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos A}{2}}$	خذ الجذر التربيعي لكل طرف
$2\cos^2\theta - 1 = \cos 2\theta$	متطابقة جيب التمام ضعف الزاوية
$2\cos^2\frac{A}{2} - 1 = \cos A$	عوض $\frac{A}{2}$ بدلا من θ و A بدلا من 2θ
$\cos^2\frac{A}{2} = \frac{1+\cos A}{2}$	حل بالنسبة ل $\cos^2\frac{A}{2}$
$\cos\frac{A}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos A}{2}}$	خذ الجذر التربيعي لكل طرف

32) مسألة مفتوحة: ضرب لاعب جولف كرة عدة مرات بسرعة ابتدائية مقدارها 115 ft/s، ولنفترض أن المسافة d التي قطعتها الكرة في كل مرة تعطى بهذه الصيغة $d = \frac{2\vartheta^2 \sin\theta\cos\theta}{g}$ فسر لماذا تكون المسافة العظمى عندما $\theta = 45°$. $(g = 32ft/s^2)$

$$d = \frac{2\vartheta^2 \sin\theta\cos\theta}{g} = \frac{\vartheta^2 \sin 2\theta}{g}$$

وتكون اكبر قيمة $\frac{\vartheta^2 \sin 2\theta}{g}$

عندما $\sin 2\theta = 1$ ويتحقق هذا عندما $2\theta = 90°$ وبالتالي فان $\theta = 45°$

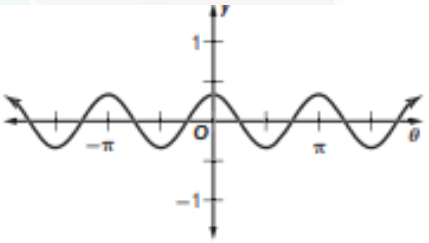
(3- 4) المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية و نصفها
(تدريب على اختبار)

43) اوجد القيمة الدقيقة لـ $\tan\frac{\theta}{2}$ اذا كان $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}\ 0 < \theta < 90°$

A) $2-\sqrt{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B) $\sqrt{3}-2$ D) $\sqrt{3}$

44) معادلة الدالة الممثلة بيانيا في الشكل ادناه هي:



A) $y = 3\cos 2\theta$ C) $y = 3\cos\frac{1}{2}\theta$

B) $y = \frac{1}{3}\cos 2\theta$ D) $y = \frac{1}{3}\cos\frac{1}{2}\theta$

(3- 4) المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية و نصفها
(مراجعة تراكمية)

أثبت صحة كل من المتطابقات الآتية:

(33 $\cot\theta + \sec\theta = \dfrac{\cos^2\theta + \sin\theta}{\sin\theta\cos\theta}$

$$\cot\theta + \sec\theta = \frac{\cos^2\theta + \sin\theta}{\sin\theta\cos\theta}$$

$$\cot\theta + \sec\theta = \frac{\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta} + \frac{\sin\theta}{\sin\theta\cos\theta}$$

$$\cot\theta + \sec\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} + \frac{1}{\cos\theta}$$

$$\cot\theta + \sec\theta = \cot\theta + \sec\theta$$

(34 $\sin^2\theta + \tan^2\theta = (1 - \cos^2\theta) + \dfrac{\sec^2\theta}{\csc^2\theta}$

$$\sin^2\theta + \tan^2\theta = (1 - \cos^2\theta) + \frac{\sec^2\theta}{\csc^2\theta}$$

$$\sin^2\theta + \tan^2\theta = \sin^2\theta + \frac{\sec^2\theta}{\csc^2\theta}$$

$$\sin^2\theta + \tan^2\theta = \sin^2\theta + \frac{1}{\cos^2\theta} \div \frac{1}{\sin^2\theta}$$

$$\sin^2\theta + \tan^2\theta = \sin^2\theta + \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}$$

$$\sin^2\theta + \tan^2\theta = \sin^2\theta + \tan^2\theta$$

(3- 4) المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية و نصفها
(مراجعة تراكمية)

أثبت صحة كل من المتطابقات الآتية:

(35 $(\sin\theta - \cos\theta)^2 = 1 - 2\sin\theta\cos\theta$

$$(\sin\theta - \cos\theta)^2 = 1 - 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta = 1 - 2\sin\theta\cos\theta$$

$$1 - 2\sin\theta\cos\theta = 1 - 2\sin\theta\cos\theta$$

اوجدي القيمة الدقيقة لكل مما يأتي

(36 $\sin 135°$

$$\sin(180° - 45°)\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(37 $\cos 105°$

$$\cos 105° = \cos(60° + 45°)$$

$$= \cos 60°\cos 45° - \sin 60°\sin 45°$$

$$= \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$$

(38 $\sin 285°$

$$\sin(285°) = \sin(360° - 75°)$$

$$= \sin 75° \quad = \sin(45° + 30°)$$

$$= \sin 45°\cos 30° + \cos 45°\sin 30°$$

$$= \frac{-\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

(39 $\cos 210°$

$$\cos 210° = \cos(180° + 30°)$$

$$= \cos 180°\cos 30° - \sin 180°\sin 30°$$

$$= \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

(40 $\sin(-240°)$

$$\sin(-240°) = \sin(30° - 270°)$$

$$= \sin 30°\cos 270° - \cos 30°\sin 270°$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(41 $\cos(-120°)$

$$\cos(-120°) = \cos(60° - 180°)$$

$$= \cos 60°\cos 180° + \sin 60°\sin 180°$$

$$= \frac{-1}{2}$$

(5 -3) حل المعادلات المثلثية
(مهارات التفكير العليا)

31) اكتشف الخطأ: حل كل من هلا وليلى هذه المعادلة

$2\sin\theta\cos\theta = \sin\theta \;;\; 0° \le \theta \le 360°$ **أيّ منهما كانت إجابتها صحيحة؟ برِّر إجابتك**

.

هلا	ليلى
$2\sin\theta\cos\theta = \sin\theta$	$2\sin\theta\cos\theta = \sin\theta$
$\frac{2\sin\theta\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{\sin\theta}{\sin\theta}$	$-\sin\theta = -\sin\theta$
$2\cos\theta = 1$	$2\cos\theta = 0$
$\cos\theta = \frac{1}{2}$	$\cos\theta = 0$
$\theta = 60°, 300°$	$\theta = 90°, 270°$

كلاهما إجابتهما خاطئة؛

لأن هلا قسمت كلا من الطرفين على $\sin\theta$ ، وهذا خطأ،

وكذلك ليلى طرحت $\sin\theta$ من الطرفين بشكل خاطئ أيضا.

32) تحد: حل هذه المتباينة $\sin 2x < \sin x \;;\; 0 \le x \le 2\pi$ **دون استعمال الحاسبة**

$\frac{\pi}{3} < x < \pi$ **او** $\frac{5\pi}{3} < x < 2\pi$

$$\sin 2x < \sin x$$

$$\sin 2x - \sin x < 0$$

$$2\sin x\cos x - \sin x < 0$$

$$\sin x\,(2\cos x - 1) < 0$$

وحتى يكون المقدار $\sin x\,(2\cos x - 1)$ **سالبا يجب ان يكون المقداران** $\sin x\,, 2\cos x - 1$

مختلفين في الإشارة ويتحقق ذلك في كل من الفترتين $\frac{5\pi}{3} < x < 2\pi, \frac{\pi}{3} < x < \pi$

ولهذا فان حل المتباينة الاصلية هو $\frac{5\pi}{3} < x < 2\pi, \frac{\pi}{3} < x < \pi$

(5 -3) حل المعادلات المثلثية
(مهارات التفكير العليا)

33) **اكتب:** حدّد أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين حل المعادلات المثلثية ، والمعادلات الخطية والتربيعية. ما الطرق المتشابهة؟ وما الطرق المختلفة؟ وما عدد الحلول المتوقعة؟

كل نوع من المعادلات يحتاج اما الى جمع اوطرح اوضرب او قسمه كل طرف على العدد نفسة وتحل المعادلات التربيعية والمثلثية غالبا باستعمال التحليل ولا تحتاج المعادلات الخطية و التربعية الى متطابقات لحلها ويمكن حلها جبريا في حين يمكن تمثيل بعض المعادلات المثلثية بيانيا بسهولة باستعمال الالة الحاسبة اما المعادلات الخطية فلها على الأكثر حلان اما المعادلة المثلثية فلها عدد لانهائي من الحلول الا إذا كانت قيم المتغير مقيدة او مشروطة.

34) **تبرير:** اشرح سبب وجود عدد لانهائي من الحلول للمعادلات المثلثية.

لأن الدوال المثلثية دورية؛ فإضافة دورة كاملة لأي حل للمعادلة ينتجً حلا لها.

35) **مسألة مفتوحة:**

اكتب مثالًا على معادلة مثلثية لها حلان فقط بحيث تكون $0° \leq \theta \leq 360°$

إجابة ممكنة

$2\cos\theta = 0$; $90°, 270°$

(5 -3) حل المعادلات المثلثية
(مهارات التفكير العليا)

36) **تحد: هل للمعادلتين** $\cot^2 x + 1 = 2$, $\csc x = \sqrt{2}$ **الحلول نفسها في الربع الأول برر اجابتك**

نعم لان

$$\cot^2 x + 1 = 2$$

$$\csc^2 x = 2$$

$$\csc x = \sqrt{2}$$

$$\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{\pi}{4}$$

$$\csc x = \sqrt{2}$$

$$\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{\pi}{4}$$

(5 -3) حل المعادلات المثلثية
(تدريب على اختبار)

47) أي مما يأتي ليس حلا للمعادلة $\sin\theta + \cos\theta \tan^2\theta = 0$

A) $\frac{5\pi}{2}$ B) $\frac{7\pi}{4}$ C) 2π D) $\frac{3\pi}{4}$

48) ماحل المعادلة $\csc x = \frac{-2\sqrt{3}}{3}$ حيث $0° < x < 360°$

A) $150°$ او $30°$ C) $330°$ او $210°$

B) $120°$ او $60°$ D) $300°$ او $240°$

(5 -3) حل المعادلات المثلثية
(مراجعة تراكمية)

اوجد القيمة الدقيقة لكل مما يأتي

37) $\cos 165°$

$$\cos 165° = \cos(120° + 45°)$$
$$= \cos 120° \cos 45° - \sin 120° \sin 45°$$
$$= \frac{-\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

38) $\sin 22\frac{1°}{2}$

$$\sin \frac{45°}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos 45°}{2}}$$
$$= \sqrt{\frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{2}}{2}}$$

39) $\sin \frac{7\pi}{8}$

$$\sin \frac{7\pi}{8} = \sin \frac{315°}{2}$$
$$= \sqrt{\frac{1 - \cos 315°}{2}} \quad \text{و} \quad \cos 315° = \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$= \sqrt{\frac{2 - \sqrt{2}}{2}}$$

(5 -3) حل المعادلات المثلثية
(مراجعة تراكمية)

اوجد القيمة الدقيقة لكل مما يأتي

(40 $\cos\frac{7\pi}{12}$

$$\cos 105° = \cos(45° + 60°)$$

$$= \cos 45° \cos 60° - \sin 45° \sin 60°$$

$$= \frac{-\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

اثبت ان كل معادلة مما يأتي تمثل متطابقة

(41 $\sin(270° - \theta) = -\cos\theta$

نبسط الطرف الايسر $\sin(270° - \theta) =$

$$= \sin 270° \cos\theta - \cos 270° \sin\theta$$

$$= -\cos\theta - 0 \cdot \sin\theta$$

$= -\cos\theta =$ الطرف الأيمن

(42 $\cos(90° + \theta) = -\sin\theta$

$$\cos(90° + \theta) = -\sin\theta$$

$$\cos 90° \cos\theta - \sin 90° \sin\theta = \sin\theta$$

$$0 \cdot \cos\theta - 1 \cdot \sin\theta = -\sin\theta$$

$$-\sin\theta = -\sin\theta$$

(3- 5) حل المعادلات المثلثية
(مراجعة تراكمية)

43) $\cos(90° - \theta) = \sin\theta$

$$\cos(90° - \theta) = \sin\theta$$
$$\cos 90° \cos\theta + \sin 90° \sin\theta = \sin\theta$$
$$0.\cos\theta + 1.\sin\theta = \sin\theta$$
$$\sin\theta = \sin\theta$$

44) $\sin(90° - \theta) = \cos\theta$

$$\sin(90° - \theta) = \cos\theta$$
$$\sin 90° \cos\theta - \cos 90° \sin\theta = \cos\theta$$
$$1.\cos\theta - 0.\sin\theta = \cos\theta$$
$$\cos\theta = \cos\theta$$

45) ألعاب نارية: إذا أطلق صاروخ من سطح الأرض، فإن أعلى ارتفاع يصل إليه يعطى بهذه الصيغة $h = \frac{\vartheta^2 \sin^2\theta}{2_g}$ حيث θ زاوية الانطلاق، و v السرعة المتجهة الابتدائية للصاروخ، و g تسارع الجاذبية الأرضية وتساوي 9.8 m/sec

a) اثبت ان $\frac{\vartheta^2 \sin^2\theta}{2_g} = \frac{\vartheta^2 \tan^2\theta}{2_g \sec^2\theta}$ تمثل متطابقة

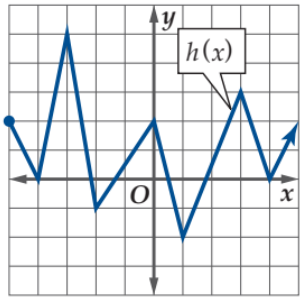
$$\frac{v^2 \sin^2\theta}{2_g} = \frac{v^2 \tan^2\theta}{2_g \sec^2\theta}$$
$$\frac{v^2 \sin^2\theta}{2_g} = \frac{v^2 \dfrac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}}{2_g \dfrac{1}{\cos^2\theta}}$$
$$= \frac{v^2 \sin^2\theta}{2_g} = \frac{v^2 \sin^2\theta}{2_g}$$

(3- 5) حل المعادلات المثلثية
(مراجعة تراكمية)

b) إذا أطلق الصاروخ من سطح الأرض بزاوية $80°$ ، وسرعة ابتدائية مقدارها 100m/s، فأوجد أقصى ارتفاع يصل إليه.

$$h = \frac{(110)^2 \sin^2 80}{2(9.8)} \approx 598.73m$$

46) استعمل التمثيل البياني في الشكل المجاور؛ لتحدد مجال الدالة $h(x)$ و مداها.

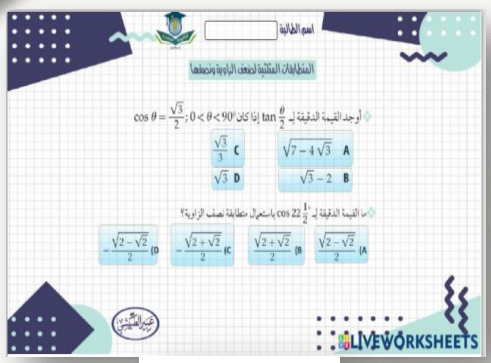


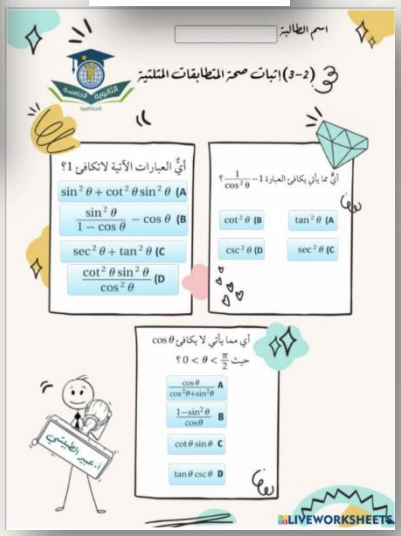
المجال $[-5, \infty)$

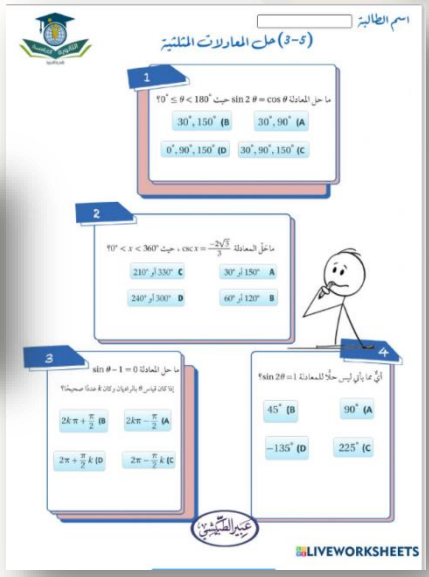
المدى $[-5, \infty)$

مراجعة
الفصل الثالث

أوراق عمل تفاعلية







إعداد / عبير الطبيشي

الفصل الرابع

القطوع المخروطية
Conic Sections

4-1 القطوع المكافئة

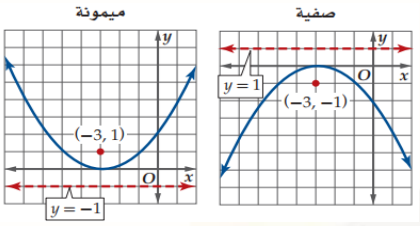
4-2 القطوع الناقصة و الدوائر

4-3 القطوع الزائدة

4-4 تحديد أنواع القطوع المخروطية

(1 -4) القطوع المكافئة
(مهارات التفكير العليا)

36) **اكتشف الخطأ:** مثلث صفية وميمونة المنحنى $x^2 + 6x - 4y + 9 = 0$ بيانياً كما هو موضح أدناه. فأي التمثيلين صحيح؟؟ فسر تبريرك .



$$x^2 + 6x = 4y - 9$$

$$(x - 3)^2 = 4y$$

ميمونة، بما أن $c = 1$

فإن منحنى القطع المكافئ مفتوح إلى أعلى.

37) **تبرير:** أي النقاط على منحنى القطع المكافئ هي الأقرب إلى البؤرة. فسّر تبريرك.

كل نقطة على منحنى القطع المكافئ بعدها عن البؤرة يساوي بعدها عن الدليل وبما ان الراس يقع مباشرة بين البؤرة والدليل على محور التماثل فإنها الأقرب الى البؤرة

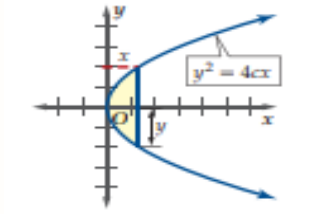
38) **تبرير:** حدّد دون استعمال الرسم أي أرباع المستوى الإحداثي لا توجد فيه نقاط يمر بها منحنى هذا القطع $(y - 5)^2 = -8(x + 2)$ فسِّر تبريرك.

الربعان الأول و الرابع ،الرأس $(-2,5)$ و $p = -2$وبما ان الراس على يسار محور y والمنحنى مفتوح الى اليسار فانة لا توجد نقاط للمنحنى على يمين محور y أي في الربعين الأول والرابع

(4- 1) القطوع المكافئة
(مهارات التفكير العليا)

39) **تحد:** تعطى مساحة المقطع المظلل في الشكل المجاور بهذه المعادلة $A = \frac{4}{3}xy$

أوجد معادلة القطع المكافئ إذا كانت مساحة المقطع 2.4 وحدة مربعة، وعرضة (2 y) يساوي 3 وحدات.



$$y^2 = 4cx \quad , \quad y = \frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 = 4cx$$

$$\frac{9}{4} = 4cx$$

$$cx = \frac{9}{16}$$

بالتعويض في قانون المساحة

$$A = \frac{4}{3}xy$$

$$2.4 = \frac{4}{3}\left(\frac{9}{16c}\right)\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$2.4 = \frac{9}{8c}$$

$$\therefore c = \frac{9}{8 \times 2.4} = \frac{15}{32}$$

$$4c = \frac{4 \times 15}{32}\, x \Rightarrow 4c = \frac{15}{8}x$$

$$\therefore y^2 = \frac{15}{8}x$$

(1 -4) القطوع المكافئة
(مهارات التفكير العليا)

40) **اكتب:** اشرح كيف تحدّد اتجاه فتحة منحنى القطع المكافئ إذا أعطيت إحداثيات بؤرته ورأسه.

إذا كان للبؤرة والرأس الإحداثي x نفسه، فإن اتجاه فتحة القطع تكون إلى أعلى أو إلى أسفل. وإذا كان الإحداثي y للرأس أصغر من الإحداثي y للبؤرة، فإن اتجاه فتحة القطع تكون إلى أعلى.

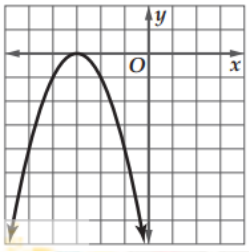
أما إذا كان أكبر من الإحداثي y للبؤرة، فإن اتجاه فتحة القطع تكون إلى أسفل .وإذا كان للبؤرة والرأس الإحداثي y نفسه، فإن اتجاه فتحة القطع تكون إلى اليمين أو إلى اليسار. وإذا كان الإحداثي x للرأس أصغر من الإحداثي x للبؤرة، فإن اتجاه فتحة القطع تكون إلى اليمين. أم إذا كان الإحداثي x للرأس أكبر من الإحداثي x للبؤرة، فإن اتجاه فتحة القطع تكون إلى اليسار

(1 - 4) القطوع المكافئة
(تدريب على اختبار)

49) إذا كان x عدد موجبا فإن $\frac{x^{\frac{3}{2}}.x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}}$ تساوي

A) $x^{-\frac{1}{4}}$ B) $\sqrt{x^3}$ C) $x^{\frac{3}{4}}$ D) $\sqrt{x^2}$

50) ما الدالة الرئيسة (الام) للدالة الموضح منحناها جانبا



A) $y = x$

B) $y = |x|$

C) $y = \sqrt{x}$

D) $y = x^2$

(4 - 1) القطوع المكافئة
(مراجعة تراكمية)

اوجد قيمة كل عبارة مما يأتي

41) $\log_{16} 4$

$\log_{16} 16^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$

42) $\log_4 16^x$

$\log_4 4^{2x} = 2x$

43) $\log_3 27^x$

$\log_3 3^{3x} = 3x$

حل كل معادلة او متباينة مما يأتي ثم تحقق من صحة حلك

44) $8^{2x-1} = 2\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{2}}$

$2^{3(2x-1)} = 2(2^{-4})^{\frac{-1}{2}}$

$= 2(2)^2$

$= 2^3$

$6x - 3 = 3$

$6x = 6$

$x = 1$

45) $\log_3(-x) + \log_3(6-x) = 3$

$\log_3(-x) + \log_3(6-x) = \log_3 3^3$

$(-x)(6-x) = 27$

$x^2 - 6x - 27 = 0$

$(x-9)(x+3) = 0$

$x = 9$

$x = -3$

مرفوضة لإنها تجعل العدد امام اللوغاريتم بالسالب

46) $\log_3 x \leq -3$

$\log_3 x \leq \log_3 3^{-3}$

$x \leq 3^{-3}$

$x \leq \frac{1}{27}$

(4 - 1) القطوع المخروطية
(مراجعة تراكمية)

47) اوجدي كلا مما يأتي اذا كان

$$h(x) = 16 - \frac{12}{2x+3}$$

(a $h(-3)$

$$h(-3) = 16 - \frac{12}{2(-3)+3}$$
$$= 16 - \frac{12}{-6+3}$$
$$= 16 - \frac{12}{-3}$$
$$= 16 - (-4) = 20$$

(b $h(6x)$

$$h(6x) = 16 - \frac{12}{2(6x)+3}$$
$$= 16 - \frac{12}{12x+3}$$
$$= 16 - \frac{4}{4x+1}$$

(c $h(10-2c)$

$$h(10-2c) = 16 - \frac{12}{2(10-2c)+3}$$
$$= 16 - \frac{12}{20-4c+3}$$
$$= 16 - \frac{12}{23-4c}$$

(4 - 1) القطوع المكافئة
(مراجعة تراكمية)

48) اذا كان $\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{2}$ فاوجد $\sin\theta + \cos\theta$ حيث θ زاوية في الربع الأول

$$(\sin\theta + \cos\theta)^2$$

$$= \sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta$$

$$= (sin^2\theta + \cos^2\theta) + 2(\sin\theta\cos\theta)$$

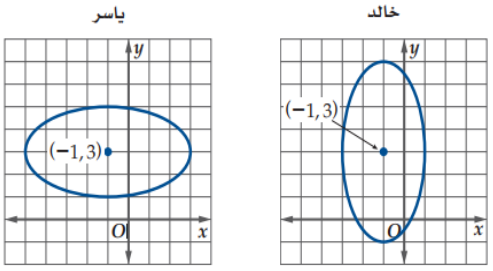
$$= 1 + 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= 1 + 1 = 2$$

$$\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$$

(2 -4) القطوع الناقصة و الدوائر
(مهارات التفكير العليا)

37) **اكتشف الخطأ:** مثلً خالد وياسر بيانيا القطع الناقص الذي مركزه(3 ,-1) وطول محوره الأكبر 8 وحدات، وطول محوره الأصغر 4 وحدات، كما في الشكلين أدناه. هل إجابة أي منهما صحيحة؟



كلاهما ؛ المحور الأكبر في الشكل الأيسر أفقي ، بينما هو رأسي في الشكل الأيمن .

38) **تبرير:** حدّد ما إذا كان للقطعين الناقصين $\frac{x^2}{p}+\frac{y^2}{p+r}=1$,$\frac{x^2}{p+r}+\frac{y^2}{p}=1$ حيث $r>0$ البؤرة نفسها وضّح إجابتك.

لا فإذا كان $a^2=P+r$ و $b^2=p$

فإنّ $C=\pm\sqrt{r}$ ، والبؤرتان للقطع

$\frac{x^2}{P}+\frac{y^2}{p+r}=1$ هما $(0,\pm\sqrt{r})$

بينما البؤرتان للقطع

$\frac{x^2}{p+r}+\frac{y^2}{p}=1$ هما $(\pm\sqrt{r},0)$

(2 -4) القطوع الناقصة و الدوائر
(مهارات التفكير العليا)

تحدٍّ : تعطى المساحة داخل القطع الناقص الذي معادلته $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ بالصيغة $A=\pi ab$ اكتب معادلة القطع الناقص المعطى خصائصه في كل مما يأتي :

39) $A=35\pi, a+b=12$

$$A=\pi ab$$
$$A=35\pi$$
$$35\pi=\pi ab$$

$$\therefore ab=35, a+b=12 \rightarrow b=12-a$$
$$a(12-a)=35$$
$$a^2-12a+35=0$$
$$(a-5)(a-7)=0$$
$$a=5 \quad \text{أو} \quad a=7$$

$$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{49}=1 \quad , \quad \frac{x^2}{47}+\frac{y^2}{25}=1$$

40) $A=24\pi, a-b=5$

$$A=\pi ab$$
$$A=24\pi$$
$$24\pi=\pi ab$$

$$\therefore ab=24, a-b=5 \rightarrow a=5+b$$
$$b(5+b)=24$$
$$b^2+5b-24=0$$
$$(b+8)(b-3)=0$$
$$b=3 \quad \text{أو} \quad b=-8$$

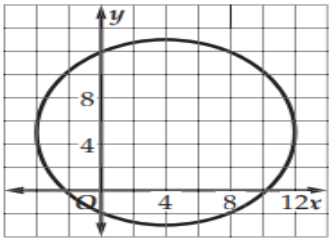
$$\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{9}=1 \quad , \quad \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{64}=1$$

(2 -4) القطوع الناقصة و الدوائر
(مهارات التفكير العليا)

41) **مسألة مفتوحة:** إذا كانت معادلة دائرة هي

$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ حيث $h>0, k<0$

فأوجد مجال الدائرة مدعماً إجابتك بمثال جبري، وآخر بياني.



المجال $[h-r\ ,h+r]$

مجال الدائرة

$(x-4)^2+(y-5)^2=8^2$

$[-4,12] \quad or \quad [4-8,4+8]$

42) **اكتب :** اشرح لماذا يقترب شكل القطع الناقص من شكل الدائرة عندما تقترب

قيمة a من قيمة b .

بما أن $C=\sqrt{a^2+b^2}$

فعندما تقترب قيمة a من قيمة b فإن قيمة c تقترب من الصفر وبذلك يقترب الاختلاف المركزي $e=\frac{c}{a}$

من الصفر وتقترب البؤرتان من المركز وبذلك يقترب شكل القطع الناقص من الدائرة.

(2 -4) القطوع الناقصة و الدوائر
(تدريب على اختبار)

53) تبعد النقطة K مسافة 10وحدات عن مركز دائرة، M نصف قطرها 6 وحدات. فإذا رسم مماس من Kإلى الدائرة، فما المسافة من Kإلى نقطة التماس؟

A) 6 B) 8 C) 10 D) $2\sqrt{34}$

54) يريد حسام أن يصنع لعبة لوحة السهام على شكل قطع ناقص أفقي. أبعاد اللوحة 27بوصة و 15بوصة. أي المعادلات الآتية يجب أن يستعملها لرسم اللعبة؟

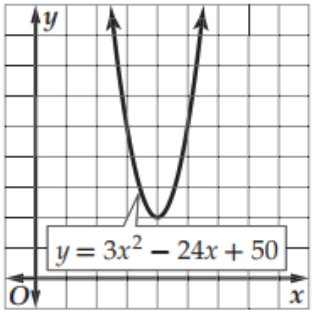
A) $\frac{y^2}{13.5}+\frac{x^2}{7.5}=1$ C) $\frac{y^2}{56.25}+\frac{x^2}{182.25}=1$

B) $\frac{y^2}{182.25}+\frac{x^2}{56.25}=1$ D) $\frac{y^2}{7.5}+\frac{x^2}{13.5}=1$

(2 -4) القطوع الناقصة و الدوائر
(مراجعة تراكمية)

حدد خصائص القطع المكافئ المعطاة معادلته في كل مما يأتي:

43) $y = 3X^2 - 24x + 50$



$$3x^2 - 24x = y - 50$$
$$3(x^2 - 8x) = y - 50$$
$$3(x^2 - 8x + 16 - 16) = y - 50$$
$$3(x-4)^2 = y - 50 + 48$$
$$(x-4)^2 = \frac{1}{3}(y-2)$$
$$4C = \frac{1}{3} \rightarrow c \rightarrow \frac{1}{12}$$

القطع المكافئ مفتوح إلى أعلى

الرأس: $(4,2)$

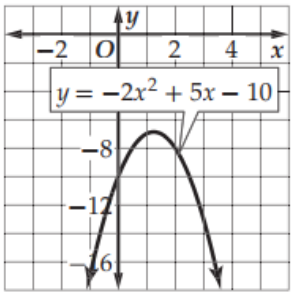
البؤرة: $\left(4,2\frac{1}{12}\right)$

الدليل: $y = \frac{23}{12}$

محور التناظر: $x = 4$

(2 -4) القطوع الناقصة و الدوائر
(مراجعة تراكمية)

حدد خصائص القطع المكافئ المعطاة معادلته في كل مما يأتي:



44) $y = -2x^2 + 5x - 10$

$$-2x^2 + 5x = Y + 10$$
$$-2(x^2 + 2.5x + 1.5625 - 1.5625) = y + 10$$
$$-2(x + 1.25)^2 = Y + 6.875$$
$$(x + 1.25)^2 = \frac{-1}{2}\left(y + \frac{55}{8}\right)$$
$$4C = \frac{-1}{2} \Rightarrow c = \frac{-1}{8}$$

القطع المكافئ مفتوح إلى أسفل

الرأس:

$$\left(\frac{5}{4} \cdot -\frac{55}{8}\right)$$

البؤرة:

$$\left(\frac{5}{4} \cdot -\frac{-56}{8}\right)$$

الدليل:

$$y = \frac{-27}{4}$$

محورالتناظر:

$$x = \frac{5}{4}$$

(2 -4) القطوع الناقصة و الدوائر
(مراجعة تراكمية)

45) $x = 5y^2 - 10y + 9$

$$5(y^2 - \quad 2y) = x - 9$$
$$5(y^2 - 2y + 1 - 1) = x - 9$$
$$5(y-1)^2 = x - 9 + 5$$
$$5(y-1)^2 = x - 4$$
$$(y-1)^2 = \frac{1}{5}(x-4)$$
$$4C = \frac{1}{5}$$
$$c = \frac{1}{20}$$

القطع المكافئ مفتوح إلى اليمين

الرأس: $(4, 1)$

البؤرة: $(4.05, 1)$

الدليل: $x = 3.95$

محور التناظر: $y = 1$

حلّ كل معادلة مما يأتي لقيم θ جميعها حيث $0 \le \theta \le 2\pi$.

46) $\sin\theta = \cos\theta$

بالقسمة على $\cos\theta$

$\tan\theta = 1$

الربع الأول : $\theta = 45 \rightarrow \frac{\pi}{4}$

الثالث

$\theta = 225 \rightarrow \frac{5\pi}{4}$

(4- 2) القطوع الناقصة و الدوائر
(مراجعة تراكمية)

47) $\sin\theta = 1 + \cos\theta$

$$\sin\theta - \cos\theta = 1$$
$$\sin^2\theta - \cos^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta = 1$$
$$1 - 2sin\theta\cos\theta = 1$$

$$-2\sin\theta\cos\theta = 0$$
$$2\sin\theta\cos\theta = 1$$
$$\sin 2\theta = 0$$
$$2\theta = 360$$
$$\theta = 180 \rightarrow \pi$$
$$2\theta = 180$$
$$\theta = 90 \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

48) $2\sin^2 x + 3\sin x + 1 = 0$

$$(2\sin\theta + 1)(\sin\theta + 1) = 0$$
$$2sin\theta = -1$$
$$\sin\theta = \frac{-1}{2}$$

الربع الرابع

$$\theta = 360 - 30 = 330 \rightarrow \frac{11\pi}{6}$$

الربع الثالث

$$\theta = 180 + 30 = 210 \rightarrow \frac{7\pi}{6}$$
$$\sin\theta = -1$$
$$270 \rightarrow \frac{3\pi}{2}$$

(4- 2) القطوع الناقصة و الدوائر
(مراجعة تراكمية)

أوجد الدالة العكسية f^{-1} إن أمكن لكل دالة مما يأتي ، ثم حدد مجالها .

(49 $f(x)=\frac{x-2}{x+3}$

$$y=\frac{x-2}{x+3}$$

$$x=\frac{y-2}{y+3}\rightarrow y-2=xy+3x$$

$$y-xy=3x+2$$

$$Y(1-x)=3x+2$$

$$y=\frac{3x+2}{1-x}$$

$$f^{-1}(x)=\frac{3x+2}{1-x}$$

$$x\neq 1$$

(50 $f(x)=\sqrt{5-x}$

$$y=\sqrt{5-x}$$

$$x=\sqrt{5-y}$$

$$x^2=5-y$$

$$y=5-x^2$$

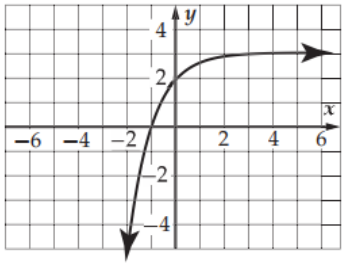
$$f^{-1}(x)=5-x^2 \qquad (0,\infty)$$

(51 $f(x)=\sqrt{x^2-9}$

غير ممكن

(4- 2) القطوع الناقصة و الدوائر
(مراجعة تراكمية)

52) مثل الدالة $g(x) = -\left(\frac{1}{3}\right)^x + 3$ بيانياً وحدّد مداها .



المدى: $(-\infty, 3)$

(3 -4) القطوع الزائدة
(مهارات التفكير العليا)

34) **مسألة مفتوحة: اكتب معادلة لقطع زائد يكون فيه طول المحور القاطع يساوي نصف المسافة بين البؤرتين.**

$$\frac{y^2}{5} - \frac{x^2}{15} = 1$$

35) **افترض أن $rx^2 = -sy^2 - t$ حيث r, s, t أعداد ثابتة. صف نوع القطع المخروطي الناتج في كل حالة. واشرح تبريرك.**

a) $rs = 0$

قطع مكافئ؛ إذا كان $r\,s = 0$، فإن $s = 0$ أو $r = 0$. لذا فإما أن الحد x^2 يساوي صفرًا ، أو أن الحد y^2 يساوي صفراً. وبما أن المعادلة لها فقط حد مربع وحيد، فإنها ستكون معادلة قطع مكافئ .

b) $rs > 0$

قطع ناقص؛ إذا كان $r\,s > 0$ ، فإن r و s كلاهما أكبر من صفر أو كلاهما أقل من صفر. وفي كلتا الحالتين فإن الحدين المربعين لهما الإشارة نفسها. لذا فستكون معادلة قطع ناقص.

C) $r = s$

دائرة؛ إذا كان ، $r = s$ فإن معاملي الحدين التربيعيين المضافين متساويان، ويمكن إعادة كتابة المعادلة بحيث يصبح معامل كل منهما هو 1 لذا فالمعادلة تمثل دائرة.

d) $rs < 0$

قطع زائد ؛ إذا كان ، $r\,s < 0$ فإن r و s مختلفان في الإشارة. أي أن الحدين التربيعيين مختلفان في الإشارة، لذا فالمعادلة تمثل قطعاً زائداً.

(3 -4) القطوع الزائدة
(مهارات التفكير العليا)

36) **تبرير:** افترض أنك أعطيت اثنتين من خصائص القطع الزائد الآتية: رأسين، بؤرتين، المحور القاطع، المحور المرافق، خطي تقارب. هل يمكنك كتابة معادلة هذا القطع: دائماً أو أحياناً أو غير ممكن أبداً؟

أحيانا، ومثال ذلك عندما تكون إحداثيات الرأسين والبؤرتين معلومة فإنه يمكن كتابة معادلة القطع الزائد. وعندما يكون كل من الرأسين والمحور القاطع معلوماً فقط، فإنه من غير الممكن كتابة معادلة القطع الزائد.

37) **تحدّ:** قطع زائد بؤرتاه $F_2(0, -9)$ ، $F_1(0, 9)$ ويمر بالنقطة P يزيد بعد P عن F_1 بمقدار 6 وحدات على بعد P عن F_2 اكتب معادلة القطع الزائد بالصيغة القياسية.

$$\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{72} = 1$$

38) يتشكل القطع الزائد المتطابق الساقين عندما $a = b$ عند كتابة المعادلة على الصورة القياسية. برهن أن الاختلاف المركزي لكل قطع زائد متطابق الساقين هو $\sqrt{2}$.

بما أن القطع الزائد متساوي الساقين فإن $a = b$

$$a = b \qquad c^2 = a^2 + b^2$$

وبما أن $c^2 = a^2 + a^2$

$$c^2 = 2a^2$$

$$c = a\sqrt{2}$$

وبما أن $e = \frac{c}{a}$ فإن

$$e = \frac{a\sqrt{2}}{a} = \sqrt{2}$$

(3 -4) القطوع الزائدة
(مهارات التفكير العليا)

39) **اكتب :** صف خطوات إيجاد معادلة قطع زائد عندما تعطى بؤرتاه وطول محوره القاطع.

أولاً حدّد إن كان اتجاه القطع الزائد، رأسيًا أو أفقيًا.

ثم استعمل البؤرتين لتعيين مركز القطع الزائد وتحديد قيم k , h

واستعمل طول المحور القاطع لإيجاد a^2 ثم أوجد c المسافة بين المركز وإحدى البؤرتين، ثم استعمل المعادلة $b^2 = c^2 - a^2$ لتجد b^2

وأخيرا استعمل الصيغة القياسية لكتابة المعادلة بالاعتماد على المحور القاطع إن كان موازيا للمحور x أو للمحور y

(3 -4) القطوع الزائدة
(تدريب على اختبار)

47) مراجعة: يمثل منحنى $\left(\frac{x}{4}\right)^2 - \left(\frac{y}{5}\right)^2 = 1$ قطعاً زائداً . ما معادلتا خطي التقارب هذا المنحنى؟

(A $y = \frac{4}{5}x, y = -\frac{4}{5}x$

(B $y = \frac{5}{4}x, y = -\frac{5}{4}x$

(C $y = \frac{1}{4}x, y = -\frac{1}{4}x$

(D $y = \frac{1}{5}x, y = -\frac{1}{5}x$

48) سؤال ذو إجابة قصيرة:

أوجد معادلتي خطي التقارب للقطع الزائد الذي معادلته $\frac{(x+1)^2}{4} - \frac{(y-1)^2}{1} = 1$

$a = 2 \quad , \quad b = 1$

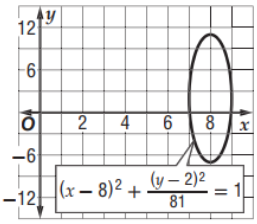
الميل $= \frac{b}{a} = \frac{1}{2}$

$y - 1 = \pm\frac{1}{2}(x + 1)$

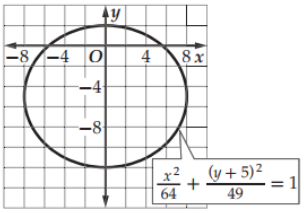
(3 -4) القطوع الزائدة
(مراجعة تراكمية)

مثل منحنى القطع الناقص المعطاة معادلته في كل مما يأتي:

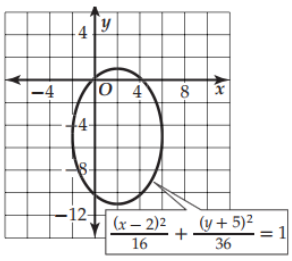
40) $(x-8)^2+\frac{(y-2)^2}{81}=1$



41) $\frac{x^2}{64}+\frac{(y+5)^2}{49}=1$



42) $\frac{(x-2)^2}{16}+\frac{(y+5)^2}{36}=1$



43) **مقذوفات :** قذفت كرة رأسيا إلى أعلى بسرعة ابتدائية مقدارها 80 ft/s ، بحيث يكون ارتفاعها عن سطح الأرض بعد t ثانية هو $h=-16t^2+80t+5$ قدم

a) ما أقصى ارتفاع عن سطح الأرض تبلغه الكرة؟

$$h=-32t+80 \Rightarrow -32t+80=0 \Rightarrow t=\frac{80}{32}=2.5$$ ثانية

بالتعويض عن $t=2.5 \Longleftarrow$ $\therefore h=-16(2.5)^2+80(2.5)+5=105$ قدم

b) كم تستغرق الكرة من الوقت ؛ لتعود مرة أخرى إلى المستوى الذي انطلقت منه ؟

من المطلب الأول فإنها تحتاج 2.5 ثانية لتصل إلى أقصى ارتفاع وتحتاج مثل هذا الزمن لترجع إلى الأرض ثواني $2.5\times 2=5$

(4- 3) القطوع الزائدة
(مراجعة تراكمية)

حل كل معادلة مما يأتي لجميع قيم θ.

44) $\tan\theta = \sec\theta - 1$

$$\Rightarrow \frac{\sin\theta}{\cos\theta} - \frac{1}{\cos\theta} = -1$$

$$\frac{\sin\theta - 1}{\cos\theta} = -1$$

$$\sin\theta - 1 = -\cos\theta$$

$$\sin\theta + \cos\theta = 1$$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta = 1$$

$$1 + 2\sin\theta\cos\theta = 1 \Rightarrow 2\sin\theta\cos\theta = 0$$

$$2\sin\theta\cos\theta = 0$$
$$\sin 2\theta = 0$$
$$2\theta = 0$$

$$\theta = 0$$
$$\theta + 2\pi n = 2\pi n$$

45) $\sin\theta + \cos\theta = 0$

$\cos\theta$ **بالقسمة على** $\sin\theta = -\cos\theta$

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = -\frac{cos\theta}{\cos\theta} \quad \Rightarrow \quad \tan\theta = -1$$

$$\theta = 315, \qquad \theta = 135 \quad \Rightarrow \quad \theta = \frac{3\pi}{4} + n\pi$$

46) $\csc\theta - \cot\theta = 0$

لا يوجد لها حل

(4-4) تحديد أنواع القطوع المخروطية
(مهارات التفكير العليا)

21) **تبرير :** حدد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة دائما ، أو صحيحة أحيانا ، أو غير صحيحة أبدا .

" عندما يكون القطع رأسيا ، وتكون A=C ،فإن القطع دائرة ".

صحيحة دائما : إجابة ممكنة إذا كان القطع رأسيا ، فإن $B = 0$

22) **مسألة مفتوحة:** اكتب المعادله على صورة $A x^2 + B x y + C y^2 + D x + E y + F = 0$ بحيث يكون $A = 9C$، وتمثل المسألة قطعاً مكافئاً.

$$9x^2 + 6xy + y^2 + 2x + 2y + 8 = 0$$

23) **اكتب :** اكتب أوجه الشبه والاختلاف بين منحنيات القطوع المخروطية ومعادلاتها .

هندسيا:

القطع الناقص عبارة عن دائرة مضغوطة طوليا أو عرضيا ، وكلاهما منحنيان مغلقان بعكس القطعين المكافئ والزائد ، فهما منحنيان مفتوحان و ممتدان ، لكن الفرق بينهما أن القطع المكافئ يتكون من فرع واحد ، بينما القطع الزائد يتكون من فرعين، كل منهما تماثل للآخر .

أما جبريًا :

فإذا كتبت المعادلة في الصورة القياسية بشرط $B = 0$ ، فمعادلة القطع المكافئ تحتوي حداً تربيعيًا واحداً (إما $A x^2$ أو Cy^2) ، أما معادلة الدائرة فتتصف بأن $A = C$

أما بالنسبة للقطع الناقص، فإن لكل من C و A الاشارة نفسها ($A \neq 0, C \neq 0$)

أما في حالة القطع الزائد ، فإن إشارتي A و C متعاكستان و($A \neq 0, C \neq 0$)

(4-4) تحديد أنواع القطوع المخروطية
(تدريب على اختبار)

31) سؤال ذو إجابة قصيرة: حدِد ما إذا كانت المعادلة

$3x^2 + 6xy + 3y^2 - 4x + 5y = 12$

تمثل قطعًا مكافئًا أو دائرة أو قطعًا ناقصًا أو قطعًا زائدًا، دون كتابتها على الصورة القياسية.

$$B^2 - 4AC = 36 - 4(3)(3)$$
$$= 36 - 36 = 0$$

قطع مكافئ

32) اختيار من متعدد: ما المعادلة التي تمثِل قطعًا مكافئًا رأسه عند النقطة (2,2) ، ويمر بالنقطة (0,6) ؟

A) $y = x^2 - 4x + 6$

B) $y = x^2 + 4x - 6$

C) $y = -x^2 - 4x + 6$

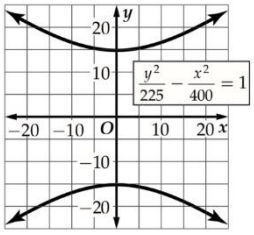
D) $y = -x^2 + 4x - 6$

(4-4) تحديد أنواع القطوع المخروطية
(مراجعة تراكمية)

24) فلك : افترض أنه يمكن تمثيل مسار مذنب بضرع من قطع زائد معادلته

$$\frac{y^2}{225} - \frac{x^2}{400} = 1$$

أوجد كلا من الرأسين والبؤرتين ومعادلتي خطي التقارب للقطع الزائد ، ثم مثل المعادلة بيانيا .



المركز $(0,0)$

$$a^2 = 225 \rightarrow \therefore a = 15$$

$$b^2 = 400 \rightarrow \therefore b = 20$$

$$c^2 = 400 + 225 = 625$$

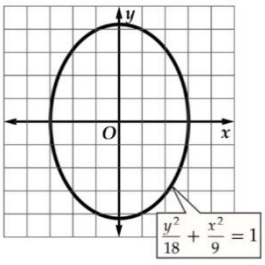
$$\therefore c = 25$$

$$(0, \pm 15); (0, \pm 25); y = \pm \frac{3}{4}x$$

حدّد خصائص القطع الناقص المعطاة معادلته في كل مما يأتي ، ثم مثِل منحناه بيانيًا .

25) $\frac{y^2}{18} + \frac{x^2}{9} = 1$

$$a^2 = 18 \rightarrow \therefore a = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$
$$b^2 = 9 \rightarrow \therefore b = 3$$
$$c = \sqrt{18 - 9} = \sqrt{9} = 3$$



الاتجاه : الرأسي

المركز $(0,0)$

الرأسان : $(0, \mp 3\sqrt{2})$

البؤرتان : $(0, \mp 3)$

الرأسان المرافقان: $(\mp 3, 0)$

طول المحور الأكبر $6\sqrt{2}$

طول المحور الأصغر 6

(4- 4) تحديد أنواع القطوع المخروطية
(مراجعة تراكمية)

حدّد خصائص القطع الناقص المعطاة معادلته في كل مما يأتي ، ثم مثِل منحناه بيانيًا .

(26 $4x^2 + 8y^2 = 32$

$$\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 32$$

$$a^2 = 8 \rightarrow \therefore a = 2\sqrt{2}$$

$$b^2 = 4 \rightarrow \therefore b = 2$$

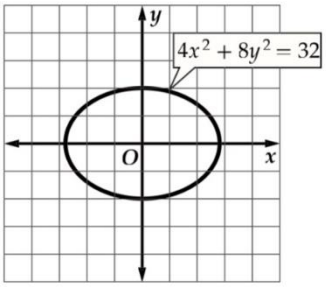
$$c^2 = a^2 - b^2 = 4$$

$$c = 2$$

الاتجاه : أفقي

المركز $(0،0)$

الرأسان : $(\mp 2\sqrt{2}, 0)$



البؤرتان : $(\mp 2, 0)$

الرأسان المرافقان: $(0, \mp 2)$

طول المحور الأكبر $4\sqrt{2}$

طول المحور الأصغر 4

(27 $x^2 + 25y^2 - 8x + 100y + 91 = 0$

$$(x^2 - 8x) + 25(y^2 + 4y) = -91$$

$$(x - 4)^2 + 25(y + 2)^2 = -91 + 16 + 100$$

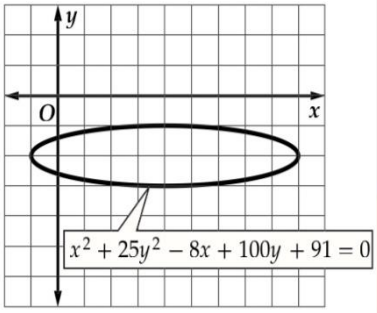
$$(x - 4)^2 + 25(y + 2)^2 = 25$$

$$\frac{(x - 4)^2}{25} + \frac{(y + 2)^2}{1} = 1$$

$$a^2 = 25 \rightarrow a = 5$$

$$b^2 = 1 \rightarrow b = \pm 1$$

$$c = \sqrt{25 - 1} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$



الاتجاه : أفقي

المركز (4,-2)

الرأسان : (9,-2).(-1,-2)

البؤرتان : $(4 \mp 2\sqrt{6}, -2)$

الرأسان المرافقان (4,-1).(4,-3)

:

طول المحور الأكبر 10

طول المحور الأصغر 2

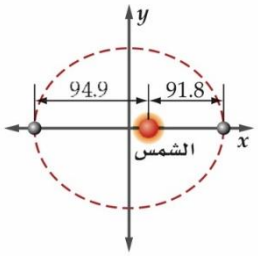
(4- 4) تحديد أنواع القطوع المخروطية
(مراجعة تراكمية)

28) فلك : أقرب مسافة بين مركز الشمس والأرض في مسار دورانها 91.8 مليون ميل . أما أبعد مسافة فتساوي 94.9 مليون ميل . اكتب معادلة تمثل مدار الأرض حول الشمس باعتبار أن مركز المدار هو نقطة الأصل ، وأن الشمس تقع على المحور x .

$$2a = 94.9 + 91.8 = 186.7$$

$$\therefore a = 93.35$$

$c = \frac{1}{2}$ المحور الأكبر – البعد بين الرأس والبؤرة



$$c = 93.35 - 91.8 = 1.55$$

$$b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

$$b = \sqrt{(93.35)^2 - (1.55)^2}$$

$$=93.34$$

$$\frac{x^2}{(93.35)^2} + \frac{y^2}{(93.34)^2} = 1$$

(4- 4) تحديد أنواع القطوع المخروطية
(مراجعة تراكمية)

حل كلَ معادلة من المعادلتين الآتيتين:

29) $\log_4 8n + \log_4(n-1) = 2$

$$\log_4 8n + \log_4(n-1) = \log_4 4^2$$

$$8n(n-1) = 16$$

$$8n^2 - 8n - 16 = 0$$

$$n^2 - n - 2 = 0$$

$$(n+1)(n-2) = 0$$

$n = 2$, $n = -1$ **مرفوض**

30) $\log_9 9p + \log_9(p+8) = 2$

$$\log_9 9p + \log_9(p+8) = \log_9 9^2$$

$$9p(p+8) = 81$$

$$9p^2 + 72p - 81 = 0$$

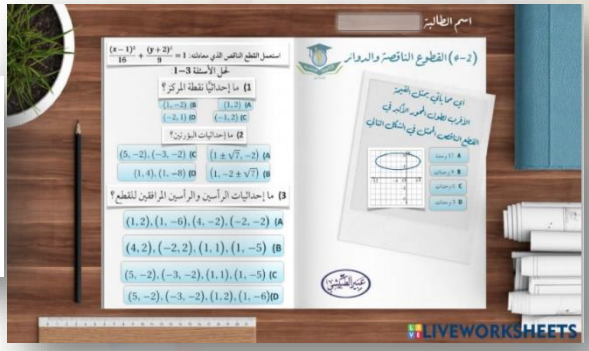
$$p^2 + p8 - 9 = 0$$

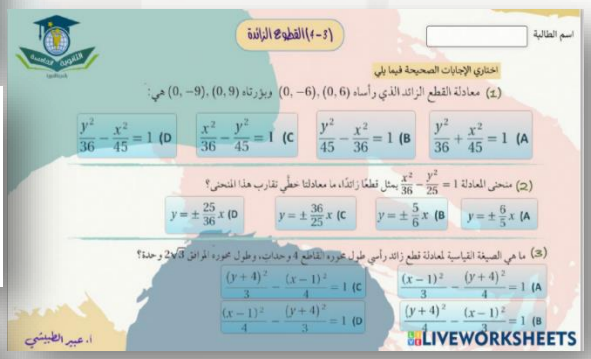
$$(p+9)(p-1) = 0$$

$p = 1$, $p = -9$ **مرفوض**

مراجعة
الفصل الرابع

أوراق عمل تفاعلية





المراجع

- رياضيات٥ التعليم الثانوي (مسار العلوم الطبيعية) وزارة التعليم – الرياض ١٤٣٩ هـ
- العبدالكريم ، ناصر عبدالعزيز ناصر

التحصيلي للتخصصات العلمية- بنين و بنات / ناصر عبدالعزيز ناصر

العبدالكريم - ط٥ – الرياض ١٤٤٠هـ

تأليف

أ. عبير الطبيشي الخضاري

مراجعة

أ. تغريد المطيري

تنسيق

أ. هند علي العديني

إعداد / عبير الطبيشي