الدرس 6

حل علاقات التناسب

مسائل من الحياة اليومية

عصائر الفاكهة تريد منال وبعض الأصدقاء شراء عصائر الفاكهة. ولذلك ذهبوا إلى متجر طعام صحي يعلن عن عرض لبيع مشروبين من عصير الفاكهة بمقابل AED 5.

1. املأ المربعات لكتابة نسبة تقارن بين تكلفة مشروبات عصير الفاكهة وعددها.

$$\frac{\text{AED } 5}{2 \text{ مشروبات}}$$

2. لنفترض أن منال وأصدقائها اشتروا 6 مشروبات عصير.
أكمل النسبة التي تقارن بين تكلفة مشروبات عصير الفاكهة وعددها.

$$\frac{\text{AED } 15}{6 \text{ مشروبات}}$$

3. هل التكلفة تناسبية مع عدد مشروبات عصير الفاكهة بالنسبة إلى مشروبين وستة مشروبات من العصير؟ اشرح.

نعم؛ الإجابة النموذجية: $\frac{5}{2}$ تساوي 2.5 و $\frac{15}{6}$ تساوي 2.5. وبما أن النسب لها نفس القيمة، فإن التكلفة تناسبية مع عدد مشروبات عصير الفاكهة.

السؤال الأساسي

كيف يمكنك إثبات أن شيئين متناسبان؟

المفردات

تناسب (proportion)
الضرب التقاطعي (cross product)

مهارسات رياضية
1, 2, 3, 4

ما **المهارسات الرياضية** التي استخدمتها؟
ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

1. المثابرة في حل المسائل
2. التفكير بطريقة تجريدية
3. بناء فرضية
4. استخدام نماذج الرياضيات
5. استخدام أدوات الرياضيات
6. مراعاة الدقة
7. الاستفادة من البنية
8. استخدام الاستنتاجات المتكررة

© Houghton Mifflin Harcourt Publishing Company

المفهوم الرئيس

كتابة التناسبات وحلها

منطقة العمل

الشرح **التناسب** معادلة تنص على أن نسبتين أو معدلين متكافئان.

الأعداد	الصيغة الجبرية
$\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ، $b \neq 0$ ، $d \neq 0$

لاحظ النسبة التالية.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$\frac{a}{b} \times {}^{1}\!\not{b}\not{d} = \frac{c}{\not{d}} \times b\not{d}$ اضرب كلا الطرفين في db واقسم العوامل المشتركة

$ad = bc$ حوّل إلى أبسط صورة

يُطلق على ناتج ضرب ad وbc اسم **الضرب التقاطعي** لهذا التناسب. ويكون ناتج الضرب التقاطعي لأي تناسب متساويًا.

$$\frac{6}{8} = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{8 \times 3}{6 \times 4} = \frac{24}{24}$$

مثال

1. بعد ساعتين، ارتفعت درجة حرارة الهواء بمقدار 7°F. اكتب تناسبًا وحله لحساب المدة الزمنية التي تستغرقها درجة الحرارة بهذا المعدل لكي ترتفع 13°F إضافية.

اكتب تناسبًا. لنفرض أن t تمثل الوقت بالساعات.

درجة الحرارة ← ، الوقت ← $\frac{7}{2} = \frac{13}{t}$ ← درجة الحرارة ، ← الوقت

$7 \times t = 2 \times 13$ احسب نواتج الضرب التقاطعي.

$7t = 26$ اضرب

$\frac{7t}{7} = \frac{26}{7}$ اضرب كلا الطرفين في 7.

$t \approx 3.7$ حوّل إلى أبسط صورة.

ستستغرق درجة الحرارة 3.7 ساعة لكي ترتفع بمقدار 13°F إضافية.

تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

جل كلاً من التناسبات التالية.

a. $\frac{x}{4} = \frac{9}{10}$ b. $\frac{2}{34} = \frac{5}{y}$ c. $\frac{7}{3} = \frac{n}{21}$

a. 3.6

b. 85

c. 49

MHID www.mhe.com/math © McGraw-Hill Education

مثال

2. إذا كانت نسبة المتبرعين بالدم من أصحاب الفصيلة O إلى المتبرعين من أصحاب فصائل الدم الأخرى تساوي 37:43. فكم عدد المتبرعين من أصحاب فصيلة الدم O من بين 300 متبرع؟

$$\frac{37}{80} = \frac{37}{43 + 37}$$

المتبرعون بفصيلة الدم O ←
إجمالي المتبرعين ←

اكتب تناسبًا. لنفرض أن t تمثل عدد المتبرعين بالدم من أصحاب الفصيلة O.

$$\frac{t}{300} = \frac{37}{80}$$

المتبرعون بفصيلة الدم O ← | إجمالي المتبرعين ←

$37 \times 300 = 80t$ — احسب نواتج الضرب التقاطعي

$11{,}100 = 80t$ — اضرب.

$\frac{11{,}100}{80} = \frac{80t}{80}$ — اقسم كلا الطرفين على 80

$138.75 = t$ — حوّل إلى أبسط صورة

سيكون هناك حوالي 139 متبرعًا بالدم من الفصيلة O.

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

d. نسبة طلاب الصف السابع إلى طلاب الصف الثامن في دوري كرة القدم هي 17:23. إذا كان إجمالي عدد الطلبة 200 طالب. فكم عدد طلاب الصف السابع؟

b. 85 طالبًا

استخدام معدل الوحدة

يمكنك أيضًا استخدام معدل الوحدة لكتابة معادلة تعبر عن العلاقة بين كميتين متناسبتين.

أمثلة

3. **اشترت فاطمة 6 علب من الزبادي مقابل AED 7.68. اكتب معادلة تربط بين التكلفة c وعدد علب الزبادي y. كم المبلغ الذي دفعته فاطمة مقابل 10 علب من الزبادي بهذا المعدل نفسه؟**

احسب معدل الوحدة بين التكلفة وعلب الزبادي.

$$\frac{\text{التكلفة بالدرهم}}{\text{علب الزبادي}} = \frac{7.68}{6} = \text{AED } 1.28 \text{ لكل علبة}$$

تساوي التكلفة AED 1.28 مضروبة بعدد علب الزبادي.

$c = 1.28y$ — لنفرض أن c تمثل التكلفة. لنفرض أن y تمثل عدد علب الزبادي

$= 1.28(10)$ — استبدل y بالرقم 10.

$= 12.8$ — اضرب.

تكلفة 10 علب زبادي تساوي AED 12.80.

4. اشترت ريهام 8 جالونات من البنزين مقابل AED 31.12. اكتب معادلة تربط بين التكلفة c وعدد جالونات البنزين g. كم المبلغ الذي دفعته ريهام مقابل 11 جالوناً من البنزين بهذا المعدل نفسه؟

احسب معدل الوحدة بين التكلفة والجالونات.

$$\frac{\text{التكلفة بالدرهم}}{\text{البنزين بالجالونات}} = \frac{31.12}{8} = \text{AED } 3.89 \text{ للجالون}$$

تساوي التكلفة AED 3.89 مضروبة بعدد الجالونات.

$c = 3.89g$ — لنفترض أن c تمثل التكلفة. لنفترض أن g تمثل عدد الجالونات.

$= 3.89(11)$ — استبدل g بالرقم 11.

$= 42.79$ — اضرب.

تكلفة 11 جالوناً من البنزين هي AED 42.79.

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

e. كتبت سمية صفحتين في 15 دقيقة. اكتب معادلة تربط بين عدد الدقائق m وعدد الصفحات p التي كتبت.
كم المدة الزمنية التي ستستغرقها كتابة 10 صفحات بهذا المعدل؟

e. $m = 7.5p$; 75 min أو 1 h 15 min

توقف وفكر

فكر في النسبة $\frac{c}{g} = \frac{6}{5}$. ما الذي يعد صوابًا بالنسبة إلى cg؟

تساوي 42.

تمرين موجه

حل كلاً من التناسبات التالية. (المثالان 1 و 2)

1. $\frac{k}{7} = \frac{32}{56}$ $k =$ 16.4

2. $\frac{3.2}{9} = \frac{n}{36}$ $n =$ 12.8

3. $\frac{41}{x} = \frac{5}{2}$ $x =$ 4

4. تكسب إيمان AED 28.50 مقابل التدريس لمدة 3 ساعات. اكتب معادلة تربط بين ما تكسبه m وعدد الساعات h التي تدرس فيها. لنفترض أن الحالة تناسبية. كم ستكسب إيمان من التدريس لمدة ساعتين؟ ولمدة 4 ساعات ونصف؟ (المثالان 3 و 4)

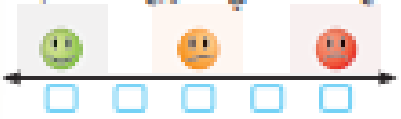
$m = 9.5h$; 19 AED, 42.75 AED

5. **الاستفادة من السؤال الأساسي** كيف تحل تناسبًا معينًا؟

الإجابة النموذجية: احسب الضرب التقاطعي. ثم حل المعادلة ذات الخطوة الواحدة.

قيّم نفسك!

ما مدى فهمك لحل التناسبات؟
ضع علامة في المربع المناسب.



متى وقت تحديث مطوياتك!

مطوياتي

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة Edmentum

تمارين ذاتية

حل كلاً من التناسبات التالية. (المثالان 1 و 2)

1. $\frac{1.5}{6} = \frac{10}{p}$ $p =$ **3.5**

2. $\frac{44}{p} = \frac{11}{5}$ $p =$ **20**

3. $\frac{2}{w} = \frac{0.4}{0.7}$ $w =$ **40**

لنفرض أن الحالات تناسبية. اكتب وحل باستخدام التناسب. (المثالان 1 و 2)

4. دفع يوسف AED 1.12 مقابل 12 بيضة في متجر البقالة المحلي. حدد تكلفة 3 بيضات.
$\frac{1.12}{12} = \frac{x}{3}$; 0.28 AED

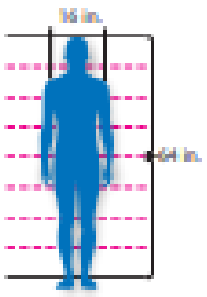
5. خلطت منى 3 أونصات من الدهان الأزرق مع أونصتين من الدهان الأصفر. وقررت تجهيز 20 أونصة من الدهان من نفس الخليط. كم عدد أونصات الدهان الأصفر التي ستحتاجها منيرة لإعداد الخليط الجديد؟
$\frac{2}{5} = \frac{x}{20}$: 8 أونصات

لنفرض أن الحالات تناسبية. استخدم معدل الوحدة لكتابة معادلة ثم حلها. (المثالان 3 و 4)

6. يمكن أن تسير سيارة مسافة قدرها 476 ميلاً باستخدام 14 جالوناً من البنزين. اكتب معادلة تربط بين المسافة d وعدد جالونات البنزين g. كم عدد جالونات البنزين التي تحتاجها السيارة للسير مسافة 578 ميلاً.
$d = 34g$; 17 جالوناً

7. دفع السيد خالد AED 2.50 مقابل 5 أرطال من الموز. اكتب معادلة تربط بين التكلفة c وعدد أرطال الموز p. كم سيدفع السيد خالد مقابل 8 أرطال من الموز؟
$c = 0.50p$; AED 4.00

8. إذا بلغ طول رجل 64 بوصة، فسيكون عرض كتفيها 16 بوصة.
اكتب معادلة تربط بين الطول h والعرض w. احسب طول رجل يبلغ عرض كتفيها 18.5 بوصة.



$h = 4w$; 74 in.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة الإمارات للتعليم المدرسي

9. في منتزه الترفيه، ركب 360 زائرًا قطار الملاهي خلال 3 ساعات.
اكتب تناسبًا وحله لحساب عدد الزائرين بهذا المعدل الذين سيركبون قطار الملاهي خلال 7 ساعات. (المثالان 3 و 4)

$\frac{360}{3} = \frac{n}{7}$: 840 زائرًا

10. **التفكير بطريقة تجريدية** استخدم جدولاً لكتابة نسبة تربط بين الأوزان على كوكبين. ثم احسب الوزن المفقود.
قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

الأوزان على كواكب مختلفة الوزن على كوكب الأرض = 120 رطلاً	
45.6 رطلاً	عطارد
109.2 رطلاً	الزهرة
96 رطلاً	أورانوس
304.8 رطلاً	المشتري

a. كوكب الأرض، 90 رطلاً، كوكب الزهرة، [81.9] رطلاً

b. كوكب عطارد، 55 رطلاً، الأرض، [684.7] رطلاً

c. المشتري، 350 رطلاً، أورانوس، [110.2] رطلاً

d. كوكب الزهرة، 115 رطلاً، كوكب عطارد، [48.0] رطلاً

مهارات التفكير العليا

11. **تبرير الاستنتاجات** يستلزم إعداد مشروب مخفف توفر نسبة من المسحوق والماء تساوي 1:8. في حالة توفر 32 كوبًا من المسحوق، كم العدد الإجمالي لأكواب الماء المطلوبة؟ اشرح استنتاجك.

الإجابة النموذجية: نسبة أكواب 256 c: الخليط بالنسبة إلى أكواب الماء تساوي 1:8، مما يعني أن النسبة $\frac{32}{x} = \frac{1}{8}$ صحيحة ويمكن حلها.

المثابرة في حل المسائل حل كل المعادلات.

12. $\frac{2}{3} = \frac{18}{x+5}$ 22

13. $\frac{x-4}{10} = \frac{7}{5}$ 18

14. $\frac{4.5}{17-x} = \frac{3}{8}$ 5

15. **تبرير الاستنتاجات** تبلغ مساحة مستطيل 36 وحدة مربعة. بما أن الطول والعرض يتغيران، ماذا تعرف عن ناتج ضربهما؟ هل الطول تناسبي مع العرض؟ برر استنتاجك.

الإجابة النموذجية: ناتج ضرب الطول والعرض ثابت، ولا يكون الطول متناسبًا مع العرض، فالتناسبات ليست متساوية.

المستطيل	الطول	العرض	المساحة (الوحدات²)
A	3	12	36
B	6	6	36
C	9	4	36

© McGraw-Hill Education. Permission is granted to reproduce for classroom use.

تمرين إضافي

حل كلاً من التناسبات التالية.

16. $\frac{x}{13} = \frac{18}{39}$ $x =$ 3.75

$x \times 39 = 13 \times 18$

$39x = 234$

$\frac{39x}{39} = \frac{234}{39}$

$x = 6$

17. $\frac{6}{25} = \frac{d}{30}$ $d =$ 7.2

18. $\frac{2.5}{6} = \frac{h}{9}$ $h =$ 6

لنفترض أن هذه المواقف تناسبية. اكتب وحل باستخدام التناسب.

19. في مقابل كل شخص مُصاب بالإنفلونزا، يوجد 6 أشخاص لديهم أعراض تشبه الإنفلونزا.
إذا فحص الطبيب 40 مريضًا، فحدد بالتقريب كم عدد المرضى الذين تتوقع أن يكون لديهم أعراض تشبه الإنفلونزا فقط.

$\frac{6}{7} = \frac{c}{40}$: حوالي 34 مريضًا

20. في مقابل كل شخص أعسر، يوجد 4 أشخاص يستخدمون أيديهم اليمنى. إذا كان هناك 30 طالبًا في فصل دراسي، تنبأ بعدد الطلاب الذين يستخدمون أيديهم اليمنى.

$\frac{4}{5} = \frac{x}{30}$: 24 شخصًا

21. تدخر رنا المال من وظيفة تدريس. بعد الأسابيع الثلاثة الأولى، ادخرت AED 135. لنفترض أن الحالة تناسبية. استخدم معدل الوحدة لكتابة معادلة تربط بين المبلغ المدخر s وعدد الأسابيع w التي عملت فيها بهذا المعدل. كم ستدخر رنا بعد ثمانية أسابيع؟

$s = 45w$:AED 360

22. **وضع تنبؤ** يساوي حد السرعة 100 كيلومتر في الساعة 62 (kph) ميلاً في الساعة (mph) تقريبًا. اكتب معادلة تربط بين الكيلومترات في الساعة k والأميال في الساعة m. ثم تنبأ بالمقاييس التالية. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

a. حد السرعة بالميل في الساعة لحد سرعة يصل إلى 75 كيلومترًا في الساعة

$k = 1.6m$:حوالي 46.9 mph

b. حد السرعة بالكيلومتر في الساعة لحد سرعة يصل إلى 20 ميلاً في الساعة

$k = 1.6m$:حوالي 32 kph

انطلق! تمرين على الاختبار

23. يظهر بالشكل جزء من وصفة فطيرة الفرع التي أعدها بدر. كم كوبًا يلزمه من الدقيق لصنع 5 مجموعات من الفطائر؟

وصفة فطيرة الفرع
تكفي مجموعتين من قطع الفطائر
4.5 كوب طحين
1.5 كوب سكر
1 معلقة صغيرة من بهارة الطبخ

11.25c

24. يقف صف من الناس في متنزه الترفيه لكي يركبوا قطار البلاهي. ويتحرك الصف 16 قدمًا كل 10 دقائق. يقف أسامة وأصدقاؤه على بُعد 40 قدمًا من بداية الصف. حدد القيم لتكوين تناسب يمثل هذه الحالة. **الإجابة النموذجية:**

16	40
10	x

$$\frac{40}{x} = \frac{16}{10}$$

حل النسبة لتحديد المدة التي سينتظرها أسامة وأصدقاؤه للوصول إلى بداية الصف.

25 min

مراجعة شاملة

25. يوضح الجدول التكلفة لإيصال عدد مختلف من فطائر البيتزا من متجر بيتزا إيطالي. هل تُعد العلاقة بين التكلفة وعدد فطائر البيتزا تناسبية أم لا؟

عدد فطائر البيتزا	التكلفة (AED)
1	12.50
2	20
3	27.50
4	35

اشرح.

لا؛ إجابة نموذجية: $\frac{35}{4} \neq \frac{27.50}{3} \neq \frac{20}{2} \neq \frac{12.50}{1}$

26. تتقاضى مني AED 15 و AED 30 و AED 45 و AED 60 مقابل العمل كجليسة أطفال لمدة ساعة وساعتين وثلاث ساعات وأربع ساعات على الترتيب. هل العلاقة بين المبلغ الذي تتقاضاه وعدد الساعات تناسبية أم لا؟ إذا كان الأمر كذلك، فاحسب معدل الوحدة. وإن لم يكن كذلك، فاشرح السبب.

نعم؛ معدل الوحدة يساوي $\frac{15}{1}$ = AED 15 في الساعة.

أوجد كل معدل وحدة.

27. 50 ميلاً لكل 2.5 جالونًا 20 mi/gal

28. 2,500 كيلوبايت في 5 دقائق 500 kB/min

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مكجرو هيل التعليمية

مختبر الاستكشاف

معدل التغير

استكشاف **ما العلاقة بين معدل الوحدة ومعدل التغير؟**

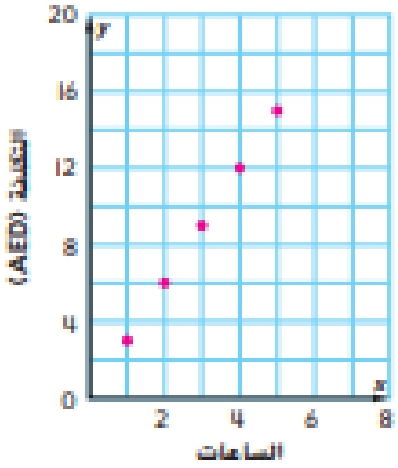
"هابي أنيمال" دار رعاية نهارية للحيوانات الأليفة بينما يذهب أصحابها إلى أعمالهم. تتقاضى دار الرعاية هذه AED 3 للساعة الواحدة و AED 6 للساعتين و AED 9 لثلاث ساعات من الرعاية النهارية للحيوانات الأليفة. تأخذ فتحية حيواتها الأليف إلى دار رعاية هابي أنيمال عدة أيام في الأسبوع. أرادت فتحية تحديد ما إذا كان عدد ساعات الرعاية النهارية مرتبطا بالتكلفة.

نشاط عملي

الخطوة 1 لنفترض أن النمط الموجود في الجدول سيستمر. أكمل الجدول المبين.

هابي أنيمال للرعاية النهارية للحيوانات الأليفة	
التكلفة (AED)	عدد الساعات
3	1
6	2
9	3
12	4
15	5

الخطوة 2 تعتمد التكلفة على عدد الساعات. لذلك فإن التكلفة هي المخرج y، وعدد الساعات، المدخل x. مثل بيانيا على المستوى الإحداثي أدناه.



استكشاف

راجع الاستكشاف. تعاون مع زميل.

1. **تبرير الاستنتاجات** صف التمثيل البياني.

الإجابة النموذجية: تشكل النقاط خطًا مستقيمًا.

2. ما التكلفة في الساعة – أو معدل الوحدة – التي تتقاضاها دار رعاية هابي أنيمال؟

AED 3 في الساعة

3. استخدم التمثيل البياني للتحقق من أي نقاط متتالية. ما مدى التغير في y؟ ما مدى التغير في x؟

الإجابة النموذجية: y بمعدل 3 وحدات وx بمعدل 1 وحدة

4. أول زوجين مرتبين على التمثيل البياني هما $(1, 3)$ و$(2, 6)$. يمكنك حساب معدل التغير عن طريق كتابة نسبة التغير في y إلى التغير في x.

احسب معدل التغير الموضح في التمثيل البياني. $\frac{3}{1}$ أو 3

التحليل والتفكير

تعاون مع زميل للإجابة عن الأسئلة التالية.

5. تتقاضى دار رعاية بامبرد بت AED 5 لمدة ساعة واحدة من الرعاية للحيوانات الأليفة و AED 10 مقابل ساعتين و AED 15 مقابل 3 ساعات.

a. ما معدل الوحدة؟ **AED 5 في الساعة**

b. ما معدل التغير؟ $\frac{5}{1}$ أو 5

c. **الاستدلال الاستقرائي** كيف يمكن المقارنة بين معدلات التغير للرعاية النهارية للحيوانات الأليفة في دار بامبرد بت وفي دار هابي أنيمال؟

الإجابة النموذجية: معدل التغير في بومبارد بوتش أكبر من مثيله في هابي أنيمال.

ابتكار

6. **استخدام نماذج الرياضيات** صف حالة دار رعاية نهارية للحيوانات الأليفة لها معدل تغير أصغر من هابي أنيمال.

الإجابة النموذجية: تتقاضى دار كريتر بالاس AED 2 مقابل ساعة واحدة و AED 4 مقابل ساعتين و AED 6 مقابل 3 ساعات.

7. **استكشاف** ما العلاقة بين معدل الوحدة ومعدل التغير؟

الإجابة النموذجية: معدل التغير يساوي معدل الوحدة. على سبيل المثال، تتقاضى دار رعاية هابي هاوند AED 3 لكل ساعة واحدة.

حقوق الطبع والنشر © مجموعة ماكجرو هيل للتعليم