الدرس 5

التمثيل البياني لعلاقات التناسب

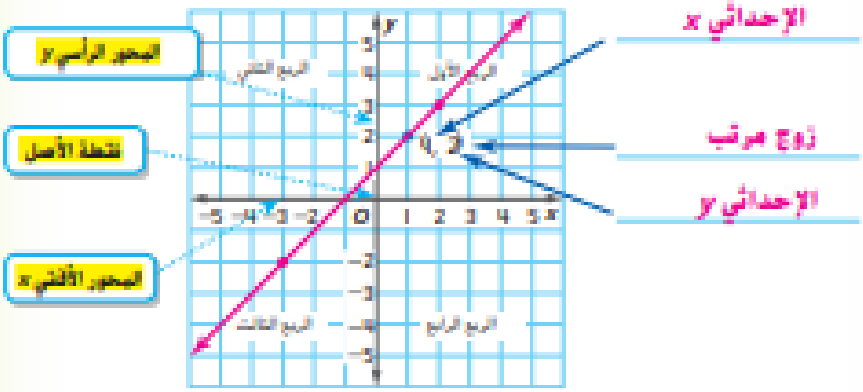
المفردات الرئيسة

تضمين الخرائط شبكات لتحديد مواقع المدن. يُعد **المستوى الإحداثي** نوعًا من الشبكات التي تتشكل عندما يتقاطع خطان لمدين عند خطوطهم الصفرية. تقسم خطوط الأعداد المستوى الإحداثي إلى أربع مناطق تسمى **الأرباع**.

الزوج المرتب زوج من الأعداد، مثل (2 ,1)، يُستخدم لتحديد موقع نقاط أو تمثيلها بيانيًا على المستوى الإحداثي.

(1, 2) ← يمثل **الإحداثي x** رقم على المحور الأفقي x. | يمثل **الإحداثي y** رقم على المحور الرأسي y.

ضع مسميات المستوى الإحداثي باستخدام المصطلحات الزوج المرتب والإحداثي x والإحداثي y.



مثل بيانيًا النقطتين (2, 3) و(2−, 3−) في المستوى أعلاه. قم بتوصيل النقاط الثلاث على المستوى الإحداثي. صف التمثيل البياني.

تشكل النقاط خطًا مستقيمًا.

السؤال الأساسي

كيف يمكنك إثبات أن شيئين متناسبان؟

المفردات

- مستوى إحداثي (coordinate plane)
- أرباع (quadrants)
- زوج مرتب (ordered pair)
- الإحداثي x (x-coordinate)
- الإحداثي y (y-coordinate)
- المحور الرأسي y (y-axis)
- نقطة الأصل (origin)
- المحور الأفقي x (x-axis)

ممارسات رياضية

1, 2, 3, 4

ما **الممارسات الرياضية** التي استخدمتها؟

ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

1. البثابرة في حل المسائل
2. التفكير بطريقة تجريدية
3. بناء فرضية
4. استخدام نماذج الرياضيات
5. استخدام أدوات الرياضيات
6. مراعاة الدقة
7. الاستفادة من البنية
8. استخدام الاستنتاجات المتكررة

© حقوق الطبع والنشر محفوظة لشركة ماكجروهيل للتعليم

تحديد العلاقات التناسبية

توجد طريقة أخرى لمعرفة ما إذا كانت كميتان متناسبتين. وهي رسم الكميتين على المستوى الإحداثي. إذا كان التمثيل البياني للكميتين خطًا مستقيمًا يمر من نقطة الأصل، فستكون الكميتان متناسبتين.

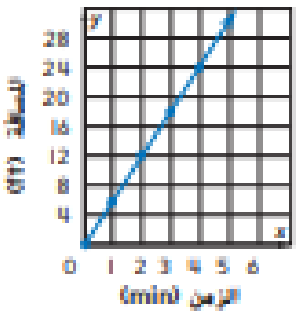
مثال

1. يُعد حيوان الكسلان الذي يعيش على الشجر أبطأ الثدييات على وجه الأرض. وهو يسير بسرعة 6 أقدام في الدقيقة. حدد ما إذا كان عدد الأقدام التي يسيرها الكسلان متناسب مع عدد الدقائق التي يتحرك فيها من طريق التمثيل البياني على المستوى الإحداثي. اشرح استنتاجك.

الخطوة 1 أنشئ جدولاً للعثور على عدد الأقدام التي تم سيرها لمدة 0, 1, 2, 3, 4 من الدقائق.

الوقت (min)	0	1	2	3	4
المسافة (ft)	0	6	12	18	24

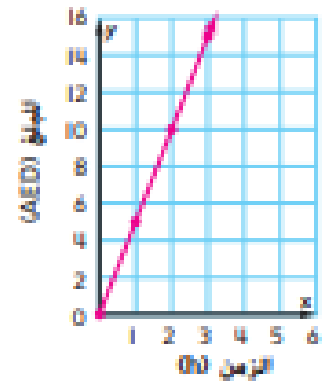
الخطوة 2 مثل الأزواج المرتبة بيانيًا (الزمن، المسافة) على المستوى الإحداثي. ثم صل الأزواج المرتبة.



يمر الخط من نقطة الأصل وهو خط مستقيم. لذا فإن عدد الأقدام التي تم سيرها تناسبي مع عدد الدقائق.

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

a. تكسب رنا AED 5 في الساعة مقابل العمل كجليسة أطفال.
حدد ما إذا كان المبلغ الذي تكسبه رنا مقابل مجالسة الأطفال متناسب مع عدد الساعات التي تقضيها في هذا العمل عن طريق تمثيل ذلك بيانيًا على المستوى الإحداثي. اشرح استنتاجك في منطقة العمل.



منطقة العمل

العلاقات الخطية
يحتوي على العلاقات التي تتضمن تمثيلات بيانية لخطوط مستقيمة تسمى العلاقات الخطية.

المبلغ الذي تكسبه رنا تناسبي مع عدد الساعات التي تعملها كجليسة أطفال. يمثل الرسم البياني خطًا مستقيمًا يمر من نقطة الأصل.

a. _____

McGraw-Hill Education

مثال

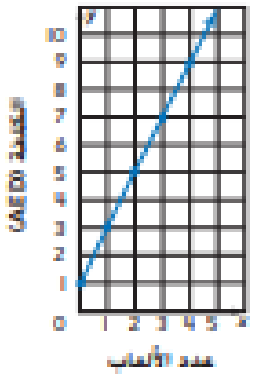
2. يوضح الجدول تكلفة تأجير ألعاب الفيديو من شركة الألعاب.
حدد ما إذا كانت التكلفة تناسبية مع عدد الألعاب التي تم تأجيرها عن طريق التمثيل البياني على المستوى الإحداثي. اشرح استنتاجك.

أسعار تأجير ألعاب الفيديو	
عدد الألعاب (X)	التكلفة (y) (AED)
1	3
2	5
3	7
4	9

الخطوة 1 اكتب الكميتين كأزواج مرتبة (التكلفة y، عدد الألعاب x).

الأزواج المرتبة هي (1, 3)، (2, 5)، (3, 7)، (4, 9).

الخطوة 2 مثل الأزواج المرتبة بيانيًا على المستوى الإحداثي.
ثم قم بتوصيل الأزواج المرتبة وقم بتمديد الخط إلى المحور الرأسي y.



لا يمر الخط بنقطة الأصل. إذًا تكلفة ألعاب الفيديو غير تناسبية مع عدد الألعاب المؤجرة.

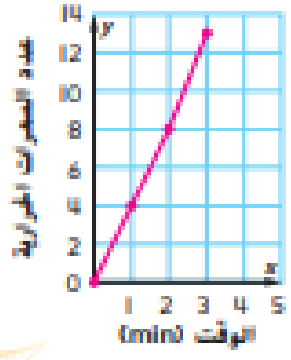
تحقق النسب غير ثابتة. $\frac{3}{1} \neq \frac{5}{2}$ ✓

مراجعة سريعة
تذكر أن المتغير المستقل هو المدخل والمتغير غير المستقل هو المخرج. عند التمثيل البياني، ضع اسمي كلا المتغيرين.

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

b. يوضح الجدول عدد السعرات الحرارية التي يحرقها الرياضي في الدقيقة الواحدة من التمرين. حدد ما إذا كان عدد السعرات الحرارية المحروقة متناسب مع عدد الدقائق. عن طريق التمثيل البياني على المستوى الإحداثي.
اشرح استنتاجك في منطقة العمل.

السعرات الحرارية المحروقة	
عدد الدقائق (x)	عدد السعرات الحرارية (Y)
0	0
1	4
2	8
3	13

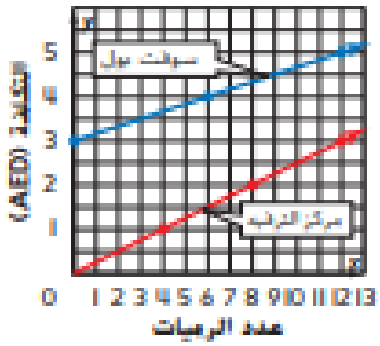


غير تناسبي؛ الرسم البياني ليس خطًا مستقيمًا يمر بنقطة الأصل.

b. _____

مثال

3. أي ملعب لكرة المضرب يمثل علاقة تناسبية بين عدد الرميات التي ثبت والتكلفة؟ اشرح.

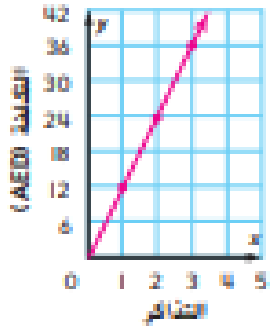


التمثيل البياني لملعب سوفت بول لكرة المضرب خط مستقيم. إلا أنه لا يمر عبر نقطة الأصل. لذا فإن العلاقة غير تناسبية.

التمثيل البياني لمركز الترفيه خط مستقيم يمر بنقطة الأصل. لذا فالعلاقة تناسبية بين عدد الرميات التي ثبت والتكلفة.

تمرين موجه

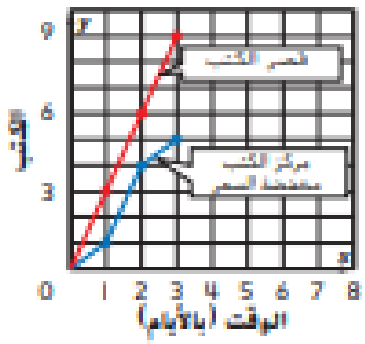
1. يبلغ سعر تذكرة الفيلم ثلاثي الأبعاد AED 12 و AED 24 مقابل تذكرتين و AED 36 مقابل 3 تذاكر. حدد ما إذا كانت التكلفة تناسبية مع عدد التذاكر أم لا من طريق التمثيل البياني على المستوى الإحداثي. اشرح استنتاجك. (المثالان 1 و 2)



التكلفة تناسبية مع عدد التذاكر التي تم شراؤها.

الرسم البياني خط مستقيم يمر بنقطة الأصل.

2. يوضح الرسم أدناه عدد الكتب التي يبيعها متجران بعد يوم ويومين وثلاثة أيام. أي من عمليتي بيع الكتب تمثل علاقة تناسبية بين الوقت والكتب؟ اشرح. (المثال 3)



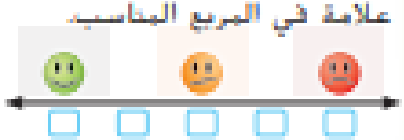
قصر الكتب: الرسم البياني خط مستقيم يمر بنقطة الأصل.

3. **الاستفادة من السؤال الأساسي** كيف يساعدك تمثيل العلاقات بيانيًا على تحديد ما إذا كانت العلاقة تناسبية أم لا؟

نموذج إجابة: الرسم البياني الذي يمثل علاقة تناسبية سيكون خطًا مستقيمًا يمر بنقطة الأصل.

قيّم نفسك!

ما مدى فهمك لفكرة تحديد العلاقات التناسبية باستخدام التمثيل البياني؟ ضع علامة في المربع المناسب.



حان وقت تحديث مخطوطتك!

محفوظة © مجموعة ماكجرو هيل للتعليم وشركاه
Image © Life Ability

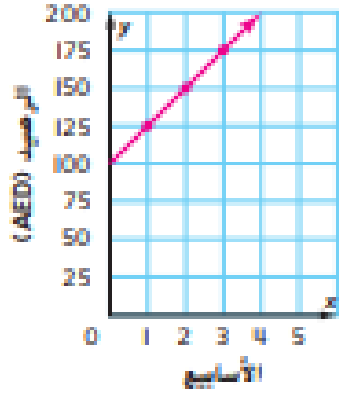
تمارين ذاتية

استخدام نماذج الرياضيات حدد ما إذا كانت العلاقة بين الكميتين الموضحتين في كل جدول تناسبية أم لا عن طريق التمثيل البياني على المستوى الإحداثي. اشرح استنتاجك.

(البدلان 2 ،1)

1.

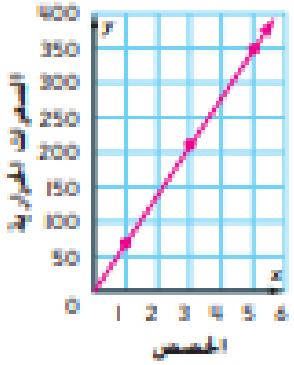
حساب المدخرات	
الأسبوع (x)	الرصيد في المصرف (y) (AED)
1	125
2	150
3	175



غير تناسبية، لا يمر الرسم عبر نقطة الأصل.

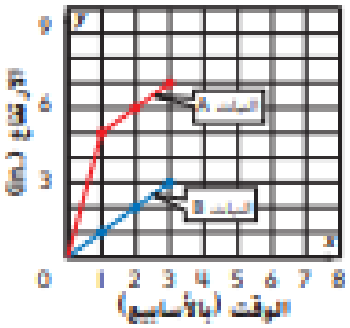
2.

السعرات الحرارية في أكواب الفاكهة	
الكؤوس (x)	السعرات الحرارية (y)
1	70
3	210
5	350



تناسبي، الرسم البياني خط مستقيم يمر بنقطة الأصل.

3. تم تسجيل طول نباتين بعد أسبوع وبعد أسبوعين وبعد ثلاثة أسابيع كما هو موضح في التمثيل البياني على الجانب الأيسر. ما النبات الذي يمثل نموه علاقة تناسبية بين الزمن والطول؟ اشرح. (البدل 3)



النبات "B"، الرسم البياني خط مستقيم يمر بنقطة الأصل.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة ماكجرو هيل للتعليم

4. يساوي محيط المربع 4 أمثال طول أي ضلع من أضلاعه.
حدد ما إذا كان محيط المربع متناسبًا مع طول ضلعه أم لا. اشرح.

تناسبية: الإجابة النموذجية: ستكون الأزواج المرتبة (0, 0)، (1, 4)، (2, 8). سيمثل ذلك خطًا مستقيمًا يمر بنقطة الأصل.

5. يتقاضى ناد صحي AED 35 كرسوم عضوية شهرية. حدد ما إذا كانت تكلفة العضوية تناسبية مع عدد الشهور أم لا. اشرح استنتاجك.

تناسبية: الإجابة النموذجية: ستكون الأزواج المرتبة (0, 0)، (1, 35)، (2, 70). سيمثل ذلك خطًا مستقيمًا يمر بنقطة الأصل.

مهارات التفكير العليا

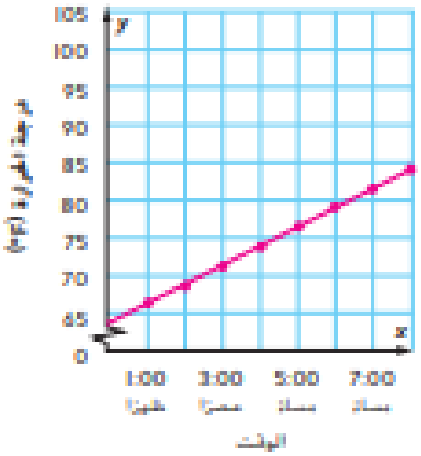
6. **التفكير بطريقة تجريدية** صف بعض البيانات التي إن تم تمثيلها بيانيًا ستمثل علاقة تناسبية. اشرح استنتاجك.

الإجابة النموذجية: ماء يملأ حوض سمك. سيكون مستوى الماء تناسبيًا مع عدد الدقائق لأن الرسم البياني سيكون خطًا مستقيمًا يمر بنقطة الأصل.

7. **المثابرة في حل المسائل** يوضح الجدول درجات حرارة الدفيئة الزراعية في أوقات معينة.
تحافظ الدفيئة الزراعية على درجات الحرارة بين 65°F و 85°F. لنفترض أن درجة الحرارة ترتفع بمعدل ثابت. ارسم تمثيلاً بيانيًا للوقت ودرجات الحرارة في كل ساعة بدءًا من الساعة 1:00 ظهرًا إلى 8:00 مساءً. هل العلاقة تناسبية أم لا؟ اشرح.

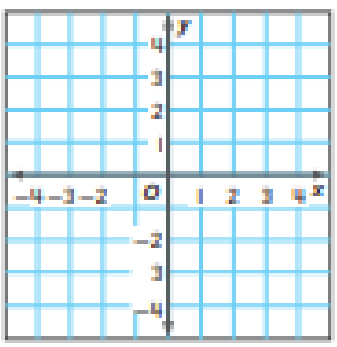
غير تناسبية. لا يمر الرسم عبر نقطة الأصل.

الزمن (x)	درجة الحرارة (y) (°F)
1:00 مساءً	65
6:00 مساءً	78.5
8:00 مساءً	83.5



8. **استخدام نماذج الرياضيات** اكتب مسألة من الحياة اليومية تصف علاقة تناسبية. ارسم جدولاً للقيم مثل الأزواج المرتبة بيانيًا على المستوى الإحداثي.

راقب عمل الطلاب.



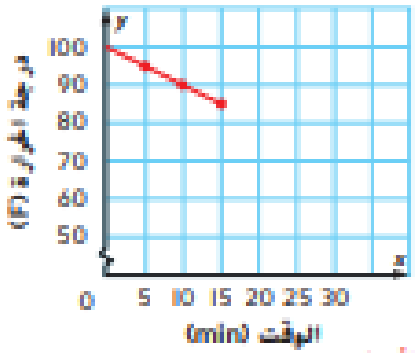
حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين إضافي

حدد ما إذا كانت العلاقة بين الكميتين الموضحتين في كل جدول تناسبية أم لا عن طريق التمثيل البياني على المستوى الإحداثي. اشرح استنتاجك.

9.

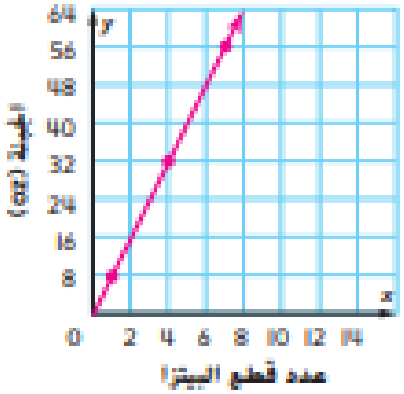
تبريد المياه	
درجة الحرارة (y) (°F)	الوقت (x) (min)
95	5
90	10
85	15



غير تناسبية. لا يمر الرسم عبر نقطة الأصل.

10.

وصفة البيتزا	
الجبن (y) (oz)	عدد قطاع البيتزا (x)
8	1
32	4
56	7



تناسبي. الرسم البياني خط مستقيم يمر بنقطة الأصل.

النمذجة والحل **حدد ما إذا كانت كل حالة تمثل علاقة تناسبية أم لا. مثّل بيانيًا على قصاصة ورقية. اكتب شرحًا لكل حالة.** انظر إلى الهامش للاطلاع على الرسوم البيانية.

11. **تبرير الاستنتاجات** تطير طائرة على ارتفاع 4,000 قدم وتهبط بمعدل 200 قدم في الدقيقة. حدد ما إذا كان الارتفاع متناسب مع عدد الدقائق أم لا. اشرح استنتاجك.

غير تناسبية. لا يمر الرسم عبر نقطة الأصل.

12. اشترى حسن وسالم خططًا للهاتف المحمول من تاجرين مختلفين. التكاليف للعديد من الدقائق موضحة. مثّل كل خطة بيانيًا لتحديد الخطة التناسبية مع عدد الدقائق التي تم استخدام الهاتف فيها. اشرح استنتاجك.

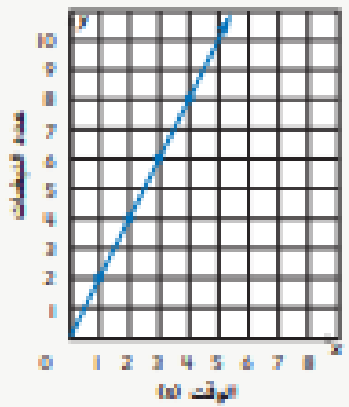
خطط الهاتف المحمول		
التكلفة الخاصة بسالم (AED)	التكلفة الخاصة بحسن (AED)	الوقت (min)
4.00	0	0
4.50	1.50	3
5.00	3.00	6

حسن؛ الإجابة النموذجية: الرسم البياني لخطته خط مستقيم يمر بنقطة الأصل.

Copyright © McGraw-Hill Education. Permission is granted to reproduce for classroom use.

أنطلق! تمرين على الاختبار

13. العلاقة بين عدد نبضات القلب والوقت الموضح في التمثيل البياني علاقة تناسبية. حدد ما إذا كان كل زوج مرتب يمثل نقطة من هذه العلاقة. حدد نعم أو لا.



a. (5, 10) ■ نعم ☐ لا

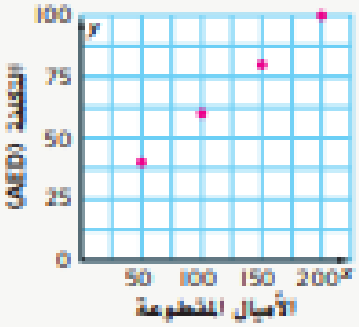
b. (14, 7) ☐ نعم ■ لا

c. (8, 16) ■ نعم ☐ لا

14. يوضح الجدول تكاليف الإيجار لشاحنة نقل.

تكاليف الإيجار				
الأميال التي تم قطعها	50	100	150	200
إجمالي التكلفة (AED)	40	60	80	100

مثل البيانات بيانيًا على المستوى الإحداثي واشرح ما إذا كانت العلاقة بين عدد الأميال والتكلفة الإجمالية تناسبية أم لا.



الإجابة النموذجية: العلاقة غير تناسبية لأن الخط الذي يمر عبر نقاط البيانات لا يمر بنقطة الأصل.

مراجعة شاملة

اكتب كل نسبة على هيئة كسر في أبسط صورة.

15. يحتوي فصل على 10 أولاد و 15 بنتًا. فما هي نسبة الأولاد إلى البنات؟ $\frac{2}{3}$

16. يوجد لدى وكيل سيارات 55 سيارة و 11 شاحنة صغيرة. ما هي نسبة السيارات إلى الشاحنات الصغيرة؟ $\frac{5}{1}$

17. يحتوي دُرج على 4 قمصان حمراء و 8 قمصان خضراء. ما هي نسبة القمصان الحمراء إلى العدد الإجمالي للقمصان؟ $\frac{1}{3}$

18. يبيع متجر 13 فنجان قهوة و 65 كوبًا من الشيكولاتة الساخنة. ما هي نسبة القهوة إلى الشيكولاتة الساخنة؟ $\frac{1}{5}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة محمد بن راشد للمعرفة

مختبر الاستكشاف

العلاقات التناسبية وغير التناسبية

الاستكشاف ما أوجه الشبه بين العلاقات الخطية التناسبية وغير التناسبية؟ وما أوجه الاختلاف بينهما؟

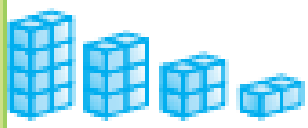
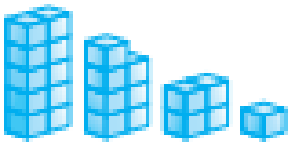
ممارسات رياضية 1، 3، 4

انضمت نورة ولمياء إلى مجموعة نقاش عبر الإنترنت. نشر كل طالب أربعة تعليقات. يوضح الجدول عدد الردود على كل تعليق. حدد ما إذا كانت كل مجموعة بيانات تمثل علاقة تناسب أم لا.

نشاط عملي

أدوات

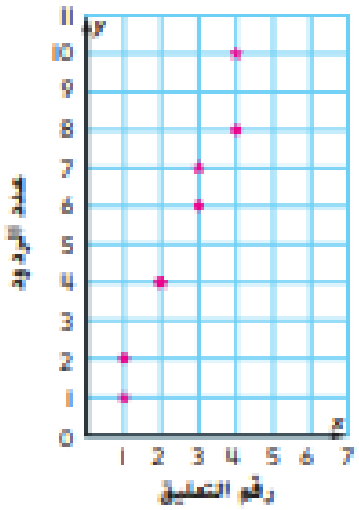
الخطوة 1 رتّب مكعبات المنتيبيز لصنع نموذج عدد الردود لكل تعليق كما هو موضح في المخطط أدناه.

الطالب	نورة (y)				لمياء (y)			
رقم التعليق	1	2	3	4	1	2	3	4
عدد الردود								

الخطوة 2 أكمل كلاً من الجداول التالية. ثم مثّل البيانات بيانيًا على المستوى الإحداثي. قد ترغب في استخدام قلم بلون مختلف لكل مجموعة بيانات.

تعليقات نورة	
عدد الردود (y)	رقم التعليق (x)
2	1
4	2
6	3
8	4

تعليقات لمياء	
عدد الردود (y)	رقم التعليق (x)
1	1
4	2
7	3
10	4



Houghton Mifflin Harcourt Publishing Company

التحليل والتفكير

تعاون مع زميلك للإجابة عن الأسئلة التالية.

1. صف أي أنماط موجودة في البيانات.

الإجابة النموذجية: يزداد عدد الردود على بيانات نورة بمقدار 2، بينما يزداد عدد الردود على بيانات لمياء بمقدار 3.

2. قم بتوصيل الأزواج المرتبة باستخدام خط مستقيم لكل تمثيل بياني. ثم صف التمثيلات البيانية.

الإجابة النموذجية: الرسم البياني الخاص بنورة عبارة عن خط مستقيم يمر عبر نقطة الأصل. الرسم البياني الخاص بلمياء عبارة عن خط مستقيم، إلا أنه لا يمر عبر نقطة الأصل.

3. تنبأ بالنقاط الثلاثة التالية على الرسم لكل من البيانات.

الإجابة النموذجية: ستكون النقاط الثلاثة التالية لبيانات نورة (5, 10) و(6, 12) و(7, 14).
ستكون النقاط الثلاثة التالية لبيانات لمياء (5, 13)، و(6, 16) و(7, 19).

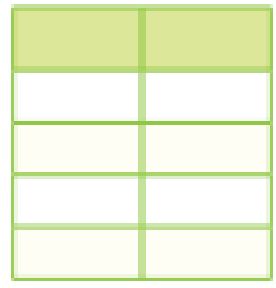
4. قارن بين العلاقات الموضحة في كل تمثيل بياني واذكر الاختلاف بينها. ما الذي تلاحظه؟

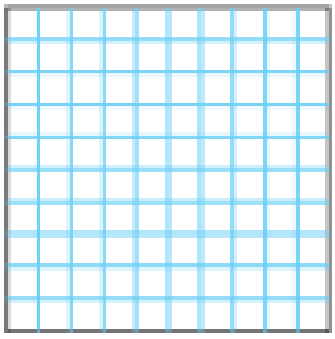
الإجابة النموذجية: تكون العلاقة تناسبية إذا كانت بمعدلات الوحدة متساوية وكان الرسم البياني خطًا مستقيمًا يمر عبر نقطة الأصل.

ابتكار

5. **استخدام نماذج الرياضيات** استخدم جدولاً وتمثيلاً بيانيًا لوصف حالة من الحياة اليومية تمثل علاقة تناسب. ثم اشرح كيف ستغير الحالة بحيث تمثل علاقة غير تناسبية.

الإجابة النموذجية: عدد الأميال التي تم قطعها في مدة ساعة وساعتين وثلاث ساعات وأربع ساعات بسرعة 60 ميلاً في الساعة سيكون تناسبيًا. ستكون العلاقة غير تناسبية إذا تغيرت السرعة من ساعة إلى التالية.





6. **اكتشف** ما مدى التشابه بين العلاقات الخطية التناسبية والعلاقات الخطية غير التناسبية؟ ما مدى الاختلاف بينهما؟

الإجابة النموذجية: الرسم البياني لكل نوع من العلاقات هو خط مستقيم. يمر الرسم البياني لعلاقة التناسب الخطية فقط بنقطة الأصل.

محفوظة الحقوق © لشركة ماكجرو هيل للتعليم