مدرسة الرواد النموذجية للتعليم الثانوي Grade12files

فيزياء الثاني عشر متقدم

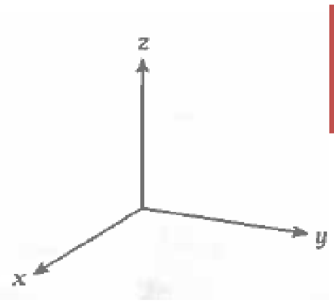
الحركةفي بعدين وثلاثةأبعاد

2018	ادرس	اجتهد	تفوق

MR:Mohamed atef

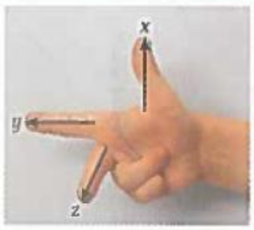
050 3136836

الحركة في بعدين و ثلاثة ابعاد



أنظمة الإحداثيات ثلاثية الأبعاد

في النظام الاحداثي الديكارتي يكون x , y في المستوي الأفقي و المحور z يكون رأسيا لأعلي



الشكل 3.3 نظام إحداثي ديكارتي xyz باليد اليمنى.

القاعدة المستخدمة قاعدة اليد اليمني

متجه الموضع في صورة احداثية $\vec{r} = (x, y, z) = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$

متجه السرعة في صورة احداثية $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z) = v_x\hat{x} + v_y\hat{y} + v_z\hat{z}.$

متجه السرعة= مشتقة الزمن لإزاحة

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}) = \frac{dx}{dt}\hat{x} + \frac{dy}{dt}\hat{y} + \frac{dz}{dt}\hat{z}.$$

وحيث أن متجه الوحدة=1 فيكون متجه السرعة

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}.$$

متجه العجلة = مشتقة الزمن للسرعة

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\hat{x} + \frac{dv_y}{dt}\hat{y} + \frac{dv_z}{dt}\hat{z}.$$

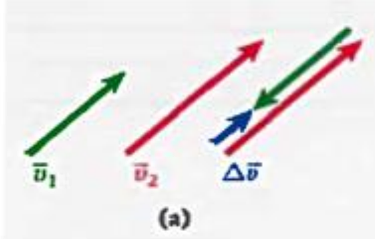
وبالتالي يمكن كتابته

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt}, \quad a_z = \frac{dv_z}{dt}.$$

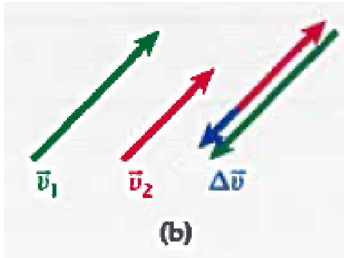
السرعة المتجهة والعجلة في بعدين أو ثلاثة أبعاد

لابد من معرفة ان العجلة ممكن لاتساوي صفر وحتي وان كان مقدار السرعة ثابت في هذه الحالة عكس الحركة في بعد واحد و يمكن حساب العجلة المتوسطة من خلال:- $\vec{a}_{ave} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}.$

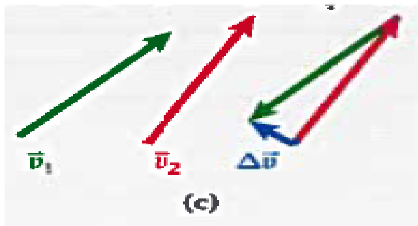
مثال علي تغير السرعة المتجهه خلال فاصل زمني محدد:-



السرعة الأبتدائية والنهائية المتجهة لهما الأتجاه نفسه ولكن السرعة النهائية أكبر من الأبتدائية ويكون التغير الناتج في السرعة ومتوسط العجلة في نفس الاتجاه(اتجاه ا لأكبر)



السرعة الأبتدائية والنهائية المتجهة لهما الأتجاه نفسه ولكن السرعة الأبتدائيةأكبر من النهائية وبالتالي يكون التغير في السرعة ومتوسط العجلة في التجاه المعاكس للسرعات المتجهه



السرعة الأبتدائية والنهائية لهما المقدار نفسه ولكن الأتجاه مختلف ومع ذلك التغير في السرعة ومتوسط العجلة لايساوي صفر لأن اتجاههم غير مرتبط

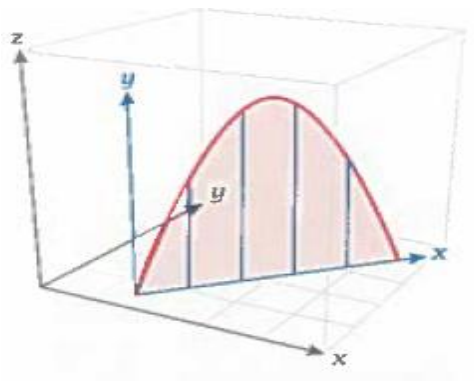
الخلاصة:— ينشأ متجه العجلة إذا تغير مقدار أو اتجاه السرعةوبالتالي يكون للجسم المتحرك في بعدين أو ثلاثة ابعاد يكون له عجلة

حركة المقذوفات المثالية

المقذوف المثالي:- جسم ينطلق بسرعة ابتدائية وبعد ذلك يتحرك تحت تاثير عجلة الجاذبية فقط وتهمل مقاومة الهواء فيها وسرعة الرياح ودوران المقذوف واي شي يوثر في رحلة المقذوف الحقيقية

مثال قذف كرة بيسبول في الهواء يمكن وصف الحركة في ثلاث ابعاد علي انها حركة بعدين

مثال اخر:- تنفيذ رمية حرة في كرة سلة وحركة الرصاصة او سيارة عالقة في الهواء



الشكل 3.5 مسار في ثلاثة أبعاد اختزل إلى مسار في بعدين.

متجه الموقع يكون:- $r = (x, y) = x\hat{x} + y\hat{y}$

متجه السرعة يكون:- $\vec{v} = (v_x, v_y) = v_x\hat{x} + v_x\hat{y} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right) = \frac{dx}{dt}\hat{x} + \frac{dy}{dt}\hat{y}.$

عجلة الحركة :- هي عجلة السقوط الحر وتكون لأسفل $\vec{a} = (0, -g) = -g\hat{y}.$

حركة المقذوف

الحركة الأفقية

$$x = x_0 + v_{x0}t$$

$$v_x = v_{x0}.$$

الحركة الرأسية

نفس معادلات السقوط الحر

$$y = y_0 + v_{y0}t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

$$y = y_0 + \bar{v}_y t$$

$$v_y = v_{y0} - gt$$

$$\bar{v}_y = \tfrac{1}{2}(v_y + v_{y0})$$

$$v_y^2 = v_{y0}^2 - 2g(y - y_0).$$

ملاحظات هامة على المقذوفات

1- السرعة الأفقية ثابتة ولكن السرعة الرأسية(موجبة) تقل كلما أرتفعنا لأعلي حتي الي صفر عند اقصي أرتفاعوبعد ذلك تزداد ولكن في الاتجاه السالب

2-عند أقص ارتفاع يكون هناك سرعة أفقية فقط وكذلك يوجد عجلة ثابته وهي عجلة السقوط الحرولاتساوي صفر

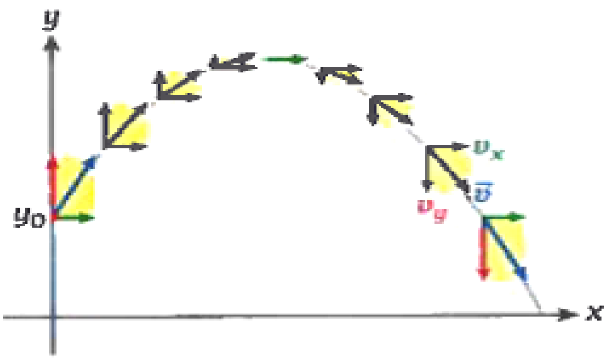
3- محصلة السرعة تكون مماسية دائما للمسار

وذلك لأن ميل متجه السرعة = $\frac{v_y}{v_x} = \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{dy}{dx}$

4- اقصي مدي افقي تكون الزاوية=45

5- أقصي مدي راسي تكون الزاوية=90

6- زيادة المدي بزيادة السرعة الأبتدائية



الشكل 3.10 رسم بياني لمسار قطع مكافئ يبيّن متجه السرعة ومركّباته الديكارتية في فواصل زمنية ثابتة

حساب القيمة المطلقة لمتجه السرعة :-

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2 - 2g(y - y_0)} = \sqrt{v_0^2 - 2g(y - y_0)}.$$

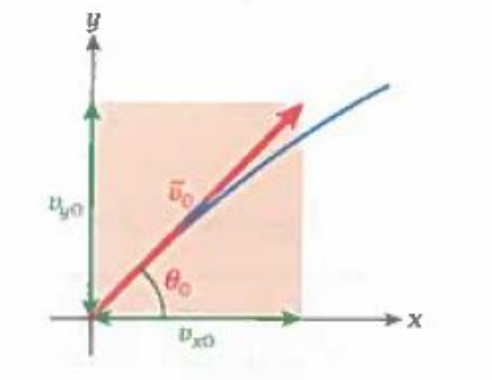
لا تعتمد القيمة المطلقة للسرعة المتجهة – السرعة – إلا على القيمة الابتدائية للسرعة والاختلاف بين الإحداثي y وارتفاع الإطلاق الابتدائي. ومن ثمّ، لا تعتمد زاوية الإطلاق الابتدائية

مثال:- إذا أطلقنا مقذوفًا من ارتفاع معين فوق سطح الأرض، وأردنا معرفة سرعته لحظة اصطدامه بالأرض، فلا يهم ما إذا تمّ إطلاق المقذوف مستقيمًا لأعلى أو أفقيًا أو مستقيمًا لأسفل.

مثال التصويب علي قرد:-

لابدمن مراعاة ان السهم والقرد يكونانفي حالة سقوط حر بعد خروج السهم مباشرتا" وانهم سوف يلتقيان في نقطه اسفل القرد مباشرتا"

شكل مسار المقذوف:-



الشكل 3.8 متجه السرعة الابتدائية $\vec{v}_0$ ومركّبتاه v_{x0} وv_{y0}.

لنتناول الآن مسار المقذوف في بعدين. لإيجاد y كدالة لـ x، نحل المعادلة $x = x_0 + v_{x0}t$ للزمن $t = (x - x_0)/v_{x0}$. ثم نعوّض عن t في المعادلة $y = y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$:

$$y = y_0 + v_{y0}t - \tfrac{1}{2}gt^2 \Rightarrow$$

وبالتعويض عن الزمن $x_0 = 0$

$$y = y_0 + \frac{v_{y0}}{v_{x0}}x - \frac{g}{2v_{x0}^2}x^2.$$

وبالتالي يمكن التعبير عن متجه السرعة واتجاهه

$$v_0 = \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2}$$

$$\theta_0 = \tan^{-1}\frac{v_{y0}}{v_{x0}}.$$

ولكن

$$v_{x0} = v_0 \cos\theta_0$$
$$v_{y0} = v_0 \sin\theta_0.$$

بعد التعبير بدلالة مقدار متجه السرعة الابتدائية واتجاهها، تصبح معادلة مسار المقذوف

$$y = y_0 + (\tan\theta_0)x - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta_0}x^2.$$

$$\boxed{y = x\tan\alpha - \frac{g}{2}\left[\frac{x}{v_0\cos\alpha}\right]^2}$$

ملحوظة علي القطع المكافئ المتماثل:-

1-المقذوف يأخذ الزمن نفسه ويقطع المسافة نفسهاعند تحركه من نطقة الأنطلاق لأعلي والعودة لنفس النقطة في الهبوط

2- سرعة المقذوف عند الصعود تساوي سرعته عند الهبوط ولكن اتجاه لأسفل عند نفس النقطه

أقصى ارتفاع ومدى للمقذوف

المدى الأفقي R

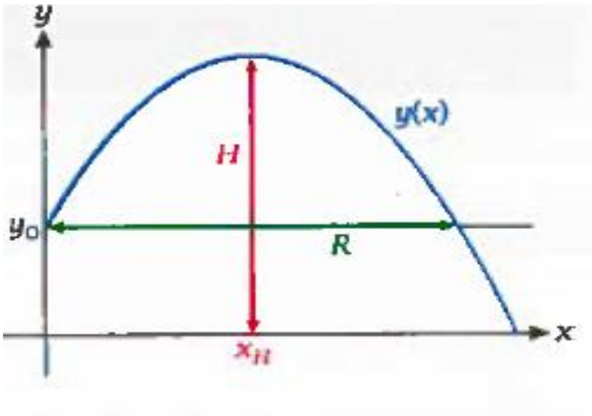
أقصى مدى، لقيمة ثابتة معينة v_0، عندما تكون $\theta_0 = 45°$.

$$R = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\theta_0$$

هو المسافة الأفقية بين نقطة القذف ونقطة الوصول إلى المستوى الأفقي المار بنقطة القذف

أقصى ارتفاع (ذروة المسار) H

هو أعلى نقطة (موضع) يصل إليها المقذوف عن المستوى الأفقي المار بنقطة القذف



الشكل 3.11 أقصى ارتفاع (باللون الأحمر) ومدى (باللون الأخضر) لمقذوف.

$$H = y_0 + \frac{v_{y0}^2}{2g}.$$

لاحظ أنّ المدى، R، يساوي ضعف قيمة الإحداثي x، أي x_H، الذي يبلغ فيه المسار أقصى ارتفاع، $R = 2x_H$.

أذا كان لدينا سرعة ابتدائية محددة وطلب منك مقدار تغير المدي مع زواية الأطلاق نأخذ مشتقة المدي بالنسبة لزاوية الاطلاق

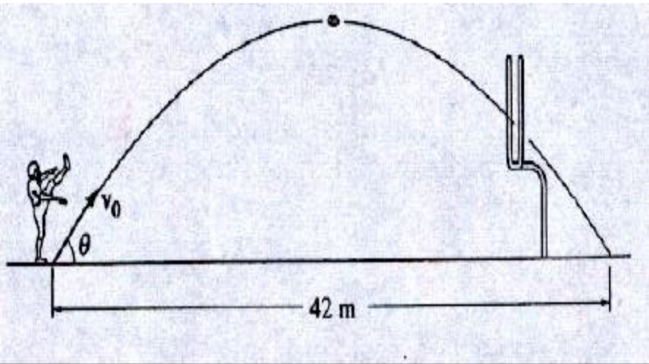
$$\frac{dR}{d\theta_0} = \frac{d}{d\theta_0}\left(\frac{v_0^2}{g}\sin 2\theta_0\right) = 2\frac{v_0^2}{g}\cos 2\theta_0.$$

أذا طلب منك حساب أقصي مدي أفقي تكون الزواية = 45

$$R_{max} = \frac{v_0^2}{g}.$$

مثال:- ركل لاعب كرة قدم 42متر في زمن قدره 3.6ثانية

جد السرعة الأبتدائية التي ركلت بها الكرة وزواية القذ ف ؟

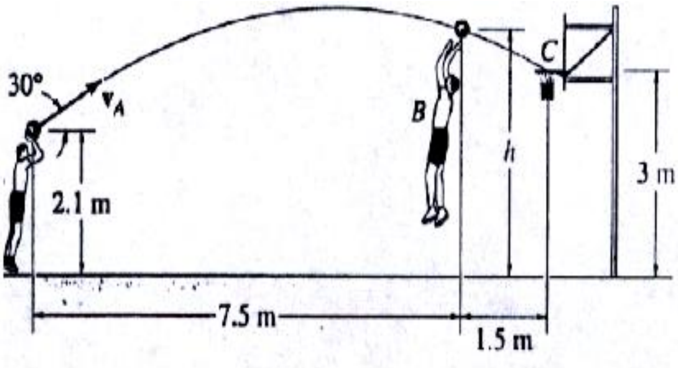


$$y = x\tan\theta - \frac{g}{2}\left[\frac{x}{v_A\cos\theta}\right]^2$$

$$\therefore 0 = 42\tan\theta - \frac{9.8}{2}[3.6]^2 \qquad \boxed{\therefore \theta = 56.52^\circ}$$

$$\because x = v_A\, t\cos\theta$$

$$\boxed{\therefore v_A = \frac{x}{t\cos\theta} = \frac{42}{3.6\cos 56.52}} \qquad \boxed{\therefore v_A = 21.15 m/s}$$



مثال:-أنظر للشكل امامك ثم جد

1- السرعة الأبتدائية لرمي الكرة ؟

2- ارتفاع الكرة عندما تمر من فوق الاعب B ؟

$$\text{Point B} = (7.5, y_b) \text{ and } \text{Point C} = (9, 0.9)$$

$$y = x\tan\theta - \frac{g}{2}\left[\frac{x}{\upsilon_A\cos\theta}\right]^2$$

Form Path Equation at C

$$0.9 = 9\tan 30 - \frac{9.8}{2}\left[\frac{9}{\upsilon_A\cos 30}\right]^2 \qquad \boxed{\therefore \upsilon_A = 11.1\text{m/s}}$$

Form Path Equation at B

$$y_b = 7.5\tan 30 - \frac{9.8}{2}\left[\frac{7.5}{11.1\cos 30}\right]^2 = 1.35m$$

$$\boxed{h = y_b + 2.1 = 3.45m}$$

مثال:- يقوم عامل حديقة برش النباتات فيندفع الماء من خرطوم الرش بسرعة 15 m/s. ويصنع الماء المندفع زواية 30 مع الأفقي جد 1- اقصي ارتفاع تصل إليه المياه ؟

2- المدي الأ فقي للمياه ؟

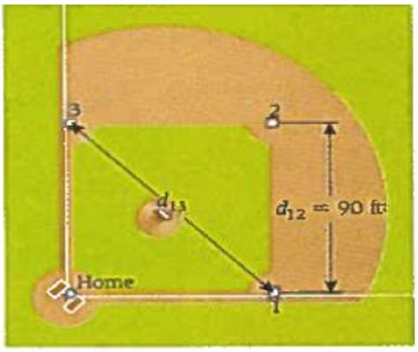
$$\boxed{y_{max} = \frac{(\upsilon_0\sin\theta)^2}{2g} = \frac{(15\sin 30)^2}{2(9.8)} = 2.87m}$$

$$y = x\tan\theta - \frac{g}{2}\left[\frac{x}{\upsilon_A\cos\theta}\right]^2$$

$$0 = R\tan 30 - \frac{9.8}{2}\left[\frac{R}{15\cos 30}\right]^2 \qquad \boxed{\therefore R = 19.9m}$$

المسألة رمي كرة بيسبول

ما أقصى ارتفاع تصل إليه كرة بيسبول إذا رُميت من القاعدة الثانية إلى القاعدة الأولى أو من القاعدة الثالثة إلى القاعدة الأولى، وفي كلتا الحالتين يتم ضربها من ارتفاع 6.0 ft وبسرعة 90 mi/h. ويتم الإمساك بها عند الارتفاع نفسه؟



الشكل 3.12 أبعاد ملعب بيسبول.

$d_{12} = 90 \text{ ft} = 90.\cdot 0.3048 \text{ m} = 27.432 \text{ m} \qquad d_{13} = d_{12}\sqrt{2} = 38.795 \text{ m}$

$v_0 = 90. \text{ mi/h} = 90.\cdot 0.44704 \text{ m/s} = 40.2336 \text{ m/s}.$

$y_0 = 6.0 \text{ ft} = 6.0\cdot 0.3048 \text{ m} = 1.8288 \text{ m}$

معادلة لأقصى ارتفاع،

$$d_{12} = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\theta_0 \Rightarrow \theta_0 = \tfrac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{d_{12}g}{v_0^2}\right). \qquad H = y_0 + \frac{v_0^2\sin^2\theta_0}{2g}.$$

تعبير زاوية الإطلاق في المعادلة الخاصة بأقصى ارتفاع نحصل على

$$H = y_0 + \frac{v_0^2\sin^2\left(\frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{d_{12}g}{v_0^2}\right)\right)}{2g}.$$

$$H = 1.8288 \text{ m} + \frac{(40.2336 \text{ m/s})^2\sin^2\left(\frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{(27.432 \text{ m})(9.81 \text{ m/s}^2)}{(40.2336 \text{ m/s})^2}\right)\right)}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} = 2.40285 \text{ m}.$$

المسألة

إذا انطلقت الكرة من المضرب بزاوية إطلاق 35.0° وسرعة ابتدائية 110 mph. فما المسافة التي ستقطعها الكرة في الهواء؟ ما المدة التي ستستغرقها في الهواء؟ كم ستكون سرعتها في أعلى نقطة في مسارها؟ كم ستكون سرعتها عندما تهبط إلى الأرض؟

$v_0 = 110 \text{ mph} = 49.2 \text{ m/s} \qquad R = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\theta_0 = \frac{(49.2 \text{ m/s})^2}{9.81 \text{ m/s}^2}\sin 70° = 231.6 \text{ m}.$

$$t = \frac{R}{v_0\cos\theta_0} = \frac{231.5 \text{ m}}{(49.2 \text{ m/s})(\cos 35°)} = 5.75 \text{ s}.$$

$v_0\cos\theta_0 = 40.3 \text{ m/s}$ وعند أقصي أرتفاع تكون هناك مركبة أفقية فقط للسرعة

$|\vec{v}| = \sqrt{v_0^2 - 2g(y - y_0)} \qquad 49.2 \text{ m/s}$

المسألة زمن التحليق

ما الزاوية والسرعة الابتدائيتان اللازمتان لركل الكرة بحيث يكون زمن تحليقها 4.41 s وتقطع مسافة 49.8 m (= 54.5 yd)؟

مدى المقذوف يتحدد من خلال

$$R=\frac{v_0^2}{g}\sin 2\theta_0.$$

زمن التحليق

$$t=\frac{R}{v_0\cos\theta_0}.$$

ومن ثمّ، لدينا معادلتان في مجهولين، v_0 و θ_0. (تذكّر أنّ R و t_0 معطيان في بيان المسألة.)

بسّط نحل كلتا المعادلتين $v_0{}^2$ ونجعلهما يساويان:

$$R=\frac{v_0^2}{g}\sin 2\theta_0 \Rightarrow v_0^2=\frac{gR}{\sin 2\theta_0}$$

$$t=\frac{R}{v_0\cos\theta_0} \Rightarrow v_0^2=\frac{R^2}{t^2\cos^2\theta_0}$$

$$\frac{gR}{\sin 2\theta_0}=\frac{R^2}{t^2\cos^2\theta_0}.$$

يمكننا الآن الحل لإيجاد قيمة θ_0. باستخدام $\sin 2\theta_0 = 2\sin\theta_0\cos\theta_0$. نجد أنّ

$$\frac{g}{2\sin\theta_0\cos\theta_0}=\frac{R}{t^2\cos^2\theta_0}$$

$$\Rightarrow \tan\theta_0=\frac{gt^2}{2R}$$

$$\Rightarrow \theta_0=\tan^{-1}\left(\frac{gt^2}{2R}\right).$$

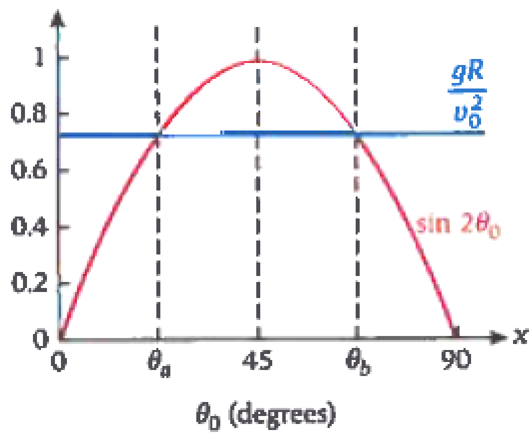
$$t=\frac{R}{v_0\cos\theta_0} \Rightarrow v_0=\frac{R}{t\cos\theta_0}.$$

$$\theta_0=\tan^{-1}\left(\frac{(9.81\ \text{m/s}^2)(4.41\ \text{s})^2}{2(49.8\ \text{m})}\right)=62.4331^\circ$$

$$v_0=\frac{49.8\ \text{m}}{(4.41\ \text{s})(\cos 62.4331^\circ)}=24.4013\ \text{m/s}.$$

المسألة زمن الرحلة

إذا كان الهدف يقع على الارتفاع نفسه الذي تمّ إطلاق كرة الجولف منه وعلى مسافة أفقية 22.42 m. فما المدة التي ستمكثها كرة الجولف في الهواء قبل أن تصل إلى الهدف؟



الشكل 3.14 حلّان للزاوية الابتدائية.

$$R=\frac{v_0^2}{g}\sin 2\theta_0. \qquad \sin 2\theta_0=\frac{gR}{v_0^2}. \qquad v_{x0}=v_0\cos\theta_0.$$

زمن الرحلة $t=\dfrac{R}{v_{x0}}.$

$$\theta_{a,b}=\tfrac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{Rg}{v_0^2}\right).$$

بالتعويض عن هذه النتيجة في صيغة المركّبة الأفقية للسرعة المتجهة نحصل على

$$t=\frac{R}{v_{x0}}=\frac{R}{v_0\cos\theta_0}=\frac{R}{v_0\cos\left(\frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{Rg}{v_0^2}\right)\right)}$$

عند التعويض بالارقام، نجد أنّ:

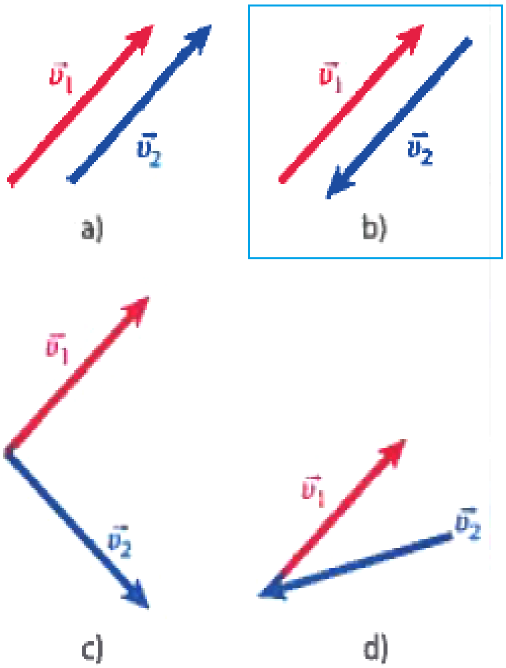
$$\theta_{a,b}=\tfrac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{(22.42\ \text{m})(9.81\ \text{m/s}^2)}{(17.2\ \text{m/s})^2}\right)=24.0128^\circ \ \text{or}\ 65.9872^\circ$$

$$t_a=\frac{R}{v_0\cos\theta_a}=\frac{22.42\ \text{m}}{(17.2\ \text{m/s})(\cos 24.0128^\circ)}=1.42699\ \text{s}$$

$$t_b=\frac{R}{v_0\cos\theta_b}=\frac{22.42\ \text{m}}{(17.2\ \text{m/s})(\cos 65.9872^\circ)}=3.20314\ \text{s}.$$

مراجعة المفاهيم 3.1

في جميع الحالات الموضّحة أدناه، يكون لمتجهي السرعة $\vec{v}_1$ و$\vec{v}_2$ الطول نفسه.
في أي حالة يكون لـ $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ القيمة المطلقة الأكبر؟



e) جميع الحالات متطابقة.

مراجعة المفاهيم 3.2

في جميع الحالات الموضّحة في مراجعة المفاهيم 3.1، يكون لمتجهي السرعة $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ الطول نفسه. في أي حالة يكون للعجلة $\vec{a} = \Delta\vec{v}/\Delta t$ القيمة المطلقة الأصغر؟

(a)

مراجعة المفاهيم 3.3

في أعلى مسار المقذوف، أي العبارات التالية صحيحة، إن وجدت؟

a) العجلة تساوي صفرًا.

b) المركّبة x للعجلة تساوي صفرًا.

c) المركّبة y للعجلة تساوي صفرًا.

d) السرعة تساوي صفرًا.

e) المركّبة x للسرعة المتجهة تساوي صفرًا.

f) المركّبة y للسرعة المتجهة تساوي صفرًا.

مراجعة المفاهيم 3.4

أُطلق مقذوف من ارتفاع ابتدائي $y_0 = 0$ بالنسبة إلى زاوية إطلاق معينة. إذا كانت سرعة الإطلاق مضاعفة، فماذا سيحدث للمدى، R، والوقت في الهواء، t_{air}؟

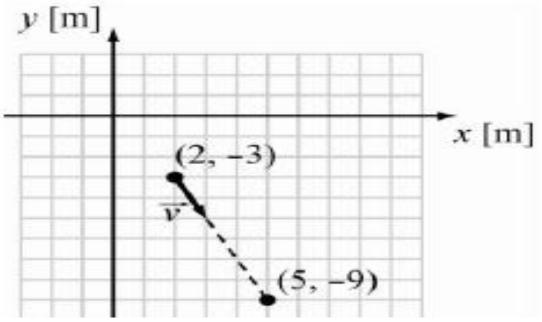
a) سيتضاعف كلّ من R و t_{air}.

b) سيتضاعف كلّ من R و t_{air} أربع مرات.

c) سيتضاعف R وسيبقى t_{air} كما هو.

d) سيتضاعف R أربع مرات وسيتضاعف t_{air}.

e) سيتضاعف R وسيتضاعف t_{air} أربع مرات.



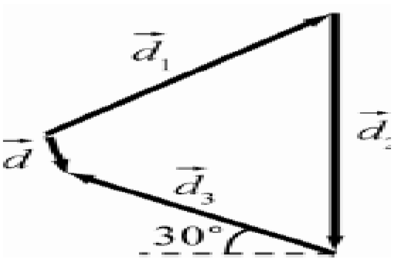
3.35 ما مقدار السرعة المتوسطة لجسم إذا تحرك الجسم من نقطة إحداثياتها $x = 5.0$ m, $y = -9.0$ m إلى نقطة إحداثياتها $x = 2.0$ m, $y = -3.0$ m في فاصل زمني قدره 2.4 s؟

$$d = \sqrt{(x_f - x_i)^2 + (y_f - y_i)^2}$$

$$v = d/t.$$

$$|\vec{v}| = \frac{\sqrt{(x_f - x_i)^2 + (y_f - y_i)^2}}{t}$$

$$|\vec{v}| = \frac{\sqrt{(5.0\text{ m} - 2.0\text{ m})^2 + ((-9.0\text{ m}) - (-3.0\text{ m}))^2}}{2.4\text{ s}} = 2.7951\text{ m/s}$$



3.36 يبحث رجل عن قطته بالتوجه أولاً 10.0 km ناحية الشمال الشرقي، ثم 12.0 km ناحية الجنوب مباشرة. وأخيراً 8.0 km باتجاه 30.0° ناحية شمال الغرب. ما مقدار واتجاه الإزاحة المحصلة لديه؟

SIMPLIFY: $d_x = d_{1x} + d_{2x} + d_{3x} = d_1\cos 45° - d_3\cos 30° = \left(1/\sqrt{2}\right)d_1 - \left(\sqrt{3}/2\right)d_3$

$d_y = d_{1y} + d_{2y} + d_{3y} = d_1\sin 45° - d_2 + d_3\sin 30° = \left(1/\sqrt{2}\right)d_1 - d_2 + (1/2)d_3$

CALCULATE: $d_x = \left(1/\sqrt{2}\right)(10\text{ mi}) - \left(\sqrt{3}/2\right)(8\text{ mi}) = 0.14286\text{ mi}$

$d_y = \left(1/\sqrt{2}\right)(10\text{ mi}) - 12\text{ mi} + (1/2)(8\text{ mi}) = -0.92893\text{ mi}$

$|\vec{d}| = \sqrt{(0.14286\text{ mi})^2 + (0.92893\text{ mi})^2} = 0.93985\text{ mi} = 1.5122\text{ km}$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-0.92893\text{ mi}}{0.14286\text{ mi}}\right) = -81.257°$

3.37 أثناء رحلة على قاربك الشراعي، تبحر لمسافة 2.00 km شرقًا، ثم 4.00 km باتجاه الجنوب الشرقي. وأخيرًا تبحر لمسافة إضافية في اتجاه مجهول. ويكون موقعك النهائي على مسافة 6.00 km مباشرة باتجاه الشرق من نقطة البداية. أوجد مقدار واتجاه الوجهة الثالثة من الرحلة.

SIMPLIFY: $\vec{d}_3 = \vec{d}_{\text{total}} - \vec{d}_1 - \vec{d}_2$

$$d_{3x} = d_{\text{total}\,x} - d_{1x} - d_{2x} = d_{\text{total}} \cos 0° - d_1 \cos 0° - d_2 \cos 45° = d_{\text{total}} - d_1 - d_2/\sqrt{2}$$

$$d_{3y} = d_{\text{total}\,y} - d_{1y} - d_{2y} = d_{tot} \sin 0° - d_1 \sin 0° - d_2 \sin 45° = 0 - 0 + d_2/\sqrt{2} = d_2/\sqrt{2}$$

$$\left|\vec{d}_3\right| = \sqrt{\left(d_{\text{total}} - d_1 - d_2/\sqrt{2}\right)^2 + \left(d_2/\sqrt{2}\right)^2}, \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{d_2/\sqrt{2}}{d_{\text{total}} - d_1 - d_2/\sqrt{2}}\right)$$

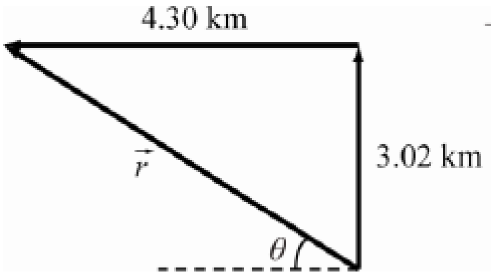
CALCULATE: $\left|\vec{d}_3\right| = \sqrt{\left(6.00\text{ km} - 2.00\text{ km} - 4.00\text{ km}/\sqrt{2}\right)^2 + \left(4.00\text{ km}/\sqrt{2}\right)^2} = 3.0615\text{ km}$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{4.00\text{ km}/\sqrt{2}}{6.00\text{ km} - 2.00\text{ km} - 4.00\text{ km}/\sqrt{2}}\right) = 67.500°$$

3.38 تقطع شاحنة مسافة 3.02 km شمالًا ثم تلتف يسارًا بمقدار 90.0° وتسير لمسافة 4.30 km أخرى. تستغرق الرحلة بأكملها 5.00 min.

a) عند استخدام نظام إحداثيات ثنائي الأبعاد على سطح الأرض بحيث يشير المحور y إلى اتجاه الشمال، ما صافي متجه الإزاحة للشاحنة في هذه الرحلة؟

b) ما مقدار السرعة المتوسطة لهذه الرحلة؟



(a) $\vec{r} = \left(-4.30\text{ km},\ 3.02\text{ km}\right)$

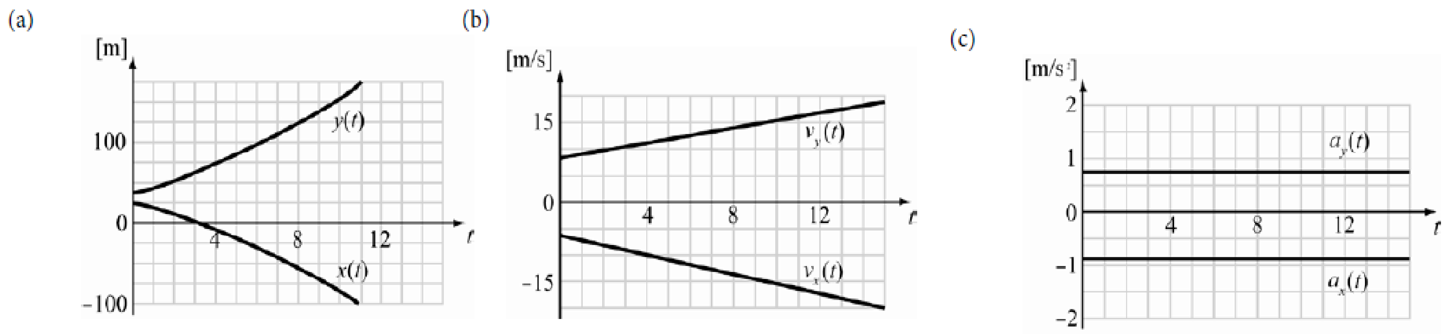
(b) $\left|\vec{v}\right| = \dfrac{d}{t} = \dfrac{\sqrt{x^2 + y^2}}{t} \qquad \left|\vec{v}\right| = \dfrac{\sqrt{(-4.30)^2 + (3.02)^2}}{300.\text{ s}} = 0.017515\text{ km/s}$

3.39• يجري أرنب في حديقة بحيث نحصل على المركّبتين x وy لإزاحته كدالتين للزمن من خلال $x(t) = -0.45t^2 - 6.5t + 25$, $y(t) = 0.35t^2 + 8.3t + 34$. (يُحسب كل من x وy بالمتر وt بالثانية)

a) احسب موقع الأرنب (المقدار والاتجاه) عند الزمن $t = 10.0$ s.

b) احسب السرعة المتجهة للأرنب عند الزمن $t = 10.0$ s.

c) حدّد متجه العجلة عند الزمن $t = 10.0$ s.



(a) $x(10.0) = -0.45(10.0)^2 - 6.5(10.0) + 25 = -85\ \text{m},\ \ y(10.0) = 0.35(10.0)^2 + 8.3(10.0) + 34 = 152\ \text{m}$

Now, insert these values into the magnitude and distance equations:

$$\left|\vec{r}\right| = \sqrt{(-85\ \text{m})^2 + (152\ \text{m})^2} = 174\ \text{m},\quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{152}{-85}\right) = -60.786^\circ$$

(b) $$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \frac{d\left(-0.45t^2 - 6.5t + 25\right)}{dt} = (-0.90t - 6.5)\ \text{m/s}$$

$$v_y(t) = \frac{dy(t)}{dt} = \frac{d\left(0.35t^2 + 8.3t + 34\right)}{dt} = (0.70t + 8.3)\ \text{m/s}$$

$$v_x(10.0) = -0.90(10.0) - 6.5 = -15.5\ \text{m/s},\ \ v_y(10.0) = 0.70(10.0) + 8.3 = 15.3\ \text{m/s}$$

$$\left|\vec{v}\right| = \sqrt{(-15.5)^2 + (15.3)^2} = 21.8\ \text{m/s},\quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{15.3}{-15.5}\right) = -44.6^\circ$$

(c) $$a_x(t) = \frac{dv_x(t)}{dt} = \frac{d(-0.90t - 6.5)}{dt} = -0.90\ \text{m/s}^2,\ \ a_y(t) = \frac{dv_y(t)}{dt} = \frac{d(0.70t + 8.3)}{dt} = 0.70\ \text{m/s}^2$$

The $\left|\vec{a}\right| = \sqrt{\left(-0.90\ \text{m/s}^2\right)^2 + \left(0.70\ \text{m/s}^2\right)^2} = 1.140\ \text{m/s}^2,\quad = \tan^{-1}\left(\frac{0.70}{-0.90}\right) = -37.87^\circ.$

3.40●● بعض سيارات الأجرة مثبت بها نظام GPS بحيث تتيح لشركة تأجير السيارات معرفة مكانك وسرعتك في أي وقت. يقود الموظف إحدى سيارات الأجرة هذه في جراج الشركة، وأثناء الفاصل الزمني من 0 إلى 10.0 s. تبيّن أنه يمكن إيجاد متجه موقعه كدالة للزمن من خلال

$$\vec{r}(t) = \{(24.4\ \text{m}) - t(12.3\ \text{m/s}) + t^2(2.43\ \text{m/s}^2),\ (74.4\ \text{m}) + t^2(1.80\ \text{m/s}^2) - t^3(0.130\ \text{m/s}^3)\}.$$

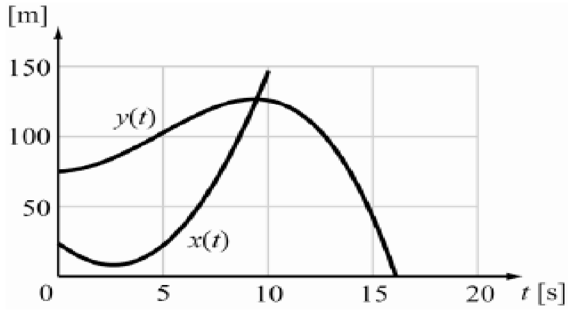
a) ما المسافة التي تبعدها هذه السيارة من نقطة أصل نظام الإحداثيات عندما يكون الزمن $t = 5.00$ s؟

b) ما متجه السرعة كدالة للزمن؟

c) ما السرعة عندما يكون الزمن $t = 5.00$ s؟

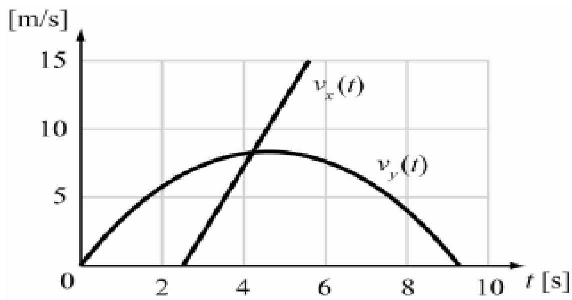
هل يمكنك تمثيل مسار السيارة بيانيًا في المستوى xy؟

(a)



(b) See sketch above.

(c)



(a) $\vec{r}(5) = (24.4\ \text{m}) - 5(12.3\ \text{m/s}) + (5)^2(2.43\ \text{m/s}^2), (74.4\ \text{m}) + (5)^2(1.80\ \text{m/s}^2) - (5)^3(0.130\ \text{m/s}^3)$

$= (23.65\ \text{m},\ 103.150\ \text{m})$

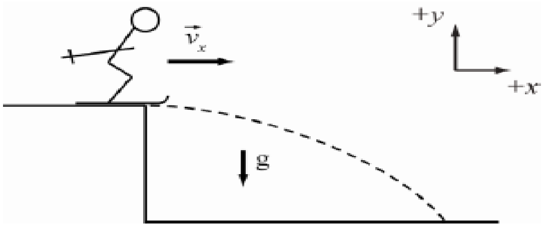
$d = |r| = \sqrt{x^2 + y^2}$. $d = |r| = \sqrt{(23.65\ \text{m})^2 + (103.150\ \text{m})^2} = 105.8265\ \text{m}.$

(b) $\vec{v}(t) = \dfrac{dr(t)}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left(\left[24.4 - 12.3t + 2.43t^2\right],\ \dfrac{d}{dt}\left[74.4 + 1.80t^2 - 0.130t^3\right]\right)$

$= \left(-12.3\ \text{m/s} + 4.86t\ \text{m/s}^2,\ 3.60t\ \text{m/s}^2 - 0.390t^2\ \text{m/s}^3\right)$

(c) $v(5) = \left(-12.3\ \text{m/s} + 4.86(5)\ \text{m/s}^2,\ 3.60(5)\ \text{m/s}^2 - 0.390(5)^2\ \text{m/s}^3\right) = (12.0\ \text{m/s},\ 8.25\ \text{m/s})$

$|\vec{v}| = \sqrt{(12.0\ \text{m/s})^2 + (8.25\ \text{m/s})^2} = 14.5624\ \text{m/s}$

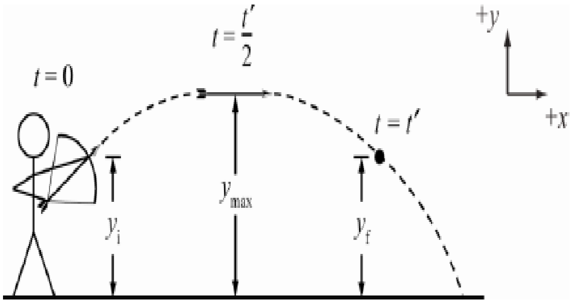


3.41 تنطلق إحدى المتزلّجات في قفزة تزلّجية بسرعة متجهة أفقية قدرها 30.0 m/s (بدون مركّبة رأسية للسرعة المتجهة). ما مقدار المركّبات الأفقية والرأسية لسرعتها المتجهة قبل أن تهبط مباشرة بعد 2.00 s؟

$$v_{ix} = v_{fx} \text{ and } v_{fy} = v_{iy} + at.$$

$$v_{fy} = 0 - gt = -gt$$

$$v_{fx} = 30.0 \text{ m/s} \text{ and } v_{fy} = -(9.81 \text{ m/s}^2)(2.00 \text{ s}) = -19.62 \text{ m/s}.$$

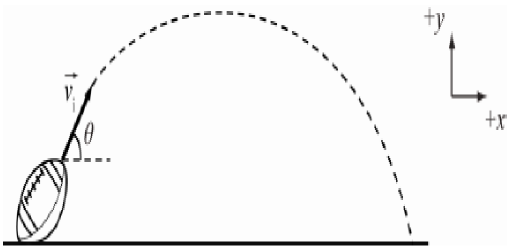


3.42 يطلق رامي السهام سهمًا من ارتفاع 1.14 m فوق الأرض بسرعة ابتدائية 47.5 m/s وزاوية إطلاق 35.2° أعلى المستوى الأفقي. في أي وقت بعد إطلاق السهم من القوس سيسلك السهم الاتجاه الأفقي تمامًا؟

$$t' \neq 0, \quad t' = \frac{2v\theta\sin}{g} \qquad t = \frac{t'}{2} = \frac{v\theta\sin}{g}.$$

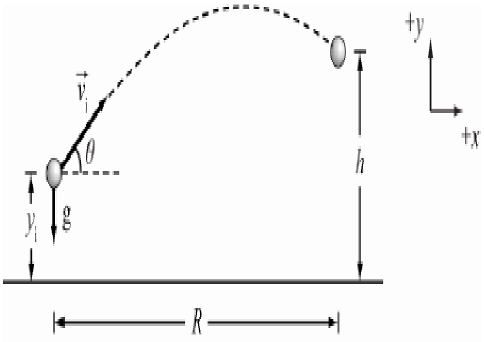
عند اقصى ارتفاع

$$t = \frac{(47.5 \text{ m/s})\sin(35.2°)}{9.81 \text{ m/s}^2} = 2.7911 \text{ s}$$



3.43 رُكلت كرة قدم بسرعة ابتدائية 27.5 m/s وزاوية إطلاق 56.7°. ما زمن تحليقها (الفترة حتى تلمس الأرض مرة أخرى)؟

$$y_f - y_i = v_{iy}t + \frac{1}{2}at^2 \qquad t \Rightarrow \quad = \frac{2v\theta\sin}{g} \qquad t = \frac{2(27.5 \text{ m/s})\sin(56.7°)}{9.81 \text{ m/s}^2} = 4.6860 \text{ s}$$



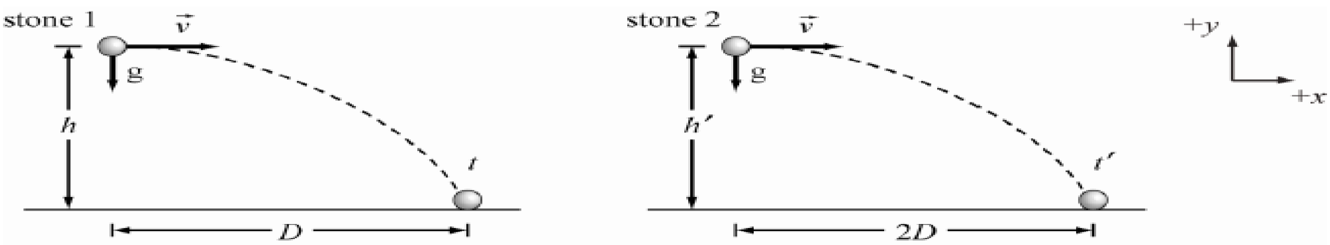
3.44 تضرب كرة تنس من ارتفاع 1.80 m فوق سطح الأرض. تترك الكرة مضربك بسرعة 18.0 m/s وزاوية 7.00° أعلى المستوى الأفقي. تبلغ المسافة الأفقية من الخط الخلفي للملعب إلى الشبكة 11.83 m في حين يبلغ ارتفاع الشبكة 1.07 m. تجاهل أي دوران تكتسبه الكرة وكذلك تأثيرات مقاومة الهواء. هل تخطت الكرة الشبكة؟ إذا كانت الإجابة نعم، فما المسافة التي تخطت بها الشبكة؟ إذا لم تخطها، فما المسافة التي تنقصها لتخطي الشبكة؟

$$\Delta h = y_i - h + R\tan - \frac{gR^2}{2v\theta\cos^2}.$$

$$\Delta h = (1.8\text{ m} - 1.07\text{ m}) + (11.83\text{ m})\tan(7.00°) - \frac{(9.81\text{ m/s}^2)(11.83\text{ m})^2}{2(18.0\text{ m/s})^2\cos^2(7.00°)} = 0.031929\text{ m}$$

3.45 يُقذف حجران أفقيًا وبالسرعة المتجهة نفسها من مبنيين. يهبط أحد الحجرين على الأرض بعيدًا بضعف المسافة عن الحجر الآخر. حدّد النسبة بين ارتفاع المبنيين.

SKETCH:

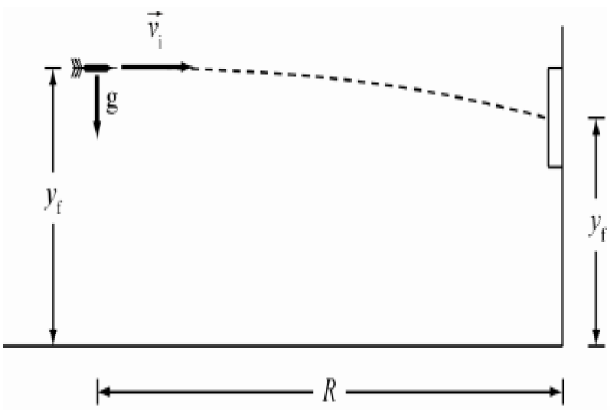


RESEARCH: $x_f - x_i = vt$ and $y_f - y_i = v_{iy}t + \frac{1}{2}at^2$.

SIMPLIFY: $D = vt \Rightarrow t = \frac{D}{v}$, $2D = vt' \Rightarrow t' = \frac{2D}{v}$, $-h = 0 - \frac{1}{2}gt^2 = -\frac{gD^2}{2v^2}$.

$$-h' = 0 - \frac{1}{2}g(t')^2 = -\frac{4gD^2}{2v^2} = -\frac{2gD^2}{v^2}$$

CALCULATE: $\frac{h'}{h} = \frac{(2gD^2/v^2)}{(gD^2/2v^2)} = 4$



3.46 تقوم بممارسة رمي السهام المريشة في غرفتك. وتقف على مسافة 3.00 m من الحائط الذي علقت عليه اللوحة. ينطلق السهم من يدك بسرعة متجهة أفقية عند نقطة ارتفاعها 2.00 m فوق سطح الأرض. يلتصق السهم باللوحة عند نقطة ارتفاعها 1.65 m من الأرض. احسب:

a) الوقت الذي استغرقه السهم في الهواء،
b) السرعة الابتدائية للسهم،
c) السرعة المتجهة للسهم عند اصطدامه باللوحة.

(a) $y_f - y_i = v_{iy}t + \frac{1}{2}at^2$ and $v_{iy} = 0$ and $a = -g$. $\quad y_f - y_i = 0 - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{-2(y_f - y_i)}{g}}$

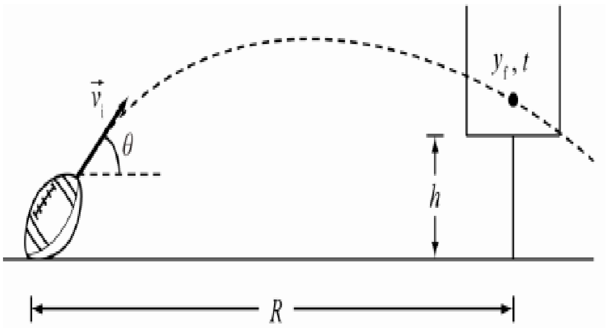
(a) $t = \sqrt{\frac{-2(1.65\text{ m} - 2.00\text{ m})}{9.81\text{ m/s}^2}} = 0.26712\text{ s}$

(b) $v_{ix} = v_{fx}$ and $R = v_{ix}t$. $\quad v_i = v_{ix} = \frac{R}{t} \quad v_i = \frac{3.0\text{ m}}{0.26712\text{ s}} = 11.231\text{ m/s}$

(c) $\vec{v_f} = v_{fx}\hat{x} + v_{fy}\hat{y}$; $v_{fy} = v_{iy} + at$; and $|\vec{v_f}| = \sqrt{v_{fx}^2 + v_{fy}^2}$.

$v_{fy} = -gt \Rightarrow \vec{v_f} = v_i\hat{x} - gt\hat{y} \Rightarrow |\vec{v_f}| = \sqrt{v_i^2 + (-gt)^2}$

$|\vec{v_f}| = \sqrt{(11.231\text{ m/s})^2 + ((-9.81\text{ m/s}^2)(0.26712\text{ s}))^2} = 11.532\text{ m/s}$



3.47 يركل لاعب كرة قدم الكرة بسرعة 22.4 m/s وبزاوية 49.0° أعلى المستوى الأفقي من مسافة 39.0 m من المرمى.

a) ما المسافة التي تخطت بها الكرة العارضة أو المسافة المتبقية لتخطيها إذا كانت العارضة على ارتفاع 3.05 m؟

b) ما السرعة المتجهة الرأسية للكرة في الوقت الذي تصل فيه إلى المرمى؟

$R = v_{ix}t$; $y_f - y_i = v_{iy}t + \frac{1}{2}at^2$; $v_{fy} = v_{iy} + at$; $v_{ix} = v_i\cos\theta$; and $v_{iy} = v_i\sin\theta$.

(a) $\Delta h = -3.05\text{ m} + (39.0\text{ m})\tan(49.0°) - \frac{(9.81\text{ m/s}^2)(39.0\text{ m})^2}{2(22.4\text{ m/s})^2\cos^2(49.0°)} = 7.2693\text{ m}$

(b) $v_{fy} = v_i\sin\theta - \frac{gR}{v_i\cos\theta} \quad v_{fy} = (22.4\text{ m/s})\sin(49.0°) - \frac{(9.81\text{ m/s}^2)(39.0\text{ m})}{(22.4\text{ m/s})\cos(49.0°)} = -9.1286\text{ m/s}$

3.48 يستغرق جسم تم إطلاقه بزاوية 35.0° أعلى المستوى الأفقي الزمن 1.50 s ليصل إلى آخر مسافته الرأسية البالغة 15.0 m وآخر مسافته الأفقية البالغة 10.0 m. ما السرعة التي تم إطلاق الجسم بها؟ (ملحوظة: لا تنص المسألة على أن الارتفاع الابتدائي والنهائي للجسم متماثلان!)

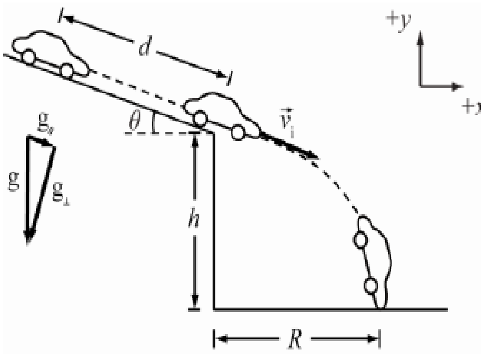
$v_i\cos\theta = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow v_i = \frac{d}{\cos\theta\Delta t}$. $\quad v_i = (10.0\text{ m})/[\cos(35.0°)(1.50\text{ s})] = 8.138497\text{ m/s}$

3.49 يُستخدم سير ناقل لنقل الرمال من مكان إلى آخر داخل مصنع. يتم إمالة السير بزاوية 14.0° فوق المستوى الأفقي حيث تتحرك الرمال دون أن تنزلق بمعدل 7.00 m/s. وتُجمع الرمال في برميل كبير على مسافة 3.00 m أسفل طرف السير الناقل. حدِّد المسافة الأفقية بين طرف السير الناقل ومنتصف برميل التجميع.

$$d = \frac{\tan\theta \pm \sqrt{\tan^2\theta + 2\left(gh/\left(v_i^2\cos^2\theta\right)\right)}}{g/\theta\left(v_i^2\cos^2\;\right)}.$$

$$d = \frac{\tan(14.0°) \pm \sqrt{\tan^2(14.0°) + 2(9.81\ \text{m/s}^2)(3.00\ \text{m})/\left[(7.00\ \text{m/s})^2\cos^2(14.0°)\right]}}{9.81\ \text{m/s}^2\left[(7.00\ \text{m/s})^2\cos^2(14.0°)\right]}$$

$$= 6.6122\ \text{m or } -4.2672\ \text{m}$$



3.50 تقف سيارة صديقك على جرف مطل على المحيط يميل بشكل زاوية 17.0° أسفل المستوى الأفقي، تعطلت الفرامل وتحركت السيارة من حالة السكون إلى أسفل المنحدر لمسافة 29.0 m إلى حافة الجرف. وهو على ارتفاع 55.0 m فوق سطح المحيط. ولسوء الحظ استمرت في الانحدار لتسقط في المحيط.

a) أوجد موقع السيارة بالنسبة إلى قاعدة الجرف عند سقوط السيارة في المحيط.

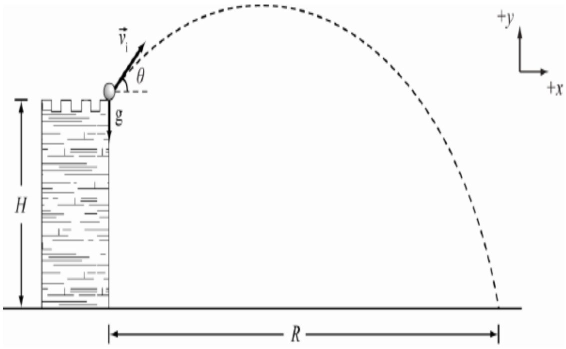
b) أوجد المدة الزمنية التي استغرقتها السيارة في الهواء.

$$g_\parallel = g\sin\theta\ ;\ v_f^2 = v_i^2 + 2ad\ ;\ R = v_{ix}t\ ;\ y_f - y_i = v_{iy}t + \frac{1}{2}gt^2\ ;\ v_{ix} = v_i\cos\theta\ ;\ \text{and}\quad v_{iy} = v_i\sin\theta$$

$$\text{(a)}\ R = \frac{-\tan(17°) \pm \sqrt{\tan^2(17°) + 55.0\ \text{m}/\left((29.0\ \text{m})\cos^2(17°)\sin(17°)\right)}}{1/\left(2(29.0\ \text{m})\cos^2(17°)\sin(17°)\right)}$$

$$= 36.8323\ \text{m or } -46.3148\ \text{m}$$

$$\text{(b)}\ t = \frac{36.8323\ \text{m}}{\left(\sqrt{2(9.81\ \text{m/s}^2)(29.0\ \text{m})\sin(17°)}\right)\cos(17°)} = 2.9862\ \text{s}$$



3.51• أطلق جسم بسرعة 20.0 m/s من أعلى برج شاهق. والارتفاع y للجسم كدالة للزمن t المنقضي من لحظة الإطلاق هو $y(t) = -4.90t^2 + 19.32t + 60.0$ حيث يُحسب h بالمتر و t بالثانية. حدّد:

a) ارتفاع H البرج.

b) زاوية الإطلاق.

c) المسافة الأفقية التي تخطيها الجسم قبل أن يسقط على الأرض.

$$y(t) = -4.90t^2 + 19.32t + 60.0;\quad R = v_{ix}t;\quad y_f - y_i = v_{iy}t + \frac{1}{2}at^2;\quad v_{iy} = v_i \sin\theta;\ \text{and}\quad v_{ix} = v_i\cos\theta.$$

(a) $y_f = y_i + v_i \sin\theta t - \frac{1}{2}gt^2$, where $(1/2)g = 4.90\ \text{m/s}^2$, $v_i \sin\theta = 19.32\ \text{m/s}$, and $y_i = 60.0$ m.

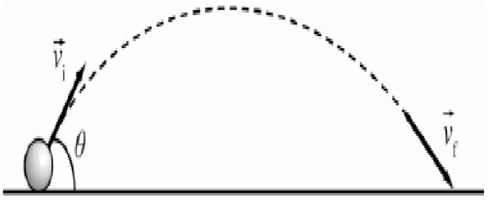
(b) $\sin\theta = \dfrac{19.32\ \text{m/s}}{v_i} \Rightarrow \theta = \sin^{-1}\left(\dfrac{19.32}{v_i}\right)$ $\quad \theta = \sin^{-1}\left(\dfrac{19.32\ \text{m/s}}{20.0\ \text{m/s}}\right) = 75.02°$

(c) $0 = y_i + v_i \sin\theta t - \frac{1}{2}gt^2 = y_i + R\tan\theta - \dfrac{gR^2}{2v_i^2\cos^2\theta}$ $\quad \left(\text{since } t = \dfrac{R}{v_i\cos\theta}\right)$

Therefore, $\left(\dfrac{g}{2v_i^2\cos^2\theta}\right)R^2 - (\tan\theta)R - y_i = 0$. Using the quadratic formula,

$$R = \frac{\tan\theta \pm \sqrt{\tan^2\theta + \dfrac{2y_i g}{v_i^2\cos^2\theta}}}{g/\left(v_i^2\cos^2\theta\right)}.$$

$$\text{(c)}\ R = \frac{\tan(75.02°) \pm \sqrt{\tan^2(75.02°) + \dfrac{2(60.0\ \text{m})(9.81\ \text{m/s}^2)}{(20.0\ \text{m/s})^2\cos^2(75.02°)}}}{\dfrac{9.81\ \text{m/s}^2}{(20.0\ \text{m/s}^2)\cos^2(75.02°)}} = 30.9386\ \text{m or } -10.5715\ \text{m}$$



3.52• أطلق مقذوف بزاوية 60.0° أعلى المستوى الأفقي على أرض مستوية. تبيّن أن التغيّر في سرعته المتجهة بين الإطلاق وقبل الهبوط مباشرة هو $\Delta\vec{v} \equiv \vec{v}_{\text{landing}} - \vec{v}_{\text{launch}} = -20.0\hat{y}$ m/s. ما السرعة المتجهة الابتدائية للمقذوف؟ ما السرعة المتجهة النهائية قبل الهبوط؟

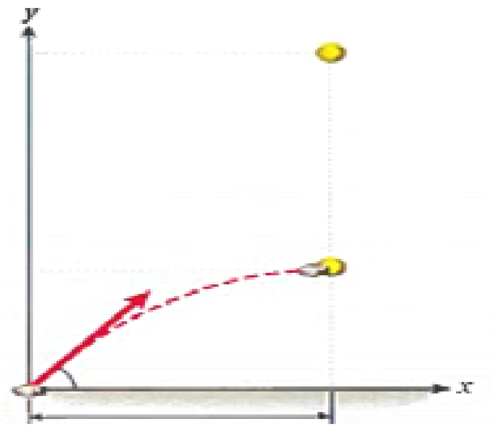
$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_f - \vec{v}_i;\quad \vec{v} = v_x\hat{x} + v_y\hat{y};\quad v_{ix} = v_{fx};\quad v_{iy} = -v_{fy};\quad v_x = v\cos\theta;\ \text{and}\quad v_y = v\sin\theta$$

$$\Delta\vec{v} = \left(v_{fx}\hat{x} + v_{fy}\hat{y}\right) - \left(v_{ix}\hat{x} + v_{iy}\hat{y}\right) = \left(v_{fx} - v_{ix}\right)\hat{x} + \left(v_{fy} - v_{iy}\right)\hat{y} = -2v_{iy}\hat{y} = -2v_i\sin\theta$$

$$v_i = \frac{\Delta v}{-2\sin\theta}\ \text{and}\ v_{ix} = v_i\cos\theta = \frac{\Delta v}{-2\tan\theta}.$$

$-2v_{iy} = -20\ \text{m/s} \Rightarrow v_{iy} = 10$ m/s. Therefore, $v_{fy} = -10$ m/s and

$$v_{ix} = \frac{-20\ \text{m/s}}{-2\tan(60°)} = 5.7735\ \text{m/s}.$$



3.53•• يوضح الشكل مسارات كرة تنس يسقطها صديقك من نافذة شقته وصخرة تقذفها أنت من الأرض في اللحظة نفسها. تصطدم الصخرة والكرة عند $x = 50.0$ m، $y = 10.0$ m و $t = 3.00$ s. في حالة إسقاط الكرة من ارتفاع 54.1 m. حدّد السرعة المتجهة للصخرة في البداية وعند اصطدامها بالكرة.

$x - x_0 = v_{x0}t$ and $y - y_0 = v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$ with $x_0 = y_0 = 0$ $\quad v_x = v_{x0}$ and $v_y = v_{y0} - gt$.

$v_{x0} = x/t$ and $v_{y0} = (y + \frac{1}{2}gt^2)/t = y/t + \frac{1}{2}gt$

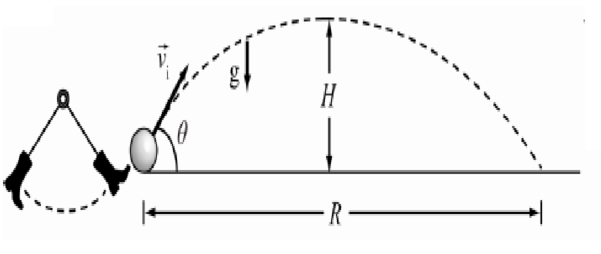
$$v_x = v_{x0} = \frac{50.0 \text{ m}}{3.00 \text{ s}} = 16.667 \text{ m/s},$$

$$v_{y0} = \frac{10.0 \text{ m} + \frac{1}{2}(9.81 \text{ m/s}^2)(3.00 \text{ s})^2}{3.00 \text{ s}} = 18.0483 \text{ m/s},$$

$$|\vec{v}_i| = \sqrt{(16.667 \text{ m/s})^2 + (18.0483 \text{ m/s})^2} = 24.57 \text{ m/s}, \quad \theta_0 = \tan^{-1}\left(\frac{18.0483}{16.6667}\right) = 47.28^\circ$$

$$v_y = 18.0483 \text{ m/s} - (9.81 \text{ m/s}^2)(3.00 \text{ s}) = -11.3817 \text{ m/s}$$

$$|\vec{v}_f| = \sqrt{(16.667 \text{ m/s})^2 + (-11.3817 \text{ m/s})^2} = 20.18 \text{ m/s}, \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{-11.3817}{16.6667}\right) = -34.33^\circ$$



3.54 في مسابقة بمعرض العلوم، صمّم مجموعة من طلاب المرحلة الثانوية جهاز قذف يمكنه إطلاق كرة جولف من نقطة الأصل بسرعة متجهة 11.2 m/s وبزاوية إطلاق 31.5° بالنسبة إلى المستوى الأفقي.

a) أين ستسقط كرة الجولف على الأرض؟

b) كم سيبلغ ارتفاعها عند أعلى نقطة في مسارها؟

c) ما متجه سرعة الكرة (بالمركّبات الديكارتية) عند أعلى نقطة في مسارها؟

d) ما متجه عجلة الكرة (بالمركّبات الديكارتية) عند أعلى نقطة في مسارها؟

(a) $R = \dfrac{(11.2 \text{ m/s})^2 \sin(63^\circ)}{9.81 \text{ m/s}^2} = 11.393 \text{ m}$

(b) $H = \dfrac{(11.2 \text{ m/s})^2 \sin^2(31.5^\circ)}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} = 1.7454 \text{ m}$

(c) $v = (11.2 \text{ m/s})\cos(31.5^\circ)\hat{x} = 9.5496\hat{x} \text{ m/s}$

(d) $\vec{a} = -9.81\hat{y} \text{ m/s}^2$

3.55 إذا كنت تريد استخدام منجنيق لقذف الصخور وكان أقصى مدى تريد أن تصل إليه هذه المقذوفات هو 0.67 km. فما السرعة الابتدائية اللازمة للصخور للخروج من المنجنيق؟

$$v_i = \sqrt{\frac{gR}{\sin(2\theta)}}$$

$$v_i = \sqrt{\frac{(9.81\text{ m/s}^2)(670\text{ m})}{\sin(2\cdot 45°)}} = 81.072\text{ m/s}$$

3.56 ما أقصى ارتفاع فوق سطح الأرض يمكن أن يصل إليه مقذوف كتلته 0.790 kg تم إطلاقه من مستوى سطح الأرض، إذا كانت سرعته الابتدائية تبلغ 80.3 m/s؟

$$H = \frac{v_i^2 \sin^2\theta}{2g} \qquad H = \frac{(80.3\text{ m/s})^2 \sin^2(90.0°)}{2(9.81\text{ m/s}^2)} = 328.65\text{ m}$$

3.57• أثناء إحدى مباريات كرة القدم، طُلب منك ركل الكرة لصالح فريقك. وركلتها بزاوية 35.0° وبسرعة متجهة 25.0 m/s. في حال وصلت الكرة بشكل مستقيم إلى عمق الملعب، حدّد متوسط السرعة التي يجب على الظهير المتقدم بالفريق المنافس الواقف على مسافة 70.0 m أن يجري بها ليمسك بالكرة عند الارتفاع نفسه الذي أطلقتها منه. افترض أن الظهير المتقدم بدأ بالركض بعد ركل الكرة بقدمك مع تجاهل مقاومة الهواء.

$$R = \frac{v_B^2 \sin 2\theta}{g} \quad \text{and} \quad 0 = v_B \sin\theta t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \frac{2v_B \sin\theta}{g}.$$

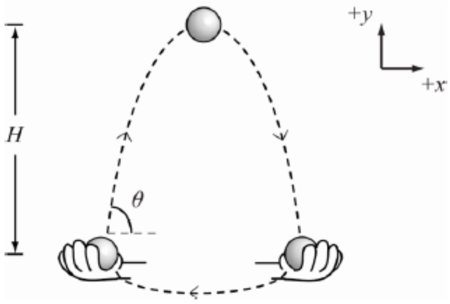
$$v_R = \frac{d-R}{t} = \frac{d - \left(\frac{v_B^2 \sin 2\theta}{g}\right)}{\left(\frac{2v_B \sin\theta}{g}\right)} = \frac{dg}{2v_B \sin\theta} - v_B\cos\theta$$

$$v_R = \frac{(70.0\text{ m})(9.81\text{ m/s}^2)}{2(25.0\text{ m/s})\sin(35.0°)} - (25.0\text{ m/s})\cos(35.0°) = 3.466\text{ m/s}$$

3.58• باتباع نظرية التجربة والخطأ، يتعلم الضفدع أن أقصى مسافة أفقية يمكنه قفزها هي 1.30 m. إذا قضى الضفدع، على مدار ساعة، 20.0% من الوقت في الراحة و80.0% من الوقت في تنفيذ قفزات عالية لتلك المسافة القصوى في خط مستقيم، فما المسافة التي قطعها الضفدع؟

$$D = nd_{\text{jump}} = \frac{2880\text{ s}}{t_{\text{jump}}} d_{\text{jump}} = d_{\text{jump}} \frac{2880\text{ s}}{d_{\text{jump}}}\sqrt{gd_{\text{jump}}/2} = (2880\text{ s})\sqrt{gd_{\text{jump}}/2}.$$

$$D = (2880\text{ s})\sqrt{(9.81\text{ m/s}^2)(1.3\text{ m})/2} = 7272.5\text{ m}$$



3.59• تقوم لاعبة الخفة بتقديم عرض بالكرات التي ترميها بيدها اليمنى وتمسكها بيدها اليسرى. يتم إطلاق كل كرة بزاوية 75.0° وتصل إلى أقصى ارتفاع يبلغ 90.0 cm فوق ارتفاع الإطلاق. إذا كانت لاعبة الخفة تستغرق 0.200 s للإمساك بالكرة بيدها اليسرى وتمريرها إلى يدها اليمنى وقذفها مرة أخرى في الهواء، فما أقصى عدد من الكرات يمكنها أن تلعب به؟

$$H = y_i + \frac{v_i^2 \sin^2\theta}{2g} \text{ and } y_f - y_i = v_{yi}t + \frac{1}{2}at^2.$$

$$H = \frac{(v_i \sin\theta)^2}{2g} \Rightarrow v_i \sin\theta = \sqrt{2gH}.\ \text{Use this when finding } t_{\text{throw}}:$$

$$0 = v_i \sin\theta t_{\text{throw}} - \frac{1}{2}gt_{\text{throw}}^2 \Rightarrow t_{\text{throw}} = \frac{2v_i \sin\theta}{g} = \frac{2\sqrt{2gH}}{g} = \sqrt{\frac{8H}{g}}$$

$$nt_{\text{pass}} \le (t_{\text{pass}} + t_{\text{throw}}) \Rightarrow n \le \frac{t_{\text{pass}} + t_{\text{throw}}}{t_{\text{pass}}} \Rightarrow n \le \frac{t_{\text{pass}} + \sqrt{\frac{8H}{g}}}{t_{\text{pass}}}.$$

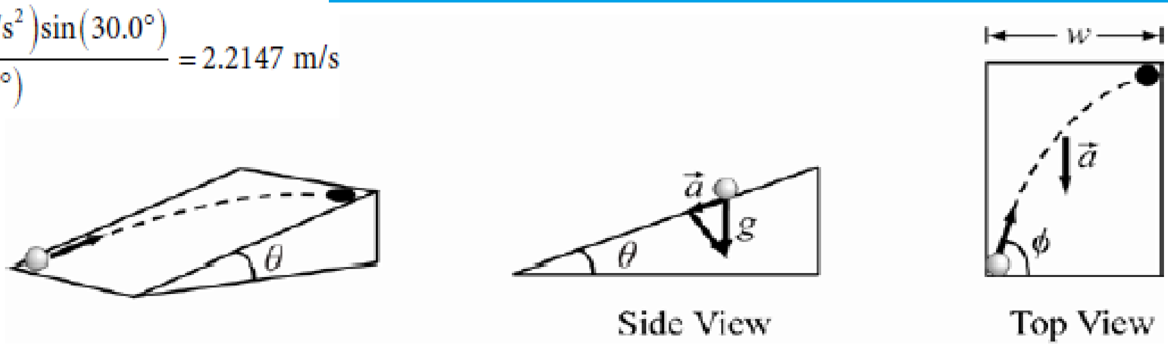
$$n \le \frac{0.2\text{ s} + \sqrt{\frac{8(0.9\text{ m})}{9.81\text{ m/s}^2}}}{0.2\text{ s}} = 5.$$

3.60•• في لعبة آركيد، تُطلق كرة من زاوية سطح مائل أملس. يشكّل السطح المائل زاوية 30.0° مع المستوى الأفقي ويبلغ عرضه $w = 50.0$ cm. وتشكل القاذفة المثبتة بزنبرك زاوية 45.0° مع الطرف السفلي للسطح المائل. يكمُن الهدف في إدخال الكرة في فتحة صغيرة في الزاوية المقابلة من السطح المائل. ما السرعة الابتدائية التي يجب إطلاق الكرة بها لتحقيق هذا الهدف؟ (تلميح: إذا كانت الفتحة صغيرة، فستدخل فيها الكرة بمركّبة سرعة متجهة رأسية تساوي صفرًا.)

$$a = g\sin\theta;\ R = \frac{v_i^2 \sin(2\phi)}{g};\ \text{and } w = \frac{R}{2}.$$

$$2w = \frac{v_i^2 \sin(2\phi)}{g\sin\theta} \Rightarrow v_i = \sqrt{\frac{2wg\sin\theta}{\sin(2\phi)}}.$$

$$v_i = \sqrt{\frac{2(0.500\text{ m})(9.81\text{ m/s}^2)\sin(30.0°)}{\sin(90.0°)}} = 2.2147\text{ m/s}$$



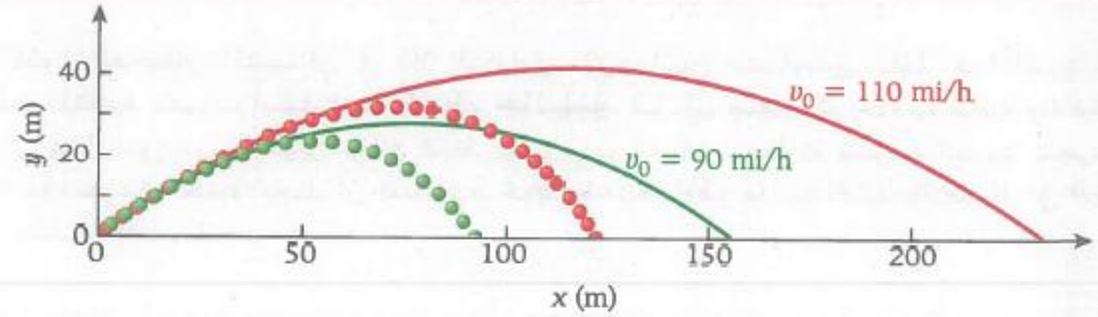
حركة المقذوفات الواقعية

مقاومة الهواء والدوران الخلفي يقلل من المسافة التي يقطعها المقذوف

لا تسلك المقذوفات مسارات قطع مكافئ عند أخذ مقاومة الهواء في الاعتبار. وبصفة عامة، لا تصل مسارات المقذوفات الحقيقية إلى أقصى ارتفاع متوقع، ويكون لها مدى أقصر بكثير.

العوامل التي تؤثر علي حركة المقذوف الحقيقية:-

1- مقاومة الهواء   2- دوران المقذوف في الهواء   3 - خصائص سطح المقذوف



الشكل 3.15 مسارات كرات بيسبول تم إطلاقها مبدئيًا بزاوية 35° أعلى المستوى الأفقي بسرعات تبلغ 90 mi/h (باللون الأخضر) و110 mi/h (باللون الأحمر). تتجاهل المنحنيات الخطية مقاومة الهواء والدوران الخلفي، بينما تعكس المنحنيات المنقطة مقاومة الهواء والدوران الخلفي.

الحركة النسبية

- **السرعة النسبية**: هي سرعة جسم بالنسبة لجسم آخر بمرور الزمن أو هي السرعة التي يغير فيها جسم وضعه بالنسبة إلى جسم آخر.
- **قانون السرعة النسبية**: سرعة الجسم a بالنسبة للجسم c هى حاصل الجمع ألاتجاهي لسرعة الجسم a بالنسبة للجسم b وسرعة الجسم b بالنسبة للجسم c .

$$v_{a/b} + v_{b/c} = v_{a/c}$$

تستلزم مناقشة الحركة النسبية أن يكون للنظامين الإحداثيين سرعة متجهة بالنسبة إلى بعضهما تكون ثابتة مع الزمن. وفي هذه الحالة، يمكن أن نثبت أنّ العجلتين المقيستين في كلا النظامين الإحداثيين متماثلتان: $v_{wt} = \text{const.} \Rightarrow dv_{wt}/dt = 0$ من $\vec{v}_{mt} = \vec{v}_{mw} + \vec{v}_{wt}$. نحصل على:

$$\frac{dv_{mt}}{dt} = \frac{d(v_{mw} + v_{wt})}{dt} = \frac{dv_{mw}}{dt} + \frac{dv_{wt}}{dt} = \frac{dv_{mw}}{dt} + 0$$

$$\Rightarrow a_{mt} = a_{mw}.$$

لذلك، تكون العجلتان المقيستان في كلا النظامين الإحداثيين متساويتين تمامًا. هذا النوع من جمع السرعات المتجهة معروف أيضًا باسم **تحويل جاليليو**. قبل أن ننتقل إلى حالات ثنائية وثلاثية الأبعاد، لاحظ أن هذا النوع من التحويل صالح فقط للسرعات الصغيرة مقارنة بسرعة الضوء. بمجرد اقتراب السرعة من سرعة الضوء، يجب أن نستخدم تحويلًا مختلفًا.

تدريب (1) : يركب أحمد قطار يتحرك نحو الشرق بسرعة 15m/s بالنسبة للأرض. احسب سرعة أحمد بالنسبة لراصد على الأرض في الحالات التالية:

1- **إذا كان أحمد ساكنا بالنسبة للقطار.**

2- **إذا تحرك أحمد نحو مقدمة القطار (شرقا) بسرعة 3m/s بالنسبة للقطار .**

3- **إذا تحرك أحمد نحو مؤخرة القطار (غربا) بسرعة 3m/s بالنسبة للقطار.**

4- **إذا تحرك أحمد نحو الشمال بسرعة 3m/s (عموديا على جانب القطار) بالنسبة للقطار.**

5- **إذا تحرك أحمد في اتجاه الشمال الشرقي بسرعة 3m/s بالنسبة للقطار.**

تدريب (2): يركب أحمد قارب يتجه ناحية الشرق بسرعة 4m / s ، دحرج احمد كرة من القارب ناحية الشمال بسرعة 0.75m / s ما سرعة الكرة بالنسبة للماء.

أسئلة مفاهيمية على السرعة النسبية

تدريب1: علل تبدو سرعة السيارة المتحركة على الخط السريع وفى اتجاه معاكس لسيارتك أكبر من السرعة المحددة

لأن السرعة النسبية لتلك السيارة بالنسبة إلى سيارتك يساوى مجموع سرعتى السيارتين ، لذا السرعة النسبية أكبر من السرعة المحددة.

تدريب2: إذا تجاوزت سيارة سيارة أخرى على الطريق السريع وكانت السيارتان تسيران فى الإتجاه نفسه فسوف تستغرق زمنا أطول مما لو كانت السيارتان تسيران فى اتجاهين متعاكسين.

السرعة النسبية لسيارتين تتحركان فى الإتجاه نفسه أقل من السرعة النسبية لهما عندما تتحركان فى اتجاهين متعاكسين وبالتالى فإن تجاوز السيارتين لبعضهما البعض بسرعة نسبية أقل يستغرق زمنا أطول.

تدريب3: اذا كنت رجل سير، وتتحرك بسيارتك على طريق سريع ، وصادفتك سيارة تتحرك نحوك على نفس الطريق، فكيف يمكنك الحكم على هذه السيارة ان كانت تتحرك بسرعة تفوق الحد الأقصى المسموح به للسرعة أم لا؟

أحدد السرعة النسبية للسيارة بالنسبة لي ، ثم أطرح من هذه السرعة سرعة سيارتي ، فأحصل على سرعة السيارة بالنسبة لمراقب ثابت على الأرض.

المسألة

ما متجه سرعة الطائرة وسرعتها واتجاهها بالنسبة إلى الأرض؟ ما المسافة التي انحرفت بها الطائرة عن مسارها بسبب هبوب الرياح في مدة 2.0 h؟

الشكل 3.18 السرعة المتجهة لطائرة بالنسبة إلى الرياح (باللون الأصفر)، والسرعة المتجهة للرياح بالنسبة إلى الأرض (باللون البرتقالي)، والسرعة المتجهة المحصّلة للطائرة بالنسبة إلى الأرض (باللون الأخضر).

$$\vec{v}_{pg} = \vec{v}_{pw} + \vec{v}_{wg}$$

$$v_{pw,x} = v_{pw}\cos\theta = 160\ \text{m/s}\cdot\cos 45^\circ = 113\ \text{m/s}$$

$$v_{pw,y} = v_{pw}\sin\theta = 160\ \text{m/s}\cdot\sin 45^\circ = 113\ \text{m/s}$$

$$v_{wg,x} = -32\ \text{m/s}$$

$$v_{wg,y} = 0.$$

$$v_{pg,x} = v_{pw,x} + v_{wg,x} = 113\ \text{m/s} - 32\ \text{m/s} = 81\ \text{m/s}$$

$$v_{pg,y} = v_{pw,y} + v_{pw,y} = 113\ \text{m/s}.$$

$$v_{pg} = \sqrt{v_{pg,x}^2 + v_{pg,y}^2} = 139\ \text{m/s}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_{pg,y}}{v_{pg,x}}\right) = 54.4^\circ.$$

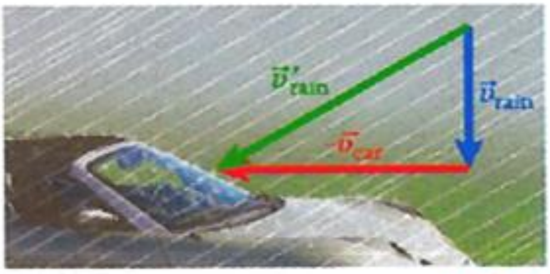
$$|\vec{r}_T| = |\vec{v}_{wg}|t = 32.0\ \text{m/s}\cdot 7200\ \text{s} = 230.4\ \text{km}$$

القيادة أثناء هطول المطر

لنفترض أن المطر يسقط مباشرة على سيارة، كما هو مبيَّن بخطوط بيضاء في الشكل 3.19. سيكون المراقب الثابت خارج السيارة قادرًا على قياس السرعات المتجهة للمطر (السهم الأزرق) والسيارة المتحركة (السهم الأحمر).

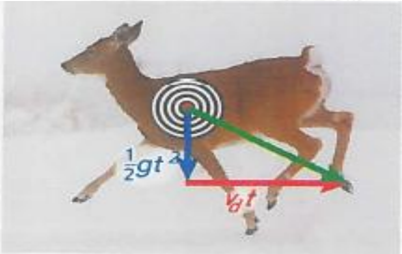
ولكن إذا كنت جالسًا داخل السيارة المتحركة، فسيتحرك العالم الخارجي للمراقب الثابت (بما في ذلك الشارع والأمطار) بسرعة متجهة نسبية $\vec{v} = -\vec{v}_{car}$ ينبغي إضافة السرعة المتجهة لهذه الحركة النسبية إلى جميع الأحداث الخارجية كما هو ملاحظ من داخل السيارة المتحركة. ينتج عن هذه الحركة متجه سرعة $\vec{v}'_{rain}$ للمطر كما لوحظ من داخل السيارة المتحركة (الشكل 3.20)؛ ومن منظور رياضي، هذا المتجه هو مجموع. $\vec{v}'_{rain} = \vec{v}_{rain} - \vec{v}_{car}$ حيث $\vec{v}_{rain}$ و$\vec{v}_{car}$ هما متجها سرعة المطر والسيارة كما لاحظهما المراقب الثابت.

الشكل 3.19 متجها السرعة لسيارة متحركة والمطر المتساقط عليها بصورة مستقيمة، وفقًا لما يراه مراقب ثابت.



الشكل 3.20 متجه سرعة $\vec{v}'_{rain}$ المطر، كما هو ملاحظ من داخل السيارة المتحركة.

الشكل 3.21 السهم الأحمر يشير إلى السرعة المتجهة للغزال في مناط إسناد حارس الحديقة.



إزاحة السهم المخدر في مناط إسناد الغزال

المسألة

أين سيصيب السهم المخدر الغزال إذا كان يبعد مسافة $d = 25\ m$ عن حارس الحديقة ويجري من يمينه إلى يساره بسرعة $v_d = 3.0\ m/s$؟ يخرج السهم المخدر من البندقية أفقيًا بسرعة $v_0 = 90.\ m/s$.

الزمن الذي يستغرقه السهم لقطع مسافة 25 m من خلال $t = \frac{d}{v_0}$.

أثناء هذا الزمن، يقع السهم تحت تأثير الجاذبية، وهذه الإزاحة الرأسية هي $\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2$

وأثناء هذا الزمن أيضًا يكون للغزال إزاحة أفقية جانبية في مناط إسناد حارس الحديقة $x = -v_d t$ (يتحرك الغزال إلى اليسار، وبذلك تكون قيمة مركّبة السرعة المتجهة الأفقية سالبة). ولذلك، تكون إزاحة السهم في مناط إسناد الغزال على النحو التالي (انظر الشكل 3.22)

$$\Delta x = v_d t.$$

بالتعويض عن تعبير الزمن في المعادلات الخاصة بالإزاحتين نحصل على

$$\Delta x = v_d \frac{d}{v_0} = \frac{v_d}{v_0} d$$

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 = -\frac{d^2 g}{2v_0^2}.$$

$$\Delta x = \frac{(3.0\ m/s)}{(90.\ m/s)}(25\ m) = 0.833333\ m$$

$$\Delta y = -\frac{(25\ m)^2(9.81\ m/s^2)}{2(90.\ m/s)^2} = -0.378472\ m.$$

مراجعة المفاهيم 3.5

يمكن التوصل إلى المدى نفسه كما في المسألة المحلولة 3.2 بالسرعة الابتدائية 24.4 m/s نفسها ولكن بزاوية إطلاق مختلفة عن 62.4°. ما مقدار هذه الزاوية؟

a) 12.4°
b) 27.6°
c) 45.0°
d) 55.2°

مراجعة المفاهيم 3.6

ما زمن التحليق لزاوية الإطلاق الأخرى تلك المحسوبة في مراجعة المفاهيم 3.5؟

a) 2.30 s
b) 3.14 s
c) 4.41 s
d) 5.14 s

مراجعة المفاهيم 3.7

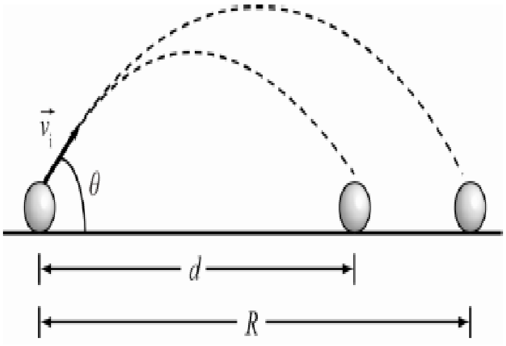
بالنظر إلى الشكل 3.15، ما الذي يمكنك استنتاجه بشأن النسبة R_{real}/R_{ideal}، حيث يكون المدى الحقيقي للمقذوف مقسومًا على المدى المحسوب لحركة المقذوفات المثالية؟

a) عند زاوية إطلاق 35°، تزداد النسبة مع سرعة الإطلاق.
b) عند زاوية إطلاق 35°، تنخفض النسبة مع سرعة الإطلاق.
c) النسبة مستقلة عن سرعة الإطلاق.
d) عند جميع زوايا الإطلاق، تزداد النسبة مع سرعة الإطلاق.
e) عند جميع زوايا الإطلاق، تنخفض النسبة مع سرعة الإطلاق.

مراجعة المفاهيم 3.8

يتساقط المطر، ولا توجد رياح تقريبًا. وأثناء القيادة تحت المطر، تقوم بزيادة السرعة. ماذا يحدث لزاوية المطر بالنسبة إلى المستوى الأفقي التي تلاحظها من داخل السيارة؟

a) تزداد.
b) تنخفض.
c) تظل كما هي.
d) يمكن أن تزداد أو تنخفض، على حسب الاتجاه الذي تقود فيه.

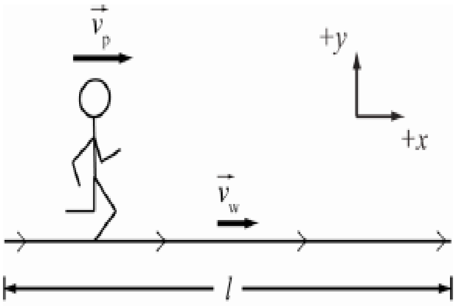


3.62 تُضرب كرة جولف بزاوية ابتدائية 35.5° بالنسبة إلى المستوى الأفقي وبسرعة متجهة ابتدائية قدرها 83.3 mph. وتهبط على مسافة 86.8 m من المكان الذي ضُربت منه. إلى أي حد أدت تأثيرات مقاومة الرياح والدوران وغيرها إلى انخفاض مدى كرة الجولف عن القيمة المثالية؟

$$v_i = 83.3 \text{ mph} \cdot \frac{1.602 \text{ km}}{1 \text{ mile}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 37.0685 \text{ m/s}$$

$$R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta}{g} \text{ and } \Delta d = R - d.$$

$$R = \frac{(37.0685 \text{ m/s})^2 \sin(71.0°)}{9.81 \text{ m/s}^2} = 132.44 \text{ m} \quad \Delta d = 132.44 \text{ m} - 86.8 \text{m} = 45.64 \text{ m}$$

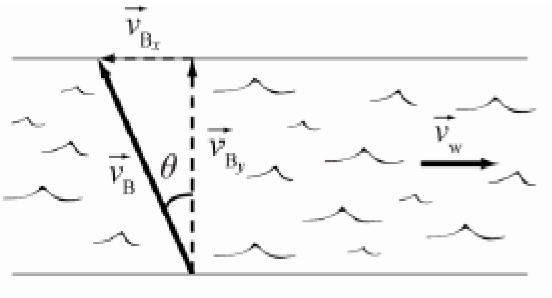


3.63 تسير على ممر مشاة متحرك في مطار. يبلغ طول الممر 59.1 m، فإذا كانت سرعتك المتجهة بالنسبة إلى الممر هي 2.35 m/s وسرعة الممر المتجهة 1.77 m/s، فكم من الوقت ستستغرق للوصول إلى الطرف الآخر من الممر؟

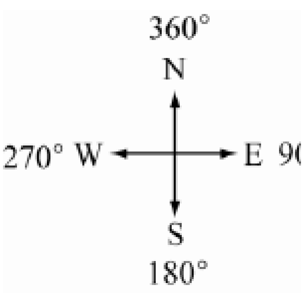
$$l = 59.1 \text{ m}, \; v_w = 1.77 \text{ m/s and } v_p = 2.35 \text{ m/s}.$$

$$: \; x_f - x_i = v_x t$$

$$t = \frac{l}{v_w + v_p} \qquad t = \frac{59.1 \text{ m}}{2.35 \text{ m/s} + 1.77 \text{ m/s}} = 14.345 \text{ s}$$



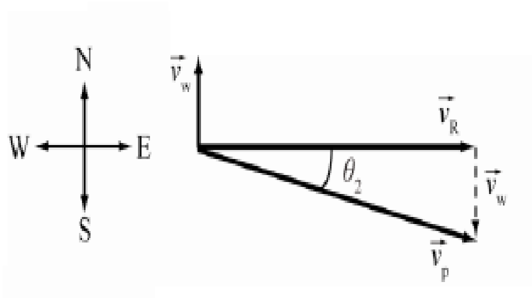
3.64 يريد قبطان مركب الإبحار مباشرة عبر نهر يتدفق شرقًا بسرعة تبلغ 1.00 m/s. يبدأ من الضفة الجنوبية للنهر ويتجه نحو الضفة الشمالية. وتبلغ سرعة المركب 6.10 m/s بالنسبة إلى الماء. في أي اتجاه (بالدرجات) ينبغي على القبطان توجيه المركب؟ لاحظ أنّ 90° تعني الاتجاه شرقًا و180° تعني الاتجاه جنوبًا و270° تعني الاتجاه غربًا و360° تعني الاتجاه شمالًا.



$$\vec{v} = v_x \hat{x} + v_y \hat{y}; \; |-\vec{v}_{Bx}| = |\vec{v}_w|$$

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{1.00 \text{ m/s}}{6.10 \text{ m/s}}\right) = 9.4353°$$

3.66● تبلغ قراءة مؤشر سرعة الهواء في طائرة أقلعت من ديترويت 350 km/h وتشير البوصلة إلى اتجاه الطائرة شرقًا نحو بوسطن. وتهب رياح منتظمة نحو الشمال بسرعة 40.0 km/h. احسب السرعة المتجهة للطائرة بالنسبة إلى الأرض. إذا رغب الطيار في قيادة الطائرة مباشرة نحو بوسطن (شرقًا)، فما القراءة التي ينبغي أن تعرضها البوصلة؟



$$\vec{v}_R = v_p\hat{x} + v_w\hat{y} \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{v_p^{\,2} + v_w^{\,2}}\ ;\ \theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{v_w}{v_p}\right);\ \text{and}\ \theta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{v_w}{v_p}\right)$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{(350.\text{ km/h})^2 + (40.0\text{ km/h})^2} = 352.28\text{ km/h}$$

3.67● تريد عبور جزء مستقيم من نهر تبلغ سرعة التيار المنتظم فيه 5.33 m/s بينما يبلغ عرضه 127 m. ويحتوي الزورق البخاري على محرك يمكن أن يجعل الزورق يسير بسرعة تصل إلى 17.5 m/s. افترض أنك وصلت إلى السرعة القصوى على الفور (أي مع إغفال الوقت المستغرق لزيادة سرعة القارب للوصول إلى السرعة القصوى).

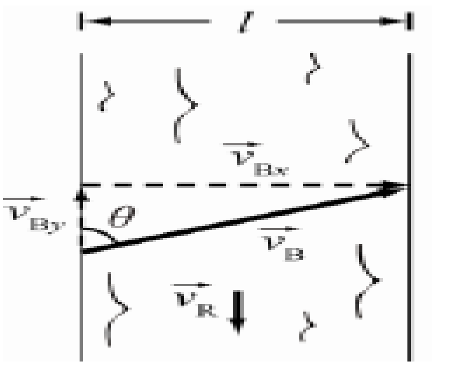
a) إذا أردت عبور النهر مباشرة بزاوية 90.0° بالنسبة إلى ضفة النهر، فما الزاوية التي يجب توجيه القارب بها بالنسبة إلى ضفة النهر؟

b) كم سيستغرق عبور النهر بهذه الطريقة؟

c) في أي اتجاه ينبغي لك توجيه القارب لعبور النهر في أقل وقت؟

d) ما أقل وقت يمكن لعبور النهر؟

e) ما أقل سرعة لقاربك تمكّنك من عبور النهر بزاوية 90.0° بالنسبة إلى ضفة النهر؟



$$\vec{v} = v_x\hat{x} + v_y\hat{y};\ |v_{By}| = |-v_R|$$

$$\tan\theta = \left(\frac{v_x}{v_y}\right)$$

$$\cos\theta = \left(\frac{v_y}{v}\right)$$

$$\text{(a)}\ \theta = \cos^{-1}\left(\frac{5.33\text{ m/s}}{17.5\text{ m/s}}\right) = 72.27^\circ$$

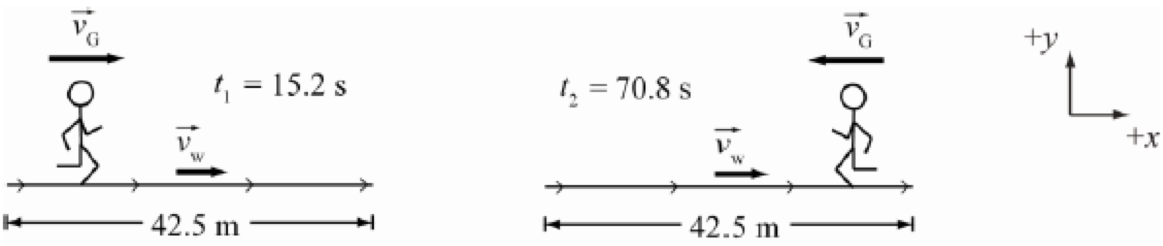
$$\text{(b)}\ t = \frac{127\text{ m}}{(17.5\text{ m/s})\sin(72.27^\circ)} = 7.619\text{ s}$$

$$\text{(c)}\ \theta = 90^\circ$$

$$\text{(d)}\ t_{min} = \frac{127\text{ m}}{17.5\text{ m/s}} = 7.257\text{ s}$$

$$\text{(e)}\ \vec{v} \approx -\vec{v}_R \quad v = 5.33\text{ m/s}$$

3.68 أثناء فترة انتظار طويلة في أحد المطارات، يلعب عالم فيزياء مع ابنته البالغة 8 أعوام لعبة يُستخدم فيها ممر مشاة متحرك. وقد قاما بقياس طول الممر حيث بلغ 42.5 m. يمتلك الأب ساعة توقيت حيث بدأ في حساب الوقت لابنته. في البداية، كانت البنت تمشي بسرعة ثابتة في اتجاه السير المتحرك نفسه. واستغرق الوصول إلى نهاية الممر 15.2 s . ثم عادت مرة أخرى ومشت بالسرعة نفسها بالنسبة إلى السير المتحرك كالسابق، ولكن في الاتجاه المعاكس هذه المرة. إذا كان شوط العودة يستغرق 70.8 s، فما سرعة السير المتحرك بالنسبة إلى صالة المطار، وما السرعة التي كانت تمشي بها الفتاة؟



$$x_f - x_i = v_x \Delta t$$

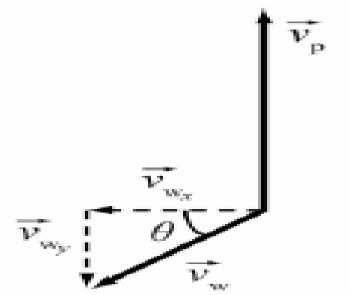
$$l = v_x \Delta t \;\Rightarrow\; v_x = \frac{l}{t};\;\; v_G + v_w = \frac{l}{t_1};\text{ and } v_G - v_w = \frac{l}{t_2}.$$

$$v_w = \frac{l}{t_1} - v_G = v_G - \frac{l}{t_2} \;\Rightarrow\; l\left(\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2}\right) = 2v_G \;\Rightarrow\; v_G = \frac{l}{2}\left(\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2}\right)$$

Therefore,

$$v_w = \frac{l}{t_1} - \frac{l}{2}\left(\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2}\right) = \frac{l}{2}\left(\frac{1}{t_1}-\frac{1}{t_2}\right).$$

$$v_G = \frac{42.5\text{ m}}{2}\left(\frac{1}{15.2\text{ s}}+\frac{1}{70.8\text{ s}}\right) = 1.698\text{ m/s},\qquad v_w = \frac{42.5\text{ m}}{2}\left(\frac{1}{15.2\text{ s}}-\frac{1}{70.8\text{ s}}\right) = 1.0979\text{ m/s}$$



3.69 تطير إحدى الطائرات شمالاً بسرعة 126.2 m/s، ولكن الرياح تهب من الشمال الشرقي إلى الجنوب الغربي بسرعة 55.5 m/s. ما السرعة الأرضية الفعلية للطائرة؟

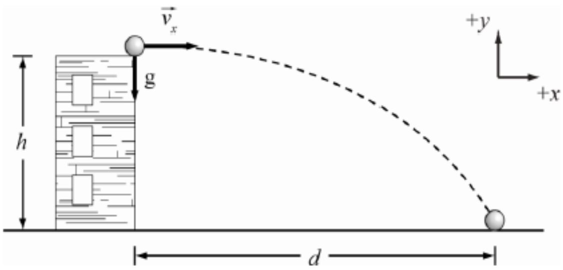
$$\left|\vec{v}\right| = \sqrt{\left(-55.5\text{ m/s}\cos(45.0°)\right)^2 + \left(126.2\text{ m/s} - 55.5\text{ m/s}\sin(45.0°)\right)^2} = 95.401\text{ m/s}$$

تمارين إضافية

3.70 مدفع يطلق قذائف من فوق تل يبلغ ارتفاعه 116.7 m وبزاوية 22.7° بالنسبة إلى المستوى الأفقي. إذا كانت السرعة المتجهة الابتدائية 36.1 m/s. فما سرعة قذيفة يبلغ وزنها 4.35 kg عند سقوطها على بالأرض على مسافة 116.7 m بالأسفل؟

3.71 رُميت كرة بيسبول بسرعة متجهة 31.1 m/s وبزاوية $\theta = 33.4°$ أعلى المستوى الأفقي. ما المركّبة الأفقية للسرعة المتجهة للكرة عند أعلى نقطة في مسار الكرة؟

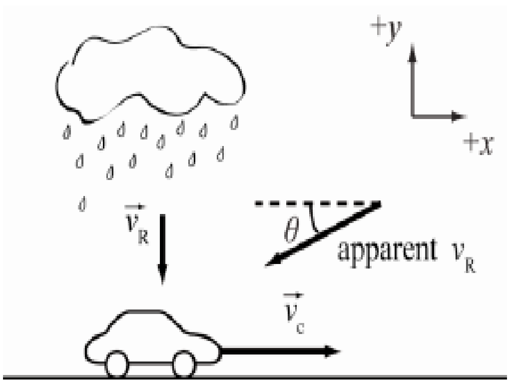
$$v_x = (31.1\text{ m/s})\cos(33.4°) = 25.964\text{ m/s}$$



3.72 قُذفت صخرة أفقيًا من أعلى مبنى بسرعة ابتدائية $v = 10.1$ m/s. إذا هبطت على مسافة $d = 57.1$ m من قاعدة المبنى، فكم يبلغ ارتفاع المبنى؟

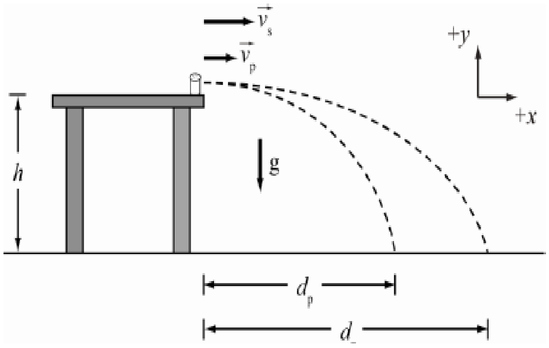
$$d = v_x t \;\Rightarrow\; t = \frac{d}{v_x} \text{ and } -h = 0 - \frac{1}{2}gt^2 \;\Rightarrow\; h = \frac{gd^2}{2v_x^{\,2}}.$$

$$h = \frac{(9.81\text{ m/s}^2)(57.1\text{ m})^2}{2(10.1\text{ m/s})^2} = 156.77\text{ m}$$



3.73 سيارة تتحرك بسرعة ثابتة تبلغ 19.3 m/s. ويتساقط المطر بشكل مستقيم بسرعة 8.90 m/s. ما زاوية θ سقوط المطر (بالدرجات) بالنسبة إلى المستوى الأفقي كما يراها السائق؟

$$\tan\theta = \left(\frac{v_y}{v_x}\right) \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_R}{v_c}\right) \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{8.9\text{ m/s}}{19.3\text{ m/s}}\right) = 24.756°$$



3.74 حاولت تمرير رشاشتي الملح والفلفل إلى صديقك على الجانب الآخر من المائدة التي يبلغ ارتفاعها 0.850 m بإزاحتهما عبر المائدة. انزلقت رشاشتا الملح والفلفل على المائدة بسرعتين متجهتين هما 5.00 m/s و2.50 m/s على التوالي.

a) قارن بين الزمن الذي تستغرقه الرشاشتان للسقوط على الأرضية.

b) قارن بين المسافة الأفقية التي تقطعها كل رشاشة من طرف المائدة إلى نقطة سقوطها على الأرضية.

$$\text{(a)}\quad d_p : d_s = v_p : v_s \qquad 1:1$$

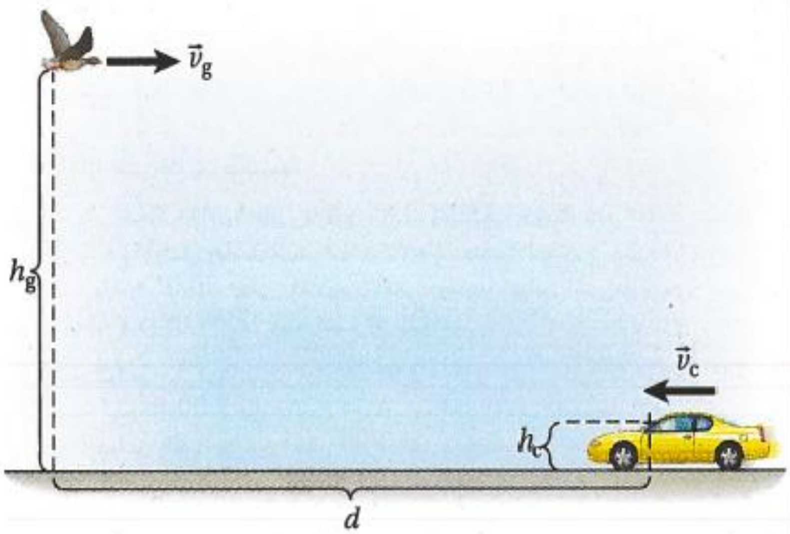
$$\text{(b)}\quad d_p : d_s = v_p : v_s = 2.5\,\text{m/s} : 5\,\text{m/s} = 1:2$$

3.75 سقط صندوق يحتوي على إمدادات غذائية لأحد معسكرات اللاجئين من طائرة هليكوبتر تطير أفقيًا بارتفاع ثابت بمقدار 500 m. إذا اصطدم الصندوق بالأرض على مسافة 150 m أفقيًا من نقطة إسقاطه، فكم كانت سرعة الهليكوبتر؟ كم كانت سرعة الصندوق لحظة اصطدامه بالأرض؟

3.90• يشتهر الإوز البري بسلوكه غير المهذب. تطير إوزة نحو الشمال على ارتفاع $h_g = 30.0$ m فوق طريق سريع يربط بين الشمال والجنوب حين رأت سيارة أمامها تسير في الحارة المتجهة نحو الجنوب فتقرر أن تبيض (تضع) "بيضة". تطير الإوزة بسرعة $v_g = 15.0$ m/s، وتتحرك السيارة بسرعة $v_c = 100.0$ km/h.

a) مع الأخذ في الاعتبار البيانات الموضحة في الشكل، حيث يتم تحديد المسافة بين الإوزة وزجاج السيارة الأمامي، $d = 104.0$ m، في لحظة تحرك الإوزة. هل سيضطر السائق إلى غسل الزجاج الأمامي بعد هذا الاصطدام؟ (يرتفع مركز الزجاج الأمامي مسافة $h_c = 1.00$ m عن الأرض.)

b) إذا أتمت الإوزة وضع البيضة، فما السرعة المتجهة النسبية "للبيضة" بالنسبة إلى السيارة لحظة الاصطدام؟



(a) With $y = 0$, $-y_0 = v_{y_0}t - \dfrac{gt^2}{2} \Rightarrow \dfrac{gt^2}{2} - v_{y_0}t - y_0 = 0.$

$$t = \frac{v_{y_0} \pm \sqrt{v_{y_0}^{\,2} - 4\left(\frac{g}{2}\right)(-y_0)}}{2\left(\frac{g}{2}\right)} = \frac{v_{y_0} \pm \sqrt{v_{y_0}^{\,2} + 2gy_0}}{g}.$$

$$\text{(a)}\quad t = \frac{7.50\text{ m/s} \pm \sqrt{(7.50\text{ m/s})^2 + 2(9.81\text{ m/s}^2)(80.0\text{ m})}}{9.81\text{ m/s}^2}$$

$$= 4.875\text{ s} \quad \text{or} \quad -3.346\text{ s}$$

(b) $v_y^{\,2} = v_{y_0}^{\,2} - 2g(y - y_0) = v_{y_0}^{\,2} + 2gy_0$. Then, $v = \sqrt{v_x^{\,2} + v_{y0}^{\,2} + 2gy_0}$, and

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-\sqrt{v_{y_0}^{\,2} + 2gy_0}}{v_x}\right),$$

$$\text{(b)}\quad v = \sqrt{(4.70\text{ m/s})^2 + (7.50\text{ m/s})^2 + 2(9.81\text{ m/s}^2)(80.0\text{ m})} = 40.59\text{ m/s}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-\sqrt{(7.50\text{ m/s})^2 + 2(9.81\text{ m/s}^2)(80.0\text{ m})}}{(4.70\text{ m/s})}\right) = -83.35^\circ$$

أسئلة الاختيار من متعدد

3.1 أطلق سهم أفقيًا بسرعة 20 m/s من أعلى برج ارتفاعه 60 m. سيكون زمن وصوله إلى الأرض

a) 8.9 s
b) 7.1 s
c) 3.5 s
d) 2.6 s
e) 1.0 s

3.2 أطلق مقذوف من أعلى مبنى بسرعة متجهة ابتدائية 30.0 m/s وبزاوية 60.0° فوق المستوى الأفقي. فإن مقدار سرعته المتجهة عند الزمن $t = 5.00$ s بعد الإطلاق هو

a) ‎-23.0 m/s
b) 7.3 m/s
c) 15.0 m/s
d) 27.5 m/s
e) 50.4 m/s

3.3 تم رمي كرة بزاوية تتراوح بين 0° و90° بالنسبة إلى المستوى الأفقي. فإن متجها السرعة والعجلة يكونان موازيين لبعضهما عند زاوية إطلاق

a) 0°
b) 45°
c) 60°
d) 90°
e) لا شيء مما سبق

3.4 أثناء التمرين، مرر لاعبا خط الدفاع في لعبة البيسبول الكرة إلى الموقع بين القاعدة الثانية والثالثة. وفي كلتا الحالتين كانت المسافة 40.0 m. مرر اللاعب الأول الكرة بسرعة ابتدائية 20.0 m/s، في حين مرر اللاعب الثاني الكرة بسرعة ابتدائية 30.0 m/s. وفي كلتا الحالتين، تم تمرير الكرة والإمساك بها عند الارتفاع نفسه فوق سطح الأرض.

a) ظلت الكرة الأولى في الهواء لفترة زمنية أقصر من الكرة الثانية.
b) ظلت الكرة الثانية في الهواء لفترة زمنية أقصر من الكرة الأولى.
c) ظلت الكرتان في الهواء للفترة الزمنية نفسها.
d) لا يمكن تحديد الإجابة من المعلومات المقدّمة.

3.5 تدحرجت كرة وزنها 50 g على طاولة وسقطت على الأرض على بُعد 2 m من قاعدة الطاولة. فإذا تدحرجت كرة وزنها 100 g من فوق الطاولة نفسها وبالسرعة نفسها، فستسقط على بُعد ــــــ من قاعدة الطاولة.

a) أقل من 1 m
b) 1 m
c) 2 m
d) 4 m
e) أكبر من 4 m

3.6 بالنسبة إلى سرعة ابتدائية معينة لمقذوف مثالي، يوجد ــــــ للإطلاق يكون عندها مدى مقذوف متماثل.

a) زاوية واحدة فقط
b) زاويتان مختلفتان
c) أكثر من زاويتين ولكن عدد محدود من الزوايا
d) زاوية واحدة فقط إذا كانت الزاوية 45° لكن خلاف ذلك زاويتان مختلفتان
e) عدد لانهائي من الزوايا

3.7 تتحرك سفينة سياحية جنوبًا في ماء راكد بسرعة 20.0 km/h، بينما يسير راكب على ظهر السفينة نحو الشرق بسرعة 5.0 km/h. تبلغ السرعة المتجهة للراكب بالنسبة إلى الأرض

a) 20.6 km/h بزاوية 14.04° نحو الجنوب الشرقي.
b) 20.6 km/h بزاوية 14.04° نحو الشرق الجنوبي.
c) 25.0 km/h جنوبًا.
d) 25.0 km/h شرقًا.
e) 20.6 km/h جنوبًا.

3.8 أطلقت قذيفتان من مدفعين مختلفين بزاويتين $\theta_{01} = 20°$ و$\theta_{02} = 30°$، على التوالي. وبافتراض حركة المقذوفات المثالية، تكون النسبة بين سرعتي الإطلاق v_{02}/v_{01}، التي حققت فيها القذيفتان المدى نفسه

a) 0.742
b) 0.862
c) 1.212
d) 1.093
e) 2.222

3.9 تبلغ العجلة بفعل الجاذبية على سطح القمر $1.62\ m/s^2$، تقريبًا سدس قيمتها على الأرض. وبالنسبة إلى سرعة متجهة ابتدائية معينة v_0 وزاوية إطلاق معينة θ_0، ستكون نسبة مدى مقذوف مثالي على سطح القمر إلى مدى المقذوف نفسه على سطح الأرض، R_{Moon}/R_{Earth} حوالي

a) 6
b) 3
c) 12
d) 5
e) 1

3.10 انطلقت كرة بيسبول من مضرب بزاوية $\theta_0 = 30.0°$ بالنسبة إلى المحور الموجب x وبسرعة ابتدائية 40.0 m/s، وتم إمساكها عند الارتفاع نفسه الذي أطلقت منه. وبافتراض حركة المقذوفات المثالية (محور y الموجب متجه إلى أعلى)، تكون السرعة المتجهة للكرة عند إمساكها

a) $(20.00\ \hat{x} + 34.64\ \hat{y})$ m/s
b) $(-20.00\ \hat{x} + 34.64\ \hat{y})$ m/s
c) $(34.64\ \hat{x} - 20.00\ \hat{y})$ m/s
d) $(34.64\ \hat{x} + 20.00\ \hat{y})$ m/s

3.11 في حركة المقذوفات المثالية، تكون السرعة المتجهة وعجلة المقذوف عند أقصى ارتفاع له على التوالي،

a) أفقية، رأسية لأسفل.
b) أفقية، صفر.
c) صفر، صفر.
d) صفر، رأسية لأسفل.
e) صفر، أفقية.

3.12 في حركة المقذوفات المثالية، عند اختيار محور y الموجب ليكون الاتجاه رأسيًا إلى أعلى، تكون المركّبة y لعجلة الجسم أثناء الحركة التصاعدية والمركّبة y للعجلة أثناء الحركة التنازلية، على التوالي،

a) موجب، سالب.
b) سالب، موجب.
c) موجب، موجب.
d) سالب، سالب.

3.13 في حركة المقذوفات المثالية، عند اختيار محور y الموجب ليكون الاتجاه رأسيًا إلى أعلى، تكون المركّبة y للسرعة المتجهة للجسم أثناء الحركة التصاعدية والمركّبة y للسرعة المتجهة أثناء الحركة التنازلية، على التوالي،

a) موجب، سالب.
b) سالب، موجب.
c) موجب، موجب.
d) سالب، سالب.

3.14 أطلق مقذوف من ارتفاع $y_0 = 0$. بالنسبة إلى زاوية إطلاق معينة، إذا كانت سرعة الإطلاق مضاعفة، فماذا سيحدث للمدى R وأقصى ارتفاع H للمقذوف؟

a) سيتضاعف كلٌ من R وH.
b) سيتضاعف كلٌ من R وH أربع مرات.
c) سيتضاعف R وسيبقى H كما هو.
d) سيتضاعف R أربع مرات، وسيتضاعف H.
e) سيتضاعف R، وسيتضاعف H أربع مرات.

3.15 أطلق مقذوف مرتين من ارتفاع $y_0 = 0$ بسرعة إطلاق معينة، v_0. وكانت زاوية الإطلاق الأولى 30.0°، وزاوية الإطلاق الثانية 60.0°. ماذا يمكنك أن تقول عن المدى R للمقذوف في الحالتين؟

a) R متماثل في كلتا الحالتين.
b) R أكبر لزاوية الإطلاق 30.0°.
c) R أكبر لزاوية الإطلاق 60.0°.
d) جميع العبارات السابقة غير صحيحة.

3.1. c 3.2. d 3.3. d 3.4. d 3.5. c 3.6. d 3.7. a 3.8. c 3.9. a 3.10. c 3.11. a 3.12. d 3.13. a 3.14. b 3.15. a