الإمارات العربية المتحدة
وزارة التربية والتعليم

McGraw-Hill Education

# الرياضيات المتكاملة

## نسخة الإمارات العربية المتحدة

صف 11 مجلد 1

Mc Graw Hill Education

mheducation.com/prek-12

جميع الحقوق محفوظة © للعام 2017 لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

جميع الحقوق محفوظة. لا يجوز إعادة إنتاج أي جزء من هذا المنشور أو توزيعه في أي صورة أو بأي وسيلة كانت أو تخزينه في قاعدة بيانات أو نظام استرداد من دون موافقة خطية مسبقة من McGraw-Hill Education، بما في ذلك، على سبيل المثال لا الحصر، التخزين على الشبكة أو الإرسال عبرها أو البث لأغراض التعليم عن بُعد.

الحقوق الحصرية للتصنيع والتصدير عائدة لمؤسسة McGraw-Hill Education. لا يمكن إعادة تصدير هذا الكتاب من البلد الذي باعته له McGraw-Hill Education. هذه النسخة الإقليمية غير متاحة خارج أوروبا والشرق الأوسط وإفريقيا.

طُبع في دولة الإمارات العربية المتحدة.

رقم النشر الدولي: 978-0-07-718683-8 (نسخة الطالب)
MHID: 0-07-718683-4 (نسخة الطالب)
رقم النشر الدولي: 978-0-07-718686-9 (نسخة المعلم)
MHID: 0-07-718686-9 (نسخة المعلم)

XXX 17 16 15 14 13 12 9 8 7 6 5 4 3 2 1

## صاحب السمو الشيخ خليفة بن زايد آل نهيان
## رئيس الدولة، حفظه اللّه

**"يجب التزوُد بالعلوم الحديثة والمعارف الواسعة والإقبال عليها بروح عالية ورغبة صادقة حتى تتمكّن دولة الإمارات خلال الألفية الثالثة من تحقيق نقلة حضارية واسعة."**

من أقوال صاحب السمو الشيخ خليفة بن زايد آل نهيان

# لمحة سريعة عن المحتويات


الفصل 0 التحضير للرياضيات المتكاملة III

الفصل 1 المعادلات و المتباينات

الفصل 2 الدوال و العلاقات الخطية

الفصل 3 أنظمة المعادلات و المتباينات

الفصل 4 متعددات الحدود و الدوال كثيرة الحدود

الفصل 5 المعكوسات والدوال والعلاقات الجذرية

الفصل 6 الدوال و العلاقات الأسية و اللوغاريتمية

الفصل 7 الدوال والعلاقات النسبية

الفصل 8 القطوع المخروطية

الفصل 9 التسلسلات والمتواليات

الفصل 10 الإحصاء و الإحتمالات

الفصل 11 الدوال المثلثية

الفصل 12 المتطابقات والمعادلات المثلثية

الفصل 13 التناسب و التماثل

الفصل 14 التحويلات و التطابق

الفصل 15 إمتداد المساحة السطحية و الحجم

دليل الطالب

# المؤلفون

يضمن المؤلفون الرئيسيون بأن برامج الرياضيات لـ Macmillan/McGraw–Hill و المؤلفون الرئيسيون تم ضبطها رأسياً بشكل صحيح من البداية إلى النهاية–للنجاح في الرياضيات المتكاملة I و ما يلحقها. بمراجعة المحتوى من برامج المدرسة الثانوية، جميع برامجنا الرياضية تم ضبطها بوضوح من حيث المجال و الترتيب.

## المؤلفون الرئيسيون


### الدكتور ج. أ. كارتر ،

المدير العام
مدرسة أدلاي أ. ستيفنسون الثانوية
لينكولن شاير، إلينوي

مجالات الخبرة: استخدام التكنولوجيا و الطرق اليدوية لتصوير النظريات؛ إنجاز الرياضيات لمتعلمين اللغة الإنجليزية

### الدكتور جيلبرت ج. كيوفاس .

أستاذ تعليم الرياضيات
جامعة ولاية تكساس – سان ماركوس
سان ماركوس، تكساس

مجالات الخبرة: تطبيق النظريات و المهارات في السياقات الغنية في الرياضيات؛ التمثيلات الرياضية

### الدكتور روجر داي، NBCT

رئيس قسم الرياضيات
مدرسة بونتياك تاونشيب الثانوية
بونتياك، إلينوي

مجالات الخبرة: تعلم و تطبيق الإحتمالية و الإحصاء؛ تعليم مدرس الرياضيات

### الدكتور كارول مالوي،

أستاذ مساعد
جامعة شمال كارولينا في شابل هيل
شابل هيل، شمال كارولينا

مجالات الخبرة: التمثيلات و التفكير النقدي؛ نجاح الطالب في الجبر 1


## مؤلفون البرنامج


### راث كايسي

مستشار الرياضيات
مدرس إقليمي شريك
جامعة كنتاكي
ليكسنجتون، كنتاكي

مجالات الخبرة: تكنولوجيا التمثيل البياني و الرياضيات

### جيري كامينز

مستشار الرياضيات
رئيس سابق، المجلس الوطني لمشرفين الرياضيات
ويسترن سبرينج، إلينوي

مجالات الخبرة: تكنولوجيا التمثيل البياني و الرياضيات

### الدكتور بيرتشي هوليداي Ed.D.

مستشار الرياضيات الوطني
سيلفر سبرينج، ماريلاند

مجالات الخبرة: استخدام الرياضيات لتمثيل و فهم البيانات من الحياة اليومية؛ تأثير الرسومات البيانية على فهم الرياضيات

### باتريس مور لاتشين

مستشار الرياضيات
هيوستن، تكساس

مجالات الخبرة: تعليم الرياضيات؛ العمل مع متعلمين اللغة الإنجليزية


## المؤلف المشارك


### دينا زايك مطويات

مستشار تعليمي
أنشطة Dinah–Might. Inc.
سان أنطونيو، تكساس

**كان** هؤلاء المتخصصون بارعين في إنتاج محتوى و مقترحات ذات قيمة من أجل تحسين كفاءة التوجيهات الرياضية.

## المستشارون

### محتوى الرياضيات

**الدكتور جرانت أ. فرازير**
أستاذ الرياضيات
جامعة ولاية كاليفورنيا، لوس أنجلوس
لوس أنجلوس، كاليفورنيا

**الدكتور آرثر ك. وايمان**
أستاذ الرياضيات الفخري
جامعة ولاية كاليفورنيا، لونج بيتش
لونج بيتش، كاليفورنيا

### الموهوبون و المتفوقون

**شيلبي ك. كول**
باحث مساعد
جامعة كونيكتيكت
ستوراس، كونيكتيكت

### الضبط الجامعي

**روبرت لي كيمبال**
رئيس القسم، الرياضيات و الفيزياء
كلية مجمع ويك التكنولوجي
رايليغ، شمال كارولينا

### الآلة الحاسبة للتمثيل البياني

**روث م. كايسي**
مدرب وطني $T^3$
فرانكفورت، كنتاكي

**جيري كامينس**
رئيس سابق
المجلس الوطني لمشرفين الرياضيات
ويسترن سبرينج، إلينوي

### الطلاقة الرياضية

**روبرت م. كابرارو**
أستاذ مساعد
جامعة تكساس A&M
محطة الكلية، تكساس

### Pre–AP

**ديكسي روس**
المدرس الرئيسي للرياضيات المتطورة
مدرسة بفلوغرفيل الثانوية
بفلوغرفيل، تكساس

### القراءة و الكتابة

**ريلي كوسيت لينت**
مؤلف و مستشار تعليمي
مورجان تاون، GA

**لين ت. هافنز**
مدير المشروع CRISS
كاليسبل، مونتانا

## المستشارون الرئيسيون

**فايكن هوفسيبيان**
أستاذ الرياضيات
كلية ريو هوندو
ويتير، كاليفورنيا

**جاي ماكتيش**
مستشار ومؤلف تعليمي
كولومبيا، ماريلاند

الوحدة 0

# التحضير للرياضيات المتكاملة III


**الاستعداد** للفصل 0 ..... P2

■ **إختبار ما قبل الدرس** ..... P3

0-1 **تمثيل الدوال** ..... P4

0-2 **FOIL** ..... P6

0-3 **تحليل عوامل كثيرات الحدود** ..... P7

0-4 **تقنيات الحساب** ..... P9

0-5 **إحتمالات الجمع** ..... P13

0-6 **إحتمالات الضرب** ..... P16

0-7 **الأرقام المطابقة و المماثلة** ..... P20

0-8 **نظرية فيثاغورس** ..... P22

0-9 **قياسات المنتصف و الإمتداد و الموضع** ..... P24

■ **إختبار ما بعد الدرس** ..... P29


Jim Guy/Shutterstock.com

الوحدة 1

# المعادلات و المتباينات


**الاستعداد** للفصل 1 . . . . . 3

1-1 **التعبيرات و القواعد** . . . . . 5

1-2 **خواص الأعداد الحقيقية** . . . . . 11

1-3 **حل المعادلات** . . . . . 18

■ **إختبار منتصف الفصل** . . . . . 26

1-4 **حل معادلات القيمة المطلقة** . . . . . 27

1-5 **حل المتباينات** . . . . . 33

📖 **استكشف: مختبر الجبر** الترميز الزمني . . . . . 40

1-6 **حل المتباينات المركبة و متباينات القيمة المطلقة** . . . . . 41

**التقويم**

■ **دليل و مراجعة الدراسة** . . . . . 49

■ **إختبار تدريبي** . . . . . 53

■ **التحضير للإختبارات المعيارية** . . . . . 54

■ **تدريب الإختبار المعياري، الفصل 1** . . . . . 56


Mikael Damkier/Shutterstock.com

الوحدة 2

# العلاقات و الدوال الخطية


**الاستعداد** للفصل 2 . . . . . 59

2-1 **العلاقات و الدوال** . . . . . 61

**توسع: مختبر الجبر** الدوال المنفصلة و المستمرة . . . . . 68

2-2 **العلاقات و الدوال الخطية** . . . . . 69

**توسع: مختبر الجبر** جذور المعادلات و أصفار الدوال . . . . . 75

2-3 **معدل التغير و الميل** . . . . . 76

2-4 **كتابة المعادلات الخطية** . . . . . 83

**توسع: مختبر تكنولوجيا التمثيل البياني** الإختلاف المباشر . . . . . 90

**إختبار منتصف الفصل** . . . . . 91

2-5 **الدوال الخاصة** . . . . . 93

**استكشف: مختبر تكنولوجيا التمثيل البياني** عائلات الخطوط . . . . . 100

2-6 **الدوال الأصلية و التحويلات** . . . . . 101

2-7 **التمثيل البياني للمتباينات الخطية و متباينات القيمة المطلقة** . . . . . 109

**التقويم**

**دليل و مراجعة الدراسة** . . . . . 114

**إختبار تدريبي** . . . . . 119

**التحضير للإختبارات المعيارية** . . . . . 120

**تدريب الإختبار المعياري، الفصول 2-1** . . . . . 122


Roine Magnusson/Photodisc/Getty Images

# الوحدة 3 أنظمة المعادلات و المتباينات


**الاستعداد** للفصل 3 . . . . . 125

توسع: مختبر تكنولوجيا التمثيل البياني تقاطع الرسومات . . . . . 127

3-1 حل أنظمة المعادلات . . . . . 128

3-2 حل أنظمة المتباينات بواسطة التمثيل البياني . . . . . 138

استكشف: مختبر تكنولوجيا التمثيل البياني أنظمة المتباينات الخطية . . . . . 145

3-3 التحسين بواسطة البرمجة الخطية . . . . . 146

3-4 أنظمة المعادلات في ثلاثة متغيرات . . . . . 153

■ إختبار منتصف الفصل . . . . . 160

3-5 حل أنظمة المعادلات باستخدام قانون كرامر . . . . . 161

3-6 حل أنظمة المعادلات بالمصفوفات الممتدة . . . . . 170

استكشف: مختبر تكنولوجيا التمثيل البياني المصفوفات الممتدة . . . . . 177

**التقويم**

■ دليل و مراجعة الدراسة . . . . . 178

■ إختبار تدريبي . . . . . 183

■ التحضير للإختبارات المعيارية . . . . . 184

■ تدريب الإختبار المعياري، الفصول 3-1 . . . . . 186


DreamPictures/Blend Images/Getty

الوحدة 4

# كثيرات الحدود و الدوال كثيرة الحدود


**الاستعداد** للفصل 4 . . . . . 189

4-1 **العمليات بواسطة كثيرات الحدود** . . . . . 191

**توسع: مختبر الجبر** تحليل الأبعاد . . . . . 198

4-2 **قسمة كثيرات الحدود** . . . . . 199

**توسع: مختبر تكنولوجيا التمثيل البياني** قسمة كثيرات الحدود . . . . . 206

4-3 **الدوال كثيرة الحدود** . . . . . 208

4-4 **تحليل رسومات الدوال كثيرة الحدود** . . . . . 216

**توسع: مختبر تكنولوجيا التمثيل البياني** تمثيل البيانات باستخدام الدوال كثيرة الحدود . . . . . 224

**إختبار منتصف الفصل** . . . . . 226

**استكشف: مختبر تكنولوجيا التمثيل البياني** حل المعادلات كثيرة الحدود بواسطة التمثيل البياني . . . . . 227

4-5 **حل المعادلات كثيرة الحدود** . . . . . 228

**توسع: مختبر تكنولوجيا التمثيل البياني** المعادلات المتطابقة كثيرة الحدود . . . . . 236

4-6 **نظريات الباقي و المعامل** . . . . . 238

4-7 **الجذور و الأصفار** . . . . . 244

**توسع: مختبر تكنولوجيا التمثيل البياني** تحليل الدوال كثيرة الحدود . . . . . 252

4-8 **نظرية الصفر النسبي** . . . . . 253

**التقويم**

**دليل و مراجعة الدراسة** . . . . . 259

**إختبار تدريبي** . . . . . 263

**التحضير للإختبارات المعيارية** . . . . . 264

**تدريب الإختبار المعياري، الفصول 4-1** . . . . . 266


Joseph Sohm/Shutterstock.com

# 5 المعكوسات و العلاقات و الدوال الجذرية


**الاستعداد** للفصل 5 . . . . . 269

5-1 **العمليات على الدوال** . . . . . 271

5-2 **العلاقات و الدوال المعكوسة** . . . . . 279

**توسع: مختبر تكنولوجيا التمثيل البياني** العلاقات و الدوال المعكوسة . . . . . 285

5-3 **دوال و متباينات الجذر التربيعي** . . . . . 286

5-4 **الجذور nth** . . . . . 293

**توسع: مختبر تكنولوجيا التمثيل البياني** التمثيل البياني لمعادلات الجذور nth . . . . . 299

**إختبار منتصف الفصل** . . . . . 300

5-5 **العمليات بواسطة التعبيرات الجذرية** . . . . . 301

5-6 **الأسس النسبية** . . . . . 308

5-7 **حل المعادلات والمتباينات النسبية** . . . . . 315

**توسع: مختبر تكنولوجيا التمثيل البياني** حل المعادلات والمتباينات النسبية . . . . . 322

**التقويم**

**دليل و مراجعة الدراسة** . . . . . 324

**إختبار تدريبي** . . . . . 329

**التحضير للإختبارات المعيارية** . . . . . 330

**تدريب الإختبار المعياري، الفصول 5–1** . . . . . 332


Stockbyte/Getty Images

الوحدة 6

# العلاقات و الدوال الأسية و اللوغاريتمية


**الاستعداد** للفصل 6 . . . . . 335

6-1 **اللوغاريتمات و الدوال اللوغاريتمية** . . . . . 338

**توسع: مختبر تكنولوجيا التمثيل البياني** إختيار النموذج الأمثل . . . . . 346

6-2 **حل المعادلات و المتباينات اللوغاريتمية** . . . . . 348

■ **إختبار منتصف الفصل** . . . . . 354

6-3 **خواص اللوغاريتمات** . . . . . 355

6-4 **اللوغاريتمات المشتركة** . . . . . 362

**توسع: مختبر تكنولوجيا التمثيل البياني** حل المعادلات و المتباينات اللوغاريتمية . . . . . 369

6-5 **e الأساسية و اللوغايتمات الطبيعية** . . . . . 371

**استكشف: مختبر جدول البيانات** الفائدة المركبة . . . . . 378

6-6 **استخدام الدوال الأسية و اللوغاريتمية** . . . . . 379

**التقويم**

■ **دليل و مراجعة الدراسة** . . . . . 387

■ **إختبار تدريبي** . . . . . 391

■ **التحضير للإختبارات المعيارية** . . . . . 392

■ **تدريب الإختبار المعياري، الفصول 6-1** . . . . . 394


Purestock/Getty Images

الوحدة 7

# العلاقات و الدوال المنطقية


**الاستعداد** للفصل 7 . . . . . 397

7-1 ضرب التعبيرات النسبية وقسمتها . . . . . 399

7-2 جمع التعبيرات النسبية وطرحها . . . . . 408

7-3 التمثيل البياني للدوال التبادلية . . . . . 415

■ إختبار منتصف الفصل . . . . . 422

7-4 التمثيل البياني للدوال المنطقية . . . . . 423

7-5 حل المعادلات و المتباينات المنطقية . . . . . 432

**توسع: مختبر تكنولوجيا التمثيل البياني** حل المعادلات و المتباينات المنطقية . . . 441

**التقويم**

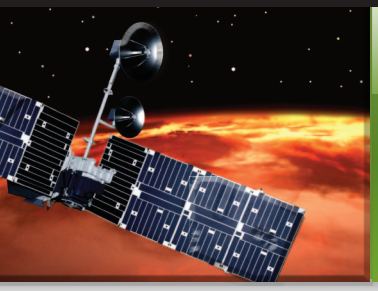
■ دليل و مراجعة الدراسة . . . . . 443

■ إختبار تدريبي . . . . . 447

■ التحضير للإختبارات المعيارية . . . . . 448

■ تدريب الإختبار المعياري، الفصول 7-1 . . . . . 450


Isadora Getty Buyou/Image Source – all rights reserved©



الوحدة 8

# القطوع المخروطية


**الاستعداد** للفصل 8 . . . . . 453

8-1 **قواعد نقطة المنتصف و المسافة** . . . . . 455

8-2 **المخروطات** . . . . . 461

**استكشف: مختبر تكنولوجيا التمثيل البياني** معادلات الدوائر . . . . . 468

8-3 **الدوائر** . . . . . 469

8-4 **القطوع الناقصة** . . . . . 477

■ **إختبار منتصف الفصل** . . . . . 485

8-5 **القطوع الزائدة** . . . . . 486

8-6 **تحديد القطوع المخروطية** . . . . . 494

8-7 **حل الأنظمة الخطية وغير الخطية** . . . . . 500

**التقويم**

■ **دليل ومراجعة الدراسة** . . . . . 506

■ **إختبار تدريبي** . . . . . 511

■ **التحضير للإختبارات المعيارية** . . . . . 512

■ **تدريبالإختبار المعياري، الفصول 8–1** . . . . . 514


Brand X Pictures/PunchStock

الوحدة 9

# المتواليات و السلسلات


**الاستعداد** للفصل 9 . . . . . 517

9-1 **المتتاليات كدوال** . . . . . 519

9-2 **المتتاليات والتسلسلات الحسابية** . . . . . 526

9-3 **المتتاليات والتسلسلات الهندسية** . . . . . 534

■ **إختبار منتصف الفصل** . . . . . 541

9-4 **نظرية ثنائي الحدود** . . . . . 543

📖 **توسع: مختبر الجبر** التركيبات و مثلث باسكال . . . . . 548

9-5 **الإثبات بواسطة الإدخال الرياضي** . . . . . 549

**التقويم**

■ **دليل و مراجعة الدراسة** . . . . . 554

■ **إختبار تدريبي** . . . . . 559

■ **التحضير للإختبارات المعيارية** . . . . . 560

■ **تدريب الإختبار المعياري، الفصول 9–1** . . . . . 562


Martin Child/Photodisc/Getty Images

# الوحدة 10 الإحصاء و الإحتمالية


**الاستعداد** للفصل 10 . . . . . 565

10-1 **تصميم دراسة** . . . . . 567

**توسع: مختبر تكنولوجيا التمثيل البياني** عمليات المحاكاة و هامش الخطأ . . . . . 575

10-2 **توزيعات البيانات** . . . . . 577

10-3 **توزيعات الإحتمالية** . . . . . 586

■ **إختبار منتصف الفصل** . . . . . 595

10-4 **التوزيع ثنائي الحدود** . . . . . 596

10-5 **التوزيع الطبيعي** . . . . . 604

**توسع: مختبر جدول البيانات** التقريب الطبيعي للتوزيعات ثنائية الحدود . . . . . 611

10-6 **فترات الثقة و إختبار الفرضية** . . . . . 613

10-7 **عمليات المحاكاة** . . . . . 621

**التقويم**

■ **دليل و مراجعة الدراسة** . . . . . 629

■ **إختبار تدريبي** . . . . . 633

■ **التحضير للإختبارات المعيارية** . . . . . 634

■ **تدريب الإختبار المعياري، الفصول 10–1** . . . . . 636


MIXA/Getty Images

الوحدة 11

# الدوال المثلثية


**الاستعداد** للفصل 11 . . . . . 639

**استكشف: مختبر جدول البيانات** فحص المثلثات القائمة الخاصة . . . . . 641

11-1 **الدوال المثلثية في المثلثات القائمة** . . . . . 642

11-2 **الزوايا و قياس الزاوية** . . . . . 651

**توسع: مختبر الهندسة** مساحات متوازيات الأضلاع . . . . . 658

11-3 **الدوال المثلثية للزوايا العامة** . . . . . 659

11-4 **قانون الجيوب** . . . . . 666

**إمتداد: مختبر الهندسة** المضلعات المنتظمة . . . . . 674

11-5 **قانون جيوب التمام** . . . . . 675

**إختبار منتصف الفصل** . . . . . 681

11-6 **الدوال الدائرية و الدورية** . . . . . 682

11-7 **التمثيل البياني للدوال المثلثية** . . . . . 689

**استكشف: مختبر تكنولوجيا التمثيل البياني** الرسوم البيانية المثلثية . . . . . 696

11-8 **ترجمة الرسوم البيانية المثلثية** . . . . . 697

11-9 **الدوال المثلثية المعكوسة** . . . . . 705

**التقويم**

**دليل و مراجعة الدراسة** . . . . . 711

**إختبار تدريبي** . . . . . 717

**التحضير للإختبارات المعيارية** . . . . . 718

**تدريب الإختبار المعياري، الفصول 11-1** . . . . . 720


Dennis Welsh/UpperCut Images/Getty Images

الوحدة 2

# المعادلات و المعادلات المتطابقة المثلثية


**الاستعداد** للفصل 12 . . . . . 723

12-1 **المعادلات المتطابقة المثلثية** . . . . . 725

12-2 **تعريف المعادلات المتطابقة المثلثية** . . . . . 732

12-3 **الجمع والطرح بين متطابقات الزوايا** . . . . . 738

■ **إختبار منتصف الفصل** . . . . . 744

12-4 **المعادلات المتطابقة للزاوية المزدوجة و نصف الزاوية** . . . . . 745

**استكشف: مختبر تكنولوجيا التمثيل البياني** حل المعادلات المثلثية . . . . . 752

12-5 **حل المعادلات المثلثية** . . . . . 753

**التقويم**

■ **دليل و مراجعة الدراسة** . . . . . 760

■ **إختبار تدريبي** . . . . . 763

■ **التحضير للإختبارات المعيارية** . . . . . 764

■ **تدريب الإختبار المعياري، الفصول 12–1** . . . . . 766


Maria Teije iro/Photodisc/Getty Images

الوحدة 13

# الإحتمالية و التماثل


**الاستعداد** للفصل 13 . . . . . 769

13-1 **النسب و الإحتمالات** . . . . . 771

13-2 **الخطوط المتوازية و الأجزاء المتناسبة** . . . . . 778

■ **إختبار منتصف الفصل** . . . . . 788

13-3 **تحويلات التماثل** . . . . . 789

13-4 **نماذج و رسومات المقياس** . . . . . 796

**التقويم**

■ **دليل و مراجعة الدراسة** . . . . . 802

■ **إختبار تدريبي** . . . . . 805

■ **التحضير للإختبارات المعيارية** . . . . . 806


Barry Rosenthal/The Image Bank/Getty Images

الوحدة 14

# التحويلات و التطابق


**الاستعداد** للفصل 14 . . . . . 809

14-1 **الإنعكاسات** . . . . . 811

14-2 **الترجمات** . . . . . 820

**استكشف: مختبر الهندسة** الدورات . . . . . 827

14-3 **الدورات** . . . . . 828

**توسع: مختبر الهندسة** الأجسام الصلبة للدوران . . . . . 835

**إختبار منتصف الفصل** . . . . . 837

**استكشف: مختبر برنامج الهندسة** تراكيب التحويلات . . . . . 838

14-4 **تراكيب التحويلات** . . . . . 839

**توسع: مختبر الهندسة** المضلعات الرباعية . . . . . 848

14-5 **التماثل** . . . . . 851

**استكشف: مختبر الهندسة** استكشاف الإنشاءات بواسطة جهاز عاكس . . . . . 858

**استكشف: مختبر تكنولوجيا التمثيل البياني** التوسعات . . . . . 860

14-6 **التوسعات** . . . . . 862

**التقويم**

**دليل و مراجعة الدراسة** . . . . . 870

**إختبار تدريبي** . . . . . 875

**التحضير للإختبارات المعيارية** . . . . . 876


J.Castro/Getty Images

# الوحدة 5 توسع المساحة السطحية و الحجم


**الاستعداد** للفصل 15 . . . . . 879

**استكشف: مختبر الهندسة** الأجسام الصلبة المتشكلة بواسطة الترجمة . . . . . 881

15-1 **تمثيل الأشكال ثلاثية الأبعاد** . . . . . 883

15-2 **المساحات السطحية للموشورات و الأسطوانات** . . . . . 890

15-3 **المساحات السطحية للأشكال الهرمية و المخاريط** . . . . . 898

15-4 **أحجام الموشورات و الأسطوانات** . . . . . 907

■ **إختبار منتصف الفصل** . . . . . 916

15-5 **أحجام المنشورات والأسطوانات** . . . . . 917

**التقويم**

■ **دليل و مراجعة الدراسة** . . . . . 925

■ **إختبار تدريبي** . . . . . 928

■ **التحضير للإختبارات المعيارية** . . . . . 929


age fotostock/SuperStock

# دليل الطالب

## المرجع

قاموس المصطلحات ..... R1

Rubberball/Getty Images

الوحدة 0

# الاستعداد للرياضيات المتكاملة 3

## الآن

**يحتوي الوحدة 0** على دروس حول موضوعات من دورات سابقة. لذا، يمكنك استخدام هذا الفصل بطرق مختلفة.

- ابدأ عامك الدراسي بإجراء اختبار تشخيصي. وإذا كنت بحاجة إلى مزيد من المراجعة أكمل الدروس الواردة في هذا الفصل. وللتأكد من أنك قد راجعت الموضوعات بنجاح قم بإجراء اختبار التطبيق.
- أثناء عملك خلال النص، قد تجد أن هناك موضوعات تحتاج إلى مراجعة. فإذا ما حدث ذلك، أكمل دروسك الفردية التي تحتاج إليها.
- استعن بهذا الفصل كمرجع. فإذا ما كانت لديك أسئلة حول أي من هذه الموضوعات، ارجع لهذا الفصل لمراجعة التعريفات أو المفاهيم الأساسية.

Jim Guy/Shutterstock.com

# ابدأ الوحدة

**ستراجع العديد من المفاهيم والمهارات والمفردات أثناء دراستك للفصل 0.**
**ولكي تكون على استعداد لهذا، حدد المصطلحات الهامة ونظم مصادرك.**

## مطويات منظم الدراسة

ستُدعى خلال هذا النص لاستخدام دفاتر لتنظيم ملاحظاتك.

**لماذا** يجب أن تستخدمها؟

- تساعدك على تنظيم المعلومات وعرضها وترتيبها.
- تقدم أدلة دراسية كبيرة، مصممة خصيصًا لك.
- يمكنك استخدامها كمجلة رياضيات لتسجيل الأفكار الرئيسية أو استراتيجيات حل المسائل أو الأمثلة أو الأسئلة التي قد تكون لديك.
- تمنحك فرصة لتحسين مفردات الرياضيات.

**كيف** يجب أن تستخدمها؟

- اكتب المعلومات العامة والمسميات والمفردات والمفاهيم والأسئلة والأفكار الرئيسية على الألسنة الأمامية للمطوية الخاصة بك.
- اكتب المعلومات الخاصة والآراء والأفكار وإجابات الأسئلة والخطوات والملاحظات تحت الألسنة.
- استخدم الألسنة فيما يلي:
  - مفاهيم الرياضيات في بعض الأجزاء، مثل أنواع المثلثات.
  - الخطوات الواجب إتباعها.
  - *أجزاء المسألة، مثل المقارنة و القابل (جزءان) أو ماذا وأين ومتى ولماذا وكيف (خمسة أجزاء).*
- قد تكون بحاجة إلى حفظ المطويات الخاصة بك في حقيبة بلاستيكية مزودة بسوستة وبها ثلاثة أخرام لتثبيت دفترك.

**متى** يجب أن تستخدمها؟

- جهز المطوية الخاص بك عند البدء في دراسة فصل جديد أو عند البدء في تعلُّم مفهوم جديد.
- اكتب في المطوية كل يوم.
- استخدم المطوية لمراجعة الواجبات المنزلية والاختبارات القصيرة وغير القصيرة.

## مراجعة المفردات

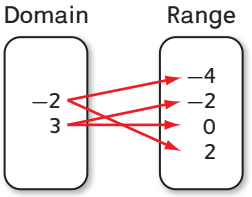
**عربي**


| | |
|---|---|
| المجال | ص. P4 |
| المدى | ص. P4 |
| الأرباع | ص. P4 |
| التخطيط | ص. P4 |
| الدالة | ص. P4 |
| النتيجة | ص. P9 |
| فضاء العينة | ص. P9 |
| التباديل | ص. P9 |
| المضروب | ص. P10 |
| التوافيق | ص. P11 |
| الاحتمال النظري | ص. P13 |
| الاحتمال التجريبي | ص. P13 |
| الحدث البسيط | ص. P14 |
| الحدث المركب | ص. P14 |
| الأحداث المتنافية | ص. P14 |
| الأحداث المستقلة | ص. P16 |
| الأحداث غير المستقلة | ص. P16 |
| الاحتمال الشرطي | ص. P16 |
| جدول تكرار نسبيّ بمدخلين | ص. P18 |
| المجتمع الإحصائي | ص. P24 |
| العينة | ص. P24 |
| المتوسط الحسابي | ص. P24 |
| الوسيط | ص. P24 |
| المنوال | ص. P24 |
| المدى | ص. P25 |
| التباين | ص. P25 |
| الانحراف المعياري | ص. P25 |
| ملخص الخمسة أرقام | ص. P26 |
| القيمة المتطرفة | ص. P27 |

# 0 الاختبار التشخيصي

**حدد مجال ومدى كل علاقة. ثم حدد ما إذا كانت كل علاقة دالة أم لا. اكتب نعم أو لا.**

**1.** $\{(14, 1), (-3, 6), (8, 4)\}$ **2.**




**اذكر اسم الربع الذي تقع فيه كل نقطة.**

**3.** $(-6, -2)$ **4.** $(4, -3)$ **5.** $(-5, 7)$

**أوجد كل حاصل ضرب.**

**6.** $(x + 1)(x + 4)$ **7.** $(a - 3)(a + 6)$

**8.** $(m - 2)(m - 5)$ **9.** $(c + 8)(c - 8)$

**10. نظرية الأعداد** وجد عددان صحيحان. النوع الأل هو 5 أكبر من عدد و الثاني هو 1 أقل من نفس العدد.

**a.** اكتب تعبيرًا لكلا العددين.

**b.** اكتب تعبير كثيرة الحدود لناتج ضرب الأعداد.

**أوجد العامل المشترك الاكبر لكل كثيرة حدود.**

**11.** $10ab^2 + 5b$ **12.** $15d - 12cd^2$

**13.** $y^2 + 6y - 7$ **14.** $a^2 - 13a + 36$

**15. الآيس كريم** كم مخروط آيس كريم يحتوي على كرة واحدة يمكنك طلبه إذا كان أمامك خيار لاثنين من أنواع المخاريط وخمسة عشر نكهة من الآيس كريم؟

**حدد ما إذا كان كل وضع ينطوي على تباديل أو توافيق أم لا. ثم حل المسألة.**

**16.** كم عدد الطرق التي يمكنك بها وضع كتاب الجبر، وكتاب الهندسة، وكتاب الكيمياء، وكتاب اللغة الإنجليزية، وكتاب الصحة على الرف؟

**17.** كم عدد الطرق التي يمكنك بها اختيار 3 نكهات من 15 نكهة عصير في محل بقالة؟

**تم أرسم ورقة لعب بطريقة عشوائية من ورق اللعب. حدد ما إذا كانت الأحداث متنافية أو غير متنافية. ثم أوجد كل احتمال.**

**18.** $P$ (2 أو الورقة السوداء) **19.** $P$ (جاك أو 4)

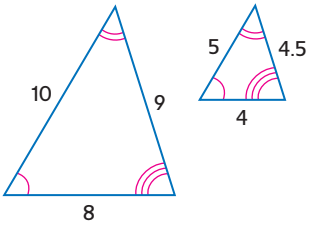
**حدد ما إذا كانت الأحداث مستقلة أو غير مستقلة. ثم أوجد الاحتمال.**

**20.** تم اختيار ورقتين بطريقة عشوائية واحدة تلو الأخرى من ورق اللعب بدون استبدال. ما هو احتمال أن تكون كلتا الورقتين (آس)

**21.** تم رمي عملة معدنية وإلقاء حجر نرد. ما هو احتمال ثبوت العملة المعدنية على الصورة وأن يكون العدد الذي يظهر على حجر النرد أكبر من 4؟

**22. التسوق** خلال شهر واحد، اشترى 18٪ من عملاء ***دبي مول*** السلعة رقم 345A. إذا طلب 5٪ من العملاء هذه السلعة والسلعة رقم 345B، أوجد احتمال أن الشخص الذي طلب السلعة رقم 345A طلب أيضًا السلعة رقم 345B.

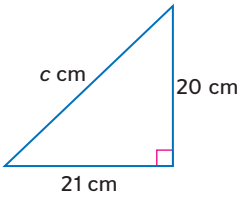
**23.** حدد ما إذا كان المثلثان *متشابهان* أم *متطابقان* أم ***لا هذا ولا ذاك***.




**24. الصور** تم تكبير صورة عرضها 3 in وطولها 5 بوصة ليبلغ طولها 12 In. كم سيكون عرض الصورة المكبرة؟

**أوجد طول الضلع الناقص. قرب إلى أقرب جزء من العشرة، إذا لزم الأمر.**

**25.**




**26.** $a = 6$ yd,
$b = 9$ yd,
$c = ?$

**لديك أطوال الأضلاع الثلاثة لمثلث. حدد ما إذا كان كل مثلث قائم الزاوية.**

**27.** 12 yd, 14 yd, 16 yd **28.** 15 km, 20 km, 25 km

**أوجد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى والانحراف المعياري لكل مجموعة بيانات. ثم حدد أي قيمة متطرفة.**

**29.** درجات 16 طالبًا في اختبار الرياضيات: 85, 100, 92, 36, 74, 88, 92, 86, 88, 82, 98, 70, 78, 92, 84, 100

**30.** الوزن لأقرب رطل لـــ 17 قطة: 10, 15, 9, 8, 11, 10, 9, 8, 13, 9, 12, 10, 13, 11, 9, 12, 10

# 0-1 تمثيل الدوال

## الهدف:

- حدد مجال ومدى الدوال.

## مفردات جديدة

**المجال (domain)**
**المدى (range)**
**الأرباع (quadrants)**
**التخطيط (mapping)**
**الدالة (function)**

تذكر أن *العلاقة* هي مجموعة من زوج مرتب. **مجال** العلاقة هو مجموعة كل الإحداثيات الأولى (إحداثيات X) من الزوج المرتب. و**المدى** هو مجموعة كل الإحداثيات الثانية (إحداثيات y) الزوج المرتب.

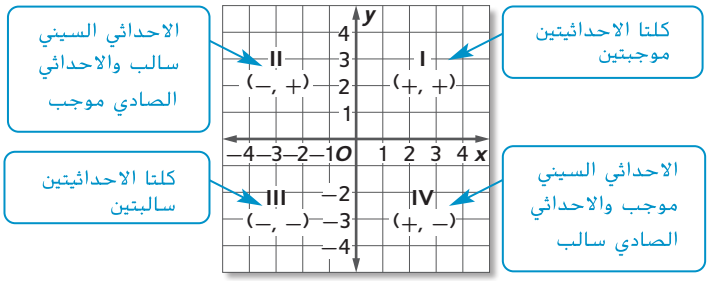
### المثال 1 المجال والمدى

**حدد مجال ومدى العلاقة.**
$\{(-3, 3), (0, -7), (1, -5), (2, 4)\}$

المجال هو مجموعة الإحداثيات $x$.
$D = \{-3, 0, 1, 2\}$

المدى هو مجموعة الإحداثيات $y$.
$R = \{-7, -5, 3, 4\}$

يمكن رسم أي علاقة على مستوى إحداثي. مع العلم بأن هذا المستوى الإحداثي يتكون من تقاطع محور أفقي، أو محور $x$ ومحور رأسي، أو محور $y$. وتتقاطع المحاور عند نقطة الأصل (0, 0) وتقسم المستوى الإحداثي إلى أربعة **أرباع**. ويمكن كتابة أي زوج مرتب في المستوى الإحداثي في شكل $(x, y)$.



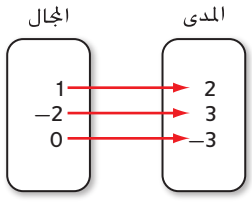

### المثال 2 حدد الإحداثيات

**اذكر اسم الربع الذي تقع فيه النقطة $T(-8, 5)$.**

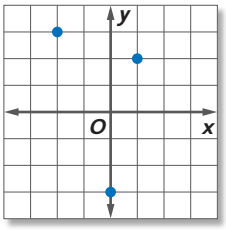
النقطة $T$ لها إحداثي $x$ سلبي وإحداثي $y$ إيجابي. وتقع هذه النقطة في الربع الثاني.

يمكن أيضًا تمثيل العلاقة بجدول أو تخطيط. مع العلم بأن **التخطيط** يوضح كيف يتم إقران كل عنصر من عناصر المجال مع عنصر في المدى.

| زوج مرتب | جدول | رسم بياني | تخطيط |
|---|---|---|---|
| (1, 2) | | | |
| (-2, 3) | | | |
| (0, −3) | | | |




| x | y |
|---|---|
| 1 | 2 |
| −2 | 3 |
| 0 | −3 |




**الدالة** عبارة عن علاقة يقترن فيها كل عنصر من عناصر المجال مع عنصر *واحد فقط* من عناصر المدى.

## المثال 3 تحديد المجال والمدى

**حدد مجال ومدى كل علاقة. ثم حدد ما إذا كانت كل علاقة دالة أم لا.**

**a.** {(10, 3), (6, −2), (7, 4), (−8, −9)}

D = {−8, 6, 7, 10}
R = {−9, −2, 3, 4}

لكل عنصر من عناصر المجال، يوجد عنصر واحد فقط مطابق في المدى. إذًا، تصبح هذه العلاقة دالة.

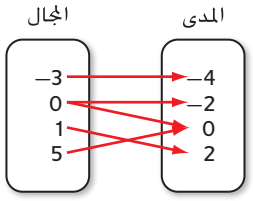
**b.**

| x | y |
|---|---|
| 1 | 3, 4 |
| 2 | 7 |
| 3 | 4 |

D = {1, 2, 3}
R = {3, 4, 7}

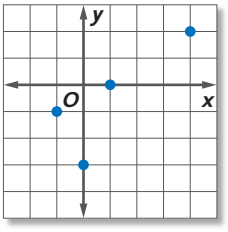
لأن 1 مقترن مع 3 و4 فهذه ليست دالة.

**c.**




D = {−3, 0, 1, 5}
R = {−4, −2, 0, 2}
لأن صفر مقترن مع 2− و0، فهذه ليست دالة.

**d.**




D = {−1, 0, 1, 4}
R = {−3, −1, 0, 2}
هذه دالة.

**انتبه!**

**الدوال** تذكر أنه في الدالة، يمكن أن يقترن عنصر من المدى مع أكثر من عنصر من المجال. لكن لا يمكن لعنصر من المجال أن يقترن بأكثر من عنصر من المدى.

## تمارين

**حدد مجال ومدى كل علاقة. ثم حدد ما إذا كانت كل علاقة دالة أم لا. اكتب نعم أو لا.**

**1.** {(2, 7), (3, 10), (1, 6)}

**2.** {(−6, 0), (5, 5), (9, −2), (−2, −9)}

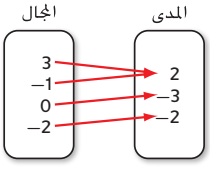
**3.**

| x | y |
|---|---|
| 1 | 5 |
| 2 | 7 |
| 1 | 9 |

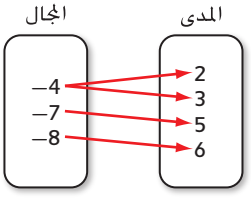
**4.**

| x | y |
|---|---|
| −12 | 0 |
| −10 | 1 |
| −8 | 2 |
| −6 | 4 |

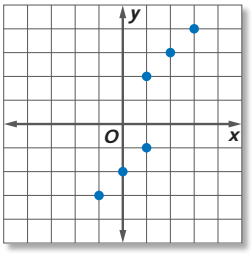
**5.**



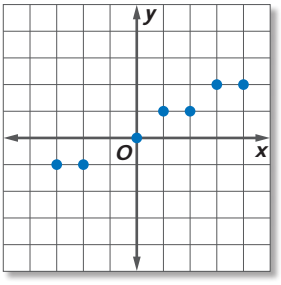

**6.**




**7.**




**8.**




**اذكر اسم الربع الذي تقع فيه كل نقطة.**

**9.** (5, 3)

**10.** (8, −6)

**11.** (2, 0)

**12.** (−7, −1)

# 0-2 طريقة FOIL

الدرس

**الهدف:**

- استخدم طريقة FOIL لضرب ذات الحدين.

حاصل ضرب ذات الحدين هو مجموع حواصل ضرب الحدود *الأولى* والحدود *الخارجية* والحدود *الداخلية* والحدود *الأخيرة*.

F L O I

## المثال 1 استخدم طريقة FOIL

**أوجد كل ناتج ضرب.**

**a.** $(x + 3)(x - 5)$

F L

$(x + 3)(x - 5) = x \cdot x + x \cdot (-5) + 3 \cdot x + 3 \cdot (-5)$

I O

الأول الخارجي الداخلي الأخير

$= x^2 - 5x + 3x - 15$

$= x^2 - 2x - 15$

**b.** $(3y + 2)(5y + 4)$

$(3y + 2)(5y + 4) = 3y \cdot 5y + 3y \cdot 4 + 2 \cdot 5y + 2 \cdot 4$

$= 15y^2 + 12y + 10y + 8$

$= 15y^2 + 22y + 8$

## تمارين

**أوجد كل حاصل ضرب.**

1. $(a + 2)(a + 4)$
2. $(v - 7)(v - 1)$
3. $(h + 4)(h - 4)$
4. $(d - 1)(d + 1)$
5. $(b + 4)(b - 3)$
6. $(t - 9)(t + 11)$
7. $(r + 3)(r - 8)$
8. $(k - 2)(k + 5)$
9. $(p + 8)(p + 8)$
10. $(x - 15)(x - 15)$
11. $(2c + 1)(c - 5)$
12. $(7n - 2)(n + 3)$
13. $(3m + 4)(2m - 5)$
14. $(5g + 1)(6g + 9)$
15. $(2q - 17)(q + 2)$
16. $(4t - 7)(3t - 12)$

17. **الأعداد** إنني أفكر في عددين. الاول اقل بمقدار **7** من عددٍ ما والثاني هو أكبر بمقدار **2** من نفس العدد.
   - **a.** اكتب تعبيرًا لكلا العددين.
   - **b.** اكتب تعبير كثير الحدود لناتج ضرب الأعداد.

18. **فضاء المكتب** تمتلك فاطمة مكتبًا مربع الشكل. وسيكون مكتبها في مبنى الشركة الجديد أكبر بمقدار 3 أقدام عرض و5 أقدام طول.
   - **a.** اكتب تعبيرات أبعاد مكتب فاطمة الجديد.
   - **b.** اكتب تعبير كثير الحدود لمساحة مكتب فاطمة الجديد.
   - **c.** افرض أن مكتب فاطمة الحالي 7 أقدام في 7 أقدام. كم سيكبره مكتبها الجديد؟

# 0-3 تحليل كثيرات الحدود

الدرس

**الهدف:**

- استخدام الطرق المختلفة لإيجاد العامل المشترك الاكبر لكثيرات الحدود.

يمكن إيجاد العامل المشترك الاكبر لكثيرات الحدود باستخدام خاصية التوزيع.

## المثال 1 استخدم خاصية التوزيع

**حلل $4a^2 + 8a$.**

أوجد العامل المشترك الأكبر لـ $4a^2$ و$8a$.

$8a = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot a$ $\quad 4a^2 = 2 \cdot 2 \cdot a \cdot a$ $\quad \rightarrow$ العامل المشترك الأكبر: $2 \cdot 2 \cdot a$ أو $4a$

$4a^2 + 8a = 4a(a) + 4a(2)$ أعد كتابة كل حد مستخدمًا العامل المشترك الأكبر.

$= 4a(a + 2)$ خاصية التوزيع

إذًا، فالشكل المحلل بالكامل لـ $4a^2 + 8a$ هو $4a(a + 2)$.

لتحليل ثلاثيات حدود الشكل $x^2 + bx + c$، أوجد العددين $m$ و$p$ مع ناتج ضرب مساوي لـ $c$ ومجموع مساوي لـ $b$. ثم اكتب $x^2 + bx + c$ باستخدام النمط $(x + m)(x + p)$.

## المثال 2 استخدم العوامل والمجاميع

**حلل كل كثيرة حدود.**

**a.** $x^2 + 5x + 6$ ← كلا من $b$ و$c$ موجب.

$b$ هو 5 و$c$ هو **6**. أوجد عددين بناتج ضرب 6 ومجموع **5**.

| عوامل 6 | مجموع العوامل |
|---|---|
| 6 ,1 | 7 |
| 3 ,2 | 5 |

العوامل الكلية هي 2 و3.

$x^2 + 5x + 6 = (x + m)(x + p)$ اكتب النمط.

$= (x + 2)(x + 3)$ $p = 3$ و$m = 2$

**b.** $x^2 - 8x + 12$ ← $b$ سالب و$c$ موجب.

$b = -8$ و$c = 12$. وهذا يعني أن $m + p$ موجب و$mp$ سالب. إذًا، يجب أن يكون كلا من $m$ و$p$ سالب.

| عوامل 12 | مجموع العوامل |
|---|---|
| −12 ,−1 | −13 |
| −6 ,−2 | −8 |

العوامل الكلية هي −2 و−6.

$x^2 - 8x + 12 = (x + m)(x + p)$ اكتب النمط.

$= [x + (-2)][x + (-6)]$ $p = -6$ و$m = -2$

$= (x - 2)(x - 6)$ بسط.

**c.** $x^2 + 14x - 15$ ← $b$ موجب و$c$ سالب.

$b = 14$ و $c = -15$. وهذا يعني أن $m + p$ موجب و$mp$ سالب. إذًا، يجب أن يكون $m$ أو $p$ سالبًا, وليس الاثنين.

| عوامل −15 | مجموع العوامل |
|---|---|
| −15 ,1 | −14 |
| 15 ,−1 | 14 |

العوامل الكلية هي −1 و15.

$x^2 + 14x - 15 = (x + m)(x + p)$ اكتب النمط.

$= [x + (-1)](x + 15)$ $p = 15$ و$m = -1$

$= (x - 1)(x + 15)$ بسط.

لتحليل ثلاثيات الحدود من الدرجة الثانية للشكل $ax^2 + bx + c$, أوجد العددين $m$ و$p$ مع ناتج ضرب مساوي لـ $ac$ ومجموع مساوي لـ $b$. واكتب $ax^2 + bx + c$ مستخدمًا النمط $ax^2 + mx + px + c$. ثم أوجد العامل عن طريق التجميع.

## المثال 3 استخدم العوامل والمجاميع

**حلل $6x^2 + 7x - 3$.**

$a = 6$, $b = 7$, و$c = -3$. وهذا يعني أن $m + p$ موجب و$mp$ سالب. إذًا، يجب أن يكون $m$ أو $p$ سالبًا, وليس الاثنين.

| عوامل $-18$ | مجموع العوامل |
|---|---|
| $-18, 1$ | $-17$ |
| $18, -1$ | $17$ |
| $-9, 2$ | $-7$ |
| $9, -2$ | $7$ |

العوامل الكلية هي $-2$ و$9$.

$6x^2 + 7x - 3 = 6x^2 + mx + px - 3$ — اكتب النمط.

$= 6x^2 + (-2)x + 9x - 3$ — $m = -2$ و$p = 9$

$= (6x^2 - 2x) + (9x - 3)$ — جمّع الحدود مع العوامل المشتركة.

$= 2x(3x - 1) + 3(3x - 1)$ — أوجد العامل المشترك الأكبر من كل مجموعة.

$= (2x + 3)(3x - 1)$ — خاصية التوزيع

**نصيحة دراسية**

**التحقق من الحلول** يمكن التحقق من أنك أوجدت العامل الصحيح عن طريق ضرب العوامل ومقارنة ناتج الضرب بكثيرة الحدود الأصلية.

فيما يلي بعض حواصل الضرب الخاصة.

**فرق بين مربعين**

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

**مربع كامل ثلاثي الحدود**

$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2$

## المثال 4 استخدم حواصل الضرب الخاصة

**حلّل كل كثيرة حدود.**

**a.** $4x^2 + 20x + 25$

الحد الأول والأخير مربعات كاملة.
والحد الأوسط مساوي لـ $2(2x)(5)$.
فهذا مربع كامل ثلاثي الحدود للشكل $(a + b)^2$.

$4x^2 + 20x + 25 = (2x)^2 + 2(2x)(5) + 5^2$ — اكتب بهذا الشكل $a^2 + 2ab + b^2$.

$= (2x + 5)^2$ — أوجد العامل باستخدام النمط.

**b.** $x^2 - 4$

هذا فرق بين مربعين.

$x^2 - 4 = x^2 - (2)^2$ — اكتب بهذا الشكل $a^2 - b^2$.

$= (x + 2)(x - 2)$ — حلل الفرق بين مربعين بين المربعات.

## تمارين

**حلل كل كثيرة حدود.**

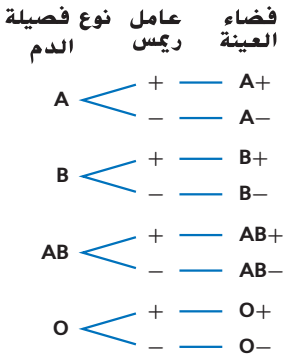
1. $12x^2 + 4x$
2. $6x^2y + 2x$
3. $8ab^2 - 12ab$
4. $x^2 + 5x + 4$
5. $y^2 + 12y + 27$
6. $x^2 + 6x + 8$
7. $3y^2 + 13y + 4$
8. $7x^2 + 51x + 14$
9. $3x^2 + 28x + 32$
10. $x^2 - 5x + 6$
11. $y^2 - 5y + 4$
12. $6x^2 - 13x + 5$
13. $6a^2 - 50ab + 16b^2$
14. $11x^2 - 78x + 7$
15. $18x^2 - 31xy + 6y^2$
16. $x^2 + 4xy + 4y^2$
17. $9x^2 - 24x + 16$
18. $4a^2 + 12ab + 9b^2$
19. $x^2 - 144$
20. $4c^2 - 9$
21. $16y^2 - 1$
22. $25x^2 - 4y^2$
23. $36y^2 - 16$
24. $9a^2 - 49b^2$

# 0-4 طرق العد

## الهدف

- أوجد العدد الكلي للنتائج باستخدام مجموعة متنوعة من الطرق.

تذكر أن **النتيجة** هي نتيجة تجربة وحيدة لعملية تنطوي على فرصة. يطلق عليها اسم **التجربة الاحتمالية**. ويطلق على كل مجموعة من النتائج المحتملة لمثل هذه التجربة اسم **فضاء العينة**. ويمكن استخدام **مخطط شجرة**. مثل المخطط المبين هنا، لإدراج النتائج في فضاء العينة بصورة ممنهجة. ولاحظ أنه يوجد 8 نتائج في فضاء العينة هذا.




فإذا كنت تريد فقط معرفة العدد الكلي للنتائج، يمكنك استخدام **مبدأ العد الأساسي**.

### مفردات جديدة

- النتيجة (outcome)
- التجربة الاحتمالية (probability)
- (experiment)
- فضاء العينة (sample space)
- مخطط الشجرة (tree diagram)
- التباديل (permutation)
- المضروب (factorial)
- التوافيق (combination)

### المفهوم الرئيسي مبدأ العد الأساسي

**الكلمات** يمكن إيجاد عدد النتائج المحتملة في فضاء العينة عن طريق ضرب عدد النتائج المحتملة في كل حدث.

**الرموز** إذا كان من الممكن أن يتم الحدث $M$ بطرق $m$ وتبعه الحدث $N$ الذي من الممكن أن يتم بطرق $n$، فإنه يمكن أن يتم الحدث $M$ الذي يتبعه الحدث $N$ بطرق $m \cdot n$.

قد تمتد هذه القاعدة إلى ثلاثة أحداث أو أكثر.

إذا كانت هناك 4 فصائل دم محتملة وعاملين ريسس، تكون هناك $2 \cdot 4$ أو 8 طرق ممكنة لتسمية حالات التبرع بالدم.

### المثال 1 مبدأ العد الأساسي

**الدراجات** **قامت شركة تصنيع دراجات بإنتاج دراجات مزودة بخمس وعشر سرعات في سبعة ألوان مختلفة وأربعة أحجام إطارات مختلفة. كم عدد الدراجات المختلفة التي تنتجها الشركة؟**

يوجد خياران للسرعة و7 خيارات للألوان و4 خيارات للإطارات. طبق مبدأ العد الأساسي

| عدد الدراجات | | الإطارات | | الألوان | | السرعات |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 56 | = | 4 | · | 7 | · | 2 |

يمكن إنتاج 56 دراجة مختلفة.

قد تحتوي مسائل العد أيضًا على تحديد عدد الترتيبات المختلفة للأجسام. مع العلم بأن ترتيب مجموعة من الأجسام في ترتيب معين يسمى **التباديل**. على سبيل المثال، هناك 6 تباديل للحروف A, B, C.

ABC ACB BAC BCA CAB CBA

لتحديد هذا العدد رياضيًا، طبق مبدأ العد الأساسي. حيث يوجد 3 خيارات للحرف الأول. وبمجرد اختيار هذا الحرف، يبقى خياران للحرف الثاني. وبعد اختيار الحرفين الأولين، يبقى خيار واحد.

| التباديل | | الحرف الثالث | | الحرف الثاني | | الحرف الأول |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | = | 1 | · | 2 | · | 3 |

يمكن كتابة ناتج الضرب $3 \cdot 2 \cdot 1$ بهذه الصورة 3!، ويُقرأ مضروب **3**.

## المفهوم الرئيسي المضروب

**الكلمات** **مضروب** $n$ هو حاصل ضرب كل أرقام العد بدءًا من $n$ والعد إلى الوراء حتى **1**. ويُعرف مضروب الصفر ليساوي **1**.

**الرموز** $0! = 1$ و $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \cdots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

عدد تباديل العناصر المختلفة $n$ هو $n!$.

## المثال 2 تباديل العناصر $n$

**الفرقة الموسيقية** **هناك 8 متسابقين نهائيين في مسابقة للفرق الموسيقية. بكم طريقة مختلفة يمكن ترتيب الفرق إذا لم يتمكنوا من الحصول على نفس الترتيب؟**

$8! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ أو 40,320 تباديل الأجسام المتميزة $n$

يمكن ترتيب الفرق بـ 40.320 طريقة.

افرض في المثال 2 أنك أردت أن تعرف عدد الطرق المختلفة التي يمكن الحصول بها على المراكز الأولى والثانية والثالثة في المسابقة. فهذا أيضًا يشمل تباديل. هو عدد تباديل المتسابقين النهائيين الثمانية المحتلين المركز 3 في وقت واحد.

| التباديل | | المركز الثالث | | المركز الثاني | | المركز الأول |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 336 | = | 6 | · | 7 | · | 8 |

يمكن أيضًا إيجاد عدد التباديل باستخدام المضاريب من خلال إيجاد عدد تباديل جميع الفرق الموسيقية البالغ عددها 8 وقسمة عدد ترتيبات الفرق التي حصلت على مراكز غير الأول أو الثاني أو الثالث.

$$\frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8!}{5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 8 \cdot 7 \cdot 6$$

يتم تعميم هذه النتيجة أدناه.

## المفهوم الرئيسي تباديل العناصر $r$ المأخوذة من $n$ في وقت واحد.

عدد تباديل العناصر $r$ المأخوذة من مجموعة العناصر المختلفة $n$ يُعطى عن طريق

$$_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

**قراءة الرياضيات**

**التباديل** قد يشار أيضًا إلى عدد تباديل العناصر $r$ المأخوذة من $n$ باسم $P(n, r)$.

## المثال 3 تباديل العناصر $r$ المأخوذة من $n$ في وقت واحد

**التدريس** **بكم طريقة يمكن تعيين اثنين من الطلاب إلى خمسة مدرسين في حالة تعيين طالب واحد فقط لكل مدرس؟**

لأن الترتيب الذي ينظيم الطلاب يحدد المعلم الذي سيتم تعيين طالب له، فإن هذا الوضع يشمل التباديل.

$_5P_2 = \frac{5!}{(5-2)!}$ تباديل شيئين مأخوذين من خمسة أشياء في وقت واحد.

$= \frac{5!}{3!}$ اطرح

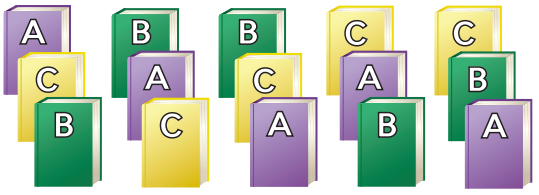
$= \frac{5 \cdot 4 \cdot \cancel{3 \cdot 2 \cdot 1}}{\cancel{3 \cdot 2 \cdot 1}}$ أو 20 اقسم العوامل المشتركة وبسّط.

يمكن تعيين الطلاب بـ 20 طريقة.

**نصيحة دراسية**

**مع التكرار** عدد تباديل عناصر $n$ التي يتكرر فيها عنصر واحد $p$ من المرات ويتكرر عنصر آخر $q$ من المرات هو $\frac{n!}{p!q!}$ قد يمتد هذا القانون إلى التباديل التي تشمل ثلاثة عناصر متكررة أو أكثر.

إن اختيار عناصر مختلفة بطريقة لا يكون فيها ترتيب العناصر المختارة غير مهم يسمى **توافيق**. افرض أنك اخترت 3 كتب من 4 كتب، A وB وC وD، من أجل تقرير عن الكتاب. فاختيار الكتب A وB وC لا يختلف كثيرًا عن اختيار الكتب C وB وA، أو أي ترتيبات أخرى لهذه الكتب الثلاثة.




لإيجاد عدد توافيق العناصر $r$ المأخوذة من $n$ في وقت واحد، اقسم عدد التباديل على عدد طرق ترتيب كل مجموعة من العناصر $r$.

**المفهوم الرئيسي** **توافيق العناصر $r$ المأخوذة من $n$ في وقت واحد.**

عدد توافيق العناصر $r$ المأخوذة من مجموعة العناصر المختلفة $n$ يُعطى عن طريق

$$_nC_r = \frac{_nP_r}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}.$$

## المثال 4 توافيق العناصر $r$ المأخوذة من $n$ في وقت واحد

**أوراق اللعب** **بكم طريقة يمكنك اختيار 5 أوراق من 52 ورقة لعب؟**

**لأن الترتيب الذي يتم فيه اختيار أوراق اللعب ليس مهمًا، فإن المسألة تشمل توافيق.**

$_{52}C_5 = \frac{52!}{(52-5)!\,5!}$ توافيق 5 أشياء مأخوذة من 52 شيء.

$= \frac{52!}{47!\,5!}$ اطرح

$= 2{,}598{,}960$ استخدم الآلة الحاسبة.

توجد 2,598,960 طريقة لاختيار 5 أوراق من ورقة لعب؟

**نصيحة دراسية**

**تقييم التباديل والتوافيق** يمكنك أيضًا استخدام ميزات nPr و nCr الموجودة على حاسبة الرسوم البيانية لتقييم التباديل والتوافيق على التوالي.

من الخطوات الهامة في حل مسألة العد تحديد ما إذا كان الترتيب مهمًا أم لا. فإذا كان ترتيب العناصر المختارة مهمًا، فإن المسألة تشمل تباديل. وإذا كان ترتيب العناصر المختارة غير مهم، فإن المسألة تشمل توافيق.

## المثال 5 التباديل أو التوافيق؟

**كتب خمسة وعشرين طالبًا أسمائهم على قطع من الورق. ثم تم اختيار ثلاثة أسماء مختلفة بشكل عشوائي لتلقي جوائز. حدد ما إذا كان كل وضع ينطوي على *تباديل* أم *توافيق*.**

**a. اختيار 3 أشخاص لكي يتلقي كل منهم كوبون "لا واجب منزلي"**

لأن الجوائز متطابقة، فإن الترتيب الذي يتم فيه أرسم أسماء الطلاب ليس مهمًا. تشمل هذه المسألة توافيق.

**b. اختيار 3 أشخاص ليحصل كل منهم على جائزة من الجوائز التالية: الجائزة الأولى حاسبة رسوم بيانية جديدة؛ الجائزة الثانية كوبون "لا واجب منزلي"؛ الجائزة الثالثة قلم رصاص جديد**

لأن الجوائز مختلفة، فإن الترتيب الذي يتم فيه أرسم أسماء الطلاب مهمًا. وهذه المسألة تشمل تباديل.

## تمارين

### استخدام مبدأ العد الأساسي لتحديد عدد النتائج

| المشروبات | الأطباق الجانبية | السندويشات |
|---|---|---|
| مياه معبأة<br>صودا<br>عصير<br>حليب | شيبسي<br>تفاح<br>سلطة باستا | تونة<br>برجر لحم<br>برجر نباتي<br>ساندويتش ثلاثي الطبقات<br>دجاج مشوي |

1. **الأطعمة** كم مجموعة ممكنة من السندوتشات والأطباق الجانبية والمشروبات؟

2. **الاختبارات** كل سؤال في اختبار من خمسة أسئلة متعدد الاختيارات له خيارات إجابة مسماة A وB و C وD. بكم طريقة مختلفة يمكن للطالب الإجابة على الأسئلة الخمسة؟

3. **التخرج** استأجر محمد بذلة رسمية للتخرج. وبمجرد أن اختار السترة، لا بد له من الاختيار من بين ثلاثة أنواع من السراويل وستة ألوان من السترات الواقية. فبكم طريقة يمكنه اختيار ملابس تخرجه؟

4. **التصنيع** تقوم شركة بتصنيع قفازات كرة البيسبول بخيارات مختلفة كما هو مبين في الجدول. كم عدد القفازات المختلفة المحتملة؟ 48

| الخيار | عدد الخيارات |
|---|---|
| الأحجام | 4 |
| أنواع الأوضاع | 3 |
| المواد | 2 |
| مستويات الجودة | 2 |

### أوجد القيم كل تبديل أو توفيق

5. ${}_6P_3$
6. ${}_7P_5$
7. ${}_4C_2$
8. ${}_{12}C_7$
9. ${}_6C_1$
10. ${}_9P_5$

**حدد ما إذا كان كل وضع ينطوي على *تباديل* أو *توافيق* أم لا. ثم حل المسألة.**

11. **المدرسة** تريد فاطمة أن تأخذ 6 دروس مختلفة في العام المقبل. بفرض أن كل درس يتم منحه كل فترة، فكم عدد الجداول المختلفة التي قد تكون لديها؟

12. **البالونات** كم مجموعة ذات 4 ألوان يمكن اختيارها من 13 بالونة ملونة ومختلفة؟

13. **المسابقة** بكم طريقة يمكن اختيار الفائز والوصيف الأول والثاني والثالث في مسابقة بها 10 متسابقين نهائيين؟

14. **الفرق الموسيقية** تختار فرقة موسيقية 3 مغنيين جدد احتياطيين من مجموعة من 18 شخصًا ممن حاولوا. بكم طريقة يمكنها اختيار المغنيين الجدد؟

15. **البيتزا** كم عدد فطائر البيتزا المختلفة ذات الطبقتين التي يمكن عملها إذا كان هناك 6 خيارات للطبقات؟

16. **الكرة اللينة** بكم طريقة يمكن لمديرة فريق كرة لينة اختيار لاعبين لأهم 4 أماكن في التشكيلة إذا كانت تفكر في 7 لاعبين ممكنين؟

17. **الصحف** تمتلك صحيفة 9 صحفيين متاحين لتغطية 4 قصص مختلفة. بكم طريقة يمكن تعيين الصحفيين؟

18. **القراءة** لدى أحمد قائمة قراءة من 12 كتابًا. بكم طريقة يمكنه اختيار 9 كتب من القائمة لفحصها من المكتبة؟

19. **التحدي** يقوم عمر بالتسجيل في موقع ويب ويجب عليه اختيار كلمة مرور من ستة أحرف. مع العلم بأن كلمة المرور قد تحتوي على أحرف أو أرقام.

    **a.** كم عدد كلمات المرور الممكنة إذا كان من الممكن أن تتكرر الأحرف؟ إذا لم يمكن أن تتكرر الأحرف؟

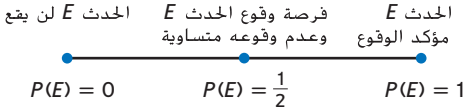
    **b.** كم عدد كلمات المرور الممكنة إذا كانت كافة الرموز حروفًا يمكن أن تتكرر؟ إذا كانت كلمة المرور يجب أن تحتوي على رقم واحد بالضبط؟ أي نوع من كلمات المرور أكثر أمانًا؟ اشرح.

# الدرس 0-5 إضافة الاحتمالات

## الأهداف

- حساب الاحتمالات النظرية والتجريبية.
- حساب احتمالات الأحداث المركبة.

**الاحتمال** هو مقياس لفرصة وقوع الحدث $E$. واحتمال $P(E)$ أن حدث ما سيقع يُعطى دائمًا كنسبة بين 0 و1، شامل.




**نموذج الاحتمال** هو نموذج رياضي يستخدم لتمثيل نتائج التجربة. ويستخدم **نموذج الاحتمال الموحد أو البسيط** لوصف تجربة تكون جميع نتائجها محتملة أو لها نفس احتمال الحدوث.

إذا افترضنا أن كل نتائج التجربة محتملة، يمكننا حساب **الاحتمال النظري** بأن حدث ما سيقع باستخدام فضاء العينة للنتائج المحتملة. كما يمكننا حساب **الاحتمال التجريبي** أو الاختباري باستخدام النتائج التي تم الحصول عليها من محاولات الأداء الواقعي للتجربة.

### المفهوم الرئيسي الاحتمال النظري والتجريبي

إذا افترضنا أن كل نتيجة هي نتيجة محتملة بالتساوي، فإن الاحتمال النظري $P$ للحدث $E$ يُعطى عن طريق

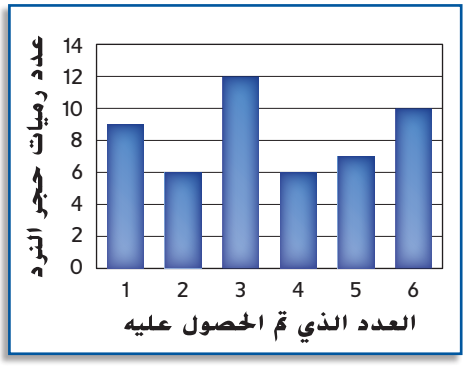
$$P(E) = \frac{\text{عدد التجارب الإيجابية}}{\text{عدد المحاولات}}$$

نظرًا لتكرار النتائج من عدد معين من محاولات التجربة، فإن الاحتمال التجريبي $P$ للحدث $E$ يُعطى عن طريق

$$P(E) = \frac{\text{عدد النتائج الإيجابية}}{\text{عدد نتائج المحتملة}}$$

### المثال 1 الاحتمال النظري والتجريبي

**يظهر تنسيق في نفس السطر البياني نتائج عدة محاولات لتجربة رمي حجر نرد واحد.**




**a.** ما هو الاحتمال التجريبي لظهور العدد 6؟

من الرسم البياني يمكننا أن نرى أنه كان هناك 10 محاولات نتج عنها ظهور العدد **6**. كان إجمالي عدد المحاولات $9 + 6 + 12 + 6 + 7 + 10$ أو **50**.

$$P(6) = \frac{\text{عدد التجارب الإيجابية}}{\text{عدد المحاولات}}$$

$$= \frac{10}{50} \text{ or } \frac{1}{5}, \text{ أي is } 20\%$$

**b.** ما هو الاحتمال النظري لظهور العدد 6؟

أدرج فضاء العينة. النتائج المحتملة لهذه التجربة هي 1 أو 2 أو 3 أو 4 أو 5 أو 6. من هذه النتائج الست المحتملة، يوجد احتمال واحد للعدد 6.

$$P(E) = \frac{\text{عدد النتائج الإيجابية}}{\text{عدد نتائج المحتملة}} = \frac{1}{6} \text{ أو حوالي } 17\%$$

### مفردات جديدة

- الاحتمال (probability)
- نموذج الاحتمال (probability model)
- نموذج الاحتمال الموحد أو البسيط (uniform or simple probability model)
- الاحتمال النظري (theoretical probability)
- الاحتمال التجريبي (experimental probability)
- الحدث البسيط (simple event)
- الحدث المركب (compound event)
- الأحداث المتنافية (mutually exclusive events)
- الفرص (odds)

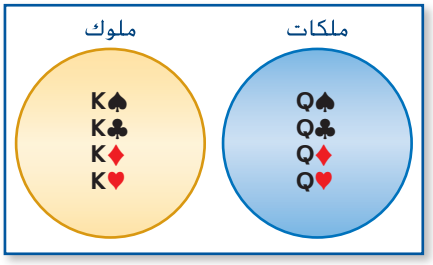
الحدث الذي له نتيجة واحدة، كظهور العدد 6 على حجر النرد، يسمى **حدثًا بسيطًا**. وتشمل العديد من المسائل على إيجاد احتمال وقوع **حدثًا مركبًا** يتكون من اثنين أو أكثر من الأحداث البسيطة. ولإيجاد احتمال وقوع حدث مركب، يجب عليك أن تنظر فيما إذا كان من الممكن أن تقع الأحداث في نفس الوقت أم لا.

الأحداث التي لا يمكن لها أن تقع في نفس الوقت تسمى **الأحداث المتنافية**. وهذه الأحداث ليس لها نتائج مشتركة. على سبيل المثال، لأنه لا يمكن أرسم ورقة لعب ملك وملكة في آن واحد، فإن هذين الحدثين متنافيين. ولأنه يمكن أرسم ورقتي ملك و بستوني في آن واحد، فإن هذين الحدثين غير *متنافيين*.

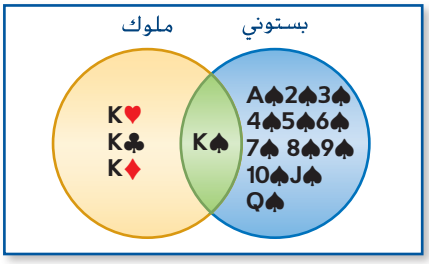
**نصيحة دراسية**

**الأحداث المتنافية وغير المتنافية** تُعرف الأحداث المتنافية بأنها أحداث منفصلة في بعض الأحيان. وتُعرف الأحداث غير المتنافية بأنها أحداث احتوائية في بعض الأحيان.

**متنافية**




**غير متنافية**




## المفهوم الرئيسي قواعد الجمع للاحتمالات

إذا كان الحدثان $A$ و$B$ **متنافيين**، فإن احتمال وقوع الحدث $A$ أو $B$ هو

$$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B).$$

إذا كان الحدثان $A$ و$B$ **غير متنافيين**، فإن احتمال وقوع الحدث $A$ أو $B$ هو

$$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B).$$

**نصيحة دراسية**

**لماذا الطرح.** لاحظ أنه عند وجود حدثين غير متنافيين، فإنك تضيف احتمالات ثم تطرح احتمالات النتائج المشتركة على حد سواء. وفي حالة عدم طرح هذه الاحتمالات المشتركة، فإنك تعدهم مرتين.

## المثال 2 جمع الاحتمالات

**حدد ما إذا كانت الأحداث متنافية أو غير *متنافية*. ثم أوجد الاحتمال.**

**a. لدى فاطمة مجموعة من 8 بطاقات بيسبول، و5 بطاقات كرة سلة، و6 بطاقات هوكي. فإذا اختارت بطاقة من المجموعة بطريقة عشوائية، ما هو احتمال أن تكون البطاقة المختارة بطاقة بيسبول أو بطاقة هوكي؟**

تعتبر هذه الأحداث أحداث متنافية، لأن البطاقة لا يمكن أن تكون بطاقة بيسبول وبطاقة هوكي. ويوجد ما مجموعه 8 + 5 + 6 أو 19 بطاقة.

$P(\text{بيسبول أو هوكي}) = P(\text{بيسبول}) + P(\text{هوكي})$ أحداث متنافية

$= \frac{8}{19} + \frac{6}{19}$ or $\frac{14}{19}$ عوّض واجمع.

**b. افرض أن هناك 1400 طالب، يدرس 550 طالب منهم اللغة الإسبانية ويدرس 700 طالبًا مادة الأحياء، ويدرس 400 طالبًا كلا من اللغة الإسبانية ومادة الأحياء. ما هو احتمال أن يكون أحد الطلاب المختارين بطريقة عشوائية يدرس الأحياء أو اللغة الإسبانية؟**

لأن بعض الطلاب يدرسون اللغة الإسبانية $S$ والأحياء $B$، فإن هذه الأحداث غير متنافية.

$P(S) = \frac{550}{1400}$ or $\frac{11}{28}$ $P(B) = \frac{700}{1400}$ or $\frac{14}{28}$ $P(S \text{ and } B) = \frac{400}{1400}$ or $\frac{8}{28}$

$P(S \text{ or } B) = P(S) + P(B) - P(S \text{ and } B)$ أحداث غير متنافية

$= \frac{11}{28} + \frac{14}{28} - \frac{8}{28}$ or $\frac{17}{28}$ عوّض وبسّط.

## تمارين

**1. ألعاب الكرنفال** يتكون قرص دوار من أقسام متساوية الحجم. يوضح الجدول نتائج دورات مختلفة للقرص.

| اللون | التكرار |
|---|---|
| الأحمر | 6 |
| الأزرق | 7 |
| الأصفر | 9 |
| البرتقالي | 12 |
| الأرجواني | 5 |
| الأخضر | 11 |

**a.** انسخ الجدول وأضف عمودًا لإظهار الاحتمال التجريبي لوقوف القرص الدوار على كل لون من الألوان مع الدورة التالية.

**b.** أنشئ برسم تمثيلاً بيانيًا بالأعمدة لعرض هذه الاحتمالات التجريبية.

**c.** أضف عمودًا للجدول لإظهار الاحتمال النظري لوقوف القرص الدوار على كل لون من الألوان مع الدورة التالية.

**d.** أنشئ برسم تمثيلاً بيانيًا بالأعمدة لعرض هذه الاحتمالات النظرية.

**e.** فسر وقارن بين التمثيلات البيانية التي أنشئ برسمها في الجزأين **b** و **a**.

**حدد ما إذا كانت الأحداث *متنافية* أو *غير متنافية*. ثم أوجد الاحتمال.**

**2.** أُلقي حجرين نرد.

**a.** (مجموع 10 أو الأعداد الزوجية) $P$ **b.** (مجموع 6 أو 7) $P$ **c.** (مجموع > 3 أو مجموع < 10) $P$

**3.** تم شجرة أو ماسي ورقة لعب بطريقة عشوائية من ورق اللعب.

**a.** (شجرة أو كومي) $P$ **b.** (آس أو شيريا) $P$ **c.** (جاك أو ورقة حمراء) $P$

**4.** في درس اللغة الفرنسية، حضر 10 طلاب بالسنة الأولى و8 بالسنة الثانية، و2 بالسنة الثالثة. ومن هؤلاء الطلاب، حضر 9 طالبات بالسنة الأولى وطالبتان بالسنة الثانية وطالبة واحدة بالسنة الثالثة. ثم تم اختيار طالب بطريقة عشوائية.

**a.** (بالسنة الأولى أو طالبة) $P$ **b.** (بالسنة الثانية أو طالب) $P$ **c.** (بالسنة الأولى أو بالسنة الثانية) $P$

**5.** توجد 40 سيارة بمنطقة لتأجير السيارات. مع العلم بأن كل السيارات سيدان أو رياضية متعددة الاستعمالات. وتوجد 18 سيارة حمراء، 3 منهم سيدان. كما توجد 15 سيارة زرقاء، 9 منهم رياضية متعددة الاستعمالات. وباقي السيارات جميعها سوداء وسيارتين رياضيتين متعددتي الاستعمالات. من هذه السيارات تم اختيار سيارة بطريقة عشوائية.

**a.** (زرقاء أو سوداء) $P$ **b.** (حمراء أو رياضية متعددة الاستعمالات) $P$ **c.** (سوداء أو سيدان) $P$

**6. القيادة** وجدت دراسة أجريت لطلاب احدى المدارس أن احتمال قيام طالب بالقيادة أثناء كتابة رسائل نصية كان **0.16**. وأن احتمال تعرض طالب لحادث أثناء القيادة كان **0.07**. وأن احتمال تعرض طالب لحادث أثناء القيادة وكتابة رسائل نصية كان **0.05**. فما هو احتمال قيام طالب بالقيادة أثناء كتابة رسائل نصية أو تعرض طالب لحادث أثناء القيادة؟

**7. الاستدلال** اشرح سبب إمكانية استخدام القانون $P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$ للأحداث المتنافية وغير المتنافية.

**الفرص** مقياس آخر لفرصة وقوع حدث معين يسمى فرص. وفرص وقوع حدث معين هي النسبة التي تقارن بين عدد الطرق التي يمكن أن يقع بها الحدث *ن* (نجاح) وبين عدد الطرق التي لا يمكن أن يقع بها الحدث *ر* (فشل)، أو *ن* إلى *ر*. ومجموع عدد حالات النجاح والفشل يساوي عدد النتائج الممكنة.

**8.** تم أرسم ورقة من 52 ورقة لعب. أوجد الفرص المواتية لأرسم ورقة قلب. ثم أوجد الفرص المعاكسة لعدم أرسم ورقة آس.

**9.** أُلقيت عملتين معدنيتين من فئة واحدة. أوجد الفرص المواتية لظهور الوجه ملك للعملتين. ثم أوجد الفرص المواتية لظهور الوجه كتابة لإحدى العملتين.

**10.** فيما يلي نتائج إلقاء حجر نرد 120 مرة.

| وجه الإلقاء | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 16 | 24 | 17 | 25 | 30 | 8 |

أوجد الفرص المعاكسة التجريبية لعدم ظهور الوجه 1 أو 6. ثم أوجد الفرص المواتية التجريبية لظهور عدد أقل من 3.

# الدرس 0-6 ضرب الاحتمالات

**الأهداف:**

- أوجد احتمالات الأحداث المستقلة وغير المستقلة.
- استخدم جداول تكرار نسبية بمدخلين لإيجاد الاحتمالات الشرطية.

**مفردات جديدة**

الأحداث المستقلة
independent events
الأحداث غير المستقلة
dependent events
الاحتمال الشرطي
conditional probability
جدول نسبيّ بمدخلين
two-way frequency table

إذا كان وقوع حدث أول لا يؤثر على احتمال وقوع حدث ثاني، فإن الحدثين يكونا **حدثين مستقلين**.

### المفهوم الرئيسي احتمال الأحداث المستقلة

إذا كان الحدثان $A$ و$B$ مستقلين، فإن احتمال وقوع $A$ و$B$ هو

$$P(A \text{ and } B) = P(A) \cdot P(B).$$

قد تمتد هذه القاعدة إلى ثلاثة أحداث مستقلة أو أكثر.

### المثال 1 احتمال الحدثين غير المستقلين

**تم رمي عملة معدنية وإلقاء حجر نرد. ما هو احتمال ظهور الوجه كتابة للعملة والعدد 3 لحجر النرد؟**

نظرًا لأن نتيجة إلقاء العملة لا تؤثر على نتيجة إلقاء حجر النرد، فإن هذه الأحداث مستقلة.

$P(\text{كتابة و 3}) = P(\text{كتابة}) \cdot P(3)$ — احتمال الأحداث المستقلة

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6}$ or $\frac{1}{12}$ — $P(\text{كتابة}) = \frac{1}{2}$ و $P(3) = \frac{1}{6}$

**تحقق** استخدام قائمة بالنتائج المحتملة من هذا الحدث المركب.

H1, H2, H3, H4, H5, H6, T1, T2, T3, T4, T5, T6

هناك نتيجة واحدة من 12 نتيجة محتملة تشير إلى ظهور الوجه كتابة للعملة والعدد 3 لحجر وهو $P(\text{كتابة و 3}) = \frac{1}{12}$. ✓

إذا كان وقوع الحدث الأول يؤثر على احتمال وقوع الحدث الثاني، فإن الحدثين يكونا **حدثين غير مستقلين**. ومن أمثلة الأحداث غير المستقلة أرسم ورقة ملكة من ورق اللعب، دون إرجاعها، ثم أرسم ورقة ثانية. ولإيجاد احتمال أرسم جاك ثم ملكة في هذه الحالة، نعدل قاعدة الضرب.

$P(\text{جاك وملكة}) =$ احتمال أرسم جاك في المرة الأولى $\frac{4}{51}$ من 52 ورقة لعب يوجد 4 جاك. $\cdot$ احتمال أرسم ملكة في المرة الثانية لأن جاك قد تم أرسم في المرة الأولى $\frac{4}{52}$ ملكة من 51 ورقة لعب اللعب المتبقة يوجد 4

إن احتمال وقوع الحدث $A$، نظرًا لأن الحدث $B$ قد وقع بالفعل، يسمى **الاحتمال الشرطي**. ويمثله $P(B|A)$. ويُقرأ *احتمال وقوع $A$ عند وقوع $B$*. ويستخدم هذا الرمز في قاعدة احتمال حدثين غير مستقلين.

### المفهوم الرئيسي احتمال الأحداث غير المستقلة

إذا كان الحدثان $A$ و$B$ غير مستقلين، فإن احتمال وقوع $A$ و$B$ هو

$$P(A \text{ and } B) = P(A) \cdot P(B \mid A).$$

قد تمتد هذه القاعدة إلى ثلاثة أحداث غير مستقلة أو أكثر.

## المثال 2 احتمال حدثين غير مستقلين

**حقيبة تحتوي على 12 كرة رخامية حمراء و9 كرات صفراء و8 كرات خضراء. إذا تم أرسم اثنين من الكرات عشوائيًا ولم يتم استبدالهما، ما هو احتمال أن أرسم كرة حمراء ثم كرة زرقاء؟**

إن حدث أرسم الكرة الأولى يؤثر على احتمال أرسم الكرة الثانية، لأن هناك كرة واحدة أخرى يمكنك اختيارها. إذًا، فالحدثين غير مستقلين .

$P(\text{حمراء}) = \frac{12}{40}$ ← عدد رخامات الزرقاء / بقية عدد الرخامات ← $P(\text{زرقاء}|\text{حمراء}) = \frac{9}{39}$ ← عدد رخامات الأحمر / عدد رخامات الإجمالي

$= \frac{3}{10}$ $= \frac{3}{13}$

$P(\text{أحمر و زرقاء}) = P(\text{أحمر}) \cdot P(\text{زرقاء}|\text{أحمر})$ احتمالية الأحداث غير المستقلة

$= \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{13}$ عوض.

$= \frac{9}{130}$ اضرب.

احتمال أن تكون الكرة الزجاجية المسحوبة حمراء وزرقاء هو $\frac{9}{130}$.

إن حل المعادلة لاحتمال حدثين غير مستقلين لـ $P(A|B)$ يعطي قاعدة لحساب الاحتمال الشرطي للحدث.

$P(A) \cdot P(B|A) = P(A \text{ and } B)$ احتمال حدثين غير مستقلين

$\frac{P(A \text{ and } B)}{P(A)} = P(B|A)$ اقسم كل طرف على $P(A)$.

## المفهوم الرئيسي الاحتمال الشرطي

إذا كان $A$ و$B$ حدثين غير مستقلين، فإن الاحتمال الشرطي لوقوع الحدث $B$، نظرًا لأن الحدث $A$ قد وقع بالفعل، فلفل حار و بطاطس مشوية هو

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \text{ و } B)}{P(A)}, \quad P(A) \neq 0.$$

**نصيحة دراسية**

**الأحداث المستقلة** إذا كان $A$ و$B$ حدثين مستقلين، فإن $P(B \mid A) = P(B)$.

## المثال 3 الاحتمال الشرطي

**الأطعمة في أحد المطاعم طلب 25% من الزبائن فلفل حار. فإذا طلب 4% من الزبائن فلفل حار وبطاطس مشوية، أوجد احتمال أن الشخص الذي طلب فلفل حار طلب أيضًا بطاطس مشوية.**

$P(\text{فلفل حار و بطاطس مشوية}) = \frac{P(\text{فلفل حار و بطاطس مشوية})}{P(\text{فلفل حار})}$ احتمال شرطي

$= \frac{0.04}{0.25}$ $P$(فلفل حار وبطاطس مشوية) = 0.04 و $P$(فلفل حار) = 0.25

$= 0.16$ بسط.

احتمال أن الشخص الذي طلب فلفل حار طلب أيضًا بطاطس مشوية هو 16٪.

غالبًا ما يستخدم الجدول *التكراري* أو **جدول التكرار النسبي ذو المدخلين** لعرض التكرار الملحوظ أو النسبي للبيانات من تجربة مصنفة وفقًا لاثنين من المتغيرات، مع وجود صفوف تشير إلى متغير وأعمدة تشير إلى متغير آخر. كما يمكن استخدام هذه الجداول لإيجاد الاحتمالات الشرطية.

**مراجعة المفردات**

**التكرار النسبي** نسبة عدد الملاحظات في فئة إحصائية إلى عدد الملاحظات الكلي

## مثال من الحياة اليومية 4 جدول تكرار نسبيّ بمدخلين

**الدواء** أجرت شركة أدوية تجربة لتحديد مدى فعالية أحد الأدوية الجديدة. وتم تعيين الخاضعين للاختبار إلى مجموعة من مجموعتين: مجموعة العلاج، التي تتناول الدواء، أو مجموعة التحكم، التي تتناول علاجًا وهميًا بدلاً من الدواء. يوضح الجدول التكراري أدناه النتائج.

| المجموعة | الحالة تتحسن (Y) | الحالة لا تتحسن (N) |
|---|---|---|
| العلاج (T) | 1600 | 400 |
| التحكم (C) | 1200 | 800 |

**a. أوجد احتمال أن حالة أحد الخاضعين للاختبار تحسنت لأنه كان في مجموعة العلاج.**

**الخطوة 1** أضف صف وعمود إلى الجدول، واحسب المجاميع.

| المجموعة | الحالة تتحسن (Y) | الحالة لا تتحسن (N) | المجاميع |
|---|---|---|---|
| العلاج (T) | 1600 | 400 | 2000 |
| التحكم (C) | 1200 | 800 | 2000 |
| المجاميع | 1800 | 1200 | 4000 |

**نصيحة دراسية**

**الترددات المشتركة والهامشية** يوضح عمود المجاميع وصف المجاميع في أي جدول تكرار نسبي بمدخلين *الترددات الهامشية*. في حين أن الخلايا داخل الجدول توضح *الترددات المشتركة*. ويتم توضيح عدد الملاحظات في الزاوية اليمنى السفلى من الجدول.

**الخطوة 2** اقسم كل تكرار ملحوظ على عدد الأشخاص المشمولين بالدراسة، 4000، للحصول على جدول التكرارات النسبية.

| المجموعة | الحالة تتحسن (Y) | الحالة لا تتحسن (N) | المجاميع |
|---|---|---|---|
| العلاج (T) | 0.4 | 0.1 | 0.5 |
| التحكم (C) 5.0 | 0.3 | 0.2 | 0.5 |
| المجاميع | 0.45 | 0.3 | 1 |

**الخطوة 3** أوجد الاحتمال الشرطي $P(Y|T)$.

$$P(Y|T) = \frac{P(T \text{ and } Y)}{P(T)}$$ احتمال شرطي

$$= \frac{0.4}{0.5} \text{ أو } 0.8$$ $P(T \text{ and } Y) = 0.4$ and $P(T) = 0.5$

إن احتمال تحسن حالة أحد الخاضعين للاختبار لأنها كانت في مجموعة العلاج هو 0.8 أو 80%.

**b. أوجد احتمال أن أحد الخاضعين للاختبار كان في مجموعة التحكم لأن حالته لم تتحسن.**

$$P(C|N) = \frac{P(N \text{ and } C)}{P(N)}$$ احتمال شرطي

$$= \frac{0.2}{0.3} \text{ أو } 0.667$$ $P(N \text{ and } C) = 0.2$ and $P(N) = 0.3$

إن احتمال أن أحد الخاضعين للاختبار كان في مجموعة التحكم لأن حالته لم تتحسن هو حوالي 0.667 أو حوالي 66.7%.

## تمارين

حدد ما إذا كانت الأحداث *مستقلة* أو *غير مستقلة*. ثم أوجد الاحتمال.

**1.** تم إلقاء حجر نرد أحمر وآخر أزرق. ما هو احتمال الحصول على النتيجة المعروضة؟

**2.** لدى أحمد 4 جوارب سوداء، و6 جوارب زرقاء، و8 جوارب بيضاء في الدرج. فإذا اختار ثلاثة جوارب بشكل عشوائي دون تبديل، ما هو احتمال أنه سيختار أولًا جوربًا أزرقًا، ثم جوربًا أسودًا، ثم جوربًا أزرقًا آخر؟

تم إلقاء حجر نرد مرتين. أوجد كل احتمال.

**3.** $P$(2 و3)　　**4.** $P$(العدد 4 مرتان)　　**5.** $P$(عدم ظهور العدد 6)　　**6.** $P$(ظهور عدد واحد مرتين)

**حقيبة تحتوي على 8 كرات زجاجية زرقاء و6 كرات حمراء و5 كرات خضراء. تم أرسم ثلاث كرات، واحدة في كل مرة. أوجد كل احتمال.**

**7.** الكرة الثانية خضراء، على اعتبار أن الكرة الأولى زرقاء ولم يتم استبدالها.

**8.** الكرة الثانية حمراء، على اعتبار أن الكرة الأولى خضراء ويتم استبدالها.

**9.** الكرة الثالثة حمراء، على اعتبار أن الكرتين الأولتين حمراء وزرقاء ولم يتم استبدالهما.

**10.** الكرة الثالثة خضراء، على اعتبار أن الكرتين الأولتين حمراوتين ويتم استبدالهما.

**أقراص الفيديو الرقمية** يوجد 8 أقراص فيديو رقمية لأفلام حركة و3 أفلام كوميديا و5 أفلام دراما على الرف. افرض أنه قد تم اختيار ثلاثة أقراص بطريقة عشوائية من على الرف. أوجد كل احتمال.

**11.** $P$(3 حركة، مع الاستبدال)　　**12.** $P$(2 حركة، بدون استبدال، ثم واحد كوميدي)

**13. أوراق اللعب** قمت بأرسم ورقة من أوراق اللعب وأظهرتها لصديق. أخبرك الصديق بأن الورقة حمراء. ما هو احتمال أن تخمن أن الورقة هي آس الكومي؟

**14. قائمة الشرف** لنفترض أن احتمال أن طالبًا يأخذ المستوى المتقدم في التفاضل والتكامل وهو مدرج على قائمة الشرف هو 0.0035، واحتمال أن طالبًا على قائمة الشرف هو 0.23. أوجد احتمال أن طالبًا يأخذ المستوى المتقدم في التفاضل والتكامل على اعتبار أنه مدرج على قائمة الشرف.

**15. اختبارات القيادة** يوضح الجدول كيف أن الطلاب في فصل السيد خالد قد حققوا نجاحًا في أول اختبار قيادة لهم. مع العلم بأن بعض الطلاب قد حضروا فصولًا إعدادية والبعض لم يحضر. أوجد كل احتمال.

| الحالة | فصل | بدون فصل |
|---|---|---|
| ناجح | 64 | 48 |
| راسب | 18 | 32 |

**a.** نجحت مريم، على اعتبار أنها حضرت الوحدة الإعدادي.

**b.** رسبت فاطمة، على اعتبار أنها لم تحضر الوحدة الإعدادي

**c.** لم يحضر جمال الوحدة الإعدادي، على اعتبار أنه قد نجح.

**16. الأندية المدرسية** أحصت مدرسة الشروق عدد الذكور والإناث ممن كانوا أعضاء في واحد على الأقل من الأندية بعد المدرسية. أوجد كل احتمال.

| الجنس | الأندية | لا أندية |
|---|---|---|
| ذكر | 156 | 242 |
| أنثى | 312 | 108 |

**a.** طالب عضو في نادي نظرًا لأنه من الذكور.

**b.** طالبة ليست عضوة في ناد نظرًا لأنها من الإناث.

**c.** طالب من الذكور نظرًا لأنه ليس عضوًا في ناد.

**17. حضور مباريات كرة القدم** يظهر عدد الطلاب الذين حضروا مباراة كرة قدم في مدرسة الساحل الشمالي الثانوية. أوجد كل احتمال.

| الوحدة | طالب بالسنة الأولى | طالب بالسنة الثانية | طالب بالسنة الثالثة | طالب بالسنة الرابعة |
|---|---|---|---|---|
| حضر | 48 | 90 | 224 | 254 |
| لم يحضر | 182 | 141 | 36 | 8 |

**a.** نظرًا لأن أحد الطلاب هو طالب بالسنة الأولى، فإنه لم يحضر المباراة.

**b.** نظرًا لأن أحد الطلاب قد حضر مباراة، فإنه يكون طالبًا في السنة الثالثة أو الرابعة.

# 0-7 الأشكال المتطابقة والمتشابهة

الدرس

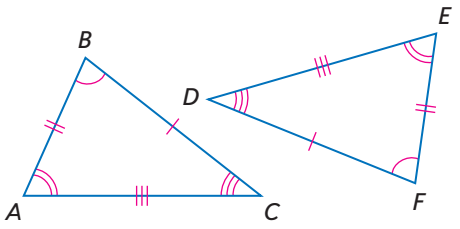
**الهدف:**

- تحديد واستخدام الأشكال المتطابقة والمتشابهة.

**مفردات جديدة**

**التطابق**
**congruent**
**التشابه**
**similar**

**يكون للأشكال** المتطابقة نفس الحجم والشكل. ويتطابق المضلعان إذا تطابقت أضلاعهما وزواياهما المتناظرة.




| زوايا في الاعلى زوايا | اضلاع في الاعلى |
|---|---|
| $\overline{AB} \cong \overline{EF}$ | $\angle A \cong \angle E$ |
| $\overline{BC} \cong \overline{FD}$ | $\angle B \cong \angle F$ |
| $\overline{AC} \cong \overline{ED}$ | $\angle C \cong \angle D$ |

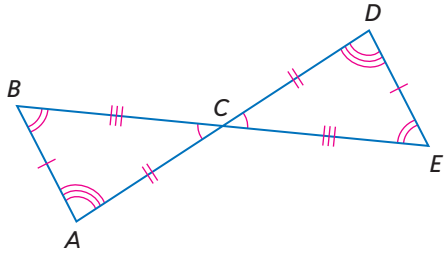
يشير الرمز ≅ إلى التطابق.

$\triangle ABC \cong \triangle EFD$

ترتيب الرؤوس يشير إلى الأجزاء المتناظرة.

## المثال 1 بيانات التطابق

**يتم وضع علامة على الأجزاء المتناظرة في مثلثين متطابقين. اكتب بيانًا تطابق للمثلثين.**




اسرد الزوايا والأضلاع المتطابقة.

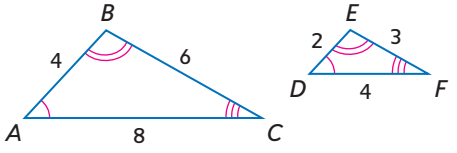
$\angle ACB \cong \angle DCE$ $\quad \angle B \cong \angle E$ $\quad \angle A \cong \angle D$

$\overline{BC} \cong \overline{EC}$ $\quad \overline{AC} \cong \overline{DC}$ $\quad \overline{AB} \cong \overline{DE}$

صل بين رؤوس الزوايا المتطابقة. إذًا, $\triangle ABC \cong \triangle DEC$.

**يكون** للأشكال المتشابهة نفس الشكل، ولكن ليس بالضرورة نفس الحجم.

فالزوايا المتناظرة في الأشكال المتشابهة تكون متطابقة، ومقياس الأضلاع المتناظرة يكون متناسبا (هذه الأشكال لها نسب متكافئة)




**زوايا متناسبة**

$\angle A \cong \angle D,\ \angle B \cong \angle E,\ \angle C \cong \angle F$

**أضلاع متناسبة**

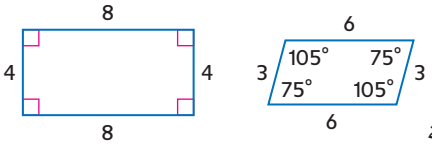
$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$$

يشير الرمز ~ إلى التشابه.

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$

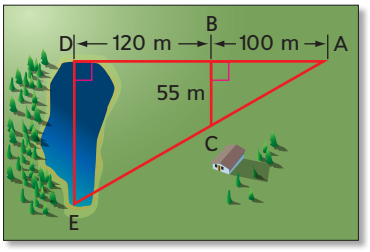
## المثال 2 حدد التشابه

**حدد ما إذا كانت المضلعات متشابهة أم لا. وبرر إجابتك.**




لأن $\frac{4}{3} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} = \frac{8}{6}$, فإن مقياس الأضلاع متناسبة. ومع ذلك فإن الزوايا المتناظرة غير متطابقة إذًا فالمضلعان غير متشابهان.

## المثال 3 حل المسائل التي تحتوي على تشابه




**الهندسة المدنية** تخطط مدينة مانسفيلد لبناء جسر عبر بحيرة الصنوبر. استخدام المعلومات الواردة في الرسم البياني على اليمين لإيجاد المسافة عبر البحيرة.

$\triangle ABC \sim \triangle ADE$

$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$ تعريف المضلعات المتشابهة

$\frac{100}{220} = \frac{55}{DE}$ أو $AB = 100, AD = 100 + 120$ $BC = 55, 220$

$100DE = 220(55)$ الضرب التقاطعي

$100DE = 12{,}100$ بسط.

$DE = 121$ اقسم كل جانب على 100.

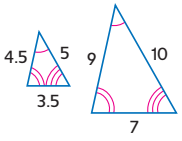
المسافة عبر البحيرة هي 121 متر.

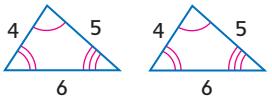
**نصيحة دراسية**

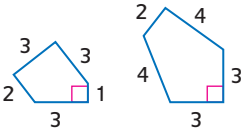
**المعقولية** عند حل مسألة باستخدام نسبة، يجب دراسة مدى معقولية الحل. ففي المثال رقم 3، نجد أن $DA$ أكبر مرتين من $BA$، إذًا $DE$ يجب أن تكون أكبر مرتين من $BC$. وبهذا يكون الحل معقولاً.

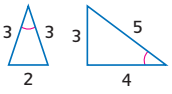
## تمارين

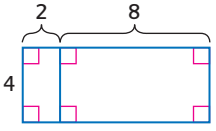
**حدد ما إذا كان كل شكلين *متشابهين* أم *متطابقين* أم *مختلفين*.**

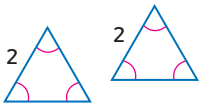
1. 


2. 

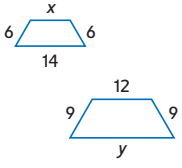

3. 

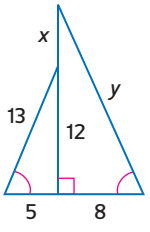

4. 

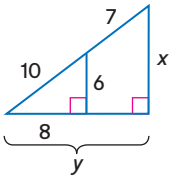

5. 


6. 

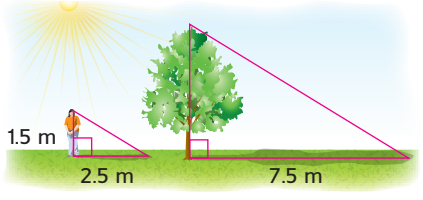

**كل زوج من هذه المضلعات متشابه. أوجد قيمة $x$ و$y$.**

7. 


8. 


9. 


10. **الظل** **في يوم مشمس،** قام جمال بقياس طول ظله وطول ظل شجرة. استخدم الأشكال الموضحة على اليمين لإيجاد ارتفاع الشجرة.




11. **التصوير** يجب تصغير صورة عرضها 4 in وطولها 6 in لتتناسب مع مساحة عرضها 3 in. كم سيكون طول الصورة المصغرة؟

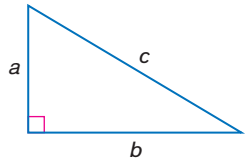
12. **المسح** يستخدم المساحون أدوات لقياس أجسام كبيرة أو بعيدة لدرجة يصعب عندها قياسها باليد. إذ يمكن لهؤلاء المساحين استخدام ظلال هذه الأجسام لمعرفة ارتفاعها دون قياسها. وقد وجد أحد المساحين أن أحد أعمدة التليفونات البالغ طوله 25 قدمًا يلقي بظلال طولها 20 قدمًا. كما وجد أن أحد المباني القريبة يبلغ طول ظله 52 قدمًا. فما هو ارتفاع المبنى؟

# الدرس 8-0 نظرية فيثاغورس

**الهدف:**

- استخدم نظرية فيثاغورس ومعكوسها.

تشير **نظرية فيثاغورس** إلى أنه في المثلث القائم الزاوية يكون مربع طول الوتر $c$ مساوي لمجموع مربعي طول الضلعين $a$ و$b$.

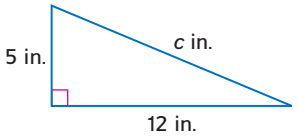



أي أنه في المثلث القائم الزاوية، $c^2 = a^2 + b^2$

## المثال 1 أوجد قياس الوتر

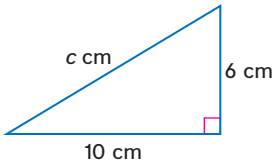
**أوجد قياس وتر كل مثلث قائم الزاوية.**

**a.**




| | |
|---|---|
| $c^2 = a^2 + b^2$ | نظرية فيثاغورس |
| $c^2 = 5^2 + 12^2$ | $a = 5$ و $b = 12$ |
| $c^2 = 25 + 144$ | بسّط. |
| $c^2 = 169$ | اجمع. |
| $c = \sqrt{169}$ | خذ الجذر التربيعي الموجب لكل ضلع. |
| $c = 13$ | طول الوتر هو 13 in. |

**b.**




| | |
|---|---|
| $c^2 = a^2 + b^2$ | نظرية فيثاغورس |
| $c^2 = 6^2 + 10^2$ | $a = 6$ و $b = 10$ |
| $c^2 = 36 + 100$ | بسّط. |
| $c^2 = 136$ | اجمع. |
| $c = \sqrt{136}$ | خذ الجذر التربيعي الموجب لكل ضلع. |
| $c \approx 11.7$ | استخدم الآلة الحاسبة. |

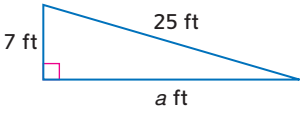
لأقرب جزء من عشرة، يبلغ طول الوتر 11.7 سنتيمتر.

يمكنك أيضًا إيجاد طول ضلع بالمثلث القائم الزاوية على أساس طول الوتر وطول الضلع الآخر.

## المثال 2 أوجد قياس الضلع

**أوجد قياس الضلع الناقص في كل مثلث قائم الزاوية.**

**a.**

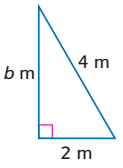



| | |
|---|---|
| $c^2 = a^2 + b^2$ | نظرية فيثاغورس |
| $25^2 = a^2 + 7^2$ | $c = 25$ و $b = 7$ |
| $625 = a^2 + 49$ | بسّط. |
| $625 - 49 = a^2 + 49 - 49$ | اطرح 49 من كل ضلع. |
| $576 = a^2$ | بسّط. |
| $\sqrt{576} = a$ | خذ الجذر التربيعي الموجب لكل ضلع. |
| $24 = a$ | طول الضلع هو 24ft. |

**انتبه!**

**الجذر التربيعي الموجب** عند إيجاد طول ضلع باستخدام نظرية فيثاغورس، استخدم الجذر التربيعي الموجب فقط وليس السالب، لأنه لا يمكن أن يكون الطول سالبًا.

**b.**




| | |
|---|---|
| $c^2 = a^2 + b^2$ | نظرية فيثاغورس |
| $4^2 = 2^2 + b^2$ | $a = 2$ و$c = 4$ |
| $16 = 4 + b^2$ | بسّط. |
| $16 - 4 = 4 - 4 + b^2$ | اطرح 4 من كل ضلع. |
| $12 = b^2$ | بسّط. |
| $\sqrt{12} = b$ | خذ الجذر التربيعي الموجب لكل ضلع. |
| $3.5 \approx b$ | استخدم حاسبة. |

لأقرب جزء من عشرة، يبلغ طول الضلع 3.5 متر.

**معكوس نظرية فيثاغورس** يشير إلى أنه إذا كان هناك مثلث أطوال أضلاعه هي $a$ و$b$ و$c$، وكان $c^2 = a^2 + b^2$، فإن هذا المثلث يكون قائم الزاوية.

## المثال 3 حدد المثلث القائم الزاوية

**مثلث أطوال أضلاعه هي 5 و7 و9 in. حدد ما إذا كان هذا المثلث قائم الزاوية.**

لأن أطول ضلع يبلغ طوله 9 in، استخدم 9 للضلع $c$، الوتر.

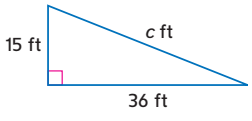
| | |
|---|---|
| $c^2 = a^2 + b^2$ | نظرية فيثاغورس |
| $9^2 \stackrel{?}{=} 5^2 + 7^2$ | $b = 7$ و$c = 9$, $a = 5$ |
| $81 \stackrel{?}{=} 25 + 49$ | أوجد قيمة $9^2$, $5^2$, و$7^2$. |
| $74 \neq 81$ | بسّط. |

لأن $c^2 \neq a^2 + b^2$، فإن المثلث *ليس* قائم الزاوية.

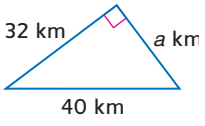
## تمارين

**أوجد القياس الناقص. قرب إلى أقرب جزء من عشرة، إذا لزم الأمر.**

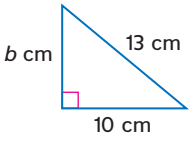
**1.**




**2.**




**3.**




**4.** $a = 3, b = 4, c = ?$

**5.** $a = ?, b = 12, c = 13$

**6.** $a = 14, b = ?, c = 50$

**7.** $a = 2, b = 9, c = ?$

**8.** $a = 6, b = ?, c = 13$

**9.** $a = ?, b = 7, c = 11$

لديك أطوال الأضلاع الثلاثة لمثلث. حدد ما إذا كان كل مثلث هو مثلث قائم الزاوية.

**10.** 5 in., 7 in., 8 in.

**11.** 9 m, 12 m, 15 m

**12.** 6 cm, 7 cm, 12 cm

**13.** 11 ft, 12 ft, 16 ft

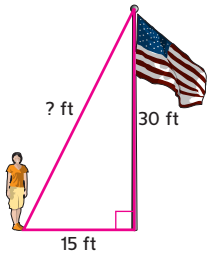
**14.** 10 yd, 24 yd, 26 yd

**15.** 11 km, 60 km, 61 km

**16. سواري الأعلام** إذا كانت سارية علم طولها 30 قدمًا وفاطمة تقف على مسافة 15 قدمًا من السارية، فما هي المسافة من قدميها إلى أعلى السارية؟

**17. البناء** مركز ترفيهي جدرانه مغطاة بألواح. وطول مدخله 0.9 متر وارتفاعه مترين ونصف. ما هو طول أعرض لوح مستطيل يمكن إدخاله من خلال هذا المدخل؟

**18. النهاية المفتوحة** أنشئ مسألة تطبيقية بها مثلثات قائمة الزاوية ونظرية فيثاغورس. ثم حل المسألة، وارسم رسومات بيانية إذا لزم الأمر.




Jiri Flogel/Shutterstock.com

الدرس 0-9

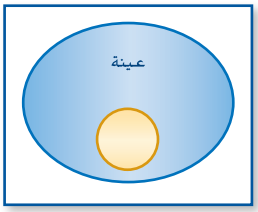
# مقاييس المركز والانتشار والموقع

**الهدف..**

- أوجد مقاييس المركز والانتشار والموقع.

**الإحصاء** هو علم يهتم بجمع وتنظيم وعرض وتحليل البيانات لاستخلاص النتائج وعمل التنبؤات. ويطلق على فرع الإحصاء الذي يركز على جمع وتلخيص وعرض البيانات **الإحصاء الوصفي**.

**السكان**




ويطلق على المجموعة محط الاهتمام الإحصائي اسم **المجتمع الإحصائي**. ويعتبر **المتغير** سمة من سمات المجتمع الإحصائي الذي قد يفرض أوجد قيماً مختلفة تسمى **البيانات**. ويطلق على البيانات التي تشمل متغيرًا واحدًا فقط **بيانات أحادية المتغير**. وفي حالة عدم التمكن من الحصول على بيانات حول كل عضو في المجتمع الإحصائي، يتم اختيار **عينة** تمثيلية أو مجموعة فرعية من المجتمع الإحصائي.

غالبًا ما يتم تلخيص البيانات أحادية المتغير باستخدام عدد فردي لتمثيل ما هو متوسط أو نموذجي. وتسمى مقاييس المتوسط أيضًا **المقاييس المركزية** أو **مقاييس النزعة المركزية**. وتتمثل أهم المقاييس المركزية في الوسط الحسابي والوسيط والمنوال.

## المفهوم الرئيسي المقاييس المركزية

- **الوسط الحسابي** هو مجموع أوجد القيم في مجموعة بيانات $x_1, x_2, \ldots, x_n$ مقسومًا على إجمالي عدد أوجد القيم $n$ في المجموعة قاعدة الوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي $\mu$ هي $\mu = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$.
- **والوسط** هو القيمة المتوسطة أو الوسط الحسابي للقيمتين المتوسطتين في مجموعة بيانات عند ترتيب البيانات ترتيبًا عدديًا.
- **المنوال** هو القيمة أو أوجد القيم التي تظهر في معظم الأحيان في مجموعة البيانات. مع العلم بأن مجموعة البيانات قد لا تشمل أي منوال وقد تشمل منوالاً واحدًا أو أكثر.

للحصول على الوسط الحسابي لعينة، استبدل $\mu$ بـ $\bar{x}$.

## المثال 1 المقاييس المركزية

**المشروبات الغازية** فيما يلي عدد mgs الصوديوم في علبة سعتها 12 أونصة من عشر علامات تجارية مختلفة من الكولا العادية. أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال.

50, 30, 25, 20, 40, 35, 35, 10, 15, 35

**الوسط الحسابي**

$$\bar{x} = \frac{50 + 30 + 25 + 20 + 40 + 35 + 35 + 10 + 15 + 35}{10}$$

أوجد مجموع قيم البيانات واقسمه على عدد القيم، 10.

$$= \frac{295}{10} \text{ or } 29.5 \text{ mg}$$

**الوسيط** 10, 15, 20, 25, 30, 35, 35, 35, 40, 50

نظّم البيانات بالترتيب.

أوجد الوسط الحسابي للقيمتين المتوسطتين.

$$\frac{35 + 30}{2} \text{ أو } 32.5 \text{ mg}$$

**المنوال** القيمة التي تحدث غالبًا في المجموعة هي 35، وبالتالي فإن منوال مجموعة البيانات هو 35 mg.

**مفردات جديدة**

- الإحصاء (statistics)
- الإحصاء الوصفي (descriptive statistics)
- المجتمع الإحصائي (population)
- المتغير (variable)
- البيانات (data)
- البيانات أحادية المتغير (univariate data)
- العينة (sample)
- المقاييس المركزية أو مقاييس النزعة المركزية (measures of center or central tendency)
- الوسط الحسابي (mean)
- الوسيط (median)
- المنوال (mode)
- مقاييس الانتشار أو الاختلاف (measures of spread or variation)
- المدى (range)
- التباين (variance)
- الانحراف المعياري (standard deviation)
- الربيع (quartile)
- الربيع الأدنى (lower quartile)
- الربيع الأعلى (upper quartile)
- ملخص الخمسة أرقام (five-number summary)
- المدى الربيعي (interquartile range)
- القيمة المتطرفة (outlier)

نظرًا لأنه قد يكون لاثنين من مجموعات البيانات الوسط الحسابي نفسه، فإن الإحصائيون يستخدمون أيضًا **مقاييس الانتشار** أو **الاختلاف** لوصف مدى اتساع اختلاف أوجد قيم البيانات ومقدار اختلاف أوجد القيم عما هو معهود. وفيما يلي سرد لأهم هذه القياسات.

## المفهوم الرئيسي مقاييس الانتشار

- **المدى** هو الفرق بين أكبر وأقل أوجد القيم في مجموعة البيانات.
- **التباين** هو مجموعة من بيانات $x_1, x_2, \ldots, x_n$ هو الوسط الحسابي لمربعات الانحرافات أو الاختلافات عن الوسط الحسابي. قاعدة المجتمع الإحصائي $\sigma^2$ هي

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \mu)^2 + (x_2 - \mu)^2 + \ldots + (x_n - \mu)^2}{n}.$$

- **الانحراف المعياري** في مجموعة بيانات $x_1, x_2, \ldots, x_n$ هو متوسط المقدار الذي به تنحرف أو تختلف كل قيمة فردية عن الوسط الحسابي. هو الجذر التربيعي للتباين. قاعدة الانحراف المعياري للمجتمع الإحصائي $\sigma$ هي

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \text{ أو } \sqrt{\frac{(x_1 - \mu)^2 + (x_2 - \mu)^2 + \ldots + (x_n - \mu)^2}{n}}.$$

لإيجاد تباين العينة والانحراف المعياري لها، استبدل $\sigma^2$ بـ $s^2$، و$\mu$ بـ $\bar{x}$، و$n$ بـ $n - 1$.

**نصيحة دراسية**

**المقدر غير المتحيز** إن القسمة على $n - 1$ بدلاً من $n$ عند إيجاد تباين العينة والانحراف المعياري تعطي قيمة أكبر قليلاً، وبالتالي تقدير غير متحيز، للتباين أو الانحراف المعياري للمجتمع الإحصائي.

## المثال 2 مقاييس الانتشار

**امتحانات نصف المدة** أجرى فصلان امتحان نصف المدة نفسه. وتظهر هنا درجات خمس طلاب من كل فصل. كلتا المجموعتين لها الوسط الحسابي 84.2.

| الوحدة (أ) |
|---|
| 85, 76, 92, 88, 80 |

| الوحدة (ب) |
|---|
| 75, 85, 95, 98, 68 |

**a. أوجد المدى والتباين والانحراف المعياري لدرجات العينة من الوحدة (أ).**

**المدى** 92 − 76 أو 16 — المدى = أكبر قيمة − أقل قيمة

**التباين** اطرح المتوسط الحسابي للبيانات، 84.2، من كل قيمة. ثم قم بتربيع كل نتيجة وأوجد مجموع هذه المربعات. وفي النهاية، بما أنه تم الحصول على هذه البيانات من عينة من جميع درجات الوحدة (أ)، اقسم المجموع على $n - 1$.

| $X$ | $X - \bar{X}$ | $(X - \bar{X})^2$ |
|---|---|---|
| 85 | $85 - 84.2 = 0.8$ | $0.8^2 = 0.64$ |
| 76 | $76 - 84.2 = -8.2$ | $(-8.2)^2 = 67.24$ |
| 92 | $92 - 84.2 = 7.8$ | $7.8^2 = 60.84$ |
| 88 | $88 - 84.2 = 3.8$ | $3.8^2 = 14.44$ |
| 80 | $80 - 84.2 = -4.2$ | $(-4.2)^2 = 17.64$ |
| | | المجموع = 160.8 |

$$s^2 = \frac{(x - \bar{x})^2 + \ldots + (x - \bar{x})^2}{n - 1} \quad \text{تباين العينة}$$

$$= \frac{160.8}{5 - 1} \text{ أو حوالي } 40.2 \qquad n = 5 \text{ و } (x_1 - \bar{x})^2 + \ldots + (x_5 - \bar{x})^2 = 160.8$$

**الانحراف المعياري**

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{160.8}{5 - 1}} \text{ أو حوالي } 6.3 \quad \text{الانحراف المعياري للعينة}$$

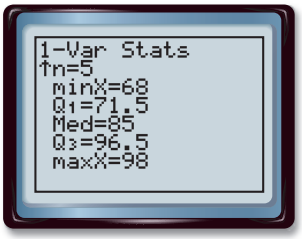
**نصيحة دراسية**

**الفروق التربيعية** مجموع الفروق بين أوجد قيم البيانات والمتوسط الحسابي لمجموعة البيانات سيكون دائمًا صفر. ولهذا السبب، يتم احتساب التباين باستخدام مجموع تربيع الفروق.

*(تابع الصفحة التالية)*

**b. استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد المدى والتباين والانحراف المعياري لدرجات العينة من الوحدة (ب).**

لإيجاد المقاييس المركزية ومقاييس الانتشار باستخدم حاسبة الرسوم البيانية، احذف كافة القوائم أولاً. اضغط STAT ENTER لإدخال كافة أوجد قيم البيانات. ثم اضغط STAT وحدد 1–Var Stats من قائمة CALC. قم بالتمرير لرؤية جميع الإحصاءات أحادية المتغير.



المدى **maxX** – **minX** للفصل (ب) هو 68 – 98 أو 30. الانحراف المعياري للعينة **Sx** هو حوالي 12.8، إذًا فالتباين يبلغ حوالي $12.8^2$ أو 163.8.

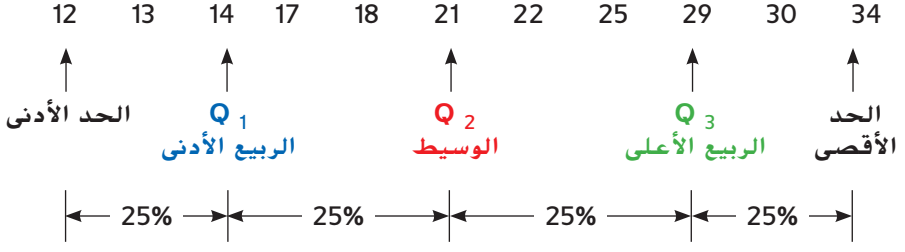
**c. قارن بين الوحدة (أ) الوحدة (ب) من ناحية الانحراف المعياري للعينة.**

بما أن الانحراف المعياري للعينة من الوحدة (أ) هو 6.3، والانحراف المعياري للعينة من الوحدة (ب) هو 12.8، يوجد تباين في درجات العينة من الوحدة (ب) أكثر من الوحدة (أ).

**نصيحة دراسية**

**مقارنة الانحرافات المعيارية** لا يمكن مقارنة الانحراف المعياري إلا عندما تكون وحدات مجموعتي البيانات متشابهة.

تستخدم الإحصاء مقاييس الموقع لوصف أين تقع أوجد قيم معينة في مجموعة بيانات. يشمل **الربيع** ثلاثة مقاييس للموقع لتقسيم مجموعة بيانات مرتبة ترتيبًا تصاعديًا إلى أربع مجموعات، تحتوي كل منها على حوالي 25٪ من البيانات. ويمثل الوسيط الربيع الثاني $Q_2$ ويفصل البيانات إلى نصفين، أعلى وأدنى. **الربيع الأدنى** أو الأول $Q_1$ هو وسيط النصف الأدنى، و**الربيع الأعلى** أو الثالث $Q_3$ هو وسيط الربيع الأعلى.




ويطلق على الربعيات الثلاثة أوجد قيم الحد الأدنى والحد الأقصى **ملخص الخمسة أرقام** لمجموعة البيانات.

**نصيحة دراسية**

**حساب الربعيات** عندما يكون عدد أوجد القيم في مجموعة بيانات عددًا فرديًا، فإن المتوسط لا يُدرج في أي نصف من البيانات عند حساب $Q_1$ أو $Q_3$.

## المثال 3 ملخص الخمسة أرقام

**وظيفة بدوام جزئي** كان عدد ساعات العمل التي عملتها هند كل أسبوع لمدة 12 أسبوع 21، 10، 18، 12، 15، 13، 20، 20، 19، 16، 18، 14.

**a. أوجد الحد الأدنى والربيع الأدنى والوسيط والربيع الأعلى والحد الأقصى لمجموعة البيانات.**

استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد الإحصاءات أحادية المتغير لمجموعة البيانات. إن الحد الأدنى **minX** لمجموعة البيانات هو 10، والربيع الأدنى $Q_1$ هو 13.5، والوسيط **Med** هو 17، والربيع الأعلى $Q_3$ هو 19.5، والحد الأقصى **maxX** هو 21.

**b. فسّر ملخص الخمسة أرقام هذا.**

على مدى الاثنا عشر أسبوعًا الماضية، عملت هند ما لا يقل عن 10 ساعات وما لا يزيد عن 21 ساعة. حيث عملت أقل من 13.5 ساعة بنسبة 25٪ من الوقت، وأقل من 17 ساعة بنسبة 50٪ من الوقت، وأقل من 19.5 ساعة بنسبة 75٪ من الوقت.

**نصيحة دراسية**

**المدى الربيعي** إن المدى الربيعي الكبير يعني انشار البيانات.

الفرق بين $Q_3$ و $Q_1$، يسمى **المدى الربيعي** IQR. ويحتوى المدى الربيعي على حوالي 50٪ من أوجد القيم. قبل اتخاذ قرار بشأن نوع المقاييس التي تصف مجموعة البيانات بشكل أفضل، تحقق من مجموعة البيانات أوجد للقيم المتطرفة. وتذكر أن **القيمة المتطرفة** هي قيمة مرتفعة جدًا أو منخفضة جدًا إذا ما قورنت ببقية القيم في المجموعة. وللتحقق من القيم المتطرفة، ابحث عن قيم البيانات التي تتجاوز الربيع الأعلى أو الأدنى بأكثر من مرة ونصف من المدى الربيعي.

## المثال 4 تأثير القيمة المتطرفة

**الواجبات المنزلية** يظهر أدناه عدد الدقائق التي يستغرقها كل طالب من أصل 22 طالبًا في الوحدة للعمل على نفس واجب مادة الجبر.

15, 12, 25, 15, 27, 10, 16, 18, 30, 35, 22, 25, 65, 20, 18, 25, 15, 13, 25, 22, 15, 28

**a. حدد أي قيم متطرفة في البيانات.**

احسب المدى الربيعي IQR باستخدام حاسبة رسوم بيانية لإيجاد $Q_1$ و $Q_3$.

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 25 - 15 \text{ أو } 10$$

استخدم المدى الربيعي لإيجاد القيم التي قد تقع أي قيم متطرفة وراءها.

أوجد القيم التي قد تقع أي أوجد قيم متطرفة وراءها $Q_1 - 1.5(IQR)$ و $Q_3 + 1.5(IQR)$

$Q_1 = 15, Q_3 = 25, IQR = 10$ $1.5(10) - 15$ $1.5(10) + 25$

بسّط. $0$ $40$

لا توجد أية أوجد قيم أقل من صفر، ولكن هناك قيمة واحدة أكبر من 40. ويمكن اعتبار القيمة 65 قيمة متطرفة لهذه المجموعة من البيانات.

**b. أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى والانحراف المعياري لمجموعة البيانات التي تحتوي أو لا تحتوي على القيمة المتطرفة. ثم صف التأثير على كل مقياس.**

يمكنك استخدام حاسبة رسوم بيانية. تمثل مجموعة البيانات جميع المجتمع الإحصائي للفصل، لذلك يجب استخدام الانحراف المعياري للمجتمع الإحصائي $\sigma$.

| مجموعة البيانات | الوسط الحسابي | الوسيط | المنوال | المدى | الانحراف المعياري |
|---|---|---|---|---|---|
| ذو قيمة متطرفة | ≈22,5 | 21 | 15 | 55 | ≈11,2 |
| بدون قيمة متطرفة | ≈20,5 | 20 | 15 | 25 | ≈6,5 |

إن إزالة القيمة المتطرفة يؤدي إلى تقليل الوسط الحسابي والوسيط والمدى والانحراف المعياري. لاحظ أن الوسط الحسابي يتأثر بالقيمة المتطرفة بصورة أكبر من الوسيط.

## تمارين

**أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال لكل مجموعة بيانات.**

**1.** عدد صفحات كل رواية مخصصة للقراءة في الصيف:
224, 272, 374, 478, 960, 394, 404, 308, 480, 624

**2.** الارتفاع بالسنتيمتر لنباتات الفول في نهاية التجربة:
14.5, 12, 16, 11, 14, 11, 10.5, 14, 11.5, 15, 13.5

**3.** عدد الرسائل النصية المرسلة كل يوم خلال الأسبوعين الماضيين:
18, 35, 53, 44, 26, 57, 23, 27, 47, 33, 4, 35, 39, 41

حدد ما إذا كانت البيانات في المجموعتين (أ) و(ب) تمثل بيانات *العينة* أو *المجتمع الإحصائي*. ثم أوجد المدى والتباين والانحراف المعياري لكل مجموعة. واستخدم الانحرافات المعيارية لمقارنة التباين بين مجموعات البيانات.

**4.**

| أوقات الانتظار (دقيقة) | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| الجولة (أ) | | | الجوالة (ب) | | |
| 45 | 22 | 40 | 35 | 50 | 32 |
| 48 | 11 | 51 | 31 | 35 | 45 |
| 36 | 55 | 60 | 45 | 49 | 40 |
| 32 | 24 | 37 | 43 | 37 | 45 |

**5.**

| عدد الجهات الراعية التي حصل عليها المشاركون | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ماراثون المشي الخيري (أ) | | | ماراثون المشي الخيري (ب) | | |
| 44 | 14 | 61 | 8 | 28 | 15 |
| 22 | 27 | 25 | 100 | 42 | 19 |
| 38 | 50 | 49 | 25 | 75 | 82 |

**6.**

| عدد أيام الغياب لكل طالب هذا العام | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| الوحدة (أ) | | | | | | | | | | | | | | |
| 10 | 8 | 5 | 9 | 7 | 3 | 6 | 8 | 14 | 11 | 8 | 4 | 7 | 8 | 2 |
| 5 | 13 | 0 | 15 | 9 | 7 | 9 | 10 | 9 | 11 | 14 | 8 | 12 | 10 | 1 |
| الوحدة (ب) | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | 8 | 13 | 7 | 9 | 4 | 10 | 2 | 12 | 9 | 6 | 11 | 3 | 8 | 5 |
| 12 | 6 | 7 | 8 | 11 | 12 | 8 | 9 | 3 | 10 | 5 | 13 | 9 | 1 | 8 |

**أوجد الحد الأدنى والربيع الأدنى والوسيط والربيع الأعلى والحد الأقصى لكل مجموعة بيانات. ثم فسّر ملخص الخمسة أرقام هذا.**

**7.**

| عدد الطلاب في كل فصل رياضيات في المدرسة الثانوية المركزية | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 25 | 27 | 26 | 26 | 19 | 27 | 24 | 23 | 19 | 28 | 25 | 24 | 20 | 22 | 22 |
| 24 | 26 | 18 | 28 | 29 | 29 | 26 | 24 | 24 | 23 | 23 | 25 | 25 | 29 | 28 |

**8.**

| حدد منوال درجات امتحانات الكليات الأمريكية | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 20,2 | 21,3 | 21,5 | 20,4 | 21,6 | 20,3 | 22,5 | 21,5 | 17,8 | 20,5 |
| 20,0 | 21,7 | 21,3 | 20,2 | 21,6 | 22,0 | 21,6 | 20,3 | 19,8 | 22,6 |
| 20,8 | 22,4 | 21,4 | 22,2 | 18,8 | 21,5 | 21,7 | 21,2 | 22,5 | 21,2 |
| 20,1 | 22,3 | 20,3 | 21,2 | 21,4 | 20,6 | 22,5 | 21,8 | 21,9 | 19,3 |
| 21,5 | 20,5 | 20,3 | 21,5 | 22,7 | 20,9 | 22,5 | 22,2 | 21,4 | 20,7 |

**حدد كافة القيم المتطرفة في كل مجموعة بيانات، واشرح أسبابك. وأوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى والانحراف المعياري لمجموعة البيانات مع أو بدون القيمة المتطرفة. ثم صف التأثير على كل مقياس.**

**9.** كفاءة استهلاك الوقود بالميل لكل غالون في 15 سيارة تم اختيارها عشوائيًا:
40, 36, 29, 45, 51, 36, 48, 34, 36, 22, 13, 42, 31, 44, 32, 34

**10.** عدد المنشورات لمدونة معينة كل شهر في عام محدد:
25, 23, 21, 27, 29, 19, 10, 21, 20, 18, 26, 23

**11.** **الحبوب** فيما يلي الوزن، بالأونصة، لعدد 20 علبة حبوب ذات علامة تجارية تم اختيارها عشوائيًا.

16.7, 16.8, 15.9, 16.1, 16.5, 16.6, 16.5, 15.9, 16.7, 16.5,
16.6, 14.9, 16.5, 16.1, 15.8, 16.7, 16.2, 16.5, 16.4, 16.6

**a.** حدد كافة أوجد القيم المتطرفة في مجموعة البيانات، واشرح أسبابك.

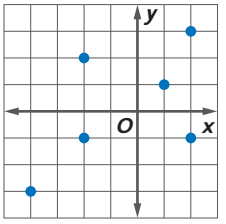
**b.** إذا تم حذف القيمة المتطرفة وأضيفت علبة الحبوب الإضافية التي كان يبلغ وزنها 17,35 أونصة، هل ستكون هذه القيمة قيمة متطرفة لمجموعة البيانات الجديدة؟ اشرح.

**c.** ما هي بعض الأسباب المحتملة أوجد للقيم المتطرفة في هذه الحالة؟

# اختبار التطبيق

**حدد مجال ومدى كل علاقة. ثم حدد ما إذا كانت كل علاقة دالة أم لا. اكتب نعم أو لا.**

1. {(4, 5), (5, −1), (0, 12), (0, −2), (7, 9)}

2. 


**اذكر اسم الربع الذي تقع فيه كل نقطة.**

3. (−3, 7)
4. (10, −11)
5. (−15, −3)

**أوجد كل حاصل ضرب.**

6. $(4n - 3)(2n + 2)$
7. $(5p - 1)(6p - 10)$
8. $(7x + 4)(7x + 4)$
9. $(3k - 2)(6k + 9)$

10. **هندسة** مستطيل ارتفاعه أقل من ضعف عرضه بواقع 3 ملليمترات.
    **a.** اكتب تعبيرًا لكل مقياس.
    **b.** اكتب تعبيرًا كثير الحدود لمساحة المستطيل.

**حلل كل كثيرة حدود.**

11. $4x^2 + 4xy + y^2$
12. $25a^2 - 20a + 4$
13. $4a^2 + 16ab + 16b^2$
14. $81t^2 - 36$

15. **مجلس الطلاب** يضم مجلس الطلاب 6 طلاب من السنة الرابعة و5 من السنة الثالثة وطالب بالسنة الثانية. بكم طريقة يمكن تشكيل لجنة من 3 أعضاء تضم عضوًا واحدًا من كل فصل؟

**حدد ما إذا كان كل وضع ينطوي على *تباديل* أو *توافيق* أم لا. ثم حل المسألة.**

16. بكم طريقة يمكن اختيار منافس واحد وبديل واحد من أصل 8 طلاب؟

17. بكم طريقة يتم تشكيل فريق من 7 لاعبين من مجموعة من 15 لاعبًا ممن حاولوا الانضمام للفريق؟

**مطعم يوجد 24 زبونًا من الذكور و36 من الإناث في مطعم. ومن عدد 11 زبونًا يقل عمرهم عن 10 أعوام، يوجد 6 ذكور. ومن عدد 14 زبونًا يزيد عمرهم عن 55 عامًا، يوجد 9 إناث. من كل هؤلاء الزبائن تم اختيار زبونًا واحدًا بطريقة عشوائية. حدد ما إذا كانت الأحداث *متنافية* أو *غير متنافية*. ثم أوجد كل احتمال.**

18. أقل من 10 أعوام أو أكثر $P$
19. أنثى أو أقل من 10 أعوام $P$ (من 55 عاما)

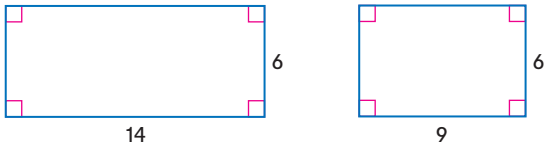
**حدد ما إذا كانت الأحداث *مستقلة* أو *غير مستقلة*. ثم أوجد الاحتمال.**

20. قطع من الورق مرقمة من 1 إلى 10 وموضوعة في حقيبة. ما هو احتمال أرسم الرقم 10 ثلاث مرات متتالية إذا تم أرسم قطعة ورق بطريقة عشوائية ثم تم استبدالها؟

21. تم اختيار طالبين بطريقة عشوائية من فصل يتكون من 13 طالبًا و7 طالبات. ما هو احتمال أن يكون الطالبين من الإناث؟

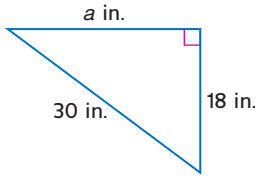
22. **اختبار** من بين الطلاب الذين أجروا الاختبار القصير لمنتصف الوحدة الرابع والاختبار الطويل للفصل الرابع، نجح 56٪ في الاختبار القصير ونجح 48٪ في الاختبار القصير والطويل على حد سواء. فإذا نجح طالب في الاختبار القصير، أوجد احتمال أنه قد نجح أيضًا في الاختبار الطويل. حوالي 86٪

23. حدد ما إذا كان المستطيلان ***متشابهين*** أم ***متطابقين*** أم ***مختلفين***.




24. **أجهزة الكمبيوتر** صورة كمبيوتر للوحة عرضها 320 بكسل وارتفاعها 240 بكسل. فإذا كانت اللوحة الحقيقية عرضها 42 in كم يكون ارتفاعها؟

**أوجد القياس الناقص. وقرب إلى أقرب جزء من عشرة، إذا لزم الأمر.**

25. 


26. $a = 33$ cm, $b = ?$ cm, $c = 45$ cm

**لديك أطوال الأضلاع الثلاثة لمثلث. حدد ما إذا كان كل مثلث قائم الزاوية.**

27. 6 in., 8 in., 12 in.
28. 30 m, 34 m, 16 m

**أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى والانحراف المعياري لكل مجموعة بيانات. ثم حدد أي قيمة متطرفة.**

29. عدد الطلاب الحاضرين في اجتماعات مجلس الطلاب المكون من 8 طلاب: 23, 45, 16, 75, 32, 35, 28, 35

30. أوقات عرض 17 فيلمًا بالدقيقة: 95, 102, 148, 140, 110, 103, 107, 104, 99, 111, 109, 124, 109, 90, 92, 110, 129

الوحدة 1

# المعادلات والمتباينات

**سابقاً**

- لقد كتبت تعبيرات ذات متغيرات.

**الآن**

**سوف:**

- تبسّط وتقيّم التعبيرات الجبرية.
- تحل المعادلات الخطية ومعادلات القيمة المطلقة.
- تحل المتباينات وتمثلها بيانيًا.

**لماذا؟**

**المال** إن ربط المال بالرياضيات هو أحد المهارات الأكثر عملية التي يمكنك تعلمها. ما دمت تستخدم المال، فستستخدم الرياضيات. في هذا الوحدة، ستكتشف موضوعات عن المال مثل الضريبة على المبيعات، والدخل، ووضع ميزانية لأول منزل لك.

Mikael Damkier/Shutterstock.com

# استعد للوحدة

**التحقق من الاستعداد** | لديك طريقتان للتحقق من المهارات الأساسية.

## 1 خيار الكتاب الدراسي

ألق نظرة سريعة على التالي. استخدم المراجعة السريعة للمساعدة.

### تمرين سريع مراجعة

**حوّل إلى أبسط صورة**

1. $15.7 + (-3.45)$
2. $-18.54 - (-32.05)$
3. $-9.8 \cdot 6.75$
4. $4 \div (-0.5)$
5. $3\frac{2}{3} + \left(-1\frac{4}{5}\right)$
6. $\frac{54}{7} - \frac{26}{6}$
7. $\left(\frac{6}{5}\right)\left(-\frac{10}{9}\right)$
8. $-3 \div \frac{7}{8}$
9. **حرف يدوية** تحتاج مريم إلى $\frac{7}{8}$ ياردات من نوع واحد للقيام بحياكة لحافاً واحدًا. كم تحتاج من هذا النوع لعمل 12 لحافًا؟

**أوجد قيمة كل قوة.**

10. $6^3$
11. $(-4)^3$
12. $-(0.6)^2$
13. $-(-2.5)^3$
14. $\left(\frac{4}{5}\right)^2$
15. $\left(\frac{7}{3}\right)^4$
16. $\left(-\frac{7}{10}\right)^2$
17. $-\left(\frac{15}{2}\right)^3$
18. **الأطعمة** يقدم مطعم شهير ثلاثة أنواع من الخبز، وثلاثة أنواع من اللحوم، وثلاثة أنواع من الجبن. كم عدد السندويتشات المختلفة التي يمكن صنعها باستخدام نوع واحد من الخبز، واللحوم، والجبن؟

**حدد كل عبارة صحيحة أو خاطئة.**

19. $-6 \geq -7$
20. $8 > -5$
21. $\frac{1}{7} \leq \frac{1}{9}$
22. $\frac{5}{6} \leq \frac{25}{30}$
23. **القياس** تمتلك نادية لوحة بطول 0.6 ياردة. بينما تمتلك عائشة لوحة بطول $\frac{2}{3}$ ياردة. قالت عائشة أن $0.6 > \frac{2}{3}$. هل ما قالته صحيحًا؟

### مراجعة سريعة

**مثال 1**

بسّط $\left(\frac{3}{16}\right)\left(-\frac{4}{5}\right)$

$\left(\frac{3}{16}\right)\left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{3(4)}{16(5)}$ اضرب بسوط الكسر ومقاماته

$= -\frac{12}{80}$ بسط

$= -\frac{12 \div 4}{80 \div 4}$ اقسم بسوط الكسر ومقاماته على GCF، 4.

$= -\frac{3}{20}$ بسط

**مثال 2**

**أوجد قيمة $(-1.5)^3$.**

$(-1.5)^3 = (-1.5)(-1.5)(-1.5)$ يعني أن 1.5 هو عامل لثلاثة أضعاف.

$= -3.375$ بسط

**مثال 3**

**حدد إذا كانت $\frac{3}{8} > \frac{12}{24}$ صحيحة أو خاطئة.**

$\frac{3}{8} \stackrel{?}{>} \frac{12 \div 3}{24 \div 3}$ اقسم 12 و 24 على 3 للحصول على مقام كسر 8.

$\frac{3}{8} \not> \frac{4}{8}$ حوّل إلى أبسط صورة

خطأ؛ $\frac{3}{8} \not> \frac{4}{8}$ لأن $\frac{3}{8} < \frac{4}{8}$.

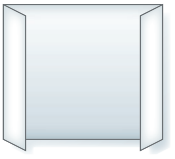
# ابدأ الوحدة

**ستتعلم العديد من المبادئ والمهارات والمفردات عند دراسة الوحدة 1. للاستعداد، حدد المصطلحات الهامة ورتب الموارد. قد ترغب في الرجوع إلى الوحدة صفر لمراجعة المهارات اللازمة.**

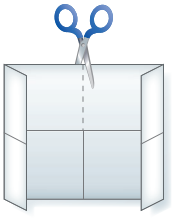
## مطويات منظم الدراسة

**المعادلات والمتباينات** قم بعمل هذا الدفتر لمساعدتك على تنظيم ملاحظات الوحدة الأول بشأن المعادلات والمتباينات. ابدأ بمذكرة من 17" × 11" ورقة.

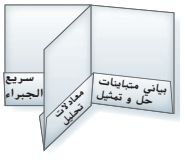
1 **اطوي** 2" جانبين بطول بوصتين لكل منهما على الجانبين القصيرين.



2 **ثم** قم بطيها إلى نصفين في الاتجاهين. افتح وقص كما هو موضح.



3 **أعد** الطي مرة أخرى بمحاذاة العرض. دبس كل جيب. اكتب على الجيوب التعبيرات الجبرية، وخصائص الأعداد الحقيقية، وحل المعادلات، و حل المتباينات و تمثيلها بيانيًا. ضع بطاقات الفهرس للملاحظات في كل جيب.




## المفردات الجديدة

**اللغة العربية**

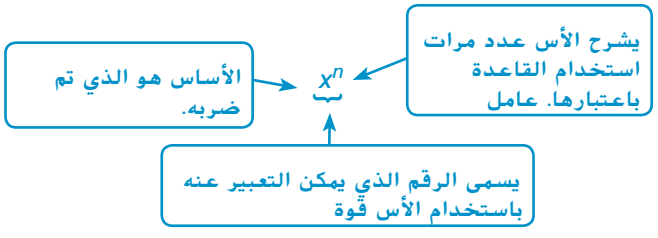
| | |
|---|---|
| المتغير (variable) | ص. 5 |
| التعبيرات الجبر (algebraic expression) | ص. 5 |
| ترتيب العمليات (order of operations) | ص. 5 |
| القاعدة (formula) | ص. 6 |
| الأعداد الحقيقة (real numbers) | ص. 11 |
| الأعداد النسبية (rational numbers) | ص. 11 |
| الأعداد غير النسبية (irrational numbers) | ص. 11 |
| الأعداد الصحيحة (integers) | ص. 11 |
| الأعداد الكلية (whole numbers) | ص. 11 |
| الأعداد الطبيعية (natural numbers) | ص. 11 |
| الجملة المفتوحة (open sentence) | ص. 18 |
| المعادلة (equation) | ص. 18 |
| الحل (solution) | ص. 18 |
| القيمة المطلقة (absolute value) | ص. 27 |
| المجموعة الفارغة (empty set) | ص. 28 |
| ترميز باني المجموعة (set-builder notation) | ص. 35 |
| المتباينة المركبة (compound inequality) | ص. 41 |
| التقاطعات (intersection) | ص. 41 |
| الاتحاد (union) | ص. 42 |

## مراجعة المفردات

قم بالتقييم لمعرفة قيمة تعبير ما

المتباينة هي جملة مفتوحة تحتوي على الرمز $<$ ,$\leq$ ,$>$ أو $\geq$

القوة هي تعبير للصيغة $x^n$ اقرأ $x$ إلى القوة $n$.



الوحدة 1-1

# التعبيرات والمعادلات

| سابقاً | الآن | لماذا؟ |
|---|---|---|
| لقد استخدمت قوانين الأسس. | 1 استخدم ترتيب العمليات لتقييم التعبيرات. | يمكن استخدام المعادلة التالية لحساب النقاط $x$ التي حصل عليها لاعب البيسبول. |
| | 2 استخدم المعادلات. | |

$$x = \frac{h + w + p}{b + w + p + s}$$

- $h$ يمثل عدد ضربات الكرة.
- $w$ يمثل عدد الخطوات.
- $p$ يمثل عدد الرميات التي أصابت اللاعب.
- $b$ يمثل عدد ضربات المضرب.
- $s$ يمثل عدد الضربات الطائرة

والأرضية.خلال أول عشرين لعبة في الموسم، سجّل محمد 9 ضربات، وخطوتين، و38 مرة لضرب الكرة، و5 ضربات طائرة، وأصيب برمية واحدة. يعطي التعبير $\frac{9 + 2 + 1}{38 + 2 + 1 + 5}$ عدد الأهداف التي سجلها محمد.

## 1 ترتيب العمليات

**المتغيرات** هي حروف تستخدم لتمثيل الكميات الغير معروفة. تسمى التعبيرات التي تحتوي على متغير واحد على الأقل **التعبيرات الجبرية**. يمكنك تقييم التعبيرات الجبرية عن طريق استبدال كل متغير بعدد ثم تطبق **ترتيب العمليات**.

### المفهوم الأساسي ترتيب العمليات

**الخطوة 1** «أوجد قيمة التعبيرات داخل رموز التجميع.

**الخطوة 2** «أوجد قيمة جميع القوى.

**الخطوة 3** اضرب واقسم من اليسار إلى اليمين أو إحداهما.

**الخطوة 4** اجمع من اليسار إلى اليمين واطرح أو إحداهما.

### مثال 1 أوجد قيمة التعبيرات الجبرية

**أوجد قيمة $m + (p - 1)^2$ إذا كانت $m = 3$ و$p = -4$.**

| | |
|---|---|
| $m + (p - 1)^2 = 3 + (-4 - 1)^2$ | استبدل $m$ بـ 3 و $p$ بـ $-4$. |
| $= 3 + (-5)^2$ | اجمع $-4$ و $-1$. |
| $= 3 + 25$ | قم بتقييم $(-5)^2$. |
| $= 28$ | اجمع 3 و 25. |

**درجات مئوية**

**أوجد قيمة كل تعبير إذا كانت $m = 12$ و$q = -1$.**

**1A.** $m + (3 - q)^2$

**1B.** $m \div 2q + 4$

**مفردات جديدة**

**المتغيرات** (variables)

**التعبيرات الجبرية** (algebraic expressions)

**ترتيب العمليات** (order of operations)

**المعادلة** (formula)

**تمارين رياضية**

فهم المسائل والمثابرة في حلها

Tetra/Tetra Images/Glowimages

## مثال 2 أوجد قيمة التعبيرات الجبرية

**a. أوجد قيمة $a + b^2(b - a)$ إذا كانت $a = 5$ و $b = -3.2$.**

$a = 5$ و $b = -3.2$

$$a + b^2(b - a) = 5 + (-3.2)^2(-3.2 - 5)$$

اطرح 5 من $-3.2$.

$$= 5 + (-3.2)^2(-8.2)$$

قم بتقييم $(-3.2)^2$.

$$= 5 + 10.24(-8.2)$$

ضرب 10.24 في $-8.2$.

$$= 5 + (-83.968)$$

اجمع 5 و $-83.968$.

$$= -78.968$$

**b. أوجد قيمة $\frac{x^4 - 3wy}{y^3 + 2w}$ إذا كانت $w = 4,\ x = -3$، و $y = -5$.**

$w = 4,\ x = -3$، و $y = -5$

$$\frac{x^4 - 3wy}{y^3 + 2w} = \frac{(-3)^4 - 3(4)(-5)}{(-5)^3 + 2(4)}$$

قيم البسط والمقام على حدى.

$$= \frac{81 - 3(4)(-5)}{-125 + 2(4)}$$

اضرب البسط والمقام.

$$= \frac{81 - (-60)}{-125 + 8}$$

بسط البسط والمقام.

بسط الكسر.

$$= \frac{141}{-117} \text{ أو } -\frac{47}{39}$$

**نصيحة دراسية**

**الهيكل** تذكر أن عمود الكسر هو نوع من رموز التجميع. قيم التعبيرات في بسط الكسر ومقام الكسر منفردين قبل القسمة.

### درجات مئويات

**قيم كل تعبير إذا كانت $k = 0.5$ و $j = -1$، و $h = 4$.**

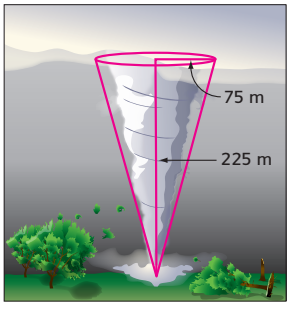
**2A.** $h^2k + h(h - k)$ **2B.** $j + (3 - h)^2$ **2C.** $\frac{j^2 - 3h^2k}{j^3 + 2}$

## 2 القواعد

تعتبر **المعادلة** جملة رياضية تشرح العلاقة بين كميات مُحددة. إذا كنت تعرف قيمة كل متغير في القاعدة ماعدا واحدة، يمكنك إيجاد قيمة المتغير المتبقي.

## مثال 3 من الحياة اليومية استخدم قاعدة

**الأعاصير** قاعدة حجم المخروط، $V = \frac{1}{3}r^2h$ ويمكن أن تستخدم لتقريب حجم الإعصار **أوجد الحجم التقريبي للإعصار بالجهة اليمنى.**




$$V = \frac{1}{3}\pi r^2h$$

حجم المخروط

$$= \frac{1}{3}\pi(75)^2(225)$$

$r = 75$ و $h = 225$

$$= \frac{1}{3}\pi(5625)(225)$$

قيم $75^2$.

$$\approx 1{,}325{,}359$$

اضرب.

يكون حجم الإعصار التقريبي حوالي 1,325,359 متر مكعب.

**قراءة الرياضيات**

**يمكن قراءة الأسس** $x^2$ باعتبارها $x$ تربيع أو $x$ إلى القوى الثانية. $x^3$ يمكن قرائتها باعتباره $x$ تكعيب أو $x$ إلى القوى الثالثة.

### درجات مئويات

**3. الهندسة** قاعدة الحجم $V$ لمتوازي المستطيلات هي $V = \ell wh$. حيث $\ell$ يمثل الطول، و $w$ يمثل العرض، و $h$ يمثل الارتفاع. أوجد حجم متوازي المستطيلات بطول 4 أقدام، وعرض قدمين، وارتفاع 3.5 قدم.

## تأكد من فهمك.

مثال 1

**قيم كل تعبير إذا كانت** $a = -2,\ b = 3$، و $c = 4.2$.

1. $a - 2b + 3c$
2. $2a + (b + 3)^2$
3. $a + 3[b^2 - (a + c)]$
4. $5c - 2[(b - a) + c]$
5. $4(2a + 3b) - 2c$

مثال2

6. $\dfrac{a^2 + 4c}{3b + 2a}$
7. $\dfrac{b^3 + ac}{ab + 2bc}$
8. $\dfrac{3b + 2a}{5 - c}$
9. $\dfrac{3a - 2c}{4ab}$

مثال 3

10. **الكرة الطائرة** يتم حساب نسبة هجمات اللاعب $A$ باستخدام القاعدة $A = \dfrac{k - e}{t}$، حيث أن تمثل $k$ عدد الهجمات، وتمثل $e$ عدد الهجمات الخاطئة بما في ذلك العقبات وتمثل $t$ إجمالي محاولات الهجمات. أوجد نسبة الهجمات المُعطاه لكل مجموعة قيم.

**a.** $k = 22,\ e = 11,\ t = 35$ **b.** $k = 33,\ e = 9,\ t = 50$

## تمارين وحل مسائل

مثال 1

**قيم كل تعبير إذا كانت** $z = \dfrac{1}{3}$ **و** $w = -3,\ x = 4,\ y = 2.6$.

11. $y + x - z$
12. $w - 2x + y \div 2$
13. $4(x - w)$
14. $6(y + x)$
15. $9z - 4y + 2w$
16. $3y - 4z + x$

17. **استهلاك الوقود** يُقاس الوقود الذي تستخدمه السيارة بالميل لكل جالون، ويرتبط بمسافة الانتقال من خلال القاعدة التالية.

الأميال لكل جالون × عدد الجالونات = مسافة الانتقال

**a.** استخدمت السيارة أثناء الرحلة 46.2 جالون من الوقود. إذا كانت السيارة تستهلك جالونًا من الوقود لتسير 33 ميل، ما مسافة الانتقال؟

**b.** قرر صديقك شراء سيارة هجينة تستهلك جالونًا من الوقود لتسير 60 ميلاً. يحتوي خزان الوقود على 12 جالون. ما المسافة التي تستطيع السيارة سيرها باستخدام خزان وقود كامل؟

مثال 2

**قيم كل تعبير إذا كانت** $a = -4,\ b = -0.8,\ c = 5$، **و** $d = \dfrac{1}{5}$.

18. $\dfrac{a + b}{c - \text{d}}$
19. $\dfrac{a - b}{bd}$
20. $\dfrac{ac}{d + b}$
21. $\dfrac{b^2c^2}{ad}$
22. $\dfrac{b + 6}{4(d + c)}$
23. $\dfrac{5(d + a)}{2ab^2}$

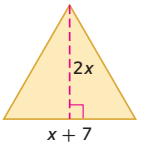
24. **كن منطقي** تُستخدم القاعدة $C = \dfrac{5(F - 32)}{9}$ لتحويل درجات الحرارة من فهرنهايت إلى درجات مئوية.

**a.** عادة ما تتراوح درجة حرارة الغرفة من 64°F إلى 73°F. حدد مدى درجة حرارة الغرفة بالدرجات المئوية.

**b.** إن متوسط درجة حرارة جسم الانسان 98.6°F. إذا زادت درجة الحرارة عن ذلك، هذا يعني وجود حُمى. إذا كانت درجة حرارتك 42°C، هل يعني ذلك أنك تعاني من الحمى؟ اشرح تعليلك.

مثال 3

25. **هندسة** قاعدة المساحة $A$ للمثلث ذات ارتفاع $h$ وقاعدة $b$ هي $A = \dfrac{1}{2}bh$. اكتب تعبيرًا لتمثل مساحة المثلث.




26. **ثقافة مالية** تبلغ الأرباح التي يحققها أحد الأعمال التجارية في العام 536,897,000AED دولارًا. إذا قام العمل بتقسيم الربح بالتساوي على كل الأسهم، قدر نصيبكل سهم إذا كان بلغ عدد الأسهم 10,995,000 سهمًا.

**27. تعليل** يُقدر نصف قطر مدار الأرض بـ93,000,000 ميلًا.

**a.** أوجد محيط مدار الأرض بافتراض أن المدار دائري الشكل. إن قاعدة محيط الدائرة تساوي $2\pi r$.

**b.** تدور الأرض حول الشمس بسرعة 66,698 ميلاً في الساعة. استخدم القاعدة $T = \frac{C}{V}$، حيث أن $T$ هو الوقت بالساعات، و $C$ هو محيط الدائرة، و $V$ هي السرعة أوجد عدد الساعات التي تستغرقها الأرض للدوران حول الشمس.

**c.** هل أثبت أن الأرض تستغرق عامًا واحدًا للدوران حول الشمس؟ اشرح.

**28. الهرم القديم** يبلغ ارتفاع الهرم الأكبر في القاهرة، مصر حوالي 146.7 مترًا، ويبلغ طول كل ضلع من قاعدته حوالي 230 مترًا.

**a.** أوجد مساحة قاعدة الهرم. تذكر $A = \ell w$.

**b.** حجم الهرم يساوي $\frac{1}{3}Bh$، حيث أن $B$ هي مساحة القاعدة و $h$ هي الطول. ما حجم الهرم الأكبر؟

**قيم كل تعبير إذا كانت** $w = \frac{3}{4}$, $x = 8$, $x = 8$، $y = -2$ و $z = 0.4$.

**29.** $x^3 + 2y^4$

**30.** $(x - 6z)^2$

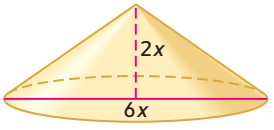
**31.** $2(6w - 2y) - 8z$

**32.** $\frac{(y + z)^2}{xw}$

**33.** $\frac{12w - 6y}{z^2}$

**34.** $\frac{wx + yz}{wx - yz}$

**35. هندسة قاعدة** الحجم $V$ للمخروط ذات نصف قطر $r$ وطول $h$ هي $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.




اكتب تعبيرًا لحجم المخروط في الجهة اليمنى.

**36. محركات البحث** تصنيف الصفحة هو قيمة عددية تمثل مدى أهمية الصفحة على الإنترنت. أحد المعادلات المستخدمة لحساب تصنيف صفحة ما هي $PR = 0.15 + 0.85L$، حيث أن L هو تصنيف صفحة الربط مقسومًا على عدد الروابط الخارجة من الصفحة. حدد تصنيف الصفحة إذا كانت $L = 10$.

**37. الطقس في عام** 1898 قبل الميلاد، درس محمد العديد من فصائل الصراصير لتحديد "معدل السقسقة" استنادًا على درجات الحرارة. حدد محمد أن القاعدة $t = 50 + \frac{n - 40}{4}$، حيث أن $n$ هو عدد السقسقة في الدقيقة، ويمكن استخدامها لمعرفة درجة الحرارة $t$ فهرنهايت. ما درجة الحرارة إذا كان عدد السقسقة 120؟

**38. كرة القدم** يمكن استخدام القاعدة التاليةلحساب درجة كفاءة اللاعب خلف الوسط.

$$\left(\frac{\frac{C}{A} - 0.3}{0.2} + \frac{\frac{Y}{A} - 3}{4} + \frac{\frac{T}{A}}{0.05} + \frac{0.095 - \frac{I}{A}}{0.04}\right) \cdot \frac{100}{6}$$

- $C$ هو عدد التمريرات الكاملة.
- $A$ هو عدد التمريرات التي تمت محاولتها.
- $Y$ هي عدد التمريرات باليادة.
- $T$ هو عدد التمريرات التي لمست الأرض.
- $I$ هو عدد التصديات.

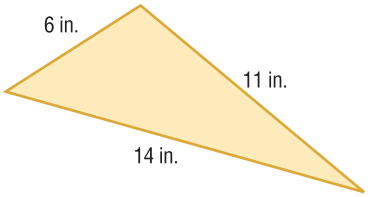
أوجد درجة كفاءة اللاعب بيتن مانينغ إلىأقرب عشرة بناءً على إحصاءات الموسم الموضحة.

**39. الأفلام** يمكن تمثيل متوسط سعر تذكرة السينما بواسطة $P = \frac{y^2}{400} + \frac{7y}{100} + 2.96$ حيث أن $y$ هو عدد الأعوام منذ عام 1980.

**a.** أوجد متوسط سعر التذكرة في عام 1990, و2000, و2010.

**b.** يمكن استخدام معادلة أخرى لتمثيل أسعار التذاكر وهي $P = \frac{y^3}{2500} - \frac{y^2}{100} + \frac{6y}{25} + 2.62$. أوجد سعر التذكرة في عام 1990، و2000، و2010. كيف يتم مقارنة تلك القيم بما وجدته في الجزء a؟

**40. هندسة** يمكن معرفة مساحة المثلث باستخدام قاعدة هيرون, $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, حيث أن $a$, $b$, و $c$ هي أطوال الأضلاع الثلاثة للمثلث، و $s = \frac{a+b+c}{2}$. أوجد مساحة المثلث الموجود في الجانب الأيمن.




**41** تقييم $y = \sqrt[4]{b^2\left(1-\frac{x^2}{a^2}\right)}$. و $a = 6$, $b = 8$. قرب $x = 3$ إلى أقرب العشرة.

**42. تمثيلات متعددة** ستكتب تعبيرات باستخدام قاعدة حجم الاسطوانة. تذكر أنه يمكن معرفة حجم الاسطوانة باستخدام القاعدة $v = \pi r^2 h$، حيث أن $v$ = الحجم $r$ = نصف القطر، و $h$ = الطول.

**a. هندسي** ارسم اسطونتين بأحجام مختلفة.

**b. جدولي** استخدم مسطرة لقياس نصف قطر وطول كل اسطوانة. رتب قياسات كل اسطوانة في الجدول. قم بتضمين عمودًا في الجدول لحساب حجم كل اسطوانة.

**c. لفظي** اكتب تعبيرًا لفظيًا لتوضح الفرق بين حجم الاسطوانتين.

**d. جبري** اكتب تعبيرًا جبريًا وحله لمعرفة الفرق بين حجم الاسطوانتين.

## مهارات التفكير العليا مسائل

استخدم مهارات–التفكير العليا

**43. تعليق** يقيم محمد وعبد الله $\frac{-3d-4c}{2ab}$ حيث أن $a = -2$, $b = -3$, $c = 5$ و $d = 4$. هل أحدهما صحيح؟ اشرح تعليلك.

**محمد**

$$\frac{-3d-4c}{2ab} = \frac{-3(4)-4(5)}{2(-2)(-3)}$$
$$= \frac{-12-20}{12} = \frac{-32}{12} = -\frac{8}{3}$$

**عبد الله**

$$\frac{-3d-4c}{2ab} = \frac{-3(4)-4(5)}{2(-2)(-3)}$$
$$= \frac{-12-20}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

**44. التحدي** لأية ثلاثة أرقام محددة $a$, $b$, و $c$, $a$AED$b$AED$c$ يتم تعريفها باعتبارها $c = \frac{-a-b-c}{c-b-a}$. أوجد $a$AED $b$ AED $-2$AED$(-4)$AED5.

**45. تعليل** تمثل التعبيرات المتساوية التالية طول حجرًا بالأقدام تم إلقائه من فوق جسر حيث أن $t$ هو الوقت بالثوان بعد الإلقاء. في رأيك، ما أفضل أسلوب لمعرفة أقصى طول للحجر؟ اشرح.

**a.** $-4t^2 - 2t + 6$ **b.** $-2t(2t+1) + 6$ **c.** $-2(t-1)(2t+3)$

**46. تحدي** افترض أن $q$ و$p$ و$n$ و$m$ تمثل الأعداد الصحيحة الموجبة غير الصفرية. أوجد عددًا بالنسبة لـ $q$ و$p$ و$n$ و$m$ التي تقع في المنتصف بين $\frac{p}{q}$ و $\frac{m}{n}$.

**47. النهاية** المفتوحة اكتب تعبيرًا جبريًا باستخدام $z = 4$ و $x = -2$, $y = -3$ والعمليات الأربعة حيث أن قيمة التعبير تساوي 10.

**48. الكتابة** باستخدام الرياضيات قم بتوفير مثالاً لقاعدة يمكن أن تُستخدم في المواقف اليومية. وضح فائدتها وماذا يحدث في حالة عدم استخدام القاعدة بشكل صحيح.

**49. الكتابة** في الرياضيات استخدم المعلومات الخاصة بنسبة القواعد المُعطاه في أول الدرس لشرح لماذا تعتبر قاعدة نسبة القواعد أكثر إفادة من جدول النسب المُحددة.

## تمرين اختبار معياري

**50. SAT/ACT** إذا كانت مساحة المربع ذات ضلع $x$ هي 9، ما مساحة المربع ذات الضلع $4x$؟

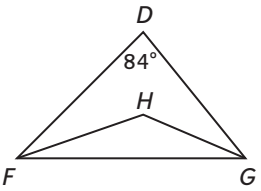
**A** 36
**B** 144
**C** 212
**D** 324
**E** 1296

**51. جواب مختصر** يريد مالك مقهى أن يفتتح فرعًا آخر عندما يصل متوسط العملاء إلى 800 شخصًا. قام بحساب المتوسط اليومي لعدد الزبائن في الجدول أدناه لكل شهر منذ أن افتتح المقهى.

| شهر | متوسط العملاء في اليوم |
|---|---|
| 1 | 225 |
| 2 | 298 |
| 3 | 371 |
| 4 | 444 |

إذا استمر هذا المعدل، في أي شهر يمكنه أن يفتتح المقهى الثاني؟

**52. هندسة** في $\triangle DFG$، $\overline{FH}$ و $\overline{HG}$ هي منصفات الزاوية و$m\angle D = 84°$. كم عدد الدرجات في $\angle FHG$؟




**F** 96
**G** 132
**H** 145
**J** 192

**53.** سقط لاعب قفز حر في لعبة كمبيوتر بشكل حر من ارتفاع 3000 مترًا بمعدل 55 مترًا في الثانية. ما المعادلة التي يمكن استخدامها لمعرفة $h$، طول لاعب القفز الحر بعد مرور $t$ ثانية من على القفزة الحرة؟

**A** $h = -55t - 3000$
**B** $h = -55t + 3000$
**C** $h = 3000t - 55$
**D** $h = 3000t + 55$

## مراجعة شاملة

**54.** أطوال الأضلاع الثلاثة لمثلث ما هي 10، و14، و18 بوصة. حدد ما إذا كان هذا المثلث قائم الزاوية. (الوحدة 8-0)

**55.** مقاس ساقي المثلث قائم الزاوية 6 سنتيمترات و8 سنتيمترات. أوجد طول الوتر. (الوحدة 8-0)

**56. الخرائط** تقع على خريطة الولايات المتحدة الأمريكية مدن مثل ميلواكي وويسكونسن وتشارلوت في كارولاينا الشمالية على بعد $6\frac{1}{2}$ بوصات. المسافة الحقيقية بين ميلواكي وتشارلوت هي 670 ميلاً. إذا كان كلاً من برمنغهام، وألاباما، وتامبا في فلوريدا تقع على بعد 465 ميلاً، فما المسافة التي تمثلها الخريطة؟ (الوحدة 7-0)

**57.** ضع عاملاً لـ $6x^2 + 12x$. (الوحدة 3-0)

**58.** أوجد ناتج $(a + 2)(a - 4)$. (الوحدة 2-0)

**59. العدد** عددًا صحيحًا أقل من عدد بعددين، وعددًا آخر أكبر من ضعف العدد نفسه بعدد واحد. ما هما الرقمين الصحيحين اللذين يساوي مجموعهما 14؟ (الوحدة 2-0)

## مراجعة المهارات

**قم بتقويم كل تعبير.**

**60.** $\sqrt{4}$
**61.** $\sqrt{25}$
**62.** $\sqrt{81}$
**63.** $\sqrt{121}$
**64.** $-\sqrt{9}$
**65.** $-\sqrt{16}$
**66.** $\sqrt{\frac{49}{100}}$
**67.** $\sqrt{\frac{25}{64}}$

الدرس 2-1

# خصائص الأرقام الحقيقية

**سابقاً**

- لقد قمت بتعريف واستخدام خصائص الأرقام الحقيقية الحسابية.

**الآن**

1. قم بتصنيف الأرقام الحقيقية.
2. استخدم خصائص الأرقام الحقيقية لتقييم التعبيرات.

**لماذا؟**

- يبيع مدعمي المدرسة العليا المركزية الوجبات الخفيفة والمشروبات في مرافق المدرسة يتم تسعير العناصر بنفس السعر حتى يتم تحديد إجمالي السعر بسهولة.

يمكنك استخدام خاصية التوزيع لحساب إجمالي التكلفة عند ضرب العناصر التي تم شراؤها.

**مفردات جديدة**

أعداد الحقيقية (real numbers)

أعداد النسبية (rational numbers)

أعداد غير النسبية (irrational numbers)

أعداد الصحيحة (integers)

أعداد الكلية (whole numbers)

أعداد الطبيعية (natural numbers)

**تمارين رياضية**

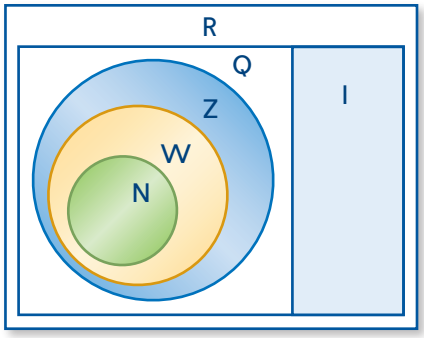
علل بشكل تجريدي وكمي ابحث عن الهيكل واستخدمه.

## 1 الأرقام الحقيقية

تتكون **الأرقام الحقيقية** من العديد من الأنواع المختلفة من الأرقام.

- **يمكن شرح الأرقام النسبية** باعتبارها نسبة $\frac{a}{b}$, حيث أن $a$ و $b$ أرقامًا صحيحة و $b$ ليست صفر. الشكل العشري للرقم النسبي إما أن يكون كسرًا عشريًا منته أو كسرًا عشريًا دوريًا.
- الشكل العشري **للرقم غير النسبي** إما منتهي أو دوري. تعتبر جذور التربيع للأرقام التي ليست تربيعات كاملة أرقامًا غير نسبية.
- مجموعات **الأرقام الصحيحة** {..., −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, ...}, **الأرقام الكلية** {0, 1, 2, 3, 4, ...}, و **الأرقام الحقيقية** {1, 2, 3, 4, 5, ...}, هي مجموعات فرعية للأرقام النسبية. تعتبر تلك الأرقام مجموعات فرعية للأرقام النسبية لأن كل رقم صحيح $n$ يساوي $\frac{n}{1}$.

**المفهوم الأساسي الأرقام الحقيقية (R)**




| أمثلة | مجموعة | حرف |
|---|---|---|
| $0.125, -\frac{7}{8}, \frac{2}{3} = 0.66\ldots$ | أرقام نسبية | Q |
| $\pi = 3.14159\ldots$<br>$\sqrt{3} = 1.73205\ldots$ | أرقام غير نسبية | I |
| −5, 17, −23, 8 | أرقام صحيحة | Z |
| $2, 96, 0, \sqrt{36}$ | أرقام كلية | W |
| 3, 17, 6, 86 | أرقام طبيعية | N |

**مثال 1 صنف الأرقام**

**بيّن اسم مجموعة الأرقام التي ينتمي إليها كل رقم.**

**a.** $-23$ أرقام صحيحة (Z)، أرقام نسبية (Q)، أرقام طبيعية (R)

**b.** $\sqrt{50}$ الأرقام غير النسبية (I)، الأرقام الحقيقية (R)

**c.** $-\frac{4}{9}$ أرقام نسبية(Q)، أرقام حقيقية (R)

**درجات مئويات**

**1A.** $-185$ **1B.** $-\sqrt{49}$ **1C.** $-\sqrt{95}$ **1D.** $-\frac{7}{8}$

Ollyy/Shutterstock.com

## 2 خصائص الأرقام الحقيقية بعض خصائص الأرقام الحقيقية ملخصة بالأسفل.

**نصيحة دراسية**

الأرقام الحقيقية يمكن لرقم أن ينتمي لأكثر من مجموعة واحدة من الأرقام. فعلى سبيل المثال، إذا كان الرقم طبيعيًا، يمكن أن يكون أيضًا كليًا، وصحيحًا، ونسبيًا، وحقيقيًا.

**ملخص الفكرة** خصائص الأرقام الحقيقية

بالنسبة لأي رقم حقيقي: $c$ و $a, b,$

| الخاصية | الجمع | الضرب |
|---|---|---|
| انتقالي | $a + b = b + a$ | $a \cdot b = b \cdot a$ |
| تجميعي | $(a + b) + c = a + (b + c)$ | $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ |
| المحايد | $a + 0 = a = 0 + a$ | $a \cdot 1 = a = 1 \cdot a$ |
| معكوس | $a + (-a) = 0 = (-a) + a$ | $a \cdot \frac{1}{a} = 1 = \frac{1}{a} \cdot a,\ a \neq 0$ |
| الإغلاق | $a + b$ رقم حقيقي. | $a \cdot b$ رقم حقيقي. |
| توزيعي | $a(b + c) = ab + ac$ and $(b + c)a = ba + ca$ | |

### مثال 2 اذكر خصائص الأرقام الحقيقية

**بين اسم الخاصية الموضحة بواسطة** $5 \cdot (4 \cdot 13) = (5 \cdot 4) \cdot 13$.

خاصية التجميع في الضرب

توضح خاصية التجميع في الضرب أن أسلوب تجميع العوامل لا يؤثر على حاصل الضرب.

**درجات مئويات**

**2.** بين اسم الخاصية الموضحة بواسطة $2(x + 3) = 2x + 6$.

يمكنك استخدام خصائص الأرقام الحقيقية لتحديد القيم المرتبطة.

**نصيحة دراسية**

**المعكوس الجمعي والضربي**

**يحتوي المعكوس الجمعي** لرقم ما على عكس علامة الرقم نفسه. يحتوي المعكوس الضربي لرقم ما على نفس علامة الرقم.

### مثال 3 المعكوس الجمعي والضربي

**أوجد المعكوس الجمعي والضربي لـ** $-\frac{5}{8}$.

بما أن $-\frac{5}{8} + \frac{5}{8} = 0$، فالمعكوس الجمعي لـ $-\frac{5}{8}$ هو $\frac{5}{8}$.

بما أن $\left(-\frac{5}{8}\right)\left(-\frac{8}{5}\right) = 1$، فالمعكوس الضربي لـ $-\frac{5}{8}$ هو $-\frac{8}{5}$.

**درجات مئويات**

**أوجد المعكوس الجمعي والضربي لكل رقم.**

**3A.** 1.25 **3B.** $2\frac{1}{2}$

تشترك العديد من تطبيقات الحياة اليومية في التعامل مع الأرقام الحقيقية.

## مثال 4 من الحياة اليومية خاصية التوزيع

**وظيفة من الحياة اليومية**

**مدير متجر للتجزئة** يعتبر مدراء المتاجر مسؤولين عن العمليات اليومية لمتجر التجزئة. قد يكون مدير المتجر أحد خريجي المدرسة الثانوية وقد يكون حاصلاً على شهادة عليا لمدة 4 سنوات، وهذا يتوقف على نوعية العمل التجاري.

**النقود** **موضح في الجدول أسعار مكونات جهاز الكمبيوتر المقدمة من أحد متاجر أجهزة الكمبيوتر. إذا تم إضافة ضريبة مبيعات بنسبة 6٪ لسعر الشراء، فكم تبلغ الضريبة على المبيعات لجهاز الكمبيوتر؟**

| المكونات | السعر (AED) |
|---|---|
| الكمبيوتر | 359.95 |
| الشاشة | 219.99 |
| الطابعة | 79.00 |
| الكاميرا الرقمية | 149.50 |
| حزمة البرنامج | 99.00 |

هناك طريقتان لمعرفة إجمالي الضريبة على المبيعات.

**الأسلوب 1** اضرب ثم أجمع.

اضرب كل قيمة دولار في 6% أو 0.06 ثم اجمع.

$$T = 0.06(359.95) + 0.06(219.99) + 0.06(79.00) + 0.06(149.50) + 0.06(99.00)$$
$$= 21.60 + 13.20 + 4.74 + 8.97 + 5.94$$
$$= 54.45$$

**الأسلوب 2** اجمع ثم اضرب.

أوجد إجمالي تكلفة جهاز الكمبيوتر واضرب الإجمالي في 0.06

$$T = 0.06(359.95 + 219.99 + 79.00 + 149.50 + 99.00)$$
$$= 0.06(907.44)$$
$$= 54.45$$

الضريبة على المبيعات المفروضة هي 54.45$. لاحظ أن كلا الطريقين تؤدي إلى الإجابة نفسها.

**درجات** **مئويات**

**4. العمل** تحصل هند على 8AED في الساعة عند العمل في متجر البقالة. رقم ساعات عمل هند كل يوم في الأسبوع الواحد 3 و2.5 و2 و1 و4. كم كسبت هند هذا الأسبوع؟

يمكن استخدام خصائص الأرقام الحقيقية لتبسيط التعبيرات الجبرية.

## مثال 5 بسط تعبيرًا ما

**بسط $3(2q + r) + 5(4q - 7r)$.**

$3(2q + r) + 5(4q - 7r)$

$= 3(2q) + 3(r) + 5(4q) - 5(7r)$ خاصية التوزيع

$= 6q + 3r + 20q - 35r$ اضرب.

$= 6q + 20q + 3r - 35r$ خاصية التبديل (+)

$= (6 + 20)q + (3 - 35)r$ خاصية التوزيع

$= 26q - 32r$ بسط.

**تمارين موجهة**

**5.** بسط $3(4x - 2y) - 2(3x + y)$.

Ollyy/Shutterstock.com

## تأكد من فهمك

**مثال 1** بين اسم مجموعة الأرقام التي ينتمي إليها كل رقم.

1. 62
2. $\frac{5}{4}$
3. $\sqrt{11}$
4. $-12$

**مثال 2** بين اسم الخاصية الموضحة بواسطة كل معادلة.

5. $(6 \cdot 8) \cdot 5 = 6 \cdot (8 \cdot 5)$ خاصية التجميع (×)
6. $7(9 - 5) = 7 \cdot 9 - 7 \cdot 5$ خاصية التوزيع.
7. $84 + 16 = 16 + 84$ خاصية الانتقال. (+)
8. $(12 + 5)6 = 12 \cdot 6 + 5 \cdot 6$ خاصية التوزيع.

**مثال 3** أوجد المعكوس الجمعي والضربي لكل رقم.

9. $-7$
10. $\frac{4}{9}$
11. 3.8
12. $\sqrt{5}$

**مثال 4**

13. **تعليل** يقوم سمير بقص الأعشاب بتكلفة 22 AED ليحصل على المال الكافي لشراء وحدة ألعاب فيديو بتكلفة 550 AED.

**a.** اكتب تعبيرًا لتمثيل إجمالي الأموال التي حصل عليها سمير هذا الأسبوع.

**b.** قم بتقييم التعبير من الجزء a عن طريق استخدام خاصية التوزيع.

**c.** متى تعتقد أن يحصل سمير على المال الكافي لشراء وحدة ألعاب الفيديو؟ هل هذا منطقي؟ اشرح.

رقم مرات قص الأعشاب في أسبوع واحد

| اليوم | مرات قص الأعشاب |
|---|---|
| الإثنين | 2 |
| الثلاثاء | 4 |
| الأربعاء | 3 |
| الخميس | 1 |
| الجمعة | 5 |
| السبت | 6 |
| الأحد | 7 |

**مثال 5** بسط كل تعبير.

14. $5(3x + 6y) + 4(2x - 9y)$
15. $6(6a + 5b) - 3(4a + 7b)$
16. $-4(6c - 3d) - 5(-2c - 4d)$
17. $-5(8x - 2y) - 4(-6x - 3y)$

## تمارين وحل مسائل

**مثال 1** بين اسم مجموعة الأرقام التي ينتمي إليها كل رقم.

18. $-\frac{4}{3}$
19. $-8.13$
20. $\sqrt{25}$
21. $0.\overline{61}$
22. $\frac{9}{3}$
23. $-\sqrt{144}$
24. $\frac{21}{7}$
25. $\sqrt{17}$

**مثال 2** بين اسم الخاصية الموضحة بواسطة كل معادلة.

26. $-7y + 7y = 0$ معكوس (+)
27. $8\sqrt{11} + 5\sqrt{11} = (8 + 5)\sqrt{11}$ خاصية التوزيع.
28. $(16 + 7) + 23 = 16 + (7 + 23)$ خاصية التجميع. (+)
29. $\left(\frac{22}{7}\right)\left(\frac{7}{22}\right) = 1$ معكوس (×)

**مثال 3** أوجد المعكوس الجمعي والضربي لكل رقم.

30. $-8$
31. 12.1
32. $-0.25$
33. $\frac{6}{13}$
34. $-\frac{3}{8}$
35. $\sqrt{15}$

**مثال 4**

36. **الإنشاءات** يحتاج خالد إلى نوعين مختلفين من الخرسانة: خرسانة سريعة الجفاف وخرسانة بطيئة الجفاف. يتطلب مزيج الخرسانة سريعة الجفاف $2\frac{1}{2}$ أرطال من الأسمنت الجاف، بينما يتطلب مزيج الخرسانة بطيئة الجفاف $1\frac{1}{4}$ أرطال من الأسمنت الجاف. يحتاج خالد خمسة أضعاف كمية الخرسانة سريعة الجفاف وثلاثة أضعاف كمية الخرسانة بطيئة الجفاف الناتجة من عملية المزج

**a.** كم رطلاً من الأسمنت لجاف سيحتاج المزيج؟

**b.** استخدم خصائص الأرقام الحقيقية لتوضح كيف يمكن لأحمد أن يحسب هذه الكمية بعقله. علل كل خطوة.

Vitalliy/Shutterstock.com

مثال 5

**بسط كل تعبير.**

**37.** $8b - 3c + 4b + 9c$

**38.** $-2a + 9d - 5a - 6d$

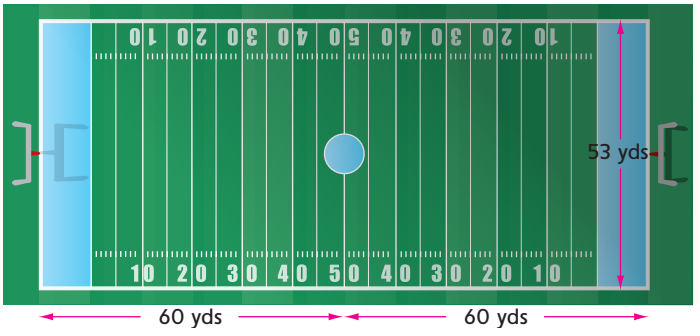
**39.** $4(4x - 9y) + 8(3x + 2y)$

**40.** $6(9a - 3b) - 8(2a + 4b)$

**41.** $-2(-5g + 6k) - 9(-2g + 4k)$

**42.** $-5(10x + 8z) - 6(4x - 7z)$

**43. كرة القدم** وضح خاصية التوزيع عن طريق كتابة تعبيرين لمساحة ملعب كرة القدم التابع للكلية. ثم أوجد مساحة ملعب كرة القدم.




**44. الحيوانات الأليفة** يوضح المخطط نسبة الكلاب المسجلة في نادي كنيل الأمريكي، والتي تعد من بين أشهر ثماني سلالات.

**a.** وضّح خاصية التوزيع عن طريق كتابة تعبيرين لتمثيل رقم الكلاب المسجلة ضمن أفضل أربع سلالات.

**b.** قم بتقييم التعبير الذي كتبته لمعرفة رقم الكلاب المُسجلة ضمن أفضل أربع سلالات.

| أفضل الكلاب | |
|---|---|
| السلالة | نسبة الكلاب المُسجلة |
| لابرادور ريتريفر | 14.2 |
| يوركشاير ترير | 5.6 |
| الجيرمان شيبرد | 5.0 |
| جولدن ريتريفر | 4.9 |
| بيغل | 4.5 |
| داشهند | 4.1 |
| كلب البوكسر | 4.1 |
| كلب البطباط | 3.4 |
| **إجمالي الكلاب المُسجلة** | **870,192** |

المصدر: نادي الكنيل الأمريكي

45 **الثقافة المالية** تحصل لطيفة على مبلغ 20 AED من والديها مرة كل أسبوعين للغذاء. في بعض الأحيان تأخذ الغذاء من المنزل، وأحيانًا أخرى تشتري الغذاء. يتكلف الغذاء الساخن من الكافيتريا 4.50 AED وتكلفة السندوتش البارد 2 AED.

**a.** قررت لطيفة أنها تريد شراء غذاء ساخن يومي الخميس والجمعة من الأسبوع الأول، ويوم الأربعاء من الأسبوع الثاني. استخدم خاصية التوزيع لتحديد التكلفة.

**b.** كم سندوتشًا باردًا تستطيع لطيفة شراءه بالمبلغ المتبقي؟

**c.** افترض أن الأسبوعين من الإثنين إلى الجمعة، كم مرة تحتاج لطيفة أخذ غذائها من البيت؟ 4 مرات

**بسط كل تعبير.**

**46.** $\frac{1}{3}(5x + 8y) + \frac{1}{4}(6x - 2y)$

**47.** $\frac{2}{5}(6c - 8d) + \frac{3}{4}(4c - 9d)$

**48.** $-6(3a + 5b) - 3(6a - 8c)$

**49.** $-9(3x + 8y) - 3(5x + 10z)$

**50. التصميم** تصنع دانا ستائر من القماش نفسه لخمسة نوافذ. يُقدر النافذتين الكبيرتين بنفس الحجم، والثلاثة نوافذ الأصغر لهم الحجم نفسه.

تحتاج النافذة الكبيرة إلى $3\frac{3}{4}$ ياردات من القماش، بينما تحتاج النافذة الصغيرة إلى $2\frac{1}{3}$ ياردات من القماش.

**a.** كم رقم ياردات القماش التي ستحتاجها دانا؟

**b.** استخدم خصائص الأرقام الحقيقية لتوضح كيف يمكن أن تحسب دانا الكمية بعقلها.

51 **تمثيلات مترقمة** خذ في اعتبارك الأرقام الحقيقية التالية.

$-\sqrt{6}$ , 3, $\frac{-15}{3}$, 4.1, $\pi$, 0, $\frac{3}{8}$, $\sqrt{36}$

راجع فصل 1 ملحق الإجابات.

**a. جدولي** رتب الأرقام في جدول حسب مجموعات الأرقام التي ينتمي إليها كل رقم.

**b. جبري** حول كل رقم إلى الشكل العشري. ثم ادرج الأرقام من الأصغر إلى الأكبر.

**c. التمثيل البياني** ارسم تمثيلاً بيانيًا للأرقام على خط الأرقام.

**d. لفظي** قم بعمل فرضية حول استخدام النموذج العشري لإدراج الأرقام الحقيقية بالترتيب.

**مثال للإجابة: إن تحويل الأرقام الحقيقية إلى أشكال عشرية يسهل من تجميعهم ومقارنتهم ببعضهم البعض.**

52. **الملابس** يبيع متجر متخصص في القمصان بمبلغ 12,50 AED للواحدة. اشترت داليا قميصين، واشترت لطيفة 3 قمصان، واشترى سلطان قميصًا واحدًا.

**a.** اشرح خاصية التوزيع عن طريق كتابة تعبيرين لتمثيل تكلفة تلك القمصان.

**b.** استخدم خاصية التوزيع لمعرفة المبلغ المدفوع للمتجر مقابل القمصان التي تم بيعها.

## مهارات التفكير العليا مسائل استخدم مهارات التفكير العليا

53. **ما الذي لا ينتمي لهم؟** عرف الرقم الذي لا ينتمي للثلاثة الآخرين. اشرح تعليلك.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\sqrt{81}$ | $\sqrt{67}$ | $\sqrt{35}$ | $\sqrt{21}$ |

**رقمًا نسبيًا، بينما الثلاثة الآخرين أرقامًا غير نسبية.**

54. **تحدي** إذا كانت $w = 12(5r + 6t)$ فبالتالي باستخدام $w$، ما قيمة $48(30r + 36t)$؟

55. **النقد** قامت خلود وعائشة بتبسيط $4(14a - 10b) - 6(b + 4a)$ هل أحدهما صحيح؟ اشرح تعليلك.

**دانا**

$4(14a - 10b) - 6(b + 4a)$

$56a - 40b - 6b + 24a$

$80a - 46b$

**أماني**

$4(14a - 10b) - 6(b + 4a)$

$56a - 40b - 6a - 24b$

$50a - 64b$

**55. لا، لم توزع دانا الرمز السالب على المصطلح الثاني، وقامت أماني بالتبديل بين مصطلحات a و b لأن a عادةً ما تأتي أولاً. الإجابة الصحيحة هي .**

56. **التعليل** حدد أيًا من الجمل التالية صحيحة أحيانًا أو دائمًا أو أبدًا حقيقي. اشرح تعليلك.

الرقم غير النسبي هو رقم حقيقي له رمز الجذر.

57. **النهاية المفتوحة** حدد ما إذا كانت خاصية الإغلاق للضرب تنطبق على الأرقام غير النسبية. إذا لم يكن ذلك ممكنًا، اكتب مثالًا مشابهًا. **مثال للإجابة: = أو ،5 وهي رقم غير نسبي.**

**النهاية المفتوحة مجموعة الأرقام الحقيقية بأكلمها تكون وهذا يعني أنه يقع رقم لا نهائي من أعضاء المجموعة بين أي عضوين محددين بالمجموعة. أوجد مثالاً لـــ(أ) رقم نسبي و(ب) رقم غير نسبي بين الأرقام التالية.**

58. 2.45 و 2.5

59. $\pi$ و $\frac{10}{3}$

60. 2.01 و $1.\overline{9}$

61. **الكتابة في الرياضيات** اشرح وقدم أمثلة لتوضيح لماذا لا تنطبق خاصية التبديل على الطرح أو القسمة. **انظر الهامش**

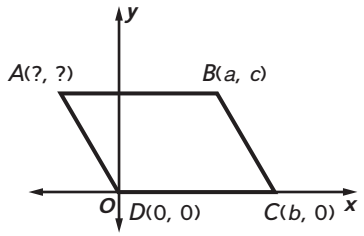
## تمرين اختبار معياري

**62. جواب موسع** اشترت مريم عدة أرطال من الكاجو وعدة أرطال من اللوز لحفلة. تكلفة الكاجو 8 AED لكل رطل وتكلفة اللوز 6 AED لكل رطل. أشترت مريم 7 أرطال بتكلفة إجمالية 48 AED. اكتب وحل نمجموعة من المعادلات لتحديد أرطال الكاجو وأرطال اللوز التي اشترتها مريم.

**63. SAT/ACT** أوجد الرقم العاشر في السلسلة التالية: 2, 4, 7, 11, 16,...

**A** 41
**B** 46
**C** 56
**D** 67
**E** 72

**64. هندسية** ما هي إحداثيات النقطة $A$ في متوازي الأضلاع؟




**F** $(b - a, c)$
**G** $(a - b, c)$
**H** $(b, c)$
**J** $(c, c)$

**65.** ما مجال الدالة التي تحتوي على النقاط $(-3, 0)$, $(0, 4)$, $(-2, 5)$, و $(6, 4)$؟

**A** $\{-3, 6\}$
**B** $\{-3, -2, 0, 6\}$
**C** $\{0, 4, 5, 6\}$
**D** $\{-3, -2, 0, 4, 5, 6\}$

## مراجعة شاملة

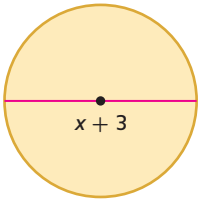
**66.** قم بتقييم $8(4 - 2)^3$. (درس 1-1)

**67.** قم بتقييم $a + 3(b + c) - d$, if $a = 5$, $b = 4$, $c = 3$, و $d = 2$. (درس 1–1)

**68. هندسية** إن قاعدة المساحة $A$ للدائرة التي لها قطر $d$ هي $A = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2$.

اكتب تعبيرًا لتمثل مساحة الدائرة. (درس 1-1)

**69. إنشاءات** يستند سلم بطول 10 أمتار إلى مبنى بحيث يكون الجزء العلوي منه 9.64 أمتار فوق سطح الأرض. كم تبعد قاعدة الحائط عن أسفل السلم؟ (درس 8-0)




**اكتب عاملاً لكل كثيرة حدود.** (درس 3-0)

**70.** $14x^2 + 10x - 8$
**71.** $9x^2 - 3x + 18$
**72.** $8x^2 + 16x + 12$
**73.** $10x^2 - 20x$
**74.** $7x^2 - 14x - 21$
**75.** $12x^2 - 18x - 24$

**أوجد الحل.** (درس 2-0)

**76.** $(x + 2)(x - 3)$
**77.** $(y + 2)(y - 1)$
**78.** $(a - 5)(a + 4)$
**79.** $(b - 7)(b - 3)$
**80.** $(n + 6)(n + 8)$
**81.** $(p - 9)(p + 1)$

## مراجعة المهارات

**قم بتقييم كل تعبير إذا كانت $a = 3$, $b = \frac{2}{3}$, و $c = -1.7$.**

**82.** $6b - 5$
**83.** $\frac{1}{6}b + 1$
**84.** $2.3c - 7$
**85.** $-8(a - 4)$
**86.** $a + b + c$
**87.** $\frac{a \cdot b}{c}$
**88.** $a^2 - c$
**89.** $\frac{a \cdot c}{a}$

الدرس 1-3

# حل المعادلات

**سابقاً**

- استخدمت خاصية الأرقام الحقيقية لتقييم التعبيرات.

**الآن**

1 ترجم التعبيرات اللفظية إلى تعبيرات ومعادلات جبرية والعكس.

2 حل المعادلات باستخدام خصائص المتساوية.

**لماذا؟**

- تعد الولايات المتحدة واحدة من البلدان القليلة في العالم التي تقيس المسافات بالأميال. عندما تسافر بالسيارة في بلدان مختلفة، من المفيد أن تحول من الأميال للكيلومترات. لإيجاد الرقم التقريبي للكيلومترات بالأميال ، اقسم رقم الأميال على 0.62137.

$$\text{رقم الأميال} \times \frac{\text{كيلومتر واحد}}{\text{0.62137 ميل}} \approx k \text{ كيلومترات}$$

$$k \text{ كيلومترات} \approx \frac{m}{0.62137}$$

**مفردات جديدة**

**جملة مفتوحة** (open sentence)

**المعادلة** (equation)

**الحل** (solution)

**تمارين رياضية**

كون مجادلات قابلة للتطبيق و انقد تعليلات الآخرين.

ابحث وعبر عن الانتظامية في التعليلات المتكررة.

## 1 التعبيرات اللفظية والتعبيرات الجبرية

يمكن ترجمة التعبيرات اللفظية إلى تعبيرات جبرية باستخدام لغة الجبر.

### المثال 1 التعبيرات اللفظية إلى الجبرية

**اكتب تعبيرًا جبريًا لتمثيل كل تعبير لفظي.**

**a.** 2 بالإضافة إلى 4 مضروبة في مكعب رقم $4x^3 + 2$

**b.** حاصل الرقم 5 أقل من رقم و12 $\frac{n - 5}{12}$

**درجات مئويات**

**1A.** يزيد مكعب الرقم 4 مرات عن نفس الرقم

**1B.** ثلاثة أضعاف الفرق بين رقم و8

يُطلق على الجملة الرياضية التي تتكون من متغير واحد أو أكثر **جملة مفتوحة**.
الجملة الرياضية التي تزعم أن اثنين من التعبيرات الرياضية تكون متساوية تسمى **معادلة**.

### المثال 2 جملة جبرية إلى لفظية

**اكتب تعبيرًا لفظيًا ليمثل كل معادلة.**

**a.** $6x = 72$ حاصل ضرب 6 و رقم يساوي 72.

**b.** $n + 15 = 91$ مجموع رقم و15 هو واحد وتسعين.

**درجات مئويات**

**2A.** $g - 5 = -2$ **2B.** $2c = c^2 - 4$

لا تعتبر الجمل المفتوحة صحيحة أو خاطئة إلي أن تستبدل المتغيرات بأرقام. كل استبدال ينتهي بجملة صحيحة يسمى **حل** للجملة المفتوحة.

## 2 خصائص المتساوية

لحل المعادلات، يمكننا أن نستخدم خصائص المتساوية. تسرد بعض هذه الخصائص في الأسفل.

**مفهوم أساسي** خصائص المتساوية

| الخاصية | رموز | أمثلة |
|---|---|---|
| **انعكاسي** | لأي رقم حقيقي $a$، $a = a$. | $b + 12 = b + 12$ |
| **متماثل** | لكل الأرقام الحقيقية $a$ و $b$، إذا كانت $a = b$، تصبح $b = a$. | إذا كانت $18 = -2n + 4$، تصبح $-2n + 4 = 18$. |
| **انتقالي** | لكل الأرقام الحقيقية $a$، $b$، و $c$، في حال كانت $a = b$ و $b = c$، تصبح $a = c$. | في حال كانت $5p + 3 = 48$ و $48 = 7p - 15$، تصبح $5p + 3 = 7p - 15$. |
| **التعويض** | في حال كانت $a = b$، ومن ثم يمكن استبدال $a$ بـ $b$ و $b$ بـ $a$. | في حال كانت $(6 + 1)x = 21$، تصبح $7x = 21$. |

**رابط تاريخ**

**الرياضيات**

**ديوفانتس الإسكندرية**

**(حوالي 284–200)** اشتهر ديوفانتس بعمله في الجبر. كان عمله الرئيسي يحمل عنوان علم الحساب وقد أدخل الرموز إلى الجبر اليوناني وكذلك المقترحات في نظرية الأرقام والأرقام مترقمة الأضلاع.

### المثال 3 خواص المحايد للمعادلة

**سمِ الخاصية الموضحة بكل تعبير.**

**a.** في حال كانت $3a - 4 = b$، و $b = a + 17$، تصبح $3a - 4 = a + 17$.

الانتقالية للمعادلة

**b.** في حال كانت $2g - h = 62$، و $h = 24$، تصبح $2g - 24 = 62$.

خاصية التعويض في المعادلة

**درجات مئويات**

**3.** في حال كانت $-3a = -11a + 2$، تصبح $-3a = -11a + 2$.

يتطلب حل غالبية المعادلات إفتراض أن المعادلة الأصلية لها حل، واجراء نفس العمليات في كل جانب من علامة يساوي. تسمح خصائص المتساوية بحل المسألة بهذه الطريقة.

**مفهوم أساسي**

**خاصيتالجمع والطرح للمعادلة**

**رموز** لأي أرقام حقيقية $a$، $b$، و $c$، في حال كانت $a = b$، تصبح $a + c = b + c$ و $a - c = b - c$.

**أمثلة** في حال كانت $x - 6 = 14$، تصبح $x - 6 + 6 = 14 + 6$. في حال كانت $n + 5 = -32$، تصبح $n + 5 - 5 = -32 - 5$.

**خاصتي الضرب والقسمة في المعادلة**

**رموز** لأي أرقام حقيقية، $a$، $b$، و $c$، إذا كانت $a = b$، تصبح $a \cdot c = b \cdot c$ و $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ إذا كانت $c \neq 0$.

**أمثلة** في حال كانت $\frac{m}{8} = -7$ تصبح $\frac{m}{8} \cdot 8 = (-7) \cdot 8$. في حال كانت $-2y = 12$، تصبح $\frac{-2y}{-2} = \frac{12}{-2}$.

قدمت Bildagentur-online/Alamy مجموعة من الصور التاريخية.

## المثال 4 حل معادلات الخطوة الواحدة

**قم بحل جميع المعادلات. تحقق من إجاباتك.**

**a.** $n - 3.24 = 42.1$

$n - 3.24 = 42.1$ المعادلة الأصلية

$n - 3.24 + 3.24 = 42.1 + 3.24$ أضف 3.24 إلى كل جانب.

$n = 45.34$ بسط.

الحل هو 45.34.

**تحقق**

$n - 3.24 = 42.1$ المعادلة الأصلية

$45.34 - 3.24 \stackrel{?}{=} 42.1$ عوض 45.34 بـ $n$.

$42.1 = 42.1$ ✓ بسط.

**b.** $-\frac{5}{8}x = 20$

$-\frac{5}{8}x = 20$ المعادلة الأصلية

$-\frac{8}{5}\left(-\frac{5}{8}\right)x = -\frac{8}{5}(20)$ اضرب كل جانب في $-\frac{8}{5}$.

$x = -32$ بسط.

الحل هو $-32$.

**تحقق**

$-\frac{5}{8}x = 20$ المعادلة الأصلية

$-\frac{5}{8}(-32) \stackrel{?}{=} 20$ استبدل $x$ بـ $-32$.

$20 = 20$ ✓ بسط.

**نصيحة دراسية**

**النظامية** في المثال 4b.
لاحظ أن ضرب جانبي المعادلة في $-\frac{8}{5}$ هو نفسه قسمة كلا الجانبين على $-\frac{5}{8}$.

### تمارين موجهة

**4A.** $x - 14.29 = 25$

**4B.** $\frac{2}{3}y = -18$

لحل المسألة بواسطة أكثر من عملية واحدة، ألغي العمليات بالعودة إلى الخلف.

## المثال 5 قم بحل معادلة ذات خطوات عديدة

**قم بحل $5(x + 3) + 2(1 - x) = 14$.**

$5(x + 3) + 2(1 - x) = 14$ المعادلة الأصلية

$5x + 15 + 2 - 2x = 14$ طبق خاصية التوزيع.

$3x + 17 = 14$ بسط الجانب الأيسر.

$3x = -3$ اطرح 17 من كل جانب.

$x = -1$ اقسم كل جانب على 3.

**نصيحة دراسية**

**التحقق من الإجابات**
عند الحل للحصول على متغير، يمكنك استخدام التعويض للتحقق من إجابتك عن طريق تبديل المتغير في المعادلة الأصلية بإجابتك.

### تمارين موجهة

**حل كل معادلة.**

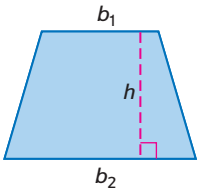
**5A.** $-10x + 3(4x - 2) = 6$

**5B.** $2(2x - 1) - 4(3x + 1) = 2$

يمكنك استخدام خصائص لحل معادلة لمتغير.

## المثال 6 حل لصالح المتغير

**الهندسة** قاعدة المساحة $A$ لشبه المنحرف هي $A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$، حيث تمثل $h$ الارتفاع، و $b_1$ و $b_2$ تمثل قياسات القواعد. قم بحل القاعدة $b_2$.




| | |
|---|---|
| $A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$ | قاعدة المساحة |
| $2A = 2\left[\frac{1}{2}h(b_1 + b_2)\right]$ | اضرب كل جانب في 2. |
| $2A = h(b_1 + b_2)$ | بسط. |
| $\frac{2A}{h} = \frac{h(b_1 + b_2)}{h}$ | اقسم كل جانب على $h$. |
| $\frac{2A}{h} = b_1 + b_2$ | بسط. |
| $\frac{2A}{h} - b_1 = b_1 + b_2 - b_1$ | اطرح $b_1$ من كل جانب. |
| $\frac{2A}{h} - b_1 = b_2$ | بسط. |

### تمارين موجهة

**6. تبلغ صيغة مساحة السطح** $S$ لاسطوانة $S = 2\pi r^2 + 2\pi rh$, حيث تكون $r$ هي نصف قطر القاعدة و $h$ هي ارتفاع الاسطوانة. قم بحل القاعدة للحصول على $h$.

يوجد دائمًا أكثر من طريقة لحل المسألة. إن استخدام خصائص المتساوية يمكن أن يساعدك في إيجاد طريقة أسهل.

## مثال اختبار معياري 7 استخدم خصائص المعادلة

في حال كانت $6x - 12 = 18$، ما قيمة $6x + 5$ ؟

**A** 5 **B** 11 **C** 35 **D** 41

**نصيحة لحل الاختبار**

**اقرأ السؤال** اقرأ السؤال بعناية قبل حل المعادلة. في المثال 7، ينبغي عليك إيجاد قيمة $6x + 5$ وليس قيمة $x$.

**اقرأ موضوع الاختبار**

أوجد قيمة $6x + 5$. لاحظ أنك لا تحتاج لإيجاد قيمة $x$. بدلاً من ذلك، يمكنك إستخدام خاصية الجمع في المعادلة ليصبح ناتج الجانب الأيسر للمعادلة $6x + 5$.

**حل موضوع الاختبار**

| | |
|---|---|
| $6x - 12 = 18$ | قاعدة المساحة |
| $6x - 12 + 17 = 18 + 17$ | أضف 17 إلى كل جانب لأن $-12 + 17 = 5$. |
| $6x + 5 = 35$ | بسط. |

الإجابة هي C.

### تمارين موجهة

**7.** في حال كانت $5y + 2 = \frac{8}{3}$ , ما قيمة $5y - 6$ ؟

**F** $\frac{-20}{3}$ **G** $\frac{-16}{3}$ **H** $\frac{16}{3}$ **J** $\frac{32}{3}$

## تحقق من فهمك

**المثال 1** **اكتب تعبيرًا جبريًا لتمثيل كل تعبير لفظي.**

**1.** ناتج 12 ومجموع رقم وسالب3

**2.** فرق الطرح بين الناتج من 4 ورقم وتربيع الرقم

**المثال 2** **اكتب جملة لفظية لتمثيل كل معادلة.**

**3.** $5x + 7 = 18$

**4.** $x^2 - 9 = 27$

**5.** $5y - y^3 = 12$

**6.** $\frac{x}{4} + 8 = -16$

**المثال 3** **بين اسم الخاصية الموضحة في كل عبارة.**

**7.** $12 + (8x - 3) = (8x - 3) + 12$

**8.** في حال كانت $a = -3$ و $-3 = d$ تصبح $a = d$.

**الأمثلة 4-5** **الدقة** **قم بحل كل مسألة. تحقق من إجاباتك.**

**9.** $z - 19 = 34$

**10.** $x + 13 = 7$

**11.** $-y = 8$

**12.** $-6x = 42$

**13.** $5x - 3 = -33$

**14.** $-6y - 8 = 16$

**15.** $3(2a + 3) - 4(3a - 6) = 15$

**16.** $5(c - 8) - 3(2c + 12) = -84$

**17.** $-3(-2x + 20) + 8(x + 12) = 92$

**18.** $-4(3m - 10) - 6(-7m - 6) = -74$

**المثال 6** **حلّ كل معادلة أو قاعدة لإيجاد المتغيرات المحددة.**

**19.** $8r - 5q = 3$ وللحصول على $q$

**20.** $Pv = nrt$ وللحصول على

**المثال 7** **21.** **اختيار من مترقم في حال كانت** $\frac{y}{5} + 8 = 7$, ما قيمة $\frac{y}{5} - 2$؟

**A** $-10$ **B** $-3$ **C** 1 **D** 5

## تمارين وحل مسائل

**المثال 1** **اكتب تعبيرًا جبريًا لتمثيل كل تعبير لفظي.**

**22.** فرق الطرح بين الناتج من 4 ورقم و 6

**23.** ناتج تربيع رقم و8

**24.** خمسة عشر أقل من مكعب رقم

**25.** خمسة أكثر من حاصل رقم و4

**المثال 2** **اكتب جملة لفظية لتمثيل كل معادلة.**

**26.** $8x - 4 = 16$

**27.** $\frac{x + 3}{4} = 5$

**28.** $4y^2 - 3 = 13$

**29.** **البيسبول** خلال موسم حديث، سجل أحمد ومحمد إجمالي يصل إلى 46 هدف مجتمعين. سجل أحمد 6 أهداف أكثر من محمد. كم رقم الأهداف التي سجلها كل لاعب؟ عرف متغير, واكتب معادلة, وحل مسألة.

**المثال 3** **بين اسم الخاصية الموضحة في كل عبارة.**

**30.** في حال كانت $x + 9 = 2$ ، تصبح $x + 9 - 9 = 2 - 9$

**31.** في حال كانت $y = -3$، تصبح $7y = 7(-3)$

**32.** في حال كانت $g = 3h$ و $3h = 16$، تصبح $g = 16$

**33.** في حال كانت $-y = 13$، تصبح $-(-y) = -13$

**34. المال** وصلت عائشة وفاطمة إلى معرض الولاية ومعهما 32.50AED. ما هو مجموع رقم الجولات الممكنة إذا دفع كل منهم رسوم الدخول؟

الأمثلة 4-5

**الدقة حل كل معادلة. تحقق من إجاباتك.**

**35.** $3y + 4 = 19$

**36.** $-9x - 8 = 55$

**37.** $7y - 2y + 4 + 3y = -20$

**38.** $5g + 18 - 7g + 4g = 8$

**39** $5(-2x - 4) - 3(4x + 5) = 97$

**40.** $-2(3y - 6) + 4(5y - 8) = 92$

**41.** $\frac{2}{3}(6c - 18) + \frac{3}{4}(8c + 32) = -18$

**42.** $\frac{3}{5}(15d + 20) - \frac{1}{6}(18d - 12) = 38$

**43. هندسة** المحيط لخماسي الاضلاع المنتظم يساوي 100 بوصة. أوجد طول كل جانب

**44. طب** بسبب مرض فاطمة، أعطاها الطبيب دواء من 28 حبة. قال الطبيب أنها يجب أن تأخذ 4 حبات في اليوم الأول و بعد ذلك حبتين كل يوم حتى ينفذ الدواء. لكم يوم يجب أن تأخذ حبتان؟

المثال 6

**حلّ كل معادلة أو قاعدة لإيجاد المتغيرات المحددة.**

**45.** $E = mc^2$، للحصول على $m$.

**46.** $c(a + b) - d = f$، للحصول على $a$.

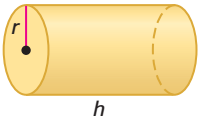
**47.** $z = \pi q^3 h$، للحصول على $h$.

**48.** $\frac{x + y}{z} - a = b$ للحصول على $y$

**49.** $y = ax^2 + bx + c$، للحصول على $a$.

**50.** $wx + yz = bc$، **للحصول على** $z$.

**51. هندسة** قاعدة حجم الاسطوانة لها نصف قطر $r$ وارتفاع $h$ يساوي $\pi$ مضروبًا في نصف القطر مضروبًا في نصف القطر مضروبًا في الارتفاع.




**a.** اكتب هذه كتعبيرًا جبريًا.

**b.** حل التعبير بشكل جزئي $a$ للحصول على $h$.

**52. مأدبة الجوائز** يمكن أن تضم غرفة المأدبة 69 شخصًا جالسين كحد أقصى. قام المدرب الأساسي ونائب المدير بدعوة الفتيات الفائزات في فريق التنس للمأدبة. إذا كان فريق التنس يتكون من 22 فتاة، فكم رقم الضيوف التي يمكن لكل طالبة إحضارهم؟

**الدقة قم بحل كل معادلة. تحقق من إجاباتك.**

**53.** $5x - 9 = 11x + 3$

**54.** $\frac{1}{x} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$

**55.** $5.4(3k - 12) + 3.2(2k + 6) = -136$

**56.** $8.2p - 33.4 = 1.7 - 3.5p$

**57.** $\frac{4}{9}y + 5 = -\frac{7}{9}y - 8$

**58.** $\frac{3}{4}z - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}z + \frac{1}{5}$

**59. ثقافة مالية** أنفق علي 10,734 على مصروفات معيشته العام الماضي. تم توضيح هذه المصروفات على الجانب الأيمن. ال نفقات الأخرى لعلي خلال العام الماضي كانت للإيجار. إذا دفع الإيجار 12 مرة خلال العام الماضي، فكم كان إيجار علي لكل شهر؟

| المصروفات | التكلفة السنوية |
|---|---|
| كهرباء | 622AED |
| غاز | 428AED |
| مياه | 240AED |
| تأمين المؤجر | 144AED |

**60. كن منطقيًا** يمتد جسر صن شاين المعلق عبر خليج تامبا بفلوريدا. افترض أن طاقم واحد بدأ البناء في الجنوب من نقطة بينيلاس، وطاقم آخر بدأ البناء في الشمال من براندنتون. وتقابلا الطاقمين على بُعد 10.560 أقدام من نقطة بينيلاس بعد 5 أعوام من بداية البناء.

**a.** افترض أن طاقم نقطة بينيلاس بنى ما يقرب من 176 قدمًا في الشهر. فقد بنى كلا الطاقمين نحو 21.120 قدمًا من الجسر. حدد متوسط رقم الأقدام التي بناها طاقم براندنتون في الشهر.

**b.** كم الرقم التقريبي للأميال التي بناها كل طاقم من الجسر؟

**c.** هل هذه الإجابة منطقية. وضح.

**61 توضيحات عديدة** تصف القيمة المطلقة لرقم المسافة بين الرقم وصفر.

**a. هندسي** ارسم خط رقمي. ميز الأرقام الصحيحة من −5 إلى 5.

**b. على شكل جدول** انشئ جدولاً للأرقام الصحيحة على خط الأرقام ومسافتها من الرقم صفر.

**c. بياني** ارسم تمثيلاً بيانيًا لكل رقم صحيح x ومسافته من صفر y باستخدام نقاط البيانات في الجدول.

**d. لفظي** خمن الرقم الصحيح ومسافته من الصفر. وضح سبب أي تغيير في العلامة.

## مهارات التفكير العليا مسائل استخدم مهارات–التفكير العليا

**62. تحليل الخطأ** يقوم محمد وأحمد بحل $A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$ للحصول على $b_2$. هل أحدهما صحيح؟ اشرح تعليلك.

**محمد**

$$A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$$
$$\frac{2A}{h} = (b_1 + b_2)$$
$$\frac{2A - b_1}{h} = b_2$$

**أحمد**

$$A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$$
$$\frac{2A}{h} = (b_1 + b_2)$$
$$\frac{2A}{h} - b_1 = b_2$$

**63. تحدي** قم بحل $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ للحصول على $y_1$

**64. تعليل** استخدم ما تعلمت في هذا الدرس لشرح سبب فعالية خدعة الرقم التالية.

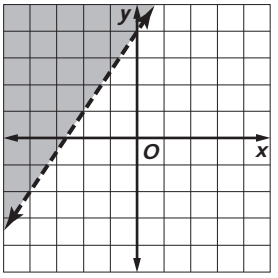
- خذ أي رقم.
- اضربه في عشرة.
- اطرح 30 من الناتج.
- اقسم الناتج الجديد على 5.
- اجمع 6 على الناتج.
- الرقم الجديد هو ضعف الرقم الأصلي.

**65. نهاية مفتوحة** قدم مثالاً واحدًا لمسألة تتضمن خاصية التوزيع التي ليس لها حل ومثالاً آخر له رقم لا نهائي من الحلول.

**66. الكتابة في الرياضيات** قارن وضاهي خاصية التعويض في المعادلة والخاصية الانتقالية في المعادلة.

## تمرين اختبار معياري

**67.** يظهر الرسم البياني حل لأي متباينة؟




A $y < \frac{2}{3}x + 4$

B $y > \frac{2}{3}x + 4$

C $y < \frac{3}{2}x + 4$

D $y > \frac{3}{2}x + 4$

**68.** SAT/ACT أي $1\frac{1}{3}$ تم طرحه من متبادله؟

F $-2\frac{2}{3}$

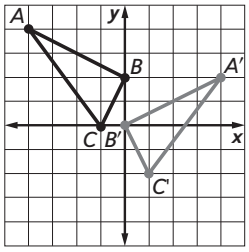
G $-\frac{7}{12}$

H $-\frac{1}{12}$

J $\frac{1}{4}$

K $\frac{3}{4}$

**69.** **هندسة** أي من التالي يصف تحول $\triangle ABC$ إلى $\triangle A'B'C'$؟




A. انعكاس عبر المحور الرأسي y وتحول لأسفل وحدتين

B. انعكاس عبر المحور الأفقي x وتحول لأسفل وحدتين

C. دوران بزاوية 90° إلى اليمين وتحول لأسفل وحدتين

D. دوران بزاوية 90° إلى اليمين وتحول لليمين وحدتين

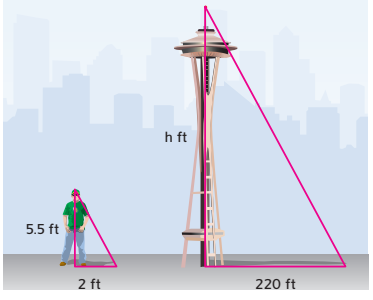
**70.** **إجابة مختصرة** باع مسرح محلي 1200 تذكرة خلال افتتاحية فيلم ما في نهاية الأسبوع. وفي نهاية الأسبوع التالي، تم بيع 840 تذكرة. ما هي النسبة المئوية للتناقص للتذاكر المباعة؟

## مراجعة شاملة

**71.** بسط $3x + 8y + 5z - 2y - 6x + z$. (الدرس 2-1)

**72.** **الخبز** تصنع سميرة نوعين من الخبز. يحتاج النوع الأول من الخبز إلى $2\frac{1}{2}$ فنجان من الطحين، ويحتاج النوع الثاني إلى $1\frac{3}{4}$ فنجان من الطحين. تريد سميرة أن تصنع رغيفين من الوصفة الأولى و3 أرغفة من الوصفة الثانية. فكم رقم فناجين الطحين التي تحتاجها؟ (الدرس 2-1)

**73.** **المعالم** افترض أن سبيس نيدل في سياتل، بواشنطن يلقي بظلاله على مسافة 220 قدمًا وفي الوقت نفسه يلقي مزار سياحي قريب ظلاله على مسافة قدمين. إذا كان يبلغ طول المزار السياحي $5\frac{1}{2}$ ، فكم يبلغ طول سبيس نيدل؟ (الدرس 7-0)




**74.** قيم $a - [c(b - a)]$، في حال كانت $a = 5,\ b = 7$، و $c = 2$. (الدرس 1-1)

## مراجعة المهارات.

**حدد المعكوس الجمعي لكل رقم أو تعبير.**

**75.** $-4\frac{1}{5}$

**76.** 3.5

**77.** $-2x$

**78.** $6 - 7y$

**79.** $3\frac{2}{3}$

**80.** $-1.25$

**81.** $5x$

**82.** $4 - 9x$

# اختبار منتصف الوحدة

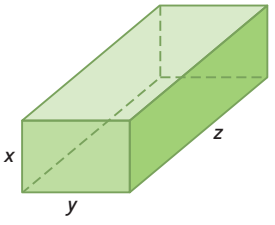
## الدروس من 1-1 إلى 1-3

**1.** أوجد قيمة $3c - 4(a + b)$ في حال $a = -1, b = 2$ و $c = \frac{1}{3}$. (الوحدة 1-1)

**2.** **سفر** المسافة التي سافرها محمد في ساعتين ونصف راكباً دراجته يمكن إيجادها باستخدام القاعدة $d = rt$, حيث أن $d$ هي المسافة التي سافرها, و$r$ هي المُعدل, و $t$ هي الزمن. كم تبلغ المسافة التي قطعها محمد إذا كان قد سافر بمعدل 16 ميلاً في الساعة؟ (الوحدة 1-1)

**3.** أوجد قيمة $(5 - m)^3 + n(m - n)$ إذا كانت $m = 6$ و $n = -3$. (الوحدة 1-1)

**4.** **هندسة** إن المساحة السطحية لمتوازي المستطيلات أدناه تتضح من خلال القاعدة $S = 2xy + 2yz + 2xz$. ما مساحة سطح متوازي المستطيلات في حال كانت $x = 2.2, y = 3.5,$ و $z = 5.1$؟ (الوحدة 1-1)




**5.** **اختيار من متعدد** ما قيمة $\frac{q^2 + rt}{qr - 2t}$ إذا كانت $q = -4, r = 3$, و $t = 8$؟ (الوحدة 1-1)

**A** $-\frac{17}{6}$

**B** $-\frac{10}{7}$

**C** $-\frac{2}{7}$

**D** $-\frac{1}{6}$

**بين اسم مجموعة الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد.** (الوحدة 1-2)

**6.** $\frac{25}{11}$

**7.** $-\frac{128}{32}$

**8.** $\sqrt{50}$

**9.** $-32.4$

**10. ما هي الخاصية التي توضحها المعادلة** $7 \cdot 7 + 15 \cdot 7 = 4 \cdot 7 + 15 \cdot 7$؟ (وحدة 1-2)

**11.** بسط $-3(7a - 4b) + 2(-3a + b)$. (الوحدة 1-2)

**12.** **ملابس** تشتري فاطمة قمصان و جينز لعملها الجديد. تكلفة القمصان 10.50 AED, وتكلفة الجينز 26.50 AED. ولقد اشترت 3 قمصان و 3 بنطلونات من الجينز. وضح خاصية التوزيع من خلال كتابة تعبيرين يوضحان كم أنفقت فاطمة. (الوحدة 1-2)

**13. اختيار من متعدّد** أي تعبير مساوي لـ $\frac{2}{3}(4m - 5n) + \frac{1}{5}(2m + n)$؟ (الوحدة 1-2)

**F** $\frac{46}{15}m - \frac{47}{15}n$

**G** $46m - 47n$

**H** $-\frac{mn}{15}$

**J** $\frac{5}{4}m - \frac{9}{8}n$

**14.** عرف المعكوس الجمعي والضربي لـ $\frac{7}{6}$. (الوحدة 1-2)

**15.** اكتب جملة لفظية لتمثل المعادلة $\frac{a}{a - 3} = 1$. (الوحدة 1-3)

**16.** قم بحل $6x + 4y = -1$ للحصول على $x$. (الوحدة 1-3)

**17. اختيار من متعدد** ما هو التعبير الجبري الذي يمثل التعبير اللفظي، ناتج 4 وفرق طرح عدد و13؟ (الوحدة 1-3)

**A** $4n - 13$

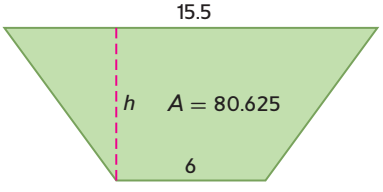
**B** $4(n - 13)$

**C** $\frac{4}{n - 13}$

**D** $\frac{4n}{13}$

**18.** قم بحل $-3(6x + 5) + 2(4x) = 20$. (الوحدة 1-3)

**19.** ما ارتفاع شبه المنحرف أدناه؟ (الوحدة 1-3)




**20.** **هندسة** المعادلة الخاصة بمساحة سطح جسم كروي هي $SA = 4\pi r^2$, والمعادلة الخاصة بحجم الجسم الكروي هي $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. (الوحدة 1-3)

**a.** أوجد حجم ومساحة سطح جسم كروي ذات نصف قطر يبلغ بوصتين. اكتب إجاباتك بدلالة $\pi$.

**b.** هل من الممكن لجسم كروي الحصول على نفس القيمة العددية لمساحة السطح والحجم؟ إذا كان كذلك، أوجد نصف قطر هذه الكرة .

الدراسة

# 1-4 حل معادلات القيمة المطلقة

**سابقاً**
- قمت بحل المعادلات باستخدام خصائص التساوي.

**الآن**
1. أوجد قيمة التعبيرات التي تنطوي على قيم مطلقة.
2. قم بحل معادلات القيمة المطلقة.

**لماذا؟**
- يستخدم البحارة أحياناً مقدار مسافات ليزري لتحديد المسافات. لتفترض أن مقدار المسافات دقيق في حدود ±0.5 ياردات. هذا يعني أنه إذا كان البحار يقدر المسافة إلى الشاطئ بنحو 323.1 ياردة على مقدار المسافات الليزري، فإن المسافة للشاطئ قد تكون بالفعل قريبة للغاية من 322.6 أو بعيدة لتصل إلى 323.6 ياردة. يمكن وصف هذين النقيضين من خلال المعادلة $|E - 323.1| = 0.5$.

## 1 تعبيرات القيمة المطلقة

القيمة **المطلقة** لرقم هي المسافة بينه وبين الرقم صفر على خط الأرقام. حيث أن قيمة المسافة غير سالبة، تصبح القيمة المطلقة لرقم دائماً غير سالبة. يستخدم الرمز $|x|$ لتمثيل القيمة المطلقة للرقم $x$.

### مفهوم أساسي القيمة المطلقة

**كلمات**
لأي رقم حقيقي $a$، في حال أن $a$ كانت موجبة أو صفر، فإن القيمة المطلقة لـ $a$ هي $a$. في حال كانت $a$ سالبة، فإن القيمة المطلقة لـ $a$ هي عكس $a$.

**رموز**
لأي رقم حقيقي $a$، $|a| = a$ في حال أن $a \geq 0$ و $|a| = -a$ في حال أن $a < 0$.

**نموذج**
$|4| = 4$ و $|-4| = 4$

عند تقويم التعبيرات، تعمل أعمدة القيمة المطلقة كرمزًا للمجموعات. أتم أي عمليات داخل أعمدة القيمة المطلقة أولاً.

### المثال 1 أوجد قيمة تعبيرًا ذا قيمة مطلقة

**أوجد قيمة $8.4 - |2n + 5|$ في حال كانت $n = -7.5$.**

| | |
|---|---|
| $8.4 - \|2n + 5\| = 8.4 - \|2(-7.5) + 5\|$ | استبدل $n$ بـ $-7.5$. |
| $= 8.4 - \|-15 + 5\|$ | اضرب 2 في $-7.5$. |
| $= 8.4 - \|-10\|$ | اجمع $-15$ و 5. |
| $= 8.4 - 10$ | $\|-10\| = 10$ |
| $= -1.6$ | اطرح 10 من 8.4. |

**درجات مئويات**

**1A.** قيم $\left|4x + 3\right| - 3\frac{1}{2}$ إذا كان $x = -2$.

**1B.** قيم $1\frac{1}{3} - |2y + 1|$ في حال كانت $y = -\frac{2}{3}$.

## المفردات الجديدة

**قيمة مطلقة** (absolute value)

**مجموعة فارغة** (empty set)

**قيود** (constraint)

**حل غير منطقي** (extraneous solution)

**تمارين رياضية**
مراعاة الدقة

bikeriderlondon/Shutterstock.com

## 2 معادلات القيمة المطلقة

تشتمل بعض المعادلات على تعبيرات للقيمة المطلقة. يُستخدم تعريف القيمة المطلقة في حل هذه المسائل. بالنسبة لأي أرقام حقيقية $a$ و $b$، حيث أن $b \geq 0$، في حال كانت $|a| = b$ إذًا $a = b$ أو $-a = b$. غالبًا ما يتم كتابة الحالة الثانية في شكل $a = -b$.

### رابط العالم الحقيقي

في الأصل، استخدم اللاعبون القفازات المصنوعة من الجلد لضرب كرات التنس. بعد فترة وجيزة، تم وضع القفاز عند نهاية عصا لتوسيع نطاق "اليد".

**المصدر:** مؤسسة كليف ريتشارد للتنس

### مثال 2 من الحياة اليومية حل معادلة القيمة المطلقة

**رياضة التنس** صقاذ وأ ددّاز .100 – ةعبرم – ةصوب سيئر ه ل سنتلا برضم غلاب ىوتسم ماجحلأا نكمم مظعأ و لقأ ديدحتل ةقلطملا ةميقلا ةلداعم و ل ح و بتكا .20 ةعبرم ةصوب سنتلا برضم غلاب سيئرل

**افهم** نحتاج لتحديد أقل وأكبر الأحجام الممكنة لمقدمةمضرب التنس باعطاءك الحجم المتوسط ومدى الأحجام.

**خطط** عندما تكتب معادلة القيمة المطلقة، دائمًا ما توضع القيمة الوسطى أو المركزية داخل رموز القيمة المطلقة. بينما يقع المدى دائماً في الجانب الآخر لرمز المتباينة.

القيمة المركزية — المدى

$$|x - c| = r$$

**حل** معادلة القيمة المطلقة

$|x - c| = r$

$|x - 100| = 20$ و $r = 20$، $c = 100$

**الحالة 2**

$a = -b$

$x - 100 = -20$

$x - 100 + 100 = -20 + 100$

$x = 80$

$|x - 100| = 20$

$|80 - 100| \stackrel{?}{=} 20$

$|-20| \stackrel{?}{=} 20$

$20 = 20$ ✓

**الحالة 1**

$a = b$

$x - 100 = 20$

$x - 100 + 100 = 20 + 100$

$x = 120$

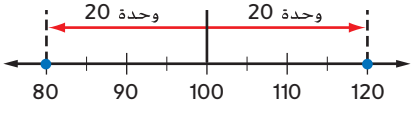
**تحقق** $|x - 100| = 20$

$|120 - 20| \stackrel{?}{=} |100|$

$|20| \stackrel{?}{=} |20|$

$20 = 20$ ✓

على خط الأرقام، تستطيع أن ترى أن كلا الحلين يبعدان 20 وحدة عن 100.




الحلول هي 120 و80. أكبر حجم هو 120 بوصة مربعة وأقل حجم هو 80 بوصة مربعة.

### تمارين موجهة

**حل كل معادلة. تحقق من إجاباتك.**

**2A.** $9 = |x + 12|$ $\{-21, -3\}$

**2B.** $8 = |y + 5|$ $\{-13, 3\}$

### نصيحة لحل المسائل

**اكتب معادلة**

في كثير من الأحيان، أفضل طريقة لحل مسألة هي استخدام المعلومات المتاحة لكتابة وحل معادلة ما.

لأن القيمة النطلقة لرقم ما دائمًا ما تكون موجبة أو صفر، تصبح المعادلة الآتية $|x| = -4$ غير صحيحة أبدًا. ومن ثم، لا يوجد لها حل. إن مجموعة الحل لهذا النوع من المعادلات هي **مجموعة فارغة**، ويرمز لها بـ $\{\}$ أو $\varnothing$.

TZIDO SUN/Shutterstock.com

## المثال 3 لا يوجد حل

**حل $1 = |3x - 2| + 8$.**

| | |
|---|---|
| $1 = \|3x - 2\| + 8$ | المعادلة الأصلية |
| $1 - 8 = \|3x - 2\| + 8 - 8$ | اطرح 8 من كلا الجانبين. |
| $-7 = \|3x - 2\|$ | بسط. |

هذه الجملة غير صحيحة على الإطلاق. مجموعة الحلول هي $\varnothing$.

**درجات مئويات حل كل المعادلات. تحقق من إجاباتك.**

**3A.** $-2|3a| = 6$ $\varnothing$

**3B.** $|4b + 1| + 8 = 0$

في الرياضيات، يعتبر **القيد** شرطًا يجب أن يستوفيه الحل. يمكن اعتبار المعادلات قيودًا في حل المسألة. ويستوفي حل المعادلات قيود المسألة.

حتى لو تم استخدام الأسلوب الصحيح لحل المعادلة، يمكن ألا تكون الإجابات حلولاً حقيقة للمعادلة الأصلية. يسمى هذا الرقم **حل غير منطقي**.

**نصيحة دراسة**

**الضبط** من الممكن أن يكون لمعادلة القيمة المطلقة حلاً واحداً فقط. تذكر أن تؤسس حالتين. بعد ذلك، تأكد من إجاباتك.

## المثال 4 حل واحد

**حل $|x + 10| = 4x - 8$. تحقق من إجاباتك.**

**الحالة 2**

$a = -b$

$x + 10 = -(4x - 8)$

$x + 10 = -4x + 8$

$5x + 10 = 8$

$5x = -2$

$x = -\frac{2}{5}$

**الحالة 1**

$a = b$

$x + 10 = 4x - 8$

$10 = 3x - 8$

$18 = 3x$

$6 = x$

يبدو أن هناك حلين، 6 و $-\frac{2}{5}$.

**تأكد** عوض كل قيمة في المعادلة الأصلية.

$|x + 10| = 4x - 8$

$\left|-\frac{2}{5} + 10\right| \stackrel{?}{=} 4\left(-\frac{2}{5}\right) - 8$

$\left|9\frac{3}{5}\right| \stackrel{?}{=} -1\frac{3}{5} - 8$

$9\frac{3}{5} \neq -9\frac{3}{5}$ ✗

$|x + 10| = 4x - 8$

$|6 + 10| \stackrel{?}{=} 4(6) - 8$

$|16| \stackrel{?}{=} 24 - 8$

$16 = 16$ ✓

لأن $9\frac{3}{5} \neq -9\frac{3}{5}$, الحل الوحيد هو 6. مجموعة الحل هي {6}.

**درجات مئويات حل كل المعادلات. تحقق من إجاباتك.**

**4A.** $2|x + 1| - x = 3x - 4$ {3}

**4B.** $3|2x + 2| - 2x = x + 3$

## تحقق من فهمك

**المثال 1**

**قيم كل التعبيرات في حال كانت $y = -9$ و $x = -4$.**

1. $|x - 8|$ **12**
2. $|7y|$ **63**
3. $-3|xy|$ **−108**
4. $-2|3x + 8| - 4$ **−12**

5. **التصميم** تنمو معظم أسماك المياه العذبة الاستوائية إذا كان الماء بين درجتي حرارة 2°F و78°F.

**a.** اكتب معادلة لتحديد درجات الحرارة الأمثل الأقل و الأعلى. $|x - 78| = 2$

**b.** حل المعادلة التي كتبتها في الجزء *a*.

**c.** إذا كان ترمومتر حوض السمك الخاص بك دقيقًا في حدود زائد أو ناقص 1°F، كم ينبغي أن تكون درجة حرارة الماء لضمان وصولها إلى درجة الحرارة الدنيا؟ اشرح.

**المثال 2-4**

**حل كل معادلة. تحقق من إجاباتك.**

6. $|x + 8| = 12$ **{4, −20}**
7. $|y - 4| = 11$ **{15, −7}**
8. $|a - 5| + 4 = 9$ **{10, 0}**
9. $|b - 3| + 8 = 3$ **∅**
10. $3|2x - 3| - 5 = 4$ **{3, 0}**
11. $-2|5y - 1| = -10$ $\frac{6}{5}, -\frac{4}{5}$
12. $|a - 4| = 3a - 6$ **{2.5}**
13. $|b + 5| = 2b + 3$ **{2}**

## تمارين وحل مسائل

**المثال 1**

**قيم جميع التعبيرات في حال كانت $a = -3$, $b = -5$, و$c = 4.2$.**

14. $|-3c|$ **12.6**
15. $|5b|$
16. $|a - b|$ **2**
17. $|b - c|$ **9.2**
18. $|3b - 4a|$ **3**
19. $2|4a - 3c|$ **49.2**
20. $-|3c - a|$ **−15.6**
21. $-|abc|$ **−63**

22. **الطعام** لصناعة مسحوق الكاكاو، يتم تحميص حبوب الكاكاو. الحرارة المثالية للتحميص هي 300°F درجة فهرنهايت، زائد أو ناقص 25° درجة. اكتب وحل معادلة تصف الحد الأقصى والحد الأدنى لدرجات حرارة التحميص لحبوب الكاكاو.

**المثال 2-4**

**حل كل معادلة. تحقق من إجاباتك.**

23. $|z - 13| = 21$ **{34, −8}**
24. $|w + 9| = 17$ **{8, −26}**
25. $9 = |d + 5|$ **{4, −14}**
26. $35 = |x - 6|$ **{−29, 41}**
27. $5|q + 6| = 20$ **{−2,−10}**
28. $-3|r + 4| = -21$ **{3, −11}**
29. $3|2a - 4| = 0$ **{2}**
30. $8|5w - 1| = 0$
31. $2|3x - 4| + 8 = 6$ **∅**
32. $4|7y + 2| - 8 = -7$
33. $-3|3t - 2| - 12 = -6$ **∅**
34. $-5|3z + 8| - 5 = -20$

35. **مال** تنتج هيئة صك العملة بالولايات المتحدة أرباع تزن كل منها نحو 5.67 جرامًا. بعد إنتاج الأرباع، تقوم ماكينة بوزنها. إذا كان وزن الربع 0.02 جرام أكثر أو أقل من الوزن المرغوب، يتم رفضه. اكتب وحل معادلة لإيجاد أثقل وأخف أرباع ستقبلها الماكينة.

**قيم جميع التعبيرات في حال كانت $q = -8$, $r = -6$, و$t = 3$.**

36. $12 - t|3r + 2|$ **−36**
37. $2q + |2rt + q|$ **28**
38. $-5t - q|8r - t|$ **393**

**حل كل معادلة. تحقق من إجاباتك.**

**39.** $8x = 2|6x - 2|$

**40.** $-6y + 4 = |4y + 12|$

**41.** $8z + 20 = -|2z + 4|$

**42.** $-3y - 2 = |6y + 25|$ $\{-3, -\quad\}$

**43** **مستوى البحر** تقع فلوريدا على متوسط ارتفاع 100 قدم فوق مستوى سطح البحر. يختلف هذا المستوى بقدر 245 قدمًا اعتمادًا على هطول الأمطار وموقعك. اكتب وحل معادلة تصف الحد الأقصى والحد الأدنى لمستويات البحر لفلوريدا. هل هذا الحل منطقي؟ اشرح.

**44.** **تمثيلات مترقمة** ارسم خط رقمي. **a.**

**a. هندسي** ميز أي 5 أرقام صحيحة على نقاط الخط الرقمي A, B, C, D، و $F$.

**b. جدولي** املأ جميع الفراغات في الجدول إما بواسطة $>$ أو $<$ باستخدام النقاط من الخط الرقمي.

| | |
|---|---|
| $A$ ____ $B$ | $A + C$ ____ $B + C$<br>$A + D$ ____ $B + D$<br>$A + F$ ____ $B + F$ |
| $B$ ____ $A$ | $B + C$ ____ $A + C$<br>$B + D$ ____ $A + D$<br>$B + F$ ____ $A + F$ |

| | |
|---|---|
| $A$ ____ $B$ | $A - C$ ____ $B - C$<br>$A - D$ ____ $B - D$<br>$A - F$ ____ $B - F$ |
| $B$ ____ $A$ | $B - C$ ____ $A - C$<br>$B - D$ ____ $A - D$<br>$B - F$ ____ $A - F$ |

**c. لفظي** صف الأنماط الموجودة في الجدول.

**d. جبري** صف الأنماط جبريًا، باستخدام المتغير $x$ ليحل محل $C, D,$ و $F$.

## مهارات التفكير العليا مسائل استخدم مهارات–التفكير

**45.** **نقد** تقوم أمينة ومحمد بحل $|3x + 14| = -6x$. هل أي منهما صحيحًا؟ اشرح منطقك.

أمينة

$|3x + 14| = -6x$

$3x + 14 = -6x$ أو $3x + 14 = 6x$

$9x = -14$ $\quad 14 = 3x$

$x = -\frac{14}{3}$ ✓ $\quad x = \frac{14}{3}$ ✓

فاطمة

$|3x + 14| = -6x$

$3x + 14 = -6x$ أو $3x + 14 = 6x$

$9x = -14$ $\quad 14 = 3x$

$x = -\frac{14}{9}$ ✗ $\quad x = \frac{14}{3}$ ✓

**46.** **تحدي** حل $|5 - x| = 3 + |2x - 1|$. قم بعمل قائمة بكافة الحالات والمعادلات الناتجة. (نصيحة: توجد 4 حالات ممكنة لفحصها باعتبارها حلول محتملة.)

**علل إذا كانت $a$, $x$, و$y$ أرقام حقيقية، حدد إذا كانت كل عبارة صحيحة أحياناً، أو دائماً، أو أبداً . اشرح منطقك.**

**47.** في حال كانت $|a| > 7$، إذًا $|a + 3| > 10$.

**48.** إذا كانت $|x| < 3$، تصبح $|x| + 3 > 0$.

**49.** إذا كانت $y$ تقع بين 1 و 5، تصبح $|y - 3| \leq 2$.

**50.** **نهاية مفتوحة** اكتب معادلة قيمة مطلقة للصيغة $|ax + b| = cx + d$ والتي ليس لها حل. افترض أن $a, b, c.$ و $d \neq 0$.

**51.** **الكتابة في الرياضيات** كيف يتم استخدام الرموز لتمثيل الأفكار الرياضية؟ استخدم مثالاً لتبرهن على تعليلك.

## تمرين اختبار معياري

**52.** في حال كانت $4x - y = 3$ و $2x + 3y = 19$. ما قيمة $y$؟

**A** 2
**B** 3
**C** 4
**D** 5

**53. جواب شبكي يضم مجلس الطلاب** طالبين وطالبتان من كل من الصفوف 9 و10 و11 و12. إذا تم اختيار ممثل مجلس الطلبة بشكل عشوائي لحضور اجتماع مجلس الإدارة، ما احتمال أن يكون هذا الطالب ذكرًا أو أن يكون منتمي إلى الصف الحادي عشر؟

**54.** أي معادلة مساوية لـ $4(9 - 3x) = 7 - 2(6 - 5x)$؟

**F** $8x = 41$
**G** $22x = 41$
**H** $8x = 24$
**J** $22x = 24$

**55. SAT/ACT** إذا كان ضلع المربع يساوي أربع وحدات، فتصبح له قمة واحدة عند النقطة (2، 1). أي من النقاط التالية لا يمكن أن تكون مقابلة لتلك القمة بشكل قطري؟

**A** $(-3, -2)$
**B** $(-3, 6)$
**C** $(5, -2)$
**D** $(5, 6)$
**E** $(1, 6)$

## مراجعة شاملة

**حل كل معادلة. تحقق من إجاباتك.** (الوحدة 3-1)

**56.** $4x + 6 = 30$ **6**

**57.** $5p - 10 = 4(7 + 6p)$ **−2**

**58.** $\frac{3}{5}y - 7 = \frac{2}{5}y + 3$ **50**

**59. مال** يدخر أحمد المال لشراء سيارة. خلال الستة أشهر الأولى، كانت مدخراته أقل من $\frac{3}{4}$ ثمن السيارة بـ 80AED. وخلال الستة أشهر الثانية، ادخر أحمد 50AED أكثر من $\frac{1}{5}$ ثمن السيارة. ولا يزال بحاجة إلى 370AED. (الوحدة 3-1)

**a.** ما سعر السيارة؟

**b.** ما هو متوسط مبلغ المال الذي ادخره أحمد كل شهر؟

**c.** في حال استمر أحمد في ادخار متوسط المبلغ كل شهر، فكم رقم الأشهر التي سيكون قادرًا فيها على شراء السيارة؟ **1 mo**

**اذكر اسم الخاصية الموضحة في جميع المعادلات.** (الوحدة 2–1)

**60.** $(1 + 8) + 11 = 11 + (1 + 8)$ **تبديل (+)**

**61.** $z(9 - 4) = z \cdot 9 - z \cdot 4$ **توزيع**

**بسط كل تعبير.** (الوحدة 2-1)

**62.** $7a + 3b - 4a - 5b$ **$3a - 2b$**

**63.** $3x + 5y + 7x - 3y$ **$10x + 2y$**

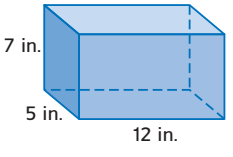
**64.** $3(15x - 9y) + 5(4y - x)$ **$40x - 7y$**

**65.** $2(10m - 7a) + 3(8a - 3m)$ **$11m + 10a$**

**66.** $8(r + 7t) - 4(13t + 5r)$ **$r$ $t$**

**67.** $4(14c - 10d) - 6(d + 4c)$ **$c$ $d$**

**68. هندسة** قاعدة مساحة متوازي المستطيلات هي $SA = 2\ell w + 2\ell h + 2wh$ حيث أن $\ell$ تمثل الطول، $w$ تمثل العرض و $h$ تمثل الارتفاع أوجد مساحة متوازي المستطيلات الواقع على اليمين. (الوحدة 1-1) **358 in²**




## مراجعة المهارات

**حل كل معادلة.**

**69.** $15x + 5 = 35$ **2**

**70.** $2.4y + 4.6 = 20$ **≈6.417**

**71.** $8a + 9 = 6a - 7$ **−8**

**72.** $3(w - 1) = 2w - 6$ **−3**

**73.** $\frac{1}{2}(2b - 4) = 2 + 8b$ **−**

**74.** $\frac{1}{3}(6p - 24) = 18 + 3p$ **−26**

الوحدة 1-5

# حل المتباينات

| | الخطة 1 | الخطة 2 |
|---|---|---|
| الرسوم الشهرية | 55 AED | 60 AED |
| رقم الرسائل النصية الشهرية | 400 | 650 |
| الرسائل النصية الإضافية | 0.25 AED | 0.20 AED |

**سابقاً**

- لقد قمت بحل معادلات تشتمل على قيم مطلقة

**الآن**

1 حل المتباينات من الدرجة الأولى

2 حل المتباينات مترقمة الدرجات.

**لماذا؟**

- يحاول عمر أن يختار بين اثنين من خطط الأسعار للرسائل النصية التي تقدمها إحدى شركة الاتصالات اللاسلكية.

للمقارنة بين خطتي الأسعار، يمكننا استخدام المتباينات. رسوم الاشتراك الشهري للخطة 1 أقل من رسوم الإشتراك الشهرى للخطة 2، 55AED < 60AED. ومع ذلك، فإن رسوم الرسائل النصية الإضافية للخطة 1 أكبر من تلك الخاصة بالخطة 2، 0.25AED > 0.20AED.

**المفردات الجديدة**

الصفة المميزة (set-builder notation)

**تمرينات حسابية**

نموذج حسابي.

**1 متباينة الدرجة الأولى** لأي رقمين حقيقيين، $a$ و، $b$ فإن واحدة من العبارات صحيح تماماً.

$$a < b \qquad a = b \qquad a > b$$

وإضافة نفس الرقم، أو طرح نفس الرقم من كل من طرفى المتباينة لا يؤثر على صحتها.

## المفهوم الأساسى

### خاصية الجمع فى المتباينات

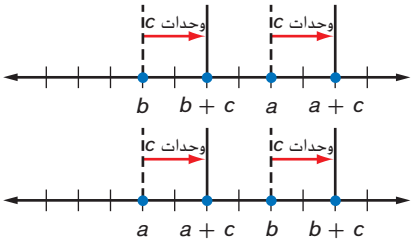
**الكلمات**

لأى أعداد حقيقية $a$, و$b$, و $c$:

إذا كان $a > b$ فإن $a + c > b + c$.

إذا كان $a < b$ فإن $a + c < b + c$.

**النماذج**




### خاصية الطرح فى المتباينات

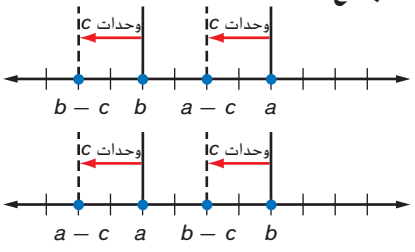
**الكلمات**

لأى أعداد حقيقية $a$, و$b$, و $c$:

إذا كان $a > b$ فإن $a - c > b - c$.

إذا كان $a < b$ فإن $a - c < b - c$.

**النماذج**




هذه الخواص صحيحة أيضاً بالنسبة إلى $\leq, \geq,$ حيث $\neq$.

و هذه الخواص يمكن استخدامها لحل المتباينة. و مجموعة الحل للمتباينات ذات المتغير الواحد يمكن تمثيلها بيانياً على خط الأرقم.

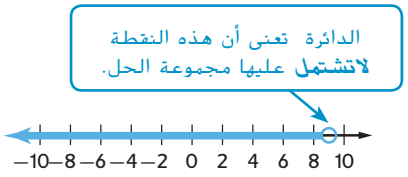
McGraw-Hill Education

## مثال 1 حل المتباينة باستخدام الجمع أو الطرح

**حل $y - 6 < 3$. مثل مجموعة الحل على خط الأعداد**

| | |
|---|---|
| $y - 6 < 3$ | المتباينة الأصلية |
| $y - 6 + 6 < 3 + 6$ | بإضافة 6 إلى كل طرف |
| $y < 9$ | بالتبسيط. |

أى رقم أقل من 9 هو حل لهذه المتباينة. التمثيل البيانى لمجموعة الحل موضح إلى اليمين




**تأكد** من ذلك بالتعويض عن $y$ ب 8 ثم 10 فى $y - 6 < 3$. ستجد أن المتباينة صحيحة فى حالة $y = 8$ و خاطئة فى حالة $y = 10$. ✓

**تمرين موجه**

**حل كل من المتباينات التالية مثل مجموعة الحل على خط الأعداد**

**1A.** $5w + 3 > 4w + 9$

**1B.** $5x - 3 > 4x + 2$

**مراجعة المفردات**

**رموز المتباينة**

- $>$ أكبر من
- $<$ أقل من
- $\geq$ أكبر من أو يساوى ؛ أى لاتقل عن
- $\leq$ أقل من أو يساوى ؛ أى لا تزيد عن

**نصائح دراسية**

**عند تمثيل المتباينات بيانيا**

الدائرة تستخدم لتمثيل $<$ و $>$.
النقطة تستخدم لتمثيل $\geq$ و $\leq$.

ضرب أو قسمة كل طرف من المتساوية على رقم موجب لا يغير من صحة المتباينة. ومع ذلك، ضرب أو قسمة كل طرف من المتساوية على رقم سالب يؤدى إلى عكس علامة المتباينة . على سبيل المثال، يتم عكس $\leq$، والاستعاضة عنها ب $\geq$.

### المفهوم الأساسى

#### خاصية الضرب فى المتباينات

| الكلمات | أمثلة |
|---|---|
| لأية أعداد حقيقية $a$, $b$ و $c$. | $-5 < -3$ |
| حيث $c$ رقم موجب: | $-5(6) < -3(6)$ |
| إذا كان $a > b$، فإن $ac > bc$. | $-30 < -18$ |
| إذا كان $a < b$، فإن $ac < bc$. | |
| حيث $c$ رقم سالب | $12 > -7$ |
| إذا كان $a > b$، فإن $ac < bc$. | $12(-4) < -7(-4)$ |
| إذا كان $a < b$، فإن $ac > bc$. | $-48 < 28$ |

#### خاصية القسمة فى المتباينات

| الكلمات | أمثلة |
|---|---|
| لأية أعداد حقيقية $a$, $b$ و $c$. | $-12 < -8$ |
| حيث $c$ رقم موجب: | $\frac{-12}{4} < \frac{-8}{4}$ |
| إذا كان $a > b$ فإن $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$. | $-3 < -2$ |
| إذا كان $a < b$ فإن $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$. | |
| حيث $c$ رقم سالب | $-21 > -14$ |
| إذا كان $a > b$ فإن $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$. | $\frac{-21}{-7} < \frac{-14}{-7}$ |
| إذا كان $a < b$ فإن $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$. | $3 > 2$ |

هذه الخواص صحيحة أيضاً بالنسبة إلى $\geq$, $\leq$, حيث $\neq$.

مجموعة الحل للمتباينة يمكن التعبير عنها باستخدام طريقة **الصفة المميزة** على سبيل المثال مجموعة الحل للمثال 1 يمكن التعبير عنها كما يلى. $\{y \mid y < 9\}$

**قراءة الرياضيات**
**الصفة المميزة**
$\{y \mid y < 9\}$ تقرأ مجموعة الأعداد $y$ حيث $y$ أقل من 9.

## مثال 2 حل المتباينة باستخدام الضرب أو القسمة

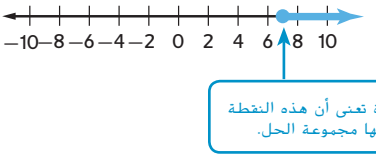
**حل $-4.2x \leq -29.4$. مثل مجموعة الحل على خط الأعداد.**

$-4.2x \leq -29.4$ المتباينة الأصلية

$\frac{-4.2x}{-4.2} \geq \frac{-29.4}{-4.2}$ نعكس علامة التباين $-4.2$، نقسم كل طرف على.

$x \geq 7$ بالتبسيط.

مجموعة الحل هى $\{x|x \geq 7\}$. التمثيل البيانى للحل موضح أدناه.




**تأكد** من ذلك بالتعويض عن $x$ ب 6 ثم 8 فى $-4.2x \leq -29.4$. ستجد أن المتباينة صحيحة فى حالة $x = 8$ و خاطئة فى حالة $x = 6$. ✓

**تمرين موجه**

**حل كل من المتباينات التالية مثل مجموعة الحل على خط الأعداد**

**2A.** $-4x \geq -24$ **2B.** $-9.2y < 23$

## 2 المتباينات مترقمة الدرجات

حل المتباينات مترقمة الدرجات مشابهة لحل المعادلات مترقمة الدرجات.

## مثال 3 حل المتباينات مترقمة الدرجات.

**حل $-4c \leq \frac{5c + 58}{6}$ مثل مجموعة الحل على خط الأعداد**

$-4c \geq \frac{5c + 58}{6}$ المتباينة الأصلية

$-24c \leq 5c + 58$ نضرب كل طرف فى 6.

$58 \geq -29c$ طرح $5c$ و إضافة لكل

$c \geq -2$ نعكس علامة التباين $-29$ نقسم كل طرف على.

مجموعة الحل للمتباينة هى $\{c|c \geq -2\}$ و تمثيل الحل بيانياً موضح أدناه.

**للتأكد** من الحل قم بالتعويض عن $x$ ب $-3$ ثم ب $-1$ فى المتباينة $-4c \geq \frac{5c + 58}{6}$. ستجد أن المتباينة صحيحة فى حالة $x = -1$ و خاطئة فى حالة $x = -3$. ✓

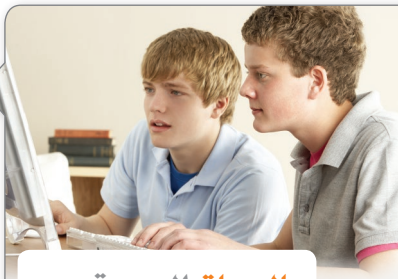
**نصائح للمذاكرة**
عند الضرب أو القسمة على رقم سالب تذكر أن تعكس علامة التباين.

**تمرين موجه**

**حل كل من المتباينات التالية مثل مجموعة الحل على خط الأعداد**

**3A.** $-3x \leq \frac{-4x + 22}{5}$ **3B.** $8y \geq \frac{-5y + 9}{-4}$

**3C.** $-6(-4v + 3) \leq 2(10v + 3)$ **3D.** $-5(3d - 7) > 3(2d + 14)$



**بالحياة اليومية**

**الربط**

فى عام 2007 أظهر مسح قام به موقع نت كرافت وجود أكثر من 108,000,000 موقع مميز على الإنترنت

**المصدر:** نت كرافت

## مثال من الحياة اليومية 4 كتابة المتباينة وحلها

**شركة إنريك لمواقع الإنترنت تدفع لسالم مقابل الإعلان على موقع الانترنت الخاص به. و يحصل سالم من خلال موقعه على 15 AED شهرياً بالإضافة إلى 0.05 AED مقابل كل زائر يقوم بالنقر على الإعلان ما هو أقل رقم من النقرات التى يحتاجها سالم كى يربح 50 AED كل شهر أو أكثر؟**

**الفهم** نفرض أن $c =$ رقم النقرات على الإعلان. يحصل سالم على 15 AED شهرياً بالإضافة إلى 0.05 AED عن كل نقرة ، و هو يريد أن يربح على الأقل 50 AED عن الإعلان.

**التخطيط** كتابة المتباينة.

**الكلمات**

الدخل الشهرى هو 15 AED أو أكثر لكل 0.05 AED نقرة.

و الإجمالى ينبغى أن يكون على الأقل 50 AED.

**المتغير**

ليكن $c$ يمثل رقم النقرات لكل شهر

**المتباينة**

| رسوم موحدة | بالإضافة إلى | رسوم لكل نقرة | على الأقل | 50AED. |
|---|---|---|---|---|
| 15 | + | $0.05c$ | ≥ | 50 |

**الحل**

| | |
|---|---|
| $15 + 0.05c \geq 50$ | المتباينة الأصلية |
| $0.05c \geq 35$ | نطرح 15 من كل طرف . |
| $c \geq 700$ | بقسمة كل طرف على 0.05. |

**التحقق من الحل**

| | |
|---|---|
| $15 + 0.05c \geq 50$ | المتباينة الأصلية |
| $5 + 0.05(700) \stackrel{?}{\geq} 50$ | عوض عن $c$ ب 700. |
| $15 + 35 \stackrel{?}{\geq} 50$ | بالضرب. |
| $50 \geq 50$ ✓ | بالجمع. |

يجب على زوار موقع سليم النقر على إعلان إنريك ما لا يقل عن 700 مرة في الشهر كى يربح سالم 50 AED أو أكثر من شركة إنريك.

### تمرين موجه

**4.** تكلفة خطة اشتراك الهاتف المحمول لروزا هى 50 AED شهريا، بالإضافة إلى 0,25 AED لكل دقيقة بعد استهلاك الدقائق المجانية. كم دقيقة يمكن تستهلكها بعد انتهاء الدقائق المجانية لتدفع أقل من 70 AED؟

## تأكد من مدى فهمك

**مثال 1-3** **حل كل من المتباينات التالية ثم مثل مجموعة الحل على خط الأعداد**

**1.** $b + 6 < 14$

**2.** $12 - d > -8$

**3.** $18 \leq -3x$

**4.** $-5y \geq -35$

**5.** $-4w - 13 > -21$

**6.** $8z - 9 \geq -15$

**7** $s \geq \frac{s + 6}{5}$

**8.** $\frac{2x - 9}{4} \leq x + 2$

**مثال 4** **9. الصياغة** تعمل تارا فى تسليم أكياس النشارة كل كيس يزن 48 رطلا، والعربة التى تدفعها باليد تزن 65 رطلاً. إذا كانت الشاحنة قادرة على حمل 2000 رطلاً، فكم كيساً من أكياس نشارة يمكن لتارا تحميلها بسلام في كل رحلة؟ **40 كيسا**

Monkey Business Images/Shutterstock.com

## التمرينات وحل المسائل

مثال 3–1

**حل كل من المتباينات التالية ثم مثل مجموعة الحل على خط الأعداد**

**10.** $m - 8 > -12$

**11.** $n + 6 \leq 3$

**12.** $6r < -36$

**13.** $-12t \geq -6$

**14.** $-\frac{w}{4} \leq -7$

**15.** $\frac{k}{3} - 14 < -5$

**16.** $4x - 15 \leq 21$

**17.** $-6z - 14 > -32$

**18.** $-16 \geq 5(2z - 11)$

**19** $12 < -4(3c - 6)$

**20.** $\frac{3y - 4}{0.2} - 8 > 12$

**21.** $\frac{9z + 5}{4} + 18 < 26$

مثال 4

**22. في مسابقة الجمباز** تم احتساب النتيجة النهائية للاعب بأخذ 75% من متوسط النقاط الفنية التى حصل عليها و اضافة 25% من انقاط الإحصائية. و الدرجة النهائية تحتسب من 10 و حصل أحد اللاعبين على 7.6 من متوسط النقاط الفنية. ما هى النقاط الإحصائية التى يحتاجها ليحصل على نتيجة لا تقل عن 8.0؟

**عرف المتغير و اكتب المتباينة لكل مسألة. ثم حلها**

**23.** ثلاثة أمثال رقم مطروحاً منه إثنى عشر والناتج أقل من 21.

**24.** حاصل قسمة ثلاثة أمثال رقم على 4 على الأقل 16−.

**25.** الفرق بين 5 أمثال رقم و 6 أكبر من الرقم.

**26.** ناتج جمع رقم و 3 مقسوماً على 6 أقل من 2−.

**27. دانييلا** يمكنها المشى بسرعة 3 ميل في الساعة، ولكنها تحتاج أن تأخذ استراحة لمدة ساعة واحدة لتناول طعام الغداء واستراحة لمدة ساعة واحدة لتناول العشاء. إذا أرادت دانييلا أن تمشى 18 ميلا على الأقل ، حل $3(x - 2) \geq 18$ لتحدد كم ساعة يجب عليها أن تمشيها ؟ **8 ساعات**

**حل كل من المتباينات التالية مثل مجموعة الحل على خط الأعداد .**

**28.** $18 - 3x < 12$

**29.** $-8(4x + 6) < -24$

**30.** $\frac{1}{4}n + 12 \geq \frac{3}{4}n - 4$

**31.** $0.24y - 0.64 > 3.86$

**32.** $10x - 6 \leq 4x + 42$

**33.** $-6v + 8 > -14v - 28$

**34.** $n > \frac{-3n - 15}{8}$

**35.** $-2r < \frac{6 - 2r}{5}$

**36.** $\frac{9z - 4}{5} \leq \frac{7z + 2}{4}$

**37. جين** يتقاضى عمولة 3% عن كل إعلان يبيعه بالإضافة إلى راتب 250 AED في الأسبوع. إذا كان متوسط المبالغ التي تنفقها إحدى الشركات على على الإعلان هو 500 AED، كم من الإعلانات لا بد له من بيع كل أسبوع ليحصل على الأقل على راتب 700 AED هذا الأسبوع؟ **37b. $a \geq 30$؛ يجب عليه أن يبيع 30 إعلاناً على الأقل.**

**a.** أكتب المتباينة التى تعبر عن تلك الحالة. **$250 + 0.03(500a) \geq 700$**

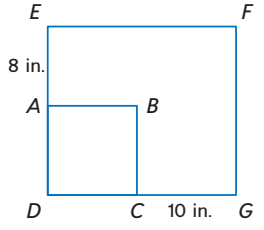
**b.** أوجد حل المتباينة و فسر النتيجة.

**عرف المتغير و اكتب المتباينة لكل مسألة. ثم حلها**

**38.** ثلث حاصل جمع 5 أمثال رقم مضاف إليه 3 أقل من ربع حاصل جمع ستة أمثال هذا الرقم مضاف إليه 5.

**39.** مجموع ثلث رقم مضافاً إليه 4 لا يزيد عن حاصل جمع ضعف هذا الرقم مضاف اليه 12

**40. عقليا** أضلاع المربع $ABCD$ تم تمديدها لتكون المستطيل $DEFG$ . إذا كان محيط المستطيل اوى على الأقل ضعف محيط المربع، فما هو أقصى طول لضلع المربع $ABCD$؟ **9 in.**



41. **عداءة المرثونات** تريد جيمي أن تكون قادرة على جرى مسافة الماراثون القياسية على الأقل وهى 26.2 ميل وهناك قاعدة جيدة للتدريب هي أن المتسابقين بشكل عام يتدربون كى تكون لديهم قوة التحمل لإنهاء سباق يصل طوله إلى 3 مرات متوسط المسافة اليومية للتدريب.

**a.** إذا كان طول المدى اليومي الحالي لها هو 5 أميال، أكتب المتباينة التى تعبر عن مقدار المسافة التى يجب عليها زيادتها لتصل المدى اليومي لتكون لديها القدرة على التحمل بما يكفي لإنهاء الماراثون. $3(5 + d) \geq 26.2$

**b.** أوجد حل المتباينة و فسر النتيجة.

42. **الصياغة** تكاليف إيجار سيارة من شركة الآس لإيجار السيارات و من شركة الأساسية لإيجار السيارات موضحة فى الجدول ما هى المسافة التى يكون عندها التعامل مع شركة الأساسية أفضل؟ إستخدم المتباينة $38 + 0.1x > 42 + 0.05x$. اشرح لماذا تصلح هذه المتباينة لهذه الحالة.

| تكاليف إيجار السيارة | | |
|---|---|---|
| الشركة | التكلفة لكل يوم | التكلفة لكل ميل |
| الآس | 38 AED | 0.10 AED |
| الأساسية | 42 AED | 0.05 AED |

43. **نيابة المتعدد** طرق التمثيل المختلفة فى هذا التمرين ستتعرف على التمثيل البيانى للمتباينات على مستوى الإحاثيات.

**a. فى صورة** جدول ضع ما يلى داخل جدول وعوض ب 5 نقاط فى المتباينة $y \geq -\frac{1}{2}x + 3$. أذكر أى العبارات التالية صحيحة أو خطأ

**b. تمثيلي** بيانياً مثل بيانياً $y = -\frac{1}{2}x + 3$. أيضاً قم بتمثيل 5 نقاط من الجدول جميع النقاط التى تعطى عبارات صحيحة قم بتسميتها T. و كل النقاط التى تعطى عبارات خاطئة قم بتسميتها F.

**c. شفهياً** صف النمط الناتج من النقاط التى قمت بتسميتها خمن أى النقاط فى مستوى الإحداثيات تعطى عبارات صحيحة و أيها يعطى عبارات خاطئة.

## مسائل مهارات التفكير العليا إستخدم مهارات التفكير العليا

44. **التحدى** إذا كان $-4 < x < 5$ و $0.25 < y < 4$ ثم $a < \frac{x}{y} < b$ . فما هو ناتج $a + b$؟ 4

45. **تحليل الخطأ** مادلين وإميلي كانا يقومان بمقارنة واجاباتهما المدرسية. من منهما على صواب؟ إشرح السبب. **أنظر الهامش.**

**إيميلى**

$$\frac{4x + 5}{-2} - 1 > -3$$
$$\frac{4x + 5}{-2} > -2$$
$$4x + 5 > 4$$
$$4x > -1$$
$$x > -\frac{1}{4}$$

**مادلين**

$$\frac{4x + 5}{-2} - 1 > -3$$
$$\frac{4x + 5}{-2} < -2$$
$$4x + 5 > 4$$
$$4x > -1$$
$$x > -\frac{1}{4}$$

46. **السبب** حدد إذا كانت العبارات التالية أحياناً صحيحة ،دائماً صحيحة، أولن تكون صحيحة أبداً إشرح أسبابك. **أنظر الهامش.**

عكس القيمة المطلقة لرقم سالب أقل من عكس هذا الرقم.

47. **التحدى** إذا علمت أن $\triangle ABC$ أضلاعه $AC = 4x$، و $BC = 2x + 5$, $AB = 3x + 4$ فأوجد قيم $x$ التى تحقق $\triangle ABC$

48. **نهاية مفتوحة** أكتب المتباينة التى يكون حلها هو جميع الأعداد الحقيقية فى الصيغة $ax + b > c(x + d)$. إشرح كيف عرفت ذلك

49. **التعبير رياضياً** لماذا يجب عكس علامة التباين عند الضرب أو القسمة على رقم سالب؟

## تمرين الاختبار المعياري

**50. اجابة مختصرة** وجدت روجيليو وصفة لعمل الكعك و التى تحتاج إلى $\frac{3}{4}$ أكواب من السكر و 2 كوب من الدقيق. كم رقم أكواب السكر التى يحتاجها إذا استخدم 6 أكواب من الدقيق؟

**51. أحصاءات** متوسط درجات سامنتا فى أول ستة اختبارات فى الجبر هو 88. فإذا حصلت على 95 درجة فى الإختبار التالى فكم سيكون متوسط درجاتها فى 7 إختبارات؟ **A**

**A** 89
**B** 90
**C** 91
**D** 92

**52. SAT/ACT** متوسط الخمسة ألاقام هو 9. متوسط 7 أرقام هو 8. ما هو متوسط ال 12 رقم؟ **F**

**F** $8\frac{5}{12}$
**G** $8\frac{1}{2}$
**H** $8\frac{7}{12}$
**J** $8\frac{3}{4}$
**K** $8\frac{11}{12}$

**53.** ما هو الحل الكامل للمعادلة $|8 - 4x| = 40$؟ **D**

**A** $x = 8;\ x = 12$
**B** $x = 8;\ x = -12$
**C** $x = -8;\ x = -12$
**D** $x = -8;\ x = 12$

## مراجعة شاملة

**أوجد حل لكل معادلة وتحقق من حلك** (وحدة 1-4)

**54.** $|x - 5| = 12$ **{−7, 17}**

**55.** $7|3y - 4| = 35$

**56.** $|a + 6| = a$

**57. علم الفلك** بلوتو يدور فى مدارغير دائرى. أقصى مسافة يبعدها بلوتو عن الشمس هى 4539 مليون ميل ، و أقرب مسافة بينه و بين الشمس هى 2756 مليون ميل. أكتب المتباينة التى يمكن حلها لإيجاد أقل و أقصى بين الشمس و بين بلوتو (وحدة 1-4)

**58. تعداد السكان** فى عام 2005، كان تعداد السكان فى مدينة باى هو 19,611. فى كل عام من الأعوام الخمسة التالية، سيتناقص رقم السكان بمقدار 715 نسمة كل عام. (وحدة 1-3)

**a.** فما هو رقم السكان فى 2010؟ **16,036**

**b.** إذا استمر معدل زيادة السكان في الانخفاض بنفس المعدل كما هو فى 2005–2010، فما هو توقعك لرقم السكان فى 2015؟ **5311**

**59. هندسة** معادلة المساحة السطحية للأسطوانة هى $SA = 2\pi r^2 + 2\pi rh$. (وحدة 1-2)

**a.** استخدم خاصية التوزيع لأعادة صياغة المعادلة و استخراج العامل المشترك الأكبر لكلا الحدين. **$SA = 2\pi r(r + h)$**

**b.** أوجد مساحة سطح الأسطوانة التى نصف قطرها 3 سنتيمتر و ارتفاعها 10 سنتيمتر باستخدام كلا المعادلتين. اترك الإجابة معبراعنها ب π. **$78\pi\ cm^2$**

**c.** أى معادلة تفضل ؟ اشرح أسبابك

**60. إنشاءات** عائلة سورس تقوم بإضافة غرفة عائلية إلى منزلهم. أبعاد الغرفة هى 26 قدم فى 28 قدم بين كيفية استخدام خاصية التوزيع لحساب مساحة الغرفة عقلياً.(وحدة 1-2) ( )

## مراجعة المهارات

**أوجد حل لكل معادلة وتحقق من حلك**

**61.** $|x| = 9$

**62.** $|x + 3| = 10$

**63.** $|4y - 15| = 13$

**64.** $18 = |3x - 9|$

**65.** $16 = 4|w + 2|$

**66.** $|y + 3| + 4 = 20$ **{−19, 13}**

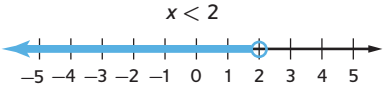
# معمل الجبر
# التعبير الترميز بالفترات

يمكن التعبير عن مجموعة الحل للمتباينة باستخدام **الفترات** رمز **ما لا نهاية** التالى يستخدم للدلالة على أن المجموعة لا نهائية فى الإتجاه الموجب أو السالب على التوالى

تقرأ موجب ما لا نهاية. ← $-\infty$ ، $+\infty$ ← تقرأ سالب ما لا نهاية.

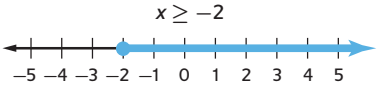
للدلالة على أن نقطة النهاية لا تنتمى إلى المجموعة نستخدم الأقواس ( أو ) تستخدم قوسين دائما مع الرمزين $-\infty$ و $+\infty$ لأنهما لا تحتويان على نقطة النهاية

التعبير باستخدام الفترات $(-\infty, 2)$




نستخدم القوس للدلالة على أن نقطة النهاية $-2$ تنتمى إلى مجموعة الحل كما يلى.

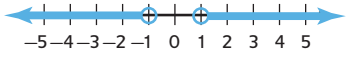
التعبير باستخدام الفترات $[-2, +\infty)$




عند التعبير باستخدام الفترات ، نستخدم رمز إتحاد مجموعتين وهو $\cup$.
المتباينة المركبة $y > -1$ وأ $y \leq -7$ تكتب بالصورة $(-1, +\infty) \cup [-7, -\infty)$.

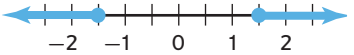
## تمارين

**عبر عن كل من المتباينات التالية باستخدام الفترات.**

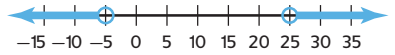
1. $\{a|a \leq -3\}$
2. $\{n|n > -8\}$
3. $\{y|y < 2$ أو $y \geq 14\}$
4. $\{b|b \leq -9$ أو $b > 1\}$
5. $\{t|1 < t < 3\}$
6. $\{m|m \geq 4$ أو $m \leq -7\}$
7. $\{x|x \geq 0\}$
8. $\{r|-3 < r < 4\}$
9. 

10.

11.

12. 

13.

14. 


**مثل مجموعة الحل على خط الأعداد**

15. $(-1, -\infty)$
16. $(-\infty, 4]$
17. $(-\infty, 5] \cup (7, +\infty)$

18. **التعبير رياضياً** . عبر لفظياً عن معنى $(-\infty, 3) \cup [10, +\infty)$. ثم اكتب المتباينة المركبة التى تعبر عنها تلك الصيغة.
19. **التعبير رياضياً** . كيف تستخدم الرموز لكتابة مجموعات الحل للمتباينات؟ وضح.

الوحدة 6

# 6-1 حل المتباينات ذات القيم المركبة و المطلقة

**سابقاً**

- قمت بحل المتباينات من الدرجة الأولى و المتباينات متعددة الدرجات.

**الآن**

1 حل المتباينات المركبة.

2 حل المتباينات ذات القيم المطلقة

**لماذا؟**

- في كثير من الأحيان يضطر علماء الأحياء البحرية لتربية الدولفين فى أحواض بدلاً من بيئتها لطبيعية و يفضل الدولفين أن تكون درجة حرارة الماء على الأقل 22°C و ألا تزيد عن 29°C درجة حرارة الماء t المقبولة للدولفين
يمكن وصفها بالمتباينة المركبة التالية

$t \geq 22$ و $t \leq 29$

**المفردات الجديدة**

**المتباينة المركبة (compound inequality)**

**التقاطع (intersection)**

**الإتحاد (union)**

**تمرينات حسابية**

استخدام الأدوات المناسبة من الناحية الاستراتيجية.

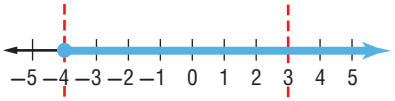
**1 المتباينات المركبة** تتكون **المتباينة المركبة** من متباينتين يتم الربط بينهما بالحرف و أو الحرف. لحل المتباينة المركبة ، يجب أن تحل كل جزء من المتباينة. التمثيل البيانى للمتباينة المركبة هو **تقاطع** مجموعتى الحل للمتتباينين

**مفاهيم أساسية المتباينات المركبة التى تحتوى على "و"**

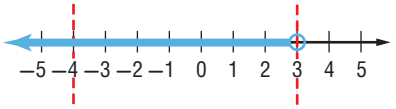
**الكلمات** تكون المتباينة المركبة التى تحتوى على "و"صحيحة إذا كان كلا من المتباينتين صحيحتين

**مثال**

$x \geq -4$




$x < 3$




$x < 3$ و $x \geq -4$

هناك طريقة أخرى لكتابة $x \geq -4$ و $x < 3$ و هى $-4 \leq x < 3$.
و كلا الصيغتين تقرآن x أكبر من أو يساوى $-4$ و أقل من 3.

**مثال 1 حل المتباينة المركبة التى تحتوى على "و"**

**حل $8 < 3y - 7 \leq 23$ مثل مجموعة الحل على خط الأرقام**

**طريقة 1 حل كل متباينة على حدة.**

أكتب المتباينة المركبة باستخدام الحرف و ثم حل كل من المتباينات التالية

$3y - 7 \leq 23$ و $8 < 3y - 7$

$3y \leq 30$ $15 < 3y$

$y \leq 10$ $5 < y$

$5 < y \leq 10$

**طريقة 2 حلهما معاً**

حل الطرفين معاً فى نفس الوقت بإضافة 7 لكل طرف ثم قسمة كل طرف على 3

$8 < 3y - 7 \leq 23$

$15 < 3y \leq 30$

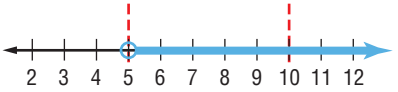
$5 < y \leq 10$

$5 < y \leq 10$

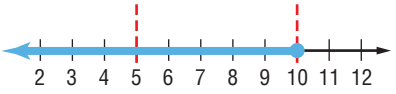
(يتبع في الصفحة التالية)

مثل مجموعة الحل لكل متباينة ثم أوجد تقاطعهما

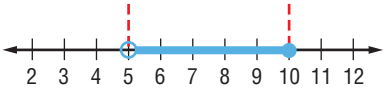
$5 < y$




$y \leq 10$




$5 < y \leq 10$




مجموعة الحل هى $(5, 10]$ أو $\{y | 5 < y \leq 10\}$

**تمرين موجه**

**حل كل من المتباينات التالية ومثل مجموعة الحل على خط الأرقام**

**1A.** $-12 \leq 4x + 8 \leq 32$ **1B.** $-5 \geq 3z - 2 > -14$

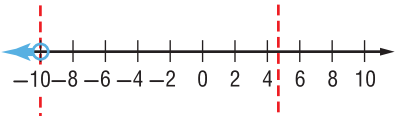
التمثيل البيانى للمتباينة المركبة التى تحتوى على أو هو **إتحاد** مجموعتى الحل للمتباين

## مفاهيم أساسية المتباينات المركبة التى تحتوى على "أو"

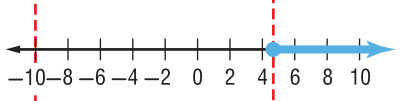
**الكلمات** تكون المتباينة التى تحتوى على أوصحيحة إذا كان و احدة أو أكثر من المتباينات صحيحة

**مثال**

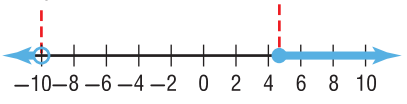
$x \geq 5$




$x < -3$




$x \geq 5$ أو $x < -3$

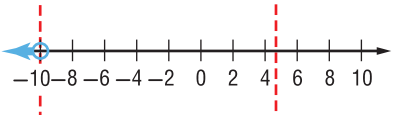


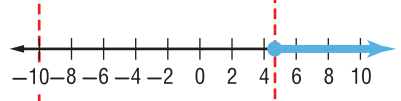

## مثال 2 حل المتباينات المركبة التى تحتوى على "أو"

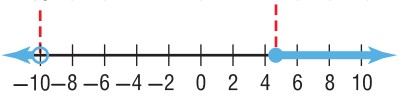
**حل** $3k \geq 14$ أو $k + 6 > -4$. **مثل مجموعة الحل**

حل كل متباينة على حدة.

| | | |
|---|---|---|
| $3k \geq 14$ | | $k + 6 < -4$ |
| $k \geq \frac{14}{3}$ | | $k < -10$ |




$k < -10$ أو $k \geq \frac{14}{3}$

**تمرين موجه**

**حل كل من المتباينات التالية ومثل مجموعة الحل على خط الأرقام**

**2A.** $5j \geq 15$ أو $-3j \geq 21$ **2B.** $g - 6 > -11$ أو $2g + 4 < -15$

## 2 المتباينات ذات القيم المطلقة

في الوحدة 1–4 ، تعلمت أن القيمة المطلقة لعدد هى المسافة بينه و بين 0 على خط الأرقام. و يمكنك استخدام هذا التعريف لحل المتباينات التى تحتوى على قيمة مطلقة

### مثال 3 حل المتباينات ذات القيم المطلقة

**حل كل من المتباينات التالية ومثل مجموعة الحل على خط الأرقام**

**a.** $|x| < 3$

$|x| < 3$ يعنى أن المسافة بين $x$ و 0 على خط الأرقام أقل من 3 وحدات. لكى تكون المتباينة $|x| < 3$ صحيحة ، نقوم بالتعويض عن $x$ بقيم تبعد أقل من 3 وحدات عن 0

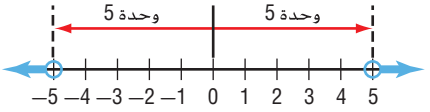
لاحظ أن الرسم البيانى ل $|x| < 3$ مماثل للرسم البيانى ل $x < 3$ و $x > -3$.

كل الأرقام بين $-3$ و 3 تبعد أقل من 3 وحدات عن 0 مجموعة الحل هى $(-3, 3)$ أو $\{x | -3 < x < 3\}$.

**b.** $|x| > 5$

$|x| > 5$ تعني أن المسافة بين $x$و 0 على خط الأرقام أكبر من 5 وحدات. لكى تكون المتباينة $|x| > 5$ صحيحة ، نقوم بالتعويض عن $x$ بقيم تبعد أكثر من 5 وحدات عن 0

لاحظ أن الرسم البيانى ل $|x| > 5$ مماثل للرسم البيانى ل $x < -5$ H, $x > 5$.




كل الأرقام التى التى تقع بين $-5$ و 5 بما فى ذلك $-5$ و 5 لا تبعد أكثر من 5 وحدات عن 0 مجموعة الحل هى.$(-\infty, -5) \cup (5, \infty)$ أو $\{x | -5 > x \text{ or } x > 5\}$

**قراءة الرياضيات**

**داخل و بين** عند حل مسائل المتباينات ، فان داخل تعنى أنها تشمله. استخدم $\geq$ أو $\leq$.

بين تعنى أنها لا تشمله استخدم $>$ أو $<$.

**تمرين موجه**

**حل كل من المتباينات التالية ومثل مجموعة الحل على خط الأرقام**

**3A.** $|t| < 6$

**3B.** $|u| < -3$

**3C.** $|t| > 3$

**3D.** $|u| > -2$

**نصائح دراسية**

**المتباينات ذات القيم المطلقة :**

لأن القيمة المطلقة لعدد لا يمكن أن تكون سالبة أبداً ، فان الحل الذى يشتمل على عدد سالب يكون كما يلى

$|x| > -5$ هى المجموعة الخالية.

$|x| < -5$ هو حلول لا نهائية.

و يمكن حل المتباينة ذات القيم المطلقة بإعادة كتابتها كأنها متباينة مركبة.

### مفاهيم أساسية المتباينات ذات القيم مطلقة

لجميع الأرقام الحقيقية $a, b, c,$ و $x, c > 0$ فان العبارات التالية تكون صحيحة.

| مثال | المتباينة المركبة | المتباينة ذات القيمة المطلقة |
|---|---|---|
| إذا كان $\|4x + 5\| > 7,$ فإن $4x + 5 > 7$ أو $4x + 5 < -7$. | $ax + b > c$ or $ax + b < -c$ | $\|ax + b\| > c$ |
| إذا كان $\|4x + 5\| < 7,$ فإن $-7 < 4x + 5 < 7$. | $-c < ax + b < c$ | $\|ax + b\| < c$ |

وهذه القاعدة صحيحة $\geq$ و $\leq$ على الترتيب

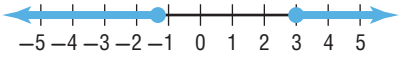
## مثال 4 حل المتباينة ذات القيمة المطلقة و متعددة الدرجات

**حل $|6y - 5| \geq 13$. ومثل مجموعة الحل على خط الأرقام**

$|6y - 5| \geq 13$ تساوى $6y - 5 \geq 13$ أو $6y - 5 \leq -13$. حل المتباينة.

| | | | |
|---|---|---|---|
| أعد كتابة المتباينة. | $6y - 5 \leq -13$ | أو | $6y - 5 \geq 13$ |
| أضف 5 لكلا للطرفين. | $6y \leq -8$ | | $6y \geq 18$ |
| إقسم كلا الطرفين على 6. | $y \leq -\frac{8}{6}$ أو $-\frac{4}{3}$ | | $y \geq 3$ |

مجموعة الحل هى $(-\infty, -\frac{4}{3}] \cup [3, \infty)$ أو $\left\{y | y \leq -\frac{4}{3} \text{ or } y \geq 3\right\}$




### تمرين موجه

**حل كل من المتباينات التالية مثل مجموعة الحل على خط الأرقام**

**4A.** $|4x - 7| > 13$

**4B.** $|5z + 2| \leq 17$

و يمكن النظر للمتباينة كما لو كانت قيد أمام مشكلة معينة و كل حل للمتباينة يمثل تركيبة معينة تتوافق مع هذا القيد.

و فى مسائل العالم الحقيقى، غالبا ما يكون النطاق و المدى مقيدين بالأرقام الصحيحة أو الأرقام غير السالبة.

## مثال 5 من الحياة اليومية اكتب و حل متباينة القيم المطلقة

**بالحياة اليومية**

**الربط**

تكاليف الشقة تختلف بصورة كبيرة حسب مكانها. من بين مدن الولايات المتحدة

**المصدر:** MSN

**أموال تبحث أماندا عن شقة فى منطقة معينة و قد عرفت أن متوسط الإيجار الشهري لشقة 2 غرفة نوم هو 600 AED في الشهر، ولكن الثمن الفعلي قد يختلف عن المتوسط بمقدار 225 AED في الشهر.**

**a. اكتب متباينة ذات قيمة مطلقة لتعبر عن ذلك.**

إذا كان $r =$ هو متوسط الإيجار الشهرى. $|600 - r| \leq 225$

**b. حل التباينة و أجد مدى الإيجار الشهرى.**

أعد كتابة المتباينات ذات القيمة المطلقة فى صورة متباينة مركبة. ثم أوجد قيمة $r$.

$$-225 \leq 600 - r \leq 225$$

$$-225 - 600 \leq 600 - r - 600 \leq 225 - 600$$

$$-825 \leq -r \leq -375$$

$$825 \geq r \geq 375$$

مجموعة الحل هى $\{r | 375 \leq r \leq 825\}$ أو $[375, 825]$. و بالتالى يكون الإيجار الشهرى واقعاً بين 375 AED و 825 AED شاملاً

### تمرين موجه

**5. الرسوم الدراسية** تختار دينا الكليات التى ترغب أن تالوحدة فيها وحددت متوسط الدراسية من بين اختياراتها لتكون 3725 AED سنويا، ولكن الرسوم الدراسية في المالوحدة ة يمكن أن تختلف بقيمة قدرها 1650 AED عن المتوسط. أكتب و حل المتباينة ذات القيم المطلقة لإيجاد مدى الرسوم الدراسية. $|t - 3725| \leq 1650; \{t | 2075\,\text{AED} \leq t \leq 5375\,\text{AED}\}$

Ksenia Ragozina/Shutterstock.com

## تأكد من مدى فهمك

مثال 4-1

حل كل من المتباينات التالية مثل مجموعة الحل على خط الأرقام .

1. $-4 < g + 8 < 6$
2. $-9 \leq 4y - 3 \leq 13$
3. $z + 6 > 3$ أو $2z < -12$
4. $m - 7 \geq -3$ أو $-2m + 1 \geq 11$
6. $|c| \geq 8$
6. $|q| \geq -1$
7. $|z| < 6$
8. $|x| \leq -4$
9. $|3v + 5| > 14$
10. $|4t - 3| \leq 7$

مثال 5

11. **أموال** : يختار خالد من بين عدة أنواع من الطلاء لغرفة نومه و بحسب تقديره فسيحتاج مابين 2 و 3 جالونات يوضح الجدول التالي الكائن جهة اليمين سعرالجالون لكل نوع من أنواع الدهانات التى يختار خالد من بينها. أكتب المتباينة المركبة و أوجد قيمة ما سيدفعه

| نوع الدهان | ثمن الجالون |
|---|---|
| مطفى | 21.98 AED |
| مصقول | 23.98 AED |
| نصف لامع | 24.98 AED |
| لامع | 25.98 AED |

## التمرينات وحل المسائل

مثال 4-1

حل كل من المتباينات التالية ومثل مجموعة الحل على خط الأرقام

12. $8 < 2v - 4 < 16$
13. $-7 \leq 4d - 3 \leq -1$
14. $4r + 3 < -6$ أو $3r - 7 > 2$
15. $6y - 3 < -27$ أو $-4y + 2 < -26$
16. $|6h| < 12$
17. $|-4k| > 16$
18. $|3x - 4| > 10$
19. $|8t + 3| \leq 4$
20. $|-9n - 3| < 6$
21. $|-5j - 4| \geq 12$

مثال 5

22. **الصياغة** علماء الطب الشرعي يستخدمون المعادلة $h = 2.6f + 47.2$ لحساب طول المرأة بمعلومية طول $f$ عظمة الفخذ بالسنتيمتر

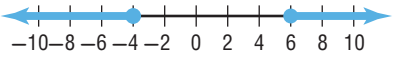
**a.** بفرض أن المعادلة لديها هامش خطأ حوالى 3± سنتيمتر أكتب المتباينة التى تعبر عن طول المرأة بمعلومية طول عظمة الفخذ. $|2.6f + 47.2| < 3$

**b.** إذا كان طول عظمة الفخذ فى هيكل عظمى لإمرأة هو 50 سنتيمتراً ، أكتب و حل المتباينة التى تعبر عن طول المرأة بالسنتيمتر.

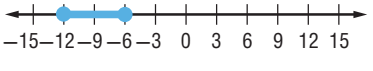
أكتب متباينة القيمة المطلقة التى تعبر عن كل رسم.

23.

24.

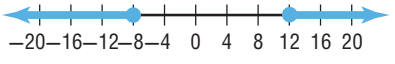



25.

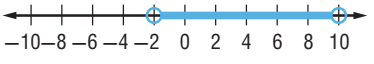



26.

27.




28.



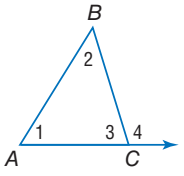

29.

30.

| الأطوال و الأوزان الصحية لكلاب اللابرادور | | |
|---|---|---|
| النوع | الطول (in.) | الوزن (lb.) |
| ذكر | 22.5–24.5 | 65–80 |
| أنثى | 21.5–23.5 | 55–70 |

31 **كلاب** : اللبرادور تعتبر من أشهر الكلاب و أكثرها تميزا والتي يرغب في اقتناؤها كحيوان أليف. باستخدام المعلومات المعطاة ، أكتب المتباينة المركبة التى تعبر عن مدى الوزن الصحى لأنثى اللبرادور المكتملة النمو. $55 \le w \le 70$

**32. هندسة** : تنص نظرية الزاوية الخارجية على أن قياس الزاوية الخارجية أكبر من قياس أى من الزاويتين اللداخليتين البعيدتين المقابلين لها. أكتب متباينتين للتعبير عن العلاقة بين قياسات زوايا $\triangle ABC$. $m\angle 4 > m\angle 1,\ m\angle 4 > m\angle 2$




**حل كل من المتباينات التالية ومثل مجموعة الحل على خط الأرقام**

**33.** $28 > 6k + 4 > 16$

**34.** $m - 7 > -12$ or $-3m + 2 > 38$

**35.** $|-6h| > 90$

**36.** $-|-5k| > 15$

**37.** $3|2z - 4| - 6 > 12$

**38.** $6|4p + 2| - 8 < 34$

**39.** $\frac{|5f-2|}{6} > 4$

**40.** $\frac{|2w+8|}{5} \ge 3$

**أكتب التعبير الرياضى الذى يمثل كل من التعبيرات اللفظية التالية**

**41.** الأرقام التى تبعد 4 وحدات على الأقل عن $-5$ $|x + 5| \ge 4$

**42.** الأرقام التى لا تزيد عن $\frac{3}{8}$ وحدة عن $|x - 1| \le$

**43.** الأرقام التى تبعد 6 وحدات على الأقل و لكن لا تزيد عن 10 وحدات عن2 $6 \le |x - 2| \le 10$

**44. التحليل** تنص قواعد ناسكار على أن السيارة يجب أن تتوافق مع مجموعة من 32 قالب، كل منها تم تشكيله ليناسب الخطوط الكنتورية المختلفة للسيارة. عندما يتم وضع القالب على السيارة، يجب ألا يتجاوز الفارق بينه وبين السيارة السماحية المحددة. كل قالب تم وضع علامة عبارة عن خط ملون على حافته ليدل على السماحية لهذا القالب.

**a.** بفرض أن طول قالب معين هو 24.42 بوصة استخدم المعلومات الموجودة فى الجدول لكتابة متباينة ذات قيمة مطلقة لكل لون من القوالب.

**b.** أوجد الطول المقبول لهذا الجزء من السيارة لكل لون من القوالب

**c.** مثل مجموعة الحل لكل لون على خط الأرقام. **انظر الهامش.**

**d.** سماحية لون الخط الذي يتضمن سماحية ألوان الخطوط الأخرى؟ اشرح أسبابك

| لون السطر | تسامح (in.) |
|---|---|
| رحماً | 0.07 |
| أزرق | 0.25 |
| أخضر | 0.5 |

**حل كل من المتباينات التالية مثل مجموعة الحل على خط الأرقام**

**45.** $n + 6 > 2n + 5 > n - 2$

**46.** $y + 7 < 2y + 2 < 0$

**47.** $2x + 6 < 3(x - 1) \le 2(x + 3)$

**48.** $a - 16 \le 2(a - 4) < a + 2$

**49.** $4g + 8 \ge g + 6$ أو $7g - 14 \ge 2g - 4$

**50.** $5t + 7 > 2t + 4$ و $3t + 3 < 24 - 4t$

**51. صحة**: نقص السكر (انخفاض نسبة السكر في الدم) وارتفاع السكر (ارتفاع نسبة السكر في الدم) تنطوي على مخاطر جدية وتحدث عندما يتذبذب مستوى السكر في الدم لشخص ما بأكثر من 38 ملغ عن مستوى السكر في الدم للشخص الطبيعي و هو 88 مجم. أكتب المتباينة ذات القيمة المطلقة للتعبير عن مستويات السكر فى الدم التى تمثل مخاطر محتملة.

| تكلفة أمتعة السفر | |
|---|---|
| التكلفة | الوزن |
| مجاناً | حتى 50 رطل |
| 25 AED | رطل فوق الحد 20 |
| 50 AED | أكبر من 20 و أقل من 50 رطل فوق الحد |
| غير مقبول | أكثر من 50 رطل فوق الحد |

**52. السفر الجوي:** شركة الطيران التى يسافر عليها "درو" لديها قيود على وزن الأمتعة درو سيسافر بحقيبة واحدة

**a.** عبر عن مدى الرسوم على الأوزان التى تصنف حقيبة درو : مجانا ، 25 AED ، 50 AED ،غير مقبول

**b.** إذا كان وزن حقيبة درو 68 رطلاً فكم سيدفع ليأخذها معه على الطائرة؟

## مسائل م.ت.ع إستخدم مهارات التفكير العليا

**53. الجدال** مصطفى و أميرة يقومان بحل $4|-5x-3|-6 \geq 34$. من منهما على صواب؟ اشرح أسبابك

**مصطفى**

$$4|-5x-3|-6 \geq 34$$
$$|-5x-3| \geq 10$$
$$-5x-3 \geq 10 \text{ أو } -5x-3 \leq -10$$
$$-5x \leq 13 \quad -5x \leq -7$$
$$x \leq -\frac{13}{5} \quad x \geq \frac{7}{5}$$

**أميرة**

$$4|-5x-3|-6 \geq 34$$
$$|-5x-3| \geq 10$$
$$-5x-3 \geq -10 \text{ أو } -5x-3 \leq 10$$
$$-5x \geq 13 \quad -5x \geq -7$$
$$x \geq -\frac{13}{5} \quad x \leq \frac{7}{5}$$

**54. التحدي:** أوجد حل $|x-2|-|x+2|>x$. $x<0$

**التحليل: حدد إذا ما كانت كل من العبارات التالية صحيحة أم خطأ . و إذا كانت خاطئة أذكر الصواب**
**55–57. أنظر الهامش**

**55.** التمثيل البياني للمتباينة المركبة التى تتضمن "و" يحدها من اليمين و من الشمال قيمة $x$

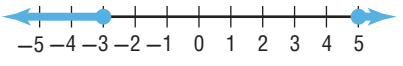
**56.** التمثيل البياني للمتباينة التى تتضمن "أو"يحتوى على مجموعة من القيم ليست من الحل.

**57.** التمثيل البياني للمتباينة المركبة التى تتضمن "و"يشتمل على القيم التى تجعل كل طرف من المتباينة صحيح.

**58. التعبير الرياضي :** هناك تعريف آخرللقيمة المطلقة هو تعريف $|a-b|$ بالمسافة بين $a$ و $b$ على خط الأرقام.

إشرح كيف يمكن يمكن استخدام هذا التعريف لحل المتباينة $|x-c|<r$. **أنظر الهامش**

**59. التحليل :** التمثيل البيانى لحل متباينتين ذات قيم مطلقة كما هو موضح قارن وبين المتباينات ذات القيم المطلقة.



**60. نهاية مفتوحة:** أكتب متباينة ذات قيمة مطلقة مع حلها للمتباينة $a \leq x \leq b$.

**61. أي منها لا تنتمى؟** حدد المتباينة المركبة المختلفة عن الثلاثة الآخرين اشرح أسبابك

| | | | |
|---|---|---|---|
| $-3<x<5$ | $x<3$ و $x>2$ | $x<1$ و $x>5$ | $x>-4$ و $x>-2$ |

**62. التعبير رياضياً:** ملخص الفرق بين المتباينات التى تحتوى على "و" و المتباينات التى تحتوى على "أو". **أنظر الهامش.**

## توحيد الإختبار التدريبى

**63.** أى مما يلى يعبر تماماً عن الرسم الخاص بالمعادلات التالية ؟

$$24y = 8x + 11$$
$$36y = 12x + 11$$

**A** الخطوط لديها نفس المقطع $-x$.

**B** الخطوط لديها نفس المقطع $-y$.

**C** الخطوط متوازية.

**D** الخطوط متعامدة.

**64. SAT/ACT** أوجد تعبيراً يكافىء $\left(\frac{3x^3}{y^3}\right)^3$.

**F** $\frac{9x^6}{3y}$

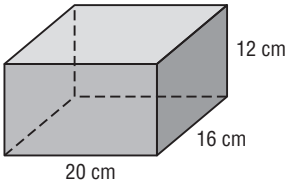
**G** $\frac{9x^9}{y^3}$

**H** $\frac{9x^6}{y^3}$

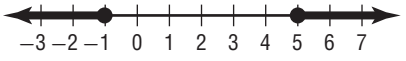
**J** $\frac{27x^6}{3y}$

**K** $\frac{27x^9}{y^3}$

**65. جواب شبكى** كم عدد المكعبات التى طول ضلعها 4 سنتيمتر يمكن وضعها بالكامل داخل الصندوق أدناه؟

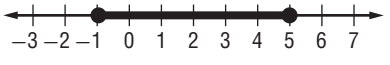



**66.** أى الرسومات التالية يعبر عن مجموعة الحل المتباينة $|3x - 6| + 8 \geq 17$?

**A**



**B**

**C**

**D**



## مراجعة شاملة

**67. صحة:** توصى الجمعية الوطنية للقلب بأن يكون أقل من 30% من مجموع السعرات الحرارية التى يحصل عليها الشخص من الدهون جرام واحد من الدهون يعطى تسعة سعرات حرارية باعتبار أن الشخص السليم البالغ من العمر 21 عاما يحتاج يومياً إلى ما بين 2500 و 3000 سعر حرارى (الوحدة 5–1)

**a.** اكتب المتباينة التى تمثل المقدار المقترح لما يحصل عليه الشخص من الدهون $750 \leq x \leq 990$

**b.** ماهو أقصى مقدارمقترح يحصل عليه الشخص من الدهون؟ 110 g

**68. السفر:** تخطط ماجي لرحلة لمدة 5 أيام لجمع شمل الأسرة. و تريد أن تنفق ما لا يزيد عن 1000 AED تكلفة تذكرة الطائرة 375 AED و تكلفة الفندق 85 AED فى الليلة .(الوحدة 5–1)

**a.** فإذا كانت $f$ تمثل تكلفة الطعام فى اليوم. فأكتب المتباينة التى تعبر عن ذلك الوضع. $800 + 5f \leq 1000$

**b.** أوجد حل المتباينة و فسر النتيجة.

**أوجد حل كل معادلة تحقق من حلولك** (الوحدة 4–1)

**69.** $4|x - 5| = 20$ {0, 10}

**70.** $|3y + 10| = 25$

**71.** $|7z + 8| = -9$

## مراجعة المهارات

**ما هو اسم الخاصية التى تعبر عنها كل جملة.**

**72.** إذا كان $5x = 7$, فإن $5x + 3 = 7 + 3$. الجمع(=)

**73.** إذا كان $-3x + 9 = 11$ و $6x + 2 = 11$, فإن $-3x + 9 = 6x + 2$. التعدى(=)

**74.** إذا كان $(-4) + 5 = (-2) + x$, فإن $[-2 + (-4)] + 5 = [x + (-2)] + (-4)$. الدمج.(+)

# دليل الدراسة والمراجعة

## دليل الدراسة

### المفاهيم الرئيسية

**التعبيرات والقواعد (الالوحدة 1-1)**

- استخدم ترتيب العمليات لحل المعادلات.

**خصائص الأعداد الحقيقة (الالوحدة 1-2)**

- يمكن تصنيف الأعداد الحقيقية إلى أعداد نسبية (Q) أو غير نسبية (I). يمكن تصنيف الأعداد النسبية إلى أعداد صحيحة (Z), وأعداد كلية (W), وأعداد طبيعية (N). وحواصل كل منهم.

**حل المعادلات (الالوحدة ين 1-3 و1-4)**

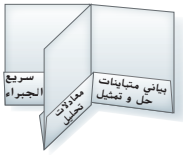
- يمكن ترجمة التعبيرات اللفظية إلى تعبيرات جبرية.
- تعتبر القيمة المطلقة للعدد هي عدد وحدات العدد بدايةً من صفر على خط الأعداد.
- بالنسبة للأعداد الحقيقية $a$ و $b$, حيث أن $b \geq 0$, وإذا كانت $|a| = b$, إفإن $a = b$ أو $a = -b$.

**حل المتباينات (الالوحدة ان 1-5 و1-6)**

- إن جمع أو طرح العدد نفسه من طرفي المتباينة لا يغير من حقيقة تلك المعادلة.
- عند قيامك بضرب أو قسمة طرفي المتباينة على عدد سالب، يجب عكس اتجاه رمز المعادلة.
- التمثيل البياني للمتباينة المركبة "و" هو تقاطع مجموعات الحلول لكلا المتباينتين. إن التمثيل البياني للمتباينة المركبة "أو" هو اتحاد مجموعات الحل لكلا المتباينتين.
- يمكن التعبير عن المتباينة المركبة "و" من خلال طريقتين مختلفتين فعلى سبيل المثال، $-2 \leq x \leq 3$ هي مساوية لـ $x \geq -2$ و $x \leq 3$.
- بالنسبة لجميع الأعداد الحقيقية، $a$ و $b$ ، حيث أن $b > 0$، فإن العبارات التالية صحيحة.
  1. إذا كانت $|a| < b$ فإن $-b < a < b$.
  2. إذا كانت $|a| > b$ فإن $a > b$ أو $a < -b$.

### مطويات مُنظم الدراسة

تأكد من أن المفاهيم الرئيسية مدونة فى مذكرتك.




### المفردات الرئيسية

القيمة المطلقة (absolute value) (ص. 27)

التعبيرات الجبرية (algebraic expressions) (ص. 5)

المتباينة المركبة (compound inequality) (ص. 41)

القيد (constraint) (ص. 29)

المجموعة الخالية (empty set) (ص. 28)

المعادلة (equation) (ص. 18)

حل غير منطقي (extraneous solution) (ص. 29)

القاعدة (formula) (ص. 6)

اللا نهائية (infinity) (ص. 40)

الأعداد الصحيحة (integers) (ص. 11)

التقاطع (intersection) (ص. 41)

ترميز الفاصل (interval notation) (ص. 40)

أعداد غير نسبية (irrational numbers) (ص. 11)

الأعداد الطبيعية (natural numbers) (ص. 11)

الجملة المفتوحة (open sentence) (ص. 18)

ترتيب العمليات (order of operations) (ص. 5)

أعداد نسبية (rational numbers) (ص. 11)

الأعداد الحقيقية (real numbers) (ص. 11)

رموز بناء المجموعات (set-builder notation) (ص. 35)

الحل (solution) (ص. 18)

الإتحاد (union) (ص. 42)

المتغيرات (variables) (ص. 5)

الأعداد الكلية (whole numbers) (ص. 11)

### التحقق من المفردات

**اذكر ما إذا كانت كل عبارة صحيحة أم خاطئة. إذا كانت خاطئة، قُم باستبدال المصطلح الذى تحته خط لتصبح العبارة صحيحة.**

1. تكون القيمة المطلقة للعدد سالبة دائماً.
2. $\sqrt{12}$ ينتمي إلى مجموعة الأعداد النسبية.
3. إن المعادلة هي عبارة تتكون من تعبيرين لهما نفس القيمة.
4. يتمثل حل المعادلة في القيمة التي تجعل المعادلة خاطئة.
5. المجموعة الخالية لا تتكون من عناصر.
6. تسمى الجملة الحسابية التى تتكون من متغير واحد أو أكثر جملة مفتوحة.
7. يعتبر التمثيل البياني للمتباينة المركبة التي تحتوي على "و" اتحاد لمجموعات الحلول لكلا المتباينتين.
8. تستخدم المتغيرات لتمثل الكميات المجهولة .
9. تحتوى مجموعة الأرقام النسبية على كسور عشرية منتهية ودورية.
10. تسمى التعبيرات التى تحتوي على متغير واحد على الأقل تعبيرات جبرية.

# دليل الدراسة والمراجعة تابع

## مراجعة الدروس

### 1-1 التعبيرات والقواعد

قم بتقويم كل تعبير.

11. $[28 - (16 + 3)] \div 3$

12. $\frac{2}{3}(3^3 + 12)$

13. $\frac{15(9 - 7)}{3}$

قم بتقويم كل تعبير إذا كان $w = 0.2$ , $x = 10$, $y = \frac{1}{2}$, $z = -4$.

14. $4w - 8y$

15. $z^2 + xy$

16. $\frac{5w - xy}{z}$

17. **الهندسة** قاعدة حساب حجم الاسطوانة هي $V = \pi r^2 h$, حيث أن $V$ هو الحجم, و $r$ هو نصف القطر, و $h$ هو الارتفاع. كم يبلغ حجم اسطوانة ارتفاعها 6 بوصات ونصف قطرها 3 بوصات؟

**المثال 1**

قيّم $(12 - 15) \div 3^2$.

$(12 - 15) \div 3^2 = -3 \div 3^2$ اطرح.

$= -3 \div 9$ $3^2 = 9$

$= -\frac{1}{3}$ اقسم.

**المثال 2**

قيّم $\frac{a^2}{2ac - b}$ إذا كانت $a = -6$, $b = 5$, و $c = 0.25$.

$\frac{a^2}{2ac - b} = \frac{(-6)^2}{2(-6)(0.25) - 5}$ $a = -6$ ,$b = 5$, و$c = 0.25$

$= \frac{36}{2(-1.5) - 5}$ قم بتقويم كل من البسط والمقام بشكل منفرد.

$= \frac{36}{-8}$ أو $-\frac{9}{2}$ بسط.

### 1-2 خصائص الأعداد الحقيقية

اذكر مجموعات الأعداد التى ننتمي إليها كل قيمة.

18. $1.\overline{3}$ 19. $\sqrt{4}$ 20. $-\frac{3}{4}$

بسط كل تعبير.

21. $4x - 3y + 7x + 5y$

22. $2(a + 3) - 4a + 8b$

23. $4(2m + 5n) - 3(m - 7n)$

24. **أموال** في منتزه الألعاب الترفيهي، تباع الشطائر مقابل 3.50 AED وتباع المياه الغازية مقابل 2.50 AED. اشترى عبدالله ثلاث شطائر وثلاث زجاجات مياه غازية أثناء قضائه يوم واحد داخل المنتزه.

**a.** اشرح خاصية التوزيع من خلال كتابة تعبيرين لتمثيل تكلفة الشطائر وزجاجات المياه الغازية.

**b.** استخدم خاصية التوزيع لحساب كم أنفق عبدالله على المأكولات والمشروبات.

**المثال 3**

اذكر مجموعات الأعداد التى ينتمي لها $\sqrt{50}$

$\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ (R) والأعداد الحقيقية ,(I) الأعداد غير النسبية

**المثال 4**

بسط $-4(a + 3b) + 5b$.

$-4(a + 3b) + 5b$ التعبير الأصلي

$= -4(a) + -4(3b) + 5b$ خاصية التوزيع

$= -4a - 12b + 5b$ اضرب.

$= -4a - 7b$ بسط.

## 1-3 حل المعادلات

**قم بحل كل معادلة. تأكد من الحل.**

**25.** $8 + 5r = -27$

**26.** $4w + 10 = 6w - 13$

**27.** $\frac{x}{6} + \frac{x}{3} = \frac{3}{4}$

**28.** $6b - 5 = 3(b + 2)$

**29. المال** تكلفت هند مبلغ 14AED للذهاب إلى السينما. واشترت عبوة فشار مقابل 3.50AED وزجاجة مياه غازية مقابل 2.50AED. فما تكلفة تذكرة السينما؟

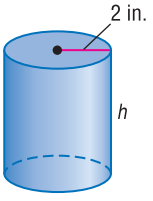
**حلّ كل معادلة أو قاعدة لإيجاد المتغيرات المحددة.**

**30.** $2k - 3m = 16$ for $k$

**31.** $\frac{r + 5}{mn} = p$ for $m$

**32.** $A = \frac{1}{2}h(a + b)$ for $h$

**33. الهندسة** يريد محمد ملأ خزان المياه الموضح في اليمين. وهو يعلم أن نصف قطر الخزان يساوي 2 بوصة وأن حجم الخزان يساوي 100.48 بوصة مربعة. ما هو ارتفاع خزان المياه؟ استخدم القاعدة $V = \pi r^2 h$, لحساب حجم الاسطوانة. لحساب إرتفاع الزجاجة.




**المثال 5**

**حل $-3(a - 3) + 2(3a - 2) = 14$.**

| | |
|---|---|
| $-3(a - 3) + 2(3a - 2) = 14$ | المعادلة الأصلية |
| $-3a + 9 + 6a - 4 = 14$ | خاصية التوزيع |
| $-3a + 6a + 9 - 4 = 14$ | الخاصية التراكمية |
| $3a + 5 = 14$ | خاصية الاستبدال |
| $3a = 9$ | خاصية الطرح |
| $a = 3$ | خاصية القسمة |

**المثال 6**

**حلّ كل معادلة أو قاعدة لإيجاد المتغيرات المحددة.**

**a. $y = 2x + 3z$ بالنسبة إلى $x$**

| | |
|---|---|
| $y = 2x + 3z$ | المعادلة الأصلية |
| $y - 3z = 2x$ | من كل جانب $3z$ اطرح. |
| $\frac{y - 3z}{2} = x$ | قم بقسمة كل جانب على 2 |

**b. $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$ بالنسبة إلى $h$**

| | |
|---|---|
| $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$ | المعادلة الأصلية |
| $3V = \pi r^2 h$ | اضرب كل جانب في 3. |
| $\frac{3V}{\pi r^2} = h$ | اقسم كل جانب على $\pi r^2$. |

## 1-4 حل معادلات القيمة المطلقة

**قم بحل كل معادلة. تأكد من الحل.**

**34.** $|r + 5| = 12$

**35.** $4|a - 6| = 16$

**36.** $|3x + 7| = -15$

**37.** $|b + 5| = 2b - 9$

**38. القياس** يقوم خالد بتقطيع الشرائط لمشروع حرف يدوية. يجب أن يكون طول كل شريطة $\frac{3}{4}$ ياردات. إذا كان طول كل قطعة يتراوح في نطاق أكثر أو أقل من $\frac{1}{16}$ ياردات، فما طول القطعة الأقصر والقطعة الأطول من الشرائط؟

**المثال 7**

**حل $|3m + 7| = 13$.**

**الحالة 1**

$a = b$

$3m + 7 = 13$

$3m = 6$

$m = 2$

**الحالة 2**

$a = -b$

$3m + 7 = -13$

$3m = -20$

$m = -\frac{20}{3}$

الحلول هي 2 و $-\frac{20}{3}$.

# دليل الدراسة والمراجعة تابع

## 1-5 حل المتباينات

**حل كل متباينة. ثم قم برسم تمثيل بياني لمجموعة الحل على خط الأعداد.**

**39.** $-4a \leq 24$

**40.** $\frac{r}{5} - 8 > 3$

**41.** $4 - 7x \geq 2(x + 3)$

**42.** $-p - 13 < 3(5 + 4p) - 2$

**43. أموال** اصطحبت السيدة أماني طلاب فصل العلوم في رحلة خارجية إلى المتحف. كان عليها أن تنفق 572AED درهم خلال الرحلة. يبلغ عدد الطلاب الذاهبون إلى الرحلة 52 طالباً. وكانت تكلفة الدخول 5AED دراهم للطالب الواحد، بينما ستدخل السيدة أماني مجانًا. إذا كان كل طالب سيحصل على شرائح من البيتزا للغذاء قيمتها 2AED درهم للشريحة الواحدة، فكم عدد شرائح البيتزا التي يستطيع كل طالب الحصول عليها؟

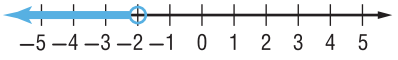
**المثال 8**

**حل $2m - 7 < -11$. ارسم تمثيلًا بيانيًا لمجموعة الحل على خط الأعداد.**

| | |
|---|---|
| $2m - 7 < -11$ | المتباينة الأصلية |
| $2m < -4$ | اجمع 7 إلى كل جانب. |
| $m < -2$ | اقسم كل جانب على 2 |

مجموعة الحل هي $\{m \mid m < -2\}$.

التمثيل البياني لمجموعة الحل مبين أدناه.




## 1-6 حل متباينات القيمة المطلقة والمتباينات المركبة

**حل كل متباينة. ارسم تمثيلًا بيانيًا لمجموعة الحل على خط الأعداد.**

**44.** $2m + 4 < 7$ أو $3m + 5 > 14$

**45.** $-5 < 4x + 3 < 19$

**46.** $6y - 1 > 17$ أو $8y - 6 \leq -10$

**47.** $-2 \leq 5(m - 3) < 9$

**48.** $|a| + 2 < 15$

**49.** $|p - 14| \leq 19$

**50.** $|6k - 1| < 15$

**51.** $|2r + 7| < -1$

**52.** $\frac{1}{3}|8q + 5| \geq 7$

**53. المال** تقوم عائشة بصناعة قلادة من حبات الخرز لتقدمها كهدية. تريد عائشة أن تنفق بين 20AED و30AED درهم على القلادة. تبلغ تكلفة حبات الخرز في المتجر 2.50AED درهم للحبات الكبيرة و 1.25AED درهم للحبات الصغيرة. إذا اشترت عائشة 3 حبات كبيرة، فكم من الحبات الصغيرة تستطيع أن تشتري حتى تبقى داخل الميزانية المحددة؟ اكتب وحل متباينة مركبة لوصف المدى لعدد حبات الخرز الممكنة.

**المثال 9**

**حل كل متباينة. ارسم تمثيلًا بيانيًا لمجموعة الحل على خط الأعداد.**

**a.** $-14 \leq 3x - 8 < 16$

| | |
|---|---|
| $-14 \leq 3x - 8 < 16$ | المتباينة الأصلية |
| $-6 \leq 3x < 24$ | اجمع 8 إلى كل جزء. |
| $-2 \leq x < 8$ | اقسم كل جزء على 3. |

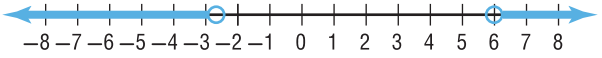
مجموعة الحل هي $\{x \mid -2 \leq x < 8\}$.

**b.** $|3a - 5| > 13$

$|3a - 5| > 13$ تساوي $3a - 5 > 13$ أو $3a - 5 < -13$

| | | |
|---|---|---|
| $3a - 5 > 13$ | أو | $3a - 5 < -13$ |
| $3a > 18$ | | $3a < -8$ اطرح. |
| $a > 6$ | | $a < -\frac{8}{3}$ اقسم. |

مجموعة الحل هي $\left\{a \mid a > 6 \text{ أو } a < -\frac{8}{3}\right\}$.



# اختبار للتمرين

**1.** قم بتقييم $x + y^2(2 + x)$ إذا كانت $y = -1$ و $x = 3$.

**2.** بسط $-4(3a + b) - 2(a - 5b)$. **$-14a + 6b$**

**3. اختيار من متعدد** إذا كان $3m + 5 = 23$, إذاً ما قيمة $2m - 3$ ؟

**A** 105

**B** 9

**C** $\frac{47}{3}$

**D** 6

**4.** حل $r = \frac{1}{2}m^2p$ بالنسبة إلى $p$.

**اكتب تعبيراً جبرياً لتمثيل التعبيرات الكتابية الآتية.**

**5.** ضعف الفارق بين رقم و11

**6.** ناتج تربيع عدد ما و5

**7.** قم بتقييم $2|3y - 8| + y$ حيث أن $y = 2.5$. **3.5**

**8.** حل $\frac{18 - b}{5} > -2b$. قم برسم التمثيل البياني على خط الأعداد. **انظر الهامش.**

**9. أموال** كان لدى عُمر 35AED درهم لينفقها بالمنتزه المائي. سعر الدخول للمنتزه 25AED درهم وكان سعر عبوة المياه الغازية 2.50AED درهم اكتب متباينة لتبين كم عبوة مياه غازية يستطيع عُمر شراؤها.

**10.** حل $r - 3 < -5$ أو $4r + 1 > 15$. ارسم تمثيل بياني لمجموعة الحل. **انظر الهامش.**

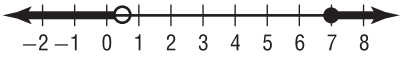
**11.** حل $|p - 4| \leq 11$. وضح بالتمثيل البياني مجموعة الحلول على خط عددي. **انظر الهامش.**

**12. اختيار من متعدد** ما هو التمثيل البياني الذي يمثل مجموعة الحل لـ $1 \leq 6t + 1 < 43$؟ **F**

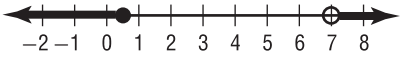
**F**

**G**

**H**

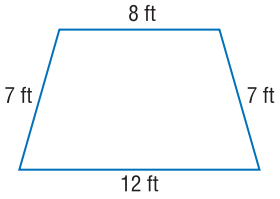



**J**




**13. المال** ذهبت مريم لشراء زلاجات جديدة. وجدت مريم أن متوسط سعر الزلاجات 500AED ولكن قد يختلف السعر الفعلي عن السعر المتوسط بقيمة قد تصل إلى 250AED. اكتب و حل متباينة قيمة مطلقة لوصف هذا الموقف.

**14. تنسيق الحدائق** يقوم محمد بصنع ثلاثة صناديق شبه منحرفة للزراعة فيها بباحته الخلفية. كل شبه منحرف سيكون بحجم شبه المنحرف الموضح أدناه. كما سيقوم بوضع قوالب حجرية حول حدودتلك الصناديق. كم طول القوالب الحجرية التي سيحتاجها محمد؟ **102 ft**




**قم بحل كل معادلة.**

**15.** $|x + 4| = 3$

**16.** $|3m + 2| = 1$

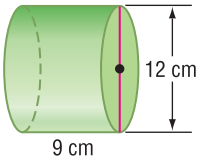
**17.** $|3a + 2| = -4$

**18.** $|2t + 5| - 7 = 4$

**19.** $|5n - 2| - 6 = -3$

**20.** $|p + 6| + 9 = 8$

**21. الهندسة** يتمثل حجم الاسطوانة من خلال القاعدة $V = \pi r^2 h$. كم يبلغ حجم الاسطوانة أدناه؟ **$1017.88\ cm^3$**




**22.** حل $-3b - 5 \geq -6b - 13$. وضح بالتمثيل البياني مجموعة الحلول على خط عددي. **انظر الهامش.**

**23.** قم بتقييم $\frac{3(x + y)}{4xy^2}$ if $x = \frac{2}{3}$ حيث أن $y = -2$

**24.** اذكر مجموعة الأعداد التي ينتمي لها العدد $-\frac{1}{3}$

**25. المال** يبين الجدول تكاليف صناعة القلائد فى متجرين للحرف اليدوية. كم تبلغ كمية حبات الخرز التي يكون متجر أدوات الزينة قد حقق بها الصفقة الأفضل؟ استخدم المتباينة $15 + 3.25b < 20 + 2.50b$.

| المحل | التكلفة للعقد | التكلفة لحبة الخرز |
|---|---|---|
| متجر أدوات الزينة | 15AED | 3.25AED |
| اللمسة النهائية | 20AED | 2.50AED |

# الاستعداد للاختبارات المعيارية

## استبعد الإجابات غير المنطقية

يمكنك استبعاد الإجابات غير المنطقية لتساعدك على إيجاد الإجابة الصحيحة عند حل مسائل الاختيار من متعدد.

### إستراتيجيات استبعاد الإجابات غير المنطقية

**الخطوة 1**

اقرأ نص المسألة بعناية لتحدد المطلوب منك إيجاده بالضبط.

اسأل نفسك:

- ماذا يُطلب مني لأقوم بالحل؟
- بأي صيغة (كسر، رقم، عدد عشري، نسبة مئوية، نوع الرسم البياني) سيكون الجواب الصحيح؟
- ما هي الوحدة (إذا وُجدت) التي تتضمنها الإجابة الصحيحة؟

**الخطوة 2**

انظر بعناية إلى كل إجابة من الإجابات المحتملة وقم بتقييم مدى منطقية كل منها.

- حدد اختيارات الإجابة غير الصحيحة بشكل واضح واستبعدها.
- استبعد اختيارات الإجابة التي ليست في صيغة ملائمة.
- استبعد اختيارات الإجابة التي لا تتضمن الوحدات الصحيحة.

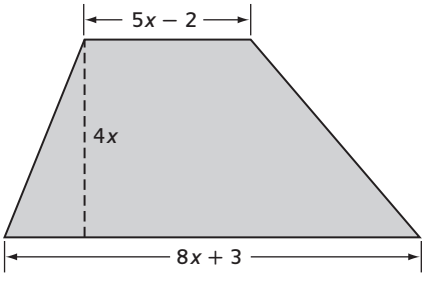
**الخطوة 3**

حل المسألة واختر الإجابة الصحيحة من الإختيارات الباقية.
تحقق من إجابتك.

### مثال اختبار معياري

**اقرأ المسألة. حدد ماذا تريد أن تعرف. ثم استخدم المعلومات المتاحة في المسألة لحلها.**

قاعدة حساب المساحة $A$ لشبه المنحرف الذي له ارتفاع $h$ وقواعد $b_1$ و $b_2$ هي $A = \frac{h}{2}(b_1 + b_2)$ اكتب تعبيرًا لتمثل مساحة شبه المنحرف الموضح على اليمين.




**A** $26x^2 + 2x$

**B** $52x^2 + 4x$

**C** $13x + 1$

**D** $28x + 10$

Antonio Guillem/Shutterstock.com

لحساب مساحة الشكل الشبه منحرف، يجب أن تقوم بضرب نصف الارتفاع, $2x$ في معامل خطي آخر $x$. لذلك، فإن الإجابة الصحيحة سوف تحتوي على $x^2$ حيث أن الاختيارين $C$ و $D$ اختيارات خطية، يمكن استبعاد كل منهما. الإجابة الصحيحة إما $A$ أو $B$. قم بعملية الضرب لمعرفة التعبير الخاص بتلك المساحة.

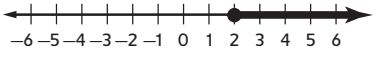
$$A = \frac{h}{2}(b_1 + b_2)$$
$$= \frac{4x}{2}(8x + 3 + 5x - 2)$$
$$= 2x(13x + 1)$$
$$= 26x^2 + 2x$$

الإجابة الصحيحة هي $A$.

## التمارين

**اقرأ كل مسألة. استبعد الإجابات غير المنطقية ثم استخدم المعلومات المتاحة في المسألة لحلها.**

**1.** يظهر الرسم البياني أدناه حل لأي متباينة؟




**A** $8x - 9 \leq 5x - 3$

**B** $8x - 9 < 5x - 3$

**C** $8x - 9 \geq 5x - 3$

**D** $8x - 9 > 5x - 3$

**2.** إن نظرية آينشتاين للنسبية تربط طاقة الجسم $E$ بكتلته $m$ وبسرعة الضوء $c$.
يمكن تمثيل هذه العلاقة عن طريق القاعدة $E = mc^2$. حل القاعدة بالنسبة إلى $m$.

**F** $m = \frac{c^2}{E}$ **H** $m = \frac{c}{E^2}$

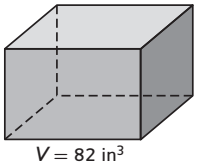
**G** $m = \frac{E^2}{c}$ **J** $m = \frac{E}{c^2}$

**3.** مستطيل له عرض 8 بوصات ومحيط 03 بوصة. كم يبلغ المحيط، بالبوصة، لمستطيل مشابه يبلغ عرضه 21 بوصة؟

**A** 40 **C** 48

**B** 45 **D** 360

**4.** إذا كان حجم متوازي المستطيلات أدناه هو 28 بوصة مكعبة. كم سيبلغ حجم متوازي المستطيلات إذا تم مضاعفة الطول، والعرض، والارتفاع؟




**F** 41 in$^3$

**G** 164 in$^3$

**H** 482 in$^3$

**J** 656 in$^3$

**5.** قم بتقييم $a + (b + 1)2$ إذا كانت $b = 2$ و $a = 3$.

**A** $-6$

**B** $-1$

**C** 12

**D** 15

**6.** في مكتب الطبيب البيطري، شوهدت قطتان وأربعة كلاب بشكل عشوائي. ما احتمالية رؤية القطتين بشكل متتالي؟

**F** $\frac{1}{3}$ **H** $\frac{1}{2}$

**G** $\frac{2}{3}$ **J** $\frac{3}{5}$

# تمرين اختبار معياري
## التراكمي

### اختيار من متعدد

**اقرأ كل سؤال. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في دفتر الإجابة التي أعطاها لك المعلم أو على ورقة بيضاء.**

**1.** قم بتقييم $\frac{m^2 + 2mn}{n^2 - 1}$ إذا كانت $m = -3$ و $n = 2$.

**B**

**A** $-3$

**B** $-1$

**C** 2

**D** 4

**2.** يمكن حساب حجم مخروط بارتفاع $h$ ونصف قطر $r$ عن طريق ضرب ثلث $\pi$ في حاصل ضرب الارتفاع في تربيع نصف القطر. أي معادلة تمثل حجم المخروط؟

**F** $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

**G** $V = 3\pi r^2 h$

**H** $V = \frac{1}{3}\pi rh$

**J** $V = \frac{1}{3}\pi rh^2$

**3.** ما هي خاصية التساوي التي توضحها المعادلة أدناه؟

$$a + 2 = 4 \rightarrow 4 = a + 2$$

**A** انعكاسي

**B** تعويض

**C** متماثل

**D** انتقالي

**4.** بفرض أن دقة أحد الترمومترات هي زيادة أو نقصان. $0.2°F$ فهرنهايت. فإذا كانت قراءة الترمومتر $81.5°F$ فهرنهايت، فأي من متباينات القيمة المطلقة التالية تمثل درجة الحرارة الفعلية $T$؟

**F** $|T - 81.5| < 0.2$

**G** $|T - 81.5| \leq 0.2$

**H** $|T - 0.2| < 81.5$

**J** $|T - 0.2| \leq 81.5$

**5.** لأي مجموعة أرقام لا ينتمي العدد $-25$؟

**A** أرقام صحيحة

**B** أرقام نسبية

**C** أرقام حقيقية

**D** أرقام كلية

**6.** ما هو خط الأرقام الذي يوضح حل المتباينة $2n - 3 \geq 5n - 6$؟

**F**

**G**

**H**

**J**

**7.** اكتب تعبيرًا جبريًا لتمثل التعبير اللفظي أدناه.

| |
|---|
| مرتان أكثر من حاصل ضرب عدد في 5 |

**A** $\frac{n}{5} + 2$

**B** $2n + 5$

**C** $5n + 2$

**D** $\frac{n}{2} + 5$

**نصيحة لحل الاختبار**

**السؤال 1** عوض $-3$ في $m$ و 2 ل $n$ في التعبير. ثم استخدم ترتيب العمليات لتقييم التعبير.

## جواب مختصر/جواب شبكي

**سجل إجابات في دفتر الإجابة الذي أعطاه لك المعلم أو على ورقة بيضاء.**

**8.** استخدم معادلة القيمة المطلقة أدناه للإجابة على كل سؤال.

$$|x-3|-2=0$$

**a.** كم عدد الحلول لمعادلة القيمة المطلقة؟

**b.** حل المعادلة.

**9. جواب شبكي** يوضح الجدول أدناه كميات الملء والسماحيات لعبوات المشروبات الغازية مختلفة الأحجام بإحدى آلات بيع المشروبات. ما هو الحد الأقصى المقبول لكمية الملء، بالأونصة السائلة، لمشروب ذي عبوات متوسطة الحجم؟

| الحجم | الكمية (أونصة سائلة) | السماحية (أونصة سائلة) |
|---|---|---|
| صغير | 16 | 0.25 |
| متوسط | 21 | 0.35 |
| كبير | 32 | 0.4 |

**10.** قم بتبسيط التعبير أدناه. وضح عملك.

$$-4(3a-b)+3(-2a+5b)$$

**11.** أثناء شواء شرائح اللحم، يجب فيصل إبقاء درجة حرارة المشواة عند 425°، بزيادة أو نقصان 15°.

**a.** اكتب متباينة قيمة مطلقة لتمثيل هذا الموقف. اجعل $t$ تمثل درجة حرارة الشواية.

**b.** ما مدى درجات الحرارة الذي يود فيصل أن تكون المشواة أثناء طهي شرائح اللحوم؟

**12. جواب شبكي** تستخدم خلود مقدر المسافات الليزري لتحديد المسافات في ملعب الجولف. تتراوح دقة مقدر المسافات في حدود 0.5 ياردة. فإذا بلغت المسافة التي قاستها خلود من نقطة الانطلاق إلى العلم بمقدار ثلاثي 136 ياردة، فما هو أدنى حد من الياردات قد تبلغه المسافة الفعلية؟

## جواب موسع

**سجل إجاباتك على ورقة بيضاء. وضح عملك.**

**13.** تقوم لطيفة بتقييم التعبير الآتي ل $\frac{-5m-3n}{-2p+r}$ عملها موضح أدناه. $m=1, n=-4, p=-3,$ و$r=-2$.

$$\frac{-5m-3n}{-2p+r}=\frac{-5(1)-3(-4)}{-2(-3)+(-2)}$$

$$=\frac{-5-12}{6-2}=-\frac{17}{4}=-4\frac{1}{4}$$

**a.** ما هو الخطأ الذي قامت به لطيفة أثناء العملية الحسابية؟

**b.** ما هو الحل الصحيح؟

**14.** يوضح الجدول المبين على اليمين درجات سلطان في أول خمسة اختبارات لمادة الرياضيات في الربع الدراسي الحالي. تبلغ درجات كل اختبار 100 نقطة. سيكون هناك اختبارًا واحدًا آخر في هذه الفترة.

| الاختبار | الدرجة |
|---|---|
| 1 | 86 |
| 2 | 79 |
| 3 | 80 |
| 4 | 85 |
| 5 | 77 |

**a.** لكي يحصل سلطان على الدرجة $B$، يجب أن يحصل سلطان على متوسط درجات في الاختبار 82 أو أفضل. اكتب متباينة يمكن حلها لإيجاد أقل درجة يجب أن يحصل عليها في الاختبار السادس.

**b.** حل المتباينة التي كتبتها في الجزء **a**.

**c.** ماذا يعني هذا الحل؟

**هل تحتاج إلى المزيد من المساعدة؟**

| إذا فاتك سؤال... | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| اذهب إلى الدرس... | 1–1 | 1–3 | 1–3 | 1–6 | 1–2 | 1–5 | 1–3 | 1–4 | 1–6 | 1–2 | 1–6 | 1–4 | 1–1 | 1–5 |

# Glossary/القاموس

| English | العربية |
|---|---|

## A

**absolute value** A number's distance from zero on the number line, represented by $|x|$.

**قيمة مطلقة** بُعِد العدد عن نقطة الصفر على خط الأعداد، ويُرمز لها بالرمز $|x|$.

**absolute value function** A function written as $f(x) = |x|$, where $f(x) = \begin{cases} x \text{ if } x > 0 \\ 0 \text{ if } x = 0 \\ -x \text{ if } x < 0 \end{cases}$, for all values of $x$.

**دالة القيمة المطلقة** دالة تُكتب هكذا $f(x) = |x|$، حيث ، لكل قيم $x$.
$$f(x) = \begin{cases} x \text{ إذا } x > 0 \\ 0 \text{ إذا } x = 0 \\ -x \text{ إذا } x < 0 \end{cases}$$

**algebraic expression** An expression that contains at least one variable.

**تعبير جبري** تعبير يحتوي على متغير واحد على الأقل.

**alternative hypothesis** Mutually exclusive to the null hypothesis. It is stated as an inequality using $\neq$, $<$, $\leq$, $>$, or $\geq$.

**فرضية بديلة** متنافية مع فرضية العدم. ويتم التعبير عنها كمتباينة باستخدام $\neq$ أو $>$ أو $\geq$ أو $<$ أو $\leq$.

**altitude** **1.** In a prism or cylinder, a segment perpendicular to the bases with an endpoint in each plane. **2.** In a pyramid or cone, the segment that has the vertex as one endpoint and is perpendicular to the base.

**الارتفاع** **1.** في المنشور أو الأسطوانة، يكون الارتفاع هو الجزء العمودي على القواعد ذات نقطة نهاية في كل مستوى. **2.** في الهرم أو المخروط، يكون الارتفاع هو الجزء الذي يتضمن الرأس بوصفها نقطة نهاية واحدة ويكون عموديًا على القاعدة.

**amplitude** For functions in the form $y = a \sin b\theta$ or $y = a \cos b\theta$, the amplitude is $|a|$.

**سعة** بالنسبة إلى الدوال في شكل $y = a \sin b\theta$ أو $y = a \cos b\theta$، تكون السعة هي $|a|$.

**angle of depression** The angle between a horizontal line and the line of sight from the observer to an object at a lower level.

**زاوية الانخفاض** الزاوية الواقعة بين خط أفقي وخط الرؤية من نقطة الملاحظة إلى جسمٍ ما عند مستوى أقل.

**angle of elevation** The angle between a horizontal line and the line of sight from the observer to an object at a higher level.

**زاوية الارتفاع** الزاوية الواقعة بين خط أفقي وخط الرؤية من نقطة الملاحظة إلى جسمٍ ما عند مستوى أعلى.

**angle of rotation** The angle through which a preimage is rotated to form the image.

**زاوية الدوران المحوري** الزاوية التي تدور الصورة الأصلية بمقدارها لتكون الصورة.

**Arccosine** The inverse of $y = \cos x$, written as $x = \text{Arccos } y$.

**قوس جيب تمام الزاوية** معكوس الدالة $y = \cos x$، يُكتب $x = \text{Arccos } y$.

**Arcsine** The inverse of $y = \sin x$, written as $x = \text{Arcsin } y$.

**قوس جيب الزاوية** معكوس الدالة $y = \sin x$، يُكتب $x = \text{Arcsin } y$.

**Arctangent** The inverse of $y = \tan x$ written as $x = \text{Arctan } y$.

**قوس ظل الزاوية** معكوس الدالة $y = \tan x$ يُكتب $x = \text{Arctan } y$.

**arithmetic mean** The terms between any two nonconsecutive terms of an arithmetic sequence.

**متوسط حسابي** الحدود بين أي حدين غير متتابعين في متتالية حسابية.

**arithmetic sequence** A sequence in which each term after the first is found by adding a constant, the common difference $d$, to the previous term.

**متتالية حسابية** متتابعة ينتج كل حد يلي الحد الأول منها عن طريق إضافة مقدار ثابت ، الفرق المشترك $d$، إلى الحد السابق.

**arithmetic series** The indicated sum of the terms of an arithmetic sequence.

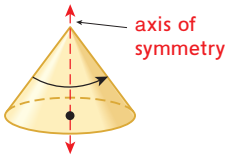
**تسلسل حسابي** المجموع الذي يشير إلى حدود متتالية حسابية.

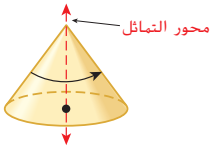
**axis** **1.** In a cylinder, the segment with endpoints that are the centers of the base. **2.** In a cone, the segment with endpoints that are the vertex and the center of the base.

**محور** 1. في الأسطوانة، يكون المحور هو الجزء الذي له نقاط نهاية تمثل مراكز القواعد. 2. في المخروط، يكون المحور هو الجزء الذي له نقاط نهاية تمثل رأس القاعدة ومركزها.

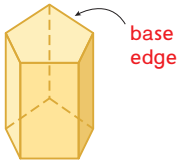
**axis symmetry** Symmetry in a three-dimensional figure that occurs if the figure can be mapped onto itself by a rotation between 0° and 360° in a line.

**تماثل المحور** يحدث التماثل في شكل ثلاثي الأبعاد إذا كان من الممكن أن يبدو الشكل كما هو بعد تدويره بمقدار معين يتراوح من 360° درجة.

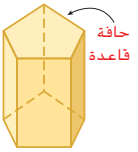


**base edges** The intersection of the lateral faces and bases in a solid figure.




**حواف القاعدة** تقاطع القواعد والأوجه الجانبية في مجسم ما.




**bias** An error that results in a misrepresentation of members of a population.

**تحيز** خطأ ينتج عنه سوء تمثيل أفراد المجتمع الإحصائي.

**binomial distribution** A distribution that shows the probabilities of the outcomes of a binomial experiment.

**توزيع ذو حدين** توزيع يعرض احتمالات نتائج تجربة ذات حدين.

**binomial experiment** An experiment in which there are exactly two possible outcomes for each trial, a fixed number of independent trials, and the probabilities for each trial are the same.

**تجربة ذات حدين** تجربة يوجد بها نتيجتان محتملتان تمامًا لكل تجريب ورقم ثابت للتجريبات المستقلة وتكون الاحتمالات واحدة لكل تجريب.

**Binomial theorem** If $n$ is a nonnegative integer, then $(a + b)^n = 1a^nb^0 + \frac{n}{1}a^{n-1}b^1 + \frac{n(n+1)}{1 \cdot 2}a^{n-2}b^2 + \cdots + 1a^0b^n$.

**مبرهنة ذات حدين** إذا كان $n$ عددًا صحيحًا غير سالب، فمن ثم $(a + b)^n = 1a^nb^0 + \frac{n}{1}a^{n-1}b^1 + \frac{n(n+1)}{1 \cdot 2}a^{n-2}b^2 + \cdots + 1a^0b^n$.

**bivariate data** Data consisting of pairs of values.

**بيانات ذات متغيرين** بيانات تتكون من أزواجٍ من القيم.

**boundary** A line or curve that separates the coordinate plane into two regions.

**حد** الخط أو المنحنى الذي يقسم المستوى الإحداثي إلى منطقتين.

**bounded** A region is bounded when the graph of a system of constraints is a polygonal region.

**محدود** منطقة تُحدَّد عندما يكون التمثيل البياني لنظام القيود منطقة مضلعة.

**box-and-whisker plot** A diagram that divides a set of data into four parts using the median and quartiles. A box is drawn around the quartile values and whiskers extend from each quartile to the extreme data points.

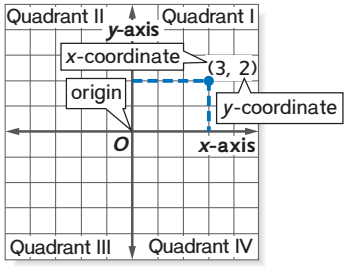
**مخطط الصندوق ذو العارضين** مخطط بياني يقسم مجموعة من البيانات إلى أربعة أجزاء باستخدام الوسيط والأرباع. ويُرسم الصندوق حول قيم الربع ويمتد العارضان من كل ربع إلى أقصى نقاط للبيانات.

**break-even point** The point at which the income equals the cost.

**نقطة التعادل** النقطة التي يتساوى عندها الدخل مع التكلفة.

## C

**Cartesian coordinate plane** A plane divided into four quadrants by the intersection of the *x*-axis and the *y*-axis at the origin.




**census** A survey in which every member of the population is polled.

**center of a circle** The point from which all points on a circle are equidistant.

**center of a hyperbola** The midpoint of the segment whose endpoints are the foci.

**center of an ellipse** The point at which the major axis and minor axis of an ellipse intersect.

**center of dilation** The center point from which dilations are performed.

**center of rotation** A fixed point around which shapes move in a circular motion to a new position.

**center of symmetry** See point of symmetry.

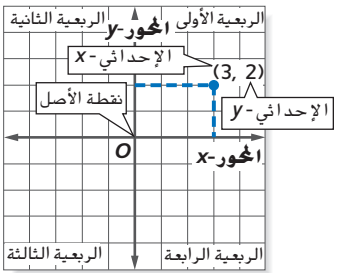
**central angle** An angle with a vertex at the center of the circle and sides that are radii.

**Change of Base Formula** For all positive numbers *a*, *b*, and *n*, where $a \neq 1$ and $b \neq 1$,

$$\log_a n = \frac{\log_b n}{\log_b a}.$$

**chord** For a given sphere, a segment with endpoints that are on the sphere.

**مستوى إحداثي ديكارتي** مستوى ينقسم إلى أربعة أرباع عن طريق تقاطع المحور السيني والمحور الصادي عند نقطة الأصل.




**تعداد** دراسة مسحية يتم فيها استطلاع رأي كل فرد في المجتمع الإحصائي.

**مركز الدائرة** النقطة التي تبعد عنها جميع نقاط الدائرة مسافات متساوية

**مركز القطع الزائد** نقطة منتصف القطعة التي تُعد نقاط نهايتها هي البؤرتان.

**مركز القطع الناقص** النقطة التي يتقاطع عندها المحور الأكبر والمحور الأصغر لقطع ناقص.

**مركز تغيير الأبعاد** نقطة المركز التي يتم تغيير الأبعاد بمقياس منها.

**مركز الدوران المحوري** نقطة ثابتة تتحرك حولها الأشكال بطريقة دائرية إلى موقع جديد.

**مركز التماثل** انظر نقطة التماثل.

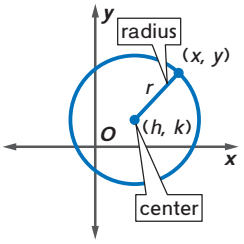
**زاوية مركزية** زاوية ذات رأس عند مركز الدائرة والأضلاع التي تعد أنصاف أقطار.

**تغيير القاعدة الأساسية** بالنسبة إلى جميع الأعداد الموجبة *a* و*b* و*n*، حيث $a \neq 1$ و$b \neq 1$،

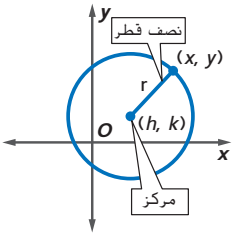
$$\log_a n = \frac{\log_b n}{\log_b a}.$$

**وتر** بالنسبة إلى كرة معينة، يكون الوتر هو القطعة ذات نقاط النهاية التي توجد على الكرة.

**circle** The set of all points in a plane that are equidistant from a given point in the plane, called the center.




**دائرة** مجموعة النقاط، في مستوى معين، التي تكون متساوية الأبعاد من نقطة معلومة في المستوى، تُسمى المركز.




**circular function** A function defined using a unit circle.

**دالة دائرية** دالة محددة باستخدام دائرة وحدة.

**co-vertices**
**ellipse**—The endpoints of the minor axis.
**hyperbola**—The endpoints of the conjugate axis.

**رؤوس مرافقة**
**القطع الناقص** — نقاط نهاية المحور الأصغر.
قطع زائد— نقاط نهاية المحور المرافق.

**coefficient matrix** A matrix that contains only the coefficients of a system of equations.

**مصفوفة المعاملات** مصفوفة تحتوي فقط على معاملات نظام المعادلات.

**combination** An arrangement of objects in which order is not important.

**توفيق** ترتيب الأجسام بطريقة لا يكون الترتيب مهمًا فيها.

**common difference** The difference between the successive terms of an arithmetic sequence.

**فرق مشترك** الفرق بين الحدود المتتالية للمتسلسلة الحسابية

**common logarithms** Logarithms that use 10 as the base.

**لوغاريتمات عادية** اللوغاريتمات التي تستخدم الأساس 10.

**common ratio** The ratio of successive terms of a geometric sequence.

**نسبة مشتركة** نسبة الحدود المتتالية للمتسلسلة الهندسية

**complex fraction** A rational expression whose numerator and/or denominator contains a rational expression.

**كسر مجمع** تعبير نسبي يحتوي بسطه و/أو مقامه على تعبير نسبي.

**composition of functions** A function is performed, and then a second function is performed on the result of the first function. The composition of $f$ and $g$ is denoted by $f \circ g$, and $[f \circ g](x) = f[g(x)]$.

**تركيب الدوال** إنشاء دالة ما ثم إنشاء دالة ثانية بناءً على نتيجة الدالة الأولى. يتم الإشارة إلى تركيب $f$ و$g$ كما يلي $f \circ g$ و$[f \circ g](x) = f[g(x)]$.

**composition of reflections** Successive reflections in parallel lines.

**تركيب الانعكاسات** الانعكاسات المتتالية في خطوط موازية.

**composition of transformations** The resulting transformation when a transformation is applied to a figure and then another transformation is applied to its image.

**تركيب التحويلات** التحويل الناتج عند تطبيق تحويل على شكل ما ثم تطبيق تحويل آخر على صورة هذا الشكل.

compound event Two or more simple events.

حدث مركب حدث مكون من حدثين بسيطين أو أكثر.

compound inequality Two inequalities joined by the word and or or.

متباينة مركبة متباينتان متصلتان بالكلمتين "و" أو "أو".

conditional probability The probability of an event occurring given that another event has already occurred.

احتمال شرطي احتمال وقوع حادثة بشرط وقوع حادثة أخرى بالفعل.

confidence interval An estimate of a population parameter stated as a range with a specific degree of certainty.

فترة الثقة تقدير معلمة المجتمع الإحصائي المحدد كمدى مع درجة محددة من اليقين.

conic section Any figure that can be obtained by slicing a double cone.

قطع مخروطي أي شكل يمكن الحصول عليه عن طريق تقسيم مخروط مزدوج إلى أجزاء.

conjugate axis The segment of length $2b$ units that is perpendicular to the transverse axis at the center.

محور مرافق القطعة المستقيمة المارة بـ $2b$، والتي تكون عمودية على المحور القاطع عند المركز.

conjugates Binomials of the form $a\sqrt{b} + c\sqrt{d}$ and $a\sqrt{b} - c\sqrt{d}$, where $a$, $b$, $c$, and $d$ are rational numbers.

مرافقات ثنائيات الحد للشكل $a\sqrt{b} + c\sqrt{d}$ و $a\sqrt{b} - c\sqrt{d}$ ، حيث $a$ و$b$ و$c$ و$d$ أعداد نسبية.

consistent A system of equations that has at least one ordered pair that satisfies both equations.

متوافق نظام من معادلتين لديه زوج مرتب واحد على الأقل يحقق كلتا المعادلتين.

constant difference The absolute value of the difference between the distances from any point on the hyperbola to the foci of the hyperbola.

فرق ثابت القيمة المطلقة للفرق بين المسافات من أي نقطة على القطع الزائد إلى بؤرتي القطع الزائد.

constant function A linear function of the form $f(x) = b$.

دالة ثابتة دالة خطية للشكل $f(x) = b$.

constant matrix A matrix that contains the constants of a system.

مصفوفة ثابتة مصفوفة تحتوي على ثوابت النظام.

constant of variation The constant $k$ used with direct or inverse variation.

ثابت التغير الثابت $k$ المستخدم مع التنوع المباشر أو المقلوب.

constant sum The sum of the distances from the foci to any point on the ellipse.

مجموع ثابت إجمالي المسافات من البؤرتين إلى أي نقطة على القطع الناقص.

constraints Conditions given to variables, often expressed as linear inequalities.

قيود الشروط المفروضة على المتغيرات والتي غالبًا ما يتم التعبير عنها باسم المتباينات الخطية.

continuous random variable The numerical outcome of a random event that can take on any value.

متغير عشوائي متصل النتيجة العددية لحادثة عشوائية يمكن أن تأخذ أي قيمة.

**continuous relation** A relation that can be graphed with a line or smooth curve.

**دالة متصلة** علاقة يمكن تمثيلها بيانيًا بخط أو منحنى منتظم.

**corner view** The view from a corner of a three-dimensional figure, also called the isometric view.

**عرض الزاوية** العرض من إحدى زوايا شكل ثلاثي الأبعاد ويسمى أيضًا العرض المتساوي المقاييس.

**correlation coefficient** A measure that shows how well data are modeled by a linear equation.

**معامل الارتباط** القياس الذي يوضح مدى جودة نمذجة البيانات عن طريق معادلة خطية.

**cosecant** For any angle, with measure $\alpha$, a point $P(x, y)$ on its terminal side, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\csc \alpha = \frac{r}{y}$.

**قاطع التمام** بالنسبة إلى أي زاوية، بقياس $\alpha$، تكون النقطة $P(x, y)$ على جانبه الطرفي، $r = \sqrt{x^2 + y^2}$، $\csc \alpha = \frac{r}{y}$.

**cosine** For any angle, with measure $\alpha$, a point $P(x, y)$ on its terminal side, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\cos \alpha = \frac{x}{r}$.

**جيب التمام** فيما يتعلق بأي زاوية، بقياس $\alpha$، $a$ تكون النقطة $P(x, y)$ على جانبه الطرفي، $r = \sqrt{x^2 + y^2}$، $\cos \alpha = \frac{x}{r}$.

**cotangent** For any angle, with measure $\alpha$, a point $P(x, y)$ on its terminal side, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\cot \alpha = \frac{x}{y}$.

**ظل التمام** فيما يتعلق بأي زاوية، بقياس $\alpha$، تكون النقطة $P(x, y)$ على جانبه الطرفي، $r = \sqrt{x^2 + y^2}$، $\cot \alpha = \frac{x}{y}$.

**coterminal angles** Two angles in standard position that have the same terminal side.

**زوايا مشتركة النهاية** زاويتان في وضع قياسي لديهما نفس الجانب الطرفي.

**co-vertices** **ellipse**—The endpoints of the minor axis.
**hyperbola**—The endpoints of the conjugate axis.

**رؤوس مرافقة** **القطع الناقص** — نقاط نهاية المحور الأصغر.
قطع زائد— نقاط نهاية المحور المرافق.

**Cramer's Rule** A method that uses determinants to solve a system of linear equations.

**قاعدة كرامر** طريقة تستخدم المحددات لحل نظام المعادلات الخطية.

**critical region** The range of values that suggests a significant enough difference to reject the null hypothesis.

**منطقة حرجة** مجموعة القيم التي تشير إلى فرق هائل وكافٍ لرفض فرضية العدم.

**cross products** In the proportion $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, where $b \neq 0$ and $d \neq 0$,

the cross products are $ad$ and $bc$. The proportion is true if and only if the cross products are equal.

**الضرب التبادلي** في التناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$، حيث $b \neq 0$ و $d \neq 0$،

وتكون الضروب التقاطعية هي $ad$ و$bc$. ويكون التناسب صحيحًا فقط في حالة تساوي الضرب التقاطعي.

**cross section** The intersection of a solid and a plane.

**المقطع العرضي** تقاطع مجسم مع مستوى.

**cycle** One complete pattern of a periodic function.

**دائرة** نموذج واحد مكتمل لدالة دورية.

## D

**degree of a polynomial** The greatest degree of any term in the polynomial.

**درجة كثيرة الحدود** أكبر درجة لأي من الحدود في كثيرة الحدود.

**dependent** A system of equations that has an infinite number of solutions.

**نظام غير مستقل** نظام معادلات يمتلك عددًا لا نهائيًا من الحلول.

**dependent events** Events in which the outcome of one event affects the outcome of another event.

**حوادث غير مستقلة** حوادث تؤثر نتيجة إحداها على نتيجة الأخرى.

**dependent variable** The other variable in a function, usually $y$, whose values depend on $x$.

**متغير تابع** المتغير الآخر في دالة ما، عادة ما تكون $y$، تعتمد قيمها على $x$.

**depressed polynomial** The quotient when a polynomial is divided by one of its binomial factors.

**كثيرة الحدود المنخفضة** حاصل القسمة عندما يتم قسمة كثيرة الحدود على طريق أحد عواملها ذات الحدين.

**descriptive statistics** The branch of statistics that focuses on collecting, summarizing, and displaying data.

**إحصاءات وصفية** أحد فروع الإحصاء يركز على جمع البيانات وتلخيصها وعرضها.

**determinant** A square array of numbers or variables enclosed between two parallel lines.

**محدد** مصفوفة مربعة من الأعداد أو المتغيرات المرفقة بين خطين موازيين.

**diagonal rule** A method for finding the determinant of a third-order matrix.

**قاعدة قطرية** طريقة لإيجاد محدد مصفوفة ذي رتبة ثالثة.

**diameter** In a sphere, a segment that contains the center of the sphere, and has endpoints that are on the sphere.

**قطر** في الكرة، هو القطعة التي تتضمن مركز الكرة ولديها نقاط نهاية على الكرة.

**dilation** **1.** A transformation in which a geometric figure is enlarged or reduced. **2.** A transformation that enlarges or reduces the original figure proportionally. A dilation with center $C$ and positive scale factor $k$, $k \neq 1$, is a function that maps a point $P$ in a figure to its image such that

- if point $P$ and $C$ coincide, then the image and preimage are the same point, or
- if point $P$ is not the center of dilation, then $P'$ lies on $\overrightarrow{CP}$ and $CP' = k(CP)$.
- If $k < 0$, $P'$ is the point on the ray opposite $\overrightarrow{CP}$ such that $CP' = |k|(CP)$.

**تغيير الأبعاد بمقياس** **1.** تحويل يتم فيه تكبير الشكل الهندسي أو اختزاله. **2.** تحويل يكبر الشكل الأصلي أو يختزله بشكل متناسب. تغيير الأبعاد بمقياس عند المركز $C$ ومعامل المقياس الإيجابي $k$، $k \neq 1$، هو الدالة التي ترسم النقطة $P$ في شكل ما على صورتها بحيث

- إذا تطابقت النقطتان $P$ و$C$، تكون كل من الصورة والصورة الأصلية نفس النقطة
- أو إذا لم تكن النقطة $P$ هي مركز تغيير الأبعاد، إذن $P'$ تقع على $\overrightarrow{CP}$ و$CP' = k(CP)$.
- إذا كانت $k < 0$ و$P'$ هي النقطة التي توجد على الشعاع المقابل $\overrightarrow{CP}$ بحيث $CP' = |k|(CP)$.

**dimensional analysis** Performing operations with units.

**تحليل بُعدي** القيام بالعمليات باستخدام الوحدات.

**dimensions of a matrix** The number of rows, $m$, and the number of columns, $n$, of the matrix written as $m \times n$.

**أبعاد المصفوفة** عدد الصفوف $m$ وعدد الأعمدة $n$ للمصفوفة المكتوبة بالصورة $m \times n$.

**directrix** See parabola.

**دليل** انظر القطع المكافئ.

**direct variation** $y$ varies directly as $x$ if there is some nonzero constant $k$ such that $y = kx$. $k$ is called the constant of variation.

**تغير مباشر** تتغير $y$ مباشرة مثل $x$ إذا كان هناك ثابت $k$ غير صفري، بحيث تكون $y = kx$. يسمى $k$ ثابت التغير.

**discrete random variable** The numerical outcome of a random event that takes on countable values.

**متغير عشوائي منفصل** النتيجة العددية لحادثة عشوائية يمكن أن تأخذ قيمًا معدودة.

**discrete relation** A relation in which the domain is a set of individual points.

**علاقة منفصلة** العلاقة التي يكون فيها المدى عبارة عن مجموعة من النقاط الفردية.

**Distance Formula** The distance between two points with coordinates $(x_1, y_1)$ and $(x_2, y_2)$ is given by

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

**صيغة المسافة** المسافة بين نقطتين لهما الإحداثيات $(x_1, y_1)$ و$(x_2, y_2)$ يتم إعطاؤها

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

**domain** The set of all $x$-coordinates of the ordered pairs of a relation.

**المدى** مجموعة تضم كل إحداثيات $x$ للأزواج المرتبة للعلاقة.

**dot plot** Two sets of data plotted as ordered pairs in a coordinate plane.

**رسم بياني بالنقاط** مجموعتان من البيانات الممثلة بالنقاط كأزواج مرتبة في مستوى إحداثي.

## E

**e** The irrational number 2.71828.... $e$ is the base of the natural logarithms.

**e** عدد غير نسبي e .... 2.71828 أساس اللوغاريتمات الطبيعية.

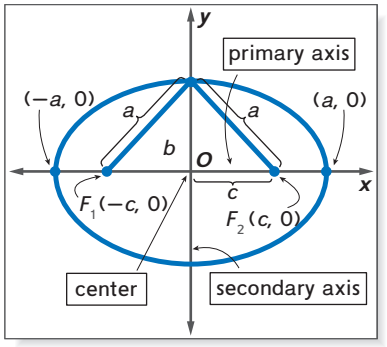
**element** Each value in a matrix.

**عنصر** كل قيمة في المصفوفة.

**elimination method** Eliminate one of the variables in a system of equations by adding or subtracting the equations.

**طريقة الحذف** طريقة يتم فيها حذف أحد المتغيرات في نظام المعادلات عن طريق جمع المعادلات أو طرحها.

**ellipse** The set of all points in a plane such that the sum of the distances from two given points in the plane, called foci, is constant.




**empty set** The solution set for an equation that has no solution, symbolized by { } or ø.

**end behavior** The behavior of the graph as *x* approaches positive infinity (+∞) or negative infinity (−∞).

**enlargement** An image that is larger that the original figure.

**equation** A mathematical sentence stating that two mathematical expressions are equal.

**event** One or more outcomes of a trial.

**expected value** **1.** The expected value of a discrete random variable is the weighted average of the values of the variable. **2.** Also mathematical expectation, is the average value of a random variable that one expects after repeating an experiment or simulation an infinite number of times.

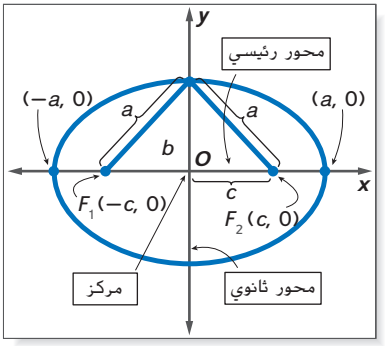
**experiment** Something that is intentionally done to people, animals, or objects, and then the response is observed.

**experimental probability** What is estimated from observed simulations or experiments.

**experimental probability distribution** A distribution of probabilities estimated from experiments.

**extended ratios** Ratios that are used to compare three or more quantities.

**قطع ناقص** مجموعة تضم كل النقاط في مستوى ما بحيث يكون مجموع المسافات المحددة من نقطتين ثابتتين في المستوى، تسمى البؤرتان، ثابتًا.




**مجموعة خالية** مجموعة الحلول لمعادلة ما ليس لها حل ويرمز لها بالرمز { } أو ø.

**سلوك طرفي** سلوك التمثيل البياني عندما تقترب *x* من اللانهاية الموجبة (+∞) أو اللانهاية السالبة(−∞).

**تكبير** الصورة الأكبر من الشكل الأصلي.

**معادلة** عبارة مؤلفة من رموز رياضية، تنص على مساواة تعبيرين رياضيين.

**حدث** نتيجة أو أكثر من نتائج التجربة.

**قيمة متوقعة** **1.** القيمة المتوقعة لمتغير عشوائي منفصل هي المتوسط الحسابي المرجح لقيم المتغير. **2.** تعرف القيمة المتوقعة أيضًا باسم التوقع الرياضي وهو متوسط القيمة المتوقعة لمتغير عشوائي عقب تكرار تجربة أو محاكاة عدد لانهائي من المرات.

**تجربة** شيء ما يتم القيام به عن قصد للأفراد أو الحيوانات أو الأجسام وبعد ذلك يتم ملاحظة الاستجابة التي تنجم عن ذلك.

**احتمال تجريبي** ما يتم تقديره من عمليات المحاكاة أو التجارب التي تمت ملاحظتها.

**توزيع الاحتمال التجريبي** توزيع الاحتمالات المقدرة من التجارب.

**نسب ممتدة** النسب المستخدمة لمقارنة ثلاث كميات أو أكثر.

**extraneous solution** A number that does not satisfy the original equation.

**حل دخيل** عدد لا يحقق المعادلة الأصلية.

**extrema** The maximum and minimum values of a function.

**قيم قصوى** القيم القصوى والدنيا لدالة ما.

**extremes** In $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, the numbers $a$ and $d$.

**طرفا التناسب** في $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$، هما العددان $a$ و$d$.

## F

**Factor theorem** The binomial $x - r$ is a factor of the polynomial $P(x)$ if and only if $P(r) = 0$.

**نظرية العامل** ذات الحدين $x - r$ هي عامل دالة كثيرة الحدود $P(x)$ فقط إذا كانت $P(r) = 0$.

**family of graphs** A group of graphs that displays one or more similar characteristics.

**مجموعة المخططات** مجموعة من التمثيلات البيانية التي تعرض سمة مشابهة واحدة أو أكثر.

**feasible region** The intersection of the graphs in a system of constraints.

**منطقة الحلول المحتملة** تقاطع التمثيلات البيانية في نظام القيود.

**finite sequence** A sequence containing a limited number of terms.

**متتالية منتهية** متتالية تحتوي على عددٍ محدودٍ من الحدود.

**five-number summary** The three quartiles and the maximum and minimum values in a set of data.

**ملخص من خمسة أعداد** ثلاثة ربيعيات والقيم القصوى والدنيا في مجموعة بيانات.

**foci**
**ellipse**—The two fixed points from which the sum of the distances from a set of all points in a plane is constant.
**hyperbola**—The two fixed points from which the difference of the distances from a set of all points in a plane is constant.

**بؤر**
**القطع الناقص** – النقطتان الثابتتان اللتان يكون فيهما مجموع المسافات من مجموعة تضم كل النقاط في المستوى ثابتًا.
**القطع الزائد** – النقطتان الثابتتان اللتان يكون فيهما فرق المسافات من مجموعة تضم كل النقاط في المستوى ثابتًا.

**focus** See parabola, ellipse, hyperbola.

**بؤرة** راجع القطع المكافئ والقطع الناقص والقطع الزائد.

**FOIL method** The product of two binomials is the sum of the products of F the *first* terms, O the *outer* terms, I the *inner* terms, and L the *last* terms.

**طريقة فويل** حاصل ضرب ذواتي الحدين هو مجموع حاصل ضرب F الحدود الأولى وO الحدود الخارجية وI الحدود الداخلية وL الحدود الأخيرة.

**formula** A mathematical sentence that expresses the relationship between certain quantities.

**صيغة** عبارة رياضية توضح العلاقة بين كميات معينة.

**frequency** The number of cycles in a given unit of time.

**تردد** عدد الدورات في وحدة زمنية معينة.

**function** A relation in which each element of the domain is paired with exactly one element in the range.

**دالة** علاقة يقترن فيها كل عنصر في المجال بعنصر واحد آخر في المدى.

**function notation** An equation of $y$ in terms of $x$ can be rewritten so that $y = f(x)$. For example, $y = 2x + 1$ can be written as $f(x) = 2x + 1$.

**ترميز الدالة** معادلة $y$ في صورة $x$ يمكن إعادة كتابتها بحيث $y = f(x)$. على سبيل المثال، $y = 2x + 1$ يمكن أن تُكتب في الصورة $f(x) = 2x + 1$.

## G

**general form** An equation of a parabola in the form $y = ax^2 + bx + c$.

**صورة عامة** معادلة قطع مكافئ تأخذ الصورة $y = ax^2 + bx + c$.

**geometric mean** The terms between any two nonsuccessive terms of a geometric sequence.

**متوسط هندسي** الحدود بين أي حدين غير متتاليين في متتالية هندسية.

**geometric sequence** A sequence in which each term after the first is found by multiplying the previous term by a constant r, called the common ratio.

**متتالية هندسية** متتالية يتم فيها إيجاد كل حد بعد الحد الأول عن طريق ضرب الحد السابق في عدد ثابت r، ويُسمى النسبة المشتركة.

**geometric series** The sum of the terms of a geometric sequence.

**متسلسلة هندسية** مجموع الحدود للمتتالية الهندسية.

**glide reflection** The composition of a translation followed by a reflection in a line parallel to the translation vector.

**انعكاس انحداري** تركيب من الانسحاب متبوعًا بانعكاس في خط مستقيم موازٍ لمتجه الانسحاب.

**greatest integer function** A step function, written as $f(x) = [\![x]\!]$, where $f(x)$ is the greatest integer less than or equal to $x$.

**دالة أكبر عدد صحيح** دالة درجية تُكتب بالصورة $f(x) = [\![x]\!]$، حيث $f(x)$ هو أكبر عدد صحيح أقل من أو يساوي $x$.

## H

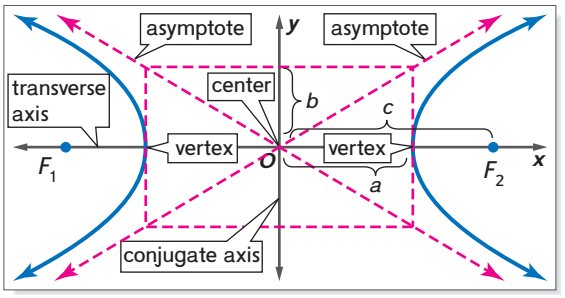
**histogram** A histogram uses bars to display numerical data that have been organized into equal intervals.

**مدرج تكراري** مدرج تكراري تُستخدم فيه الأعمدة لعرض بيانات عددية منظمة إلى فئات متساوية.

**horizontal asymptote** A horizontal line which a graph approaches.

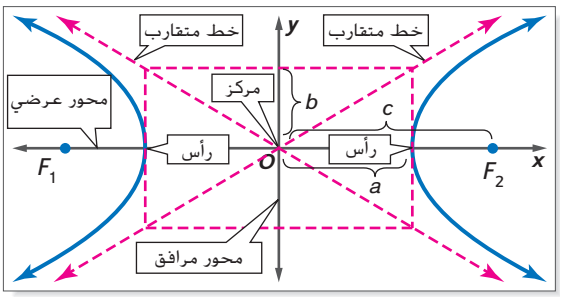
**خط مقارب أفقي** هو خط أفقي يقترب منه الرسم البياني.

**hyperbola** The set of all points in the plane such that the absolute value of the difference of the distances from two given points in the plane, called foci, is constant.




**hypothesis test** A test used to assess a specific claim about the mean.

**قطع زائد** مجموعة من كل النقاط في المستوى بحيث تكون القيمة المطلقة لفرق المسافات من نقطتين معينتين في المستوى ثابتة، وتُسمى الطول البؤري.




**اختبار الفرضية** اختبار يُستخدم لتقييم مطالبة معينة حول المتوسط الحسابي.

## I

**identity** An equation in which the left side is equal to the right side for all values.

**متطابقة** معادلة يكون فيها الجانب الأيسر مساويًا للجانب الأيمن لجميع القيم

**identity function** The function $I(x) = x$.

**دالة محايدة** الدالة $I(x) = x$.

**identity matrix** A square matrix that, when multiplied by another matrix, equals that same matrix. If $A$ is any $n \times n$ matrix and I is the $n \times n$ identity matrix, then $A \cdot I = A$ and $I \cdot A = A$.

**مصفوفة محايدة** مصفوفة مربعة عندما يتم ضربها في مصفوفة أخرى، فإنها تساوي المصفوفة نفسها. إذا كان $A$ هو المصفوفة $n \times n$، و I هو المصفوفة المتطابقة $n \times n$، إذن $A \cdot I = A$ و $I \cdot A = A$.

**inconsistent** A system of equations with no ordered pair that satisfy both equations.

**غير متوافق** نظام من معادلتين ليس بهما زوج مرتب يحقق كلتا المعادلتين.

**independent** A system of equations with exactly one solution.

**نظام مستقل** نظام معادلات له حل واحد فقط.

**independent events** Events in which the outcome of one event does not affect the outcome of another event.

**حوادث مستقلة** حوادث لا تؤثر نتيجة إحداها على نتيجة الأخرى.

**independent variable** In a function, the variable, usually $x$, whose values make up the domain.

**متغير مستقل** في الدالة، هو المتغير الذي تشكل قيمُه المجال، وعادة ما يُرمز إليه بالرمز $x$.

**index** In $n$th roots, the value of $n$ in the symbol $\sqrt[n]{\ }$. Indicates to what root the value under the radicand is being taken.

**مؤشر** في الجذر $n$، قيمة العدد $n$ في الرمز $\sqrt[n]{\ }$. يشير إلى الجذر الذي تؤخذ إليه القيمة الموجودة أسفل المجذور.

**induction hypothesis** The assumption that a statement is true for some positive integer $k$, where $k \geq n$.

**فرضية الحث** الفرضية التي تنص على أن العبارة تكون صحيحة للعدد الصحيح الموجب $k$، حيث $k \geq n$.

**inferential statistics** Statistics like predictions and hypothesis testing are used to draw conclusions about a population by using a sample.

**إحصاء استقرائي** توقعات تشبه الإحصائيات واختبار الفرضيات تُستخدم لاستخلاص النتائج حول مجتمع إحصائي باستخدام عينة.

**infinite sequence** A sequence that continues without end.

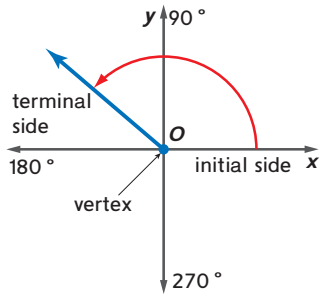
**متتالية لا نهائية** المتتالية التي لا نهاية لها.

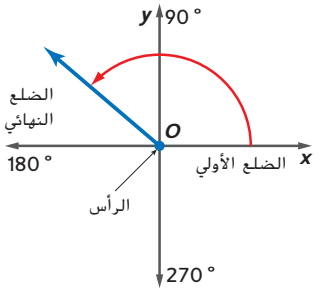
**infinity** Without bound, or continues without end.

**اللانهاية** بدون حد أو لا متناهية.

**initial side** The fixed ray of an angle.

**ضلع ابتداء** الشعاع الثابت للزاوية.




**integer** {..., −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, ...}

**عدد صحيح** {..., −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, ...}

**interquartile range (IQR)** The range of the middle half of a set of data. It is the difference between the upper quartile and the lower quartile.

**مدى رُبيعي (IQR)** مدى النصف الأوسط من مجموعة البيانات. وهو الفرق بين الرُبع الأعلى والرُبع الأدنى.

**intersection** The graph of a compound inequality containing and.

**تقاطع** الرسم البياني لمتباينة مركبة الذي يحتوي على و.

**interval notation** A way to describe the solution set of an inequality.

**ترميز الفترات** طريقة لوصف مجموعة حل إحدى المتباينات.

**inverse function** Two functions $f$ and $g$ are inverse functions if and only if both of their compositions are the identity function.

**دالة عكسية** تصبح الدالتان $f$ و$g$ دالتين عكسيتين فقط إذا كان كل من تركيبيهما دالة متطابقة.

**inverse matrices** Two $n \times n$ matrices are inverses of each other if their product is the identity matrix.

**مصفوفات عكسية** تكون مصفوفتا $n \times n$ معكوستين لبعضهما البعض إذا كان حاصل ضربهما مصفوفة متطابقة.

**inverse of a trigonometric function** The arccosine, arcsine, and arctangent relations.

**معكوس دالة حساب المثلثات** علاقات قوس جيب تمام الزاوية وقوس جيب الزاوية وقوس ظل الزاوية.

**inverse relation** Two relations are inverse relations if and only if whenever one relation contains the element $(a, b)$ the other relation contains the element $(b, a)$.

**علاقة عكسية** تكون العلاقتان عكسيتين فقط إذا كانت إحداهما تحتوي على العنصر $(a, b)$ والأخرى تحتوي على العنصر $(b, a)$.

**irrational number** A real number that is not rational. The decimal form neither terminates nor repeats.

**عدد نسبي** عدد حقيقي غير نسبي. لا ينتُج عن الكسر العشري أعداد منتهية أو دورية.

**isometric view** Corner views of three-dimensional objects on two-dimensional paper.

**عرض متساوي القياس** عرض الأجسام ثلاثية الأبعاد من الزوايا على ورقة ثنائية الأبعاد.

## L

**lateral area** For prisms, cylinders, and cones, the area of the faces of the figure not including the bases.

**مساحة جانبية** للمناشير والأسطوانات والمخروطات، هي مساحة أوجه الشكل باستثناء القواعد.

**lateral edges** **1.** In a prism, the intersection of two adjacent lateral faces. **2.** In a pyramid, lateral edges are the edges of the lateral faces that join the vertex to vertices of the base.

**حافة جانبية** 1. في المنشور، تقاطع وجهين جانبيين متجاورين. 2. في الهرم، الحواف الجانبية هي حواف الأوجه الجانبية التي تربط الرأس برؤوس القاعدة.

**lateral faces** **1.** In a prism, the faces that are not bases. **2.** In a pyramid, faces that intersect at the vertex.

**وجوه جانبية** 1. في المنشور، الأوجه التي لا تمثل قاعدة. 2. في الهرم، الأوجه التي تتقاطع عند الرأس.

**latus rectum** The line segment through the focus of a parabola and perpendicular to the axis of symmetry.

**وتر بؤري عمودي** هو الوتر المار ببؤرة القطع المكافئ والمتعامد على محور التناظر.

**law of cosines** Let $\triangle ABC$ be any triangle with $a$, $b$, and $c$ representing the measures of sides, and opposite angles with measures $A$, $B$, and $C$, respectively. Then the following equations are true.

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$
$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$
$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

**قانون جيب التمام** بافتراض أن $\triangle ABC$ مثلث حيث تمثل $a$ و$b$ و$c$ قياسات الأضلاع والزوايا المقابلة قياساتها $A$ و$B$ و$C$ على التوالي. إذن، المعادلات التالية صحيحة.

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$
$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$
$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

**law of large numbers** **1.** The variation in a data set decreases as the sample size increases. **2.** Law that states that as the number of trials of a random process increases, the average value will approach the expected value.

**قانون الأعداد الكبيرة** 1. يقل التغير في مجموعة البيانات كلما زاد حجم العينة. 2. هو القانون الذي ينص على أنه كلما ازداد عدد محاولات تجريب عملية عشوائية، اقتربت قيمة المتوسط من القيمة المتوقعة.

**law of sines** Let $\triangle ABC$ be any triangle with $a$, $b$, and $c$ representing the measures of sides opposite angles with measurements $A$, $B$, and $C$, respectively. Then

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}.$$

**قانون جيب الزاوية** بافتراض أن $\triangle ABC$ Let مثلث به $a$، $b$، و$c$ تمثل الزوايا المقابلة للأضلاع وقياساتها $A$، $B$، و$C$، على التوالي. إذن،

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}.$$

**leading coefficient** The coefficient of the term with the highest degree.

**معامل رئيسي** معامل الحد ذو أعلى درجة.

**like radical expressions** Two radical expressions in which both the radicands and indices are alike.

**تعبيرات جذرية متشابهة** التعبيران الجذريان اللذان يكون فيهما كل من المجذورات والمؤشرات متشابهة.

**line of fit** A line that closely approximates a set of data.

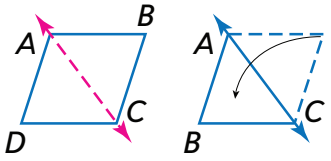
**خط المواءمة** خط مستقيم يمثل تقريبًا دقيقًا لمجموعة البيانات.

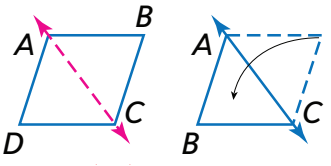
**line of reflection** **1.** The line over which a reflection flips a figure. **2.** A line in which each point on the preimage and its corresponding point on the image are the same distance from this line.

**خط الانعكاس** **1.** الخط المستقيم الذي فوقه يحوّل الانعكاس شكلًا ما إلى صورته المنعكسة. **2.** الخط الذي تكون فيه كل نقطة على الصورة الأصلية والنقطة المقابلة لها على الصورة على نفس المسافة من هذا الخط.

**line of symmetry** A line that can be drawn through a plane figure so that the figure on one side is the reflection image of the figure on the opposite side.

**خط التناظر** الخط الذي يمكن رسمه عبر شكل المستوى بحيث يمثل الشكل في أحد الجانبين صورة منعكسة للشكل في الجانب المقابل.




**linear correlation coefficient** A value that shows how close data points are to a line.

**معامل الارتباط الخطي** القيمة التي توضح مدى قرب نقاط البيانات من الخط.

**linear equation** An equation that has no operations other than addition, subtraction, and multiplication of a variable by a constant.

**معادلة خطية** معادلة لا تتضمن عمليات سوى جمع وطرح وضرب متغير في عدد ثابت.

**linear function** A function whose ordered pairs satisfy a linear equation.

**دالة خطية** الدالة التي تحقق أزواجها المرتبة معادلة خطية.

**linear inequality** An inequality that describes a half-plane with a boundary that is a straight line.

**متباينة خطية** متباينة تحدد نصف المستوى بحد يكون عبارة عن خط مستقيم.

**linear programming** The process of finding the maximum or minimum values of a function for a region defined by inequalities.

**برمجة خطية** عملية إيجاد القيم القصوى أو الدنيا للدالة لمنطقة محددة على المتباينات.

**linear relation** A relation that has straight line graphs.

**علاقة خطية** العلاقة التي تحتوي على رسومات بيانية خطية.

**Location Principle** Suppose $y = f(x)$ represents a polynomial function and $a$ and $b$ are two numbers such that $f(a) < 0$ and $f(b) > 0$. Then the function has at least one real zero between $a$ and $b$.

**مبدأ الموقع** بافتراض أن $y = f(x)$ تمثل دالة كثيرة الحدود و$a$ و$b$ عددان بحيث $f(a) < 0$ و$f(b) > 0$. إذن يكون للدالة صفر حقيقي واحد على الأقل بين $a$ و$b$.

**logarithm** In the function $x = b^y$, $y$ is called the logarithm, base $b$, of $x$. Usually written as $y = \log_b x$ and is read "$y$ equals log base $b$ of $x$."

**لوغاريتم** في الدالة $x = b^y$، تسمى $y$ اللوغاريتم، و$b$ هي الأساس، لـ $x$. وعادة ما تُكتب بالصورة $y = \log_b x$ وتُقرأ "$y$ تساوي لوغاريتم أساس $b$ لـ $x$."

**logarithmic equation** An equation that contains one or more logarithms.

**معادلة لوغاريتمية** المعادلة التي تحتوي على لوغاريتم واحد أو أكثر.

**logarithmic function** The function $y = \log_b x$, where $b > 0$ and $b \neq 1$, which is the inverse of the exponential function $y = b^x$.

**دالة لوغاريتمية** الدالة $y = \log_b x$؛ حيث $b > 0$ و$b \neq 1$، وهو معكوس الدالة الأسية $y = b^x$.

**logarithmic inequality** An inequality that contains one or more logarithms.

**متباينة لوغاريتمية** هي متباينة تحتوي على لوغاريتم واحد أو أكثر.

**logistic growth model** A growth model that represents growth that has a limiting factor. Logistic models are the most accurate models for representing population growth.

**نموذج النمو المنطقي** نموذج نمو يمثل النمو الذي له عامل محدد. تُعتبر النماذج المنطقية أكثر النماذج دقة في تمثيل نمو المجتمع الإحصائي.

**lower quartile** The median of the lower half of a set of data, indicated by LQ.

**الربع الأدنى** وسيط النصف السفلي لمجموعة بيانات، ويُشار إليه بالرمز LQ.

## M

**magnitude of symmetry** The smallest angle through which a figure can be rotated so that it maps onto itself.

**مقدار التناظر** هو أصغر زاوية يمكن من خلالها تدوير الشكل حول محوره بحيث يمكن تخطيطه على نفسه.

**major axis** The longer of the two line segments that form the axes of symmetry of an ellipse.

**محور أكبر** أطول القطعتين المستقيمتين اللتين تشكلان محاور تناظر القطع الناقص.

**mapping** How each member of the domain is paired with each member of the range.

**تخطيط** يُقصد به كيفية اقتران كل عنصر في المجال بعنصر آخر في المدى.

**margin of error** The limit on the difference between how a sample responds and how the total population would respond.

**هامش الخطأ** حد الفرق بين مدى استجابة عينة ما ومدى استجابة الجماعة الإحصائية ككل.

**mathematical induction** A method of proof used to prove statements about positive integers.

**استقراء رياضي** طريقة برهنة تُستخدم لإثبات صحة أو خطأ العبارات الخاصة بالأعداد الصحيحة الموجبة.

**matrix equation** A matrix form used to represent a system of equations.

**معادلة مصفوفة** شكل من أشكال المصفوفات يُستخدم لتمثيل نظام معادلات.

**maximum error of estimate** The maximum difference between the estimate of the population mean and its actual value.

**الحد الأقصى لخطأ التقديرات** أقصى فرق بين تقدير متوسط الجماعة الإحصائية وقيمتها الحقيقية.

**mean** The sum of the values in a set of data divided by the total number of values in the set.

**متوسط حسابي** مجموع القيم في مجموعة البيانات المقسومة على إجمالي عدد القيم فيها.

**means** In $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, the numbers $b$ and $c$.

**متوسط حسابي** في $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$، العددان $b$ و$c$.

**measure of central tendency** A number that represents the center or middle of a set of data.

**مقاييس النزعة المركزية** العدد الذي يمثل مركز أو منتصف مجموعة البيانات.

**measure of variation** A representation of how spread out or scattered a set of data is.

**مقياس التغيير** تمثيل لمدى توزيع أو انتشار مجموعة البيانات.

**median** The middle value or the mean of the middle values in a set of data when the data are arranged in numerical order.

**وسيط** القيمة الوسطى أو متوسط القيم الوسطى في مجموعة البيانات عند ترتيب البيانات ترتيبًا عدديًا.

**midline** A horizontal axis used as the reference line about which the graph of a periodic function oscillates.

**مستقيم متوسط** هو محور أفقي يُستخدم كخط مرجعي يتذبذب حوله الرسم البياني للدالة الدورية.

**midsegment of triangle** A segment with endpoints that are the midpoints of two sides of a triangle.

**منصف ساقي المثلث** هو القطعة التي لها نقطتا نهاية تمثلان نقطتي منتصف لضلعي المثلث.

**minor axis** The shorter of the two line segments that form the axes of symmetry of an ellipse.

**محور أصغر** أقصر القطعتين المستقيمتين اللتين تشكلان محاور تناظر القطع الناقص.

**mode** The value or values that appear most often in a set of data.

**منوال** هو القيمة أو القيم الأكثر تكرارًا في مجموعة من البيانات.

**mutually exclusive** Two events that cannot occur at the same time.

**متنافية** حدثان لا يمكن أن يحدثا في الوقت نفسه.

## N

***n*th root** For any real numbers $a$ and $b$, and any positive integer $n$, if $a^n = b$, then $a$ is an $n$th root of $b$.

**جذر نوني *n*th** بالنسبة إلى العددين الحقيقيين $a$ و$b$، وأي عدد صحيح موجب $n$، بما أن $a^n = b$، إذن $a$ يساوي الجذر النوني $n$th للعدد $b$.

**natural base, e** An irrational number approximately equal to 2.71828... .

**أساس طبيعي، e** عدد غير نسبي يساوي تقريبًا 2.71828... .

**natural base exponential function** An exponential function with base e, $y = e^x$.

**الدالة الأسية للأساس الطبيعي** دالة أسية تحتوي على الأساس e، حيث $y = e^x$.

**natural logarithm** Logarithms with base e, written $\ln x$.

**لوغاريتم طبيعي** هو لوغاريتم يحتوي على الأساس e، وتتم كتابته $\ln x$.

**natural number** {1, 2, 3, 4, 5, ...}

**عدد طبيعي** {1, 2, 3, 4, 5, ...}

**negative correlation** When the values in a scatter plot are closely linked in a negative manner.

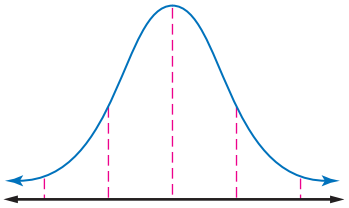
**ارتباط سالب** يحدث عندما تكون القيم في الرسم البياني المفرق مرتبطة ارتباطًا وثيقًا بطريقة سالبة.

**negative exponent** For any real number $a \neq 0$ and any integer $n$, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ and $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$.

**أس سلبي** بالنسبة إلى أي عدد $a \neq 0$ وأي عدد صحيح $n$، $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ و $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$.

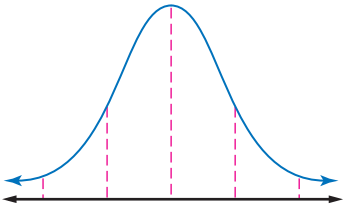
**normal distribution** A continuous, symmetric, bell-shaped distribution of a random variable.

Normal Distribution



**توزيع طبيعي** توزيع لمتغير عشوائي، ويكون هذا التوزيع متواصلًا ومتماثلًا وعلى شكل جرس.

توزيع طبيعي



**null hypothesis** A specific hypothesis to be tested. It is expressed as an equality and is considered true until evidence indicates otherwise.

**فرضية العدم** فرضية معينة يتم اختبارها. ويتم التعبير عنها في صورة معادلة متساوية وتُعتبر صحيحة حتى تشير الأدلة إلى خلاف ذلك.

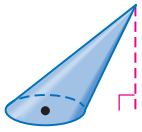
## O

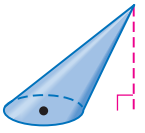
**oblique asymptote** An asymptote that is neither horizontal nor vertical and is sometimes called a slant asymptote.

**خطأ مقارب مائل** خط مقارب لا يكون أفقيًا ولا رأسيًا ويُسمى أحيانًا الخط المقارب المنحرف.

**oblique cone** A cone that is not a right cone.

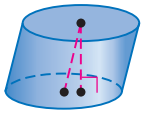
**مخروط مائل** المخروط الذي لا يكون قائمًا.

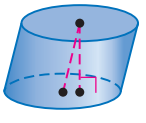




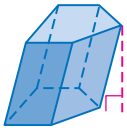
**oblique cylinder** A cylinder that is not a right cylinder.

**أسطوانة مائلة** الأسطوانة التي لا تكون قائمة.

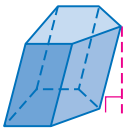




**oblique prism** A prism in which the lateral edges are not perpendicular to the bases.



**منشور مائل** المنشور الذي لا تكون حوافه الجانبية عمودية على قاعدتيه.



**oblique solid** A solid with base(s) that are not perpendicular to the edges connecting the two bases or vertex.

**مجسم مائل** المجسم الذي لا تكون قاعدته (قاعدتاه) عمودية على الحواف التي تصل بين القاعدتين أو الرأس.

**observational study** Individuals are observed and no attempt is made to influence the results.

**دراسة وصفية** يتم فيها ملاحظة الأفراد ولا توجد أي محاولة للتأثير على النتائج.

**odds** A ratio that compares the number of ways an event can occur to the number of ways that it cannot occur.

**فرص** نسبة تقارن عدد طرق وقوع حدث ما بعدد طرق عدم وقوعه.

**one-to-one function** **1.** A function where each element of the range is paired with exactly one element of the domain **2.** A function whose inverse is a function.

**دالة واحد إلى واحد** 1. دالة يقترن فيها كل عنصر في المدى بعنصر واحد آخر في المجال 2. دالة يكون معكوسها بمثابة دالة.

**onto function** Each element of the range corresponds to an element of the domain.

**دالة شاملة** يتطابق كل عنصر في المدى مع عنصر في المجال.

**open sentence** A mathematical sentence containing one or more variables.

**جملة مفتوحة** جملة رياضية تحتوي على متغير واحد أو أكثر.

**optimize** To seek the optimal price or amount that is desired to minimize costs or maximize profits.

**البحث عن أفضل الحلول** البحث عن السعر الأمثل أو الكمية المثلى المطلوبة لتقليل التكلفة إلى أدنى حد أو زيادة الأرباح إلى أقصى حد.

**Order of Operations**
**Step 1** Evaluate expressions inside grouping symbols.
**Step 2** Evaluate all powers.
**Step 3** Do all multiplications and/or divisions from left to right.
**Step 4** Do all additions and subtractions from left to right.

**ترتيب العمليات**
**الخطوة 1** إيجاد قيمة التعبيرات داخل رموز المجموعات.
**الخطوة 2** إيجاد قيمة جميع الأسس.
**الخطوة 3** القيام بجميع عمليات الضرب و/أو القسمة من اليسار إلى اليمين.
**الخطوة 4** القيام بجميع عمليات الجمع والطرح من اليسار إلى اليمين.

**order of symmetry** The number of times a figure can map onto itself as it rotates from 0° to 360°.

**ترتيب التناظر** عدد مرات تخطيط الشكل على نفسه حيث يدور الشكل من 0° لى 360°.

**ordered triple** 1. The coordinates of a point in space 2. The solution of a system of equations in three variables *x*, *y*, and z.

**مجموعة مرتبة ثلاثية العناصر** 1. إحداثيات نقطة ما في الفراغ 2. حل نظام المعادلات بثلاثة متغيرات *x* و *y* وz.

**outcome** The results of a probability experiment or an event.

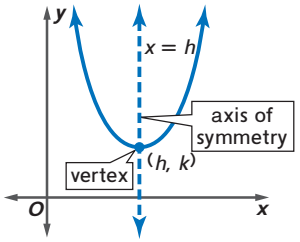
**نتيجة** محصلات تجربة احتمال أو حدث.

**outlier** A data point that does not appear to belong to the rest of the set.

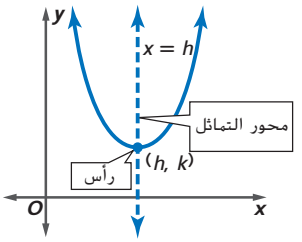
**قيمة متطرفة** نقطة بيانات لا تنتمي إلى بقية المجموعة.

## P

**parabola** The graph of a quadratic function. The set of all points in a plane that are the same distance from a given point, called the focus, and a given line, called the directrix.




**قطع مكافئ** الرسم البياني للدالة الربعية. مجموع كل النقاط في مستوى ما وتقع على مسافة واحدة من نقطة معينة، تُسمى البؤرة، وخط معين، يُسمى الدليل.




**parallel lines** Nonvertical coplanar lines with the same slope.

**خطوط متوازية** خطوط غير عمودية واقعة في مستوى واحد ومتماثلة في الميل.

**parameter** A measure that describes a characteristic of a population.

**معلمة** مقياس يوضح خاصية المجتمع الإحصائي.

**parent function** The simplest, most general function in a family of functions.

**دالة أصلية** الدالة الأبسط والأعم في مجموعة الدوال.

**parent graph** The simplest of graphs in a family.

**رسم بياني أصلي** الرسم البياني الأبسط في مجموعة ما.

**partial sum** The sum of the first *n* terms of a series.

**مجموع جزئي** مجموع n حدًا الأولى في المتسلسلة.

**Pascal's triangle** A triangular array of numbers such that the $(n + 1)$th row is the coefficient of the terms of the expansion $(x + y)^n$ for $n = 0, 1, 2 \ldots$

**مثلث باسكال** مصفوفة من الأعداد على شكل مثلث بحيث يمثل صف العدد رقم $(n + 1)$ معامل حدود التمديد $(x + y)^n$ لـ $n = 0، 1، 2$

**period** The least possible value of $a$ for which $f(x) = f(x + a)$.

**دورة** أقل قيمة ممكنة للعدد $a$ يكون فيها $f(x) = f(x + a)$.

**periodic function** **1.** A function with $y$-values that repeat at regular intervals. **2.** A function is called periodic if there is a number $a$ such that $f(x) = f(x + a)$ for all $x$ in the domain of the function.

**دالة دورية** 1. دالة تحتوي على قيم $y$ التي تتكرر على فترات منتظمة. 2. تُسمى الدالة دالة دورية إذا كان هناك عدد a بحيث يكون $f(x) = f(x + a)$ لجميع $x$ في مجال الدالة.

**permutation** An arrangement of objects in which order is important.

**تبديل** ترتيب الأشياء التي يكون الترتيب فيها مهمًا.

**perpendicular lines** In a plane, any two oblique lines, the product of whose slopes is $-1$.

**خطوط متعامدة** أي خطين مائلين في المستوى، حاصل ضرب ميلهما يساوي $-1$.

**phase shift** A horizontal translation of a trigonometric function.

**إزاحة مرحلية** حركة أفقية لدالة مثلثية.

**piecewise-defined function** A function that is written using two or more expressions.

**دالة متعددة التعريف** دالة تُكتب باستخدام تعبيرين أو أكثر.

**piecewise-linear function** A function in which the equation for each interval is linear.

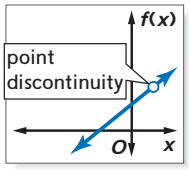
**دالة خطية متعددة التعريف** دالة تكون فيها المعادلة خطية لكل فترة.

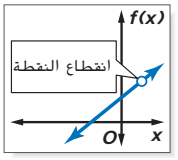
**plane symmetry** Symmetry in a three-dimensional figure that occurs if the figure can be mapped onto itself by a reflection in a plane.

**تماثل المستوى** تماثل يحدث في أي شكل ثلاثي الأبعاد إذا أمكن تخطيط الشكل على نفسه بالانعكاس في أي مستوى.

**point discontinuity** If the original function is undefined for $x = a$ but the related rational expression of the function in simplest form is defined for $x = a$, then there is a hole in the graph at $x = a$.

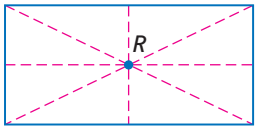
**انقطاع النقطة** إذا كانت الدالة الأصلية غير محددة لـ $x = a$ وكان التعبير النسبي المرتبط للدالة التي في أبسط صورة محددًا لـ $x = a$، فعندئذٍ تكون هناك فجوة في الرسم البياني في $x = a$.



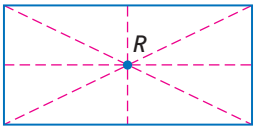




**point of symmetry** A figure that can be mapped onto itself by a rotation of 180°.

**نقطة التماثل** شكل يمكن تخطيطه على نفسه بالدوران المحوري بزاوية 180°.




*R* is a point of symmetry.




*R* هي نقطة التماثل

**point-slope form** An equation in the form $y - y_1 = m(x - x_1)$ where $(x_1, y_1)$ are the coordinates of a point on the line and $m$ is the slope of the line.

**صيغة نقطة الميل** معادلة في الصورة $y - y_1 = m(x - x_1)$، حيث يكون $(x_1, y_1)$ الإحداثيين لأي نقطة على الخط و$m$ هو الميل على الخط.

**polynomial function** A function that is represented by a polynomial equation.

**دالة كثيرة الحدود** دالة تمثل بمعادلة كثيرة الحدود.

**polynomial identity** A polynomial equation that is true for any values that are substituted for the variables.

**معادلة كثيرة الحدود** معادلة كثيرة الحدود تكون حقيقية لأي قيمة من القيم التي تحل محل المتغيرات.

**polynomial in one variable** $a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_2x^2 + a_1x + a_0$, where the coefficients $a_n$, $a_{n-1}$, …, $a_0$ represent real numbers, and $a_n$ is not zero and $n$ is a nonnegative integer.

**كثيرة الحدود بمتغير واحد** $a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_2x^2 + a_1x + a_0$، حيث تمثل المعاملات $a_n$, $a_{n-1}$,…,$a_0$ أعدادًا حقيقية، ولا تكون $a_n$ صفرًا وتمثل $n$ عددًا صحيحًا غير سالب.

**population** An entire group of living things or objects.

**مجتمع إحصائي** مجموعة كاملة من الأشياء أو الأجسام.

**positive correlation** When the values in a scatter plot are closely linked in a positive manner.

**ارتباط موجب** يحدث عندما ترتبط القيم في التمثيل البياني بالنقاط المبعثرة ارتباطًا وثيقًا بطريقة موجبة.

**prime polynomial** A polynomial that cannot be factored.

**كثيرة الحدود الأولية** دالة كثيرة الحدود لا يمكن تحليلها.

**principal root** The nonnegative root.

**جذر أساسي** الجذر غير السالب.

**principal values** The values in the restricted domains of trigonometric functions.

**قيم أساسية** القيم الموجودة في المجالات المقصورة على دوال المثلثات.

**principle of superposition** Two figures are congruent if and only if there is a rigid motion or a series of rigid motions that maps one figure exactly onto the other.

**مبدأ التراكب** تطابق شكلين في حالة وجود حركة غير مرنة أو سلسلة من الحركات غير المرنة التي تخطط شكلاً واحدًا على الآخر بالضبط.

**probability** A measure of the chance that a given event will occur.

**احتمال** قياس الفرصة التي تشير إلى أن هناك حدثًا محددًا سيقع.

**probability distribution** A function that maps the sample space to the probabilities of the outcomes in the sample space for a particular random variable.

**توزيع الاحتمال** دالة تعيّن فضاء العينة إلى احتمالات النواتج في فضاء العينة بالنسبة إلى متغير عشوائي معين.

**probability model** A mathematical model used to match a random phenomenon.

**نموذج الاحتمال** نموذج رياضي يُستخدم في تطابق ظاهرة عشوائية.

**proportion** An equation of the form $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ that states that two ratios are equal.

**تناسب** معادلة تأخذ الصورة $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ وتنص على وجود نسبتين متساويتين.

## Q

**quadrantal angle** An angle in standard position whose terminal side coincides with one of the axes.

**زاوية ربعية** زاوية تقع في وضع قياسي يتطابق ضلع الإنتهاء لها مع أحد المحاور الإحداثية.

**quadrants** The four areas of a Cartesian coordinate plane.

**أرباع** المساحات الأربع لمستوى إحداثي ديكارتي.

**quadratic form** For any numbers $a$, $b$, and $c$, except for $a = 0$, an equation that can be written in the form $u^2 + u + c = 0$, where u is some expression in $x$.

**صيغة تربيعية** بالنسبة إلى أي أعداد $a$ و$b$ و$c$ باستثناء $a = 0$، وهي معادلة يمكن كتابتها بالصيغة التالية $u^2 + u + c = 0$، حيث تمثل u بعض التعبيرات في $x$.

**quadratic function** A function described by the equation $f(x) = ax^2 + bx + c$, where $a \neq 0$.

**دالة تربيعية** دالة توضحها المعادلة التالية $f(x) = ax^2 + bx + c$، حيث $a \neq 0$.

**quartic function** A fourth-degree function.

**دالة رباعية** دالة من الدرجة الرابعة.

**quartiles** The values that divide a set of data into four equal parts.

**رُبيعيات إحصائية** القيم التي تقسم مجموعة من البيانات إلى أربعة أجزاء متساوية.

**quintic function** A fifth-degree function.

**دالة خماسية** دالة من الدرجة الخامسة.

## R

**radian** The measure of an angle $\theta$ in standard position whose rays intercept an arc of length 1 unit on the unit circle.

**قياس دائري (راديان)** قياس زاوية $\theta$ في الموقع القياسي الذي يتقاطع فيه شعاعا الزاوية مع قوس طول الوحدة 1 على دائرة الوحدة.

**radical equation** An equation with radicals that have variables in the radicands.

**معادلة جذرية** معادلة ذات جذور تحتوي على متغيرات في المجذورات.

**radical function** A function that contains the root of a variable.

**دالة جذرية** دالة تحتوي على جذر متغير ما.

**radical inequality** An inequality that has a variable in the radicand.

**متباينة جذرية** متباينة تحتوي على متغير في المجذور.

**radical sign** In $n$th roots, the symbol $\sqrt[n]{\phantom{x}}$.

**علامة الجذر** في جذور العدد $n$، يُمثل الرمز $\sqrt[n]{\phantom{x}}$.

**radicand** In $n$th roots, the value inside in the symbol $\sqrt[n]{\phantom{x}}$. Indicates the value that is being taken to the $n$th root.

**مجذور** في جذور العدد $n$، تمثل القيمة الداخلية في الرمز $\sqrt[n]{\phantom{x}}$ تشير إلى القيمة التي تؤخذ إلى جذر العدد $n$.

**radius** **1.** Any segment whose endpoints are the center and a point on the circle. **2.** In a sphere, any segment with endpoints that are the center and a point on the sphere.

**نصف القطر** 1. أي قطعة مستقيمة تمثل نقاط النهاية بها المنتصف ونقطة على الدائرة. 2. هو أي قطعة في الكرة لها نقطتي نهاية إحداهما مركز الكرة والأخرى نقطة على الكرة.

**random sample** A sample in which every member of the population has an equal chance of being selected.

**عينة عشوائية** عينة يكون لكل فرد من المجتمع الإحصائي فيها فرصة متساوية للاختيار.

**random variable** **1.** The outcome of a random process that has a numerical value. **2.** A variable that can assume a set of values, each with fixed probabilities.

**متغير عشوائي** 1. نتيجة لعملية عشوائية لها قيمة عددية. 2. متغير يمكنه افتراض مجموعة من القيم، وتكون كل قيمة ذات احتمالات ثابتة.

**range** **1.** The set of all *y*-coordinates of a relation. **2.** The difference between the greatest and least values in a set of data.

**مدى** 1. المجموعة التي تضم كل إحداثيات **محور الصادات** لعلاقة ما. 2. الفرق بين أكبر قيمة وأقل قيمة في مجموعة بيانات.

**rate of change** How much a quantity changes on average, relative to the change in another quantity, over time.

**معدل التغير** معدل تغير كمية ما في المتوسط مقارنة بالتغير في كمية أخرى بمرور الوقت.

**rate of continuous decay** The rate at which something decays continuously. Represented by a constant $k$ in the exponential decay function $f(x) = ae^{-kt}$, where $a$ is the initial value, and t is time in years.

**معدل التضاؤل المتواصل** المعدل الذي يتضاءل عنده شيء ما باستمرار. يمثله الثابت $k$ في دالة التضاؤل الأسية $f(x) = ae^{-kt}$، حيث $a$ القيمة الأولية، و t الوقت بالسنوات.

**rate of continuous growth** The rate at which something grows continuously. The value of $k$ in the exponential growth function, $f(x) = ae^{kt}$.

**معدل النمو المتواصل** معدل نمو شيء ما باستمرار. القيمة $k$ في دالة النمو الأسية، $f(x) = ae^{kt}$.

**ratio** A comparison of two quantities using division.

**نسبة** مقارنة كميتين باستخدام القسمة.

**rational equation** Any equation that contains one or more rational expressions.

**متباينة نسبية** أي معادلة تحتوي على واحد أو أكثر من التعبيرات النسبية.

**rational exponent** For any nonzero real number $b$, and any integers $m$ and $n$, with $n > 1$, $b^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{b^m} = (\sqrt[n]{b})^m$, except when $b < 0$ and $n$ is even.

**أس نسبي** بالنسبة إلى أي عدد حقيقي غير صفري $b$، و أي أعداد صحيحة $m$ و$n$، مع $n > 1$، $b^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{b^m} = (\sqrt[n]{b})^m$، باستثناء عندما تكون $b < 0$ و$n$ صفرية.

**rational expression** A ratio of two polynomial expressions.

**تعبير نسبي** نسبة اثنتين من التعبيرات كثيرة الحدود.

**rational function** An equation of the form $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$, where $p(x)$ and $q(x)$ are polynomial functions, and $q(x) \neq 0$.

**دالة نسبية** معادلة بالصيغة التالية $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$، حيث تُعد $p(x)$ و$q(x)$ دوال كثيرة الحدود و$q(x) \neq 0$.

**rational inequality** Any inequality that contains one or more rational expressions.

**متباينة نسبية** أي متباينة تحتوي على واحد أو أكثر من التعبيرات النسبية.

rational number Any number $\frac{m}{n}$, where $m$ and n are integers and n is not zero. The decimal form is either a terminating or repeating decimal.

عدد نسبي أي عدد $\frac{m}{n}$، حيث $m$ و $n$ عددان نسبيان و $n$ ليس صفرًا. تكون الصيغة العشرية إما عددًا عشريًا منتهيًا أو عددًا عشريًا دوريًا.

Rational Zero Theorem Helps you choose some possible zeros of a polynomial function to test.

نظرية الصفر النسبي تساعد على اختيار بعض الأصفار الممكنة لدالة كثيرة الحدود لاختبارها.

rationalizing the denominator To eliminate radicals from a denominator or fractions from a radicand.

تخليص المقام من الجذور لإخراج الجذور من المقام أو الكسور من المجذور.

real numbers All numbers used in everyday life; the set of all rational and irrational numbers.

أعداد حقيقية جميع الأعداد المستخدمة في الحياة اليومية؛ أي المجموعة التي تضم كل الأعداد النسبية وغير النسبية.

reciprocal function **1.** A function of the form $f(x) = \frac{1}{a(x)}$, where $a(x)$ is a linear function and $a(x) \neq 0$. **2.** Trigonometric functions that are reciprocals of each other.

دالة عكسية 1. دالة تأخذ الصورة $f(x) = \frac{1}{a(x)}$، حيث تكون $a(x)$ دالة خطية و $a(x) \neq 0$. 2. الدوال المثلثية التي تتبادل مع بعضها البعض.

reduction An image that is smaller than the original figure.

اختزال صورة تكون أصغر من الشكل الأصلي.

reference angle The acute angle formed by the terminal side of an angle in standard position and the $x$-axis.

زاوية الاستناد الزاوية الحادة المكونة بواسطة الضلع الطرفي لزاوية ما في موقع قياسي والمحور $x$.

reflection **1.** A transformation in which every point of a figure is mapped to a corresponding image across a line of symmetry. **2.** A transformation representing the flip of a figure over a point, line or plane. A reflection in a line is a function that maps a point to its image such that

- if the point is on the line, then the image and preimage are the same point, or
- if the point is not on the line, the line is the perpendicular bisector of the segment joining the two points.

انعكاس 1. تحويل يتم تعيين كل نقطة بالشكل فيه إلى صورة مقابلة عبر خط التناظر. 2. تحويل يمثل قلب الشكل على نقطة أو خط أو مستوى. الانعكاس في خط ما عبارة عن دالة تخطط نقطة ما إلى صورتها بحيث

- إذا كانت النقطة على الخط، فإن الصورة والصورة الأصلية تكونان على النقطة الأصلية،
- أو إذا لم تكن النقطة على الخط، فسيكون الخط منصفًا عموديًا للقطعة المستقيمة الواصلة بين النقطتين.

regular pyramid A pyramid with a base that is a regular polygon.

هرم منتظم هرم تكون قاعدته على شكل مضلع منتظم.

regular tessellation A tessellation formed by only one type of regular polygon.

اصطفاف المضلعات المنتظم اصطفاف كوّنه نوع واحد فقط من المضلعات المنتظمة.

relation A set of ordered pairs.

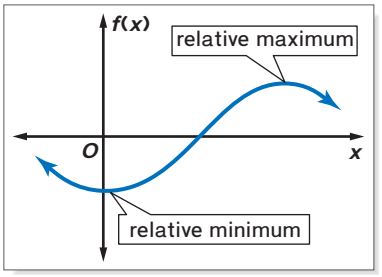
علاقة مجموعة من الأزواج المرتبة.

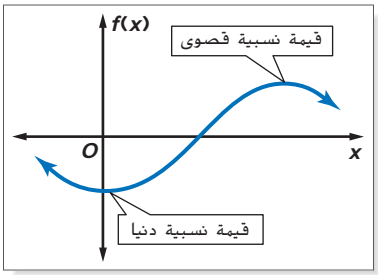
**relative frequency** The ratio of the number of observations in a category to the total number of observations.

**تكرار نسبي** نسبة عدد الملاحظات في فئة ما إلى إجمالي عدد الملاحظات.

**relative maximum** A point on the graph of a function where no other nearby points have a greater *y*-coordinate.

**قيمة نسبية قصوى** نقطة على الرسم البياني لدالة ما حيث لا تكون هناك نقاط أخرى بالقرب منها أكبر من الإحداثي الصادي.




**relative minimum** A point on the graph of a function where no other nearby points have a lesser *y*-coordinate.

**قيمة نسبية دنيا** نقطة على الرسم البياني لدالة ما حيث لا تكون هناك نقاط أخرى بالقرب منها أقل من الإحداثي الصادي.

**right cone** A cone with an axis that is also an altitude.

**مخروط قائم** مخروط له محور يمثل أيضًا ارتفاعًا عموديًا.

**right cylinder** A cylinder with an axis that is also an altitude.

**أسطوانة قائمة** أسطوانة لها محور يمثل أيضًا ارتفاعًا عموديًا.

**right prism** A prism with lateral edges that are also altitudes.

**منشور قائم** منشور له حواف جانبية تمثل أيضًا ارتفاعات عمودية.

**right solid** A solid with base(s) that are perpendicular to the edges connecting them or connecting the base and the vertex of the solid.

**مجسم قائم** مجسم له قاعدة (قواعد) عمودية على الحواف المتصلة بها أو المتصلة بالقاعدة ورأس المجسم.

**rotation** A transformation that turns every point of a preimage through a specified angle and direction about a fixed point, called the center of rotation. A rotation about a fixed point through an angle of $x°$ is a function that maps a point to its image such that

- if the point is the center of rotation, then the image and preimage are the same point, or
- if the point is not the center of rotation, then the image and preimage are the same distance from the center of rotation and the measure of the angle of rotation formed by the preimage, center of rotation, and image points is $x$.

**دوران محوري** تحويل يدير كل نقطة في الصورة الأصلية بزاوية محددة واتجاه نحو نقطة ثابتة تُسمى مركز الدوران المحوري. دوران محوري حول نقطة ثابتة بزاوية $x°$ هو دالة تخطط نقطة إلى صورتها بحيث

- إذا كانت النقطة هي مركز الدوران المحوري، فإن الصورة والصورة الأصلية تكونان نفس النقطة،
- أو إذا لم تكن النقطة هي مركز الدوران المحوري، فعندئذٍ ستكون الصورة والصورة الأصلية على المسافة نفسها من مركز الدوران المحوري وقياس زاوية الدوران المحوري التي كونتها الصورة الأصلية ومركز الدوران المحوري ونقاط الصورة هي $x$.

**rotational symmetry** If a figure can be rotated less than 360° about a point so that the image and the preimage are indistinguishable, the figure has rotational symmetry.

**تماثل دوراني** إذا أمكن تدوير الشكل بأقل من زاوية 360° حول نقطة ما بحيث لا يمكن التمييز بين الصورة والصورة الأصلية، فسيكون للشكل تماثل دوراني.

**row matrix** A matrix that has only one row.

**مصفوفة الصف** مصفوفة تحتوي على صف واحد فقط.

## S

**sample** A part of a population.

**عينة** جزء من المجتمع الإحصائي.

**sample space** The set of all possible outcomes of an experiment.

**فضاء العينة** مجموعة كافة النتائج المحتملة لتجربة ما.

**scale factor of dilation** The ratio of a length on an image to a corresponding length on the preimage.

**معامل مقياس تغيير الأبعاد** نسبة الطول في صورة ما إلى الطول المقابل في الصورة الأصلية.

**secant** For any angle, with measure $\alpha$, a point $P(x, y)$ on its terminal side, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\sec \alpha = \frac{r}{x}$.

**قاطع** في أي زاوية، بالقياس $\alpha$، نقطة $P(x, y)$ على ضلعها الطرفي، $r = \sqrt{x^2 + y^2}$، $\sec \alpha = \frac{r}{x}$.

**second-order determinant** The determinant of a $2 \times 2$ matrix.

**محدد من الرتبة الثانية** محدد المصفوفة $2 \times 2$.

**semi-regular tessellation** A uniform tessellation formed using two or more regular polygons.

**اصطفاف المضلعات شبه المنتظم** اصطفاف مضلعات موحد يتكون باستخدام مضلعين منتظمين أو أكثر.

**sequence** A list of numbers in a particular order.

**متتالية** قائمة الأعداد بترتيب معين.

**series** The sum of the terms of a sequence.

**متسلسلة** مجموع الفترات في متتالية ما.

**set-builder notation** The expression of the solution set of an inequality, for example $\{x \mid x > 9\}$.

**ترميز بناء مجموعة الحل** تعبير مجموعة الحل لمتباينة ما، على سبيل المثال $\{x \mid x > 9\}$.

**sigma notation** For any sequence $a_1, a_2, a_3, \ldots$, the sum of the first $k$ terms may be written $\sum_{n=1}^{k} a_n$, which is read "the summation from $n = 1$ to $k$ of $a_n$." Thus, $\sum_{n=1}^{k} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_k$, where $k$ is an integer value.

**ترميز سيجما** في أي متتالية $a_1, a_2, a_3, \ldots$، يمكن كتابة مجموع $k$ الفترات الأولى $\sum_{n=1}^{k} a_n$، ويقرأ "صيغة الجمع من $n = 1$ إلى $k$ من $a_n$." بالتالي $\sum_{n=1}^{k} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_k$، حيث يمثل k قيمة عدد صحيح.

**similarity transformation** When a figure and its transformation image are similar.

**تحويل تشابهي** عندما يكون الشكل وصورة تحويله متشابهين.

**simple event** One event.

**حدث بسيط** حدث واحد.

**simplify** To rewrite an expression without parentheses or negative exponents.

**تبسيط** إعادة صياغة تعبير ما بدون أقواس أو أسس سالبة.

**simulation** **1.** The use of a probability experiment to mimic a real-life situation. **2.** A probability model used to recreate a situation again and again so the likelihood of various outcomes can be estimated.

**محاكاة** 1. استخدام تجربة الاحتمال لمحاكاة موقف من واقع الحياة. 2. نموذج الاحتمال المستخدم في إعادة صياغة موقف ما يتكرر مرة بعد مرة بحيث يمكن تقدير احتمالية النتائج المختلفة.

**sine** For any angle, with measure $\alpha$, a point $P(x, y)$ on its terminal side, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\sin \alpha = \frac{y}{r}$.

**جيب الزاوية** في أي زاوية، ذات القياس $\alpha$، النقطة $P(x, y)$ على ضلعها الطرفي، $r = \sqrt{x^2 + y^2}$، $\sin \alpha = \frac{y}{r}$.

**slant height** The height of the lateral side of a pyramid or cone.

**ارتفاع جانبي** ارتفاع الضلع الجانبي لهرم أو مخروط.

**slope** The ratio of the change in $y$-coordinates to the change in $x$-coordinates.

**ميل** نسبة التغير في الإحداثيات الصادية إلى التغير في الإحداثيات السينية.

**slope-intercept form** The equation of a line in the form $y = mx + b$, where $m$ is the slope and $b$ is the $y$-intercept.

**صيغة الميل والمقطع** معادلة مستقيم في الصورة $y = mx + b$، حيث $m$ هو الميل و$b$ هو الجزء المقطوع من محور الصادات.

**solid of revolution** A three-dimensional figure obtained by rotating a plane figure about a line.

**مجسم الدوران** شكل ثلاثي الأبعاد نحصل عليه بدوران شكل مستو حول خط ما.

**solution** A replacement for the variable in an open sentence that results in a true sentence.

**حل** بديل عن المتغير في جملة مفتوحة ينتج عنه جملة صحيحة.

**solving a right triangle** The process of finding the measures of all of the sides and angles of a right triangle.

**حل مثلث قائم الزاوية** عملية إيجاد قياسات جميع أضلاع المثلث قائم الزاوية وزواياه.

**solving a triangle** Using given measures to find all unknown side lengths and angle measures of a triangle.

**حل المثلث** استخدام القياسات المعطاة لإيجاد جميع أطوال الأضلاع وقياسات الزوايا غير المعروفة لمثلث ما.

**square matrix** A matrix with the same number of rows and columns.

**مصفوفة تربيعية** مصفوفة تحتوي على العدد نفسه من الصفوف والأعمدة.

**square root function** A function that contains a square root of a variable.

**دالة الجذر التربيعي** دالة تحتوي على الجذر التربيعي لمتغير ما.

**square root inequality** An inequality involving the square root of a variable expression.

**متباينة الجذر التربيعي** متباينة تتضمن الجذر التربيعي لتعبير متغير.

**standard deviation** The square root of the variance.

**انحراف معياري** الجذر التربيعي للتباين.

**standard form** **1.** A linear equation written in the form $Ax + By = C$, where $A$, $B$, and $C$ are integers whose greatest common factor is 1, $A \geq 0$, and $A$ and $B$ are not both zero. **2.** A quadratic equation written in the form $ax^2 + bx + c = 0$, where $a$, $b$, and $c$ are integers, and $a \neq 0$.

**صورة قياسية** 1. معادلة خطية مكتوبة في الصورة $Ax + By = C$، حيث $A$ و$B$ و$C$ أعداد صحيحة عاملها المشترك الأكبر هو 1A **أكبر من أو يساوي 0** و$A$ و$B$ ليسا صفرين. 2. تُكتب المعادلة التربيعية في الصورة $ax^2 + bx + c = 0$، حيث $a$ و$b$ و$c$ أعداد صحيحة، و$a \neq 0$.

**standard normal distribution** A normal distribution with a mean of 0 and a standard deviation of 1.

**توزيع طبيعي معياري** توزيع طبيعي باستخدام متوسط حسابي يساوي **0** وانحراف معياري يساوي **1**.

**standard position** An angle positioned so that its vertex is at the origin and its initial side is along the positive $x$-axis.

**موقع قياسي** زاوية محدد موقعها بحيث يكون رأسها في الأصل وضلعها الابتدائي على امتداد المحور السيني الموجب.

**statistic** A measure that describes a characteristic of a sample.

**إحصاء** مقياس يوضح خاصية عينة ما.

**statistical inference** Use information from a sample to draw conclusions about a population.

**استدلال إحصائي** استخدام المعلومات المستقاة من العينة للتوصل إلى استنتاجات عن مجتمع إحصائي.

**step function** A function whose graph is a series of line segments.

**دالة درجية** دالة يمثل الرسم البياني بها مجموعة من القطع المستقيمة.

**substitution method** A method of solving a system of equations in which one equation is solved for one variable in terms of the other.

**طريقة التعويض** طريقة لحل نظام من المعادلات يتم فيه حل معادلة واحدة لمتغير واحد فيما يخص الآخر.

**survey** Used to collect information about a population.

**دراسة استقصائية** تستخدم في جمع معلومات عن مجتمع إحصائي.

**symmetry** A figure has symmetry if there exists a rigid motion—reflection, translation, rotation, or glide reflection—that maps the figure onto itself.

**تماثل** يحتوي أحد الأشكال على تماثل في حالة وجود حركة قوية – انعكاس أو انسحاب أو دوران محوري أو انعكاس انحداري – تتطابق مع الشكل نفسه.

**synthetic division** A method used to divide a polynomial by a binomial.

**قسمة تركيبية** طريقة تستخدم لقسمة دالة كثير الحدود على دالة ذات حدين.

**synthetic substitution** The use of synthetic division to evaluate a function.

**تعويض تركيبي** استخدام القسمة التركيبية لتقيم دالة معينة.

**system of equations** A set of equations with the same variables.

**نظام المعادلات** مجموعة المعادلات التي تحتوي على نفس المتغيرات.

**system of inequalities** A set of inequalities with the same variables.

**نظام المتباينات** مجموعة المتباينات التي تحتوي على نفس المتغيرات.

## T

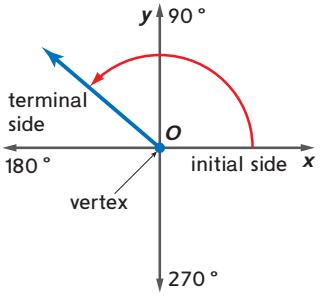
**tangent** **1.** A line that intersects a circle at exactly one point. **2.** For any angle, with measure $\alpha$, a point $P(x, y)$ on its terminal side, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\tan \alpha = \frac{y}{x}$. **3.** A line that intersects a sphere in exactly one point.

**مماس** **1.** خط يتقاطع مع دائرة عند نقطة واحدة بالضبط. **2.** بالنسبة إلى أي زاوية ذات قياس $\alpha$، النقطة $P(x, y)$ على ضلعها النهائي، $r = \sqrt{x^2 + y^2}$، $\tan \alpha = \frac{y}{x}$. **3** المماس خط يتقاطع مع كرة في نقطة واحدة بالضبط.

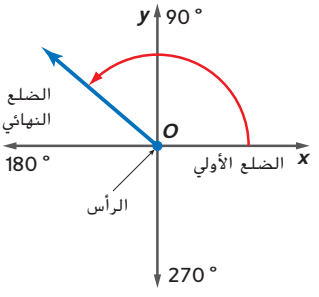
**term** **1.** The monomials that make up a polynomial.
**2.** Each number in a sequence or series.

**حد** **1.** أحاديات الحد التي تشكل دالة كثيرة الحدود.
**2.** كل عدد في تسلسل أو سلسلة.

**terminal side** A ray of an angle that rotates about the center.




**ضلع الإنتهاء** شعاع زاوية يدور حول المركز.



**tessellation** A pattern that covers a plane by transforming the same figure or set of figures so that there are no overlapping or empty spaces.

**تغطية بالفسيفساء** نمط ما يغطي المستوى من خلال تحويل نفس الشكل أو مجموعة الأشكال بحيث لا يوجد تداخل أو مساحات فارغة.

**theoretical probability** What should occur in a probability experiment.

**احتمال نظري** ما ينبغي أن يحدث في تجربة احتمالية معينة.

**theoretical probability distribution** A distribution of probabilities based on what is expected to happen.

**توزيع الاحتمال النظري** توزيع الاحتمالات القائمة على ما يتوقع أن يحدث.

**third-order determinant** Determinant of a $3 \times 3$ matrix.

**محدد ذو رتبة ثالثة** محدد مصفوفة $3 \times 3$.

**topographic map** A representation of a three-dimensional surface on a flat piece of paper.

**خريطة طبوغرافية** تمثيل لسطح ثلاثي الأبعاد على قطعة ورقية مستوية.

**transformation** In a plane, a mapping for which each point has exactly one image point and each image point has exactly one preimage point.

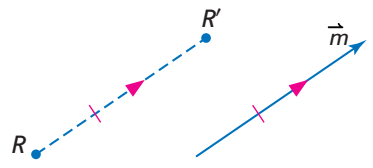
**تحويل** يشير التحويل في أحد المستويات إلى التخطيط الذي تحتوي كل نقطة فيه على نقطة صورة واحدة بالضبط وتحتوي كل نقطة صورة على نقطة صورة أصلية واحدة بالضبط.

**translation** **1.** A figure is moved from one location to another on the coordinate plane without changing its size, shape, or orientation. **2.** A transformation that moves a figure the same distance in the same direction. A translation is a function that maps each point to its image along a vector such that each segment joining a point and its image has the same length as the vector, and this segment is also parallel to the vector.

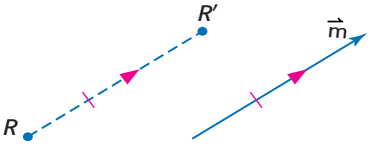
**انسحاب** 1. شكل يتم تحريكه من موقع إلى آخر على المستوى الإحداثي دون تغيير حجمه أو شكله أو اتجاهه. 2. تحويل يحرك الشكل في نفس البعد وفي نفس الاتجاه. الانسحاب دالة تربط كل نقطة بصورتها على متجه ما بحيث تكون كل قطعة متصلة بنقطة وتكون صورة هذه النقطة بنفس طول المتجه، وتكون هذه القطعة أيضًا موازية للمتجه.

**translation vector** The vector in which a translation maps each point to its image.

**متجه الانسحاب** المتجه الذي يربط فيه الانسحاب كل نقطة بصورتها.




Point $R'$, is a translation of point $R$ along translation vector $m$.




النقطة $R'$ هي انسحاب للنقطة $R$ على امتداد محور الانسحاب $m$

**transverse axis** The segment of length $2a$ whose endpoints are the vertices of a hyperbola.

**محور مستعرض** قطعة الطول $2a$ التي تكون نقاط نهايتها هي رؤوس القطع الزائد.

**tree diagram** A diagram that shows all possible outcomes of an event.

**مخطط الشجرة** مخطط يعرض جميع النتائج المحتملة لحادث ما.

**trigonometric equation** An equation containing at least one trigonometric function that is true for some but not all values of the variable.

**معادلة مثلثية** معادلة تحتوي على دالة مثلثية واحدة على الأقل والتي تكون ذات قيمة حقيقية لبعض قيم المتغير وليس كلها.

**trigonometric functions** For any angle, with measure $\alpha$, a point $P(x, y)$ on its terminal side,

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$, the trigonometric functions of $\alpha$ are as follows.

$$\sin \alpha = \frac{y}{r} \qquad \cos \alpha = \frac{x}{r} \qquad \tan \alpha = \frac{y}{x}$$
$$\csc \alpha = \frac{r}{y} \qquad \sec \alpha = \frac{r}{x} \qquad \cot \alpha = \frac{x}{y}$$

**دوال مثلثية** لأي زاوية ذات قياس $\alpha$، نقطة $P(x, y)$ على ضلعها النهائي، $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ، وفيما يلي الدوال المثلثية لـ $\alpha$.

$$\sin \alpha = \frac{y}{r} \qquad \cos \alpha = \frac{x}{r} \qquad \tan \alpha = \frac{y}{x}$$
$$\csc \alpha = \frac{r}{y} \qquad \sec \alpha = \frac{r}{x} \qquad \cot \alpha = \frac{x}{y}$$

**trigonometric identity** An equation involving a trigonometric function that is true for all values of the variable for which the function is defined.

**متطابقة مثلثية** عبارة رياضية تتضمن دالة مثلثية ذات قيمة حقيقية لجميع قيم المتغير الذي تم تحديد الدالة له.

**trigonometric ratio** Compares the side lengths of a right triangle.

**نسبة مثلثية** تقارن أطوال أضلاع مثلث قائم الزاوية.

**trigonometry** The study of the relationships between the angles and sides of a right triangle.

**حساب المثلثات** دراسة العلاقات بين زوايا مثلث قائم الزاوية وأضلاعه.

**turning point** Point at which a graph turns. The location of relative maxima or minima.

**نقطة الدوران** نقطة يدور عندها رسم بياني. موقع الحد الأقصى أو الأدنى النسبي.

## U

**unbounded** A system of inequalities that forms a region that is open.

**غير محدود** نظام المتباينات الذي يشكل منطقة مفتوحة.

**uniform probability model** An experiment for which all outcomes are equally likely.

**نموذج الاحتمال المنتظم** تجربة من المرجح أن تتساوى فيها كل النتائج.

**uniform tessellations** Tessellations containing the same arrangement of shapes and angles at each vertex.

**تغطيات بالفسيفساء المنتظمة** التغطيات بالفسيفساء التي تحتوي على نفس ترتيب الأشكال والزوايا عند كل رأس.

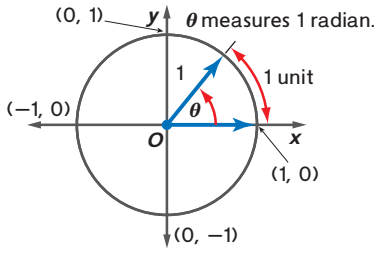
**union** The graph of a compound inequality containing or.

**ربط** التمثيل البياني الذي يحتوي على متباينة مركبة.

**unit analysis** The process of including unit measurement when computing.

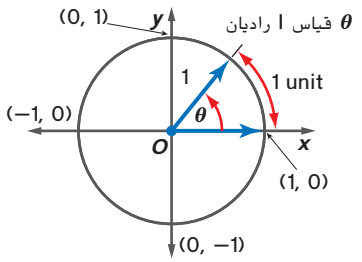
**تحليل الوحدة** العملية التي تتضمن وحدات القياس عند الحساب.

**unit circle** A circle of radius 1 unit whose center is at the origin of a coordinate system.




**univariate data** Data with one variable.

**دائرة الوحدة** دائرة نصف قطرها يساوي 1 ويكون مركزها عند نقطة أصل النظام الإحداثي.




**بيانات أحادية المتغير** بيانات تتكون من متغير واحد.

## V

**variable** **1.** A characteristic of a population that can assume different values called *data.* **2.** A symbol, usually a letter, used to represent an unknown quantity.

**متغير** 1. إحدى سمات المجتمع الإحصائي تحمل قيمًا مختلفة يُطلق عليها بيانات. 2. رمز يستخدم لتمثيل كمية غير معروفة وعادة ما يكون حرفًا.

**variable matrix** A matrix that only contains the variables of a system of equations.

**مصفوفة المتغيرات** مصفوفة تحتوي فقط على متغيرات نظام المعادلات.

**variance** The mean of the squares of the deviations from the arithmetic mean.

**تباين** متوسط مربعات الانحرافات من المتوسط الحسابي.

**vertex** **1.** Any of the points of intersection of the graphs of the constraints that determine a feasible region.
**2.** The point at which the axis of symmetry intersects a parabola. **3.** The point on each branch nearest the center of a hyperbola.

**رأس** 1. أي من نقاط تقاطع التمثيلات البيانية للقيود التي تحدد منطقة الحلول العملية.
2. النقطة التي عندها يتقاطع محور التماثل مع القطع المكافئ. 3. النقطة التي توجد على أقرب فرع لمركز القطع الزائد.

**vertical asymptote** If the related rational expression of a function is written in simplest form and is undefined for $x = a$, then $x = a$ is a vertical asymptote.

**خط مقارب رأسي** في حالة كتابة التعبير النسبي ذات الصلة بدالة معينة في أبسط صوره ويكون غير محدد لـ $x = a$، فمن ثم يصبح $x = a$ هو الخط المقارب الرأسي.

**vertical line test** If no vertical line intersects a graph in more than one point, then the graph represents a function.

**اختبار المستقيم الرأسي** في حالة عدم تقاطع خط رأسي مع تمثيل بياني في أكثر من نقطة واحدة، إذا يمثل التمثيل البياني دالة معينة.

**vertical shift** When graphs of trigonometric functions are translated vertically.

**إزاحة رأسية** في حالة انسحاب التمثيلات البيانية للدوال المثلثية رأسيًا.

**vertices** **ellipse**—The endpoints of the major axis. **hyperbola**—The endpoints of the transverse axis.

**رؤوس** **القطع الناقص**—نقاط نهاية المحور الأكبر. **القطع الزائد**— نقاط نهاية المحور المستعرض.

## W

**weight** The value assigned to an edge in a vertex-edge graph.

**وزن** القيمة المحددة لحافة ما في الرسم البياني لحافة الرأس.

**weight of a path** The sum of the weights of the edges along a path.

**وزن المسار** إجمالي أوزان الحواف على المسار.

**weighted average** A method for finding the mean of a set of numbers in which some elements of the set carry more importance, or weight, than others.

**متوسط حسابي مرجح** طريقة لإيجاد متوسط مجموعة الأعداد التي تحمل فيها بعض عناصر المجموعة قيمة أو وزن أكبر مقارنة بغيرها.

**weighted vertex-edge graphs** A collection of nodes connected by edges in which each edge has an assigned value.

**رسوم بيانية مرجحة لحواف الرأس** مجموعة العقد المرتبطة بالحواف والتي تمتلك فيها كل حافة قيمة محددة.

**whole numbers** {0, 1, 2, 3, 4, ...}

**أعداد صحيحة** {0, 1, 2, 3, 4, ...}.

## X

***x*-intercept** The *x*-coordinate of the point at which a graph crosses the *x*-axis.

**تقاطع مع المحور السيني** الإحداثي السيني للنقطة التي يتقاطع عندها الرسم البياني مع المحور السيني.

## Y

***y*-intercept** The *y*-coordinate of the point at which a graph crosses the *y*-axis.

**تقاطع مع المحور الصادي** الإحداثي الصادي للنقطة التي يتقاطع عندها الرسم البياني مع المحور الصادي.

## Z

**z-value** The number of standard deviations that a given data value is from the mean.

**قيمة z** عدد الانحرافات المعيارية التي تحصل عليها قيمة بيانات محددة من المتوسط الحسابي.

# نسخة الطلاب

### نسخة المعلم

**Page vii:** Jim Guy/Shutterstock.com; **p. viii:** Mikael Damkier/Shutterstock.com; **p. ix:** Roine Magnusson/Getty Images; **p. x:** Blend Images-DreamPictures/Getty Images; **p. xi:** Luboslav Tiles/Shutterstock.com; **p. xiii:** Purestock/Getty Images; **p. xiv:** © Isadora Getty Buyou/Image Source, all rights reserved.; **p. xix:** Maria Teijeiro/Photodisc/Getty Images; **p. xvii:** MIXA/Getty Images; **p. xviii:** Dennis Welsh/UpperCut Images/Getty Images; **p. xxi:** J. Castro/Getty Images; **p. xxii:** age fotostock/SuperStock; **p. P0001:** Jim Guy/Shutterstock.com; **p. P0023:** Jiri Flogel/Shutterstock.com; **p. 2:** Mikael Damkier/Shutterstock.com; **p. 5:** Tetra Images/Glow Images; **p. 11:** Dream79/Shutterstock.com; **p. 13:** Malcolm Case-Green/Alamy; **p. 14:** Vitalliy/Shutterstock.com; **p. 19:** Historical image collection by Bildagentur-online/Alamy; **p. 27:** bikeriderlondon/Shutterstock.com; **p. 28:** TZIDO SUN/Shutterstock.com; **p. 33:** McGraw-Hill Education; **p. 36:** Monkey Business Images/Shutterstock.com; **p. 44:** Ksenia Ragozina/Shutterstock.com; **p. 54:** Antonio Guillem/Shutterstock.com; **p. 58:** Roine Magnusson/Getty Images; **p. 70:** Lissa Harrison; **p. 76:** Glen Allison/Photodisc/Getty Images; **p. 77:** rubberball/Getty Images; **p. 81:** Comstock/Getty Images; **p. 83:** Lucky Business/Shutterstock.com; **p. 88:** Patrick Abell/Alamy; **p. 95:** Bygone Collection/Alamy; **p. 98:** Purestock/SuperStock; **p. 104:** Suzanne Tucker/Shutterstock.com; **p. 110:** © Pauline St. Denis/Fancy/Corbis; **p. 120:** ConstantinosZ/Shutterstock.com; **p. 124:** Blend Images-DreamPictures/Getty Images; **p. 132:** Brendan Hoffman/Alamy; **p. 133:** Harald Hinze/age fotostock; **p. 135:** Purestock/Getty Images; **p. 138:** NASA; **p. 139:** wavebreakmedia/Shutterstock.com; **p. 146:** koya979/Shutterstock.com; **p. 148:** Kzenon/Shutterstock.com; **p. 156:** Radius Images/Alamy; **p. 161:** Conny Sjostrom/Shutterstock.com; **p. 163:** Volt Collection/Shutterstock.com; **p. 172:** Courtesy Ichinoseki City Museum, Japan; **p. 173:** Tetra Images/Alamy; **p. 175:** (l)r.nagy/Shutterstock.com, (r)Greg K__ca/Shutterstock.com; **p. 184:** ConstantinosZ/Shutterstock.com; **p. 188:** Luboslav Tiles/Shutterstock.com; **p. 191:** Buras/shutterstock.com; **p. 194:** ColorBlind Images/Getty Images; **p. 208:** Jamie Grill/Getty Images; **p. 216:** Everett Collection Inc/Alamy; **p. 219:** Subhash Sharma/ZUMA Wire/ZUMAPRESS/Alamy; **p. 229:** Mary Madsen/Science Source; **p. 238:** bikeriderlondon/Shutterstock.com; **p. 244:** Mark Dierker/McGraw-Hill Education; **p. 253:** Javier Larrea/age fotostock; **p. 264:** PhotoAlto/Laurence Mouton/Getty Images.

### شكر و تقدير

**Page xi:** McGraw-Hill Education; **p. xvii:** Jim Guy/Shutterstock.com; **p. xviii:** Mikael Damkier/Shutterstock.com; **p. xix:** Roine Magnusson/Getty Images; **p. xx:** Blend Images-DreamPictures/Getty Images; **p. xxi:** Luboslav Tiles/Shutterstock.com; **p. xxiii:** Purestock/Getty Images; **p. xxiv:** © Isadora Getty Buyou/Image Source, all rights reserved.; **p. xxvii:** MIXA/Getty Images; **p. xxviii:** Dennis Welsh/UpperCut Images/Getty Images; **p. xxix:** Maria Teijeiro/Photodisc/Getty Images; **p. xxxi:** J. Castro/Getty Images; **p. xxxii:** age fotostock/SuperStock.