



دائرة التعليم والمعرفة

مدرسة أشبال القدس الثانوية الخاصة

الوحدة الثانية الدوال الاسية للصف الحادي عشر متقدم

+ الوحدة الثالثة الصف الثاني عشر العام الفصل الدراسي الاول

نموذج الاجابة

اعداد المعلمة: ماجدة علي خلف الله

I ♥
Math
1+1=11

الوحدة الثانية 1-2 الدوال الأسية

اهداف الدرس: 1 - تقييم الدوال الأسية 2- تحليل الدوال الأسية

$$f(x) = \frac{1}{4}(2)^{-x}$$

$$f(x) = 0.5(2)^x$$

$$b^{-x} = \frac{1}{b^x} = \left(\frac{1}{b}\right)^x$$

$$f(x) = 7^x$$

$$b^{-x} = (b^{-1})^x = \left(\frac{1}{b}\right)^x$$

مثال 1

أي من الدوال التالية لا يمكن اعتبارها دالة أسية:

a. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.b. $y = (1)^x$.c. $y = (2)^x$.d. $y = (0.3)^x$

أي من الدوال التالية يعتبر دالة أسية امتحان 2017-2018

a) $f(x) = 5x^5$

b) $f(x) = \frac{5}{x^2}$

c) $f(x) = x^{\frac{1}{5}}$

d) $f(x) = 5^x$

مثال مثل كل دالة بيانيا" وحللها ووضح المجال والمدى ونقاط التقاطع ومستقيمات التقارب والسلوك الطرفي والتناقص $f(x) = 2^x$

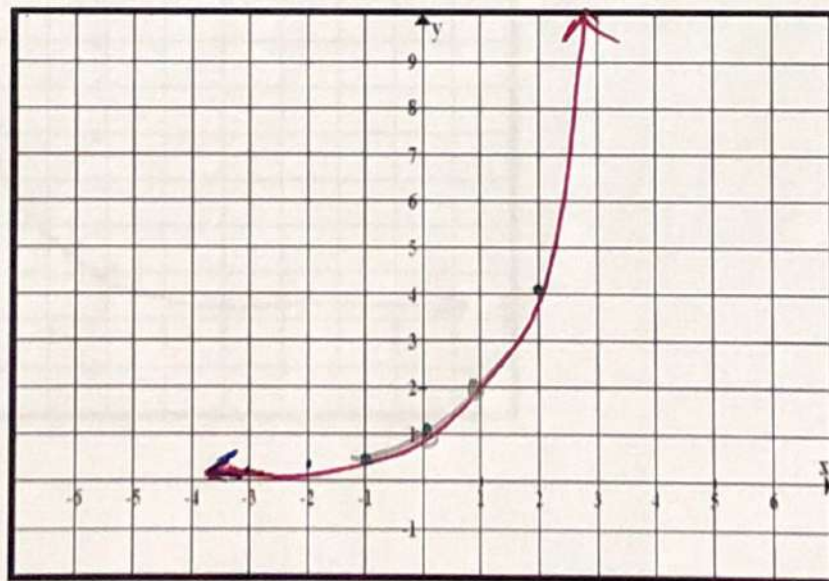
x	-4	-2	-1	0	2	4	6
$f(x) = 2^x$	0.062	0.25	0.5	1	4	16	64

1- المجال \mathbb{R} $(-\infty, \infty)$ 2- المدى $(0, \infty)$

3- التقاطع مع المحور الرأسي $(0, 1)$ 4- الخط المقارب $(\text{محور } x, y=0)$

5- السلوك الطرفي ① $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ 6- التزايد $(-\infty, \infty)$

② $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$



تمرين مثل كل دالة بيانياً وحلها ووضح المجال والمدى ونقاط التقاطع ومستقيمات التقارب والسلوك الطرفي والتزايد والتناقص

والسلوك الطرفي والتزايد والتناقص $f(x) = 2^{-x}$ **والنقاط التقاطع مع محور y**

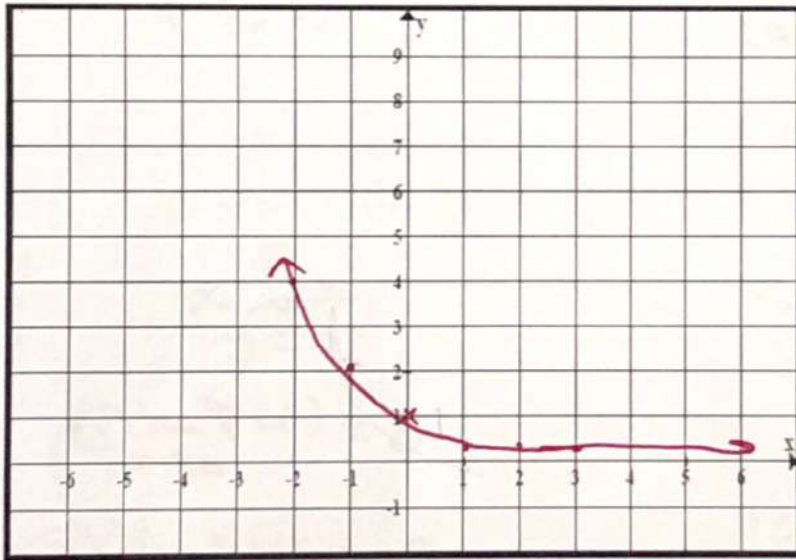
x	-4	-2	-1	0	2	4	6
$f(x) = 2^{-x}$	16	4	2	1	0.5	0.06	0.015

1- المجال $(-\infty, \infty)$ أو \mathbb{R} 2- المدى $(0, \infty)$

3- نقاط التقاطع مع المحور الرأسي $(1, 0)$ 4- الخط المقارب **محور x** ($y=0$)

5- السلوك الطرفي ① $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ 6- التناقص $(-\infty, \infty)$

② $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$

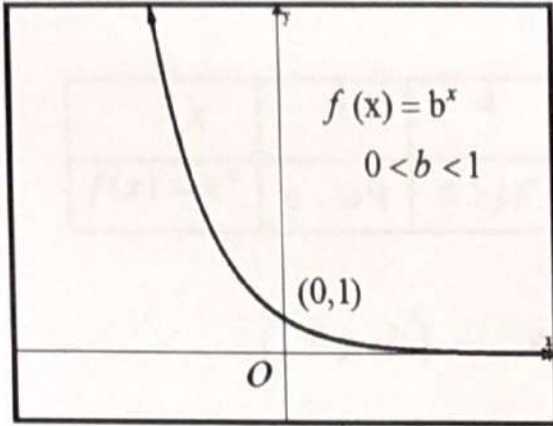


$(0, -1)$

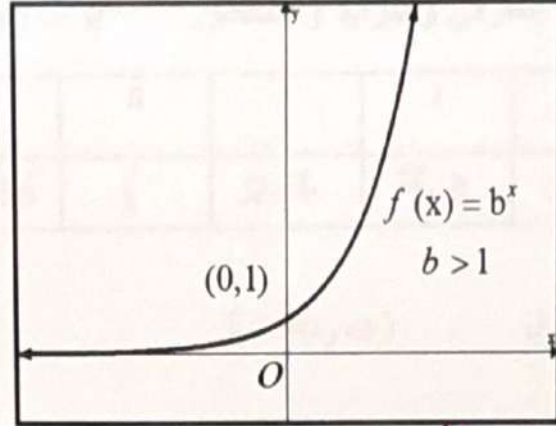
$(1, \frac{1}{2})$

$(-1, 2)$

التضاؤل الأسى



النمو الأسى



$(-\infty, \infty)$

(∞, ∞)

$(0, 1)$

$(-\infty, \infty)$

(∞, ∞)

$(0, 1)$

1-المجال

2-المدى

3-نقاط التقاطع مع المحور الرأسى

4- نقاط التقاطع مع المحور الرأسى

محور x
y = 0

① $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$

② $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$

التالى متصل
على مجال

محور x
y = 0

① $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

② $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

5-الخط المقارب

6-السلوك الطرفى

7-القيم القصوى

لا يوجد

التالى متصل
على مجال

التمثيل البياني للدالة الأسية طبيعية الأساس

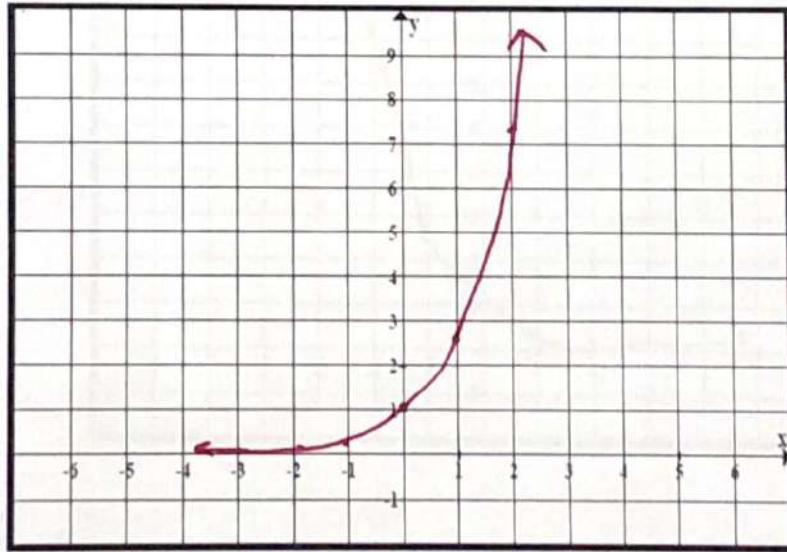
مثال مثل كل دالة بيانياً وحلها ووضع المجال والمدى ونقاط التقاطع ومستقيمات التقارب والسلوك الطرفي والتناقص $f(x) = e^x$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x) = e^x$	0.04	0.135	0.36	1	2.7	7.3	20

1-المجال $(-\infty, \infty)$ 2- المدى $(0, \infty)$

3- نقاط التقاطع مع المحور الرأسي $(0, 1)$ 4- الخط المقارب $y = 0$

5- السلوك الطرفي $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$
 6- التناقص $(-\infty, \infty)$ **تزايد**



$(0, 1)$ $(1, 2.7)$
 $(-1, \frac{1}{e})$ $(-1, 0.36)$

تمرين مثل كل دالة بيانياً وحللها ووضح المجال والمدى ونقاط التقاطع ومستقيمات التقارب والسلوك الطرفي والتزايد والتناقص

$f(x) = e^{-x}$ انعكاس حول محور y

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x) = e^{-x}$	20	7.3	2.7	1	0.36	0.135	0.05

$(0, \infty)$

-2 المدى

\mathbb{R}

1-المجال

4- الخط المقارب $(y=0)$ x محور

3- نقاط التقاطع مع المحور الرأسي $(1, 0)$

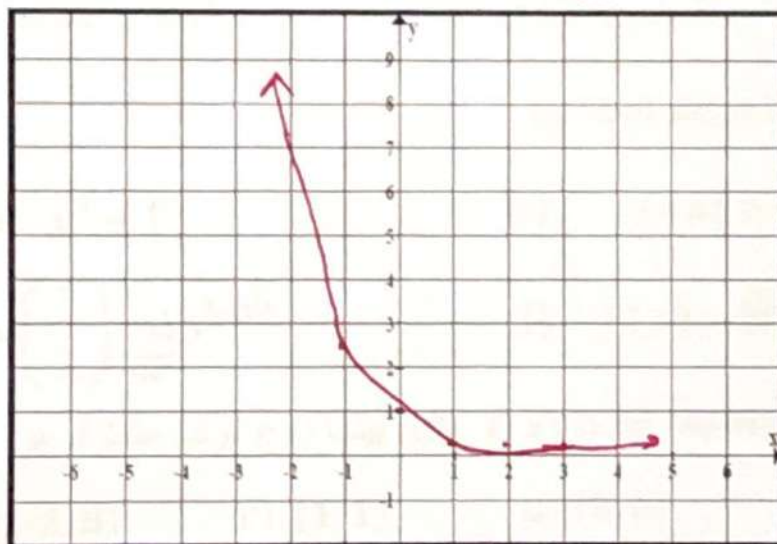
$(-\infty, \infty)$

-6 التناقص

① $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$

5- السلوك الطرفي

② $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$



$(\frac{1}{e})^x$

$(\frac{1}{e}, 0)$

$(1, 0)$

$(1, 0.36)$

$(1, 0.36)$

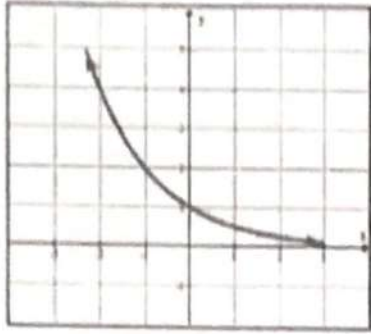
$(-1, \frac{1}{e})$

$(-1, 2.7)$

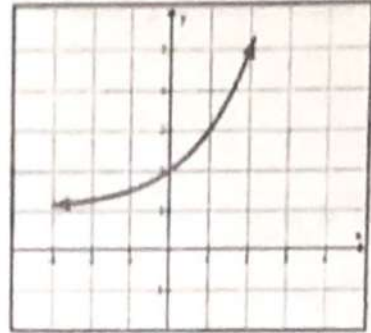
1 حدد التمثيل البياني المقابل للدالة $f(x) = 2^{-x}$

مرفوض تضاؤل

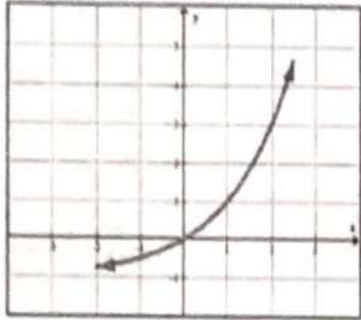
a)



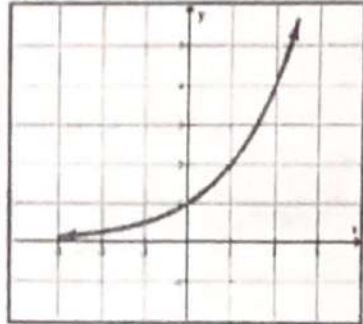
b)



c)



d)



2 حدد الدالة التي تمثل تضاؤلاً أسياً .

مرفوض

a) $f(x) = x^2 + 1$

b) $f(x) = (3)^x$ مرفوض (عشو)

c) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ تضاؤل

d) $f(x) = (4)^x + 1$ مرفوض (عشو)

3 جميع الدوال بالصيغة $f(x) = b^x$ يكون بينها زوج مرتب مشترك هو

a) (0, 1)

b) (1, 0)

c) (1, 1)

d) (0, 0)

4 أي من الدوال الآتية تعتبر دالة نمو "أسياً" ؟ امتحان 2018-2017

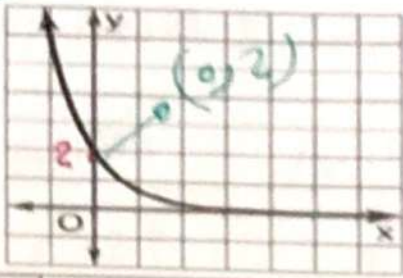
a) $3(1.3)^x$

b) $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^x$ تضاؤل

c) $4(0.7)^x$ تضاؤل

d) $2\left(\frac{1}{3}\right)^x$ تضاؤل

تصاویر

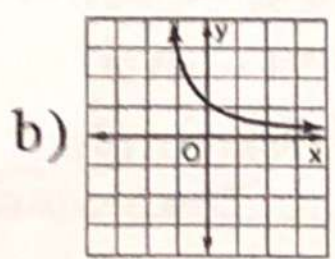
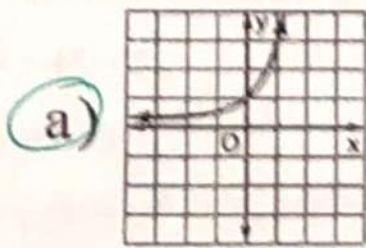


ما معادلة الدالة الموضحة؟

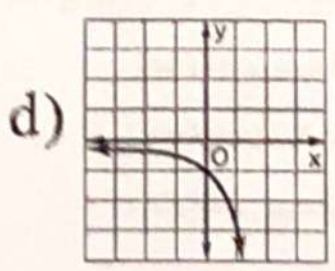
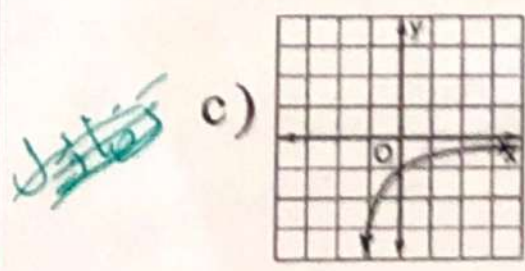
A	$y = 2(3)^x$	$x=0 \rightarrow y=2$	مرفوض عنو
B	$y = 3\left(\frac{1}{2}\right)^x$	$x=0 \rightarrow y=3$	
C	$y = 2\left(\frac{1}{3}\right)^x$	$x=0 \rightarrow y=2$	(0, 2)
D	$y = 3(2)^x$	$x=0 \rightarrow y=3$	مرفوض عنو

$f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
عنو

اختر الرسم البياني لـ $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$ بعد تعديل



تصاویر



تمرين : حدد الدالة الرئيسية $f(x)$ للدالة $g(x)$ وصف علاقة الرسم البياني لكل دالة $f(x)$ و $g(x)$

الدالة $g(x)$	الدالة الرئيسية $f(x)$	وصف العلاقة الرسم البياني
$e^x + 2 \uparrow$	e^x	ازاحة لاعلى وحريص
$e^x - 3 \downarrow$	e^x	ازاحة لاسفل 3 وحدات
$3e^x$	e^x	عند رأسي مماثل 3
e^{x+1}	e^x	ازاحة نحو اليسار مقدا 1
$2e^x + 1 \uparrow$	e^x	ازاحة لاعلى مقدا 1 عند رأسي مماثل 2
$\frac{1}{4}e^{x-1} + 2 \uparrow$	e^x	ازاحة لاعلى مقدا 2 ازاحة لليمين مقدا 1 عند رأسي مماثل 1/4
$e^{-x} + 2 \uparrow$	e^x	ازاحة لاعلى مقدا 2 انعكاس على محور y

امتحان 2017-2018

1) معادلة الدالة $f(x) = 4^x$ بعد انعكاسها حول المحور الأفقي وازاحتها 3 وحدات الى اليمين و5 وحدات للاسفل تكون

a) $f(x) = -4^x - 5$

b) $f(x) = 4^{-x+3} - 5$

c) $f(x) = 4^x - 5$

d) $f(x) = 4^{x-3} - 5 \downarrow$

(- انعكاس حول محور x و محور افقي y)

2) كيف تحصل على التمثيل البياني للدالة $g(x) = 2^{(1-x)}$ انطلاقا من تمثيل الدالة $f(x) = 2^x$

1) انعكاس حول المحور الأفقي x وازاحة لليمين وحدة واحدة

2) انعكاس حول المحور الراسي y وازاحة لليساو وحدة واحدة

3) انعكاس حول المحور الراسي y وازاحة لليمين وحدة واحدة

4) انعكاس حول المحور الأفقي x وازاحة لليساو وحدة واحدة

عناصل
لاش عند تغيير الازاحة
الافقي مماثل $x=1$

المراوحة المركبة

إذا تم استثمار رأس مال P بنسبة فائدة r مركبة (بصيغة عشرية) تتم إضافتها n مرات في العام . يكون الرصيد A في الحساب بعد t من السنوات كالتالي

$$A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

تمرين : تستثمر مريم 300 AED في حساب بنسبة مراوحة 6% بدون إجراء أي إيداعات أو سحبوات أخرى . ماذا سيكون رصيد حساب مريم بعد 20 عاما إذا كانت نسبة المراوحة مركبة :

1- كل نصف عام « 6 شهور »
 $n = 2$

$$A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$
$$= 300\left(1 + \frac{6\%}{2}\right)^{2 \times 20} = 978.6$$

2- شهريا"
 $n = 12$

$$300\left(1 + \frac{6\%}{12}\right)^{12 \times 20} = 993.06$$

3- يوميا"
 $n = 365$

$$300\left(1 + \frac{6\%}{365}\right)^{365 \times 20} = 995.43$$

المرابحة المركبة المستمرة

إذا تم استثمار رأس مال P بنسبة فائدة r مركبة (بصيغة عشرية) تتم إضافتها باستمرار . يكون الرصيد A في الحساب بعد t من السنوات كالتالي

$$A = Pe^{rt}$$

تمرين : تستثمر مريم 300 AED في حساب بنسبة مرابحة مركبة مستمرة 6% بدون إجراء أي إيداعات أو سحبيات أخرى . ماذا سيكون رصيد حساب مريم بعد 20 عاما .

$$\begin{aligned} A &= P e^{rt} \\ &= 300 \times e^{6\% \times 20} \\ &= 996.03 \end{aligned}$$

المفهوم الأساسي : المعادلات الأسية للنمو أو التضاؤل

إذا علمت أن المبلغ الأولي N_0 ينمو أو يتضاعف بمعدل أسّي r أو k (في صورة كسر عشري)
فحينها يمكن تمثيل المبلغ النهائي N بعد مدة t بالمعادلات التالية

نمو أو تضاؤل أسّي مستمر

$$N = N_0 e^{kt}$$

إذا كان k يمثل معدل نمو ، فعندها $k > 0$

إذا كان k يمثل معدل تضاؤل ، فعندها $k < 0$

نمو أو تضاؤل أسّي

$$N = N_0 (1+r)^t$$

إذا كان r يمثل معدل نمو ، فعندها $r > 0$

إذا كان r يمثل معدل تضاؤل ، فعندها $r < 0$

تمرين : يبلغ عدد سكان المكسيك 110 ملايين نسمة تقريبا . إذا استمر التعداد السكاني في المكسيك
بالنمو بالمعدل المذكور . فتوقع التعداد السكاني في المكسيك بعد ، 20 عاما

$$N = N_0 (1+r)^t$$

1.42% سنويا (20) أعوام

$$110 (1+1.42\%)^{20} = 145.8$$

N_0

1.42% باستمرار (20) أعوام

$$N = N_0 e^{rt}$$

$$= 110 \times e^{1.42\% \times 20}$$

146

تمرين : ينخفض عدد سكان إحدى المدن بمعدل 6% ، فإذا كان عدد السكان حاليا 12500 نسمة ،
فتوقع عدد السكان خلال 5 ، 10 أعوام .

6% سنويا (10) أعوام

$$N = N_0 (1+r)^t$$

$$= 12500 (1-0.06)^{10}$$

6732.6

6% سنويا (5) أعوام

$$N = N_0 (1+r)^t$$

$$12500 (1-6\%)^5$$

9173.8

BONUS زرق زوجان للتو بطفل ويريدان وضع وديعة فوزًا لتعليمه الجامعي. استخدم المعلومات الواردة أدناه لتحديد مقدار المال الذي ينبغي أن يستثمراه .

AED 60,000

معدل نسبة المربحة: 9%
إضافة الفائدة، يوميًا

0 عام من العمر

18 عامًا من العمر

$$A = P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt}$$

$$t = 18 \quad n = 365 \quad r = 9\%$$

$$60000 = P \left(1 + \frac{9\%}{365} \right)^{365 \times 18}$$

$$P = \frac{60000}{\left(1 + \frac{9\%}{365} \right)^{365 \times 18}} = 11876$$

138. مراجعة يقل وزن قطعة صابون بمعدل 2.5% مع كل مرة استخدام. فإذا كان وزن قطعة صابون تبلغ 95 جرامًا عندما تكون جديدة، فما وزنها مع التقريب لأقرب جرام بعد 15 استعمالًا؟

F 58 g

H 65 g

G 59 g

J 93 g

$$N = 95 (1 - 2.5\%)^{15} = 64.98 \approx 65$$

المعرفة العالية ادخرت هند AED 1200 من عملها بالوظائف الصيفية وتريد استثمار المبلغ ليكون لديها بعض المال الإضافي عند التخرج من الجامعة بعد 5 سنوات. (المسألة 12)

a. كم سيتوفر لدى هند إذا استثمرت المال بمعدل مربحة سنوي 7.2% مركب شهريًا؟

b. كم سيتوفر لدى هند إذا استثمرت المال بمعدل مربحة سنوي 7.2% مركب بصفة مستمرة؟

$$\textcircled{a} \quad A = P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt}$$

$$= 1200 \left(1 + \frac{7.2\%}{12} \right)^{12 \times 5}$$

$$\textcircled{b} \quad A = P e^{rt}$$

$$= 1200 \times e^{7.2\% \times 5}$$

اهداف الدرس: 1- وضع تقييما" للتعبير التي تتضمن لوغاريتمات 2- رسم الدوال اللوغاريتمية وتحليلها

① $y = b^x \Rightarrow \log_b y = x$

② $x = b^y \Rightarrow \log_b x = y$

الشكل الاسي

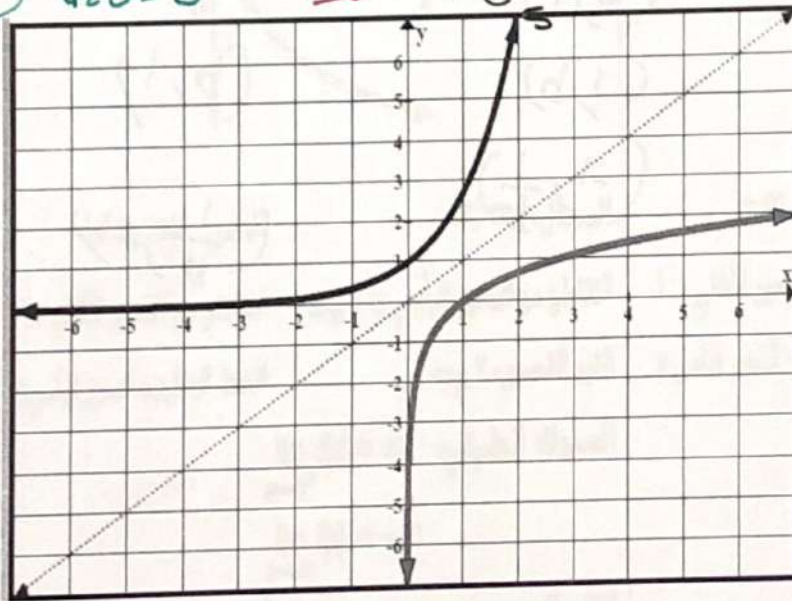
$$b^y = x$$

الشكل اللوغاريتمي

$$y = \log_b x$$

③ $8 = 2^3 \Rightarrow \log_2 8 = 3$

④ $625 = 5^4 \Rightarrow \log_5 625 = 4$



الربط بين التعبيرين اللوغاريتمي والاسي

$$f(x) = b^x, b > 0, b \neq 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = \log_b x$$

قاعدته نقاطه الأساسيين

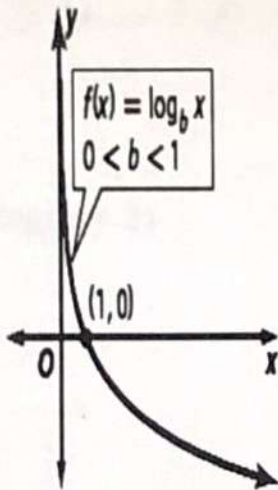
قاعدته نقاطه الأساسيين

$(b, 1)$ $(1, 0)$ $(\frac{1}{b}, -1)$

$(\frac{1}{b}, -1)$ $(1, 0)$ $(b, 1)$

المفهوم الأساسي خصائص الدوال اللوغاريتمية

التضاؤل اللوغاريتمي



المدى: $(-\infty, \infty)$

المجال: $(0, \infty)$

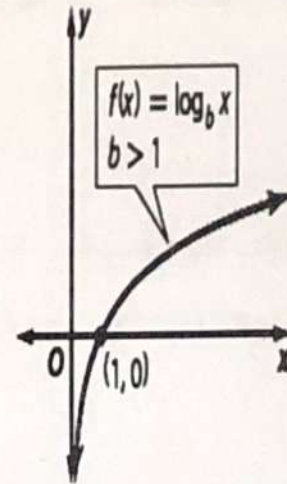
التقاطع مع المحور الرأسي y : لا يوجد
التقاطع مع المحور الأفقي x : 1
القيم القصوى: لا يوجد
الخط المقارب: المحور الرأسي y

السلوك الطرفي: $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \infty$

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$

الاتصال: منصلة على المدى $(0, \infty)$

النمو اللوغاريتمي



المدى: $(-\infty, \infty)$

المجال: $(0, \infty)$

التقاطع مع المحور الرأسي y : لا يوجد
التقاطع مع المحور الأفقي x : 1
القيم القصوى: لا يوجد
الخط المقارب: المحور الرأسي y

السلوك الطرفي: $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

الاتصال: منصلة على المدى $(0, \infty)$

1) $f(x) = \log(x + 4)$

ازاحة 3 وحدات نحو اليسار

2) $f(x) = -\log x - 5$

① انعكاس على محور x ② ازاحة لـ 5 وحدات و 5 وحدات

3) $f(x) = 3 \log(x + 2)$

ازاحة نحو اليسار وحدتين
عدد لاسي معاملته 3

4) $f(x) = \log(3x - 6)$

له الازاحة الافقية
شُرط معامل $x = 1$

انعكاش افقي معاملته $\frac{1}{3}$
ازاحة نحو اليمين مقدارها وحدتين

5) $f(x) = -2 \log x + 2$

① انعكاس على محور x
② عدد لاسي معاملته 2
③ ازاحة لاعلى مقدار 2

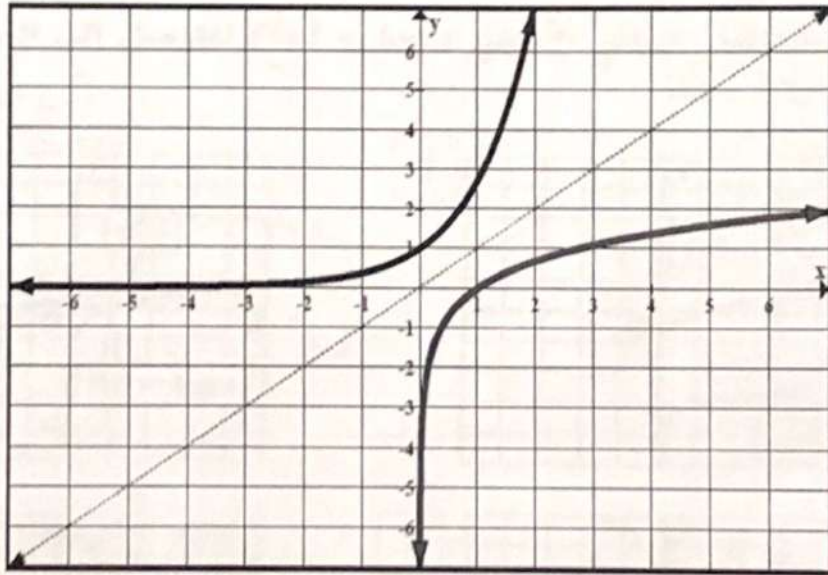
دالة اللوغاريتم الطبيعي

دالة اللوغاريتم الطبيعي : $y = \ln x$ هي معكوس للدالة الأسية الطبيعية : $y = e^x$

ملاحظة هامة: يسمى اللوغاريتم بالأساس e (\log_e) لوغاريتم طبيعي ورمزه $\ln = \log_e$

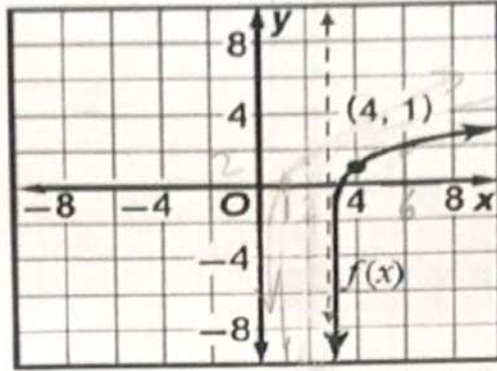
التمثيل البياني للدالة :

$$y = e^x \quad y = \ln x$$



الدالة الأصلية للتمثيل البياني الموضح هي $h(x) = \log_2 x$

أي مما يلي هي دالة التمثيل البياني؟

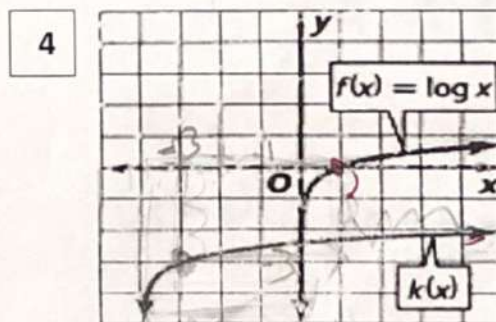
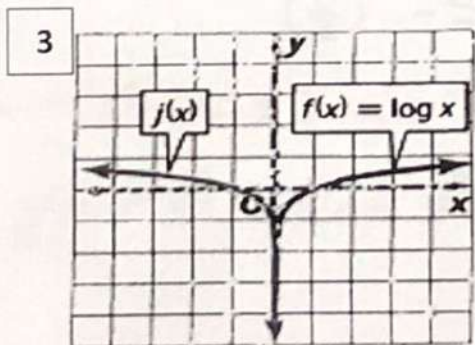
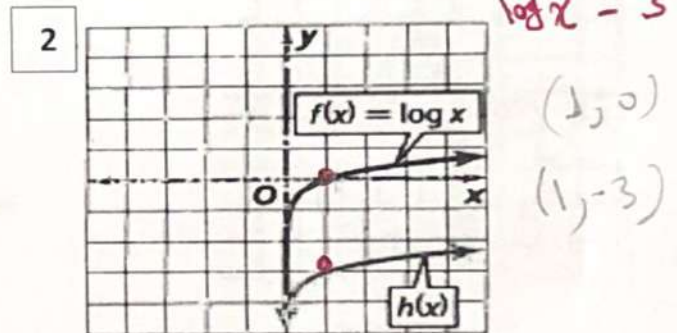
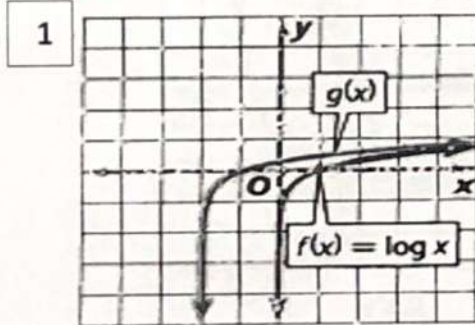


$(4, 1)$
 $(1, 0)$

- A $f(x) = \log_2(x + 3) + 1$
- B $f(x) = \log_2(x - 4) + 1$
- C $f(x) = \log_2(x - 3) + 1$
- D $f(x) = -\log_2(x - 3) + 1$

استخدم التمثيل البياني الأصلي $f(x) = \log x$ لتوصل إلى المعادلة الخاصة بكل دالة.

$\log(x+2)$



$f(x) = \log(-x)$

$\log(x+4) - 3$

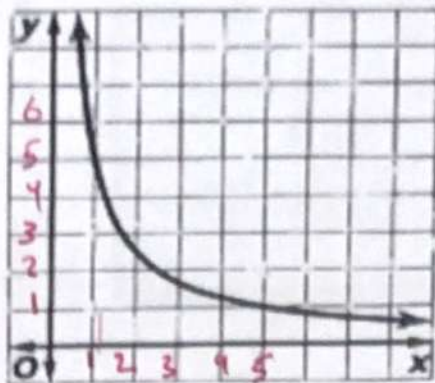
مراجعة ممتاز، المحنى جزءاً من التمثيل البياني لأيه دالة؟

A $y = 50 - x$

B $y = \log x$

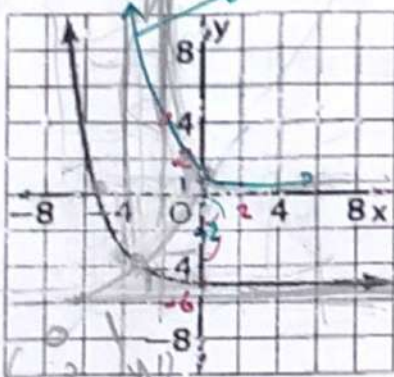
C $y = e^{-x}$

D $y = \frac{5}{x}$



حدد التحولات في الدالة الأم المذكورة التي تؤدي إلى كل تمثيل بياني.

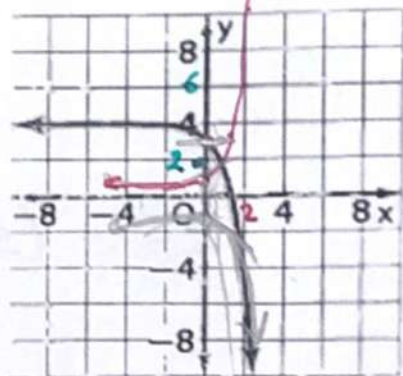
1 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$



$$\begin{matrix} x+3 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} \end{matrix}$$

انكسار 3 وحدات أفقياً
5 وحدات للأعلى

2 $f(x) = 3^x$



$$-3^x + 4$$

انكسار على المحور الأفقى
انكسار 4 وحدات لأعلى

الخصائص الأساسية للوغاريتم واللوغاريتم الطبيعي

$$\ln 1 = 0$$

$$\ln e = 1$$

$$\ln e^x = x$$

$$e^{\ln x} = x, x > 0$$

$$\log_b b^x = x$$

$$\log_b x = x$$

$$\log_b b = 1$$

$$\log_b 1 = 0$$

تمارين احسب قيمة كل لوغاريتم مما يلي

1) $\log_3 27$

$$\log_3 27 = 3 \log_3 3 = 3(1) = 3$$

2) $\log_7 7 = 1$

3) $\ln(-6)$ غير موجود

4) $3 \ln e^4 = 3 \times 4 \ln e = 12$

5) $\ln\left(\frac{1}{e^3}\right) = \ln(e^{-3}) = -3(\ln e) = -3$

امتحان 2016-2017

باستخدام خواص اللوغاريتمات اوجد قيمة

$$\log 64 \div \log 6 \div \log 8 + \log \frac{3}{4}$$

$$\log\left(\frac{64 \times \frac{3}{4}}{6 \times 8}\right) = \log(1) = 0$$

تمرين : حدد مجال والمدى والتقاطع مع المحاور وخطوط التقارب لكل دالة :

$$y = \log(x+7) \quad \mathbb{R} \quad \text{المدى}$$

$$(-7, \infty)$$

المجال $x > -7$
خط تقاربي افقي -

خط تقاربي رأسي
 $x = -7$

نقاط مع محور $x=0$

$$\log(x+7) = 0$$

$$10^0 = x+7$$

$$x = 1 - 7 = -6 \quad (-6, 0)$$

$$y = \ln(x-3) \quad \mathbb{R} \quad \text{المدى}$$

$$(3, \infty)$$

المجال $x > 3$
خط تقاربي افقي

خط تقاربي افقي
 $x = 3$

نقاط مع محور $x=0$

$$\ln(x-3) = 0$$

$$e^0 = x-3$$

$$x = 1 + 3 = 4$$

$$y = \ln\left(x + \frac{1}{4}\right) - 3 \quad \mathbb{R} \quad \text{المدى}$$

$$\left(-\frac{1}{4}, \infty\right) \leftarrow x > -\frac{1}{4} \quad \leftarrow x + \frac{1}{4} > 0 \quad \text{المجال}$$

خط تقاربي رأسي
 $x = -\frac{1}{4}$

$$0 = \ln\left(x + \frac{1}{4}\right) - 3 \quad \text{نقاط مع محور } x$$

$$\ln\left(x + \frac{1}{4}\right) = 3$$

$$e^3 = x + \frac{1}{4} \rightarrow x = e^3 - \frac{1}{4} = 19.8$$

$$y = 2 \log(x) - 3 \quad \mathbb{R} \quad \text{المدى}$$

$$x > 0 \quad (0, \infty) \quad \text{المجال}$$

خط تقاربي رأسي
 $x = 0$

نقاط مع محور x

$$0 = \log x^2 - 3$$

$$\log x^2 = 3$$

$$10^3 = x^2 \quad x =$$

امتحان 2017-2018 (12 عام)

حدد مجال الدالة $y = \log(x-4)$

a) $(4, \infty)$

c) $(-\infty, 4)$

b) $(-4, \infty)$

d) $(-4, 4)$

تمرين : أوجد معكوس كل دالة

$$y = e^{3x}$$

$$x = \frac{3y}{e}$$

$$\ln x = \frac{\ln(3y)}{e}$$

$$\frac{3y}{e} = \frac{\ln(x)}{e}$$

$$f^{-1}(x) = y = \frac{\ln(x)}{3}$$

$$y = \log 2x$$

$$x = \log(2y)$$

$$10^x = 2y$$

$$y = \frac{10^x}{2}$$

$$f^{-1}(x) = y = \frac{10^x}{2}$$

$$y = 20^x$$

$$x = 20^y$$

$$\log_{20} x = y$$

حل آخضر

$$x = (20)^y$$

$$\log x = \log(20)^y$$

$$\frac{\log x}{\log(20)} = y \frac{\log(20)}{\log(20)}$$

$$y = \frac{\log x}{\log 20} = \log_{20} x$$

$$y = f^{-1}(x) = \log_{20} x$$

$$y = 4(2^x)$$

$$\frac{x}{4} = \frac{4}{4}(2^y)$$

$$\frac{x}{4} = 2^y$$

$$\log_2\left(\frac{x}{4}\right) = y$$

$$y = f^{-1}(x) = \log_2\left(\frac{x}{4}\right)$$

1 $y = 4e^{2x}$

$$x = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{y}{4} \right)$$

$$\frac{x}{1/2} = \ln \left(\frac{y}{4} \right)$$

$$\ln \left(\frac{y}{4} \right) = 2x$$

$$2y = \ln \left(\frac{x}{4} \right)$$

$$y = \frac{\ln \left(\frac{x}{4} \right)}{2}$$

3 $y = \log x - 6$

$$x = 10^{y+6}$$

$$\log y = x + 6$$

$$f^{-1}(x) = y = (10)^{x+6}$$

2 $y = 6 \log 0.5 x$

$$\frac{x}{6} = \log_{0.5} y$$

$$10^{\frac{x}{6}} = 0.5 y$$

$$y = 2 \left(10^{\frac{x}{6}} \right)$$

أوجد معكوس الدالة $y = 0.25e^{x+2}$

امتحان 2018-2019 (11 م)

$$\frac{x}{0.25} = \frac{0.25}{0.25} e^{y+2}$$

$$\ln(4x) = y + 2$$

$$\ln(4x) = y + 2$$

$$y = f^{-1}(x) = \ln(4x) - 2$$

2-3 خصائص اللوغاريتمات

اهداف الدرس : 1 - تطبيق خصائص اللوغاريتمات 2- اجراء تغيير على قاعدة الأساس

إذا كان M, N, b أعداد موجبة ، $b \neq 1$ فإن :

$$(1) \log_b MN = \log_b M + \log_b N$$

$$(2) \log_b \frac{M}{N} = \log_b M - \log_b N$$

$$(3) \log_b M^k = k \log_b M$$

أولاً" عبر عن كل لوغاريتم باستخدام $\log 5$, $\log 3$,

1) $\log 75$

$$\log(3 \times 25)$$

$$\log 3 + \log 25$$

$$\log 3 + 2 \log 5$$

2) $\log 5.4$

$$\log \frac{54}{10} = \log \left(\frac{27}{5} \right)$$

$$\log 27 - \log 5$$

$$3 \log 3 - \log 5$$

ثانياً" عبر عن كل لوغاريتم باستخدام $\ln 7$, $\ln 3$,

1) $\ln 63$

$$\ln(7 \times 9)$$

$$\ln(7) + \ln(9)$$

$$\ln(7) + 2 \ln(3)$$

2) $\ln \frac{49}{81}$

$$\ln(49) - \ln(81)$$

$$\ln 7^2 - \ln 3^4$$

$$2 \ln(7) - 4 \ln(3)$$

a) $2\log 5 + 3\log 3$

b) $3\log 3 - 5\log 2$

c) $5\log 3 + 2\log 5$

d) $5\log 2 - 3\log 3$

2. المقدار الذي يكافئ $\log\left(\frac{10x}{y}\right)$ هو $1 + \log x - \log y$

a) $10\log x - \log y$ b) $10\log x - 10\log y$ **c) $1 + \log x - \log y$** d) $10 + \log x - \log y$

عبر عن اللوغاريتم $\ln 2.25$ باستخدام $\ln 3$ و $\ln 4$.

- A $\ln 4 - 2\ln 3$
- B $2\ln 3 - \ln 4$**
- C $2\ln 4 - \ln 3$
- D $3\ln 4 - \ln 3$

$\ln(2.25)$
 $\ln\left(\frac{9}{4}\right) = \ln(9) - \ln(4)$
 $= 2\ln(3) - \ln(4)$

4 - المقدار الذي يكافئ $\ln(75)$ هو

- A $\ln 3 + \ln 5$
- B $2\ln 3 + \ln 5$
- C $\ln 3 + 5\ln 2$
- D $\ln 3 + 2\ln 5$**

1) $\log_4 \sqrt[5]{64}$

$$\log_4 4^{5/3} = \frac{5}{3}$$

2) $\log_6 \sqrt[3]{36}$

$$\log_6 6^{2/3} = \frac{2}{3}$$

3) $5 \ln e^2 - \ln e^3$

$$10 \ln e - 3 \ln e = 7$$

4) $\ln e^9 + 4 \ln e^3$

$$9 \ln e + 12 \ln e = 21$$

أوجد قيمة $.34 \ln e^{0.5} - 4 \ln e^5$

a) 37

b) -340

c) 150

d) -3

امتحان (عام 12) 2018 - 2019

(11) أوجد قيمة $.3 \ln e^4 - e^{\ln 2}$

a) 10

b) -6

c) 24

d) -10



$$1) \log 12x^5y^{-2} = \log 12 + \log x^5 + \log y^{-2}$$

$$= \log 12 + 5 \log x - 2 \log y$$

$$2) \log_{13} 6a^3bc^4$$

$$\log_{13} 6 + \log_{13} a^3 + \log_{13} b + \log_{13} c^4$$

$$\log_{13} 6 + 3 \log_{13} a + \log_{13} b + 4 \log_{13} c$$

$$3) \ln \frac{x^2}{\sqrt{4x+1}}$$

$$\ln x^2 - \ln \sqrt{4x+1}$$

$$2 \ln x - \frac{1}{2} \ln (4x+1)$$

قام عمر و خالد بتوسيع $\log_2 \left(\frac{xy}{z} \right)^4$. هل أي منهما على صواب؟ اشرح.

عمر: $4\log_2 x + 4\log_2 y + 4\log_2 z$

خالد: $2\log_4 x + 2\log_4 y - 2\log_4 z$

$$\log_2 \left(\frac{xy}{z} \right)^4 = \log_2 x^4 y^4 - \log_2 z^4$$

$$= 4\log_2 x + 4\log_2 y - 4\log_2 z$$

لا يوجد احد على صواب

تمرين بسط كل تعبير

1) $-5 \log_2 (x+1) + 3 \log_2 (6x)$

$$-\log_2 (x+1)^5 + \log_2 (6x)^3 = \log_2 \frac{(6x)^3}{(x+1)^5} = \log_2 \left(\frac{216x^3}{(x+1)^5} \right)$$

2) $\ln(3x+5) - 4 \ln x - \ln(x-1)$

$$\ln \left(\frac{3x+5}{x^4(x-1)} \right)$$

(1) ما أبسط صورة للتعبير

$$2 \ln(x^2 - 1) - \ln(x^4 - 1)$$

a) $\ln\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)$

b) $\ln\left(\frac{x^2+1}{x^4-1}\right)$

c) $\ln\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)$

d) $\ln(x^2 + 1)$

الاصح

$$\ln\left[\frac{(x^2-1)^2}{(x^4-1)}\right] = \ln\left[\frac{(x^2-1)(x^2-1)}{(x^2-1)(x^2+1)}\right]$$

$$\frac{\log 2}{\log 6} \times \frac{\log 5}{\log 2} = \log_6 5$$

(2) ما أبسط صورة للتعبير $(\log_6 2) \times (\log_2 5)$

(2) ما أبسط صورة للتعبير

a) $\log_6 5$

b) $\log_5 6$

c) $\log_{10} 12$

d) $\log_7 8$

$$\log x^3 + \log 7 - \log y^2 = \log\left(\frac{7x^3}{y^2}\right)$$

ادمج $3 \log x + \log 7 - 2 \log y$

a) $\log 7x^3 y^2$

b) $\log \frac{21x}{y^2}$

c) $\log \frac{21x}{2y}$

d) $\log \frac{7x^3}{y^2}$

$$1 \quad 2\log_4 3 + \log_4 64 - \log_4 36 - \ln(\log 10) =$$

$$\ln(1) = 0$$

$$\log_4 3^2 + \log_4 64 - \log_4 36 = \log_4 \left(\frac{3^2 \times 64}{36} \right)$$

$$= \log_4 16 = \log_4 4^2 = 2$$

$$2 \quad \frac{\ln e^5 + 2 \ln e}{\log_3 27 - 5 \log_3 9} : \text{ بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة المقدار}$$

$$\frac{7}{\log_3 \left(\frac{27}{9^5} \right)} = \frac{7}{-7} = -1$$

$$3 \quad \text{ما القيمة التي تساوي } 2 \log_5 12 - \log_5 8 - 2 \log_5 3$$

A $\log_5 2$

C $\log_5 0.5$

B $\log_5 3$

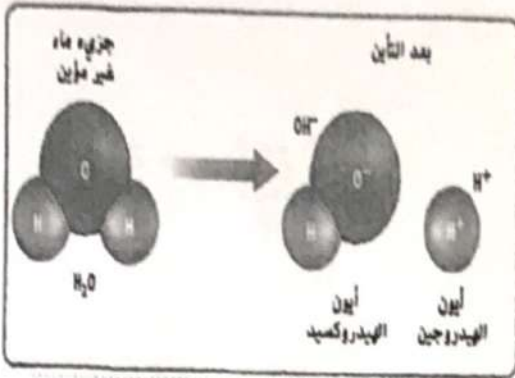
D 1

$$\log_5 \left(\frac{12^2}{8 \times 3^2} \right) = \log_5 2 =$$

19) القيمة الثابتة للتأين في الماء K_w هي ناتج تركيز أيونات الهيدروجين (H^+) والهيدروكسيد (OH^-)

قاعدة القيمة الثابتة لتأين الماء هي $K_w = [H^+][OH^-]$ ، حيث يشير القوسان إلى التركيز بالمول

في اللتر.



(a) عبر عن $\log K_w$ بدلالة $\log [OH^-]$ و $\log [H^+]$.

$$\log K_w = \log [H^+][OH^-]$$

$$= \log [H^+] + \log [OH^-]$$

(b) إذا كان تركيز أيونات الهيدروجين في عينة ماء يبلغ 1×10^{-9} مول في اللتر، فما تركيز أيونات الهيدروكسيد

علمًا بأن القيمة الثابتة K_w تساوي 1×10^{-14} ؟

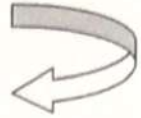
$$\log 1 \times 10^{-14} = \log (1 \times 10^{-9}) + \log [OH^-]$$

$$1 \times 10^{-14} = 1 \times 10^{-9} \times [OH^-]$$

$$[OH^-] = \frac{1 \times 10^{-14}}{1 \times 10^{-9}} = 1 \times 10^{-5}$$

قواعد تغير الأساس

$$\log_b m = \frac{\log_c m}{\log_c b} = \frac{\log m}{\log b} = \frac{\ln m}{\ln b}$$



تمرين قيم كل لوغاريتم مما يلي (باستخدام قاعدة تغير الأساس)

$$\log_3 5 = \frac{\log 5}{\log 3}$$

$$\log_{\frac{1}{2}} 6 = \frac{\log 6}{\log \frac{1}{2}}$$

أثبت أن $\log_a b \times \log_b a = 1$

اثبت ان

$$\frac{\log b}{\log a} \times \frac{\log a}{\log b} = 1$$

الطرفان متساويان

اثبت ان

$$\log_b a \times \log_c b \times \log_d c = \log_d a$$

$$\frac{\log a}{\log b} \times \frac{\log b}{\log c} \times \frac{\log c}{\log d} = \log_d a$$

الطرفان متساويان

أثبت ان

$$\frac{\log_5 125 + \log_5 5}{\log_5 125 - \log_5 5} = 2$$

بالتعديل
 \log_5

$$\frac{\log_5 (625)}{\log_5 (25)} = \frac{4}{2} = 2$$

تمرين اوجد قيمة كل لوغاريتم بشكل تقريبي

$$\ln 3 = 1.10 \quad \ln 2 = 0.69$$

$$\begin{aligned} 1) \ln \frac{3}{2} &= \ln(3) - \ln(2) \\ &= 1.10 - 0.69 \\ &= 0.41 \end{aligned}$$

$$2) \ln \frac{4}{9}$$

$$\ln 4 - \ln 9$$

$$2 \ln 2 - 2 \ln 3$$

$$2 \times 0.69 - 2 \times 1.10 = -0.81$$

$$3) \ln \frac{4}{27}$$

$$\ln 4 - \ln 27$$

$$2 \ln(2) - 3 \ln 3$$

$$2 \times 0.69 - 3 \times 1.10$$

$$-1.99$$

$$4) \ln \frac{32}{9}$$

$$\ln 5 - \ln \frac{2}{3}$$

$$5 \ln 2 - 2 \ln(3)$$

$$5 \times 0.69 - 2 \times 1.10$$

$$1.268$$

الوحدة الثانية 2-4 حل المعادلات الأسية واللوغاريتمات

- أهداف الدرس : 1 - تطبيق خاصية (المساواة) واحد لواحد للدوال الأسية لحل المعادلات
2 - تطبيق خاصية (المساواة) واحد لواحد للدوال اللوغاريتمية لحل المعادلات

خاصية المساواة للدوال الأسية

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: إذا كان $b > 0, b \neq 1$ فإن $b^x = b^y$ إذا وفقط إذا كان $x = y$.

مثال: إذا كان $3^x = 3^5$ فإن $x = 5$. وإذا كان $x = 5$ فإن $3^x = 3^5$.

إذا كان $10^{\log x} = 10^3$ فإن $\log x = 3$

حل كل من المعادلات التالية

$$1) 16^{x+3} = 4^{4x+7}$$

$$\frac{2(x+3)}{4} = \frac{4x+7}{4}$$

$$2x = -1$$

$$2(x+3) = 4x+7$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$2x+6 = 4x+7$$

$$4x-2x = 6-7$$

$$2) \left(\frac{1}{5}\right)^{x-5} = (25)^{3x+2}$$

$$\frac{-x+5}{5} = \frac{2(3x+2)}{5}$$

$$-x+5 = 6x+4$$

$$6x+x = 5-4$$

$$7x = 1$$

$$x = \frac{1}{7}$$

حل المعادلة $25^{3x+2} = 5^{x-1}$

$$5^{2(3x+2)} = 5^{x-1}$$

$$6x + 4 = x - 1$$

$$x = -1$$

$$6x - x = -1 - 4$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{-5}{5}$$

$$2^{1-x} = 8 = 2^3$$

1. حل المعادلة الأسية $2^{1-x} - 8 = 0$ هو

$$1 - x = 3 \quad x = 1 - 3 = -2$$

a) 2

b) -7

c) -2

d) 4

ما حل المعادلة $3^{x-9} = (9^x)^0$ امتحان 2017-2018

a) $x = -9$

b) $x = -3$

c) $x = 9$

d) $x = -8$

$$\frac{x-9}{3} = \left(\frac{2x}{3}\right)^0$$

$$\frac{x-9}{3} = 3^0$$

$$x = 9$$

$$3^{\log_3 x^2}$$

$$3^{2 \log_3 x}$$

ما قيمة المقدار

a) x

b) x^2

c) x^3

d) $2x$

حل المعادلات اللوغاريتمية باستخدام خاصية واحد لواحد

مفهوم أساسي

اللوغاريتم للأساس b

التعبير اللفظي: إذا كان x, b عددين موجبين، حيث $b \neq 1$ ، يرمز للوغاريتم x للأساس b بالرمز $\log_b x$ ، ويُعرف على أنه الأس y الذي يجعل المعادلة $b^y = x$ صحيحة.

الرموز: افترض أن $b > 0, b \neq 1$ فإن: لكل $x > 0$ يوجد عدد y بحيث

$$b^y = x \quad \text{إذا وفقط إذا} \quad \log_b x = y$$

مثال: $\log_3 27 = y \leftrightarrow 3^y = 27$

تمارين حل كل المعادلات التالية

$$1) \log_{16} x = \frac{5}{2} \rightarrow x = 16^{\frac{5}{2}}$$

$$x = (2^4)^{\frac{5}{2}} = 2^{10} = 1024$$

$$2) \ln x = 6$$

$$x = e^6 = 4034287$$

$$3) \log_8 x^3 = 12$$

$$x^3 = 8^{12}$$

$$x = \sqrt[3]{8^{12}}$$

$$x = 4096$$

$$4) 4 - 2 \log_5 x = 16$$

$$\frac{-2 \log_5 x}{-2} = \frac{16-4}{-2}$$

$$\log_5 x = -6$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{10^{-6}}{5}$$

$$x = \frac{1}{50000000}$$

$$5) \log_3 (x^2 - 1) = 4$$

$$x^2 - 1 = 3^4$$

$$x^2 = 3^4 + 1 = 82$$

$$x = \pm \sqrt{82}$$

$$4n-1=15$$

$$\frac{4n}{4} = \frac{15+1}{4} = 4$$

ما قيمة n إذا كانت $\log_3 3^{4n-1} = 15$

- | | |
|----------|-----------|
| A | $n = 3$ |
| B | $n = 4$ |
| C | $n = 15$ |
| D | $n = 3.5$ |

10. أي مما يلي يكافئ $\log_7 x = y$:

- a. $x = 7^y$ b. $y = 7^x$ c. $x = 7 \log y$ d. $y = \log x^7$

مراجعة ما المعادلة التي تكافئ $\log_4 \frac{1}{16} = x$

F $\frac{1^4}{16} = x^4$

G $\left(\frac{1}{16}\right)^4 = x$

H $4^x = \frac{1}{16}$

J $4^{\frac{1}{16}} = x$

$$6) \log_4 x = \log_4 3 + \log_4 (x - 2)$$

$$x = 3(x - 2)$$

$$x = 3x - 6$$

$$x - 3x = -6$$

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{-6}{-2}$$

$$x = 3$$

$$7) \log_6 2x = \log_6 (x^2 - x + 2)$$

$$2x = x^2 - x + 2$$

$$x^2 - x - 2x + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$x = 2$$

$$x = 1$$

كفَق

$$x = 1 \quad \text{حل}$$

$$x = 2$$

حل آخر

$$8) \log(x - 12) = 2 + \log(x - 2)$$

$$\log(x - 12) = \log 10^2 + \log(x - 2)$$

$$(x - 12) = 10^2(x - 2)$$

$$100x - x - 200 + 12 = 0$$

$$99x - 188 = 0$$

$$x = \frac{188}{99} = 2$$

$$\log(x - 12) - \log(x - 2) = 2$$

$$\log\left(\frac{x - 12}{x - 2}\right) = 2$$

$$\frac{x - 12}{x - 2} = 10^2$$

$$x - 12 = 100x - 200$$

$$99x = 198$$

$$x = 2$$

9) $\log(x - 3) + \log(2x + 3) = 1$

$\log(x - 3) + \log(2x + 3) = \log 10$

$(x - 3)(2x + 3) = 10$

$2x^2 + 3x - 6x - 9 - 10 = 0$

$2x^2 - 3x - 19 = 0$

$\frac{3 - \sqrt{85}}{2} , \frac{3 + \sqrt{85}}{2}$

2018 - 2019 امتحان (12 عام)

10) حل المعادلة $\log_4(x^2 - 5) = \log_4 10 + \log_4 2$

a) $x = \pm 25$

b) $x = 25$

c) $x = 5$

d) $x = \pm 5$

$x^2 - 5 = 20$

$x^2 - 25 = 0$

$x = \pm 5$

مراجعة جد قيمة x للدالة

$\log_2(9x + 5) = 2 + \log_2(x^2 - 1)$

~~F - 0.7~~

~~x G 0~~

$\log_2(9x + 5) = \log_2 4 + \log_2(x^2 - 1)$

$9x + 5 = 4 \cdot (x^2 - 1)$

$4x^2 - 9x - 9 = 0$

$x = 3, \frac{3}{4}$

حل المعادلة اللوغاريتمية $\ln x + \ln(x + 2) = \ln 63$ 11

$$x(x+2) = 63$$

$$x^2 + 2x - 63 = 0$$

$$x = 7 \quad x = -9 \quad \text{مرفوض}$$

$$x = 7 \quad \text{كفوق}$$

حل $\ln x + \ln(x + 4) = \ln 12$

a) $x = 2$

b) $x = -2, 6$

c) $x = -6, 2$

d) $x = \ln 2, \ln 6$

$$x(x+4) = 12$$

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$x = -6$$

$$x = 2$$

كفوق

$$x = 2$$

$$12) \ln(7x+3) - \ln(x+1) = \ln 2x$$

$$\frac{7x+3}{(x+1)} = \frac{2x}{1}$$

$$2x(x+1) = 7x+3$$

$$2x^2 + 2x - 7x - 3 = 0$$

$$2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$\text{or } x = 3$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

كفتى

$$13) \ln(2x+1) + \ln(2x-3) = 2 \ln(2x-2)$$

$$(2x+1)(2x-3) = (2x-2)^2$$

$$4x^2 - 6x + 2x - 3 = 4x^2 - 8x + 4$$

$$-4x - 3 = -8x + 4$$

$$-4x + 8x = 3 + 4$$

$$4x = 7$$

$$x = \frac{7}{4}$$

رابعاً: إذا كان $\log x = 4 \log 3$ و $\log y = 1 + (3 \log 2)$ فأثبت أن x and y عددين صحيحين متتاليين ثم أوجد هذين العددين.

$$\begin{aligned}\log y &= \log 10 + \log 2^3 \\ &= \log(10 \times 2^3) = \log 80\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\log x &= 4 \log 3 \\ &= \log 3^4 = 81\end{aligned}$$

$$x = 81$$

$$y = 80$$

متتاليين

سؤال اضافي اميد قبيح x اذا كان

$$\log_5 \frac{x^2}{8} = 2 + \log_5 \frac{x}{40}$$

$$\cancel{\log_5} \frac{x^2}{8} = \cancel{\log_5} 25^x + \cancel{\log_5} \frac{x}{40}$$

$$\frac{x^2}{8} = \frac{25x}{40}$$

$$410x^2 = 2000x$$

$$410x^2 - 2000x = 0$$

$$x=0, x=5$$

حل

$$1) e^{4-3x} = 6$$

$$\ln 6 = 4 - 3x$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{\ln(6)}{3} + \frac{4}{3}$$

$$x = 0.74$$

$$2) e^{2+5y} = 10$$

امتحان 2017 - 2016

$$\ln 10 = 2 + 5y$$

$$\frac{5y}{5} = \frac{\ln(10) - 2}{5} = 0.06$$

$$3) e^{2+5x} = 12$$

$$\ln(12) = 2 + 5x$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{\ln(12) - 2}{5} = 0.096$$

4) $6^{2x+4} = 5^{-x+1}$

$$\ln(6)^{2x+4} = \ln(5)^{-x+1}$$

$$(2x+4) \ln(6) = (-x+1) \ln(5)$$

$$(1.8)(2x+4) = 1.6(-x+1)$$

$$3.6x + 7.2 = -1.6x + 1.6$$

$$3.6x + 1.6x = 1.6 - 7.2$$

$$5.2x = -5.6$$

$$x = \frac{-5.6}{5.2} = -1.07$$

5) $4^{3x+2} = 6^{2x-1}$

$$(3x+2) \ln(4) = (2x-1) \ln(6)$$

$$1.39(3x+2) = 1.8(2x-1)$$

$$4.2x + 2.8 = 3.6x - 1.8$$

$$4.2x - 3.6x = -2.8 - 1.8$$

$$0.6x = -4.6$$

$$x = \frac{-4.6}{0.6} = -7.66$$

إذا كان $2^4 = 3^x$ ، فما القيمة التقريبية لـ x ؟

A 0.63

C 2.52

B 2.34

D 2.84

16

$$1) e^{2x} + 2e^x = 8$$

$$e^{2x} + 2e^x - 8 = 0$$

made 53

$$(e^x + 4)(e^x - 2) = 0$$

$$e^x = -4$$

مرفوض

$$e^x = 2$$

$$x = \ln 2 = 0.69$$

$$2) 4e^{4x} + 8e^{2x} = 5$$

$$4e^{4x} + 8e^{2x} - 5 = 0$$

$$e^{2x} = \frac{1}{2}$$

$$e^{2x} = -\frac{5}{2}$$

مرفوض

$$\frac{2x}{2} = \frac{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{2}$$

$$x = -0.346$$

حل المعادلة $10e^x - 15 - 45e^{-x} = 0$

$$e^x (10e^x - 15 - 45e^{-x}) = 0$$

$$10e^{2x} - 15e^x - 45 = 0$$

$$e^x = 3 \quad e^x = -\frac{3}{2} \quad \text{مرفوض}$$

$$x = \ln(3) = 1.09$$

الإقبال على موقع الإنترنت	
عدد الزيارات	الشهر
125	يناير
2000	أبريل

الإنترنت يوضح الجدول عدد الزيارات لموقع إنترنت جديد بنهاية يناير ونهاية أبريل من العام ذاته.

a. إذا علمت أن عدد الزيارات يتزايد بمعدل أسّي، فحدد معدل النمو المستمر. ثم اكتب معادلة أسية لتمثيل هذه الحالة.

$$N(t) = N_0 e^{rt} \quad t=3$$

$$\frac{2000}{125} = \frac{125}{125} e^{3r}$$

$$e^{3r} = 16$$

$$3r = \ln(16) \quad r = \frac{\ln(16)}{3} = 0.925$$

b. استخدم نموذجك لتوقع عدد الأشهر التي يستغرقها موقع الإنترنت للوصول إلى 2 مليون زيارة.

$$N(t) = 125e^{0.925t}$$

$$\left. \begin{aligned} 2000000 &= 125e^{0.925t} \\ 16000 &= e^{0.925t} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \ln(16000) &= 0.925t \\ t &= \frac{\ln(16000)}{0.925} = 10.48 \end{aligned}$$

خاصية التباين للدوال اللوغاريتمية

مفهوم أساسي

إذا كان $x > 0, b > 1$ و $\log_b x > y$ ، فإن $x > b^y$

إذا كان $b > 1$ و $\log_b x < y$ ، فإن $x < b^y$

خاصية التباين لدالة النمو

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: إذا كان $b > 1$ ، فإن $b^x > b^y$ إذا وفقط إذا كان $x > y$

مثال: إذا كان $2^x > 2^6$ ، فإن $x > 6$ ، وإذا كان $x > 6$ ، فإن $2^x > 2^6$.

تمرين اوجد حلا لكل من المتباينات التالية

1) $9^{2x-1} \geq 3^{2x+8}$

$$\frac{2(2x-1)}{3} \geq \frac{2x+8}{3}$$

$$4x-2 \geq 2x+8$$

$$4x-2x \geq 2+8$$

$$2x \geq 10$$

$$x \geq 5$$

$$[5, \infty)$$

2) $2^{4x-5} > 0.5^{x-5}$

$$\frac{4x-5}{2} > \frac{-(x-5)}{2}$$

$$4x-5 > -x+5$$

$$4x+x > 5+5$$

$$5x > 10$$

$$x > 2 \quad (2, \infty)$$

$$1) \ln(2x - 1) < 0$$

$$2x - 1 < e^0$$

$$2x - 1 < 1$$

$$2x < 2$$

$$0 < x < 2 \quad (0, 2)$$

$$2) \ln(3x - 5) > \ln(x + 7)$$

$$3x - 5 > x + 7$$

$$3x - x > 7 + 5$$

$$2x > 12$$

$$x > 6 \quad (6, \infty)$$

$$3) \log(3x - 8) > 2$$

$$3x - 8 > 10^2$$

$$3x > 8 + 100$$

$$\frac{3x}{3} > \frac{108}{3}$$

$$x > 36 \quad (36, \infty)$$

$$4) \log(5x + 2) \leq \log(x - 4)$$

$$5x + 2 \leq x - 4$$

$$5x - x \leq -4 - 2$$

$$4x \leq -6$$

$$x \leq -\frac{3}{2}$$

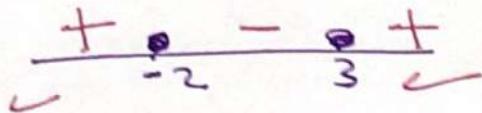
غير مقبول

$$5) \log(x^2 - 6) \geq \log(x)$$

$$x^2 - 6 \geq x$$

$$x^2 - x - 6 \geq 0$$

$$(x - 3)(x + 2) \geq 0$$



$$(-\infty, -2] \cup [3, \infty)$$

مرفوض

$$[3, \infty)$$

انتهت الوحدة الثانية لا تتسونا بالدعاء

ماجدة علي

سوال اصلی اوپریٹل

$$\log 2x < -1$$

$$2x < 10^{-1}$$

$$\frac{2x}{2} < \frac{1}{10} \div 2$$

$$x < 0.05$$

قاعدہ