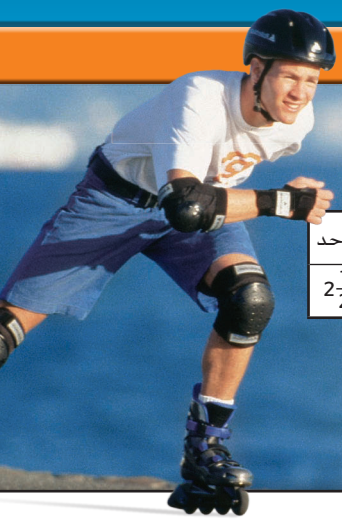
الدرس 4-1

خاصية التوزيع

السابق
- تعرفت على خاصيتي التجميع والتبديل.

الحالي
1 استخدام خاصية التوزيع لإيجاد قيمة التعابير.
2 استخدم خاصية التوزيع لتحويل التعابير لأبسط صورة.

لماذا؟
- يحرق جمال حوالي 420 سعرًا حراريًا في الساعة عند استخدام حذاء التزلج. يوضح المخطط البياني أدناه الزمن الذي أمضاه في التزلج في أسبوع.



اليوم	الإثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة	السبت	الأحد
الزمن (h)	1	$\frac{1}{2}$	0	1	0	2	$2\frac{1}{2}$

لتحديد العدد الإجمالي للسعرات الحرارية التي حرقها بالتزلج في ذلك الأسبوع، يمكنك استخدام خاصية التوزيع.

مفردات جديدة
- الحدود المتشابهة (like terms)
- أبسط صورة (simplest form)
- معامل (coefficient)

ممارسات رياضية
- فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها
- البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عنه

1 إيجاد قيمة التعابير

هناك طريقتان يمكنك استخدامهما لحساب عدد السعرات الحرارية التي حرقها جمال بالتزلج. يمكنك إيجاد الزمن الإجمالي الذي أمضاه في التزلج ثم ضربه في السعرات الحرارية التي أحرقها في الساعة. أو يمكنك إيجاد عدد السعرات الحرارية التي يتم حرقها كل يوم ثم الجمع لإيجاد الزمن الإجمالي.

الطريقة 1 الزمن الإجمالي لأوقات التزلج

$$420\left(1 + \frac{1}{2} + 1 + 2 + 2\frac{1}{2}\right)$$
$$= 420(7)$$
$$= 2940$$

الطريقة 2 مجموع السعرات الحرارية التي يتم حرقها يوميًا

$$420(1) + 420\left(\frac{1}{2}\right) + 420(1) + 420(2) + 420\left(2\frac{1}{2}\right)$$
$$= 420 + 210 + 420 + 840 + 1050$$
$$= 2940$$

كلتا الطريقتين تعطيان الإجمالي نفسه وهو 2940 سعرًا حراريًا تم حرقهم. هذا مثال على **خاصية التوزيع**.

مفهوم أساسي خاصية التوزيع

الرمز

لأي أعداد a وb وc

$a(b + c) = ab + ac$ و $(b + c)a = ba + ca$

$a(b - c) = ab - ac$ و $(b - c)a = ba - ca$

أمثلة

$3(2 + 5) = 3 \times 2 + 3 \times 5$
$3(7) = 6 + 15$
$21 = 21$

$4(9 - 7) = 4 \times 9 - 4 \times 7$
$4(2) = 36 - 28$
$8 = 8$

تسمح خاصية التناظر في المعادلة بكتابة خاصية التوزيع كما يلي.

إذا كانت $a(b + c) = ab + ac$. فإن $ab + ac = a(b + c)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 1 من الحياة اليومية التوزيع على الجمع

الرياضة مجموعة من 7 بالغين و6 أطفال سيذهبون إلى مباراة البيسبول لنادي بولز في جامعة جنوب فلوريدا. استخدم خاصية التوزيع لكتابة وإيجاد قيمة تعبير يحدد التكلفة الإجمالية للتذاكر.

الفهم تحتاج إلى إيجاد تكلفة كل تذكرة ثم إيجاد التكلفة الإجمالية.

التخطيط 6 + 7 أو 13 شخصًا سيذهبون للمباراة، وتبلغ قيمة التذكرة درهمين لكل شخص.

الحل اكتب تعبيرًا يوضح ناتج ضرب تكلفة كل تذكرة في مجموع تذاكر البالغين وتذاكر الأطفال.

$2(7 + 6) = 2(7) + 2(6)$ خاصية التوزيع

$= 14 + 12$ اضرب.

$= 26$ اجمع.

تبلغ التكلفة الإجمالية 26 AED.

التحقق يبلغ العدد الإجمالي للتذاكر المطلوبة 13 وتتكلف درهمين لكل تذكرة. اضرب 13 في 2 للحصول على الناتج 26. وبهذا، فإجمالي تكلفة الشراء 26 AED.

مباراة البيسبول لفريق بولز في جامعة جنوب فلوريدا

التذكرة	التكلفة (AED)
تذكرة البالغ لمباراة واحدة	5
تذكرة الأطفال لمباراة واحدة (12 عامًا فأقل)	3
تذكرة المجموعات من 10 أشخاص أو أكثر لمباراة واحدة	2
تذكرة كبار السن لمباراة واحدة (65 عامًا فأكثر)	3

المصدر: جامعة جنوب فلوريدا

تمرين موجه

1. **الرياضة** مجموعة من 3 بالغين و11 طفلاً في سن 11 عامًا وطفلين تحت 10 أعوام سيذهبون إلى مباراة بيسبول. اكتب تعبيرًا وأوجد قيمته لتحديد تكلفة التذاكر للمجموعة.

رابط من الحياة اليومية

تحقق الرقم القياسي لحضور مباراة بيسبول واحدة في عام 1959. كان هناك 92,706 متفرج في مباراة بين فريقي لوس أنجلوس دودجرز وشيكاغو وايت سوكس.

المصدر: Baseball Almanac

نصيحة دراسية

الاستنتاج المنطقي والمثابرة

خطة الخطوات الأربع لحل المسائل أداة للتفكير في أية مسألة. عندما تضع خطتك وتنفذها، اسأل نفسك باستمرار "هل هذا منطقي؟" راقب تقدمك وقيّمه وغيّر مسارك إذا لزم الأمر.

يمكنك استخدام خاصية التوزيع لتسهيل الرياضيات الذهنية.

مثال 2 الرياضيات الذهنية

استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة 49 × 7 ثم أوجد القيمة.

$7 \times 49 = 7(50 - 1)$ فكّر: $49 = 50 - 1$

$= 7(50) - 7(1)$ خاصية التوزيع

$= 350 - 7$ اجمع.

$= 343$ اطرح.

تمرين موجه

استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل تعبير. ثم أوجد القيمة.

2A. $304(15)$

2B. $44 \times 2\frac{1}{2}$

2C. $210(5)$

2D. $52(17)$

2 تحويل التعابير لأبسط صورة

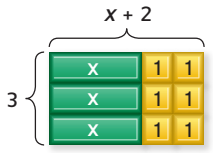
يمكنك استخدام القطع الجبرية لمعرفة كيفية ارتباط خاصية التوزيع بالتعابير الجبرية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نصيحة في حل المسائل

صمم نموذجًا قد يكون من المفيد تصور مسألة باستخدام القطع الجبرية أو ورقة مطوية.

يحتوي المستطيل على اليسار على 3 قطع x و6 قطع 1.
مساحة المستطيل هي $x + 1 + 1 + x + 1 + 1 + x + 1 + 1$ أو $3x + 6$ ولهذا، فإن $3(x + 2) = 3x + 6$



مثال 3 التعابير الجبرية

أعد كتابة كل تعبير باستخدام خاصية التوزيع. ثم حول لأبسط صورة.

a. $7(3w - 5)$

$7(3w - 5) = 7 \times 3w - 7 \times 5$ خاصية التوزيع

$= 21w - 35$ اضرب

b. $(6v^2 + v - 3)4$

$(6v^2 + v - 3)4 = 6v^2(4) + v(4) - 3(4)$ خاصية التوزيع

$= 24v^2 + 4v - 12$ اضرب

تمرين موجه

3A. $(8 + 4n)2$

3B. $-6(r + 3g - t)$

2b. $(2 - 5q)(-3)$

3D. $-4(-8 - 3m)$

مراجعة المفردات

الحد (term) عدد أو متغير أو ناتج ضرب أو قسمة الأعداد والمتغيرات.

الحدود المتشابهة هي حدود تتكون من نفس المتغيرات مرفوعة إلى القوة الأسية ذاتها.

$5x^2 + 2x - 4$ ثلاثة حدود

$6a^2 + a^2 + 2a$ حدود متشابهة، حدود غير متشابهة

يمكن استخدام خاصية التوزيع وخصائص المساواة لإظهار أن $4k + 8k = 12k$ في هذا التعبير، $4k$ و$8k$ حدان متشابهان.

$4k + 8k = (4 + 8)k$ خاصية التوزيع

$= 12k$ الاستبدال

يكون التعبير في **أبسط صورة** عندما لا يحتوي على حدود متشابهة أو أقواس.

مثال 4 جمع الحدود المتشابهة

a. حوّل لأبسط صورة $17u + 25u$

$17u + 25u = (17 + 25)u$ خاصية التوزيع

$= 42u$ الاستبدال

b. حوّل لأبسط صورة $6t^2 + 3t - t$

$6t^2 + 3t - t$ $= 6t^2 + (3 - 1)t$ خاصية التوزيع

$= 6t^2 + 2t$ الاستبدال

تمرين موجه

حوّل كل تعبير إلى أبسط صورة. وإذا تعذّر ذلك، فاكتب *مُبسّط*.

4A. $6n - 4n$

4B. $b^2 + 13b + 13$

4C. $4y^3 + 2y - 8y + 5$

4D. $7a + 4 - 6a^2 - 2a$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 5 كتابة التعابير وتحويلها لأبسط صورة

استخدم التعبير *"ضعف الفارق بين $3x$ وy زاد بمقدار خمسة مضروبة في مجموع x و$2y$"*

a. اكتب تعبيرًا جبريًا للتعبير اللفظي.

الشرح	ضعف الفارق بين $3x$ وy	زاد بمقدار	خمسة مضروبة في مجموع x و$2y$	
متغيرات	افترض أن x وy يمثلان الأعداد.			
التعبير	$5(x + 2y)$	$+$	$2(3x - y)$	

b. حول التعبير لأبسط صورة واذكر الخصائص المستخدمة.

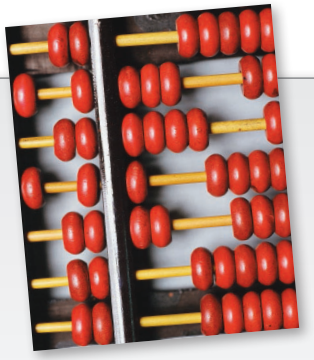
$$\begin{aligned}
2(3x - y) + 5(x + 2y) &= 2(3x) - 2(y) + 5(x) + 5(2y) && \text{خاصية التوزيع}\\
&= 6x - 2y + 5x + 10y && \text{اضرب}\\
&= 6x + 5x - 2y + 10y && \text{التبديل (+)}\\
&= (6 + 5)x + (-2 + 10)y && \text{خاصية التوزيع}\\
&= 11x + 8y && \text{الاستبدال}
\end{aligned}$$

تمرين موجه

5. استخدم التعبير *5 مضروبة في الفارق بين q تكعيب وr زائد 8 مضروبة في مجموع $3q$ و$2r$*

A. اكتب تعبيرًا جبريًا للتعبير اللفظي.

B. حوّل التعبير لأبسط صورة واذكر الخصائص المستخدمة.



الربط بتاريخ الرياضيات

كامبي موري (عاش بين عامي 1600 و1628 تقريبًا) كان كامبي موري عالمًا يابانيًا نشر جهاز العد. وقد غيّر تركيز الرياضيات من الفلسفة إلى الحساب.

معامل الحد هو العامل العددي. على سبيل المثال، في $6ab$، المعامل هو 6 وفي $\frac{x^2}{3}$، المعامل هو $\frac{1}{3}$ في الحد y، المعامل هو 1 بما أن $y = y \times 1$ حسب خاصية المحايد الضربي.

ملخص المفاهيم خصائص الأعداد

تسري خصائص التالية على أي أعداد a، وb، وc.

الخصائص	الجمع	عملية الضرب
خاصية التبديل	$a + b = b + a$	$ab = ba$
خاصية التجميع	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(ab)c = a(bc)$
خاصية المحايد	0 هو المحايد $a + 0 = 0 + a = a$	1 هو المحايد $a \times 1 = 1 \times a = a$
صفر	—	$a \times 0 = 0 \times a = 0$
خاصية التوزيع	$a(b + c) = ab + ac$ و $(b + c)a = ba + ca$	
الاستبدال	إذا كانت $a = b$، فعندئذ يمكن استبدال a بـ b.	

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

مثال 1

1. **الطيار** يفرض أحد الطيارين في عرض جوي مبلغ 25 AED على الراكب مقابل الرحلات. إذا ركب 12 بالغًا و15 طفلاً في يوم واحد، فاكتب تعبيرًا لوصف الموقف وأوجد قيمته.

مثال 2

استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل تعبير. ثم أوجد القيمة.

2. $14(51)$
3. $6\frac{1}{9}(9)$

مثال 3

استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل تعبير. ثم حوِّل لأبسط صورة.

4. $2(4 + t)$
5. $(g - 9)5$

مثال 4

حوِّل كل تعبير إلى أبسط صورة. وإذا تعذّر ذلك، فاكتب *مُبسّط*.

6. $15m + m$
7. $3x^3 + 5y^3 + 14$
8. $(5m + 2m)10$

مثال 5

اكتب تعبيرًا جبريًا لكل تعبير لفظي. ثم حوِّل لأبسط صورة مع توضيح الخصائص المستخدمة.

9. ضرب 4 في مجموع العدد 2 مضروبًا في x وستة
10. نصف 4 مضروبة في y زائد مجموع y و3

التمرين وحل المسائل

مثال 1

11. **إدارة الوقت** تستخدم ماجدة النقاط لتتبع نشاطاتها على تقويم. تمثل النقاط الحمراء الأعمال المنزلية، وتمثل النقاط الصفراء العمل وتمثل النقاط الخضراء تدريب المشي. في الأسبوع العادي، تستخدم 5 نقاط حمراء و3 نقاط صفراء و4 نقاط خضراء. فكم عدد النشاطات التي تقوم بها ماجدة خلال 4 أسابيع؟

12. **الاستنتاج** يُطلق الصليب الأحمر حملات للتبرع بالدم في موقعين. في يوم واحد، جمع المركز الأول 715 كيس دم وجمع المركز الثاني 1035 كيس دم. اكتب تعبيرًا وأوجد قيمته لتقدير العدد الإجمالي لأكياس الدم التي تم التبرع بها على مدار في يوم واحد، 3 أيام.

مثال 2

استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل تعبير. ثم أوجد القيمة.

13. $(4 + 5)6$
14. $7(13 + 12)$
15. $6(6 - 1)$
16. $(3 + 8)15$
17. $14(8 - 5)$
18. $(9 - 4)19$
19. $4(7 - 2)$
20. $7(2 + 1)$
21. 7×497
22. $6(525)$
23. $36 \times 3\frac{1}{4}$
24. $\left(4\frac{2}{7}\right)21$

مثال 3

استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل تعبير. ثم حوِّل لأبسط صورة.

25. $2(x + 4)$
26. $(5 + n)3$
27. $(4 - 3m)8$
28. $-3(2x - 6)$

مثال 4

حوِّل كل تعبير إلى أبسط صورة. وإذا تعذّر ذلك، فاكتب *مُبسّط*.

29. $13r + 5r$
30. $3x^3 - 2x^2$
31. $7m + 7 - 5m$
32. $5z^2 + 3z + 8z^2$
33. $(2 - 4n)17$
34. $11(4d + 6)$
35. $7m + 2m + 5p + 4m$
36. $3x + 7(3x + 4)$
37. $4(fg + 3g) + 5g$

مثال 5

اكتب تعبيرًا جبريًا لكل تعبير لفظي. ثم حوِّل لأبسط صورة مع توضيح الخصائص المستخدمة.

38. ناتج ضرب 5 في m تربيع زائد مجموع تربيع m و5
39. 7 مضروبة في مجموع a تربيع وb ناقص 4 مضروبة في مجموع a تربيع وb

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

40. **علم الهندسة** أوجد محيط مثلث متساوي الساقين بطول أضلاع يبلغ $x + 5$ و $x + 5$ و xy. اكتب في أبسط صورة.

41. **علم الهندسة** **يبلغ قياس سداسي الأضلاع العادي $(3x + 5)$ وحدات على كل ضلع. ما المحيط في أبسط صورة؟**

حوّل كل تعبير إلى أبسط صورة.

42. $6x + 4y + 5x$

43. $3m + 5g + 6g + 11m$

44. $4a + 5a^2 + 2a^2 + a^2$

45. $5k + 3k^3 + 7k + 9k^3$

46. $6d + 4(3d + 5)$

47. $2(6x + 4) + 7x$

48. **الطعام** يختار كمال طعام رحلة لمجموعته الدراسية.

القائمة	
العنصر	التكلفة (AED)
شطيرة	2.49
كوب حساء	1.29
سلطة جانبية	0.99
المشروب	1.49

a. **فسّر التعبير**
$4(2.49) + 3(1.29) + 3(0.99) + 5(1.49)$

b. **كم ستبلغ التكلفة إذا اشترى كمال أربعة من كل عنصر في القائمة؟**

استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل تعبير. ثم حوّل لأبسط صورة.

49. $\left(\frac{1}{3} - 2b\right)27$

50. $4(8p + 4q - 7r)$

51. $6(2c - cd^2 + d)$

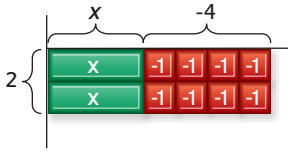
حوّل كل تعبير إلى أبسط صورة. وإذا تعذّر ذلك، فاكتب *مُبسّط*.

52. $6x^2 + 14x - 9x$

53. $4y^3 + 3y^3 + y^4$

54. $a + \frac{a}{5} + \frac{2}{5}a$

55. **التمثيلات المتعددة** تبلغ مساحة النموذج $2(x - 4)$ أو $2x - 8$ التعبير $2(x - 4)$ في *الصيغة المحللة*.



a. **التمثيل الهندسي** استخدم القطع الجبرية لعمل مستطيل مساحته $2x + 6$ استخدم النتيجة لكتابة $2x + 6$ في صيغة محللة.

b. **التمثيل الجدولي** استخدم القطع الجبرية لعمل مستطيلات تمثل كل مساحة في الجدول. قم بتسجيل الصيغة المحللة لكل تعبير.

المساحة	الصيغة المحللة
$2x + 6$	
$3x + 3$	
$3x - 12$	
$5x + 10$	

c. **التمثيل اللفظي** اشرح كيف يمكنك إيجاد الصيغة المحللة لتعبير.

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

56. **المثابرة** استخدم خاصية التوزيع لتبسيط $6x^2[(3x - 4) + (4x + 2)]$

57. **الاستنتاج** هل ينبغي أن تكون خاصية التوزيع خاصية في الضرب أم الجمع أم كليهما؟ اشرح إجابتك.

58. **الكتابة في الرياضيات** ما فائدة تمثيل التعابير اللفظية جبريًا؟

59. **الكتابة في الرياضيات** استخدم البيانات المتعلقة بالتزلج في صفحة 25 لشرح كيفية استخدام خاصية التوزيع للحساب بسرعة. وقارن كذلك بين طريقتي إيجاد إجمالي السعرات الحرارية التي تم حرقها.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تمرين على الاختبار المعياري

60. أيهم يوضح خاصية التناظر في المعادلة؟

A إذا كانت $a = b$ فإن $b = a$.

B إذا كانت $a = b$ و $b = c$، فإن $a = c$.

C إذا كانت $a = b$ فإن $b = c$.

D إذا كانت $a = a$ فإن $a + 0 = a$.

61. يقل عمر آمنة بثلاث أعوام عن شقيقتها إيمان. ما التعبير الذي يمثل عمر آمنة إذا عبّرنا عن عمر إيمان بأنه y عام؟

F $y + 3$

G $y - 3$

H $3y$

J $\frac{3}{y}$

62. ما الخاصية المستخدمة أدناه؟

إذا كانت $4xy^2 = 8y^2$ و $8y^2 = 72$، فإن $4xy^2 = 72$.

A خاصية الانعكاس

B خاصية الاستبدال

C خاصية التناظر

D خاصية الانتقال

63. إجابة قصيرة يحتوي درج على الجوارب الموجودة في المخطط. ما احتمالية أن يكون الجورب المختار عشوائيًا أزرق اللون؟

اللون	العدد
أبيض	16
أزرق	12
أسود	8

مراجعة شاملة

أوجد قيمة كل تعبير مما يلي. اذكر اسم الخاصية المستخدمة في كل خطوة. (الدرس 3-1)

64. $14 + 23 + 8 + 15$

65. $0.24 \times 8 \times 7.05$

66. $1\frac{1}{4} \times 9 \times \frac{5}{6}$

67. الرياضة يركض باهر 6 مرات في الأسبوع لمدة 30 دقيقة، ويرفع الأوزان 3 مرات في الأسبوع لمدة 20 دقيقة. اكتب تعبيرًا وأوجد قيمته لعدد الساعات التي يتدربها باهر في 4 أسابيع. (الدرس 1-2)

الرياضة راجع الجدول الذي يوضح الأوقات التي تقضيها بسمة في السفر عبر البلد لحضور أول 8 مقابلات في الموسم. فرّتب الإجابات إلى أقرب ثانية. (الدرس 12-0)

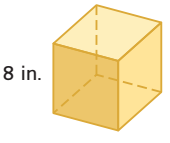
السفر عبر البلد	
المقابلة	المدة
1	22:31
2	22:21
3	21:48
4	22:01
5	21:48
6	20:56
7	20:34
8	20:15

68. أوجد المتوسط الحسابي للبيانات.

69. أوجد وسيط البيانات.

70. أوجد منوال البيانات.

71. مساحة السطح ما مساحة سطح المكعب؟ (الدرس 10-0)



مراجعة المهارات

أوجد قيمة كل تعبير مما يلي.

72. $12(7 + 2)$

73. $11(5) - 8(5)$

74. $(13 - 9) \times 4$

75. $3(6) + 7(6)$

76. $(1 + 19) \times 8$

77. $16(5 + 7)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education