11-0 الاحتمالية والفرص البسيطة

الهدف

- إيجاد احتمالات وفرص الأحداث البسيطة.

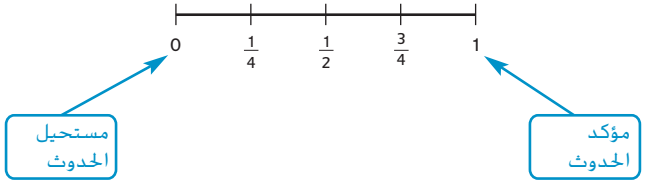
مفردات جديدة

احتمال (probability)
الفضاء العيني (sample space)
متساوي الاحتمال (equally likely)
المكملات (complements)
الرسم التخطيطي الشجري (tree diagram)
الفرص (odds)

احتمالية حدث هي نسبة عدد النتائج المرغوبة لحدث إلى العدد الإجمالي للنتائج المحتملة. عندما تلقي نردًا، هناك ست نتائج محتملة: 1 أو 2 أو 3 أو 4 أو 5 أو 6. تُسمى هذه القائمة بكل النتائج المحتملة **الفضاء العيني**.

عندما يكون هناك n من النتائج واحتمالية كل نتيجة هي $\frac{1}{n}$، فإننا نقول إن النتائج **متساوية الاحتمال**.

على سبيل المثال، عندما تلقي نردًا، النتائج المحتملة الست متساوية الاحتمال لأن كل نتيجة لها احتمال بمقدار $\frac{1}{6}$. ودائمًا ما ينحصر مجال احتمال الحدث بين 0 و 1 كلما اقتربت الاحتمالية من 1، زاد ترجيح حدوثها.



مثال 1 إيجاد الاحتمالات

إذا تم إلقاء حجر نرد، أوجد كلاً من الاحتمالات التالية.

a. ظهور 1 أو 5 على الوجه العلوي

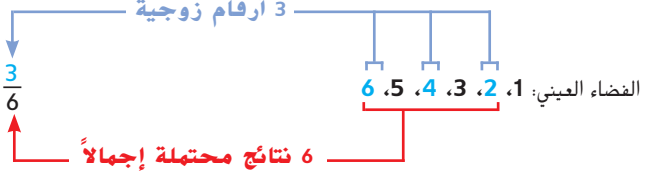
هناك ست نتائج محتملة. هناك نتيجتان مرغوبتان، 1 و5.

$$\text{الاحتمالية} = \frac{\text{عدد النتائج مرغوبتان}}{\text{إجمالي عدد النتائج المحتملة}} = \frac{2}{6}$$

إذن $P(1 \text{ أو } 5) = \frac{2}{6}$ أو $\frac{1}{3}$.

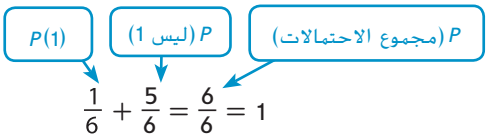
b. ظهور رقم زوجي على الوجه العلوي

ثلاث من النتائج الست أرقام زوجية. إذًا، فهناك ثلاث نتائج مرغوبة.



إذًا، $P(\text{رقم زوجي}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

أحداث إلقاء النرد على رقم 1 وعدم إلقاء النرد على رقم 1 تُسمى **المكملات**.



$$\frac{1}{6} + \frac{5}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

مجموع احتمالات أي حدثين مكملين يساوي 1 دائمًا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education Eyewire/Getty Images

مثال 2 إيجاد الاحتمالات

تحتوي حقيبة على 5 قصاصات حمراء، و7 قصاصات زرقاء، و6 قصاصات صفراء و10 قصاصات خضراء. يتم سحب قصاصة واحدة عشوائيًا. أوجد كلاً من الاحتمالات التالية.

a. الزرقاء

هناك 7 قصاصات زرقاء و28 قصاصة إجمالاً.

$$P(\text{القصاصة الزرقاء}) = \frac{7}{28} \quad \begin{matrix}\leftarrow \text{عدد النتائج المرغوبة} \\ \leftarrow \text{عدد النتائج الممكنة}\end{matrix}$$
$$= \frac{1}{4}$$

يمكن صياغة الاحتمالية على شكل $\frac{1}{4} = 0.25 = 25\%$.

b. حمراء أو صفراء

هناك $5 + 6 = 11$ قصاصة حمراء أو صفراء.

$$P(\text{حمراء أو صفراء}) = \frac{11}{28} \quad \begin{matrix}\leftarrow \text{عدد النتائج المرغوبة} \\ \leftarrow \text{عدد النتائج الممكنة}\end{matrix}$$
$$\approx 0.39$$

يمكن صياغة الاحتمالية على شكل $\frac{11}{28}$ = حوالي 0.39 = حوالي 39%.

ج. غير خضراء

هناك $5 + 7 + 6 = 18$ قصاصة غير خضراء.

$$P(\text{غير خضراء}) = \frac{18}{28} \quad \begin{matrix}\leftarrow \text{عدد النتائج المرغوبة} \\ \leftarrow \text{عدد النتائج الممكنة}\end{matrix}$$
$$= \frac{9}{14} = \text{حوالي } 0.64$$

يمكن صياغة الاحتمالية على شكل $\frac{9}{14}$ = حوالي 0.64 = حوالي 64%.

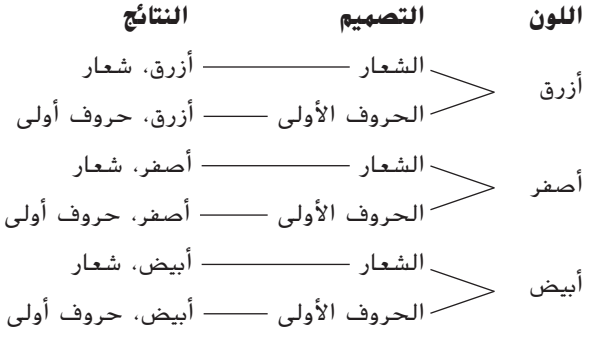
نصيحة دراسية

أسلوب بديل ستكون القصاصة المسحوبة إما خضراء أو ليست خضراء. إذًا فالأسلوب الآخر لإيجاد P(غير الخضراء) هو إيجاد P(الخضراء) وطرح تلك الاحتمالية من 1.

من الطرق المستخدمة لحساب عدد النتائج الممكنة تصميم **رسم تخطيطي شجري**. يوضح آخر عمود في الرسم التخطيطي الشجري كل النتائج الممكنة.

مثال 3 استخدام رسم تخطيطي شجري لعد النتائج

تأتي قبعات فريق البيسبول المدرسي بألوان زرقاء أو صفراء أو بيضاء. مكتوب على القبعات إما شعار المدرسة أو الحروف الأولى من اسمها. استخدم رسمًا تخطيطيًا شجريًا لتحديد عدد احتمالات القبعات المختلفة.



يوضح الرسم التخطيطي الشجري أن هناك 6 قبعات مختلفة ممكنة.

نصيحة دراسية

عد النتائج عند عد النتائج الممكنة، أضف عمودًا في الرسم التخطيطي الشجري لكل جزء من الحدث.

يقدم هذا المثال توضيحًا **لمبدأ العد الأساسي**، والذي يربط عدد النتائج بعدد الاختيارات.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مفهوم أساسي مبدأ العد الأساسي

الشرح إذا كان الحدث M يمكن أن يحدث بطرق عددها m ويتبعها الحدث N الذي يمكن أن يحدث بطرق عددها n، إذًا فالحدث M الذي يتبعه N يمكن أن يحدث بطرق عددها $m \times n$.

مثال إذا كانت هناك 4 أحجام ممكنة لحاويات الأسماك و3 أشكال ممكنة، فهناك 3 x 4 أو 12 حاوية أسماك ممكنة.

مثال 4 استخدام مبدأ العد الأساسي

a. يقدم متجر للمثلجات نوعًا أو اثنين أو ثلاثة من المثلجات من بين 12 نكهة مختلفة. يمكن تقديم المثلجات في قرطاس من البسكويت أو السكر أو في كوب. استخدم مبدأ العد الأساسي لتحديد عدد الخيارات الممكنة.

هناك 3 طرق لتقديم المثلجات، و3 أنواع مختلفة وهناك 12 نكهة مختلفة من المثلجات.

استخدم مبدأ العد الأساسي لإيجاد عدد الخيارات الممكنة.

عدد خيارات طلب المثلجات		عدد خيارات التقديم		عدد النكهات		عدد الأنواع
108	=	3	x	12	x	3

إذًا فهناك 108 طريقة مختلفة لترتيب طلب المثلجات.

b. يحتاج جمال إلى إنشاء كلمة مرور من 3 أرقام لاسم تسجيل الدخول الخاص به إلى أحد المواقع الإلكترونية. يمكن أن تشمل كلمة المرور أي رقم من 0 إلى 9، لكن لا يمكن أن تتكرر الأعداد. كم عدد كلمات المرور الممكنة المكونة من 3 أرقام؟

إذا كان الرقم الأول 4، فالرقم التالي لا يمكن أن يكون 4.

يمكننا استخدام مبدأ العد الأساسي لإيجاد عدد كلمات المرور الممكنة.

عدد كلمات المرور		الرقم الثالث		الرقم الثاني		الرقم الأول
720	=	8	x	9	x	10

إذًا، فهناك 720 كلمة مرور ممكنة من 3 أرقام.

فرص وقوع حدث ما هي المعدل الذي يقارن عدد الطرق المحتمل أن يقع بها حدث (مرات النجاح) بعدد الطرق التي لا يمكن أن يقع بها (حالات الفشل).

نصيحة دراسية

الفرص مجموع عدد مرات النجاح وعدد حالات الفشل يساوي حجم فراغ العينة أو عدد النتائج الممكنة.

مثال 4 إيجاد الفرص

أوجد فرص أن الوجه الظاهر إلى أعلى عند إلقاء حجر النرد على رقم أصغر من 3.

هناك ست نتائج محتملة: 2 ناجحتان و4 فاشلة.

إذًا، ففرص أن يكون العدد الظاهر على النرد أصغر من 3 هي $\frac{1}{2} = 1:2$.

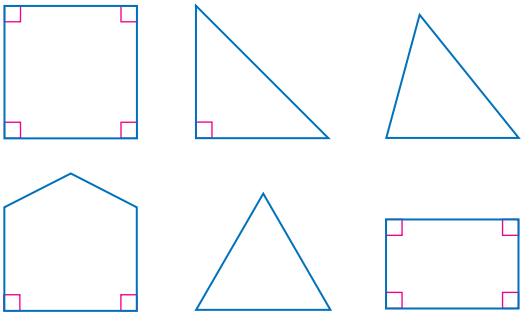
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرينات

تم اختيار عملة واحدة عشوائيًا من عبوة تحتوي على 70 نيكل و100 دايم و80 ربعًا و50 عملة معدنية بقيمة دولار. أوجد كلاً من الاحتمالات التالية.

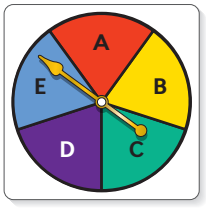
1. P(الربع)
2. P(دايم)
3. P(ربع أو نيكل)
4. P(القيمة أكبر من $ 0.10)
5. P(القيمة أصغر من $ 1)
6. P(القيمة $ 1 بحد أقصى)

تم اختيار أحد المضلعات الموضحة أدناه عشوائيًا. أوجد كلاً من الاحتمالات التالية.



7. P(المثلث)
8. P(الخماسي)
9. P(ليس رباعيًا)
10. P(أكثر من زاويتين قائمتين)

استخدم رسمًا تخطيطيًا شجريًا لإيجاد فراغ لكل حدث. اذكر عدد النتائج الممكنة.



11. تم تدوير القرص الدوار الموضح على اليسار مع إلقاء عملتين.
12. في مطعم، تختار طبقين جانبيين لتتناولهما مع الإفطار. يمكنك اختيار خبز أبيض أو خبز القمح الكامل. يمكنك اختيار زوج من النقانق أو فطيرة نقانق أو لحم بقري.
13. كم عدد الأكواد المختلفة التي يمكن تكوينها من 3 رموز هم A أو B أو C للرمز الأول و8 أو 9 للرمز الثاني و0 أو 1 للرمز الثالث؟

حقيبة مليئة بكرات زجاجية ملونة مختلفة. احتمالية اختيار كرة زجاجية حمراء عشوائيًا من الحقيبة $\frac{1}{8}$. احتمالية اختيار كرة زجاجية زرقاء هو $\frac{13}{24}$. أوجد كلاً من الاحتمالات التالية.

14. P(غير الحمراء)
15. P(غير الزرقاء)

أوجد فرص حدوث كل نتيجة إذا اختار الكمبيوتر عشوائيًا حرفًا موجودًا في اسم THE UNITED STATES OF AMERICA.

16. الحرف A
17. الحرف T
18. حرف بصوت متحرك
19. حرف بصوت علة

تريد مريم أن تطلب وجبة عشاء من المطعم المحلي.

وجبات العشاء	
لحم بقري، لحم مدخن، لحم مشوي، ديك رومي، دجاج، بيروني	
التتبيلة	**الإضافات**
مايونيز، مسطردة، خل، زيت	خس، بصل، فلفل، زيتون

20. أوجد عدد الطلبات الممكنة لوجبة عشاء عليها إضافة واحدة وخيار تتبيل واحد.
21. أوجد عدد وجبات اللحم البقري الممكنة التي عليها مايونيز أو أي مزيج من الإضافات أو بدون إضافات على الإطلاق.
22. أوجد عدد الطلبات الممكنة لوجبة عشاء عليها أي مزيج من التتبيل و/أو الإضافات.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف