التحويلات الهندسية





٠٠ لهاذا؟ ▲

٠٠ السابق

والإزاحة والدوران.

ُ التصوير الضوئي يستخدم المصورون الانعكاس والدوران والتطابق ليجعلوا صورهم مثيرةً للإعجاب وملفتةً للنظر.

سة McGraw-Hill Education

عُكست أو أزيحت أو دوّرت أُو غُيّرت أبعادُها(تمدّدت)

■ تحديد أسماء أشكال

..الحالي

• بعد دراستك لهذه . الوحدة ستكون قادرًا

- تمییز ترکیب التحويلات ورسمها.
- في الأشكال ثنائية وثلاثية الأبعاد.

الاستعداد للوحدة

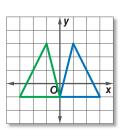
تدریب سریع

حدد نوع تحويل التطابق الظاهر باعتباره انعكاسًا، أو إزاحةً، أو دورانًا.

- B إلى A .1
- A إلى D .2
- C إلى A .3

مراجعة سريعة

حدد نوع تحويل التطابق الظاهر باعتباره انعكاسًا، أو إزاحة، أو دورانًا.



كل رأس وصورته على مسافة واحدة من المحور الرأسى y. هذا انعكاس

جـد مجموع كل متّجهين.

5.
$$\langle 6, -31 \rangle + \langle -22, 3 \rangle$$

- 4. $\langle 13, -4 \rangle + \langle -11, 9 \rangle$
 - 6. الفرقة الموسيقية خلال جزء من أغنية، يوجّه ضارب الطبل في فرقةٍ استعراضيةٍ الفرقة للتحرّك من النقطة (1, 4) إلى النقطة (5, 1). اكتب صورة مركّبة المتّجه الذي يصف هذه الحركة.
- مثال 2

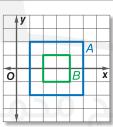
مثال 1

B(4, -3) و A(-1, 1) اکتب صورة مرکّبة \overrightarrow{AB} لـ A(-1, 1)

 $\overrightarrow{AB} = \langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle$ صورة مركبة المتجه

 $= \langle 4 - (-1), -3 - 1 \rangle$ بالتعويض.

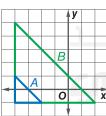
 $=\langle 5, -4 \rangle$ بالتبسيط



7. حدّد ما إذا كان تغيير الأبعاد من A إلى B عبارة عن تكبير أو تصغير. ثم جـد معامل مقياس تغيير الأبعاد .

مثال 3

حدّد ما إذا كان تغيير الأبعاد من A إلى B عبارة عن تكبير أو تصغير. ثمّ جد معامل مقياس تغيير الأبعاد.



A أكبر من A، إذًا فهو تكبير.

المسافة بين رؤوس A تساوي 2 والمسافة المناظرة بالنسبة لـ B تساوى b.

عامل المقياس يساوى $\frac{6}{2}$ أو 3.



البدء في هذه الوحدة

ستتعلم عدة مفاهيم ومهاراتٍ ومفرداتٍ جديدة أثناء دراستك لهذه الوحدة. ولكى تستعد، حدّد المفردات المههّة ونظّم مواردك.

المطويات منظم الدراسة

التحويلات والتطابق اصنع المطوية النالية لمساعدتك في تنظيم ملاحظاتك الخاصة بهذه الوحدة حول التحويلات والتناظر. وابدأ بثلاث صفحاتٍ في الدفتر.

1 ا**طو** كل ورقة إلى نصفين.



أفتح الأوراق المطوية واطو كل ورقة بالاتجاه الطولي لتشكيل جيب.



الصق الورقات جنبًا إلى جنبٍ لتشكيل كتيّب.



4 سمِّ كلًا من الجيوب كما هو موضح.

المفردات الجديدة

line of reflection خط الانعكاس center of rotation مركز الدوران angle of rotation زاوية الدوران composition of transformations symmetry (التماثل line symmetry تناظر محوري

line of symmetry

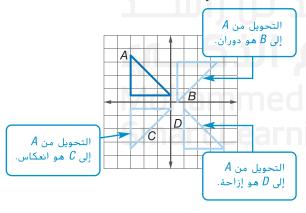
مراجعة المفردات

خط التناظر(التماثل)

الانعكاس هو تحويلٌ يمثل قلب شكلٍ بالنسبة لنقطةٍ أو مستقيم أو مستوى

الدوران هو تحويلٌ يدير كل نقطةٍ في الصورةِ الأصليةِ بزاويةٍ وانجاهٍ محددين حول نقطة ثابتة

الإزاحة هي تحويلٌ يحرّك كل نقاط شكل ما للمسافة نفسها وفي الاتجاه نفسه.



.. لهاذا؟



- . . الحالي
 - وأثبته على أنه تحويل تطابق.
- ■تمثيل الانعكاس في المستوى الإحداثي.





المفردات الجديدة خط الأنعكاس line of reflection

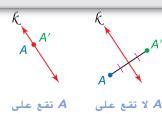
> ممارسات في الرياضيات استخدام الأدوات الملائمة بطريقة أستراتيجية. محاولة إيجاد البنية واستخدامها.

رسم الانعكاس تعلمت سابقًا أن الانعكاس أو القلبَ هو تحويلٌ بالنسبة لمستقيم يدعى خط الانعكاس. بحيث كل نقطة في الصورة الأصلية ونظيرتها في الصورة تبعد المسافة نفسها عن هذا المستقيم.

المفهوم الأساسي الانعكاس بالنسبة لمستقيم

الانعكاس بالنسبة لمستقيم هو دالةٌ تربط كل نقطةٍ بصورتها بحيث:

- إذا كانت النقطة تقع على المستقيم، فإن الصورة والصورة الأصلية هما النقطة نفسها أو
- إذا لم تكن النقطة تقع على المستقيم، فالمستقيم هو المنصّف العمودي للقطعة المستقيمة الواصلة بين النقطتين.



المستقيم لل المستقيم لل

A', A", A" وهكذا دواليك هي تسميات النقاط المقابلة لتحويل أو أكثر.

لتعكس مضلعًا بالنسبة لمستقيم، اعكس كلًا من رؤوس المضلع. ثم صِل هذه الرؤوس لتشكّل الصورة المنعكسة.

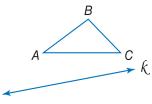
مثال 1 انعكاس شكل بالنسبة لمستقيم

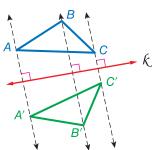
انسخ الشكل وخط الانعكاس المعطى. ثم ارسم الصورة المنعكسة بالنسبة لهذا المستقيم باستخدام مسطرة.

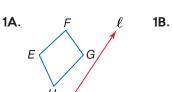
الخطوة 1 ارسم مستقيمًا من خلال كل رأسٍ بحيث $oldsymbol{k}$ يكون عموديًا على المستقيم

الخطوة 2 قِس المسافة من النقطة A إلى المستقيم k. k على المسافة نفسها من المستقيم A'على الطرف المقابل

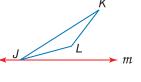
> B' كرّر الخطوة 2 لتحديد النقطتين كالخطوة 3 B' و A' و ألرؤوس C' و و C' لتشكيل الصورة المنعكسة.



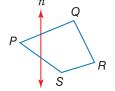


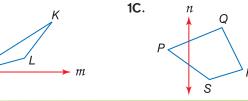






• تمرین موجّه





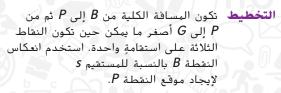
مهنة من الحياة اليومية

المصور يلتقط العاملون في مجال التصوير الصور لأسباب متعددة، منها ما يتعلق بالثقافة أو الفنّ أو تسجيل حدثٍ ما، ومنها ما يكون لأغراض علمية. وتطلب بعض الاختصاصات كالتصوير الصحفى والتصوير العلمى نيل درجة البكالوريوس. بينما لا تستلزم بعض مجالات التصوير الأخرى، كالتقاط الصور الشخصية، سوى براعةً فنية.

🤡 مثال 2 من الحياة اليومية تصغير المسافات باستخدام الانعكاس

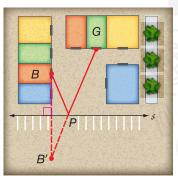
التسوّق افترض أنك ستشترى ملابس من المتجر B، ثم ستعود إلى سيارتك، ثم ستشترى حذاءً من المتجر G. فأين عليك أن تركن سيارتك على طول المستقيم ع من أماكن إيقاف السيارات لتحدّ من المسافة التي ستمشيها سيرًا على الأقدام إلى الحدّ الأدني؟

استيعاب المسألة تطلب المسألة منك تحديد نقطة P على BP + PG المستقيم S بحيث يكون لــ Sأقل قيمة ممكنة.



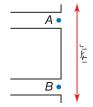
الحلّ ارسم B'G. حدّد P عند B'G و المستقيم و و B'G

التحقق قارن المجموع BP + PG لكل حالة لتتحقق من أن موقع P الذي وجدته يصغّر هذا المجموع.



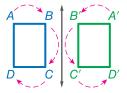
تمرین موجّه

2. بيع البطاقات تريد إيمان اختيار موقع جيدٍ P لبيع بطاقات حضور حفل التخرج. حدَّد نقطة بحيث تكون المسافة التي على شخصٍ ما أن يقطعها من الرّدهة A إلى النقطة P على الجدار، ومن ثمّ إلى الصّف التالي في الردهة B أصغر ما يمكن.



نصيحة دراسية

خواص الانعكاس تحافظ الانعكاس، شأنها شأن جميع حالات تساوى القياس، على المسافات وقياسات الزوايا وبينية النقاط ووقوعها على استقامةٍ واحدة. ولكن توجيه الصورة الأصلية وصورتها يكونان متعاكستين.



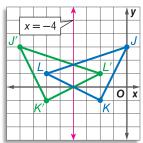
مثال 3 انعكاس شكل بالنسبة لمستقيم أفقى أو رأسى

 $\triangle JKL$ الرؤوس J(0,3) و K(-2,-1) و J(0,3) المثلث JKL الرؤوس وصورته بالنسبة للمستقيم المعطى.

b. y = 2

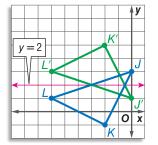
رسم الانعكاس في الهستوى الإحداثي يمكن إجراء الانعكاس أيضًا في المستوى الإحداثي

أوجد نقطةً مناظرةً لكل رأسٍ بحيث يكون الرأس وصورته متساويي البعد عن المستقيم



a. x = -4

أوجد نقطةً مناظرةً لكل رأس بحيث يكون الرأس وصورته متساويي البعد عن المستقيم



باستخدام التقنيات البقدّمة في المثال 3.

لشبه الهنحرف RSTV الرؤوس (1, 1, R(-1, 1) و S(4, 1) و T(4, -1) و S(4, 1). مثل شبه الهنحرف RSTV وصورته بالنسبة للهستقيم الهعطى.

3A.
$$y = -3$$
 3B. $x = 2$

حين يكون خط الانعكاس هو المحور الأفقى X أو المحور الرأسى y. فيمكنك استخدام القاعدة التالية.

المفهوم الأساسى الانعكاس بالنسبة للمحور الأفقى x أو المحور الرأسي y الانعكاس بالنسبة للمحور الأفقى x الانعكاس بالنسبة للمحور الرأسي لا لتعكس نقطةً بالنسبة للمحور الرأسي ٧. لتعكس نقطةً بالنسبة للمحور الأفقى X، الشرح اضرب الإحداثي الأفقى X الخاص بها اضرب الإحداثي الرأسي y الخاص بها الشرح $(x, y) \rightarrow (-x, y)$ $(x, y) \rightarrow (x, -y)$ الرموز الرموز A(4, 1) A(2, 3)A'(-2.3)مثال مثال A'(4, -1)B'(-6, -4)B(6, -4)B'(7, -3)

قراءة في الرياضيات الرمز الإحداثي للدالة يمكن قراءة النعبير P(a,b) على النحو: النقطة P(a,-b) D التي إحداثياها D و ولقص D و فاقص D

نصيحة دراسية النقاط الثابتة في المثال

4a، تدعى النقطة B بالنقطة

الثابتة لأنها ترتبط بنفسها فقط. وإن النقاط التي تقع على خط الانعكاس تبقى ثابتةً عند الانعكاس بالنسبة لهذا

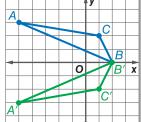
المستقيم.

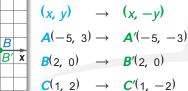
مثال 4 انعكاس شكل بالنسبة للمحور الإحداثي x أو المحور الإحداثي y

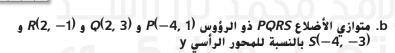
مثّل بيانيًا كل شكلٍ وصورته وفق الانعكاس المعطى.

x و (2, 0) و (1, 2) يالنسبة للمحور الأفقى ΔABC .a

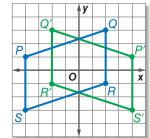
اضرب الإحداثي الرأسي y لكل رأس بــ 1-.

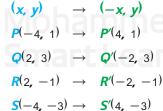






اضرب الإحداثي الأفقي X لكل رأس بــ 1-.





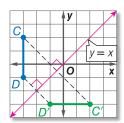
تمرین موجّه

- X و G(3,0) و G(3,0) و E(-4,-1) بالنسبة للمحور الأفقي A4. المستطيل ذو الرؤوس E(-4,-1) و E(-4,-1) بالنسبة با
 - y و الرؤوس (2, -2) و K(2, -2) و الرؤوس (3, 2) و الرؤوس (3, 2) بالنسبة للمحور الرأسي ΔJKL

مراجعة الهفردات

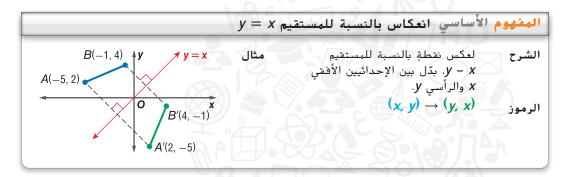
المستقيهات المتعامدة يكون المستقيمان غير الرأسيان متعامدين إذا وفقط إذا كان ناتج ضرب ميليهما يساوى 1-.

ميل المستقيم y=x يساوي 1. وفي التمثيل البياني المبيّن $\overline{CC'}$ عموديِّ عملى x=y. ذون فميله يساوي 1-. من النقطة C(-3,2). تحرّك يميئا لمسافة 2.5 وحدةً وإلى الأسفل لمسافة 2.5 وحدةً لتصل إلى y=x ومن هذه النقطة على المستقيم y=x. تحرّك يميئا لمسافة 2.5 وحدة وإلى الأسفل لمسافة 2.5 وحدة لتحدد النقطة C'(2,-3). وباستخدام طريقة مشابهة، تجد أن صورة النقطة D(-3,-1).



تعطي مقارنة إحداثيات هذه الأمثلة وغيرها القاعدة التالية للانعكاس بالنسبة للمستقيم y = x.

y = x يمكنك أيضًا عكس صورةٍ بالنسبة للمستقيم



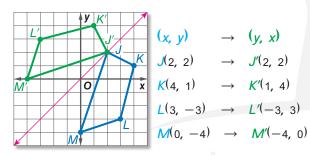
نصيحة دراسية

الصورة الأصلية وصورتها سنعتمد في هذا الكتاب دائمًا اللون الأزرق للصورة الأصلية واللون الأخضر لصورتها المحوّلة.

y = x مثال 5 انعكاس شكلِ بالنسبة للمستقيم

J(2,2), K(4,1), L(3,-3), M(0,-4) الرؤوس المناعي JKLM الرؤوس المناع المستقيم X=y بيانيًا وصورته JKLM بالنسبة للمستقيم

بدّل بین إحداثیات x و y لکل رأس.

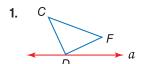


تمرین موجّه

وصورته $\triangle BCD$ الرؤوس $\triangle BCD$ الرؤوس (3, 3) و D(-2, -4) و C(1, 4) و B(-3, 3) وصورته y = x بالنسبة للمستقيم

ملخص المفهوم الانعكاس في المستوى الإحداثي					
y = xانعكاس بالنسبة لهستقيم	الانعكاس بالنسبة للمحور الرأسي ٧	الانعكاس بالنسبة للهجور الأفقي x			
P(x, y) $y = x$ $P'(y, x)$	$P(x,y) \qquad P'(-x,y)$	P(x, y) $P'(x, -y)$			
$(x, y) \rightarrow (y, x)$	$(x, y) \rightarrow (-x, y)$	$(x, y) \rightarrow (x, -y)$			

مثال 1 انسخ الشكل وخط الانعكاس المعطى. ثم ارسم الصورة المنعكسة بالنسبة لهذا الخط باستخدام مسطرة.



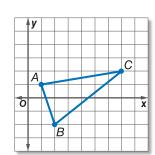
2. S R

5. y = -2

3. X Y Z



مثال 2 الأحداث الرياضية ينتظر أحمد في المقهى أن يحضر له صديقه بطاقةً لحضور حدثٍ رياضي بسعرٍ مخفض. فعند أي نقطة P على طول الطريق يتعيّن على الصديق إيقاف سيارته لتقليل المسافة التي على أحمد أن يسيرها من المقهى إلى السيارة ومن ثم إلى مدخل الصّالة إلى الحدّ الأدنى؟ ارسم مخططًا.

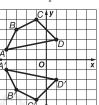


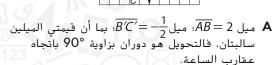
مثال 3 مثّل بيانيًا المثلث $\triangle ABC$ وصورته بالنسبة للمستقيم المعطى. 6. x=3

الهثالان 5-4 مثّل بيانيًا كل شكلٍ وصورته مها يلي وفق عملية الانعكاس المعطاة.

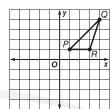
- $Z(-4,\,-1)$ و $Y(-3,\,4)$ و $X(0,\,4)$ و XYZ و XYZ و XYZ بالنسبة للمحور Y
- R(4, 4), S(3, 1)و Q(-1, 4) و Q(-1, 4)
- L(1,3) و K(-1,3) و J(-3,1) و JKLM و K(-1,3) و M(-3,-1) و M(-3,-1)

Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program 10. يعرض الشكل الموضح الشكل الرباعي ABCD وصورته ABCD المثلث ABCD هو تحويل للمثلث ABCD. فما العبرض الشكل المبتوى. فأي عبارةٍ يمكن استخدامها العبارة التي تثبت أن التحويل هو انعكاس بالنسبة لتحديد نوع التحويل الذي حدث؟





- ان صورة كل من النقاط A و B و D و D هي انعكاسٌ بالنسبة للمحور الأفقي X، فإن فالتحويل هو انعكاس.
 - بما أن B' تبعد ست نقاطٍ أسفل B، فالتحويل هو إزاحةٌ لمسافة ستّ وحدات إلى الأسفل.
 - و $CD = 2\sqrt{2}$ بها أن $CD = 2\sqrt{2}$ بها أن CD = C'D' فالتحويل هو تغييرٌ للأبعاد بمعامل يساوى 1.
 - X إذا انعكس المثلث PQR بالنسبة للمحور الأفقي PQR ليصبح المثلث P'Q'R. فماذا سيكون إحداثيا النقطة Q'?



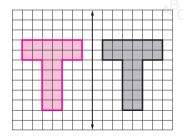
13. **الهندسة** ارسم شكلاً إلى يسار المستقيم بحيث يكون الشكل المعطى والشكل الذي رسمته متماثلين بالنسبة لذلك المستقيم.

 $-1 = \overline{NP}$ میل \overline{MN} میل **A**

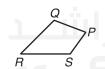
 $-1 = \overline{QN}$ میل \overline{LN} میل **B**

 $\overline{MN} \cong \overline{ON}$ D

(-x, y) مورة كل نقطة (x, y) هي (x, y)



ABCD في الرسم التخطيطي، حُوِّلُ الشكل الرباعي PQRS إلى الشكل الرباعي PQRS.

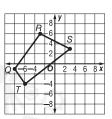




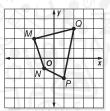
14. الهندسة توضح الشبكة أدناه ثلاث قطع مستقيمة. ارسم ثلاث قطع مستقيمة أخرى لإتمام سداسي أضلاع متماثل بالنسبة للمستقيم الرأسي.

16. يعرض الشكل أدناه الشكل الرباعي QRST.

إذا انعكس الشكل الرباعي QRST بالنسبة للمحور الأفقي X ومن ثمّ بالنسبة للمحور الرأسي Y ليشكّل شكل رباعي Z''R''S''T'. فماذا سوف يكون إحداثيا Z'''

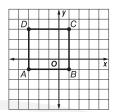


17. يعرض الشكل التمثيل البياني لــ MNPQ. ماذا سوف يكون إحداثيا Q' إذا ما انعكس الشكل الرباعي بالنسبة للمحور الأفقي X?

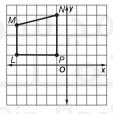


18. يوضح الشكل أدناه المربع ABCD.

إذا انعكس المربع ABCD بالنسبة للمحور y، فماذا سيكون إحداثيا C'?



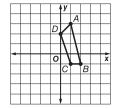
.19



إذا انعكس شبه المنحرف LMNP بالنسبة للمحور الرأسى y. فماذا سيكون إحداثيا 'L'

20. للمثلث $\triangle ABC$ الرؤوس (6, (0, E(2,1) و E(2,1) و E(2,1) فإذا ما انعكس الشكل بالنسبة للمحور الأفقي E(3,1) ليعطي E(3,1) فماذا ستكون إحداثيات رؤوس المثلث E(3,1)

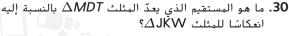
- 21. بريد إسماعيل أن يعكس المستطيل HIJK ذا الرؤوس K(2,-1) و J(5.5,-1) و J(5.5,-1) و J(5.5,-1) و بالنسبة للمحور الرأسي J(1,1) ليشكّل المستطيل J(1,1) فماذا ستكون إحداثيات النقطة J(1,1) في نقطة الانعكاس J(1,1)
- V(2,4)و U(-3,1) و UVW الرؤوس X(7,2) و W(7,2) الرؤوس W(7,2) و Y(2,-4) و Y(2,-4) و Y(2,-4) ف و Y(2,-4) و Y(2,-4) ف المخلف Y(2,-4) بهكن استخدامه لربط المثلث YVW بالمثلث YYX?
- L(-2, 6) ذو النوكس المثلث $\triangle LMN$ ذو الرؤوس (6, 2, 6) و (6, -1) و M(5, 2) و فماذا سيكون إحداثيا L(-6, -1)
- A(1, 3) يُعكس الشكل الرباعي ABCD ذو الرؤوس (B(2, -1) و B(2, -1) و B(3, -1) بالنسبة للمستقيم ABCD يا ليعطي الشكل الرباعي ABCD . ABCD فهاذا ستكون مجموعة إحداثيات ABCD .

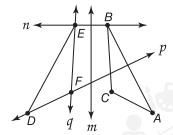


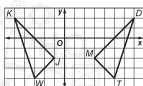
- 25. تقع رؤوس مثلثِ عند النقاط (1,0) و (1,-1) و (-1,-1). ما هو المستقيم الذي إذا ما انعكس المثلث بالنسبة إليه سيعطي مثلثًا تقع رؤوسه عند النقاط (0,1) و (0,1) (0,1)?
- B(2, 1) و A(0, 6) الرؤوس ABC الرؤوس ABC و C(-3, 4) فإذا انعكس الشكل بالنسبة للمحور الأفقي X ليعطي المثلث X ΔWXY . فماذا ستكون إحداثيات المثلث X
 - وذا انعكس شبه المنحرف B' إذا انعكس شبه المنحرف ABCD بالنسبة للمحور الرأسى Y

-			-					_	
A			P	l a '	y				
- 17		_	N	3					
			1	2					
1				2					
ν			6	1	П				
-/	1-3	-2	_	_	۲		<u> </u>	3 4	1 x
	1—3	3—2	2	_	-	1	2 ;	3 4	1 x
_4	1—3	3—2		-2	_	1 2	2 ;	3 4	1x
	1—3	3—2		_	-	1 2	2 ;	3 4	1 x
	1—3	3—2		-2	-	1 2	2 ;	3 4	1 x

- 35. بناءً على أحد التحويلات، يكون لسداسي الأضلاع PQRSTU الصورة ABRSCD. فأي من التحويلات
- E(-7, 1) ممّا يلي هي نقطة انعكاس النقطة. بالنسبة للمحور الأفقى X؟
- التالية يعطي ذلك؟
- B(1, 5) و A(-3, 1) و ΔABC الرؤوس ΔABC و بموجب $\Delta A'B'C'$ فما هي إحداثيات الصورة $\Delta A'B'C'$ بموجب C(7, 0)y = xانعكاس المثلث الأصلى بالنسبة للمستقيم
- 36. ما هو المستقيم الذي معكوس المثلث ΔDEF بالنسبة $\triangle ABC$ إليه هو المثلث

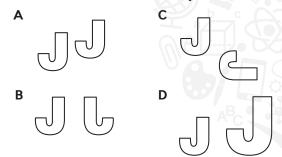






37. ما الصورة التي تمثل انعكاسًا؟

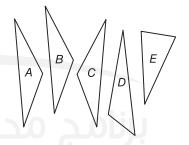
31. ما هو انعكاس النقطة P(-3, 10) بالنسبة للمستقيم y = x



- 32. ما هما المستقيمان الذي تعدّ بالنسبة إليهما القطعة المستقيمة التي نقطتاها الطرفيتان هما (10, 0) P" و(12, 4)"Q نتيجةً لانعكاسِ مضاعفٍ للقطعة P(0, 0) المستقيمة التي نقطتاها الطرفيتان هما Q(2, 4)
- L(-2, -9) أي من النقاط التالية هي انعكاسٌ للنقطة بالنسبة للمحور الرأسى Y?
- 33. أيٌّ من الأشكال التالية يبدو أنه انعكاسٌ للشكل A بالنسبة لمستقيمً ما؟

- **A** L'(-9, -2)
- **C** L'(2, -9)
- **B** L'(2, 9)
- **D** L'(-9, -2)
- ورة ، $R_{x=0}
 ightarrow T_{x,\;y}$ فإن صورة .93 A(1, 3) هي A(1, 6). فما قيمتا x و y؟

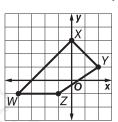
- **A** x = -2 ₉ y = 3
- **B** x = 0 ₉ y = 3
- **C** x = 3 , y = -2
- **D** x = 3 , y = 0



- 34. أيّ من العبارات التالية صحيحة؟
- إذا انعكست النقطة P(x, y) بالنسبة للمحور الرأسى \mathbf{A} y وانعكست صورتها بالنسبة لِلمحور الرأسي y، فإن P''(x, -y) إحداثيي الصورة هما
- B إذا انعكست النقطة (P(x, y بالنسبة للمحور الرأسي y وانعكست صورتها بالنسبة للمحور الرأسي y، فإن P''(y, -y) إحداثيي الصورة هما
- إذا انعكست النقطة P(x, y) بالنسبة للمحور الرأسى إذا y وانعكست صورتها بالنسبة للمحور الرأسي y، فإن إحداثيي الصورة هما P''(x, y).
- إذا انعكست النقطة P(x, y) بالنسبة للمحور الرأسى \mathbf{D} وانعكست صورتها بالنسبة للمحور الأفقى X، فإن yP''(x, -y) إحداثيى الصورة هما

تدريب على الاختبار المعياري

40. الإجابة القصيرة إذا انعكس الشكل الرباعي WXYZ بالنسبة للمحور الرأسي y ليعطي الشكل الرباعي X' فما إحداثيا X'



- 3x و 3x و 41. الجبر إذا كان الوسط الحسابى للأعداد

- **B** 3
- و 27 هو 18، فما قيمة x؟ **C** 5
- A 2

D 6

A $\sqrt{50}$

F 26

G 33

D(1, -1)

H 60

B و A في مستوىً إحداثي، للنقطتين SAT/ACT .43

الإحداثيان (4, 2, 4) والإحداثيان (3, 3)، على الترتيب.

J 65

فها قيمة AB؟

 $.m \angle F = 26$. $m \angle E = 108$ لدينا . $\triangle DEF$ في المثلث .42

و 20f=20. جـد طول d مقربًا إلى أقرب عددٍ كلّى.

- **B** (1, 7)
- $E\sqrt{26}$
- C (5, -1)

مراجعة شاملة

 $0^{\circ} < heta < 90$ جـد القيهة الدقيقة لكل تعبيرٍ مها يلي إذا كانت

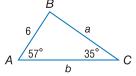
.sin
$$\theta$$
 جــد cos $\theta = \frac{3}{5}$ اذا کان.

.tan θ فجد csc $\theta = \frac{3\sqrt{5}}{5}$. وإذا كان .47

.cot θ فجــد tan $\theta=2$ وإذا كان 45.

- .cos θ جدد sin $\theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$. إذا كان
- حُـلٌ كل مثلث، وقرّب أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

48.





- 50. الهندسة الإحداثية في المثلث $\triangle LMN$. نقسم القطعة المستقيمة \overline{PR} الضلعين \overline{NL} و \overline{MN} إلى أطوال متناسبة. فإذا كانت إحداثيات Mو M و M (8, 20) و M و M و M و M و M و M و M و M الرؤوس على النحو M النحو M و M و M النحو M و
 - حُلّ كل معادلة مها يلي. وقرّب إلى أقرب جزءٍ من عشرة إذا لزم الأمر.

- **51.** Sin $\theta = -0.58$
- **52.** Cos $\theta = 0.32$
- **53.** Tan $\theta = 2.7$

- مراجعة الههارات
- جـد مقدار كل متجه واتجاهه.

- **54.** \overrightarrow{RS} : R(-3, 3), S(-9, 9)
- **55.** \overrightarrow{FG} : F(-4, 0) = G(-6, -4)

- **56.** \overrightarrow{JK} : J(8, 1), K(2, 5)
- **57.** \overrightarrow{AB} : A(-1, 10) $_{9}$ B(1, -12)

٠٠ السابق

٠٠ الحالي

- 🌘 لقد وجدت مقادير
- 🚽 تمثيل الإزاحة بيانيا. متجهاتٍ واتجاهاتها
- تمثيل الإزاحة في المستوى الإحداثي.



المفردات الجديدة متّجه الإزاحة translation vector

مهارسات في الرياضيات استخدام الأدوات الملائمة بطريقة أستراتيجية. استخدام نماذج الرياضيات.

رسم الإزاحة تعلّمت سابقًا أن الإزاحة أو الانزلاق تحويلٌ يحرّك جميع نقاط شكل المسافة نفسها في الاتجاه نفسه. وبما أنه يمكن استخدام متجهاتٍ لوصف المسافة والاتجاه، فيمكن استُخدام متّجهاتٍ لتعريف الإزاحة.

🥚 إن تقنية الرسوم المتحركة هي تقنية يُحرّك فيها

جسمٌ بمقادير صغيرة جدًا بين صورٍ ملتقطةٍ كل

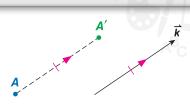
على حدة. وعند تشغيل سلسلة من الصور على هيئة سلسلةٍ مستمرة، ينتج خداعٌ حركى.

المفهوم الأساسى الإزاحة

الإزاحة هي دالةٌ تربط كل نقطةٍ بصورتها على طول متجه يدعى متجه الإزاحة، بحيث:

٠٠ لهاذا

- يكون لكل قطعة مستقيمة تربط نقطةً بصورتها طول المتجه نفسه، و
 - تكون هذه القطعة المستقيمة موازيةً للمتجه



النقطة A' هي إزاحة للنقطة طول متّجه الإزاحة \overline{k} .

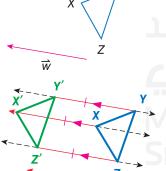
مثال 1 رسم الإزاحة

انسخ الشكل ومتجه الإزاحة المعطى. ثم ارسم إزاحة الشكل على طول متجه الإزاحة.

ارسم مستقيمًا عبر كل رأسٍ بحيث يوازي المتجه \overline{w}

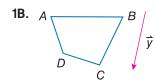
X' وحدّد النقطة . \overline{w} وحدّد النقطة عبر تحديد هذه المسافة على طول المستقيم X والذي مبدؤه هو النقطة واتجاهه هو اتجاه المستقيم نفسه.

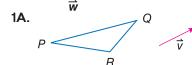
الخطوة 3 كرر الخطوة 2 لتحديد نقطتين Y و Z'. ثم اربط الرؤوس و Y' و X' لتشكيل الصورة المزاحة.



Υ

موجّه موجّه





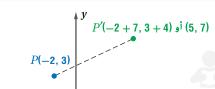
رسم الإزاحة في المستوى الإحداثي تذكّر أن أيّ منجه في المستوى الإحداثي يمكن أن يكتب في الصورة $\langle a,b\rangle$. حيث a يمثل التغير الأفقى و b هو التغير الرأسى من رأس المتّجه إلى ذيله. \overline{CD} ممثّلة بالزوج المرتّب $\langle 2, -4 \rangle$.

يمكن استخدام المتجهات وفق هذه الصيغة المدعوة بالصورة المركبة لإزاحة شكل في المستوى الإحداثي.

قراءة في الرياضيات

الإزاحة الأفقية والرأسية عندما يكون متجه الإزاحة من الصيغة فإن الإزاحة تكون $\langle a, 0 \rangle$ أفقيةً فقط. وعندما يكون متجه الإزاحة من الصيغة $\langle 0, b \rangle$ ، فإن الإزاحة تكون رأسيةً فقط.

🛂 المفهوم الأساسي الإزاحة في المستوى الإحداثي



D(2, -4)

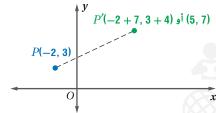
C(0, 0)

0

الشرح لإزاحة نقطةٍ على طول المتّجه
$$\langle a,b \rangle$$
. الشرح الجمع a بالإحداثي x و d بالإحداثي y

$$(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$$

مثال صورة النقطة
$$P(-2, 3)$$
 المزاحة على طول المتّجه $P'(5, 7)$ هي $P'(5, 7)$



الإزاحة هي شكلٌ آخر من تحويل التطابق أو تساوي الأبعاد.

مثال 2 الإزاحة في المستوى الإحداثي

مثّل بيانيًا كل شكل وصورته على طول المتجّه المعطى.

(2,5) (G(-3,-1) و F(-4,-4) و E(-7,-1) .a

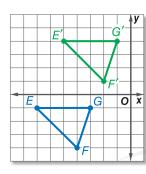
يشير المتجه إلى إزاحةٍ لمسافة C وحدتين يمينًا و 5 وحدات إلى الأعلى.

$$(x, y)$$
 $\rightarrow (x + 2, y + 5)$

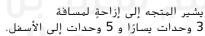
$$\mathbf{E}(-7, -1) \rightarrow \mathbf{E}'(-5, 4)$$

$$\mathbf{F}(-4, -4) \rightarrow \mathbf{F}(-2, 1)$$

$$G(-3, -1) \rightarrow G'(-1, 4)$$



$\langle -3, -4 \rangle$:M(5, 6) و K(5, 2) و K(5, 2) و K(5, 4) دو الرؤوس JKLM دو الرؤوس .b



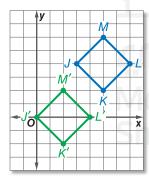
$$(x, y) \rightarrow (x + (-3), y + (-4))$$

$$J(3, 4) \rightarrow J'(0, 0)$$

$$K(5, 2) \rightarrow K(2, -2)$$

$$L(7, 4) \rightarrow L'(4, 0)$$

$$M(5, 6) \rightarrow M'(2, 2)$$



، تمرین موجّه

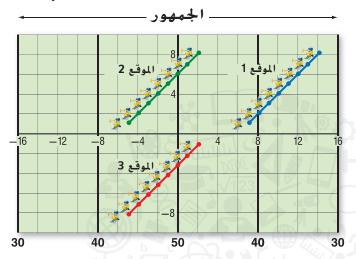
 $\langle -1, -4 \rangle$ ،C(7, 5) و B(1, 1) و A(2, 6) ذو الرؤوس $\triangle ABC$ ذو الرؤوس

(7, 1) : T(-4, -2) و S(-4, -7) و R(-9, -5) و Q(-8, -2) و QRST و QRST و QRST و QRST

نوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 3 من الحياة اليومية وصف الإزاحة

الفرقة الموسيقية خلال إحدى فقرات عرض فرقةٍ موسيقيةٍ عسكرية. يبدأ نافخو البوق بالعزف عند الموقع 1، ثم يسيرون إلى الموقع 2، ومن ثمّ إلى الموقع 2، ونمثل كل وحدة على التمثيل البياني خطوة واحدة.



a. صِف إزاحة خط نافخي البوق من الهوقع 1 إلى الهوقع 2 باستخدام رمز الدالة وبالكلهات.

إحدى النقاط الواقعة على المستقيم في الموقع 1 هي (x,y). وفي الموقع 2، تتحرك هذه النقطة إلى $(x,y) \to (x+a,y+b)$ استخدم دالة الإزاحة $(x,y) \to (x+b)$ إلاءادة حل المعادلات من أجل إيجاد $(x,y) \to (x+b)$

$$(14 + a, 8 + b)$$
 of (2, 8)

$$14 + a = 2$$
 $8 + b = 8$

$$a = -12$$
 $b = 0$

 $(x, y) \rightarrow (x + (-12), y + 0)$

إذًا. يزاح خطّ نافخي البوق 12 خطوة يسارًا ولكنه لا يزاح أي خطوة إلى الأمام أو الخلف من الموقع 1 إلى الموقع 2.

b. صِف إزاحة خط نافخي البوق من الموقع 1 إلى الموقع 3 باستخدام متجه إزاحة.

$$(14 + a, 8 + b)$$
 $(2, -1)$

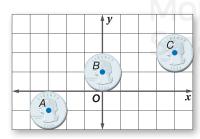
$$14 + a = 2$$
 $8 + b = -1$

$$a = -12$$
 $b = -9$

 $\langle -12,\ -9
angle$ متّجه الإزاحة:

تمرین موجّه

- الرسوم المتحركة يجري إعداد مقطع لقطعة نقدية باستخدام تقنية الرسوم المتحركة بحيث تبدو وكأنها تتحرك.
 - مِف الإزاحة من A إلى B بواسطة رمز الدالة وبالكلهات.
 - . وصِف الإزاحة من A إلى C باستخدام متجه إزاحة. $oldsymbol{B}$



الربط بالحياة اليومية غالبًا ما تستخدم الفرق الموسيفية العسكرية سلسلةً من

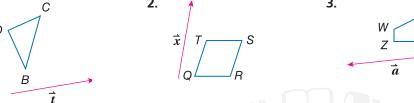
التشكيلات التي تضم أشكالاً هندسية. ويحدّد لكل عضو في

الفرقة موقعٌ محددٌ في كلُ نوعٌ من التشكيلات. *الحركة العائبة* هي حركة مجموعة من الأعضاء معًا دون أن يغيروا شكل تشكيلتهم أو حجمها.

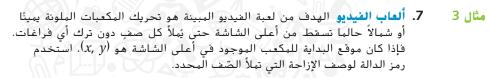
التحقق من فهمك

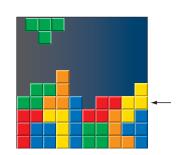
انسخ الشكل ومتجه الإزاحة المعطى. ثم ارسم إزاحة الشكل على طول متجه الإزاحة.

1.



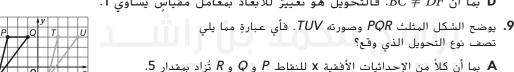
- مثل بيانيًا كل شكل وصورته على طول المتجّه المعطى.
- $\langle 7, 1 \rangle$:M(4, 4) و L(5, 1) و K(1, 1) و K(1, 1) و J(2, 4) دو الرؤوس J(4, 4) دو الرؤوس
 - $\langle 5, -2 \rangle$ (G(-7, 6) و F(-10, 4) و D(-8, 8) ذو الرؤوس ΔDFG ذو الرؤوس
 - Y(-1, -8) و X(-2, -5) و W(-6, -5) و WXYZ و XYZ و XYZ و 6. $\langle -1, 4 \rangle : Z(-5, -8)$

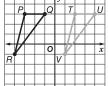




التدريب وحل المسائل

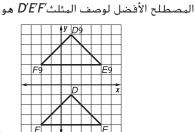
- 8. يوضح الشكل المثلث ABC وصورته الممثلة بالمثلث DEF. فأى عبارة مما يلى تصف نوع التحويل الذي وقع؟
- ميل \overline{AC} ميل \overline{DF} ؛ بما أن الميل هو نفسه، فالتحويل هو دوران.
 - X و B و B و النسبة للمحور الأفقى B و النسبة للمحور الأفقى B
- في كلِ من النقاط A و B و C، يُزاد كل إحداثي أفقى x بمقدار A وحدة، ويُزاد كُل إحداثي رأسي y بمقدار 3 وحدات. إذًا، فالتحويل عبارة عن إزاحة.
- ل بما أن $BC \neq DF$ ، فالتحويل هو تغييرٌ للأبعاد بمعامل مقياس يساوى 1.





- فالتحويل هو إزاحة.
- $oldsymbol{y}$ صورة كل من النقاط $oldsymbol{P}$ و $oldsymbol{Q}$ و $oldsymbol{R}$ معن النسبة للمحور الرأسى $oldsymbol{B}$
 - . بما أن الإحداثيات الأفقية x متعاكسة $R=(-4,\,-1);\, \mathsf{U}=(4,\,3)$ x فالتحويل هو انعكاسٌ بالنسبة للمحور الأفقى
 - بما أن QR = UV، فالتحويل هو تغييرٌ للأبعاد بمعامل مقياس يساوى 1.

B(-1, 3) و A(-3, 0) الرؤوس ABCD و 14. لمتوازى الأضلاع و C(-1, -2) و C(-1, -2). فإذا أزيح الشكل مسافة 4 وحداتٍ يمينًا ووحدتين إلى الأعلى، فما إحداثيا



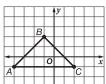
10. في الشكل الموضح، يتشكل المثلث e D'E'F' عبر إضافة 6

وحداتٍ إلى الإحداثي الرأسي y لكل رأسٍ في المثلث DEF.

المثلث ABC باستخدام بريد إزاحة المثلث ABC باستخدام $(x, y) \to (x - 2, y + 3)$ القاعدة التالية.

ماذا سيكون إحداثيا النقطة B'

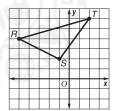
 $\triangle DEF$ دورانٌ للمثلث \mathbf{A}

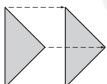


B انعكاسٌ للمثلث B

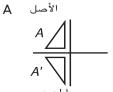
 $\triangle DEF$ مثلث مشابه للمثلث \mathbf{C} ΔDEF مثلث مطابق للمثلث \mathbf{D}

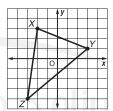
- B(7.5,7) و A(0.5,8) و ABC للمثلث ABC الرؤوس و (4.2, 2). فما هي مجموعة إحداثيات رؤوس $\triangle ABC$ الصورة الناتجة عن إزاحة المثلث 3.5 وحدات إلى الأسفل؟
- .5(-1, 2) الإحداثيات RSTو RST و T(2,6) و T(2,6). فماذا سيكون الإحداثيان الجديدان للنقطة 7 إذا أزيح المثلث لمسافة 3 وحدات يمينًا و 5 وحدات إلى الأسفل
- 17. ما التحويل الموضح في الشكل من بين التحويلات التالية؟





- 12. توضح الشبكة الإحداثية المثلث XYZ.
- 18. ما الرسم التخطيطي الذي يوضح إزاحة الشكل A؟
- إذا أزيح المثلث XYZ بحيث تقع النقطة X على المحور الرأسي y والنقطة Y عند (5, 8-)، فما الإحداثيان الجديدان للنقطة Z؟





- الأصل D

الأصل

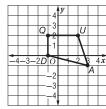
С

ما العبارة التي تصف هذا التحويل؟

13. يُزاح المثلث HJK المبيّن أدناه بحيث تكون الإحداثيات K'(2,0) و J'(1,4) و H'(-2,4) و الجديدة لرؤوسه هي الجديدة لرؤوسه الم

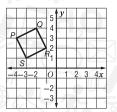


- 19. للشكل الرباعي QUAD الرؤوس الموضحة في المستوى الإحداثي أدناه.
- ما التحويل الذي سيضع رأسين عند (5, 2) و (-1, -1)؟



- M(2,0) و L(5,6) هي L(5,6) و L(5,0)و N(-8, 8). فإذا أزيح الشكل وكان للصورة رؤوسٌ تقع عشوائيًا عند (-2, 0) و (1, 6) و (1, 6). إذًا فما القاعدة التي تصف الإزاحة؟
- **21.** للمثلث قائم الزاوية GHI الرؤوس (O, O) و H(3,0) و H(3,0). يُحوّل المثلث بحيث يكون لــ H' الإحداثيان $(3,\,2)$. فماذا يمكن أن يكون التحويل المطبّق على GHI ∆؟
- 22. يزاح المربع PQRS المبين أدناه إلى المربع P'Q'R'S' عبر اتباع فاعدة الحركة التالية.

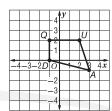
$$(x, y) \longrightarrow (x + 2, y - 6)$$



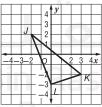
ماذا سيكون إحداثيا النقطة الرأس 'P'?

- B(-1, 3) و A(-3, 0) الرؤوس ABCD و ABCD و 23. و C(-1, -2) و C(-3, -5). فإذا أزيح الشكل مسافة 4 وحداتٍ يمينًا ووحدتين إلى الأعلى، فما إحداثيا الرأس
 - 24. يزاح الشكل الرباعي QUAD لمسافة وحدات يسارًا و 3 وحدات إلى الأعلى.

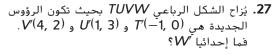
فما إحداثيا الرأس 'A'

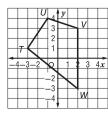


25. يُزاح المثلث ΔJKL مسافة 3 وحدات يسارًا ووحدتين إلى الأعلى ليعطى المثلث $\Delta JK'L'$. فما إحداثيات الرؤوس؟



- M(2,0) و L(5,6) الرؤوس L(5,6) و L(5,0)و N(-8, 8). فإذا أزيح الشكل، وكانت الرؤوس الجديدة هى L'(1,6) و M'(-2,0) و M'(-2,0). فما القاعدة التى تصف التحويل؟





$$C (4, -3)$$

$$A(0, -3)$$

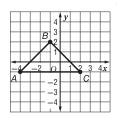
 $B(0, -4)$

$$D (4, -4)$$

دريد إزاحة المثلث $\triangle ABC$ إلى $\triangle A'B'C'$ وفق قاعدة $\triangle A'B'C'$ الحركة التالية.

$$(x, y) \longrightarrow (x - 2, y + 3)$$

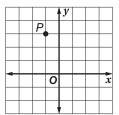
B' ماذا سيكون إحداثيا النقطة



- B(-2,5) و A(-2,1) الرؤوس (ABCD و A(-2,5)و C(3, 5) و D(3, 1). فإذا أزيح الشكل الرباعى لمسافة 6 وحدات إلى الأسفل و 5 وحدات يمينًا لإعطاء $\mathcal{D}E'F'G'$ فما إحداثيات رؤوس، $\mathcal{D}E'F'G'$
 - 30. ما إحداثيا الصورةP' الخاصة بالنقطة P(4, 1) وفق $T_{-3} = T_{-3}$
 - B(-2, 5) ما هي الإزاحة التي تنتج بموجبها النقطة A(-7, 8)عن النقطة (A(-7, 8)
- .7(7, 11) و S(5, 4) و R(3, 1) الإحداثيات $RST\Delta$ و S(5, 4) و S(5, 4)فما إحداثيات رؤوس الصورة R'S'T'، وفق التحويل $T_{-6,1}$ ؟
- 33. ما إحداثيات الصورة H' للنقطة H(-8,3) وفق التحويل $T_{8.7}$ ؟
- 34. ما التحويل الذي ينتِج الصورة P'(-4, 2) من النقطة P(2, -1)
 - 35. ما التحويل الذي يحافظ على المساحة والتوجيه؟

تدريب على الاختبار المعياري

(x + 3, y + 1) حدّد موقع النقطة P وفق الإزاحة (x + 3, y + 1).



- A(0,6)
- **B** (0, 3)
- **D** (2, 4)

C(2, -4)

B $\frac{1}{11}$

G 30

F 25

38. الجبر خلال الأيام الأربعة القادمة، تخطّط ميسون

استهلاكها بالإجمال؟

J 40

لقيادة سيارتها مسافة 160 km و 235 km و 185 km و 220 km. فإذا كانت السيارة تقطع 32 km مقابل كل لتر تستهلكه من البنزين، فكم لترًا من البنزين عليها أن تتوقع

39. SAT/ACT يحتوى كيسٌ 5 كرات رخام حمراء وكرتي رخام زرقاوین و 4 کرات رخام بیضاء وکرة رخّام صفراء واحدة. فإذا اختيرت كرتا رخام ً على التوالي دون إعادة، فما احتمال

الحصول على كرتي رخام بيضاوين؟

 $D \frac{5}{33}$

37. إالإجابة القصيرة ما المتّجه الذي يصف على النحو الأمثل A'(-2, -8) إذاحة A(3, -5) إلى

مراجعة شاملة

- مثّل بيانيًا كل شكل وصورته وفق الإزاحة المعطاة. (الدرس 1-6)
- y النسبة للمحور الرأسى J(-3, 2) و J(-3, 2) بالنسبة للمحور الرأسى و \overline{DI} بالنسبة للمحور الرأسى
 - X و Z(0, 3) و X(0, 0) بالنسبة للمحور X(0, 0) المثلث XYZ بالنسبة للمحور X(0, 0)
 - y=x و C(3,-2) و B(0,2) و A(-3,-1) بالنسبة للمستقيم $\triangle ABC$. المثلث ABC
- 43. الشكل الرباعي J(-2, 2) ذو الرؤوس J(-2, 2) و I(3, 1) و I(-2, 2) و النسبة لنقطة الأصل
 - $-0^{\circ} \leq \theta \leq 360^{\circ}$ گــلّ كل معادلة بحيث -0°

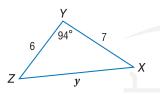
44. 2 sin
$$\theta = 1$$

45.2 cos
$$\theta$$
 + 1 = 0

46.
$$4 \cos^2 \theta - 1 = 0$$

حُـلٌ كل مثلث، وقرّب أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

47.



حُـلٌ كل معادلة مها يلى. وقرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

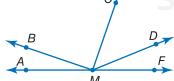
49.
$$\sin \theta = -0.58$$

50.
$$\cos \theta = 0.32$$

51.
$$\tan \theta = 2.7$$

مراجعة المهارات

انسخ الرسم التخطيطي المبيّن ومدّد كل شعاع. وصنّف كل زاويةٍ على أنها *قائمة* أو *حادّة* أو *منفرجة*. ثم استخدم منقلةً لقياس الزاوية مقربةً إلى أقرب درجة.



52. ∠*AMC* **54**. ∠*BMD*

53. ∠*FMD* **55**. ∠*CMB*

6-3

مختبر الهندسة عمليات الدوران



الدوران هو نوع من التحويل يُحرّك شكلاً حول نقطة ثابتة أو مركز للدوران بزاوية محدد. وفي هذا النشاط، سوف تستخدم ورق الرسم الاستشفافي لاستكشاف خواصّ الدوران.

النشاط استكشاف العلاقات باستخدام ورق الشمع



الخطوة 2 وعلى ورقةٍ أخرى للرسم الاستشفافي، ارسم الشكل الرباعي ABCD ونقطة P استشفافيًا. سمّ الشكل الرباعي الجديد A'B'C'D' والنقطة الجديدة P.

الخطوة 3 ضع ورقة الرسم الاستشفافي بحيث تنطبق النقطتان P. دوّر الورقة بحيث لا يتداخل الشكلان A'B'C'D' ألصق ورقتي الرسم الاستشفافي معًا.



الشكل الرباعي	الطول				
1000	AP	BP	СР	DP	
ABCD					
ΑΈζΌ	A'P	B'P	C'P	D'P	
ADOD					



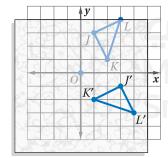
الخطوة 1



الخطوتان 2 و 3

التهارين

- 1. مثّل بيانيًا المثلث ΔJKL ذا الرؤوس J(1,3) و K(2,1) و L(3,4) على مستوىً إحداثي، ومن ثمّ ارسمه على ورق الرسم الاستشفافي.
- a. استخدم منقلةً لدوران كل رأس بزاوية °90 باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل وفق ما هو موضح في الشكل على الجهة اليمنى.
 ما هي رؤوس الصورة المدوّرة؟
 - b. دوّر المثلث ΔJKL بمقدار °180 حول نقطة الأصل. ما هي رؤوس الصورة المدوّرة؟
- **2.** استخدم قانون المسافة لإيجاد المسافة من النقطتين $J,\ K$ و $J,\ K$ و الأصل. وكرّر الأمر نفسه بالنسبة لـ J'K''L' و J'K''L'.



- 2. الكتابة في الرياضيات إذا دوّرت النقطة (2, 4) بزاوية °90 و °180 حول نقطة الأصل.
 فكيف بتغير الإحداثيان الأفقى X والرأسى Y ؟
 - 3. المتنبؤ ما الإحداثيان الجديدان (x, y) المدوّر بزاوية $^{\circ}$ 270؟
- التخمين خمّن المسافة من مركز لدوران P إلى كل رأس مقابل في الشكلين الرباعيين ABCD و A'B'C'D'.



٠٠ الحالي

الدوران

• قد تكون تقنية طواحين الهواء الحديثة

٠٠ لهاذا؟

٠٠ السابق

- 🧶 لقد حدّدت الدوران وأثبته على أنه تحويل
- تطابق.
- 🛑 📑 تمثيل الدوران بيانيا.
- بديلاً هامًا للوقود الأحفوري. وتحوّل طواحين الهواء طاقة الرياح إلى كهرباء تمثيل الدوران في من خلال دوران ریش توربینات. المستوى الإحداثي.

رسم الدوران تعلمت سابقًا أن عملية الدوران فالدوران تحرّك جميع نقاط صورة أصلية بزاوية واتجاه محددين حول نقطةٍ ثابتة.

المفردات الجديدة مركز الدوران center of rotation زاوية الدوران

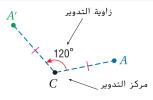
angle of rotation

ممار سات في الرياضيات التفكير بطريقة تجريدية وكميّة. استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.

المفهوم الأساسى الدوران

الدوران حول نقطة ثابتة، تدعى مركز الدوران، بزاوية x° هو دالةٌ تربط نقطةً بصورتها بحيث:

- إذا كانت النقطة هي مركز الدوران، إذًا فإن الصورة والصورة الأصلية هما النقطة نفسها أو
- إذا لم تكن النقطة مركزَ الدوران، إذًا فالصورة والصورة الأصلية تبعدان مسافةً واحدةً عن مركز الدوران، وقياس <mark>زاوية الدوران</mark> بين الصورة الأصلية ومركز الدوران وصورة النقطة يساوي القيمة x.



هی صورهٔ A بعد دورانِ بزاویهٔ A'قياسها °120 حول النقطة C.



باتجاه دوران عقارب الساعة عقارب الساعة

عکس دوران



مثال 1 رسم الدوران

عقارب الساعة ما لم يذكر خلاف ذلك.

انسخ المثلث ABC فالنقطة K. ثم استخدم منقلة ومسطرة لرسم دوران بزاوية قياسها 140° للمثلث ABC حولً النقطة K.

يمكن أن يكون الدوران إما باتجاه دوران عقارب الساعة أو بعكسه. افترض أن جميع الدورانات بعكس اتجاه

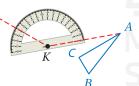




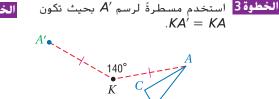
الخطوة 1 ارسم قطعةً مستقيمةً من A إلى K.



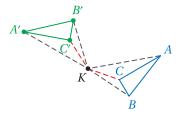
الخطوة 2 ارسم زاويةً قياسها $^{\circ}$ 140 باستخدام \overline{KA} .



الخطوة 4 كرر الخطوات من 1 إلى 3 بالنسبة



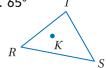
 $\triangle A'B'C'$ و C وارسم المثلث C و B



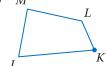
تمرین موجّه

انسخ كل شكل والنقطة ٪. ثم استخدم منقلةً ومسطرةً لرسم دورانًا للشكل وفق العدد المعطى من الدرجات حولٌ K.

1A. 65°



1B. 170° M



نصيحة دراسية

الدوران باتجاه عقارب الساعة يمكن التدليل على الدوران

نصيحة دراسية الدوران بزاوية °360 بعيد

الدوران بزاوية قياسها °360 حول نقطةٍ الشكل إلى موقعه الأصلى.

أي، تساوى الصورة الناتجة عن

دوران بزاويةٍ فياسها 60° الصورة

بعكس عقارب الساعة بقياس زاويةٍ -90° سالب، كالدوران بزاوية قياسها حول نقطة الأصل والدوران بزاوية قياسها °90 حول نقطة الأصل على سبيل المثال.

رسم الدوران في المستوى الإحداثي عند دوران نقطةٍ بزاوية °90 أو °180 أو °270 بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة حول نقطة الأصل، فيمكنك استخدام القواعد التالية.

المفهوم الأساسي الدوران في المستوى الإحداثي

الدوران بزاوية °90

لدوران نقطة بزاوية °90 بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل، اضرب الإحداثي الرأسي y بــ x وبدّل بين الإحداثيين الأفقى x والرأسي y

$$(x, y) \rightarrow (-y, x)$$
 الرموز

الدوران بزاوية °180

لدوران نقطة بزاوية °180 بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة حول نقطة الأصل، فاضرب -1 الإحداثيين x و y

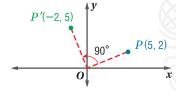
$$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$$
 الرموز

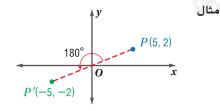
الدوران بزاوية °270

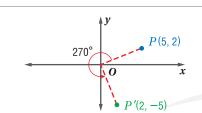
لدوران نقطة بزاوية °270 بعكس اتجاه عقارب X الأفقى الأصل، اضرب الإحداثي الأفقى الساعة حول نقطة الأصل، y وبدّل بين الإحداثيين الأفقى x والرأسى y.

$$(x, y) \rightarrow (y, -x)$$
 الرموز

P'(-2, 5)







مثال 2 الدوران في المستوى الإحداثي

للمثلث PQR الرؤوسP(1,1) و Q(4,5) و Q(4,5). مثّل بيانيًا المثلث PQR وصورته بعد الدوران بزاوية °90 حول نقطة الأصل.

مثال

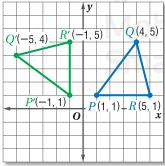
اضرب الإحداثي الرأسي y لكل رأس بــ -1 وبدّل. $(x, y) \rightarrow (-y, x)$

 $P(1, 1) \rightarrow P'(-1, 1)$

 $O(4, 5) \rightarrow O'(-5, 4)$ $R(5, 1) \rightarrow R'(-1, 5)$

 $\triangle P'Q'R'$ وصورته المثلث $\triangle PQR$ مثّل بيانيًا المثلث

مثّل بيانيًا FGHJ وصورته بعد الدوران بزاوية قياسها °180.

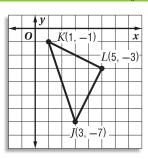


تمرین موجّه

J(1,-3) و G(7,1) و G(7,1)

سة McGraw-Hill Education

مثال 3 على الاختبار الهعياري الدوران في المستوى الإحداثي



ليكن لديك المثلث JKL المبيّن على الجهة اليمنى. ما صورة النقطة ل بعد دوران بزاوية قياسها °270 بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل؟

قراءة فقرة الاختبار

من المعلوم لديك أن للمثلث ΔJKL الإحداثيات (7-3, -7) و K(1, -1) و (5, -3) ويُطلب منك تحديد إحداثيات صورة النقطة J بعد الدوران بزاوية فياسها 270° بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

حَل فقرة الاختبار

لإيجاد إحداثيي النقطة J بعد الدوران بزاوية فياسها $^{\circ}270$ بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة y والرأسى X والرأسى X بين الإحداثيين الأفقى X والرأسى X

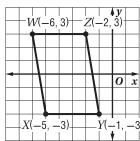
$$(x, y) \rightarrow (y, -x)$$

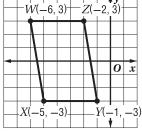
$$(3, -7) \rightarrow (-7, -3)$$

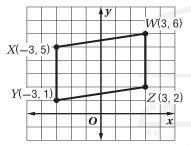
الإجابة هي الخيار C.

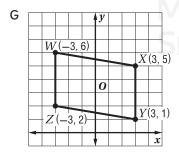
تمرین موجّه

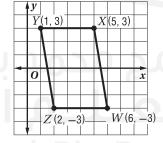
3. يُدوّر متوازى الأضلاع WXYZ بزاوية °180 بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة حول نقطة الأصل. فأيّ من التمثيلات البيانية يمثّل الصورة الناتجة؟

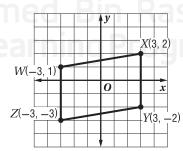












F

نصيحة دراسية الدوران بزاوية °270 يمكنك

180° على التسلسل.

إتمام دورانِ بزاوية °270 بإجراء

دورانٍ بزاوية °90 و دورانٍ بزاوية

نصيحة عند حل الاختبار

الاستنتاج المنطقى

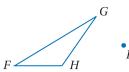
بدلاً من التحقق من رووس متوازى الأضلاع WXYZ جميعها

فِي كلُّ تمثيلٍ بياني، تحقق من رأس واحدٍ فقط، مثل X.

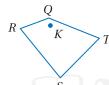
التحقق من فهمك

الأدوات انسخ كل مضلع ونقطة ٪. ثم استخدم منقلةً ومسطرةً لرسم الدوران المحدد لكل شكل حول النقطة ٪.

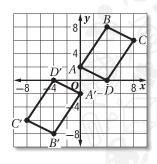
1. 45°



2. 120°



- للمثلث DFG الرؤوس D(-2,6) و D(-2,8) و D(-2,8) مثّل بيانيًا المثلث DFG وصورته بعد الدوران بزاوية \mathbf{J} مثال 2 قياسها °180 حول نقطة الأصل.
 - 4. الاختيار من متعدد في التحويل الموضّح، ما قياس زاوية مثال 3 الدوران الشكل ABCD حول نقطة الأصل؟
 - A 90°
 - 180°
 - 270°
 - D 360°



التدريب وحل المسائل

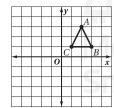
- 5. يوضح الشكل الرباعي ABCD وصورته A'B'C'D' في المستوى. فما العبارات التي تصف نوع التحويل الذي وقع؟
 - میل $\overrightarrow{DO}=-\frac{1}{2}$ ؛ میل $\overrightarrow{DO}=-\frac{1}{2}$ بہا أن المیلین معکوسان ضربیان، فالتحویل هو دورانٌ باتجاه عقارب الساعة بزاوية °90.



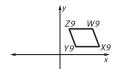
- للمحور الرأسى ٧، فالتحويل هو انعكاسٌ بالنسبة للمحور الرأسى ٧.
- A'=(2,4) . A=(-4,2) التحويل إزاحةٌ لمسافة A'=(2,4) وحدات يمينًا ووحدتان إلى الأعلى. . $\frac{1}{CD}$ و C'=1؛ بما أن طول B'C' يساوى ثلث طول \overline{CD} ، فالنحويل تغيير للأبعاد بمعامل مقياسٍ يساوى \overline{CD}
 - 6. المثلث $\triangle ABC$ هو دوران للمثلث $\triangle ABC$ في المستوى.

فما هي العبارة التي تثبت أن زاوية الدوران تساوي □

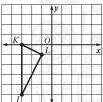
7. إذا أدير المثلث ABC بزاوية °90 باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل ليعطى t المثلث A'B'C'، فما الإحداثيان الجديدان للرأس 'A'؟



WXYZ o W'X'Y'Z' التي توضح أن التحويل W'X'Y'Z' الرباعي 8. ما الصورة الأصلية للشكل الرباعي هو دوران؟



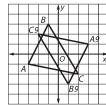
- مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا
- المثلث JKL مرسومٌ على المستوى الإحداثى كما هو موضح أدناه. فإذا أدير المثلث ΔJKL بزاوية فياسها 180° حول نقطة الأصل، فما إحداثيا "ل؟



في المستوى الإحداثي المبيّن أدناه، تم دوران المثلث ABC حول نقطة الأُصل بزاوية °180 لتشكيل المثلث 'A'B'C.

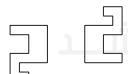
أكمل الجدول أدناه لمقارنة إحداثيات رؤوس المثلث ABC بإحداثيات

الرؤوس المفابلة في المثلث ABC				
△ABC	△A'B'C'			
A(-3, -1)	Α′			
B(-1, 3)	В′			
C(2, -2)	C′			



اختر إحداثيات رؤوس مثلث آخر ΔXYZ واكتبها في الجدول أدناه. استخدم النمط الذي اكتشفته في الجدول لإيجاد إحداثيات رؤوس المثلث X'Y'Z'، أَلذي يمثل صورة المثلث XYZ' بعد الدوران بزاوية °180 حول نقطة الأصل. اشرح كيف استخدمت النمط لإكمال الجدول أدناه.

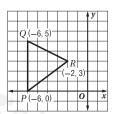
10. ما نوع التحويل الذي طُبّق على الشكل الأيسر لتشكيل الشكل



11. إذا أدير المثلث ABC بزاوية فياسها 90° بانجاه عقارب الساعة حول النقطة B. فما إحداثيات 'B'؟

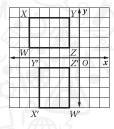
Q(-6,5) و P(-6,0) الرؤوس PQR الرؤوس 12. و R(-2,3) كما هو موضح أدناه.

ما صورة النقطة R بعد الدوران بزاوية قياسها $^{\circ}$ حول نقطة الأصل؟



13. انظر إلى التحويل أدناه.

ما قياس زاوية دوران الشكل WXYZ حول نقطة الأصل بعكس اتجاه عقارب الساعة؟



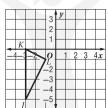
14. إذا دار المثلث JKL بزاوية قياسها 180 درجة حول J' نقطة الأصل، فما إحداثيا

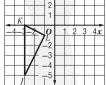
A (5, 3)

B (3, 0)

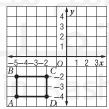
C(3,5)

D (3, -5)

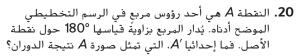


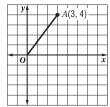


- K(2, 3) و J(0, 1) و النقاط JKL و 15. للمثلث JKLو (4, 0). فإذا أدير المثلث بزاوية فياسها °180 حول نقطة الأصل، فماذا سيكون إحداثيا K'
- براوية ABCD براوية C' ما إحداثيا النقطة C'قياسها °90 باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل؟

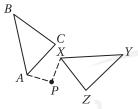


- 17. ما هي صورة P(0, 7) وفق دوران بزاوية قياسها 90° بعكس اتجاه عقارب الساعة؟
- 18. أي مما يلي هي صورة Q(-3,0) بموجب دوران بزاوية قياسها °90 بأتجاه عقارب الساعة؟
- 19. تدار النقطة R(4, -2) حول نقطة الأصل بزاوية قياسها °90 وبعكس اتجاه عقارب الساعة. ففي أي ربع ستقع صورة النقطة؟

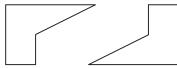




- 21. ما الدوران حول نقطة الأصل الذي يجعل من النقطة صورةً للنقطة P(1, 6)؟ انظر الهامش P'(-6, 1)
- **22.** صورة النقطة P(x, y) بموجب الدوران حول نقطة الأصل O وبزاوية قياسها X بعكس اتجاه عقارب الساعة هي النقطة P'(x', y'). فما الدوران حول نقطة الأصل O الذي يمكن بموجبه دوران P'(x', y') بحيث P(x, y) تنتج الصورة
 - 23. تدار نقطة في الربع الأول بزاوية قياسها 90° بعكس انجاه عقارب الساعة. ففي أي ربع ستقع صورة النقطة؟ انظر الهامش
 - 24. النقطة P(x, y) نقطة تقع في الربع الثاني. ما هو الدوران الذي بموجبه يكون إحداثيا الصورة هما (P(-y, x)
- 25. ما النقطة التي تمثّل صورة دوران بعكس اتجاه عقارب الساعة وبزاوية $^{\circ}$ 90 للنقطة P(-4.7, 3.5) حول نقطة الأصل؟
- 26. أحد المثلثات هو دورانٌ لمثلثٍ آخر حول P. فأى عبارة مما يلى ليست صحيحة؟

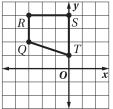


- A المثلثان متطابقان.
- B توجيه أحد المثلثين مختلف عن المثلث الآخر.
 - C تدار كل من A و B و C بالعدد نفسه من الدرجات لتشكل المثلث ΔΧΥΖ.
 - $\angle C \cong \angle Z_{\mathfrak{g}} \angle B \cong \angle Y_{\mathfrak{g}} \angle A \cong \angle X \mathbf{D}$
- 27. ما هي صورة P(-5, 12) بموجب دوران بزاوية فياسها 90° بعكس اتجاه عقارب الساعة؟ انظر الهامش
- 28. المضلعان الموضحان أدناه متطابقان. فما التحويل الذي يمكن استخدامه لإثبات تطابقهما؟ الدوران



تدريب على الاختبار الهعياري

29. ما الدوران الذي يخضع له شبه المنحرف QRST ليعطى صورةً فيها النقطة R' تقع عند (4, 3)؟



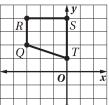
Tدوران بزاوية $^{\circ}$ 270 بعكس اتجاه عقارب الساعة وحول النقطة A

Tدوران بزاوية $^{\circ}$ 180 بعكس اتجاه عقارب الساعة وحول النقطة B

C دوران بزاوية °180 باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل

D دوران بزاوية °90 باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل

X(1, 7) الرؤوس $\triangle XYZ$ الرؤوس (31 و Y(0, 2) و Z(-5, -2) و فما إحداثيا X' بعد دوران بزاوية قياسها °270 بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة



مراجعة شاملة

33. البراكين تتحرك سحابةٌ من الغازات الكثيفة والغبار صادرةٌ عن أحد البراكين مسافة 64 km باتجاه الغرب ومن ثم 48 km باتجاه الشمال. صمم تمثيلاً يوضح إزاحة حبيبات الغبار. ثم جــد مسافة المسار الأقصر الذي يوصل الحبيبات إلى الموقع نفسه.



30. جبريًا يقدّر أن عدد السكان في الولايات المتحدة الأمريكية

سكان العالم في ذلك الوقت؟

أقرب جزء من عشرة؟

H 4.2%

J 4.6%

D 22.5 ft

E 26.0 ft

عام 2007 تخطى 301,000,000 نسمة. وفي الوقت نفسه،

قُدّر أن عدد سكان العالم قد تجاوز 6,602,000,000 نسمة. فما هي النسبة المئوية لعدد سكان الولايات المتحدة إلى عدد

SAT/ACT .32 يُسند سلّم طوله 18 ft على الحائط الخارجي لأحد المنازل. تبعد فاعدة السلّم 8 ft عن الحائط. فما

الارتفاع الذي تبلغه قمّة السلّم على حائط المنزل مقربًا إلى

انسخ الشكل وخط الانعكاس المعطى. ثم ارسم الصورة الهنعكسة بالنسبة لهذا المستقيم باستخدام مسطرة.

(الدرس 1-6)



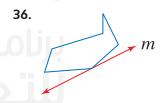
F 3.1%

G 3.5%

A 10.0 ft

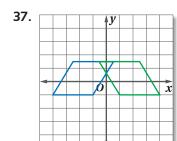
B 16.1 ft

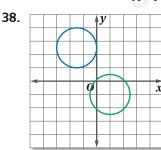
C 19.7 ft

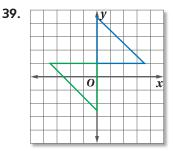


مراجعة المهارات

حدد نوع تحويل التطابق الظاهر باعتباره *انعكاسًا،* أو *إزاحة،* أو *دورانًا*.





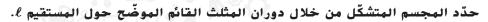


مختبر الهندسة الهجسهات الناتجة عن الدوران



الهجسم الناتج عن الدوران هو شكلٌ ثلاثي الأبعاد ينتج عن دوران شكلٍ أو منحنىً موجودٍ في مستوىً حول مستقيم.

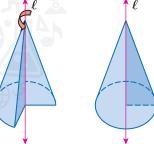
النشاط 1



الخطوة 1 انسخ المثلث على بطاقةٍ أو ورقٍ مقوىً وقُصّه.

الخطوة 2 استخدم شريطًا لاصقًا للصق المثلث على قضيبٍ أو قشّة للشرب.

الخطوة 3 دور طرف القشة بين يديك بسرعةٍ وراقب النتيجة.



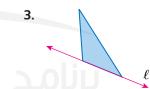
الصورة المشوشة التي تلاحظها هي صورة مخروط.

تمثيل النهاذج والتحليل

حدّد المجسم المتشكّل من خلال دوران كل شكل ثنائي الأبعاد مما يلي حول المستقيم ℓ ومثّله.

1.





- A. مثّل وحدّد الجُسّم المتشكّل نتيجةً لدوران المستطيل الموضح حول المستقيم المؤلّف من B
 - $.\overline{AB}$ الضلع . $oldsymbol{a}$
 - الضلع \overline{AD} .
 - $.\overline{AD}$ و \overline{AB} و .c
 - التصهيم ارسم شكلاً ثنائي الأبعاد يمكن دورانه لتشكيل الإناء الموضح، بما في ذلك المستقيم الذي ينبغي الدوران حوله.
 - الاستنتاج صواب أو خطأ: يمكن أن نتشكل جميع الجسمات عبر دوران شكلٍ ثنائي الأبعاد. اشرح استنتاجك



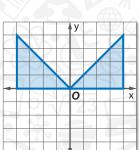
لهجسهات الناتجة عن الدوران عبع

سيطلب منك في حساب التفاضل والتكامل إيجاد أحجام مجسماتٍ ناتجةٍ عن دوران منطقةٍ على مستوى إحداثي حول المحور الأفقى X أو الرأسي y. ومن أولى الخطوات الهامة في حل هذه المسائل تصور المجسّمات المتشكلة.

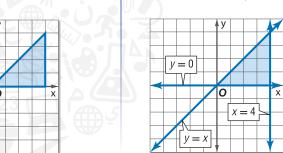
النشاط 2

y=0 و y=0 و y=0 حول المحور الرأسى y=x مثّل المجسّم الذي ينتج عند دوران المنطقة المحدّدة بـ

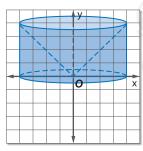
الخطوة 1 مثّل بيانيًا كل معادلة مما يلى لإيجاد المنطقة التي سيتم دورانها.



الخطوة 2 اعكس المنطقة حول المحور y الرأسى



الخطوة 3 صِل رؤوس المثلثات القائمة باستخدام خطوطٍ منحنية.



المجسم أسطوانةٌ ذات مخروط مقتطع في مركزها.

تمثيل النهاذج والتحليل

مثّلِ المجسّم الذي ينتج عند دوران كل منطقة تحكمها كل معادلة مما يلي حول المحور

9.
$$y = x^2$$

$$v = 4$$

$$y = x$$
 $y = 2x$

7.
$$y = -x + 4$$

 $x = 0$

$$y = 0$$

مثِّل المجسّم الذي ينتج عند دوران كل منطقة تحددّها كل معادلة مما يلى حول المحور الأفقى x.

11.
$$y = x^2$$
 12. $y = x^2$

12.
$$y = x^2$$

10.
$$y = -x + 4$$
 $x = 0$

$$y = 0$$

mart
$$\int_{x=2}^{y=0}$$
 rning Progra $\int_{x=2}^{y=2x}$

$$y = 0$$

13. مسألة غير محددة الإجابة مثّل منطقةً في الربع الأول من المستوى الإحداثي.

a. ارسم التمثيل البياني للمنطقة عند دورانها حول المحور الرأسي y.

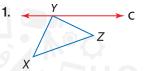
لرسم التمثيل البياني للمنطقة عند دورانها حول المحور الأفقى x .

14. التحدي جـد معادلةً تحدد منطقةً حين تُدوّر حول المُور الأفقى x، ينتج شكلٌ حجمه π 18 وحدة مربعة.

اختبار منتصف الوحدة

الدروس من 1-6 إلى 3-6

انسخ الشكل وخط الانعكاس المعطى. ثم ارسم الصورة المنعكسة بالنسبة لهذا المستقيم باستخدام مسطرة.

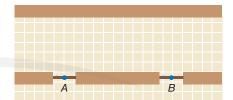




مثّل كل شكل مها يلي وصورته بيانيًا وفق الانعكاس المحدد. (الدرس 1-6)

- G(-2,0) و F(-4,3) الرؤوس FGH و 3. yو (H(-1, 4)؛ حول المحور الرأسى
- S(6, 1) و R(4, 3) و Q(2, 1) و QRST للمعيّن QRST الرؤوس x و T(4, -1)؛ حول المحور الأفقى

 النوادي يبيع نادى الدراما الحلوى خلال استراحة إحدى المسرحيات المدرسية. حدّد نقطةً P على طول الجدار لتمثيل طاولة الحلوى بحيث يقطع الأشخاص القادمون من أي من البابين A أو B المسافة نفسها إلى الطاولة. (الدرس $1^{-}6$)

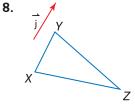


مثّل كل شكلِ بياني وصورته بعد الإزاحة المحددة.

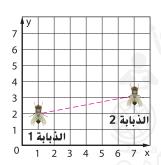
- B(2, 1) و A(0, 0) و ABC ذو الرؤوس A(0, 0) و (3, -1) : C(1, -3)
- $K(-4,\,-2)$ و $J(-4,\,2)$ الرؤوس $J(-4,\,2)$ و $J(-4,\,2)$ $(5, -3) : M(-1, 2) \in L(-1, -2)$

انسخ الشكل ومتجه الإزاحة المعطى. ثم ارسم إزاحة الشكل على طول متجه الإزاحة. (الشكل 2-6)





10. الصور المتحركة يصنع فارس صورةً متحركة. حيث يستخدم ورقًا للتمثيل البياني للتحقق من دقة أبعاد رسوماته. فإذا رسم مستوىً إحداثيًا يضم ذبابتين كما هو موضح أدناه، فما المتجه الذي يمثل الحركة من الذبابة 1 إلى الذبابة 2؟



انسخ كل مضلع ونقطة R. ثم استخدم منقلةً ومسطرةً لرسم الدوران المحدد لكل شكل حول النقطة R.

12. 60°

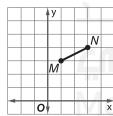
R

(الدرس 3-6)





13. الاختيار من متعدد ما صورة النقطة M بعد دوران بزاوية فياسها °90 حول نقطة الأصل؟ (الدرس 3-6)



- A (-3, 1)
- C(-1, -3)**D** (3, 1)
- B (-3, -1)
 - مثّل كل شكلِ بياني وصورته بعد الدوران المحدد. (الدرس 3-6)
 - S(-1, -4) و R(-3, 0) الرؤوس RST د للمثلث AST $90^{\circ} : T(0, -1)$
- L(3, -2) و K(-1, -2) و J(-1, 2) و J(-1, 2)180° :M(3, 2) ₄

6-4

مختبر برامج الهندسة تركيب التحويلات



سوف تستخدم في هذا المختبر لوح الرسم الهندسي لاستكشاف آثار القيام بتحويلاتٍ متعددةٍ على شكلِ ما.

النشاط

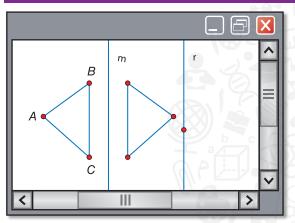
عكس شكل بالنسبة لمستقيمين رأسيين.

الخطوة 1 استخدم أداة القطع المستقيمة لإنشاء مثلث يتجه أحد رؤوسه نحو اليسار بحيث يمكنك أن ترى بسهولة التحويلات التي تجريها. سَمِّ المثلث ABC.

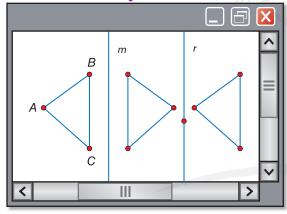
الخطوة 2 أدخل مستقيمًا وسمّه m إلى يمين المثلث $\triangle ABC$. أدخل نقطةً بحيث تكون المسافة منها إلى المستقيم m أكبر من عرض المثلث $\triangle ABC$. ارسم المستقيم الموازي للمستقيم m من خلال النقطة وسمّ المستقيم الجديد r.

اختر المستقيم m واختر Mark Mirror من قائمة Transform (التحويل). اختر جميع أضلاع المثلث $\triangle ABC$ ورؤوسه واختر Reflect (العكس) من قائمة Transform (التحويل).

الخطوة 4 كرر العملية التي استخدمتها في الخطوة 3 لعكس الصورة الجديدة بالنسبة للمستقيم r.



الخطوات 3-1



الخطوة 4

تحليل النتائج

- 1. كيف يرتبط الشكل الأصلى بالشكل النهائى؟
- 2. ما التحويل الوحيد الذي يمكن استخدامه لإنتاج الشكل النهائي؟
 - 3. إذا حركت المستقيم، فما الذي يحدث؟
- التخمين إذا عكست الشكل بالنسبة لمستقيم ثالث، فما التحويل الوحيد الذي تعتقد أنه يمكن أن يستخدم لإنتاج الشكل النهائي؟ اشرح استنتاجك.
- 5. كرر النشاط لمستقيمين متعامدين. ما التحويل الوحيد الذي يمكن استخدامه لإنتاج الشكل النهائي نفسه؟
- التخمين إذا عكست الشكل الوارد في التدريب 5 بالنسبة لمستقيم ثالث عمودي على الثاني، فما التحويل الوحيد الذي تعتقد أنه يمكن أن يستخدم لإنتاج الشكل النهائي؟ اشرح استنتاجك.

٠٠ السابق

٠٠ الحالي

- لقد رسمت الانعكاس تمثيل الانعكاسات الانزلاقية وغيرها من والإزاحة والدوران. تركيب حالات التساوى بيانيا
- فى المستوى الإحداثي. 🦳 تمثيل تركيبات الانعكاسات النسبة لمستقيمات متوازية ومقاطعة بيانيا.



المفردات الجديدة

تركيب التحويلات composition of transformations الانعكاس الانزلاقي glide reflection

مهارسات فى الرياضيات فهم طبيعة المستائل والمثابرة استخدام نماذج الرياضيات.

الانعكاس الانزلاقي عند تطبيق تحويل على شكل ومن ثم تطبيق تحويل آخر على صورته، فيطلق على النتيجة اسم تركيّب التحويلات. والأنعكاس الانزّلاقي نوعٌ من تركيب التحويلات.

المفهوم الأساسى الانعكاس الانزلاقي

٠٠ لهاذا؟

• توضح آثار الأقدام التي يخّلفها في

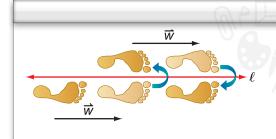
الرمال شخصٌ يسير على طول

مختلفين، وهما الإزاحة والانعكاس.

حافة شاطئ تركيب تحويلين

الانعكاس الانزلاقي هو تركيبٌ لإزاحةٍ يتبعها انعكاسٌ بالنسبة لمستقيم موازِ لمتّجه الإزاحة.

الانعكاس الانزلاقي الموضح هو تركيبٌ لإزاحةٍ على طول \vec{w} يتبعها انعكاسٌ بالنسبة للمستقيم ℓ



مثال 1 تمثيل انعكاسِ انزلاقي

 ΔJKL الرؤوس (1- J(6,-1) و K(10,-2) و J(6,-1) مثّل بيانيًا المثلث JKL المثلث وصورته بعد إزاحةٍ على طول $\langle 0,4
angle$ انعكاس بالنسبة للمحور الرأسى y.

الخطوة 1 إزاحة على طول (4 ,0)

(x, y) \rightarrow (x, y + 4)

> \rightarrow J'(6,3)J(6, -1)

 $K(10, -2) \rightarrow K'(10, 2)$

L(5, -3) \rightarrow L'(5, 1)

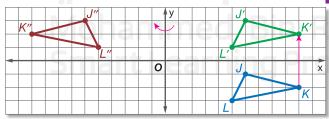
الخطوة 2 انعكاس بالنسبة للمحور الرأسى ٧ (x, y) \rightarrow (-x, y)

J'(6, 3) \rightarrow I''(-6,3)

 $K'(10, 2) \rightarrow K''(-10, 2)$

 $L'(5,1) \rightarrow L''(-5,1)$

الخطوة 3 مثّل المثلث $\Delta J''K''L''$ وصورته $\Delta J''K''L''$ بيائيا.



تمرین موجّه

للمثلث PQR الرؤوس (1, 1) و (2, 5) و Q(2, 5) لمثّل المثلث PQR وصورته بيانيًا بعد الانعكاس الانزلاقي المحدد.

> $\langle -2, 0 \rangle$ ازاحة: على طول الم x انعكاس: بالنسبة للمحور الأفقى

(-3, -3) طول ازاحة: على طول 1B y = x انعكاس: حول المستقيم

في المثال 1، $JKL\cong \triangle J'K'L'$ و $J''K'L'\cong \triangle J''K'L'$ و $\Delta JKL\cong \triangle J'K'L'$. بناءً على خاصية التعدي في النطابق، فإن $\Delta JKL\cong \triangle JKL\cong \triangle JKL\cong \triangle JKL'$. وهذا يقترح النظرية التالية.

النظرية 6.1 تركيب حالات تساوى الأبعاد

تركيب حالتي تساوِ للأبعاد (أو أكثر) هو تساوِ للأبعاد أيضًا.

نصيحة دراسية

الحركات الصلبة إن الانعكاس الانزلاقي والانعكاس والإزاحة والدوران هي الأنواع الأربعة الوحيدة للحركات الصلبة أو حالات تساوى الأبعاد في مستوى.

فراءة في الرياضيات النواصل العلوية المزدوجة

المزدوجة للإشارة إلى أن رأسًا هو صورة تحويل ثان.

تستخدم الفواصل العلوية

كاذَّا ووط . تكري حالت تسلم الأوواد وآف ذاك الإنوكاس أم الإناحة أم

الِّذَا، يعطي تركيب حالتي تساوٍ للأبعاد، بما في ذلك الانعكاس أو الإزاحة أو الدوران، صورةً مطابقةً لصورتها الأصلية.

مثال 2 تمثيل تركيبات تساوى الأبعاد الأخرى

النقطتان الطرفيتان لـ \overline{CD} هما (3, 7, 1) و (3, 2). مثّل بيانيًا \overline{CD} وصورتها بعد الانعكاس بالنسبة للمحور الأفقي x والدوران بزاوية قياسها 90° حول نقطة الأصل.

x الأنعكاس بالنسبة للمحور الأفقى الخطوة 1

$$(x, y) \rightarrow (x, -y)$$

$$C(-7,1) \rightarrow C'(-7,-1)$$

$$\mathbf{D}(-3,2) \rightarrow \mathbf{D}'(-3,-2)$$

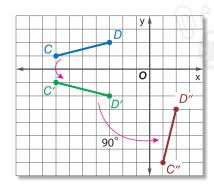
الخطوة 2 الدوران بزاوية فياسها °90 حول نقطة الأصل

$$(x, y) \longrightarrow (-y, x)$$

$$C'(-7,-1) \rightarrow C''(1,-7)$$

$$\mathbf{D}'(-3, -2) \rightarrow \mathbf{D}''(2, -3)$$

 $\overline{C''D''}$ وصورتها مثّل بيانيًا \overline{CD} وصورتها

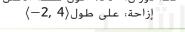


تمرین موجّه

للهثلث ABC الرؤوس (2– A, –2) و B(–5, –5) و A(–6, –2). مثّل بيانيًا الهثلث ΔABC وصورته بعد تركيب التحويلات بالترتيب الهدرج التالى.

2B. دوران: °180 حول نقطة الأصل انامة، ما معادا \2 2 -/

2**A.** إزاحة: على طول $\langle 1-3, -1 \rangle$ انعكاس: بالنسبة للمحور الرأسى

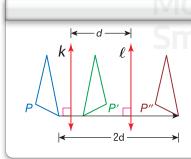


ر قركيب انعكاسين تركيب انعكاسين بالنسبة لمستقيمين متوازيين يماثل عملية إزاحة واحدة.

النظرية 6.2 الانعكاس بالنسبة لمستقيمين متوازيين

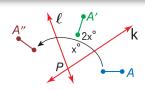
يمكن وصف تركيب انعكاسين بالنسبة لمستقيمين منوازيين بواسطة متجه إزاحة

- عمودي على المستقيمين،
- طوله يساوي مِثلي المسافة بين المستقيمين.



سوف تثبت النظرية 6.2 في التدريب 28.

النظرية 6.3 الانعكاس بالنسبة لمستقيمين متقاطعين



يمكن وصف تركيب انعكاسين بالنسبة لمستقيمين متقاطعين على أنه عملية دورانٍ واحدة.

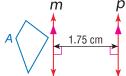
- حول النقطة التي يتقاطع عندها المستقيمان و
 - بزاوية تساوي ضعف قياس الزاوية الحادة
 أو القائمة التى يشكلها المستقيمان.

سوف تثبت النظرية 6.3 في التدريب 37.

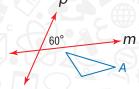
مثال 3 انعكاس شكل بالنسبة لمستقيمين

انسخ الشكل A واعكسه حول المستقيم m ثم حول المستقيم p. ثمّ صف تحويل الزاوية الذي يربط A بـ A

a.



b.

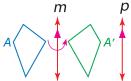


انتبه!

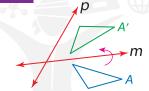
ترتيب التركيب

تحقق من تركيب تحويلين بحسب ترتيبهما المعطى

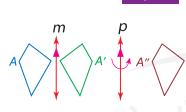
m بالنسبة للمستقيم A بالنسبة المستقيم



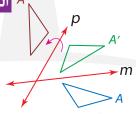
.



.p اعكس A' بالنسبة للمستقيم



خطوة 2



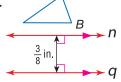
بحسب النظرية 6.2، يكافئ تركيب انعكاسين بالنسبة لمستقيمين رأسيين متوازيين m و p إزاحةً أفقيةً إلى الجهة اليهنى لمسافة 1.75 $^{\circ}$ و أو 3.5 سنتيمترات.

بحسب النظرية 6.3. يكافئ تركيب انعكاسين بالنسبة لمستقيمين متقاطعين m و p دورائا بزاوية تساوي 0.6 أو 0.6 بعكس اتجاه عقارب الساعة حول النقطة التي يتقاطع عندها المستقيمان p و p.

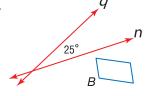
تمرین موجّه

انسخ الشكل B واعكسه حول المستقيم n ثم حول المستقيم q. ثمّ صف تحويل الزاوية الذي يربط B بي الم

3A.



3B.



الربط بالحياة اليومية

ننتج أنباط الحواشي في السجاد عند تكرار أي نوع من عدة أنواع من التحويلات الأساسية باتجاه واحد. وثبّة العديد من التشكيلات الإزاحات والانعكاس الأفقي والانعكاس الرأسية والانعكاس أفقي والانعكاس الازلاقي والانعكاس المنزلاقي والدوران والانعكاس المبتوعة بانعكاس أفقى والانعكاس المبتوع بانعكاس المنزلاقي والدوران النرلاقي.

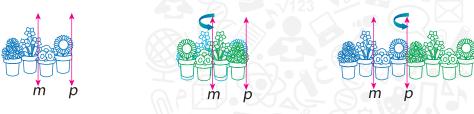
الهصدر: متحف النسيج

🚱 مثال 4 من الحياة اليومية وصف التحويلات

أنهاط الحواشي صِف التحويلات المركّبة لتشكيل كل شكلٍ من أشكال أنهاط الحواشي الموضحة.



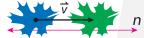
ينتج النمط عبر إزاحات متعاقبة لأصص النباتات الأربعة الأولى. وبموجب ذلك يمكن تشكيل هذا النمط عبر تركيب انعكاسين بالنسبة للمستقيمين m و p كما هو موضح. لاحظ أن المستقيم m يمرّ بمركز الصورة الأصلية.





ينتج النمط من خلال الانعكاس الانزلافي. ولذلك يمكن تشكيل النمط عبر تركيب إزاحة على طول متّجه الإزاحة \overrightarrow{v} ثمّ انعكاس بالنسبة للمستقيم الأفقى n كما هو موضح.



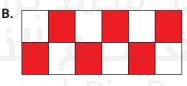




۲۰ تمرین موجّه

4. نقوش السجّاد صِف التحويلات المركّبة لتشكيل نقش كلٍ من السجادتين الموضحتين.





Smart Learning Program

ملخص المفهوم تركيب الإزاحات					
دوران	الإزاحة	انعكاس انزلاقي			
تركيب انعكاسين بالنسبة لمستقيمين متقاطعين	تركيب انعكاسين بالنسبة لمستقيمين متوازيين	تركيب انعكاسٍ وإزاحة			

التحقق من فهمك

مثال 1 للمثلث CDE الرؤوس (1, -1, -1) و C(-2, -5) و C(-5, -1). مثّل المثلث CDE مثال 1 وصورته بيانيًا بعد الانعكاس الانزلاقي المحدّد.

 $\mathbf{0}$. إزاحة: على طول $\langle 0,6 \rangle$ انعكاس: حول المحور الرأسى y

راحة: على طول $\langle 4,0\rangle$ إزاحة: على طول المحور الأفقى x

مثال 2 . النقطتان الطرفيتان لـ \overline{JK} هما J(2,5) و J(6,5). مثّل \overline{JK} وصورتها بيانيًا بعد انعكاسِ حول المحور الأفقى x ودورانِ بزاوية قياسها 90° حول نقطة الأصل.

مثال 3 انسخ الشكل 5 واعكسه حول الهستقيم m ثم حول الهستقيم p. ثم صِف تحويلاً وحيدًا يربط S' بS' .

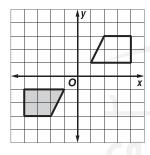
4. m p

5. m

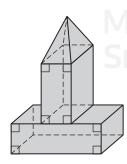
مثال 4 أنهاط الهكعبات يشكّل إسهاعيل نهطًا من مكعبات على أشكال مثلثات متساوية الأضلاع لوضعها فوق سطح طاولة. صِف تشكيلة التحويلات التي استخدمت لإعداد النهط.

التدريب وحل المسائل

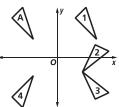
مثال 2. ما التحويلان اللذان قد يكونان استخدما لتغيير الشكل المظلل إلى الشكل غير المظلل؟



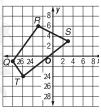
- مثال 2
- يمثل هذا الرسم بناءً يتوضع على الطرف الآخر من فندقٍ في أبو ظبي. فما الأشكال الممثلة في الشكل؟



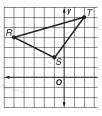
و. إذا حُوِّل الشكل A بعملية دوران ثم انعكاس، فما الشكل الذي يمكن أن تأخذه الصورة الأخيرة؟



10. إذا عُكس الشكل الرباعي QRST بالنسبة للمحور الأفقى x ثم عُكس بالنسبة للمحور الرأسي ٧، ففي أي أرباع ستقع الصورة النهائية؟

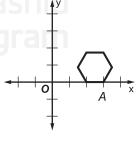


- A الربع الأول والثالث والرابع C الربع الأول والثاني فقط
- B الربع الثاني والثالث والرابع D الربع الثاني والرابع فقط
 - R(-5, 4) الإحداثيات RST المثلث 11. و S(-1, 2) و S(-1, 2). ماذا سیکون الإحداثيان الجديدان للنقطة T إذا أزيح المثلث لمسافة 5 وحدات إلى الأسفل وعُكس بالنسبة للمحور الرأسي ٧؟



- C(2, -1)

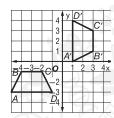
- A(-2, 1)B(-1, 2)
- D (2, 1)
- 12. يقع سداسي أضلاع منتظم في المستوى الإحداثي بحيث تقع النقطة \hat{A} عند (3,0).



ما إحداثيا الرأس A بعد انعكاس بالنسبة للمحور الرأسى لا وإزاحةٍ إلى الأعلى لمسافة وحدتين؟

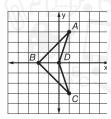
- 13. يُمدّد المثلث JKL بمعامل يساوى 1.5 ويُعكس بالنسبة للمحور الرأسى \mathring{V} ويُزاح لمسافة وحدتين يسارًا. فماذا سيكون الإحداثيان الجديدان للرأس J بعد التحويلات الثلاث؟
 - 14. لشبه المنحرف ABCD الرؤوس الموضحة فى المستوى الإحداثي أدناه.

يحوّل الشكل ABCD لتشكيل صورةٍ مطابقة. فما التحويلات الحادثة لتشكيل A'B'C'D'



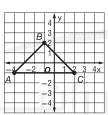
15. يُدار الشكل الرباعي ABCD ويُزاح لتشكيل B'(0,0) و A'(-3,3) و B'(0,0)

فما إحداثيا النقطة 'D'؟



16. يُمدد المثلث ABC حول نقطة الأصل بمعامل مقياس يساوي 2 ثم يُزاح بحيث يكون لنقطة منتصف $\overline{A'B'}$ الإحداثيان المماثلان لإحداثيي نقطة منتصف \overline{AB} .

C' ما إحداثيا النقطة

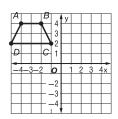


P(2, -2) يتشكّل مثلثٌ من النقاط. و Q(-2, -4) و Q(-2, -4). تغير أبعاد

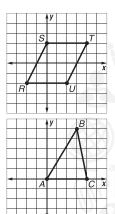
المثلث بمعامل مفياسٍ يساوي $\frac{1}{2}$ ثم يُزاح لمسافة أربع وحداتٍ يمينًا وأربعةٍ إلى

 $\triangle P'Q'R'$ ما إحداثيات المثلث

18. لشبه المنحرف ABCD الرؤوس الموضحة في المستوى الإحداثي أدناه. فإذا عُكس ABCD بالنسبة للمحور الرأسي y ثمّ أدير بزاوية قياسها 90° بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل، فماذا سيكون إحداثيا الرأس C' ؟

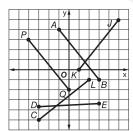


19. للمثلث STU الرؤوسS(-5, -2) و S(-1, 4) و S(-5, -2). فإذا أزيح المثلث لمسافة STU وحدات يمينًا و STU وحدات إلى الأسفل ثم عُكس بالنسبة للمحور الأفقي SU. فماذا سيكون إحداثيا SU وهي صورة SU

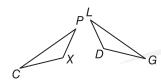


20. إذا أزيح متوازي الأضلاع RSTU لمسافة $\mathbf{5}$ وحدات يسارًا و $\mathbf{5}$ وحدات إلى الأعلى ثم عُكس بالنسبة للمحور الرأسي \mathbf{y} . فماذا سيكون إحداثيا \mathbf{T} . وفق هذين التحويلين؟

21. إذا أدير المثلث $\triangle ABC$ كما هو موضح بزاوية قياسها $^{\circ}$ 180 بعكس انجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل، فستكون صورته $\triangle A'B'C$. فما التحويل أو تشكيلات التحويلات على المثلث $\triangle ABC$ والتي ستنتج صورةً مختلفةً عن المثلث $\triangle A'B'C$

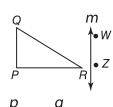


22. ما القطعة المستقيمة التي تمثل صورة \overline{PQ} بموجب إزاحةٍ انزلاقية؟



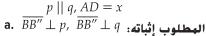
 $\triangle CXP\cong \triangle GDL$ ما نوع التحويل الذي يمكنك استخدامه لتثبت أن

- 24. تقع رؤوس مثلثِ في الربع الثاني. ففي أي ربع ستقع صورة المثلث بموجب الانعكاس الانزلاقي $R_{x=0}$?
 - 25. تُعكس النقطة P(x,y) بالنسبة للمحور الرأسي y، ثمّ أزيحت صورتها رأسيًا لمسافة a>0 وحدة، حيث a>0 . فأيٌ مما يلي يعطي إحداثيات الصورة النهائية P'?
 - 26. أي من مجموعات النقاط التالية يمكن أن تكون رؤوسًا لصورة المثلث PQR بموجب انعكاس انزلاقي بحيث يكون المستقيم m هو خط الانعكاس؟

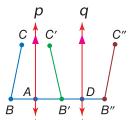


- 27. تقع رؤوس مثلث عند النقاط (2, 5) و (2, 5) و (0, 1). فإذا أزيح المثلث 4 وحدات يسارًا، ثمّ مُدّد بمعامل مقياسٍ قيمته 3، فما إحداثيات صورة المثلث؟
 - **28. البرهان** اكتب برهانًا من عمودين للنظرية 6.2.

 $\overline{B'C'}$ يطبّق انعكاسٌ بالنسبة للمستقيم p على \overline{BC} لتعطي يطبّق انعكاسٌ بالنسبة للمستقيم q على $\overline{B'C'}$ لتعطي





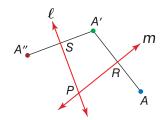


29. البرهان اكتب فقرة برهان للنظرية 6.3.

P عند النقطة M و M عند النقطة M المعطيات: يتقاطع المستقيم M أو المستقيم M

m. إذا عكست النقطة A بالنسبة للمستقيم ℓ فإن A' معكست صورتها A' بالنسبة للمستقيم ℓ فإن A' هي صورة A بعد دورانٍ حول النقطة P

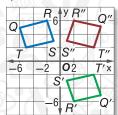
 $m\angle APA'' = 2(m\angle SPR)$.b



مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

صِف التحويلات التي زُكّبت لتشكيل صورة كل شكلٍ مها يلي.

31.



2

30.

32. تحليل الخطأ تزيح أسماء وأماني المثلث $\triangle XYZ$ على طول(2, 2) وتعكسانه بالنسبة للمستقيم y = y. تقول أسماء إن التحويل هو انعكاسٌ انزلاقي. وتخالفها أماني قائلةً إن التحويل تركيبٌ من تحويلات متعددة. فهل أيٌ منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

33. الكتابة في الرياضيات هل تبقى أي نقاط ثابتة بموجب الانعكاس الانزلاقي؟ وهل تبقى كذلك بموجب تركيبات لتحويلات؟ اشرح.

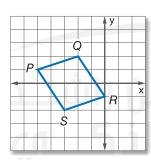
34. التحديِّ إذا أزيح الشكل PQRS على طول $\langle 3, -2 \rangle$. وعُكس بالنسبة للمستقيم y = -1. وأدير بزاوية قياسها 90° حول نقطة الأصل. فما إحداثيات الشكل y = y = y = y?

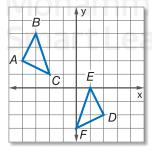
35. **الفرضيات** إذا أردنا عكس صورةٍ بالنسبة للمستقيم x=y والمحور الأفقي x. فهل يؤثر ترتيب الانعكاس في الصورة النهائية؟ اشرح.

36. مسألة غير محددة الإجابة اكتب انعكاسًا انزلافيًا أو تركيبًا لتحويلاتٍ يمكن استخدامها لتحويل المثلث $\triangle ABC$

37 التبرير عند إجراء دورانين على صورةٍ وحيدة. فهل بؤثر ترتيب الدوران أحيانًا أو دائها أو لا يؤثر إطلاقًا في موقع الصورة النهائية؟ اشرح.

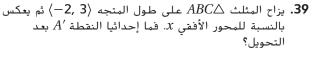
38. الكتابة في الرياضيات قارن وقابل الانعكاس الانزلاقي وتركيب التحويلات.

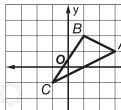




تدريب على الاختبار المعياري

40. الإجابة القصيرة ما إحداثيا D'' إذا أزبحت القطعة المستقيمة \overline{CD} التي فيها الرأسان ما $\langle -6, 2 \rangle$ على طول (2, 4) ثم (2, 4)عكست بالنسبة للمحور الرأسى γ ؟





- **41. جبريًا** اكتب $\frac{18x^2-2}{3x^2-5x-2}$ بأبسط صورة. H $\frac{2(3x-1)}{x-2}$ $\mathbf{F} = \frac{18}{3x+1}$
- A(1, -4)

G $\frac{2(3x+1)}{x-2}$

- B (1, 4)
- $f(x) = x^3 x^2 x$ إذا كانت SAT/ACT .42 فما هي قيمة (3-)f?

D - 15

E -12

J 2(3x - 1)

A - 39

C(-1, 4)

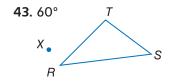
B - 33

D(-1, -4)

C -21

مراجعة شاملة

انسخ كل مضلع ونقطة X. ثم استخدم منقلةً ومسطرةً لرسم الدوران المحدد لكل شكل حول النقطة X. (ألدرس 3-6)



- **44**. 120°
- 45. 180° W.

مثّل بيانيًا كل شكلِ وصورته على طول المتّجه المعطى. (الدرس 2-6)

- $\langle 2, 6 \rangle$ ،H(7, -1) و G(3, -1) و F(1, -4) ذو الرؤوس $\triangle FGH$.46
- $\langle -3, -5 \rangle$ ،D(2, 7) و B(-1, 4), C(2, 3) و A(-2, 7) دو الرؤوس ABCD ذو الرؤوس ABCD د الشكل الرباعي
- 48. الشراع طول ضلع في شراع مستطيل يساوي 7.5 m. وقياس الزاوية المقابلة لهذا الضلع يساوي °40. وقياس زاويةٍ أخرى يشكّلها الشراع يساوي °55. فكم ُ يساوي مُحِّيط الشراع مقربًا إلى أفرب جزء من عشرة؟
 - 49. تنسيق الحدائق أطوال أضلاع حوض أزهار مثلثي الشكل m 1.35 و m 1.8 و m 2.25. جـد فياس أصغر زوايا المثلث.

مراجعة المهارات

يعرض كل شكل صورةً أصليةً وصورتها المنعكسة بالنسبة لخطٍ ما. انسخ كل شكل وارسم خط الانعكاس

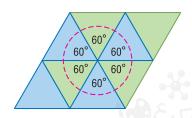


مختبر الهندسة الفسيفساء

6-4

الفسيفساء عبارة عن نمط شكلي أو أكثر يغطي مستوى معين بحيث لا تبقى مسافات فارغة أو متداخلة. مجموع الزوايا التي تحيط برأس الفسيفساء يساوي °360.

تتشكل الفسيفساء الهنتظهة بنوع واحد من المضلعات المنتظمة. سيشكل المضلع المنتظم فسيفساء إذا كان به قياس زاوية داخلية يمثل معامل بمقدار 360 درجة. وتتشكل الفسيسفاء شبه الهنتظهة بمضلعين منتظمين أو أكثر.



النشاط 1 الفسيفساء المنتظمة

حدد ما إذا كان كل مضلع منتظم سيشكّل فسيفساء في المستوى الإحداثي أو لا. اشرح.

a. سداسي الأضلاع

لنفترض أن x يمثل قياس إحدى الزوايا الداخلية لسداسي الأضلاع.

$$x = \frac{180(n-2)}{n}$$
 $= \frac{180(6-2)}{6}$
 $= 120$
 $n = 6$

بما أن 120 هو معامل 360. سيشكل سداسي الأضلاع المنتظم فسيفساء في المستوى الإحداثي.

b. عشاري الأضلاع

لنفترض أن x يمثل قياس أحدى الزوايا الداخلية في عشاري الأضلاع المنتظم.

$$x = \frac{180(n-2)}{n}$$
 قانون الزوايا الداخلية $\frac{180(10-2)}{10}$ $n = 10$ $n = 10$

بما أن 144 ليس معامل 360. لن يشكل عشارى الأضلاع المنتظم فسيفساء في المستوى الإحداثي.

تصبح الفسيفساء موحدة إذا كان بها تنظيم واحد للأشكال والزوايا في كل رأس.

غير موحدة

هناك أربع زوايا عند هذا الرأس. هناك زاويتان عند هذا الرأس.

هناك أربع زوايا عند كل رأس. وقياسات الزوايا هي ذاتها.

حدد ما إذا كان كل نمط مما يلي عبارة عن فسيفساء أو لا، وإذا كانت الإجابة بنعم، فاذكر هل هو فسيفساء منتظهة، أم شبه منتظهة، أم ليست أي منهما، وموحدة أو ليست موحدة.

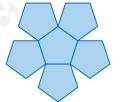
لا يوجد مسافات فارغة، ولا يوجد أشكال متداخلة، إذًا النمط عبارة عن

تتكون الفسيفساء من أشكال منتظمة من سداسيات الأضلاع والمربعات والمثلثات متساوية الأضلاع، إذًا هي فسيفساء شبه منتظهة.

> توجد أربع زوايا حول بعض الرؤوس وخمس زوايا حول البعض الآخر، إذًا الفسيفساء ليست موحدة.

.b

توجد مسافة غير مملوءة، إذًا النمط ليس فسيفساء.



لا توجد مسافات فارغة، ولا توجد أشكال متداخلة، إذًا النمط عبارة عن

تتكون الفسيفساء من أشباه منحرف، وهي مضلعات ليست منتظمة، إذًا الفسيفساء **ليست** منتظمة ولا شبه منتظمة.

توجد أربع زوايا حول كل رأس من الرؤوس وقياسات الزوايا واحدة عند كل رأس، إذًا الفسيفساء **موحدة**.

يمكنك استخدام خصائص الفسيفساء لتصميم الفسيفساء وإنشائها.

النشاط 3 رسم الفسيفساء

ارسم مثلثًا واستخدمه لإنشاء فسيفساء.

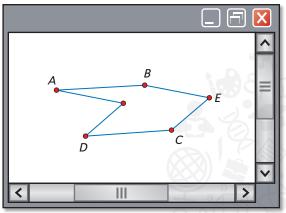
الخطوة 1 ارسم مثلثًا وجد نقطة منتصف أحد أضلاعه.

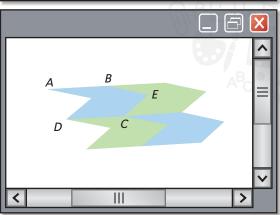
الخطوة 3 قم بإزاحة المثلثين لعمل صف.

الخطوة 4 قم بإزاحة الصف لعمل فسيفساء.

لخطوة 2 قم بدوران المثلث بمقدار °180 حول النقطة.

- الخطوة 1 أدخل ثلاث نقاط وأنشئ مستقيمًا يمر بنقطتين منها. ثم أنشئ مستقيمًا يمر والنقطة الثالثة باستخدام خيار Parallel Line يوازي المستقيم مواز) من قائمة Construct (إنشاء). أكمل متوازي الأضلاع وحدد النقاط A و B و C و C و C ق م بإخفاء المستقيمات.
 - الخطوة 2 أدخل نقطة أخرى ولتكن E داخل متوازي الأضلاع. ارسم قطعًا مستقيمة D بين D و D و D و D و D و D و D و D
 - الخطوة 3 ظلّل النقطة B ثم النقطة A. من قائمة Transform (تحويل). اختر \overline{EC} و \overline{BE} و النقطة B. والنقطة B. ومن قائمة Mark Vector (تحويل). اختر Translate (إزاحة).
 - الخطوة 4 بدءًا من النقطة A. اختر جميع الرؤوس التي حول محيط المضلع. اختر Hexagon Interior (داخل سداسي الأضلاع) من قائمة Construct (إنشاء).
 - الخطوة 5 اختر النقطة A ثم النقطة B وحدد المتجه كما فعلت في الخطوة B حدد داخل المضلع واختر Transform (إزاحة) من قائمة Transform (تحويل). استمر في عمل الفسيفساء بتحديد المتجهات وإزاحة المضلع. يمكنك اختيار Color (اللون) من قائمة Display لإنشاء نمط ملون.





التهارين

حدد هل كل مضلع منتظم سيشكّل فسيفساء في المستوى الإحداثي أو لا. اكتب نعم أو لا. اشرح.

مثلث 2. خماسي أضلاع 3. سداسي عشري

حدد ما إذا كان كل نمط مما يلي عبارة عن فسيفساء أو لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فاذكر هل هو فسيفساء منتظمة، أو ش*به منتظمة،* أو *ليس أي* منهما *وفسيفساء موحدة* أو *ليست موحدة*.







ارسم فسيفساء باستخدام الشكل (الأشكال) التالية

- 8. سداسي أضلاع ومثلث
- 10. شبه منحرف ومتوازي أضلاع

- 7. ثماني أضلاع ومربع9. مثلث قائم الزاوية
- 11. الكتابة في الرياضيات اذكر أمثلة على استخدام الفسيفساء في المعمار والترصيع بالفسيفساء والأعمال الفنية. واشرح طريقة استخدام الفسيفساء في كل مثال.
 - 12. التخمين اذكر شكلاً تعتقد أنه سيشكل فسيفساء في مساحة ثلاثية الأبعاد. اشرح استنتاجك.

٠٠ لهاذا؟

• في مملكة الحيوانات، غالبًا

ما يدل التناظر في جسم

الحيوان على تعقيد جسم

الحيوان. والحيوانات التي تظهر تناظرًا محوريًا، مثل

الحشرات، عادة ما تكون

أنماط حياتها أكثر تعقيدًا

من تلك التي تظهر تناظرًا

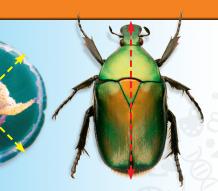
دورانيًا، مثل قنديل البحر.

٠٠ السابق

- لقد رسمت انعكاس الأشكال ودورانها.
- 🛑 🗂 تحدید عملیات التناظر المحوري والدوراني في الأشكال ثنائبة الأبعاد.

١٠٠ الحالي

تحديد عمليات التناظر المحوري وفي المستوى الإحداثي في الأشكال ثلاثية الأبعاد.



المفردات الجديدة

التناظر symmetry تناظر محوري line symmetry خط/محور التناظر line of symmetry التناظر الدوراني rotational symmetry مركز التناظر center of symmetry ترتيب التناظر order of symmetry مقدار التناظر magnitude of symmetry التناظر في المستوى الإحداثي plane symmetrÿ التناظر المحورى äxis symmetry

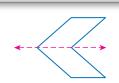
ممارسات في الرياضيات

استخدام نماذج الرياضيات. البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير

التناظر في الأشكال ثنائية الأبعاد يوجد في الشكل تناظر إذا كان هناك انعكاس ذو حركة ثابتة، أو التناظر إزاحة، أو دوراً ن، أو انعكاس انزلاقي يرسم الشكل على نفسه. وأحد أنواع التناظر هو التناظر المحوري.

المفهوم الأساسى التناظر المحوري

الشكل في المستوى له تناظر محورى (أو تناظر انعكاس) إذا كان من الممكن انعكاس الشكل على ذاته عن طريق انعكاس في أحد المستقيمات، ويسمى محور التناظر .



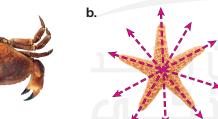
🔵 مثال 1 من الحياة اليومية - تعريف التناظرالمحوري

الشواطئ اذكر هل الجسم يبدو أن به تناظرًا محوريًا أو لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فانسخ الشكل وارسم جميع مستقيمات التناظر واذكر عددها.

نعم؛ نجم البحر له خمسة

مستقيمات تناظرية.







نعم؛ السلطعون له مستقيم تناظر واحد.

لا؛ لا توجد مستقيمات في صدفة المحار يمكن أن تنعكس فيه بحيث تتماثل مع ذاتها.

تمرین موجه

اذكر هل الشكل يبدو أن به تناظرًا محوريًا أم لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، انسخ الشكل وارسم جميع مستقيمات التناظر واذكر عددها.







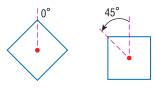
المفهوم الأساسى التناظر الدوراني

270°

يكون للشكل في المستوى الإحداثي تناظر دوراني (أو تناظر قطري) إذا كان يمكن انعكاسه على نفسه عن طريق الدوران ما بين °0 و°0أ3 حول مركز الشكل، ويسمى مركز التناظر (أو نقطة التناظر).

الأمثلة الشكل التالي له تناظر دوراني لأن الدوان بمقدار °90 أو °270 يعكس الشكل على نفسه.

180°



عدد المرات التي ينعكس فيها الشكل على نفسه عند الدوران من °0 إلى °360 يطلَق عليه ترتيب التناظر. **مقدار التناظر** (أو زاوية التناظر) هي أصغر زاوية يمكن أن يدور بها الشكل بحيث ينعكس على ذاته. ويرتبط ترتيب الدوران ومقداره بالمعادلة التالية.

في الشكل السابق يوجد تناظر دوران بترتيب 4 ومقداره °90.

مثال 2 تعريف التناظر الدوراني

اذكر هل الشكل يبدو أن به تناظرًا دورانيًا أو لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فانسخ الشكل وحدد مركز التناظر واذكر ترتيبه ومقداره.



لا؛ لا يوجد تناظر دوراني بين °0 و 360° ينعكس المثلث قائم الزاوية على نفسه.





2C.



 $360^{\circ} \div 2$ دورانية ومقداره

أو °180. المركز هو تقاطع



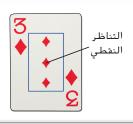
نعم؛ الشكل السداسي المنتظم

الأقطار.

الزهور اذكر هل يبدو أن في الزهرة تناظر دوراني أم لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فانسخ الزهرة وحدد مركز التناظر واذكر ترتيبه ومقداره.

التناظر النقطى يوجد في الشكل تناظر نقطى إذا كان يمكن انعكاسه على نفسه عن طريق الدوران بزاوية °180. يوضح علم المملكة المتحدة التناظر النقطى. وذلك لأنه يوجد تماثل بين الجانب العلوى جهة اليمين والجانب المقابل له لأسفل.

نصيحة دراسية



2B.

سة McGraw-Hill Education

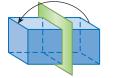
2A.

التناظر في الأشكال ثلاثية الأبعاد قد يوجد تناظر في الأشكال ثلاثية الأبعاد أيضًا.

المفهوم الأساسى التناظرات ثلاثية الأبعاد

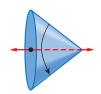
التناظر في المستوى الإحداثي

يحدث التناظر في المستوى الإحداثي في الشكل ثلاثي الأبعاد إذا كان يمكن أن ينعكس الشكل على نفسه عن طريق الانعكاس في المستوى الإحداثي.



التناظر المحوري

يحدث التناظر المحوري في الشكل ثلاثي الأبعاد إذا كان يمكن أن ينعكس الشكل علَّى تنسه عن طرّيق الدوراُن بين °0 و °360 في أحد المستقيمات.



مثال 3 التناظر ثلاثي الأبعاد

اذكر هل الشكل به تناظر في المستوى الإحداثي أم تناظر محوري أم كلاهما أم ليس أيًا منهما.

a. منشور على شكل حرف L

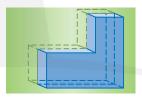


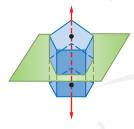




التناظر في المستوى الإحداثي الإحداثي

كلاهما، تناظر في المستوى الإحداثي وتناظر محوري





الرياضات اذكر هل كل أداة من الأدوات الرياضية بها تناظر في الهستوى الإحداثي أم تناظر محوري أم كليهما أم ليس أيًا منهما (مع تجاهل الخياطة أو العلامات في الأداة).











3B.



الربط بالحياة اليومية

مراجعة المفردات

المنشور هو شكل متعدد الوجوه له قاعدتان متوازيتان ومتطابقتان يتصل ببعضه عن طريق أوجه متوازي الأضلاع

تم تصميم كرة القدم بطريقة ديناميكية هوائية حتى تلف بعد ركلها، بحيث يكون شكلها كروى متطاول. وهذا يعنى أن أحد محاور التناظر أطول من المحاور الأخرى.

المصدر: الدليل الإرشادي الكامل إلى كرة القدم

3A.

المثالان 1 و 2

مثال 3

مثال 1 اذكر هل يبدو أن الشكل به تناظر خطي أم لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فانسخ الشكل وارسم جهيع مستقيهات التناظر واذكر عددها.

1.

- 2.
- 3.
- مثال 2 اذكر هل الشكل يبدو أن به تناظرًا دورانيًا أم لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فانسخ الشكل وحدد مركز التناظر واذكر ترتيبه ومقداره.

4.

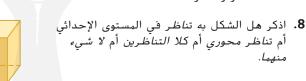




مبنى البرلمان الأمريكي تعدّ القبة التي تم اكتمال بنائها في عام 1863. أحدث الإضافات لمبنى البرلمان الأمريكي في الولايات المتحدة. وهي مدعومة بدعامات حديدية عددها 36 وبها 108 نافذة مقسمة بالتساوى على ثلاثة مستويات.

 عدد مستقيمات التناظر الأفقية والرأسية التي يبدو أنها موجودة في القبة؟

 b. هل القبة لها تناظر دوراني؟ إذا كانت الإجابة بنعم، فاذكر ترتيب التناظر ومقداره.





التدريب وحل المسائل

مثال 1 الانتظام ذكر هل يبدو أن الشكل يتضمن تناظرًا محوريًا أو لا. اكتب نعم أو لا. إذا كان الأمر كذلك، فانسخ الشكل، وارسم كل مستقيمات التناظر، واذكر عددها.

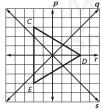
9.







13. تم رسم المثلث CDE في المستوى الإحداثي. أي مستقيم هو مستقيم التناظر؟



اذكر هل الشكل يبدو أن به تناظرًا دورانيًا أم لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانتُ الإجابة بنعم، فانسخ الشكل وحدد مركز التناظر واذكر ترتيبه ومقداره.

14.







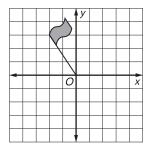


180° تم دوران علم بمقدار °180 في المستوى الإحداثي. أي عبارة صحيحة؟ A الشكل متناظر حول النقطة (0,0).

 $oldsymbol{y}$ الشكل متناظر حول المحور الرأسى $oldsymbol{B}$

x الشكل متناظر حول المحور الأفقى ${f C}$

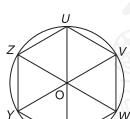
 $(-3,\,2)$ الشكل متناظر حول النقطة $(-3,\,2)$.



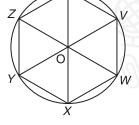
19.

اذكر هل الشكل به تناظر في المستوى الإحداثي أم تناظر محوري أم كلاهما أم ليس أيًا منهما.

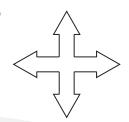


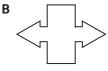


22. سداسي الأضلاع UVWXYZ محاط بدائرة لتصميم بلاطة. أي نقطة توضح موقع النقطة U بعد الدوران حول نقطة المركز O بمقدار °120 باتجاه عقارب الساعة ؟



23. فنان جرافيك يريد تصميم شعار باستخدام مستقيمات التناظر. أى شعار لا يوجد به 4 مستقيمات تناظر بالتحديد؟







24. تنظر أمل إلى تصميمات سترة. أى عبارة تصف التناظر في التصميم؟

A التصميم به 4 مستقيمات تناظر بالتحديد.

التصميم به $\bf 8$ مستقيمات تناظر بالتحديد.

C التصميم به مستقيمان تناظر بالتحديد.

التصميم به مستقيم تناظر واحد بالتحديد.



25. يصمم أحمد شعارًا لناديه.

أي عبارة تصف التناظر في التصميم؟

. التصميم به مستقيم تناظر واحد فقط

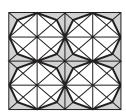
التصميم به مستقيما تناظر فقط. ${f B}$

C التصميم به 3 مستقيمات تناظر فقط.

التصميم به 4 مستقيمات تناظر فقط.







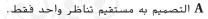
هندسة الإحداثيات حدد ما إذا كان الشكل الموضح بالرؤوس له تناظر محوري و/أو دوراني.

27 A(-4, 0) B(0, 4) C(4, 0) D(0 -4) 28. R(-3, 3) S(-3 -3) T(3, 3)

الجبر مثّل الدالة بيانيًا وحدد ما إذا كان التهثيل البياني له تناظر محوري و/أو دوراني أم لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فاذكر ترتيب التناظر ومقداره واكتب معادلات لأي مستقيمات تناظر.

30.
$$y = x^2 + 1$$
 31. $y = -x^3$

32. يصمم إسماعيل شعارًا لناديه. أي عبارة تصف التناظر في التصميم؟



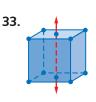
- B التصميم به مستقيما تناظر فقط.
- C التصميم به 3 مستقيمات تناظر فقط.
- D التصميم به 4 مستقيمات تناظر فقط.



34.

علم البلوريات حدد هل البلورات التالية لها تناظر في المستوى الإحداثي و/أو تناظر محوري أم لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فاذكر مقدار التناظر.





مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

36. النقد يقول أسامة أن الشكل A له تناظر محوري فقط، ويقول أيمن أن الشكل A له تناظر دوراني فقط. هل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك. انظر الهامش.



y=x-1. التحدي شكل رباعي له بالتحديد مستقيما تناظر، y=x-1 و y=-x+2 . جــد الرؤوس المحتملة للشكل. مثل الشكل ومستقيمات التناظر بيانيًا.

Smart Learning Program

38. التبرير شكل متعدد الوجوه له تناظر محوري بترتيب 3، ولكن ليس له تناظر في المستوى. ما هو الشكل؟ اشرح. انظر الهامش.

تدريب على الاختبار المعياري

39. كم عدد مستقيمات التناظر التي يمكن رسمها على صورة العلم الكندى التالي؟



- **C** 2
- **D** 4
- 40. الإجابة الشبكية ما ترتيب التناظر للشكل التالى؟



41. الجبر شركة حواسيب تشحن الحواسيب في صناديق خشبية يزن الواحد منها 45 kg عندما تكون فارغة. فإذا كان كل حاسوب لا يزن أكثر من 13 kg، أي متباينة تعطى أفضل وصف لإجمالي الوزن بالكيلو جرامات W لصندوق الحاسوب الذي يحتوى على عدد C من الحواسيب؟

$$F c \le 13 + 45w$$

H w
$$\leq$$
 13c + 45

$$G c \ge 13 + 45w$$

$$J w \ge 13c + 45$$

SAT/ACT .42 ما هو ميل المستقيم المحدد بالمعادلة الخطية 5x - 2y = 10؟

$$D^{\frac{2}{5}}$$

B
$$-\frac{5}{2}$$

$$C - \frac{2}{5}$$

مراجعة شاملة

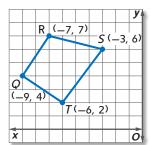
المثلث JKL له الرؤوس (5, J) و (3, 1)، و (5, 7). مثّل بيانيًا المثلث JKL وصورته بعد التحويل المشار إليه. (الدرس 4-6)

A 0

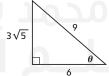
B 1

44. الإزاحة: بطول (1, 2) y الانعكاس: في المحور

 $\langle -7, -1 \rangle$ الإزاحة: بطول **43**. X الانعكاس: في المحور

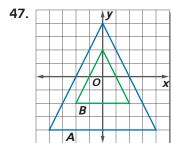


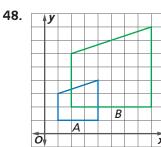
- R الشكل الرباعي QRST الموضح على اليسار. ما هي صورة النقطة QRSTبعد الدوران حول نقطة الأصل بمقدار °180 اتجاه عكس عقارب الساعة؟
- 46. الإنشاءات نافذة أبعادها موضحة فيما يلى. استخدم فياسات أضلاع المثلث لتوضيح أن $.\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

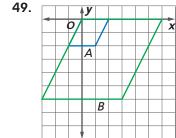


مراجعة المهارات

حدّد ما إذا كان تغيير الأبعاد من الشكل A إلى الشكل B عبارة عن تكبير أو تصغير. ثمّ جــد معامل مقياس تغيير الأبعاد.









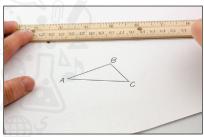


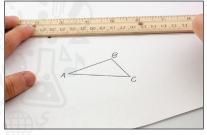
الجهاز العاكس هو عبارة عن أداة مصنوعة من البلاستيك شبه الشفاف تعكس الأجسام. وأفضل درجة انعكاس لها تكون عندما توضع على سطح مسطح في غرفة جيدة الإضاءة. ويمكنك استخدام الأداة العاكسة لتحويل الأشكال الهندسية.

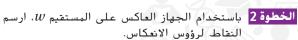
النشاط 1 انعكاس مثلث

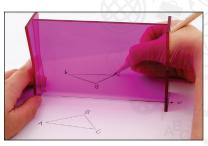
$\triangle A'B'C'$ استخدم الجهاز العاكس لعكس الهثلث $\triangle ABC$ في ω . ضع اسمًا للانعكاس

w وخط الانعكاس ΔABC ورسم المثلث ΔABC











الخطوة 3 استخدم المسطرة لتوصيل النقاط لتكوين المثلث 'A'B'C.

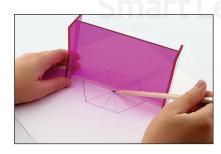
استخدمنا الفرجار والمسطرة المستقيمة والخيط والمطويات الورقية لعمل الإنشاءات الهندسية. ويمكنك أيضًا استخدام الأداة العاكسة في تلك الإنشاءات.

النشاط 2 إنشاء محاور التناظر

استخدم الأداة العاكسة لإنشاء محاور التناظر لسداسي الأضلاع المنتظم.

الخطوة 1 ارسم شكل سداسي منتظم. ضع الأداة العاكسة على الشكل وحركها حتى يتطابق أحد نصفى الشكل مع انعكاس النصف الآخر. ثم ارسم محور التناظر.





الخطوة 2 كرر الخطوة رقم 1 حتى تجد جميع محاور التناظر.

النشاط 3 إنشاء مستقيم موار

P على المستقيم الموازى والذي يمر بالنقطة المستقيم المهازي والذي يمر بالنقطة المتخدم الجهاز العاكس لعكس المستقيم

الخطوة 1



ارسم المستقيم ℓ والنقطة P. ضع الجانب القصير للجهاز العاكس على المستقيم ℓ والجانب الطويل على النقطة P. ارسم مستقيمًا بحيث يكون متعامدًا على المستقيم ℓ من خلال النقطة P.

الخطوة 2



ضع الأداة العاكسة بحيث يتطابق المستقيم العمودي مع ذاته ويمر انعكاس المستقيم ℓ بالنقطة P. استخدم المسطرة لرسم المستقيم الموازى m الذي يمر بالنقطة P.

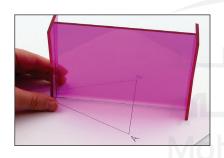
في درس الاستكشاف 1-5، أنشأنا منصفات عمودية بالمطويات الورقية. ويمكنك أيضًا استخدام الأداة العاكسة لإنشاء منصفّات عمودية للمثلث.

النشاط 4 إنشاء المنصفات العمودية

 $\triangle ABC$ استخدم الأداة العاكسة لإيجاد مركز الدائرة المحيطة للمثلث

الخطوة 1 ارسم المثلث $\triangle ABC$. ضع الجهاز العاكس بين النقطة A والنقطة B واضبطها إلى أن تتطابق النقطة A مع النقطة B. ارسم محور التناظر.

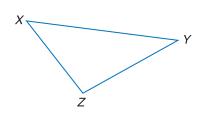
الخطوة 2 كرر الخطوة 1 مع الضلعين \overline{AC} و \overline{BC} . ثم ضع نقطة عند تعامد المنصفات العمودية الثلاثة. وهذا هو مركز الدائرة المحيطة للمثلث.



grann

تمثيل النهاذج والتحليل

- 1. كيف تعرف أن الخطوات في النشاط 4 تعطي المنصّف العمودي الفعلي ومركز الدائرة المحيطة للمثلث ΔABC ?
 - ΔXYZ . أنشئ منصّف الزاوية وجـد مركز الدائرة الداخلية للمثلث ΔXYZ . اذكر كيف استخدمت الأداة العاكسة في الرسم.



مختبر تقنية التهثيل البياني كالمنتبات عمليات تغيير الأبعاد (التهدد)

يمكنك استخدام تقنية Tl-Nspire لاستكشاف خواص عمليات تغيير الأبعاد.أو التمدد

النشاط 1 تغيير أبعاد المثلث

تغيير أبعاد المثلث بمعامل مقياس 1.5.

- الخطوة 1 أضف صفحة Geometry (هندسة) جديدة. ثم من قائمة Points & Lines (النقاط والهستقيهات). استخدم أداة (نقطة) لإضافة نقطة وسمّها النقطة X.
- الخطوة 2 من قائمة Shapes (الأشكال). حدد Triangle (مثلث) وحدد ثلاث نقاط. وقم بتسمية النقاط A و B و B .
 - الخطوة 3 من قائمة Actions (الإجراءات). استخدم أداة Text لإضافة النص Scale Factor (معامل المقياس) و 1.5 بشكل منفصل في الصفحة.
 - الخطوة 4 من قائمة Transformation (تحويل). حدد Dilation (تغيير الأبعاد). $\triangle ABC$ ثم حدد النقطة X، و $\triangle ABC$ والنص 1.5.
 - C' و B' و A' قم بتسمية النقاط على الصورة و B'



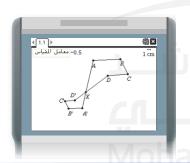
تحليل النتائج

- 1. باستخدام أداة Slope (الهيل) في قائمة Measurement (القياس). اذكر تأثير تغيير الأبعاد على \overline{AB} وبذلك، كيف ترتبط المستقيمات التي تمر بالقطع المستقيمة \overline{AB} وبذلك، كيف ترتبط المستقيمات التي تمر بالقطع المستقيمة المعنى \overline{AB} بعضها البعض؛
 - \overline{CA} ما تأثير تغيير الأبعاد على المستقيم الذي يقطع الضلع \overline{CA}
 - \overline{CB} ما تأثير تغيير الأبعاد على المستفيم الذي يقطع الضلع .3

النشاط 2 تغيير أبعاد المضلع

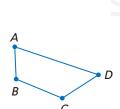
تغيير أبعاد المضلع بمعامل مقياس 0.5—.

- الخطوة 1 أضف صفحة Geometry (هندسة) جديدة وارسم المضلع ABCDX كما هو موضح. أضف النص $Scale\ Factor$ (معامل المقياس) و O.5 في الصفحة.
- الخطوة 2 من قائمة Transformation (تحويل). حدد Dilation (تغيير الأبعاد). ثم حدد النقطة X، والمضلع ABCDX، والنص 0.5-.
 - D'و C'و B'و A'و الخطوة 3 و النقاط على الصورة A'



تمثيل النهاذج والتحليل

- 4. حلَّل تأثير تغيير الأبعاد في النشاط 2 على الأضلاع التي تضم مركز تغيير الأبعاد.
 - 5. حلّل تأثير تغيير أبعاد شبه الهنحرف ABCD الهوضح بمعامل المقياس 0.75 ومركز تغيير الأبعاد عند النقطة A
 - التخمين اذكر تأثير تغيير الأبعاد على المستقيمات التي تمر بمركز تغيير الأبعاد والمستقيمات التي لا تمر به.

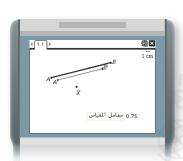


النشاط 3 تغيير أبعاد القطعة المستقيمة

- غيّر أبعاد القطعة المستقيمة \overline{AB} بمعامل المقياس المشار إليه.
 - a. معامل المقياس: 0.75
- الخطوة 1 في صفحة Geometry (هندسة) جديدة، ارسم القطعة المستقيمة باستخدام فائمة Lines (النقاط والمستقيمات). سمي النقطتين الطرفيتين A و B و B و A و
- الخطوة 2 أضف النص Scale Factor (معامل المقياس) و 0.75 إلى الصفحة.
- الخطوة 3 من قائمة Transformation (تحويل). حدد Dilation (تغيير الأبعاد). ثم حدد النقطة X، و \overline{AB} والنص \overline{AB} 0.75
 - $\overline{A'B'}$ قم بتسمية القطعة المستقيمة التي تغيرت أبعادها



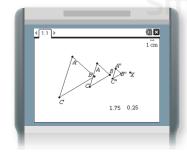
- الخطوة 1 أضف النص 1.25 في الصفحة.
- .Dilation من قائمة Transformation، حدد الغطوة 2 ثم حدد النقطة X. و \overline{AB} و النص 1.25.
- $\overline{A''B''}$ قم بتسمية القطعة المستقيمة التى تغيرت أبعادها





تمثيل النهاذج والتحليل

- 7. باستخدام أداة Length (الطول) من قائمة Measurement (القياس). $\overline{A''B'}$ و $\overline{A''B'}$ و $\overline{A''B'}$
 - AB. ما نسبة الضلع A'B' إلى الضلع AB؟ وما نسبة الضلع A'B' إلى AB
 - 9. ما تأثير تغيير الأبعاد بمعامل المقياس 0.75 على القطعة المستقيمة \overline{AB} ? وما تأثير تغيير الأبعاد بمعامل المقياس 1.25 على القطعة المستقيمة \overline{AB}
 - \overline{AB} في أبعاد القطعة المستقيمة \overline{AB} في النشاط 8 بمعامل المقياس -1.25 و -1.25 . اذكر التأثير على طول كل قطعة مستقيمة تم تغيير أبعادها.
 - التخمين اذكر تأثير تغيير الأبعاد على طول القطعة المستقيمة.
- اذكر تغيير الأبعاد من \overline{AB} إلى $\overline{A'B'}$ ومن $\overline{A'B'}$ إلى $\overline{A'B''}$ في المثلثات الموضحة.



عمليات تغيير الأبعاد (التهدد)

٠٠ السابق

- 🧅 تم تعریف تغییر الأبعاد (التمدد) والتحقق منها في صورة تحويلات التشابه.
- 📘 تمثيل عمليات تغيير الأبعاد (التمدد) بيانيا

..الحالي

- تمثيل عمليات تغيير الأبعاد(التمدد) في المستوى الإحداثي.
- الفوتوغرافيين يفضلون الكاميرات صور سلبية. ومن تلك الصور السلبية، يستطيع المصورون الفوتوغرافيون عمل صور ذات



ممارسات في الرياضيات فهم طبيعة المسائل والمثابرة فى حلها. استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.

رسم عمليات تغيير الأبعاد (التمدد) تغيير الأبعاد (التمدد) أو المقياس عبارة عن تحوّل تشابه يُكبّر أو يصغّر من الشكل نسبيًا فيما يتعلق بنقطة المركز ومعامل المقياس.

المفهوم الأساسى تغيير الأبعاد(التمدد) (التمدّد)

أبعاد معينة.

٠٠ لماذا؟

• لا يزال بعض المصورين

التقليدية والأفلام لإنشاء

عملية تغيير الأبعاد (التمدد) ذات المركز C ومعامل المقياس الموجب $k \neq 1$ ، المقياس الموجب الله تحدد نسبة النقطة P في الشكل إلى الصورة بحيث

- إذا كانت النقطة P والنقطة C متطابقتين، فإن الصورة والصورة الأصلية يتكونان من النقطة ذاتها، أو
- إذا لم تكن النقطة P هي مركز عملية تغيير الأبعاد (التمدد)، فإن النقطة P' تقع على \overrightarrow{CP} أو .CP' = k(CP)

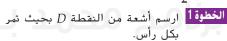


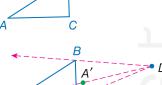
— 4 • <mark>2.5</mark> or 10 ——

بناء على مورة المثلث $\triangle LMP$ بناء على عبارة عن صورة المثلث عملية تغيير أبعاد مركزها C ومعامل المقياس 2.5.

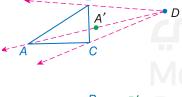
مثال 1 رسم عملية تغيير الأبعاد (التمدد)

انسخ المثلث $\triangle ABC$ والنقطة D. ثم استخدم مسطرة لرسم ullet صورة المثلث ΔABC بناء على عملية تغير أبعاد مركزها D ومعامل

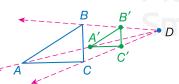




الخطوة 2 حدد موقع النقطة A' على حدد موقع $DA' = \frac{1}{2}DA$



الخطوة 3 حدد موقع النقطة B' على \overrightarrow{DB} والنقطة على \overrightarrow{DC} بالطريقة ذاتها. ثم ارسم المثلث C' $\triangle A'B'C'$



تمرین موجه

انسخ الشكل وحدد النقطة ل. ثم استخدم مسطرةً لرسم صورة الشكل بناء على عملية تغيير أبعاد مركزها J ومعامل القياس المحدّد هو K المُشار إليه.

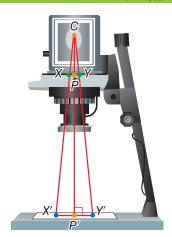
1A.
$$k = \frac{3}{2}$$



تعلّمت أيضًا أنه إذا كانت k>1. فإن عملية تغيير الأبعاد(التمدد) عبارة عن تكبير. وإذا كان k>1. فإن عملية تغيير الأبعاد(التمدد) عبارة عن تصغير. بما أن $\frac{1}{2}$ يقع بين 0 و 1. فإن عملية تغيير الأبعاد(التمدد) في المثال 1 عبارة عن تصغير.

تغيير الأبعاد(التمدد) باستخدام معامل المقياس 1 يُطلق عليه تغيير الأبعاد(التمدد) متساوي القياس. فهو ينتج صورة تتطابق مع الصورة الأصلية. وبالتالي يكون الشكلان متطابقين.

و مثال 2 من الحياة اليومية إيجاد معامل القياس لعملية تغيير الأبعاد (التمدد)



التصوير النوتوغرافي لإنشاء صور مختلفة الأحجام، يمكنك تعديل المسافة بين صورة الفيلم السالبة والصورة المكبّرة باستخدام أداة التكبير الفوتوغرافي. افترض أن المسافة بين مصدر الضوء CP والصورة السالبة تساوي CP 45 mm (CP). فإلى أي مسافة PP ينبغي ضبط أداة التكبير لإنشاء صورة بعرض CP 22.75 cm من الصورة السلبية التي عرضها CP 35 mm

الفهم تتضمن هذه المسألة عملية تغيير أبعاد. ومركز تغيير الأبعاد(التمدد) هو النقطة X, وغيير الأبعاد(التمدد) هو النقطة $XY = 35 \, mm$ و $XY = 35 \, mm$ و $XY = 45 \, mm$ و $XY = 35 \, mm$ و المطلوب إبجاد $XY = 35 \, mm$

X'Y' من الصورة الأصلية XY إلى الصورة الأبعاد (النهدد) من الصورة الأصلية XY إلى الصورة X'Y'. استخدم معامل المقياس لإيجاد CP ثم استخدم CP لإيجاد CP

الحل معامل المفياس k للتكبير هو نسبة الطول في الصورة إلى الطول الموجود في الصورة الأصلية.

$$k=rac{ ext{deb}\ ext{long}}{ ext{deb}\ ext{long}}$$
 معامل قياس الصورة $ext{deb}$ e

استخدم معامل القياس 6.5 لإيجاد 'CP'

$$CP' = k(CP)$$
 (تعريف تغيير الأبعاد (التهدد $k = 6.5(45)$ ($EP = 45$ $EP = 45$ ($EP = 4$

ستخدم 'CP و CP لإيجاد 'PP'

$$CP + PP' = CP'$$
 إضافة قطعة مستقيمة $CP' = 292.5$ $CP' = 292.5$ $PP' = 247.5$ اطرح 45 من كل طرف.

إذًا ينبغي ضبط أداة التكبير بحيث تكون المسافة من الصورة السلبية إلى الصورة المكبرة (24.75~cm $\frac{1}{2}$

تحقق بما أن تغيير الأبعاد(التمدد) عبارة عن تكبير، فإن معامل القياس ينبغي أن يكون أكبر من 1. وبما أن 1 < 6.5. فإن معامل القياس الموجود منطقي.

نصيحة في حل المسائل المثابرة

لتجنب الوقوع في أخطاء السهو في حساباتك، قدّر إجابة المسألة قبل حلها. في المثال 2, يمكنك تقدير معامل مقياس تقيير الأبعاد(التهدد) ليصبح حوالي $\frac{20}{40}$ أو $\frac{20}{40}$ أو $\frac{20}{40}$ أو $\frac{20}{40}$ ميليمترًا. وهذا يساوي $\frac{20}{40}$ أو $\frac{20}{40}$ ميليمترًا. وهذا يساوي $\frac{20}{40}$ قريب والقياس $\frac{20}{40}$ قريب من هذا التقدير، إذًا فالإجابة منطقية.

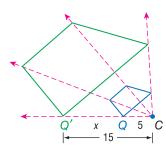
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرین موجّه

الشرح

الرموز

2. حدد ما إذا كان تغيير الأبعاد(التمدد) من الشكل Q إلى Q عبارة عن تكبير أم تصغير. ثم جــد معامل القياس و X.

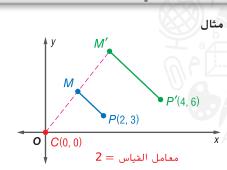


عمليات تغيير الأبعاد (التهدد) في المستوى الإحداثي يمكن استخدام القواعد التالية لإيجاد صورة شكل بعد تمركز عملية تغيير الأبعاد (التهدد) على نقطة الأصل.

🛂 المنهوم الأساسي عمليات تغيير الأبعاد(التمدد) في المستوى الإحداثي

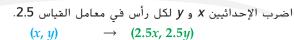
لإيجاد إحداثيات صورة بعد تغيير الأبعاد(التمدد) المتمركز في نقطة الأصل، اضرب الإحداثيين X و Y لكل نقطة من الصورة الأصلية في معامل القياس لتغيير الأبعاد(التمدد) K.

 $(x, y) \rightarrow (kx, ky)$



مثال 3 تغيير الأبعاد (التمدد) في المستوى الإحداثي

الشكل الرباعي JKLM له الرؤوس (2, 4, -2)، و (2, -2, -3)، و (4, -2, -2)، و (4, -2, -3). وقُل عامل JKLM بيانيًا بعد تغيير الأبعاد (التهدد) المتمركزة في نقطة الأصل باستخدام معامل القياس 2.5.



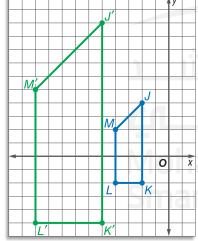
$$J(-2,4) \rightarrow J'(-5,10)$$

$$K(-2, -2) \rightarrow K'(-5, -5)$$

$$L(-4, -2) \rightarrow L'(-10, -5)$$

$$M(-4, 2) \rightarrow M'(-10, 5)$$

مثّل الشكل JKLM وصورته بيانيًا 'J'K'L.



تمرین موجّه

جـد صورة كل مضلعٍ له الرؤوس المعطاة بيانيًا بعد تغيير للأبعاد مركزه نقطة الأصل ووفق معامل المعطى.

3A.
$$Q(0, 6)$$
, $R(-6, -3)$, $S(6, -3)$; $k = \frac{1}{3}$

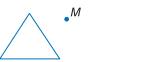
3B.
$$A(2, 1), B(0, 3), C(-1, 2), D(0, 1); k = 2$$

مثال 2

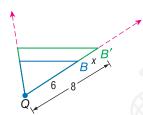
- مثال 1 انسخ الشكل إضافةً إلى النقطة M. ثم استخدم مسطرةً لرسم صورة الشكل بناء على عملية تغيير أبعاد k ومعامل القياس المحدّد M
- **1.** $k = \frac{1}{4}$



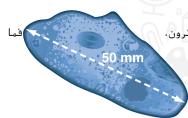
2. k = 2



حدد ما إذا كان تغيير الأبعاد(التهدد) من الشكل B إلى B' عبارة عن تكبير $oldsymbol{3}$ أو تصغير. ثم جد معامل القياس وقيمة X.



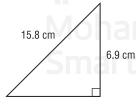
4. الأحياء تحت المجهر، كائن دقيق أحادى الخلية بطول 200 ميكرون يبدوا بطول mm 50. فإذًا كان mm 1 = 1000 ميكرون، هو ضبط التكبير (معامل القياس) المستخدم؟ اشرح إجابتك.



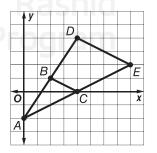
- مثّل صورة كل مضلع له الرؤوس المعطاة بيانيًا بعد تغيير الأبعاد(التهدد) التي مركزها نقطة الأصل ووفق مثال 3 معامل المقياس المعطى.
- W(0, 0), X(6, 6), Y(6, 0); k = 1.5
- $Q(-4, 4), R(-4, -4), S(4, -4), T(4, 4); k = \frac{1}{2}$
- **8.** A(-1, 4), B(2, 4), C(3, 2), D(-2, 2); k = 2 $J(-2, 0), K(2, 4), L(8, 0), M(2, -4); k = \frac{3}{4}$

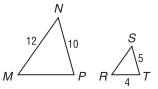
التدريب وحل المسائل

 $\triangle ABC$ عبارة عن تغيير أبعاد للمثلث $\triangle ABC$ 10. فكّر في الرسم التخطيطي التالي. في المستوى. اكتب عبارة يمكن استخدامها للتأكد أن $.\overline{DE} \parallel \overline{BC}$



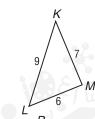
تم تغيير أبعاد المثلث بحيث يصبح محيط المثلث الجديد 82.4 cm. فما هو طول الضلع المفقود في المثلث الجديد؟

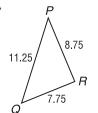




12. المثلث $\triangle KLM$ موضح أدناه.

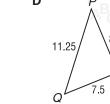
أي مما يلي يوضح المثلث KLM الذي تغيرت أبعاده باستخدام معامل المقياس $\frac{5}{4}$ لإنشاء المثلث المشابه PQR∆؟





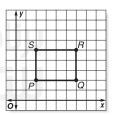




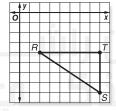


13. المستطيل PQRS موضح فيما يلي. إذا تغيرت أبعاد المستطيل بمعامل المقياس 2، ومع جعل نقطة الأصل هي مركز تغيير الأبعاد(التمدد)، جـد الإحداثيات

الجديدة للنقطة 'R'.



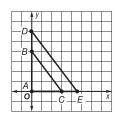
14. $\triangle RST$ موضح فيما يلي. فإذا تغيرت أبعاده باستخدام معامل القياس 2 وكانت نقطة الأصل هي مركز تغيير الأبعاد (التمدد)، فما هي إحداثيات النقطة 'S؟



15. يحرّك بدر شخصية كرتونية في المستوى الإحداثي، باستخدام تغيير الأبعاد(التمدد) بمعامل مقياس 2. فإذا كانت (A(1, 3). و B(3, 4)، و C(2, -3) عبارة عن ثلاث نقاط على صورة السمكة المنتفخة قبل أن ينفخها، فما هي إحداثيات النقاط ذات الصلة D، و E، و E على صورة السمكة المنتفخة؟

16. أي نوع من التحويل يحتفظ بالاتجاهات ولا يحتفظ بالحجم؟

17. المثلث قائم الزاوية JKL تغيرت أبعاده ليكوّن صورة المثلث JKL. فإذا كان محيط المثلث $\Delta J'K'L'$ يساوى 36 CM يساوى $\Delta J'K'L'$



18. المثلث ABCالذي رؤوسه A(0, 0)، و B(0, 4). و A(0, 0) عبارة عن مثلث تغیّرت أبعاده من المثلث ADE.

(0, 6) فما هو طول \overline{DE} إذا كان للنقطة D الإحداثيات

19. المربع JKLM له الرؤوس (0, 1)J. و (2, 1)J. و(3, 0). و(1, 0). فإذا كان الشكل تغيرت أبعاده وكان المركز هو نقطة الأصل وكان معامل الفياس $\sqrt{2}$ ، فما هو طول كل ضلع في المربع الذي تغيرت أبعاده؟

20. شبه المنحرف متساوي الساقين LMNO له الرؤوس L(-4, -3). و L(-4, 0). و L(-2, 1). و L(-2, 1). و L(-2, 1). فيا هو L(-2, -4). فإذا تغيرت أبعاد الشكل وكان المركز هو نقطة الأصل وكان معامل القياس 1.5. فها هو طول L'M' في شبه المنحرف متساوي الساقين المنسوخ؟

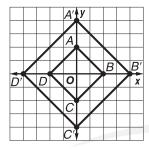


21. علَم ولاية كاليفورنيا موضح على الشبكة أدناه. افترض أن العلم تم تكبيره بحيث أصبحت رؤوس العلم الجديد (0,0). و (0,6). و (0,0). و (0, 6). فما هي نسبة محيط العلم الأصلي إلى العلم الذي تم تكبيره؟

- 22. بعد تغيير الأبعاد(التمدد). المثلث ΔXYZ عبارة عن صورة للمثلث ΔABC و ΔABC و ΔXYZ . فما هو معامل القياس؟
- 23. أي مما يلي يمثل إحداثيات صورة A(4,-12) بعد عملية تغيير الأبعاد (التمدد) يقع مركزها في نقطة الأصل ومعامل القياس يساوى 0.25?
 - P(-5,2) صورة من Q(-20,8) صيتكون النقطة Q(-20,8) صورة من Q(-5,2)
- 25. بعد تغيير الأبعاد(التمدد)، صورة المربع ABCD هي المربع AXYZ. أي نقطة مما يلي هي مركز تغيير الأبعاد(التمدد)؟
- 26. النقطتان الطرفيتان في \overline{AB} هما A(3,-7) و B(7,-12). صورة \overline{AB} بعد عملية تغيير الأبعاد (التمدد) التي يقع مركزها في نقطة الأصل هي \overline{AB} . إحداثيات النقطة A' هي A'(9,-21). فما هي إحداثيات النقطة B'

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

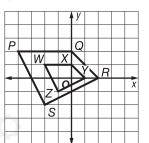
- 27. انظر إلى الأشكال على الشبكة على اليمين.
- صف عملية التحويل في الشكل الرباعي ABCD التي أنتجت الشكل الرباعي A'B'C'D'.
- قطة \mathbf{B} صف نتيجة دوران الشكل الرباعي \mathbf{B} $^{\circ}$ \mathbf{B} حول نقطة الأصل في اتجاه عقارب الساعة.



برنامج محمد بن راشــد للتعــلــم الذكــمــ Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

تدريب على الاختبار المعياري

28. الإجابة الموسعة الشكل الرباعي PQRS عبارة عن نسخة متغيرة الأبعاد (التمدد) من الشكل الرباعي WXYZ.



- a. هل تغيير الأبعاد(التمدد) من PQRS إلى WXYZ عبارة عن تكبير أم تصغير؟ تصغير
 - أي عدد يعطي أفضل تهثيل لمعامل قياس تغيير الأبعاد(التمدد)؟

- 29. الجبر كم جرامًا من الماء النقى يجب أن يضيفه الصيدلي إلى g 50 من المحلول الملحى بتركيز 15% لعمل محلول يكون تركيز الملح فيه 10%؟
 - A 25

C 15

- **B** 20
- **D** 50
- 30. تريد بثينة نسخ لوحة في المتحف الفني. يبلغ عرض اللوحة 0.90 m وطولها 1.80 m وتقرر استخدام معامل تصغير في تغيير الأبعاد(التمدد) بقيمة 0.25. فما حجم الورق الذي ينبغى أن تستخدمه؟
 - \mathbf{F} 10 cm \times 20 cm
- **H** 20 cm \times 40 cm
- **G** 15 cm \times 30 cm
- J 25 cm \times 50 cm
- $(x 7)^2, x$ الجميع قيم SAT/ACT .31

A
$$x^2 - 49$$

D
$$x^2 - 14x + 49$$

B
$$x^2 + 49$$

E
$$x^2 + 14x - 49$$

C
$$x^2 - 14x - 49$$

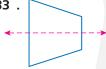
مراجعة شاملة

اذكر هل الشكل يبدو أن به تناظرًا محوريًا أم لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فانسخ الشكل وارسم جميع مستقيمات التناظر واذكر عددها. (الدرس 5-6)

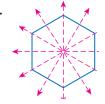
32.



33 .

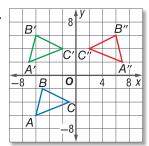


34.

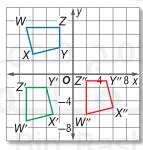


صف التحويلات المجموعة لرسم كل شكل. (الدرس 4-6)

35.



36.



- 37. الطوابير يوزَّع عدد الطوابير في مدرسة الشارقة الثانوية كل عام توزيعًا طبيعيًا باستخدام المتوسط 12.4 والانحراف المعياري 1.6. a. ما احتمال الزيادة بمقدار 10 طوابير في عام معين؟
 - لإذا كانت المدرسة مؤسسة منذ 30 عامًا، ففى كم عام كانت تتراوح أعداد الطوابير ما بين 11 إلى 13 طابور؟

مراجعة المهارات

جد قيهة x إلى أقرب جزء من عشرة.

41.
$$\frac{336.4}{x} = \pi$$

- **39.** $\frac{108.6}{\pi} = x$
- **40.** $228.4 = \pi x$

38. 58.9 = 2x

دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

الانعكاس (الدرس 1-6)

الانعكاس هو تحويل يمثل عكس شكلٍ بالنسبة لنقطةٍ أو مستقيمٍ
 أو مستوى إحداثي.

الإزاحة (الدرس 2-6)

- الإزاحة هي تحويل يحرّك كل نقاط شكل ما للمسافة نفسها وفي الاتجاه نفسه.
 - الإزاحة تطابق كل نقطة بالنقطة المنسوخة منها بطول المتجه.

الدوران (الدرس 3-6)

 يلف الدوران كل نقطة في الشكل من خلال الزاوية ذاتها حول نقطة ثابتة.

تركيب التحويلات (الدرس 4-6)

 يمكن تمثيل الإزاحة في صورة تركيب من تركيب الانعكاسات في المستقيمات المتوازية ويمكن تمثيل الدوران في صورة تركيب من تركيب الانعكاس في المستقيمات المتقاطعة.

التناظر (الدرس 5-6)

- مستقيم التناظر في الشكل هو المستقيم الذي يمكن طي الشكل عنده مناصفة بحيث يتطابق النصفان تطابقًا دقيقًا.
- يُطلَق على عدد مرات انعكاس الشكل على نفسه أثناء الدوران من
 00 إلى 360° اسم ترتيب التناظر.
 - مقدار التناظر هو أصغر زاوية يمكن دوران الشكل من خلالها بحيث ينعكس على نفسه.

تغيير الأبعاد(التهدّد) (الدرس` 6-6)

• تغيير الأبعاد/التمدّد هو تكبير الأشكال أو تصغيرها نسبيًا.

مطويات منظم الدراسة

تأكد من تدوين المفاهيم الأساسية في مطويتك.



المفردات الأساسية

angle of rotation زاوية الدوران axis symmetry التناظر المحورى

> مركز الدوران center of rotation

> تركيب التحويلات composition oftransformations

> > الانعكاس الانزلاقي glide reflection

خط الانعكاس line of reflection

محور التناظر line of symmetry

تناظر محوري line symmetry

magnitude of symmetry
ترتيب التناظر
order of symmetry
التناظر في المستوى
plane symmetry
التناظر الدوراني
rotational symmetry
symmetry
متّجه الإزاحة
translation vector

مراجعة الهفردات

اختر أفضل مصطلح لإكمال كل جملة بالشكل الأمثل.

- عند تطبیق تحویل علی الشکل، ثم تطبیق تحویل آخر علی صورته، فهذا یسمی (ترکیب تحویلات، ترتیب عملیات التناظر).
 - إذا تم طي الشكل بطول خط مستقيم وتطابق النصفان تطابقًا تامًا، فإن محور الطي يسمى (محور الانعكاس، محور التناظر).
- اتغيير الأبعاد/التهدد، الانعكاس الانزلاقي) يكبّر الشكل أو يصغّره نسبيًا.
 - 4. يطلَق على عدد مرات انعكاس الشكل على نفسه أثناء الدوران من 0° إلى 360° اسم (مقدار التناظر، ترتيب التناظر).
- A (خط الانعكاس، منجه الإزاحة) هو المسافة ذاتها من كل نقطة في الشكل إلى ما يقابلها في الصورة.
 - 6. يكون للشكل (مركز دوران، تناظر) إذا كان يمكن انعكاسه على نفسه عن طريق حركة ثابتة.
- 7. يتضمن الانعكاس الانزلاقي كلاً من الانعكاس و (الدوران، الإزاحة).
 - 8. لدوران نقطة بمقدار (90°، 180) عكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل، اضرب الإحداثي y في 1 ثم بدّل بين الإحداثيين الأفقى x والرأسى y.
 - 9. (المتجه، الانعكاس) هو أحد تحويلات التطابق.
 - 10. يكون للشكل (تناظر في المستوى، تناظر دوراني) إذا كان يمكن أن ينعكس الشكل على نفسه عن طريق الدوران بين $^{\circ}0$ و $^{\circ}$ حول مركز الشكل.

مراجعة درس بدرس

الانعكاس

مثّل بيانيًا كل شكل وصورته وفق الانعكاس المعطى.

- ABCD له الرؤوس A(2, -4)، و ABCDX و C(7, -3) على المحور C(7, -3)
- Z(3, 0, Y(-1, -2), 0, X(-1, 1). و (XYZ الذي رؤوسه (XYZ الذي XYZ الذي رؤوسه (XYZ الذي XYZ الذي XYZ(3 في المحور y
- Q (-4, -1) الذي رؤوسه (QRST الذي الشكل الرباعي y = x و R(-1, 2) و S(2, 2) في المستقيم R(-1, 2)
 - 14. الفن تصنع بدرية النحت المكون من قطعتين الموضح لحديقة نصب تذكاري. في تصميمها، إحدى قطع النحت عبارة عن انعكاس للقطعة الأخرى، وذلك لتوضع بجانب الممر الذي قد يوجد بطول خط الانعكاس. انسخ الأشكال وارسم خط الانعكاس.





مثال 1

K(2, 1) و J(1, 4) و الذي رؤوسه J(1, 4)، و J(2, 1)و (6, 2) وصورته المنعكسة على المحور X.

اضرب الإحداثي الرأسي y لكل رأس في 1

مثّل بيانيًا المثلث JKL مثّل

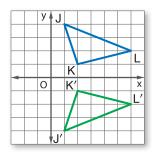
وصورته $\Delta J'K'L'$.

$$(x, y) \rightarrow (x, -y)$$

$$J(1, 4) \rightarrow J'(1, -4)$$

$$K(2, 1) \rightarrow K'(2, -1)$$

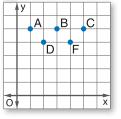
$$L(6, 2) \rightarrow L'(6, -2)$$



الإزاحة 6-2

- B(2, 0) و A(0, -1) الذي رؤوسه ABC و (0, -1) و (15. مثّل بيانيًا المثلث و C(3, -3) وصورته بطول C(3, -3).
 - 16. انسخ الشكل ومتجه الإزاحة المعطى. ثم ارسم إزاحة الشكل على طول متجه الإزاحة.

17. الأداء خمس فنانين موجودون على المسرح كما هو موضح. A يتحرك كل من B و F و C بطول (0, -2)، بينها يتحرك بطول $\langle 5, -1
angle$. ارسم الأوضاع النهائية.



مثال 2

 $\triangle XYZ$ مثّل بيانيًا المثلث وصورته المثلث X'Y'Z'.

مثّل بيانيًا المثلث XYZ الذي رؤوسه (2, 2)، و Y(5, 5) و Z(5, 3) وصورته بطول Y(5, 5).

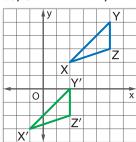
يشير المتجه إلى إزاحةٍ لمسافة 3 وحدات يسارًا و 5 وحدات إلى

$$(x, y) \rightarrow (x-3, y-5)$$

$$X(2, 2) \rightarrow X'(-1, -3)$$

$$Y(5, 5) \rightarrow Y'(2, 0)$$

$$Z(5, 3) \rightarrow Z'(2, -2)$$



دليل الدراسة والمراجعة تبع

الدوران

18. انسخ شبه المنحرف CDEF والنقطة P. ثم استخدم المنقلة والمسطرة لرسم دوران بمقدار °50 للشكل CDEF حول النقطة P.



مثّل بيانيًا كل شكل وصورته بعد الدوران المحدد حول نقطة الأصل.

180° M(−2, 2) ،N(0, −2) ،O(1, 0) الذي رؤوسه ؛(1, 0) ،N(0, −2) .N(0, −2) .180° M(−2, 2) .N(0, −2) .

20. المثلث DGF الذي رؤوسه :(1, 3)، F(1, 3) الذي رؤوسه .(20 DGF)

يوضح كل شكل الصورة الأصلية ونسختها بعد الدوران حول النقطة P. انسخ كل شكل، وحدد موقع النقطة P، وجد زاوية الدوران.

22.



21.

مثال 3

- .C(-1, 1) و B(-3, 4) و A(-4, 0) و ABCمثّل بيانيًا المثلث ABC فصورته بعد الدوران °270 حول
- تتمثل إحدى طرق حل هذه المسألة في الجمع بين الدوران بمقدار °180 والدوران بمقدار °90. وضرب كل من الإحداثي x -1 والإحداثي y لكل رأس في

$$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$$

$$A(-4, 0) \rightarrow A'(4, 0)$$

$$B(-3, 4) \rightarrow B'(3, -4)$$

$$C(-1, 1) \rightarrow C'(1, -1)$$

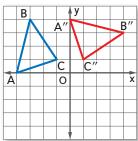
اضرب الإحداثي الرأسي y لكل رأس في 1 وبدّل.

$$(-x, -y) \rightarrow (y, -x)$$

$$A'(4, 0) \rightarrow A''(0, 4)$$

$$B'(3, -4) \rightarrow B''(4, 3)$$

$$C'(1, -1) \rightarrow C''(1, 1)$$



4-6 تركيب التحويلات

مثّل بيانيًا كل شكل له الرؤوس المعطاة وصورته بعد التحويل المشار إليه.

D(1, 4) , $C(3, 2) : \overline{CD}$.23 y = x الانعكاس: في

الدوران بمقدار °270 حول نقطة الأصل.

 $H(1, 1) \circ G(-2, -3) : \overline{GH} .24$ الإزاحة: بطول (4, 2)

الانعكاس: في المحور الأفقى X

25. الأنهاط يبتكر جاسم نمطًا لجعله إطارًا لملصق باستخدام رسم مطبوع. اذكر تركيب التحويل الذي استخدمه لابتكار النمط التالي.



مثال 4

مثّل بيانيًا المثلث ABC مثّل

 $\triangle A''B''C''$ وصورته

النقطتان الطرفيتان للقطعة المستقيمة \overline{RS} تساويان \overline{RS} و (1, 1). مثّل بيانيًا القطعة المستقيمة R(4, 3)وصورتها بعد الإزاحة بطول $\langle -5, -1 \rangle$ والدوران بمقدار 180° حول نقطة الأصل.

$$\langle -5, -1 \rangle$$
 الإزاحة بطول الخطوة 1

$$(x, y) \rightarrow (x-5, y-1)$$

$$R(4, 3) \rightarrow R'(-1, 2)$$

$$S(1, 1) \rightarrow S'(-4, 0)$$

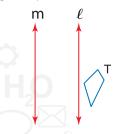
الخطوة 2 الدوران بزاوية °180 حول نقطة الأصل.

$$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$$

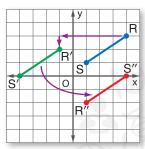
$$R'(-1, 2) \rightarrow R''(1, -2)$$

$$S'(-4, 0) \rightarrow S''(4, 0)$$





الخطوة 3 مثّل بيانيًا القطعة المستقيمة \overline{RS} وصورتها $\overline{R''S''}$



اذكر هل كل شكل له تناظر في المستوى الإحداثي أم تناظر محوري أم كلاهما أم ليس أيًا منهما.

5-6 التناظر

اذكر هل كل شكل يبدو أن به تناظرًا محوريًا أم لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فانسخ الشكل وارسم جميع مستقيمات التناظر واذكر عددها.

27.



28.



لمصباح الإضاءة تناظر في المستوى الإحداثي وتناظر محوري.

مثال 5

اذكر هل كل شكل يبدو أن به تناظرًا دورانيًا أم لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، انسخ الشكل وحدد مركز التناظر واذكر ترتيبه ومقداره.

29.



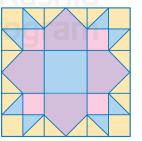
30.



29

لذكسي

31. النسج تبتكر حصة نهطًا لكوفية تنسجها لصديفتها. كم عدد مستقيمات التناظر الموجودة في النمط؟



المنشور له تناظر في المستوى.



a.