



4321



مشاهدة الدرس

7-5 حل المعادلات والمتباينات النسبية

ورقة عمل الحادي عشر العام

2- حل المتباينات النسبية.

1- حل المعادلات النسبية.

في هذا الدرس سوف أتعلم:

حل دخيل (extraneous solution) هو حل لا يحقق المعادلة الأصلية.

Solve each equation. Check your solution.

حل كل من المعادلات التالية. تحقق من صحة الحل.

$$\frac{4}{7} + \frac{3}{x-3} = \frac{53}{56}$$

أضرب كل طرف في  $56(x-3)$

$$\frac{4}{7} (56)(x-3) + \frac{3}{x-3} (56)(x-3) = \frac{53}{56} (56)(x-3)$$

$$4(8)(x-3) + 3(56) = 53(x-3)$$

$$32x - 96 + 168 = 53x - 159$$

$$-96 + 168 + 159 = 53x - 32x$$

$$231 = 21x$$

$$\frac{231}{21} = x \Rightarrow \boxed{x = 11} \rightarrow \text{نعوض فنجده أن 11 تحقق المعادلة الأصلية}$$

$$\frac{8}{x-5} - \frac{9}{x-4} = \frac{5}{x^2 - 9x + 20}$$

$$\frac{8}{x-5} - \frac{9}{x-4} = \frac{5}{(x-4)(x-5)} \quad \text{أضرب كل طرف في } (x-4)(x-5)$$

$$\frac{8}{x-5} (x-4)(x-5) - \frac{9}{x-4} (x-4)(x-5) = \frac{5}{(x-4)(x-5)} (x-4)(x-5)$$

$$8(x-4) - 9(x-5) = 5 \Rightarrow -x = -8$$

$$8x - 32 - 9x + 45 = 5$$

$$\boxed{x = 8}$$

$$-x = 5 - 45 + 32$$

نعوض فنجده أن 8 تحقق المعادلة الأصلية



المتوسط الحسابي المرجح هو طريقة لإيجاد المتوسط الحسابي لمجموعة من الأعداد يكون لبعض العناصر فيها أهمية أكبر أو ترجيح عن الأخرى. تتضمن العديد من مسائل الحياة اليومية المزج والعمل والمسافات والفائدة والتي يمكن حلها باستخدام المعادلات النسبية.

**البنية** لدى نجاة 4.5 kg من الفاكهة المجففة وتبيع كل رطل منها مقابل AED 51. وتود أن تعرف كم تحتاج من رطل مزيج المكسرات المباعه مقابل AED 36.73 للرطل لتصنع مزيجاً من المكسرات والفاكهة المجففة يباع مقابل AED 40.82 للرطل.

**STRUCTURE** Najat has 4.5 kilograms of dried fruit selling for AED 51 per kilogram. She wants to know how many kilograms of mixed nuts selling for AED 36.73 per kilogram she needs to make a trail mix selling for AED 40.82 per kilogram. **11.34 kg**

تكلفة المزيج = تكلفة المكسرات + تكلفة الفاكهة المجففة

$$(الكمية \times السعر) + (الكمية \times السعر) = (الكمية \times السعر)$$

$$4.5 (51) + (m) 36.73 = (4.5 + m) (40.82)$$

$$229.5 + 36.73 m = 183.69 + 40.82 m$$

$$229.5 - 183.69 = 40.82 m - 36.73 m$$

$$45.81 = 4.09 m$$

$$\frac{45.81}{4.09} = m$$

$$m = 11.2 \text{ كيلو جرام}$$

**الكيمياء** كم عدد مليلترات محلول حمضي بتركيز % 20 التي يجب إضافتها إلى 40 mL من محلول حمضي بتركيز % 75 للحصول على محلول حمضي بتركيز % 30 ؟

**CHEMISTRY** How many milliliters of a 20% acid solution must be added to 40 milliliters of a 75% acid solution to create a 30% acid solution? **180 mL**

محلول الخليط 30٪ = محلول 75٪ + محلول 20٪

$$0.30 m + 40 = 0.75 (40) + 0.20 m$$

$$0.30 m + 40 = 30 + 0.20 m$$

$$30 - 12 = 0.30 m - 0.20 m$$

$$18 = 0.10 m$$

$$\frac{18}{0.10} = m$$

$$m = 180 \text{ مليلترًا من محلول } 20\%$$



**DISTANCE** Nahla's average speed riding her bike is 11.5 kilometers per hour. She takes a round trip of 40 kilometers. It takes her 1 hour and 20 minutes with the wind and 2 hours and 30 minutes against the wind.

**المسافة** يبلغ متوسط سرعة قيادة نهلة لدراجتها 11.5 km/h. وتقوم برحلة ذهاب وعودة بمسافة 40 km. وتستغرق ساعة و 20 دقيقة في نفس اتجاه الرياح وساعتين و 30 دقيقة عكس اتجاه الرياح.

a. Write an expression for Nahla's time with the wind.  $\frac{20}{11.5+x}$

a. اكتب تعبيرًا يمثل الزمن الذي قضته نهلة في اتجاه الرياح.

b. Write an expression for Nahla's time against the wind.  $\frac{20}{11.5-x}$

b. اكتب تعبيرًا يمثل الزمن الذي قضته نهلة عكس اتجاه الرياح.

c. How long does it take to complete the trip? 3 h and 50 min.

c. كم يستغرق إكمال الرحلة؟

d. Write and solve the rational equation to determine the speed of the wind.  $\frac{20}{11.5+x} + \frac{20}{11.5-x} = \frac{23}{6}$ , 3.5 km/h.

d. اكتب معادلة نسبية لتحديد سرعة الرياح وجد حلها.

a)  $\text{زمن اتجاه الرياح} = \frac{20}{11.5+x}$

b)  $\text{زمن عكس الرياح} = \frac{20}{11.5-x}$

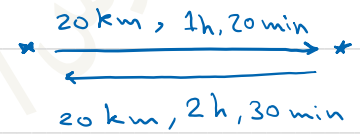
c)  $\text{زمن الرحلة كاملة} = \text{زمن العودة} + \text{زمن الذهاب} = 1\text{h}, 20\text{min} + 2\text{h}, 30\text{min} = 3\text{h}, 50\text{min} = (3 + \frac{50}{60})\text{h} = \frac{23}{6}\text{h}$

d) 
$$\frac{20}{11.5+x} + \frac{20}{11.5-x} = \frac{23}{6}$$

$$\frac{20(11.5-x) + 20(11.5+x)}{(11.5+x)(11.5-x)} = \frac{23}{6}$$

$$\frac{230 - 20x + 230 + 20x}{132.25 - x^2} = \frac{23}{6}$$

سرعة الرياح ← x



$$\frac{460}{132.25 - x^2} = \frac{23}{6}$$

$$132.25 - x^2 = \frac{6(460)}{23}$$

$$132.25 - x^2 = 120$$

$$x^2 = 132.25 - 120$$

$$x^2 = 12.25$$

$$x = \sqrt{12.25}$$

$$x = 3.5$$

**السفر جواً** تستغرق إحدى الطائرات 20 ساعة لتطير إلى وجهتها عكس اتجاه الرياح. تستغرق رحلة العودة 16 ساعة. إذا كان متوسط سرعة الطائرة في الهواء الساكن 500 km/h، فما متوسط سرعة الرياح أثناء الرحلة؟

**AIR TRAVEL** It takes a plane 20 hours to fly to its destination against the wind. The return trip takes 16 hours. If the plane's average speed in still air is 500 kilometers per hour, what is the average speed of the wind during the flight? 55.56 km/h

مسافة العودة = مسافة الذهاب

$$20(500-x) = 16(500+x)$$

الزمن × السرعة = المسافة

$$2500 - 5x = 2000 + 4x$$

$$\Rightarrow x = \frac{500}{9} = 55.5 \text{ km/h}$$

$$2500 - 2000 = 4x + 5x$$

$$500 = 9x$$



**المباني** تستطيع مجموعة بدر التطوعية بناء مرآب في 12 ساعة. وتستطيع مجموعة شيمااء بناء مرآب في 16 ساعة. كم من الزمن سيستغرقان إذا عملا معًا؟

**BUILDING** Ali's volunteer group can build a garage in 12 hours. Adnan's group can build it in 16 hours. How long would it take them if they worked together? **about 6.86 hours**

$$\text{سرعة بناء بدر} = \frac{1}{12} = \frac{1 \text{ مرآب}}{12 \text{ ساعة}} \quad \text{سرعة بناء شيمااء} = \frac{1}{16} = \frac{1 \text{ مرآب}}{16 \text{ ساعة}}$$

$$\text{رأب بدر} + \text{رأب شيمااء} = 1 \text{ مرآب}$$

$$\frac{1}{12} \times t + \frac{1}{16} \times t = 1$$

$$t \left( \frac{1}{12} + \frac{1}{16} \right) = 1$$

$$t = \frac{1}{\frac{1}{12} + \frac{1}{16}}$$

$$= \frac{48}{7}$$

$$= 6.857 \text{ ساعة}$$

$$= 6 \text{ h}, 51 \text{ min}, 25.71 \text{ sec}$$

**WORK** Ayman and Badr wax cars. Ayman can wax a particular car in 60 minutes and Badr can wax the same car in 80 minutes. They plan on waxing the same car together and want to know how long it will take.

**العمل** يعمل أيمن وبدر في تلميع السيارات. ويستطيع أيمن تلميع إحدى السيارات في 60 دقيقة بينما يستطيع بدر تلميع نفس السيارة في 80 دقيقة. ويخطط الاثنان إلى تلميع نفس السيارة معًا ويودان معرفة كم من الزمن سيستغرق ذلك.

a. How much will Ayman complete in 1 minute?  $\frac{1}{60}$ .

b. How much will Ayman complete in x minutes?  $\frac{x}{60}$ .

c. How much will Badr complete in 1 minute?  $\frac{1}{80}$ .

d. How much will Badr complete in x minutes?  $\frac{x}{80}$ .

e. Write a rational equation representing Ayman and Badr working together on the car.  $\frac{x}{60} + \frac{x}{80} = 1$ .

f. Solve the equation to determine how long it will take them to finish the car. **about 34.3 min.**

a. ما المقدار الذي سيكمله أيمن في دقيقة؟

b. ما المقدار الذي سيكمله أيمن في x دقيقة؟

c. ما المقدار الذي سيكمله بدر في دقيقة؟

d. ما المقدار الذي سيكمله بدر في x دقيقة؟

e. اكتب معادلة نسبية تمثل عمل أيمن وبدر معًا على السيارة.

f. جد حل المعادلة لتحديد الزمن المستغرق لإكمال تلميع السيارة.

$$\text{a) } \frac{1 \text{ سيارة}}{60 \text{ دقيقة}} = \frac{\square}{1 \text{ دقيقة}} \Rightarrow \square = \frac{1 \times 1}{60} = \frac{1}{60}$$

$$\text{c) } \frac{1 \text{ سيارة}}{80 \text{ دقيقة}} = \frac{\square}{1 \text{ دقيقة}} \Rightarrow \square = \frac{1}{80}$$

$$\text{b) } \frac{1 \text{ سيارة}}{60 \text{ دقيقة}} = \frac{\square}{x \text{ دقيقة}} \Rightarrow \square = \frac{x}{60}$$

$$\text{d) } \frac{1 \text{ سيارة}}{80 \text{ دقيقة}} = \frac{\square}{x \text{ دقيقة}} \Rightarrow \square = \frac{x}{80}$$

$$\text{رأب أيمن} + \text{رأب بدر} = 1$$

$$t = \frac{1}{\frac{1}{60} + \frac{1}{80}}$$

$$\text{e) } \left( \frac{1}{60} \times t \right) + \left( \frac{1}{80} \times t \right) = 1$$

$$t = 34.286 \text{ min}$$

$$\text{f) } t \left( \frac{1}{60} + \frac{1}{80} \right) = 1$$



حل المتباينات النسبية، وهي المتباينات التي تحتوي على تعبير نسبي أو أكثر، فاتبع هذه الخطوات:

الخطوة 1 اذكر القيم المستثناة، وهي القيم التي تجعل المقام يساوي 0.

الخطوة 2 حل المعادلة ذات الصلة.

الخطوة 3 استخدم القيم المحددة بواسطة الخطوات السابقة لقسمة خط الأعداد إلى فترات.

الخطوة 4 اختبر إحدى القيم في كل فترة لتحديد أي الفترات تحتوي على قيم تحقق المتباينة.

Solve each inequality. Check your solutions.

حل كل من المتباينات التالية. تحقق من صحة الحل.

$$\frac{3}{5x} + \frac{1}{6x} > \frac{2}{3}$$

المجال  $x \neq 0$

$$\Rightarrow x = \frac{23}{20} = 1.15$$

$$\frac{3}{5x} + \frac{1}{6x} = \frac{2}{3}$$

تحل المعادلة

الاختبار على خط الأعداد بالمسببة الإيجابية

$$\frac{1}{x} \left( \frac{3}{5} + \frac{1}{6} \right) = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{x} \left( \frac{18+5}{30} \right) = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{x} \left( \frac{23}{30} \right) = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{2}{3} \times \frac{30}{23}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{20}{23}$$



$$x = -1 \Rightarrow \frac{3}{5(-1)} + \frac{1}{6(-1)} > \frac{2}{3} \quad \times \times$$

$$x = 1 \Rightarrow \frac{3}{5(1)} + \frac{1}{6(1)} > \frac{2}{3} \quad \checkmark \checkmark$$

$$x = 2 \Rightarrow \frac{3}{5(2)} + \frac{1}{6(2)} > \frac{2}{3} \quad \times \times$$

$$\text{الحل} = \left\{ x \mid 0 < x < \frac{23}{20} \right\}$$

$$\frac{1}{4c} + \frac{1}{9c} < \frac{1}{2}$$

المجال  $c \neq 0$

$$\Rightarrow c = \frac{13}{18} \approx 0.72$$

$$\frac{1}{4c} + \frac{1}{9c} = \frac{1}{2}$$

تحل المعادلة

الاختبار على خط الأعداد بالمسببة الإيجابية

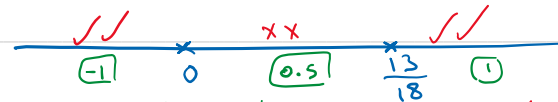
$$\frac{1}{c} \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{9} \right) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{c} \left( \frac{9+4}{36} \right) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{c} \left( \frac{13}{36} \right) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{2} \times \frac{36}{13}$$

$$\frac{1}{c} = \frac{18}{13}$$



$$x = -1 \Rightarrow \frac{1}{4(-1)} + \frac{1}{9(-1)} < \frac{1}{2} \quad \checkmark \checkmark$$

$$x = 0.5 \Rightarrow \frac{1}{4(0.5)} + \frac{1}{9(0.5)} < \frac{1}{2} \quad \times \times$$

$$x = 1 \Rightarrow \frac{1}{4(1)} + \frac{1}{9(1)} < \frac{1}{2} \quad \checkmark \checkmark$$

$$\text{الحل} = \left\{ c \mid c < 0 \text{ or } c > \frac{13}{18} \right\}$$