الصورة القطبية والصورة الديكارتية للمعادلات

1 / تحويل الاحداثيات القطبية (-3,45°) إلى احداثيات ديكارتية هو:			
A $(5,\sqrt{2})$	B $(\sqrt{2},\sqrt{2})$	C $\left(\frac{-3\sqrt{2}}{2},\frac{-3\sqrt{2}}{2}\right)$	D (2,-3)
2 / الزوج الذي يمثل احداثي قطبي للنقطة المعطاة بالإحداثيات الديكارتية v(8,10) هي:			
A (12.8,4.04)	B (17,21.3)	C (3.8,2.7)	D (15,24.5)
3/ تكتب المعادلة الديكارتية X=5 على صورة قطبية بالشكل:			
A r=5 tanθ	B r=5 cosθ	C r=5 secθ	D r=5 sinθ
4/ تكتب المعادلة القطبية r=10 على صورة معادلة ديكارتية بالشكل:			
A $x^2+y^2=100$	B $x^2=100$	C $y^2=100$	D $y^2=10$
5 / تنمذج حركة أمواج الزلازل بالمعادلة r=12.6sinθ وتكتب بالصورة الديكارتية بالشكل:			
A $x^2=12.6$	B $x^2+y^2-12.6\,y=0$	C $x^2+y^2=9$	D $x^2+y^2=12.6$
6/ تكتب المعادلة القطبية على صورة معادلة ديكارتية بالشكل:			
A $y=\frac{\sqrt{3}}{2}x$	B $y=\frac{\sqrt{6}}{7}x$	C $y=\frac{\sqrt{2}}{9}$	D $y=x$

مراجعة وحدة الإحداثيات القطبية

اختر الإجابة الصحيحة في كل مما يلي.

(1) عند تمثيل المعادلة القطبية $r = 5$ يكون التمثيل البياني

Ⓑ دائرة نصف قطرها 5
Ⓐ دائرة قطرها 5 وحدات
Ⓓ مستقيم ميله 5
Ⓒ مستقيم ميله $\sqrt{5}$

(2) الاحداثيات الديكارتية للنقطة القطبية $\left(4, \frac{\pi}{2}\right)$ هي

Ⓐ $(4, 0)$ Ⓑ $(0, -4)$ Ⓒ $(1, 90°)$ Ⓓ $(4, 90°)$

(3) المسافة بين النقطتين $(4, 150°)$, $(3, 60°)$ تساوي

Ⓐ 12 Ⓑ 24 Ⓒ 2 Ⓓ 5

(4) عند تمثيل المعادلة القطبية $\theta = \frac{\pi}{4}$ يكون التمثيل

Ⓑ دائرة نصف قطرها 1 وحدة
Ⓐ دائرة قطرها 1 وحدة
Ⓓ مستقيم ميله 1
Ⓒ مستقيم ميله $\frac{1}{2}$

(5) العدد المركب $3 + 4i$ في الصورة القطبية هو

Ⓐ $(12, 53°)$ Ⓑ $(7, 90°)$ Ⓒ $(5, 53°)$ Ⓓ $(5, 0°)$

(6) المسافة بين النقطتين $\left(-2, \frac{2\pi}{3}\right)$, $\left(2, \frac{3\pi}{5}\right)$ تساوي

Ⓐ 3.2 Ⓑ 3.9 Ⓒ 9.3 Ⓓ 3

(7) الزوج المكافئ للنقطة $(4, 135°)$ هو

Ⓐ $(4, 315°)$ Ⓑ $(4, -45°)$ Ⓒ $(-4, -45°)$ Ⓓ $(-4, -135°)$

(8) الاحداثيات المتعامدة للنقطة $\left(4, \frac{\pi}{6}\right)$ هي

Ⓐ $(2\sqrt{3}, 2)$ Ⓑ $(3\sqrt{2}, 2)$ Ⓒ $(2, 2\sqrt{3})$ Ⓓ $(2, 3)$

(9) الاحداثيات القطبية للنقطة المتعامدة $(-6, 8)$ هي

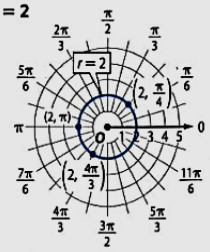
Ⓐ $(10, 2.21)$ Ⓑ $(10, 1.2)$ Ⓒ $(2.21, 10)$ Ⓓ $(1, 2.21)$

(10) الاحداثيات القطبية للنقطة المتعامدة $(7, 3)$ هي

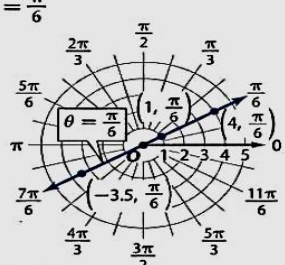
Ⓐ $(7, 60°)$ Ⓑ $(7.62, 60°)$
Ⓒ $(66.8°, 7.62)$ Ⓓ $(7.62, 66.8°)$

مثل كل معادلة قطبية بيانيًا.

a. $r = 2$



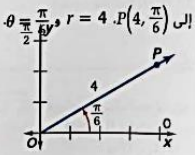
b. $\theta = \frac{\pi}{6}$



أوجد الإحداثيات المتعامدة لكل نقطة من خلال الإحداثيات القطبية المعطاة.

$P\left(4, \frac{\pi}{6}\right)$

بالنسبة إلى $P\left(4, \frac{\pi}{6}\right)$، $r = 4$ و $\theta = \frac{\pi}{6}$



صيغة التحويل

$x = r\cos\theta$
$= 4\cos\frac{\pi}{6}$
$= 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
$= 2\sqrt{3}$

$r = 4$ ، $\theta = \frac{\pi}{6}$ بسّط.

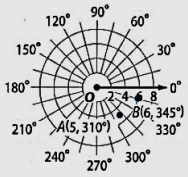
$y = r\sin\theta$
$= 4\sin\frac{\pi}{6}$
$= 4\left(\frac{1}{2}\right)$
$= 2$

الإحداثيات المتعامدة للنقطة P هي $(2\sqrt{3}, 2)$ أو بالتقريب $(3.46, 2)$ كما هو موضح.

الحركة الجوية يتتبع مراقب الحركة الجوية طائرتين تطيران على ارتفاع واحد. إحداثيات الطائرتين هي $A(8, 310°)$ و $B(10, 345°)$، حيث تُقاس المسافة الموجهة بالكيلومتر.

a. **اصنع تمثيلًا بيانيًا لهذا الموقف.**

تقع الطائرة A على مسافة 8 كيلومترات من القطب على ضلع الانتهاء للزاوية 310°. وتقع الطائرة B على مسافة 10 كيلومترات من القطب على ضلع الانتهاء للزاوية 345°، كما هو موضح.



b. **إذا كانت اللوائح تحظر على الطائرات المرور ضمن مسافة خمسة كيلومترات من بعضها البعض، فهل تنتهك الطائرتان اللوائح؟ اشرح.**

استخدم صيغة المسافة القطبية.

صيغة المسافة القطبية

$AB = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos(\theta_2 - \theta_1)}$
$= \sqrt{8^2 + 10^2 - 2(8)(10)\cos(345° - 310°)} = 5.65$ حوالي

$(r_2, \theta_2) = (6, 345°)$
و $(r_1, \theta_1) = (5, 310°)$

بين الطائرتين مسافة 5.65 كيلومترات، إذًا فهما لا تنتهكان هذه اللائحة.

أوجد أربعة أزواج مختلفة من الإحداثيات القطبية التي تعيّن النقطة T إذا علمتَ أن $-360° \le \theta \le 360°$.

أحد أزواج الإحداثيات القطبية التي تحدد النقطة T الإحداثي $(4, 135°)$. تأتي التمثيلات الثلاثة الأخرى كالتالي.

$(4, 135°) = (4, 135° - 360°)$ اطرح 360° من θ.
$= (4, -225°)$

$(4, 135°) = (-4, 135° + 180°)$ استبدل r بـ $-r$ واجمع 180° مع θ.
$= (-4, 315°)$

$(4, 135°) = (-4, 135° - 180°)$ استبدل r بـ $-r$ واطرح 180° من θ.
$= (-4, -45°)$

جد زوجين من الإحداثيات القطبية لكل نقطة من خلال الإحداثيات المتعامدة المعطاة.

a. $S(1, -\sqrt{3})$

بالنسبة إلى $S(x, y) = (1, -\sqrt{3})$، فإن $x = 1$ و $y = -\sqrt{3}$. ولأن $x > 0$، استخدم $\tan^{-1}\frac{y}{x}$ للتوصل إلى θ.

صيغة التحويل

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$
$= \sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2}$
$= \sqrt{4} = 2$

$x = 1$ و $y = -\sqrt{3}$ بسّط.

$\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x}$
$= \tan^{-1}\frac{-\sqrt{3}}{1}$
$= -\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$

b. $T(-3, 6)$

بالنسبة إلى $T(x, y) = (-3, 6)$، فإن $x = -3$ و $y = 6$. ولأن $x < 0$، فاستخدم $\tan^{-1}\frac{y}{x} + \pi$ للتوصل إلى θ.

صيغة التحويل

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$
$= \sqrt{(-3)^2 + 6^2}$
$= \sqrt{45}$ حوالي $= 6.71$

$x = -3$ و $y = 6$ بسّط.

$\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x} + \pi$
$= \tan^{-1}\left(-\frac{6}{3}\right) + \pi$
$= \tan^{-1}(-2) + \pi$ حوالي $= 2.03$

(11) **الصورة القطبية للمعادلة** $y = x^2$ **هي**

Ⓐ $r = \sin\theta \cos\theta$ Ⓑ $r = \tan\theta$

Ⓒ $r = \sec\theta$ Ⓓ $r = \sec\theta \tan\theta$

(12) **القيمة المطلقة للعدد المركب** $3 + 4i$ **هي**

Ⓐ 3 Ⓑ 4 Ⓒ 5 Ⓓ 7

(13) **الصورة المتعامدة للمعادلة** $r = 3$

Ⓐ $x + y = 3$ Ⓑ $x + y = 9$

Ⓒ $x^2 + y^2 = 3$ Ⓓ $x^2 + y^2 = 9$

(14) **الصورة القطبية للعدد المركب** $1 + \sqrt{3}i$ **هي**

Ⓐ $2(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})$ Ⓑ $\sqrt{3}(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})$

Ⓒ $60(\cos\frac{\pi}{9} + i\sin\frac{\pi}{9})$ Ⓓ $2(\cos\frac{5\pi}{18} + i\sin\frac{5\pi}{18})$

(15) **الجذور الرباعية للعدد** 1 **هي**

Ⓐ $1, 2, i, -2i$ Ⓑ $1, -1, 2, -2$

Ⓒ $1, -1, i, -i$ Ⓓ $i, -i, 2, -2$

(16) **المقدار** $[2(cos15 + i\ sin15)]$ **بالصورة القياسية للعدد المركب هو**

Ⓐ $4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i$ Ⓑ $3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}i$

Ⓒ $4 + 4i$ Ⓓ $3 + 3i$

(17) **ناتج ضرب** $3(cos\ 60° + i\ sin\ 60°) \times 5(cos\ 45° + i\ sin\ 45°)$

Ⓐ $15(cos15 + i\ sin15)$ Ⓑ $5(cos15 + i\ sin15)$

Ⓒ $15(cos\ 105 + i\ sin\ 105)$ Ⓓ $5(cos\ 105 + i\ sin\ 105)$

(18) **ناتج قسمة** $\frac{15(cos\frac{2\pi}{3}+i\ sin\frac{2\pi}{3})}{5(cos\frac{\pi}{2}+i\ sin\frac{\pi}{2})}$ **هو**

Ⓐ $3(cos\frac{\pi}{6} + i\ sin\frac{\pi}{6})$ Ⓑ $3(cos\frac{2\pi}{3} + i\ sin\frac{2\pi}{3})$

Ⓒ $10(cos\frac{7\pi}{6} + i\ sin\frac{7\pi}{6})$ Ⓓ $3(cos\frac{\pi}{6} - i\ sin\frac{\pi}{6})$

مثال 4 تحويل المعادلات المتعامدة إلى معادلات قطبية

حدد التمثيل البياني لكل معادلة متعامدة، ثم اكتبها بصورة قطبية. ادعم إجابتك بتمثيل بياني للصورة القطبية للمعادلة.

a. $(x-4)^2 + y^2 = 16$

التمثيل البياني لـ $(x-4)^2 + y^2 = 16$ عبارة عن دائرة بنصف قطر 4 يقع عند $(4, 0)$. للتوصل إلى الصورة القطبية لهذه المعادلة، استبدل x بـ $r\cos\theta$ واستبدل y بـ $r\sin\theta$، ثم بسّط.

$(x-4)^2 + y^2 = 16$	المعادلة الأصلية
$(r\cos\theta - 4)^2 + (r\sin\theta)^2 = 16$	$x = r\cos\theta$ و $y = r\sin\theta$
$r^2\cos^2\theta - 8r\cos\theta + 16 + r^2\sin^2\theta = 16$	اضرب.
$r^2\cos^2\theta - 8r\cos\theta + r^2\sin^2\theta = 0$	بطرح 16 من كل طرف.
$r^2\cos^2\theta + r^2\sin^2\theta = 8r\cos\theta$	افصل الحدود المربّعة.
$r^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = 8r\cos\theta$	حلّل إلى العوامل.
$r^2(1) = 8r\cos\theta$	متطابقة فيثاغورس
$r = 8\cos\theta$	بقسمة كل طرف على r.

التمثيل البياني لهذه المعادلة القطبية (الشكل 9.3.3) عبارة عن دائرة لها نصف قطر 4 ومركزها عند النقطة $(4, 0)$.

b. $y = x^2$

التمثيل البياني للمعادلة $y = x^2$ عبارة عن قطع مكافئ رأسه عند النقطة الأصل ثم يتسع.

$y = x^2$	المعادلة الأصلية
$r\sin\theta = (r\cos\theta)^2$	$x = r\cos\theta$ و $y = r\sin\theta$
$r\sin\theta = r^2\cos^2\theta$	اضرب.
$\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta} = r$	اقسم كل طرف على $r\cos^2\theta$.
$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} \cdot \frac{1}{\cos\theta} = r$	أعد الكتابة.
$\tan\theta\sec\theta = r$	متطابقة ناتج القسمة ومتطابقة المعكوس الضربي

عبّر عن كل عدد مركب بالصورة القطبية.

a. $-6 + 8i$

أوجد المعامل r والإزاحة الزاوية θ.

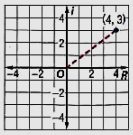
$r = \sqrt{a^2 + b^2}$	قانون التحويل	$\theta = \tan^{-1}\frac{b}{a} + \pi$
$= \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = 10$	$a = -6$ و $b = 8$	$= \tan^{-1}\frac{8}{6} + \pi$ حوالي $= 2.21$

مثال 1 التمثيلات البيانية والقيم المطلقة للأعداد المركبة

مثّل كل عدد بيانيًا في المستوى المركب وأوجد قيمته المطلقة.

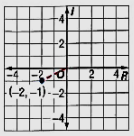
a. $z = 4 + 3i$

$(a, b) = (4, 3)$



b. $z = -2 - i$

$(a, b) = (-2, -1)$



$\lvert z\rvert = \sqrt{a^2 + b^2}$	قانون القيمة المطلقة	$\lvert z\rvert = \sqrt{a^2 + b^2}$
$= \sqrt{4^2 + 3^2}$	$a = 4$ و $b = 3$	$= \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2}$
$= \sqrt{25} = 5$	بسّط.	$= \sqrt{5} = 2.24$
القيمة المطلقة لـ $4 + 3i = 5$.		القيمة المطلقة لـ $-2 - i \approx 2.24$.

مثال 2 الأعداد المركبة في الصورة القطبية

عبّر عن كل عدد مركب بالصورة القطبية.

a. $-6 + 8i$

أوجد المعامل r والإزاحة الزاوية θ.

$r = \sqrt{a^2 + b^2}$	قانون التحويل	$\theta = \tan^{-1}\frac{b}{a} + \pi$
$= \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = 10$	$a = -6$ و $b = 8$	$= \tan^{-1}\frac{8}{6} + \pi$ حوالي $= 2.21$

تساوي الصورة القطبية للعدد $-6 + 8i$ حوالي $10(\cos 2.21 + i \sin 2.21)$.

b. $4 + \sqrt{3}i$

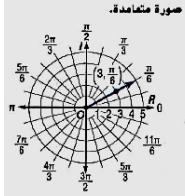
أوجد المعامل r والإزاحة الزاوية θ.

$r = \sqrt{a^2 + b^2}$	قانون التحويل	$\theta = \tan^{-1}\frac{b}{a}$
$= \sqrt{4^2 + (\sqrt{3})^2}$	$a = 4$ و $b = \sqrt{3}$	$= \tan^{-1}\frac{\sqrt{3}}{4}$
$= \sqrt{19}$ حوالي $= 4.36$	بسّط.	≈ 0.41

تساوي الصورة القطبية للعدد $4 + \sqrt{3}i$ حوالي $4.36(\cos 0.41 + i \sin 0.41)$.

مثال 3 تمثيل الصورة القطبية للعدد المركب بيانيًا وتحويلها

مثّل بيانيًا $z = 3\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ على شبكة قطبية. ثم عبّر عنه في صورة متعامدة.



قيمة r تساوي 3، وقيمة θ تساوي $\frac{\pi}{6}$.

عيّن الإحداثيات القطبية $\left(3, \frac{\pi}{6}\right)$.

للتعبير عن العدد بصورة متعامدة، أوجد القيم المثلثية وبسّطها.

$3\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$	الصورة القطبية
$= 3\left[\frac{\sqrt{3}}{2} + i\left(\frac{1}{2}\right)\right]$	أوجد قيمة cosine وقيمة sine.
$= \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$	خاصية التوزيع

الصورة المتعامدة من $z = 3\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ هي $z = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$.

Mr.Mohamed Kamal

(19) **باستخدام نظرية ديم وافر ما قيمة** $(2-2i)^5$

Ⓐ $-\sqrt{2}+\sqrt{2}i$ Ⓑ $-64\sqrt{2}+64\sqrt{2}i$

Ⓒ $-64+64i$ Ⓓ $-128+128i$

(20) **الصورة القطبية للمعادلة** $(x-4)^2+y^2=16$ **هي**

Ⓐ $r=\sin\theta\cos\theta$ Ⓑ $r=\tan\theta$

Ⓒ $r=8\cos\theta$ Ⓓ $r=\sec\theta\tan\theta$

(21) **قيمة مفكوك** $(1+\sqrt{3}i)^4$ **تساوي**

Ⓐ $8\sqrt{3}i$ Ⓑ $8+8\sqrt{3}i$

Ⓒ $-8+8\sqrt{3}i$ Ⓓ $-8-8\sqrt{3}i$

(22) **الصورة الديكارتية للمعادلة القطبية** $\theta=\frac{\pi}{6}$ **هي**

Ⓐ $y=\sqrt{3}x+3$ Ⓑ $y=-\sqrt{3}x+3$

Ⓒ $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$ Ⓓ $y=\frac{-\sqrt{3}}{3}x$

(23) **الصورة الديكارتية للمعادلة القطبية** $r=7$ **هي**

Ⓐ $x+y=7$ Ⓑ $x+y=49$

Ⓒ $x^2+y^2=7$ Ⓓ $x^2+y^2=49$

(24) **الصورة الديكارتية للمعادلة القطبية** $r=-5\sin\theta$ **هي**

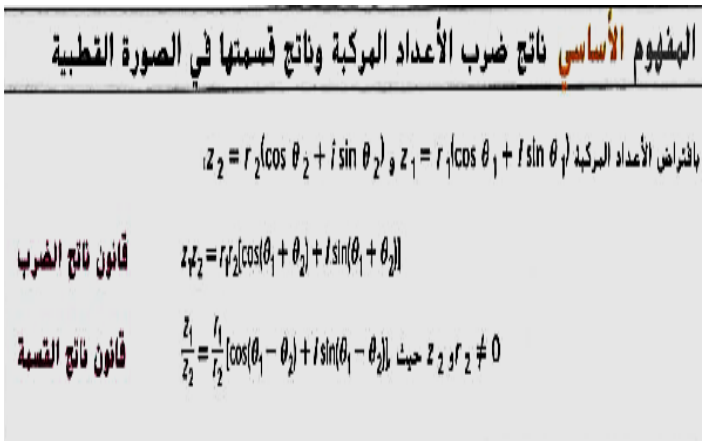
Ⓐ $x^2+y^2=25$ Ⓑ $x^2-y^2=25$

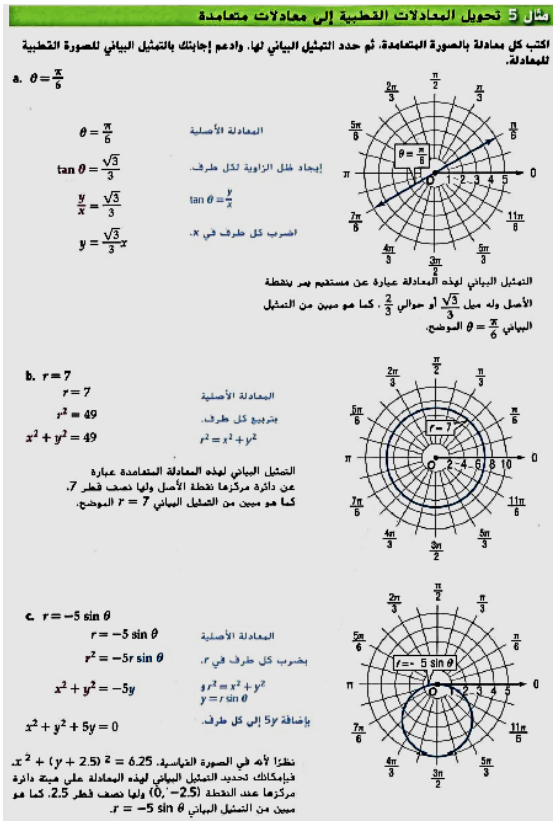
Ⓒ $x^2+y^2+5y=0$ Ⓓ $x^2+y^2-5y=0$

(25) **زوج الإحداثيات القطبية الأخر للنقطة** $T(-3,6)$ **الذي فيه قيمة** r **سالبة حيث** $0\le\theta\le 2\pi$ **هو**

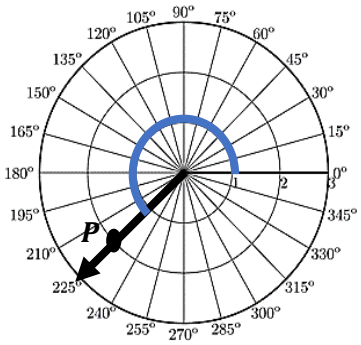
Ⓐ $(6.71, 2.03)$ Ⓑ $(-6.71, 2.03)$

Ⓒ $(-6.71, 5.17)$ Ⓓ $(-6.71, -5.17)$





(26) **النقطة البيانية P على الشبكة القطبية هي**



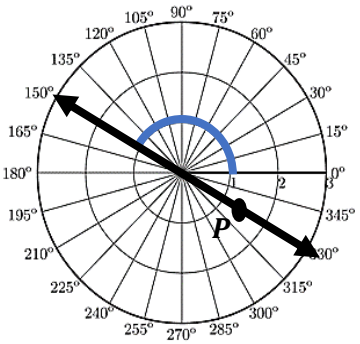
(A) $(-2\,,-225°)$

(B) $(2\,,-225°)$

(C) $(-2\,,225°)$

(D) $(2\,,225°)$

(27) **النقطة البيانية P على الشبكة القطبية هي**



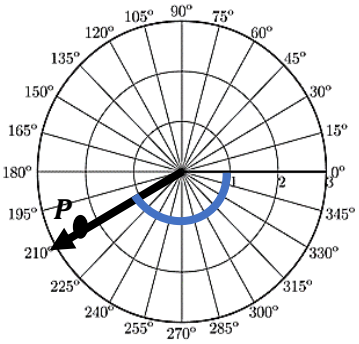
(A) $(-1.5\,,-150°)$

(B) $(1.5\,,150°)$

(C) $(-1.5\,,150°)$

(D) $(1.5\,,-225°)$

(28) **النقطة البيانية P على الشبكة القطبية هي**



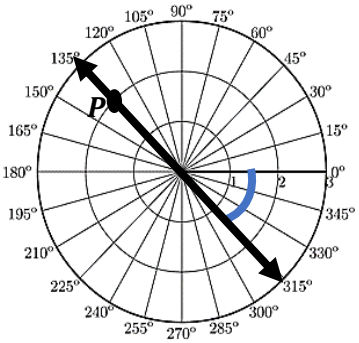
(A) $(2.5\,,-\frac{7\pi}{6})$

(B) $(2.5\,,\frac{7\pi}{6})$

(C) $(-2.5\,,\frac{7\pi}{6})$

(D) $(-2.5\,,-\frac{7\pi}{6})$

(29) **النقطة البيانية P على الشبكة القطبية هي**



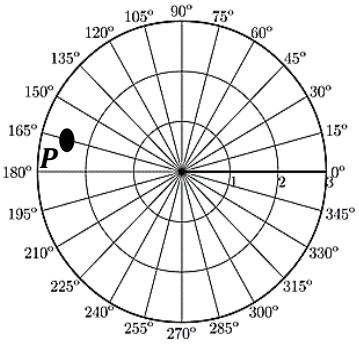
(A) $(-2\,,-135°)$

(B) $(2\,,-135°)$

(C) $(-2\,,135°)$

(D) $(2\,,135°)$

(30) **من أزواج النقاط القطبية الأربعة المختلفة التي تمثل النقطة P حيث $360° \le \theta \le 360$**



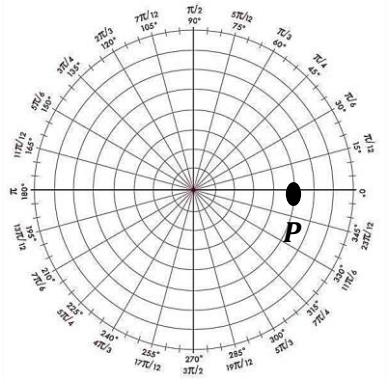
(A) $(2.5\,,-135°)$

(B) $(2.5\,,225°)$

(C) $(2.5\,,-45°)$

(D) $(-2.5\,,-45°)$

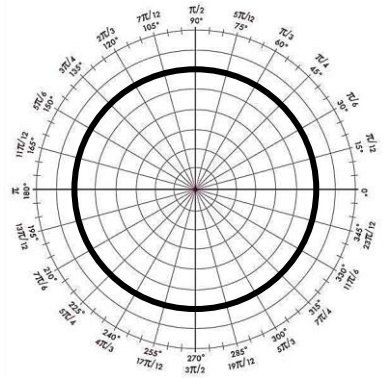
(31) من أزواج النقاط القطبية الأربعة المختلفة التي تمثل النقطة P حيث $360° \leq \theta \leq 360$



(A) $(4, \frac{11\pi}{6})$ (B) $(4, \frac{-11\pi}{6})$

(C) $(4, \frac{7\pi}{6})$ (D) $(4, -\frac{5\pi}{6})$

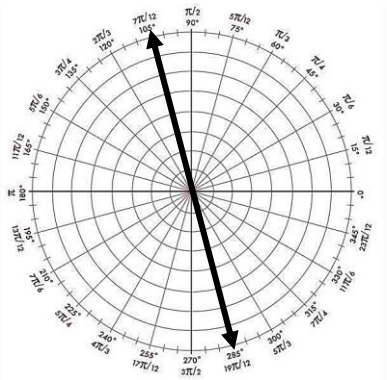
(32) التمثيل البياني المجاور يمثل المعادلة القطبية



(A) $r = 5$ (B) $r = -5$

(C) $\theta = -2\pi$ (D) $\theta = 2\pi$

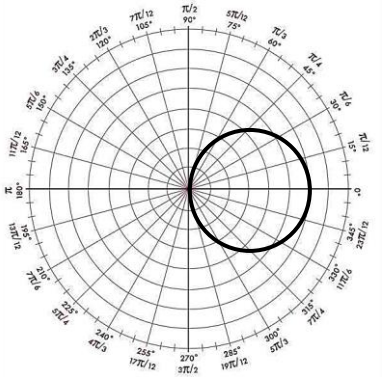
(33) التمثيل البياني المجاور يمثل المعادلة القطبية



(A) $r = 7$ (C) $\theta = \frac{7\pi}{12}$

(B) $r = -7$ (D) $\theta = -\frac{7\pi}{12}$

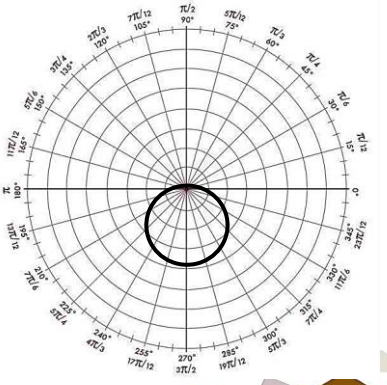
(34) المعادلة القطبية التي تمثل الشكل المجاور هي



(A) $r = -6\cos\theta$ (B) $r = 6\sin\theta$

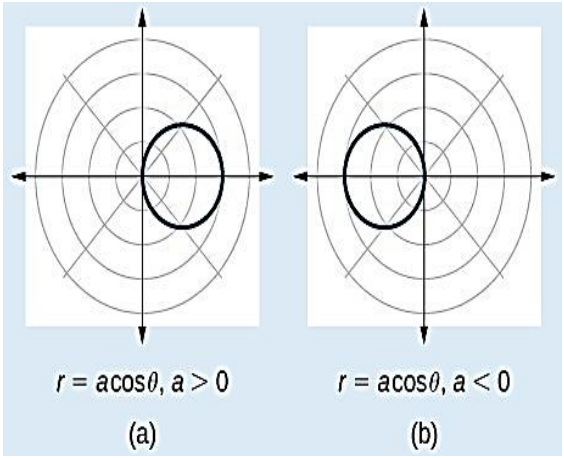
(C) $r = -6\sin\theta$ (D) $r = 6\cos\theta$

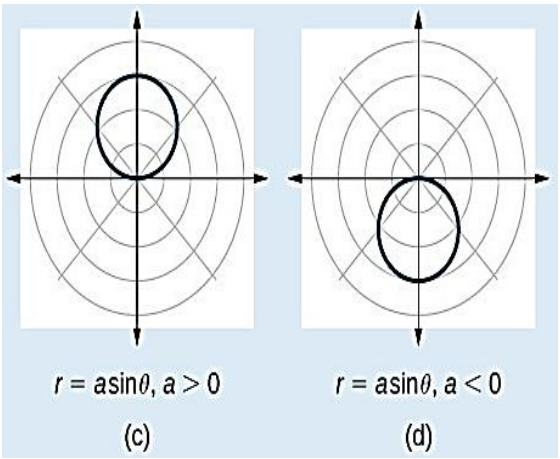
(35) المعادلة القطبية التي تمثل الشكل المجاور هي



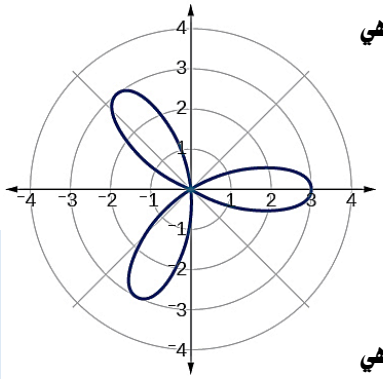
(A) $r = -4\cos\theta$ (B) $r = 4\sin\theta$

(C) $r = -4\sin\theta$ (D) $r = 4\cos\theta$





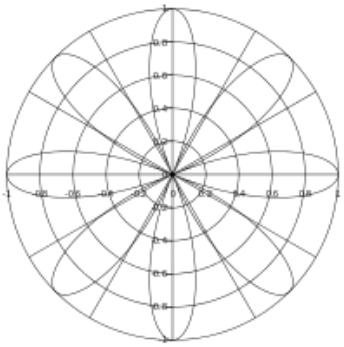
(36) **المعادلة القطبية التي تمثل الشكل المجاور هي**



Ⓐ $r = 3\cos\theta$ Ⓑ $r = 3\sin\theta$

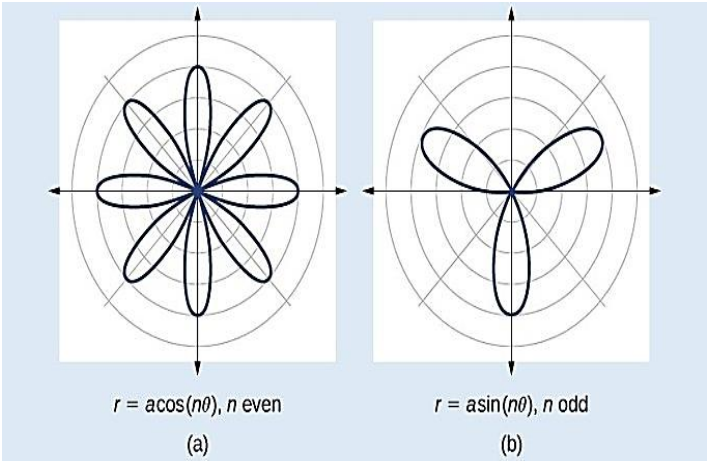
Ⓒ $r = 3\sin 3\theta$ Ⓓ $r = 3\cos 3\theta$

(37) **المعادلة القطبية التي تمثل الشكل المجاور هي**

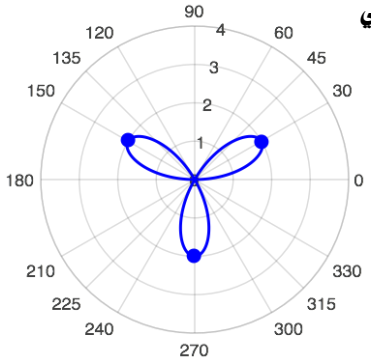


Ⓐ $r = 5\cos\theta$ Ⓑ $r = 5\sin\theta$

Ⓒ $r = \sin 8\theta$ Ⓓ $r = \cos 8\theta$

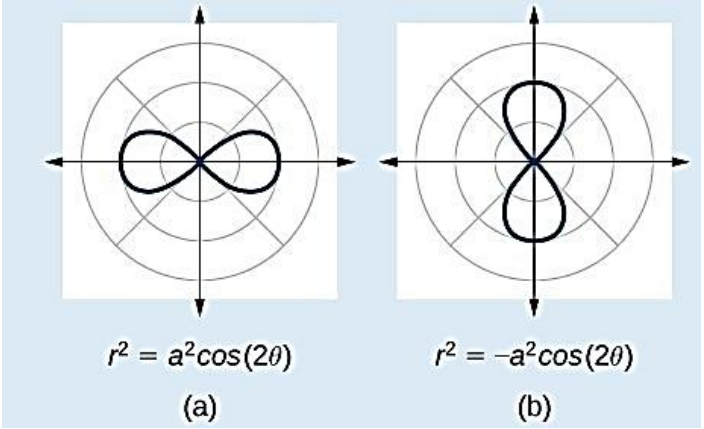


(38) **المعادلة القطبية التي تمثل الشكل المجاور هي**

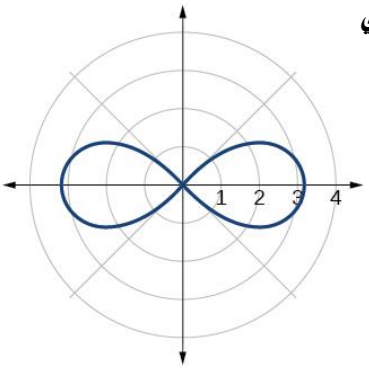


Ⓐ $r = 2\cos\theta$ Ⓑ $r = 2\sin\theta$

Ⓒ $r = 2\sin 3\theta$ Ⓓ $r = 2\cos 3\theta$

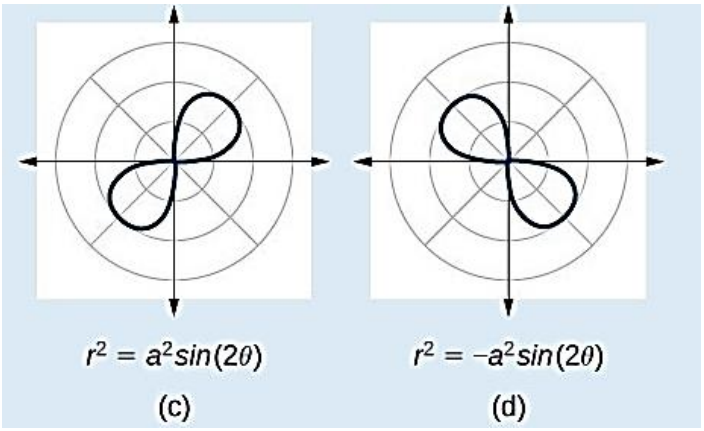


(39) **المعادلة القطبية التي تمثل الشكل المجاور هي**

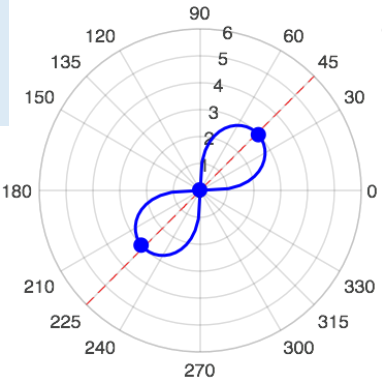


Ⓐ $r^2 = 3\cos\theta$ Ⓑ $r^2 = 3\sin\theta$

Ⓒ $r^2 = 9\sin 2\theta$ Ⓓ $r^2 = 9\cos 2\theta$



(40) **المعادلة القطبية التي تمثل الشكل المجاور هي**

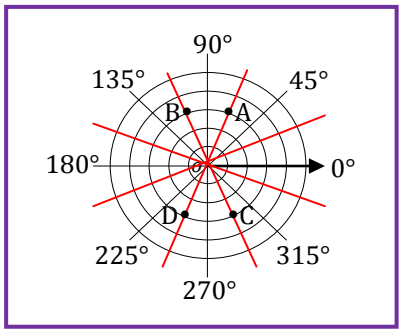


Ⓐ $r^2 = 3\cos 2\theta$ Ⓑ $r^2 = 3\sin 2\theta$

Ⓒ $r^2 = 9\sin 2\theta$ Ⓓ $r^2 = 9\cos 2\theta$

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة في كل مما يلي :

1	الاحداثيات الديكارتية للنقطة التي احداثياتها القطبية = $(3 , \frac{2\pi}{3})$ هي						
A	$(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{-3}{2})$	B	$(\frac{-3}{2} , \frac{3\sqrt{3}}{2})$	C	$(\frac{3}{2} , \frac{-3}{2})$	D	$(\frac{3}{2} , \frac{-3}{2})$
2	الاحداثيات الديكارتية للنقطة التي احداثياتها القطبية = $(-10 , 120°)$ هي						
A	$(5, -5\sqrt{3})$	B	$(-5 , 5\sqrt{3})$	C	$(5\sqrt{3} , -5)$	D	$(-5\sqrt{3} , 5)$
3	حدد زوجين مختلفين كل منها يمثل احداثيين قطبيين للنقطة $T = (5 , 5)$ حيث $0° \leq \theta < 360°$						
A	$(5\sqrt{2} , 135°)$ $(-5\sqrt{2} , 315°)$	B	$(5\sqrt{2} , 45°)$ $(-5\sqrt{2} , 225°)$	C	$(5\sqrt{2} , 315°)$ $(-5\sqrt{2} , 135°)$	D	$(5\sqrt{2} , 225°)$ $(-5\sqrt{2} , 45°)$
4	حدد زوجين مختلفين كل منها يمثل احداثيين قطبيين للنقطة $(-2\sqrt{3} , 2\sqrt{3})$ حيث $0° \leq \theta < 360°$						
	$(2\sqrt{6} , 120°)$ $(-2\sqrt{6} , 240°)$	B	$(2\sqrt{6} , 135°)$ $(-2\sqrt{6} , 315°)$	C	$(2\sqrt{6} , 150°)$ $(-2\sqrt{6} , 210°)$	D	$(2\sqrt{6} , 30°)$ $(-2\sqrt{6} , 330°)$
5	أي النقاط التالية يعد تمثيلاً آخر للنقطة = $(-2 , \frac{7\pi}{6})$						
A	$(2 , \frac{\pi}{6})$	B	$(-2 , \frac{\pi}{6})$	C	$(2 , \frac{-11\pi}{6})$	D	$(-2 , \frac{11\pi}{6})$
6	أوجد المعادلة بالصورة الديكارتية والتي صورتها القطبية هي المعادلة $r = cos\theta$						
A	$x^2 + y^2 = y$	B	$x^2 + y^2 = x$	C	$(x + y)^2 = y$	D	$(x + y)^2 = x$
7	المعادلة $x = 3$ بالصورة القطبية هي						
A	$r = 3$	B	$rcos\theta = 3$	C	$rsin\theta = 3$	D	$cos\theta = 3$
8	الصورة القطبية للمعادلة $x^2 + (y - 2)^2 = 4$ هي						
A	$r = sin\theta$	B	$r = 2sin\theta$	C	$r = 4sin\theta$	D	$r = 8sin\theta$
9	الصورة الديكارتية للمعادلة التي صورتها القطبية $rcos\theta = 8$ هي						
A	$y^2 = 8$	B	$x^2 + y^2 = 8$	C	$x = 8$	D	$y = 8$
10	المسافة بين النقطتين $(3 , 30°)$, $(4 , 120°)$ تساوي						
A	1	B	$\sqrt{7}$	C	7	D	5

11	أي من النقاط المحددة على المستوي القطبي المجاور تمثل النقطة $(3 , \frac{\pi}{3})$ = 

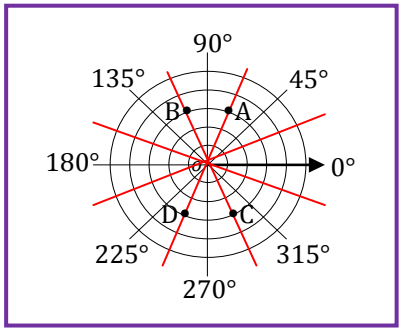
A	النقطة A	B	النقطة B	C	النقطة C	D	النقطة D

12	إذا كانت $p_{1=(3 , 195°)}$, $p_{2=(r , 15°)}$, فإن قيمة r التي تجعل المسافة بين النقطتين $(p_1 p_2)$ = 5 هي

A	2	B	3	C	-3	D	-2

13	معادلة المستقيم المار بالنقطتين (3 , 1-) , (3 ,- 2) بالصورة القطبية هي

A	$r = \frac{1}{sin\theta - cos\theta}$	B	$r = \frac{1}{sin\theta + cos\theta}$	C	$r = \frac{1}{sin\theta + 2cos\theta}$	D	$r = \frac{5}{sin\theta - 2cos\theta}$

14	**أي من النقاط المحددة على المستوي القطبي المجاور تمثل النقطة** $(-3 ,-\frac{\pi}{3})$ = 

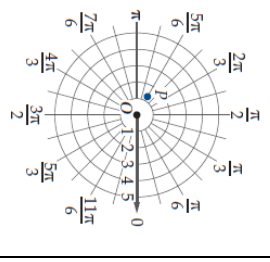
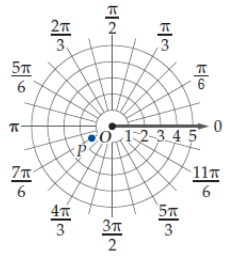
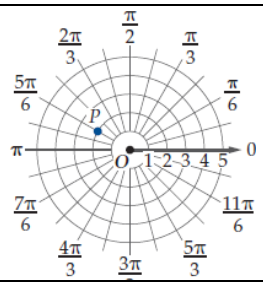
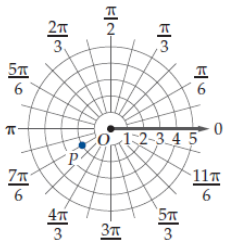
A	النقطة A	B	النقطة B	C	النقطة C	D	النقطة D

17	أوجد حاصل الضرب z_1z_2 حيث $z_1=7(\cos70°+ i \sin70°)$, $z_2=5(\cos155°+ i \sin155°)$

A	$12(\cos225°+ i \sin225°)$	B	$35(\cos225°+ i \sin225°)$	C	$12(\cos70°+ i \sin70°)$	D	$35(\cos70°+ i \sin70°)$

18	أوجد ناتج القسمة $\frac{9\,(\cos 155°+i \sin 155°)}{4\,(\cos 30°+i \sin 30°)}$

A	$\frac{9}{4}(\cos\frac{31}{6}°+ i \sin\frac{31}{6}°)$	B	$5(\cos125°+ i \sin125°)$	C	$\frac{9}{4}(\cos125°+ i \sin125°)$	D	$5(\cos\frac{31}{6}°+ i \sin\frac{31}{6}°)$

19	باستخدام نظرية ديموافريكون ناتج $(2\text{-}2i)^5$ بالصورة الديكارتية هو						
A	$-128+128\,i$	B	$-64+64\,i$	C	$-64\sqrt{2}+64\sqrt{2}\,i$	D	$-\sqrt{2}+\sqrt{2}\,i$
20	القيمة المطلقة للعدد المركب $12 - 5i$ تساوي						
A	13	B	$\sqrt{7}$	C	$\sqrt{119}$	D	-12.5
21	أي مما يلي يبين تمثيل العدد المركب الذي احداثياته الديكارتية $(-\sqrt{3}\,,-1)$ في المستوي القطبي						
A		B		C		D	
23	الجذور الرباعية للعدد 1 هي						
A	$i\,,\,-i,2,-2$	B	$1\,,-1\,,\,i\,,\,-i$	C	$1\,,-1,2,-2$	D	$1,i,2,-2i$
24	قيمة المقدار $(1+i)^5(1\text{-}i)^5$ تساوي						
A	-8	B	8	C	$8i$	D	32
25	$\sqrt{3}+i$ بالصورة القطبية تساوي						
A	$2(\cos30^\circ+i\sin30^\circ)$	B	$4(\cos60^\circ+i\sin60^\circ)$	C	$4(\cos30^\circ+i\sin30^\circ)$	D	$2(\cos60^\circ+i\sin60^\circ)$
26	$2+2i$ بالصورة القطبية (المثلثية) تساوي						
A	$4(\cos45^\circ+i\sin45^\circ)$	B	$2\sqrt{2}(\cos30^\circ+i\sin30^\circ)$	C	$2\sqrt{2}(\cos45^\circ+i\sin45^\circ)$	D	$4(\cos30^\circ+i\sin30^\circ)$
27	المقدار $(2(\cos15^\circ+i\sin15^\circ))^3$ بالصورة القياسية للعدد المركب $a+bi$ يساوي						
A	$3+3i$	B	$4+4i$	C	$3\sqrt{2}+3\sqrt{2}\,i$	D	$4\sqrt{2}+4\sqrt{2}\,i$
28	حاصل الضرب $(3+3i)\,(3-3i)$						
A	$3+3i$	B	$4+4i$	C	$3\sqrt{2}+3\sqrt{2}\,i$	D	$4\sqrt{2}+4\sqrt{2}\,i$

2-1 الإحداثيات القطبية

الدرس | اختبر نفسك

2-2 الصورة القطبية والصورة الديكارتية للمعادلات

الدرس | اختبر نفسك

2-3 الأعداد المركبة ونظرية ديموافر

الدرس | اختبر نفسك

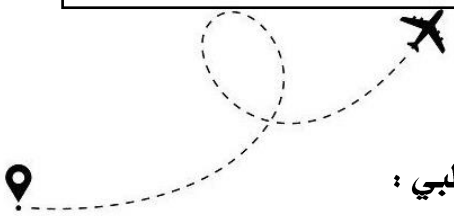
أسئلة تحصيلي

نظام الإحداثيات القطبية (المستوى القطبي)

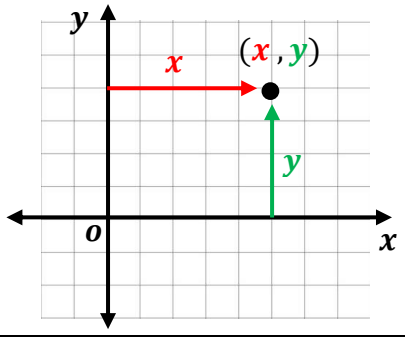
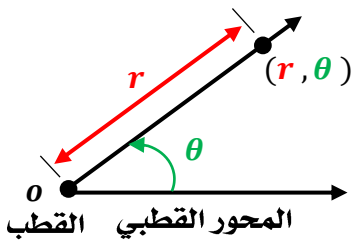
هو نظام يستخدم المسافات والزوايا لتحديد المواقع .

مثال

يحدد مراقبو الحركة الجوية موقع الطائرة باستعمال نظام الإحداثيات القطبية .



الفرق بين نظام المستوى الديكارتي والمستوى القطبي :

المستوى الديكارتي	النظام	المستوى القطبي
نقطة الأصل $o\ (0\ ,0)$	نقطة التقاطع	القطب $o\ (0\ ,0)$
المحوران $x\ ,y$ المحور الأفقي x المحور الرأسي y	المحاور	المحور القطبي نصف مستقيم يمتد أفقيًا من القطب إلى اليمين
$(x\ ,y)$	الإحداثيات	$(r\ ,\theta)$ r المسافة المتجهة من القطب إلى النقطة . θ الزاوية المتجهة من المحور القطبي إلى ضلع الانتهاء.
يعبر عنها بزوج وحيد $(x\ ,y)$	عدد الاحداثيات	لها تمثيلات متعددة
يأخذ شكلًا مستطيلًا	شكل المستوى	يأخذ شكلًا دائريًا
	التمثيل	

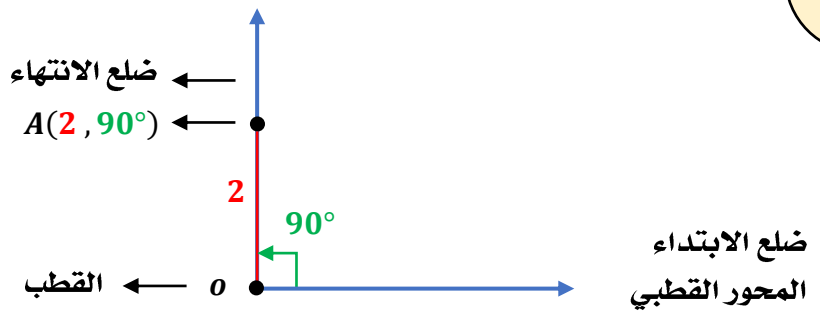
تمثيل الإحداثيات القطبية

لتكن النقطة $A(r\,,\theta)$

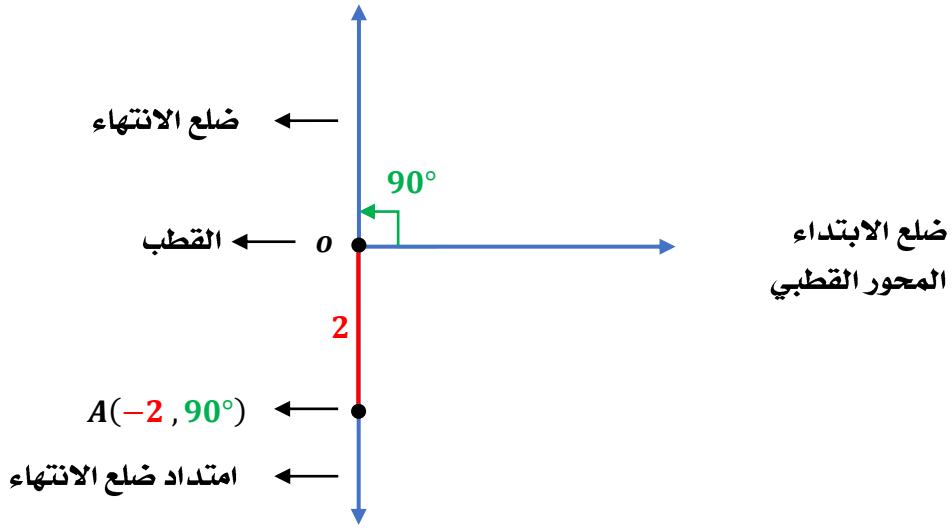
1. نرسم ضلع الابتداء (المحور القطبي)
2. باستعمال المنقلة نحدد الزاوية θ
3. نرسم ضلع الانتهاء ونأخذ من هذا الضلع مقدار r كطول له .

مثال

مثل النقطة $A(2\,,90°)$ في المستوى القطبي :

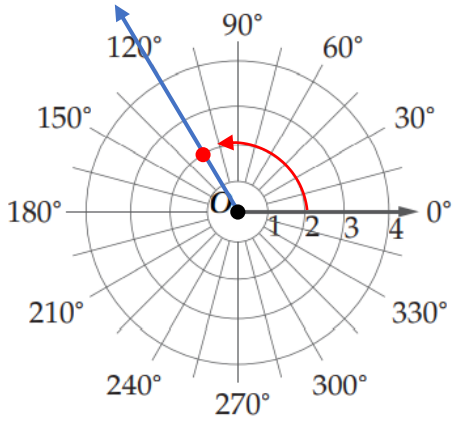


إذا كانت النقطة $A(-2\,,90°)$ أي أن r سالبة فتكون على امتداد ضلع الانتهاء
أي في الاتجاه المقابل لضلع الانتهاء.



تمثيل نقاط في المستوى القطبي

مثل النقطة $R(2\ ,120°)$ في المستوى القطبي :



تمثل $r = 2$ عدد الدوائر

تمثل $\theta = 120°$ بخط الزاوية.

يكون الاتجاه عكس عقارب الساعة

لأن الزاوية موجبة

نقطة التلاقي هي النقطة المطلوبة .

- إذا كانت الزاوية موجبة الاتجاه يكون عكس اتجاه الساعة .
- إذا كانت الزاوية سالبة الاتجاه يكون مع اتجاه الساعة .
- إذا كانت r موجبة تكون على خط الانتهاء .
- إذا كانت r سالبة تكون على امتداد خط الانتهاء في الجهة المقابلة.

تمثيلات قطبية متعددة

إذا كان n عددًا صحيحًا ، فإنه يمكن تمثيل النقطة $(r\ ,\theta)$ بالإحداثيات $(r\ ,\theta + 360°n)$ أو $(-r\ ,\theta + (2n+1)180°)$.

وبالمثل ، إذا كانت θ مقيسة بالراديان ، وكان n عددًا صحيحًا ، فإنه يمكن تمثيل النقطة $(r\ ,\theta)$ بالإحداثيات $(r\ ,\theta + 2n\pi)$ أو $(-r\ ,\theta + (2n+1)\pi)$.

إذا كانت الفترة $-360° \le \theta \le 360°$ فإنه يمكن إيجاد الأزواج المختلفة التالية:

$(r\ ,\theta - 360°)$ $(-r\ ,\theta + 180°)$ $(-r\ ,\theta - 180°)$

لابد من التأكد أن الزاوية تقع في الفترة المحددة

مثال

إذا كانت $-360° \le \theta \le 360°$ ، أوجد ثلاثة أزواج مختلفة كل منها يمثل إحداثيين قطبيين للنقطة المعطاة: $(4\ ,135°)$

$(4\ ,135° - 360°) = (4\ ,-225)$

$(-4\ ,135° + 180) = (-4\ ,315°)$

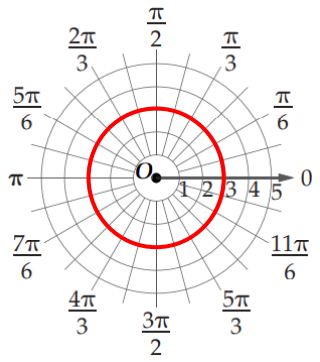
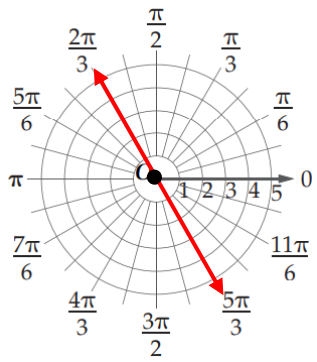
$(-4\ ,135° - 180) = (-4\ ,-45°)$

المرفقات

المعادلة القطبية هي المعادلة المعطاة بدلالة الإحداثيات القطبية.

التمثيل القطبي هو مجموعة كل النقاط $(r\ ,\theta)$ التي تحقق إحداثياتها المعادلة القطبية.

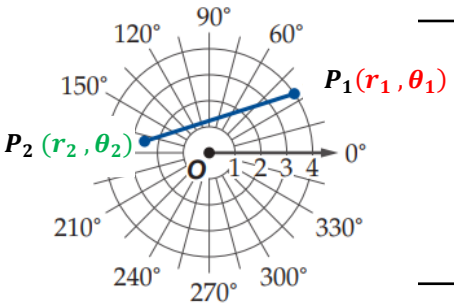
التمثيل البياني للمعادلات القطبية

دائرة	النوع	مستقيم
$r = k$	المعادلة	$\theta = h$
دائرة نصف قطرها k	ماذا تمثل ؟	مستقيم يصنع زاوية مقدارها h مع المحور القطبي أو يميل بمقدار h
$r = 3$	مثال	$\theta = \frac{2\pi}{3}$
	التمثيل البياني	

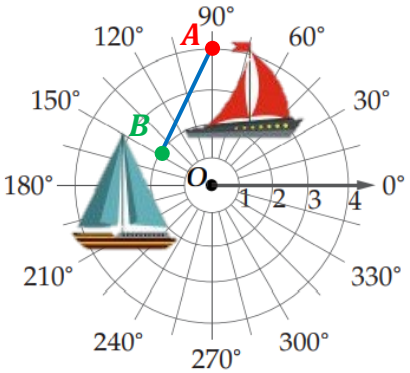
المسافة بالصيغة القطبية

إذا كان $P_1(r_1\ ,\theta_1)$ ، $P_2\ (r_2\ ,\theta_2)$ نقطتان في المستوى القطبي فإن المسافة P_1P_2 هي :

$$P_1P_2 = \sqrt{{r_1}^2 + {r_2}^2 - 2r_1r_2\ \cos\ (\theta_2 - \theta_1)}$$



مثال يرصد رادار بحري حركة قاربين ، إذا كانت إحداثيات موقعي القاربين $B(2\ ,150°)$ ، $A(4\ ,90°)$ حيث r بالأميال.



$$AB = \sqrt{{r_1}^2 + {r_2}^2 - 2r_1r_2\ \cos\ (\theta_2 - \theta_1)}$$

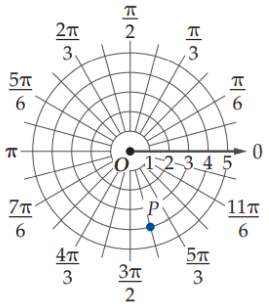
$$= \sqrt{4^2 + 2^2 - 2(4)(2)\ \cos\ (150° - 90°)}$$

$$\approx 3.5\ \text{mi}$$

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة :

1 جميع الإحداثيات التالية صحيحة للنقطة P في المستوى القطبي ماعدا .....

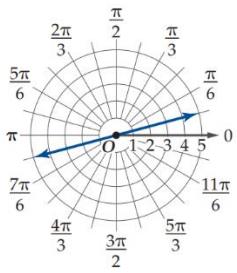


A	$\left(-4, \frac{\pi}{12}\right)$	B	$\left(-4, \frac{7\pi}{12}\right)$	C	$\left(4, -\frac{5\pi}{12}\right)$	D	$\left(4, \frac{19\pi}{12}\right)$

2 إذا كانت $0° \le \theta \le 180°$ فإن الزوج الآخر من الإحداثيات القطبية للنقطة $(5, 960°)$

A	$(-5, 60°)$	B	$(5, 60°)$	C	$(5, 90°)$	D	$(-5, 30°)$

3 معادلة التمثيل القطبي للشكل المجاور هي .....



A	$\theta = \frac{\pi}{4}$	B	$\theta = \frac{\pi}{9}$	C	$\theta = \frac{\pi}{12}$	D	$\theta = \frac{19\pi}{12}$

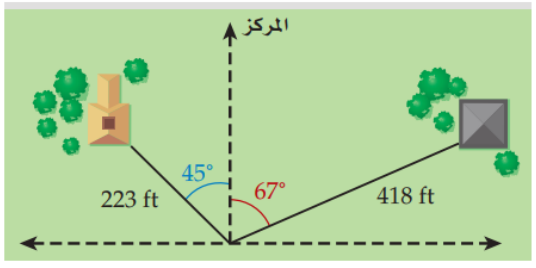
أكمل الفراغات التالية :

1. نقطة الأصل في النظام الديكارتي يقابلها ..... في النظام القطبي.
2. المعادلة $r = 2$ تمثيلها يكون على شكل .....

أوجد حل ما يلي:

أراد مساح تحديد حدود قطعة أرض ، فحدد أثرًا يبعد 223 ft بزاوية 45° إلى يسار المركز ، وأثرًا آخر على بعد 418 ft ، بزاوية 67° إلى يمين المركز ، كما في الشكل أدناه .

- أوجد المسافة بين الأثرين .



تحويل الإحداثيات

التحويل من صورة قطبية إلى صورة ديكارتية

$(r\,,\theta) \rightarrow (x\,,y)$

$x = r\cos\theta$

$y = r\sin\theta$

$(x\,,y) = (r\cos\theta\,,r\sin\theta)$

مثال :

$(4\,,60°)$

$(4\cos 60°\,,4\sin 60°)$

$\left(2\,,2\sqrt{3}\right)$

التحويل من صورة ديكارتية إلى صورة قطبية

$(x\,,y\,) \rightarrow (r\,,\theta)$

x

$x > 0$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

مثال :

$(8\,,10)$

$r = \sqrt{8^2 + 10^2}$

$r = 12.8$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{10}{8}\right)$

$\theta \approx 51.3°$

$(12.8\,,51.3°)$

$x < 0$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) + 180°$

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

مثال :

$(-9\,,-4)$

$r = \sqrt{(-9)^2 + (-4)^2}$

$r = 9.8$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-4}{-9}\right) + 180°$

$\theta \approx 204°$

$(9.8\,,204°)$

$x = 0$

$y < 0$

$\theta = \frac{-\pi}{2}$

$r = |y|$

$y > 0$

$\theta = \frac{\pi}{2}$

$r = |y|$

مثال :

$(0\,,-173)$

$y < 0$

$r = |-173| = 173$

$\theta = -\frac{\pi}{2} = -90°$

$(173\,,-90°)$

المعادلات القطبية والديكارتية

تحويل المعادلات القطبية إلى الديكارتية

نستبدل x بـ $r\cos\theta$

و نستبدل y بـ $r\sin\theta$

ونبسط .

مثال :

$$x^2 - y^2 = 1$$
$$r^2\cos^2\theta - r^2\sin^2\theta = 1$$
$$r^2(\cos^2\theta - \sin^2\theta) = 1$$
$$r^2(\cos 2\theta) = 1$$
$$r^2 = \frac{1}{\cos 2\theta}$$
$$r^2 = \sec 2\theta$$

تحويل المعادلات الديكارتية إلى القطبية

1

مستقيم

$\theta = h$

-نأخذ tan للطرفين

-نستبدل $\tan\theta$ بـ $\frac{y}{x}$

-نضرب الطرفين في الوسطين ثم نوجد y

مثال :

$$\theta = \frac{\pi}{3}$$
$$\tan\theta = \tan\frac{\pi}{3}$$
$$\frac{y}{x} = \sqrt{3}$$
$$y = \sqrt{3}\,x$$

2

دائرة

$r = k$

-نربع الطرفين

-نستبدل r^2 بـ $x^2 + y^2$

مثال :

$$r = -3$$
$$r^2 = (-3)^2$$
$$x^2 + y^2 = 9$$

3

$r = \sin\theta$ أو $r = \cos\theta$

-نضرب الطرفين بـ r

-نستبدل r^2 بـ $x^2 + y^2$

-نعوض عن x بـ $r\cos\theta$

ونعوض عن y بـ $r\sin\theta$

-نرتب المعادلة.

مثال :

$$r = 3\cos\theta$$
$$r^2 = 3r\cos\theta$$
$$x^2 + y^2 = 3x$$
$$x^2 + y^2 - 3x = 0$$

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة :

1 الإحداثي الديكارتي للإحداثي القطبي $(-2, \frac{4\pi}{3})$ هو :

A		B		C		D	
$(1, -\sqrt{3})$		$(-1, \sqrt{3})$		$(-1, -\sqrt{3})$		$(1, \sqrt{3})$	

2 المعادلة $y = -3$ على الصورة القطبية هي :

A		B		C		D	
$r = -3 \tan\theta$		$r = -3 \csc\theta$		$r = -3 \sec\theta$		$r = -3 \cos\theta$	

أكمل الفراغات التالية :

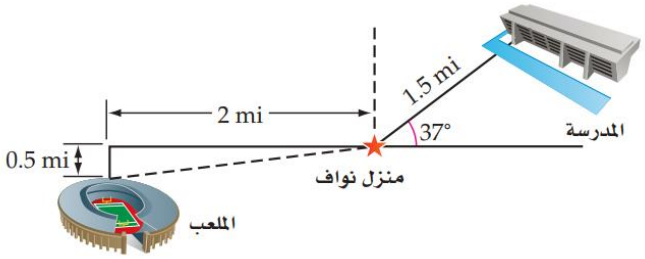
1 الإحداثي القطبي للإحداثي الديكارتي $(2, -3)$ هو .....

2 الصورة الديكارتية للمعادلة القطبية $\theta = \frac{3\pi}{4}$ هي .....

أوجد حل ما يلي:

إذا كانت مدرسة نواف تبعد 1.5mi عن منزله، وتصنع زاوية مقدارها $53°$ شمال الشرق كما في الشكل أدناه فأجب عما يأتي :

- إذا سلك نواف طريقًا للشرق ثم للشمال كي يصل الى المدرسة ، فكم ميلًا يتحرك في كل اتجاه؟
- إذا كان الملعب على بعد 2mi غربًا و 0.5mi جنوبًا ومنزل نواف يمثل القطب ، فما إحداثيات موقع الملعب على الصورة القطبية؟



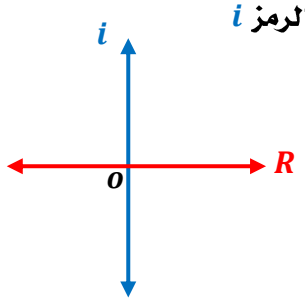
الأعداد المركبة

المستوى المركب

يتكون من محورين

المحور الحقيقي وهو المحور الأفقي ويرمز له بالرمز R

والمحور التخيلي وهو المحور الرأسي ويرمز له بالرمز i



الصورة الديكارتية

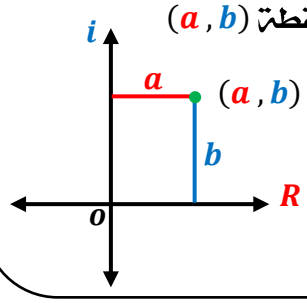
$a + bi$

a الجزء الحقيقي

bi الجزء التخيلي

تمثيل نقطة في المستوى المركب

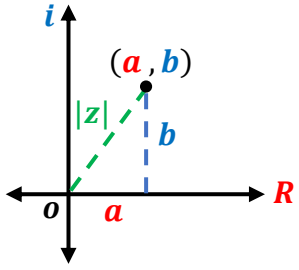
يمثل العدد المركب $a + bi$ على المستوى المركب بالنقطة (a , b)



القيمة المطلقة للعدد المركب

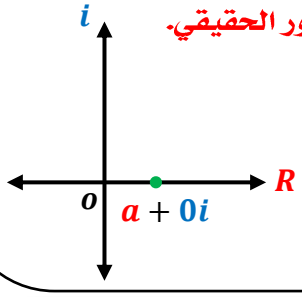
هي المسافة بين العدد والصفر في المستوى المركب.

القيمة المطلقة للعدد المركب $z = a + bi$ هي : $|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$



ملاحظة

العدد المركب $a + 0i$ يكون عددًا حقيقيًا لأن $b = 0$ ويمثل على خط الأعداد أو المحور الحقيقي.



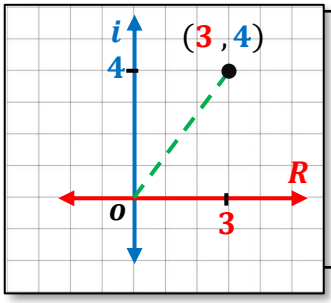
مثال

مثل العدد في المستوى المركب وأوجد قيمته المطلقة:

$z = 3 + 4i$

$(3 , 4)$

$|z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$



$$z = a + bi \rightarrow z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

$$a = r\cos\theta \ , b = r\sin\theta \ , r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

a

- $a > 0$: $\theta = \tan^{-1}\frac{b}{a}$
- $a < 0$: $\theta = \tan^{-1}\frac{b}{a} + \pi$
- $a = 0$:
  - $b > 0$: $\theta = \frac{\pi}{2}$
  - $b < 0$: $\theta = -\frac{\pi}{2}$

تسمى r المقياس للعدد المركب.
وتسمى الزاوية θ سعة العدد المركب

مثال : $9 + 7i$ لتحويلها للصورة القطبية

1. $r = \sqrt{9^2 + 7^2}$
   $r = 11.4$
2. $\theta = \tan^{-1}\frac{b}{a}$
   $\theta = \tan^{-1}\frac{7}{9} = 37.8°$

$$9 + 7i \rightarrow 11.4\,(\cos 37.8° + i\sin 37.8)$$

تحويل العدد المركب

- من صورة ديكارتية إلى قطبية
- من صورة قطبية إلى ديكارتية

$$z = r(\cos\theta + i\sin\theta) \rightarrow z = a + bi$$

- نوجد القيم المثلثية
- نبسط .

مثال : $5(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$ لتحويلها للصورة الديكارتية

1. $= 5\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
2. $= \frac{-5\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2}i$

$$5\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right) \rightarrow \frac{-5\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2}i$$

ضرب الأعداد المركبة على الصورة القطبية وقسمتها

صيغة الضرب

$$z_1 z_2 = r_1 r_2[\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\sin(\theta_1 + \theta_2)]$$

مثال : أوجد الناتج على الصورة القطبية ثم عبر عنه بالصورة الديكارتية:

$$3\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)\cdot 5\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$$

$$= 15\left[\cos\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right)\right]$$

$$= 15\left[\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)\right]$$

$$= -3.88 + 14.49\,i$$

للعددين المركبين $z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1)\,, z_2 = r_2(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2)$

صيغة القسمة

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}[\cos(\theta_1 - \theta_2) + i\sin(\theta_1 - \theta_2)]$$

حيث $z_2 \neq 0\,, r_2 \neq 0$

مثال : أوجد الناتج على الصورة القطبية ثم عبر عنه بالصورة الديكارتية:

$$3\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right) \div 4\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$= \frac{3}{4}\left[\cos\left(\frac{\pi}{6}-\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}-\frac{2\pi}{3}\right)\right]$$

$$= \frac{3}{4}\left[\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right]$$

$$= -\frac{3}{4}i$$

نظرية ديموافر

إذا كان $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ عدداً مركباً على الصورة القطبية ، وكان n عدداً صحيحاً موجباً ، فإن :

$$z^n = [r(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = [r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)]$$

مثال

أوجد الناتج فيما يلي ، وعبر عنه بالصورة الديكارتية :

$$(1+\sqrt{3}i)^4$$

نحولها للصورة القطبية فتصبح : $2(\cos 60° + i\sin 60°)$

نطبق نظرية ديموافر: $[2(\cos 60° + i\sin 60°)]^4$

$$= [2^4(\cos 4(60°) + i\sin 4(60°))]$$

$$= 16\,(\cos 240° + i\sin 240°)$$

$$= -8 - 8\sqrt{3}\,i$$

الجذور المختلفة

لأي عدد صحيح $n \geq 2$ ، فإن للعدد المركب $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ ، n من الجذور النونية المختلفة ، ويمكن إيجادها باستعمال الصيغة :

$$r^{\frac{1}{n}}\left(\cos\frac{\theta+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\theta+2k\pi}{n}\right)$$

حيث : $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$

ملاحظة

يكون للجذور المقياس نفسه وهو $r^{\frac{1}{n}}$

سعة الجذر الأول هو $\frac{\theta}{n}$

ثم تزداد الجذور بإضافة $\frac{2\pi}{n}$

مثال

أوجد الجذور التكعيبية للعدد $2+2i$

أولًا : تكتب على الصورة القطبية : $2+2i=\sqrt{8}\,(\cos 45^\circ + i\sin 45^\circ)$

$n=3\,,\theta=45^\circ$

لإيجاد الجذور نعوض عن k بـ $0\,,1\,,2$

$$r^{\frac{1}{n}}\left(\cos\frac{\theta+2k\pi}{n}+i\sin\frac{\theta+2k\pi}{n}\right)$$

الجذر الأول $k=0$

$\approx 1.37+0.37i$

الجذر الثاني $k=1$

$\approx -1+i$

الجذر الثالث $k=2$

$\approx -0.37-1.37i$

الجذور النونية للعدد واحد

عند كتابة العدد واحد على الصورة القطبية : $r=1$ و $\theta=0$

$$1=1(\cos 0+i\sin 0)$$

أي أن الجذور النونية للعدد واحد تقع على دائرة الوحدة .

ملاحظة

الجذر الأول يكون مساوي لـ $\cos 0+i\sin 0=1$

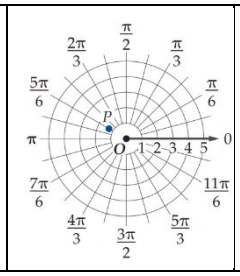
عند التعويض بـ $k=0$

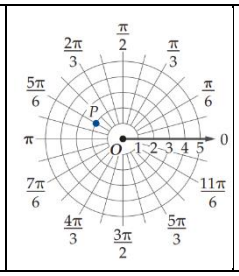
الجذور النونية المختلفة للعدد واحد جميعها لها المقياس نفسه $r=1$

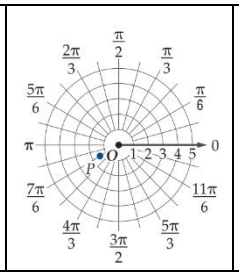
اختبر نفسك

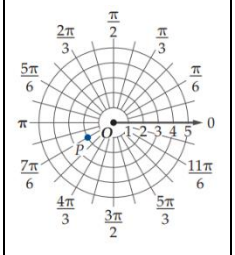
اختر الإجابة الصحيحة :

1 تمثيل العدد المركب $(-\sqrt{3}, -1)$ في المستوى القطبي :

A 

B 

C 

D 

2 القيمة المطلقة للعدد المركب $z = -7 + 5i$ تساوي تقريباً .....

A	B	C	D
8.6	7.3	6.6	4.8

3 ناتج $\left[4\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)\right]^4$ .....

A	B	C	D
-16	-64	256	274

أكمل الفراغات التالية :

1 ناتج $4\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right) \cdot 6\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$ هو .....

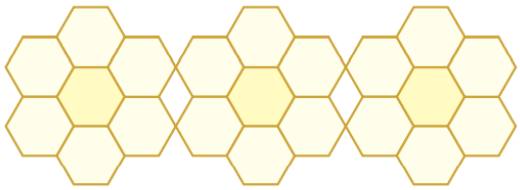
2 الصورة القطبية للعدد المركب $4 + 4i$ هي .....

3 الجذور الرباعية للعدد $4\sqrt{3} - 4i$ هي ..... ، ..... ، ..... ، .....

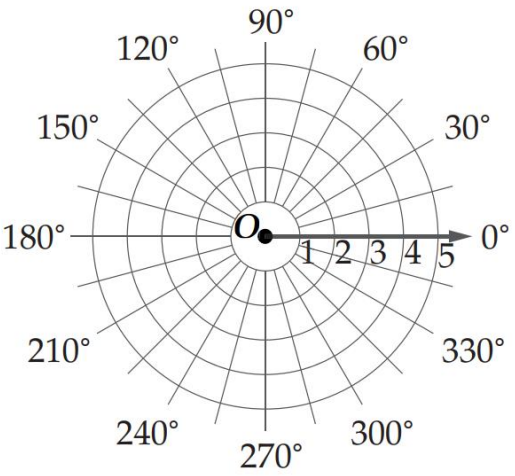
أوجد حل ما يلي:

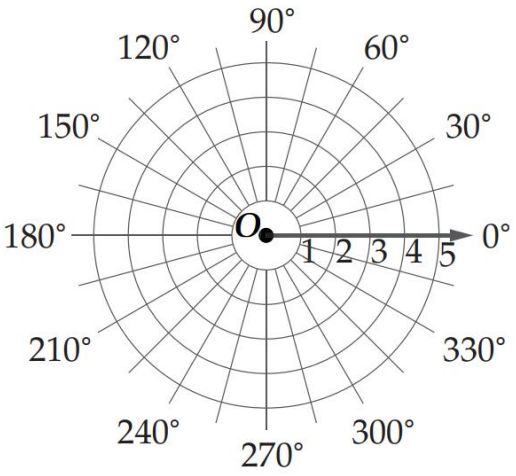
يعمل سالم في وكالة للإعلانات ويرغب في تصميم لوحة مكونة من أشكال سداسية كما هو مبين في الشكل ويستطيع تعيين رؤوس أحد هذه الأشكال السداسية بتمثيل حلول المعادلة $x^6 - 1 = 0$ في المستوى المركب .

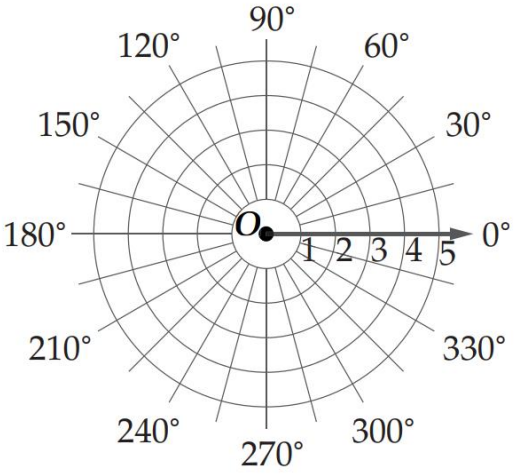
- أوجد رؤوس أحد هذه الأشكال السداسية .

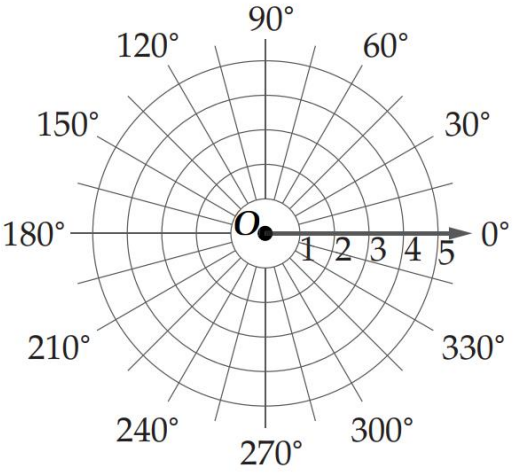


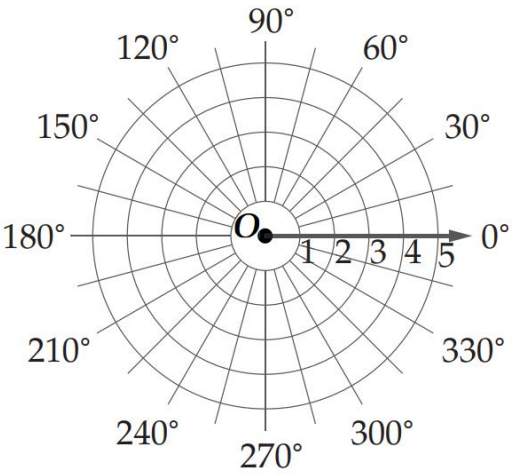
اختر الإجابة الصحيحة:								
1	تمثيل النقطة $(2\,,50°)$ في المستوى القطبي هو نفسه تمثيل النقطة ...							
	A	$(50\,,2°)$	B	$(2\,,130°)$	C	$(-2\,,-50°)$	D	$(-2\,,230°)$
2	المعادلة القطبية $r=4$ تمثيلها البياني عبارة عن دائرة طول قطرها ..							
	A	2	B	3	C	4	D	8
3	التمثيل البياني للمعادلة القطبية $\theta=30°$ عبارة عن ..							
	A	دائرة قطرها 15	B	دائرة قطرها 30	C	مستقيم يميل بزاوية $30°$	D	مستقيم يميل بزاوية $15°$
4	المسافة بين النقطتين $P_2=(3\,,60°)\,,P_1=(0\,,40°)$ تساوي ..							
	A	0	B	3	C	40	D	60
5	الاحداثيات الديكارتية للنقطة $T(-4\,,60°)$ هي							
	A	$(-2\,,-2\sqrt{3})$	B	$(-2\sqrt{3}\,,-2)$	C	$(2\,,2\sqrt{3})$	D	$2\sqrt{3}\,,2$
6	إذا كان للنقطة P الاحداثيات الديكارتيه $(\sqrt{2}\,,\sqrt{2})$ فإن الاحداثيات القطبية $(r\,,\theta)$ للنقطة P هي ...							
	A	$(\sqrt{2}\,,30°)$	B	$(2\,,30°)$	C	$(\sqrt{2}\,,45°)$	D	$(2\,,45°)$
7	الصورة القطبية للمعادلة $x^2+y^2=9$							
	A	$r=9$	B	$r=\pm3$	C	$r=3\cos\theta$	D	$r=3\sin\theta$
8	ما الصورة الديكارتية للمعادلة $\theta=\frac{\pi}{6}$							
	A	$x+y=3$	B	$y=\sqrt{3}\,x$	C	$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$	D	$x^2+y^2=3\sin\theta$
9	القيمة المطلقة للعدد المركب $3+4i$ تساوي							
	A	2	B	3	C	4	D	5
10	سعه المركب $z=7\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$							
	A	$30°$	B	$60°$	C	$90°$	D	$120°$
11	الصورة الديكارتية للعدد المركب $2(\cos 45°+i\sin 45°)$ هي							
	A	$\sqrt{2}+\sqrt{2}\,i$	B	$2i\sqrt{2}$	C	$2\sqrt{2}+2i\sqrt{2}$	D	$2+2i$
12	قيمة المقدار $[2(\cos22.5°+i\sin22.5°)]^4$							
	A	-16	B	$-16\,i$	C	16	D	$16i$
13	عند إيجاد الجذور التكعيبية للعدد المركب $8\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)$ فإن مقياس الجذر الثاني يساوي							
	A	1	B	2	C	4	D	8
14	عند إيجاد الجذور الخماسية للعدد المركب $3(\cos\pi+i\sin\pi)$ ، فإن سعة الجذر الأول تساوي							
	A	$\frac{\pi}{5}$	B	$\frac{\pi}{3}$	C	π	D	5π
15	عند إيجاد الجذور الرباعية للعدد واحد فإن مقياس الجذر الثالث يساوي							
	A	1	B	2	C	3	D	4

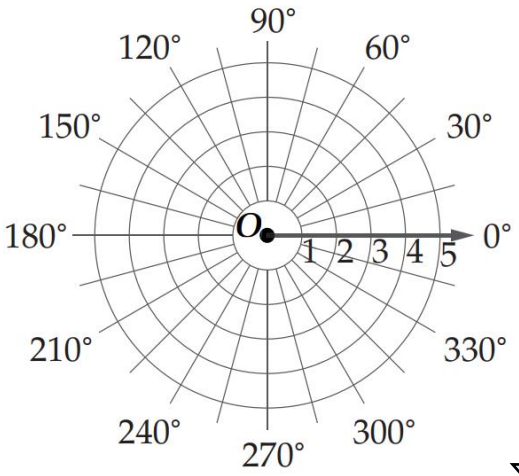

90°
120°
60°
150°
30°
180°
0°
O
1 2 3 4 5
210°
330°
240°
300°
270°

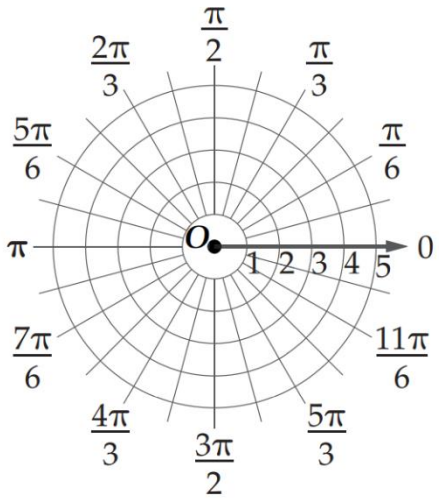

90°
120°
60°
150°
30°
180°
0°
O
1 2 3 4 5
210°
330°
240°
300°
270°

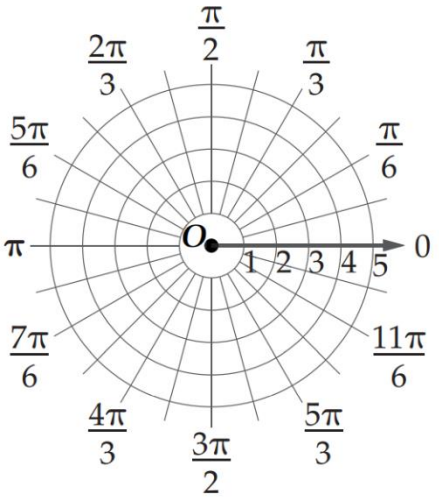

90°
120°
60°
150°
30°
180°
0°
O
1 2 3 4 5
210°
330°
240°
300°
270°

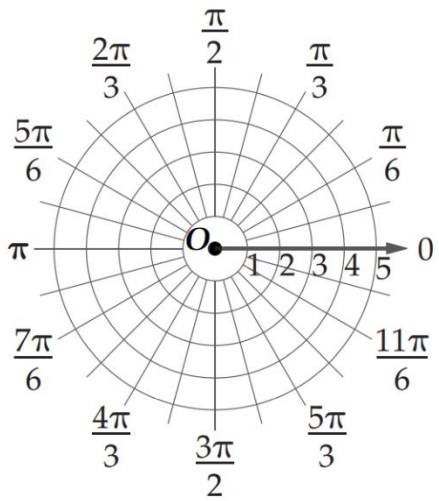

90°
120°
60°
150°
30°
180°
0°
O
1 2 3 4 5
210°
330°
240°
300°
270°

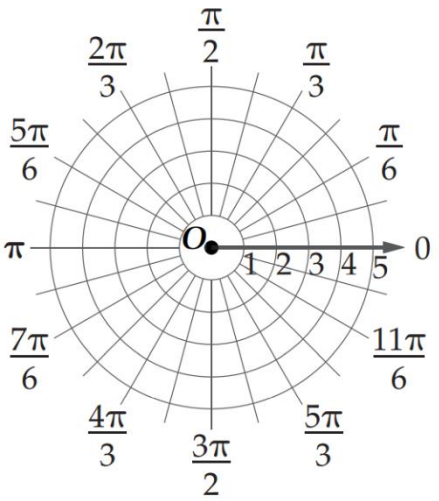

90°
120°
60°
150°
30°
180°
0°
O
1 2 3 4 5
210°
330°
240°
300°
270°

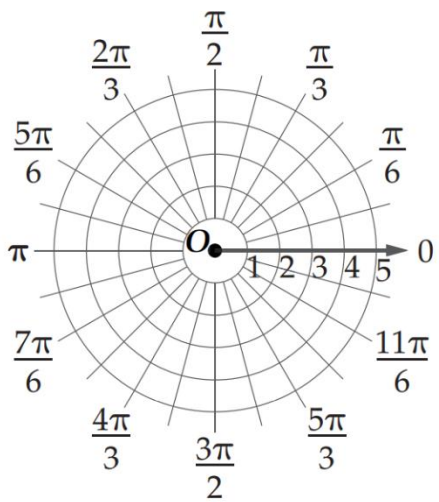

90°
120°
60°
150°
30°
180°
0°
O
1 2 3 4 5
210°
330°
240°
300°
270°

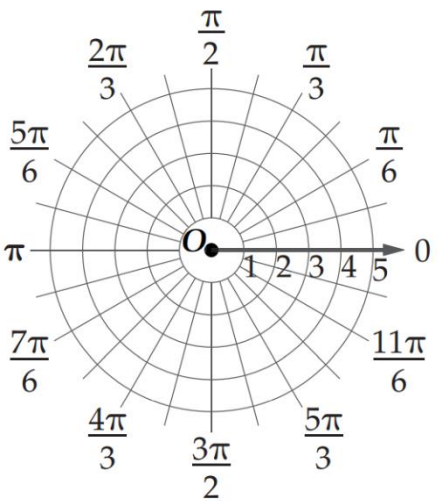

π/2
2π/3
π/3
5π/6
π/6
π
O
0
1 2 3 4 5
7π/6
11π/6
4π/3
5π/3
3π/2


π/2
2π/3
π/3
5π/6
π/6
π
O
0
1 2 3 4 5
7π/6
11π/6
4π/3
5π/3
3π/2


π/2
2π/3
π/3
5π/6
π/6
π
O
0
1 2 3 4 5
7π/6
11π/6
4π/3
5π/3
3π/2


π/2
2π/3
π/3
5π/6
π/6
π
O
0
1 2 3 4 5
7π/6
11π/6
4π/3
5π/3
3π/2


π/2
2π/3
π/3
5π/6
π/6
π
O
0
1 2 3 4 5
7π/6
11π/6
4π/3
5π/3
3π/2


π/2
2π/3
π/3
5π/6
π/6
π
O
0
1 2 3 4 5
7π/6
11π/6
4π/3
5π/3
3π/2

ملحق الإجابات

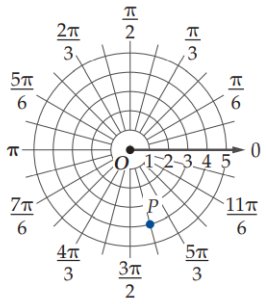
الفصل الثاني

الإحداثيات القطبية والأعداد المركبة

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة :

1 جميع الإحداثيات التالية صحيحة للنقطة P في المستوى القطبي ماعدا .....

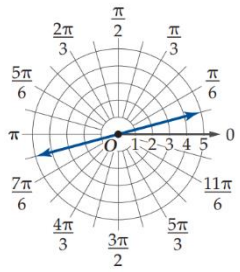


A	$\left(-4, \frac{\pi}{12}\right)$	B	$\left(-4, \frac{7\pi}{12}\right)$	C	$\left(4, -\frac{5\pi}{12}\right)$	D	$\left(4, \frac{19\pi}{12}\right)$

2 إذا كانت $0° \leq \theta \leq 180°$ فإن الزوج الآخر من الإحداثيات القطبية للنقطة $(5, 960°)$

A	$(-5, 60°)$	B	$(5, 60°)$	C	$(5, 90°)$	D	$(-5, 30°)$

3 معادلة التمثيل القطبي للشكل المجاور هي .....



A	$\theta = \frac{\pi}{4}$	B	$\theta = \frac{\pi}{9}$	C	$\theta = \frac{\pi}{12}$	D	$\theta = \frac{19\pi}{12}$

أكمل الفراغات التالية :

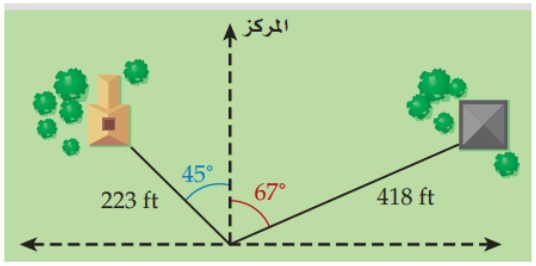
1 نقطة الأصل في النظام الديكارتي يقابلها **القطب** في النظام القطبي.

2 المعادلة $r = 2$ تمثيلها يكون على شكل **دائرة**

أوجد حل ما يلي:

أراد مساح تحديد حدود قطعة أرض ، فحدد أثرًا يبعد 223 ft بزاوية 45° إلى يسار المركز ، وأثرًا آخر على بعد 418 ft ، بزاوية 67° إلى يمين المركز ، كما في الشكل أدناه .

- أوجد المسافة بين الأثرين .



المسافة بين الأثرين تساوي تقريبًا 542.5 ft

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة :

1 الإحداثي الديكارتي للإحداثي القطبي $(-2, \frac{4\pi}{3})$ هو :

A		B		C		D	
$(1, -\sqrt{3})$		$(-1, \sqrt{3})$		$(-1, -\sqrt{3})$		$(1, \sqrt{3})$	

2 المعادلة $y = -3$ على الصورة القطبية هي :

A		B		C		D	
$r = -3 \tan\theta$		$r = -3 \csc\theta$		$r = -3 \sec\theta$		$r = -3 \cos\theta$	

أكمل الفراغات التالية :

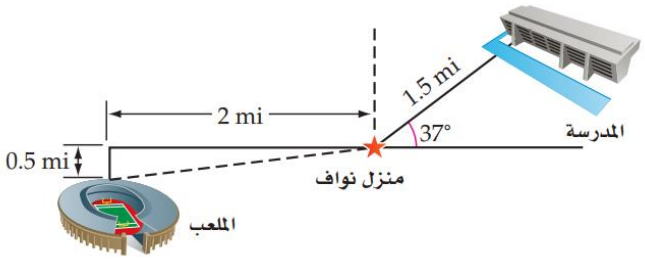
1 الإحداثي القطبي للإحداثي الديكارتي $(2, -3)$ هو $(3.61 , -56.3°)$

2 الصورة الديكارتية للمعادلة القطبية $\theta = \frac{3\pi}{4}$ هي $y = -x$

أوجد حل ما يلي:

إذا كانت مدرسة نواف تبعد 1.5mi عن منزله، وتصنع زاوية مقدارها $53°$ شمال الشرق كما في الشكل أدناه فأجب عما يأتي :

- إذا سلك نواف طريقًا للشرق ثم للشمال كي يصل الى المدرسة ، فكم ميلًا يتحرك في كل اتجاه؟
- إذا كان الملعب على بعد 2mi غربًا و 0.5mi جنوبًا ومنزل نواف يمثل القطب ، فما إحداثيات موقع الملعب على الصورة القطبية؟



يتحرك نواف 1.2 mi شرقًا و 0.90 mi شمالًا

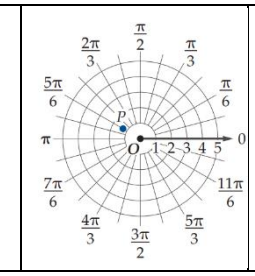
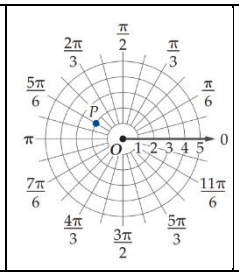
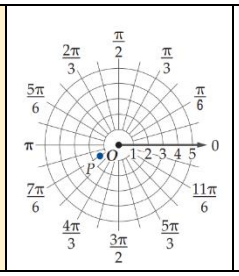
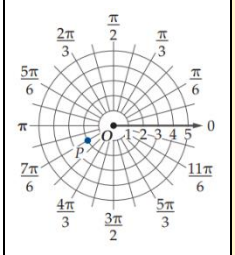
إحداثيات موقع الملعب بالصورة القطبية :
$(2.06 , 194.04°)$

اختبر نفسك

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة :

1 تمثيل العدد المركب $(-\sqrt{3}, -1)$ في المستوى القطبي :

A 
B 
C 
D 

2 القيمة المطلقة للعدد المركب $z = -7 + 5i$ تساوي تقريباً .....

A	B	C	D
8.6	7.3	6.6	4.8

3 ناتج $\left[4\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)\right]^4$ .....

A	B	C	D
-16	-64	256	274

أكمل الفراغات التالية :

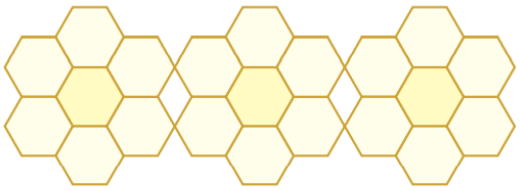
1 ناتج $4\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right) \cdot 6\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$ هو $24\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$

2 الصورة القطبية للعدد المركب $4 + 4i$ هي $4\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

3 الجذور الرباعية للعدد $4\sqrt{3} - 4i$ هي $1.67 - 0.22i$ ، $0.22 + 167i$ ، $1.67 + 0.22i$ ، $-0.22 - 1.67i$

أوجد حل ما يلي:

يعمل سالم في وكالة للإعلانات ويرغب في تصميم لوحة مكونة من أشكال سداسية كما هو مبين في الشكل ويستطيع تعيين رؤوس أحد هذه الأشكال السداسية بتمثيل حلول المعادلة $x^6 - 1 = 0$ في المستوى المركب .



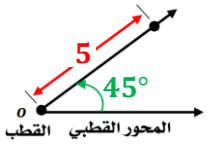
- أوجد رؤوس أحد هذه الأشكال السداسية .

$$1, \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, -1, -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

اختر الإجابة الصحيحة:								
1	تمثيل النقطة $(2\,,50°)$ في المستوى القطبي هو نفسه تمثيل النقطة ...							
	A	$(50\,,2°)$	B	$(2\,,130°)$	C	$(-2\,,-50°)$	D	$(-2\,,230°)$
2	المعادلة القطبية $r=4$ تمثيلها البياني عبارة عن دائرة طول قطرها ..							
	A	2	B	3	C	4	D	8
3	التمثيل البياني للمعادلة القطبية $\theta=30°$ عبارة عن ..							
	A	دائرة قطرها 15	B	دائرة قطرها 30	C	مستقيم يميل بزاوية $30°$	D	مستقيم يميل بزاوية $15°$
4	المسافة بين النقطتين $P_2=(3\,,60°)\,,P_1=(0\,,40°)$ تساوي ..							
	A	0	B	3	C	40	D	60
5	الاحداثيات الديكارتية للنقطة $T(-4\,,60°)$ هي							
	A	$(-2\,,-2\sqrt{3})$	B	$(-2\sqrt{3}\,,-2)$	C	$(2\,,2\sqrt{3})$	D	$2\sqrt{3}\,,2$
6	إذا كان للنقطة P الاحداثيات الديكارتيه $(\sqrt{2}\,,\sqrt{2})$ فإن الاحداثيات القطبية $(r\,,\theta)$ للنقطة P هي ...							
	A	$(\sqrt{2}\,,30°)$	B	$(2\,,30°)$	C	$(\sqrt{2}\,,45°)$	D	$(2\,,45°)$
7	الصورة القطبية للمعادلة $x^2+y^2=9$							
	A	$r=9$	B	$r=\pm3$	C	$r=3\cos\theta$	D	$r=3\sin\theta$
8	ما الصورة الديكارتية للمعادلة $\theta=\frac{\pi}{6}$							
	A	$x+y=3$	B	$y=\sqrt{3}\,x$	C	$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$	D	$x^2+y^2=3\sin\theta$
9	القيمة المطلقة للعدد المركب $3+4i$ تساوي							
	A	2	B	3	C	4	D	5
10	سعه المركب $z=7\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$							
	A	$30°$	B	$60°$	C	$90°$	D	$120°$
11	الصورة الديكارتية للعدد المركب $2(\cos 45°+i\sin 45°)$ هي							
	A	$\sqrt{2}+\sqrt{2}\,i$	B	$2i\sqrt{2}$	C	$2\sqrt{2}+2i\sqrt{2}$	D	$2+2i$
12	قيمة المقدار $[2(\cos 22.5°+i\ \sin 22.5°)]^4$							
	A	-16	B	$-16\,i$	C	16	D	$16i$
13	عند إيجاد الجذور التكعيبية للعدد المركب $8\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)$ فإن مقياس الجذر الثاني يساوي							
	A	1	B	2	C	4	D	8
14	عند إيجاد الجذور الخماسية للعدد المركب $3(\cos\pi+i\sin\pi)$ ، فإن سعة الجذر الأول تساوي							
	A	$\frac{\pi}{5}$	B	$\frac{\pi}{3}$	C	π	D	5π
15	عند إيجاد الجذور الرباعية للعدد واحد فإن مقياس الجذر الثالث يساوي							
	A	1	B	2	C	3	D	4

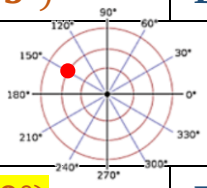
الإحداثيات القطبية

1/ إحداثيات النقطة P في نظام الإحداثيات القطبية هو:



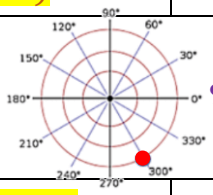
D) $(45°, 5)$	C) $(5, -45°)$	B) $(-5, 45°)$	A) $(5, 45°)$

2/ أي مما يلي هي النقطة الممثلة على الرسم المقابل؟



D) $(3, 120°)$	C) $(2, 150°)$	B) $(3, -120°)$	A) $(2, -150°)$

3/ أي مما يلي هي النقطة الممثلة على الرسم المقابل؟



D) $(3, -300°)$	C) $(-3, 300°)$	B) $(-3, 120°)$	A) $(3, -120°)$

4/ إذا كانت $(4, 50°)$ هي نقطة في المستوى القطبي فأي مما يلي هو زوجين قطبيين آخرين لنفس النقطة؟

$(4, 310°), (-4, 410°)$	$(-4, 310°), (4, 410°)$	$(-4, 410°), (4, 230°)$	$(4, 410°), (-4, 230°)$

5/ أي النقاط التالية يُعد تمثيلاً آخر للنقطة: $(-2, \frac{7\pi}{6})$

D) $(-2, \frac{11\pi}{6})$	C) $(2, \frac{-11\pi}{6})$	B) $(-2, \frac{\pi}{6})$	A) $(2, \frac{\pi}{6})$

6/ النقطة في المستوى القطبي التي لها نفس التمثيل البياني للنقطة: $(3, 60°)$

D) $(3, 300°)$	C) $(3, 420°)$	B) $(-3, -240°)$	A) $(3, -120°)$

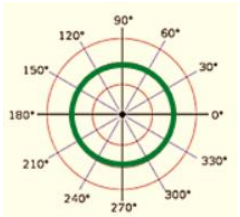
7/ تمثيل النقطة $(2, 50°)$ في المستوى القطبي هو نفسه تمثيل النقطة $---$

D) $(-2, 230°)$	C) $(-2, -50°)$	B) $(2, 130°)$	A) $(50°, 2)$

8/ النقاط التالية تمثل أزواج مختلفة لإحداثيين قطبيين للنقطة $(4, 135°)$ ماعدا:

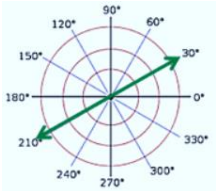
D) $(-4, 45°)$	C) $(4, -225°)$	B) $(-4, 315°)$	A) $(4, 495°)$

9/ ما معادلة الدائرة الممثلة على الرسم المقابل؟



D) $r = 4$	C) $r = 3$	B) $r = 2$	A) $r = 1$

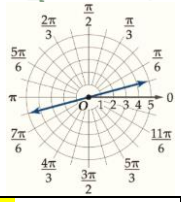
10/ المعادلة القطبية للخط المستقيم الممثل على الرسم المقابل: $\theta = ---$



D) $120°$	C) $90°$	B) $60°$	A) $30°$

لكي تُطور نفسك بنفسك، يجب عليك أن تطور قدراتك، ثم تطور طريقتك في استخدام هذه القدرات.

11/ معادلة التمثيل القطبي للتمثيل المجاور هي:– – –

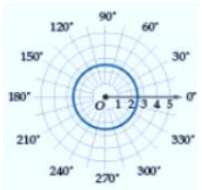


D) $\theta = \frac{\pi}{6}$	C) $\theta = \frac{\pi}{12}$	B) $r = -3$	A) $r = 3$

12/ المعادلات القطبية التالية تمثل خطوط مستقيمة فيما عدا:

D) $\theta = 3\theta - 90°$	C) $\theta = 80°$	B) $\theta = \frac{3\pi}{4}$	A) $r = 3$

13/ المعادلة القطبية للتمثيل البياني:



D) $\theta = 180°$	C) $\theta = 60°$	B) $r = 2.5$	A) $r = 5$

14/ التمثيل البياني للمعادلة القطبية $\theta = 30°$ عبارة عن:

D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ مستقيم ميله	C) $\sqrt{3}$ مستقيم ميله	B) دائرة قطرها 30	A) دائرة قطرها 15

15/ التمثيل البياني للمعادلة القطبية $\theta = 30°$ عبارة عن:

D) مستقيم يميل بزاوية 15°	C) مستقيم يميل بزاوية 30°	B) دائرة قطرها 30	A) دائرة قطرها 15

16/ المسافة بين النقطتين $P_1 = (0, 40°), P_2 = (3, 60°)$ تساوي – – –

D) 60	C) 40	B) 3	A) 0

17/ المسافة بين النقطتين $P_1 = (4, 120°), P_2 = (3, 30°)$ تساوي – – –

D) 7	C) 5	B) $\sqrt{7}$	A) 1

18/ المسافة بين النقطتين $P_1 = (5, 120°), P_2 = (2, 30°)$ تساوي – – –

D) ≈ 5.39	C) ≈ 3.33	B) ≈ 1.34	A) ≈ 0.76

19/ المسافة بين النقطتين $P_1 = (-3, 60°), P_2 = (4, 240°)$ تساوي – – –

D) 1	C) 2	B) 6	A) 10

20/ إذا كانت $P_1 = (3, \theta), P_2 = (4, 140°), P_1P_2 = 5, 0° \leq \theta \leq 180°$ فإن: $\theta =$ – – –

D) 0°	C) 50°	B) 90°	A) 140°

الصورة القطبية والصورة الديكارتية للمعادلات

1/ التعويض عن قيمتي x, y للتحويل من الصورة الديكارتية إلى الصورة القطبية؟

$x = rcsc\theta, y = rsec\theta$	$x = rsin\theta, y = rcos\theta$	$x = rcos\theta, y = rsin\theta$	$x = rcot\theta, y = rtan\theta$

2/ أي مما يلي يُمثل الإحداثيات الديكارتية للنقطة التي إحداثيتها القطبية $(2, 60°)$؟

A) $(1, \sqrt{3})$	B) $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$	C) $(\sqrt{3}, 1)$	D) $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$

3/ أي مما يلي يُمثل الإحداثيات القطبية للنقطة التي إحداثيتها الديكارتية $(1, 1)$؟

A) $(1, 45°)$	B) $(2, 30°)$	C) $(\sqrt{2}, 30°)$	D) $(\sqrt{2}, 45°)$

4/ إذا كان للنقطة P الاحداثيات الديكارتية $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ فإن الاحداثيات القطبية (r, θ) للنقطة P هي ـــــ

A) $(\sqrt{2}, 30°)$	B) $(2, 30°)$	C) $(\sqrt{2}, 45°)$	D) $(2, 45°)$

5/ أي مما يلي يُمثل الإحداثيات القطبية للنقطة التي إحداثيتها الديكارتية $(-\sqrt{3}, 1)$؟

A) $(2, 30°)$	B) $(2, 150°)$	C) $(\sqrt{2}, 150°)$	D) $(\sqrt{2}, 210°)$

6/ الصورة الديكارتية للنقطة $(6, \frac{\pi}{6})$ هي:

A) $(3\sqrt{3}, 3)$	B) $(3\sqrt{2}, 3)$	C) $(3, 3\sqrt{3})$	D) $(3\sqrt{3}, -3)$

7/ ما الصورة القطبية للمعادلة التي صورتها الديكارتية $x^2 + y^2 = 4$ ؟

A) $r = \pm 4$	B) $r = \pm 3$	C) $r = \pm 2$	D) $r = \pm 1$

8/ الصورة القطبية للمعادلة $x^2 + y^2 = 9$ ؟

A) $r = \pm 9$	B) $r = \pm 3$	C) $r = 3cos\theta$	D) $r = 3sin\theta$

9/ ما الصورة القطبية للمعادلة التي صورتها الديكارتية $y = 1$ ؟

A) $r = sin\theta$	B) $r = cos\theta$	C) $r = csc\theta$	D) $r = sec\theta$

10/ المعادلة $y = -3$ على الصورة القطبية هي:

A) $r = -3 \tan\theta$	B) $r = -3 \csc\theta$	C) $r = -3 \sec\theta$	D) $r = -3 \cos\theta$

11/ ما الصورة القطبية للمعادلة التي صورتها الديكارتية $x = 2$ ؟

A) $r = 2csc\theta$	B) $r = 2sec\theta$	C) $r = 2tan\theta$	D) $r = 2cot\theta$

12/ ما الصورة القطبية للمعادلة $y = x^2$ هي:

A) $r = cos\theta$	B) $r = sin\theta$	C) $r = sin\theta cos\theta$	D) $r = tan\theta sec\theta$

13/ إذا كانت المعادلة $r = 17cos\theta$ تُستعمل لنمذجة أمواج زلزالية، فإن المعادلة التي تُمثل الزلـــزال على الصورة الديكارتية هي:

A) $(x - 8.5)^2 + y^2 = 72.25$	B) $(x - 4.25)^2 + y^2 = 72.25$	C) $(x - 17)^2 + y^2 = 289$	D) $x^2 + y^2 = 8.5$

14/ معادلة الدائرة $r = 2bsin\theta$ بالصورة الديكارتية هي:

A) $x^2 + (y - b)^2 = 2b^2$	B) $x^2 + (y + b)^2 = 4$	C) $(x - b)^2 + y^2 = b^2$	D) $x^2 + (y - b)^2 = b^2$

15/ ما الصورة القطبية للمعادلة $x^2 + (y - 2)^2 = 4$ هي:

A) $r = sin\theta$	B) $r = 4 \sin\theta$	C) $r = 2 \sin\theta$	D) $r = 8 \sin\theta$

16/ ما الصورة الديكارتية للمعادلة القطبية $r = 3sin\theta$ ؟

A) $y = 3x$	B) $x + y = 3x$	C) $x^2 + y^2 = 3x$	D) $x^2 + y^2 = 3y$

17/ ما الصورة الديكارتية للمعادلة القطبية $\theta = \frac{\pi}{6}$ ؟

A) $x + y = 3$	B) $y = \sqrt{3}x$	C) $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$	D) $x^2 + y^2 = 3sin\theta$

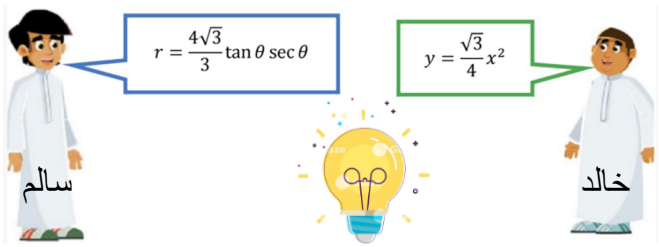
18/ ما الصورة الديكارتية للمعادلة القطبية $\theta = \frac{\pi}{4}$ ؟

A) $y = 2x$	B) $y = x$	C) $y = 3x$	D) $x = 2y$

19/ ما الصورة الديكارتية للمعادلة التي صورتها القطبية $r = 5$ ؟

A) $x^2 + y^2 = 25$	B) $x^2 + y^2 = 5$	C) $x + y = 5$	D) $y = 5x$

20/ صمم أحد مهندسي العمارة منزلاً فيه نافذة على شكل مثلث متطابق الأضلاع وطول ضلعه x،أوجد كل من سالم وخالد مساحة النافذة فكانت إجابتهما:

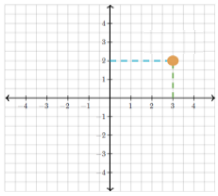


A) خالد	B) سالم	C) كلاهما إجابته صحيحة	D) كلاهما إجابتهما خاطئة

الأشخاص العظماء هم أشخاص عاديون طوروا من قدراتهم ومجهوداتهم.

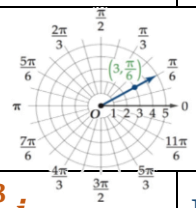
الأعداد المركبة ونظرية ديموافر

1/ العدد الممثل في المستوى المركب يساوي:



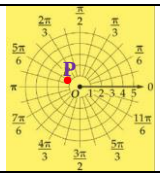
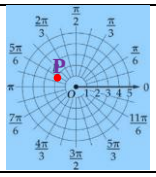
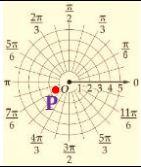
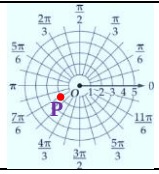
A) $z = 2 + 3i$	B) $z = 2i + 3$	C) $z = 3 + 2i$	D) $z = 3i + 2$

2/ العدد المركب الممثل بالمستوى القطبي المجاور هو:



A) $\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$	B) $\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$	C) $\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i$	D) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$

3/ تمثيل العدد المركب $(-\sqrt{3}, -1)$ في المستوى القطبي المجاور هو:

A) 	B) 	C) 	D) 

4/ التعويض عن قيمتي x, y للتحويل من الصورة الديكارتية إلى الصورة القطبية؟

A) $x = rcsc\theta, y = rsec\theta$	B) $x = rsin\theta, y = rcos\theta$	C) $x = rcos\theta, y = rsin\theta$	D) $x = rcot\theta, y = rtan\theta$

5/ ما القيمة المطلقة للعدد المركب $-4 + 3i$؟

A) 5	B) 4	C) 3	D) 2

6/ إذا كان $z = 4i$ فإن: $|z| = - - - -$

A) 2	B) 4	C) $4i$	D) $-4i$

7/ إذا كان $z = -7 + 5i$ فإن: $|z| \approx - - - -$

A) 8.6	B) 7.3	C) 6.6	D) 4.8

8/ مقياس العدد المركب $-3 + 4i$ هي:

A) 5	B) $\sqrt{2}$	C) $\sqrt{3}$	D) $\sqrt{5}$

9/ سعة العدد المركب $-1 - i$ هي:

A) $\frac{\pi}{6}$	B) $\frac{\pi}{3}$	C) $\frac{\pi}{4}$	D) $\frac{5\pi}{4}$

10/ سعة العدد المركب $-3 + 3\sqrt{3}i$ هي:

A) $\frac{\pi}{3}$	B) $-\frac{\pi}{3}$	C) $\frac{2\pi}{3}$	D) $\frac{-2\pi}{3}$

11/ ما الصورة القطبية للعدد المركب $3 + 3i$؟

A) $2\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{5} + i\sin\frac{\pi}{5})$	B) $3\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$	C) $3\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})$	D) $3(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6})$

12/ ما الصورة القطبية للعدد المركب $-4 - 4i$؟

A) $\sqrt{32}(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4})$	B) $\sqrt{32}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$	C) $\sqrt{32}(\cos\frac{5\pi}{4} - i\sin\frac{5\pi}{4})$	D) $\sqrt{32}(\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4})$

13/ الصورة القطبية للعدد المركب $z = 1 + i$ هي:

D) $2\left(\sin\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4}\right)$	C) $2\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$	B) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$	A) $\sqrt{2}\left(\sin\frac{\pi}{4} + i\cos\frac{\pi}{4}\right)$

14/ الصورة القطبية للعدد المركب $z = 3\sqrt{3} + 3i$ هي:

D) $6\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$	C) $6\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$	B) $6\left(\cos\frac{\pi}{6} - i\sin\frac{\pi}{6}\right)$	A) $3\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$

15/ ما الصورة الديكارتية للعدد المركب $2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$؟

D) $1 + \sqrt{3}i$	C) $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$	B) $1 - \sqrt{3}i$	A) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

16/ ما الصورة الديكارتية للعدد المركب $2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$؟

D) $1 + \sqrt{3}i$	C) $\sqrt{3} + i$	B) $3 - i$	A) $1 - \sqrt{3}i$

17/ إذا كان $z_1 = 5\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right), z_2 = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ فإن $z_1z_2 = ---$:

D) $\frac{5}{2}\left(\sin\frac{\pi}{3} - i\sin\frac{\pi}{3}\right)$	C) $\frac{5}{2}\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$	B) $10\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$	A) $10\left(\sin\frac{\pi}{3} + i\cos\frac{\pi}{3}\right)$

18/ إذا كان $z_1 = 6\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right), z_2 = 3\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ فإن $z_1z_2 = ---$:

D) -18	C) $-18i$	B) 18	A) $18i$

19/ إذا كان $z_1 = \frac{1}{3}\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right), z_2 = 12\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ فإن $z_1z_2 = ---$:

D) $4i$	C) $-4i$	B) 4	A) -4

20/ ما ناتج $5\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right).3\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ بالصورة الديكارتية ؟

D) $15i$	C) $-15i$	B) 15	A) -15

21/ ما ناتج $12\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right) \div 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$؟

D) 6	C) $6i$	B) $3 + 3\sqrt{3}i$	A) $3\sqrt{3} + 3i$

22/ إذا كان $z_1 = 6\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right), z_2 = 2\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ فإن $\frac{z_1}{z_2} = ---$

D) $3\left(\cos\pi + i\sin\pi\right)$	C) $12\left(\cos\pi + i\sin\pi\right)$	B) $3\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$	A) $12\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$

23/ ما ناتج $\frac{6\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)}{3\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)} = ---$

D) $1 + 2i$	C) $4 - 3i$	B) $3\text{-}4i$	A) $3 + 4i$

24/ ما ناتج $\left[-2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)\right]^6$ ؟

D) $-64i$	C) -64	B) $64i$	A) 64

25/ إذا كان: $z = 4\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$ فإن: $z^4 = ---$

D) 256	C) 84	B) 32	A) 16

26/ تبسّيط $(\sqrt{3} + i)^4$ على الصورة الديكارتية:

D) $16 + 16\sqrt{3}i$	C) $-8 + 8\sqrt{3}i$	B) $8 - 8\sqrt{3}i$	A) $8 + 8\sqrt{3}i$

كل عمل هو صورة ذاتية للشخص الذي أنجزه فذيل عملك بتوقيع النميز . .

27/ إذا كان 1هو أحد الجذور التكعيبية للعدد 1، اختر الجذرين الآخرين مما يلي:

D) $\pm\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$	C) $\pm\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$	B) $-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i$	A) $\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i$

28/ أي مما يلي هما جذران رباعيان للعدد -4 ؟

D) $\pm 4i$	C) ± 4	B) $\pm 2i$	A) ± 2

29/ قياس الزاوية المحصورة بين كل جذرين من الجذور التكعيبية للعدد 1 تساوي ــــ

D) $\frac{3\pi}{4}=135°$	C) $\frac{2\pi}{3}=120°$	B) $\frac{\pi}{2}=90°$	A) $\frac{\pi}{3}=60°$

30/ عند إيجاد الجذور التكعيبية للعدد المركب $8(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2})$، يكون مقياس الجذر الثاني =ــــ

D) 4	C) 3	B) 2	A) 1

31/ عند إيجاد الجذور التكعيبية للعدد المركب $8(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2})$، يكون مقياس الجذر الثاني =ــــ

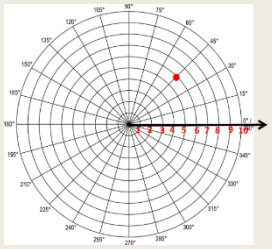
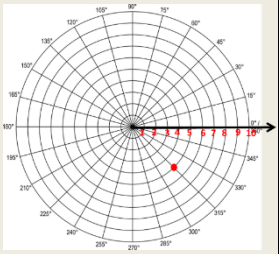
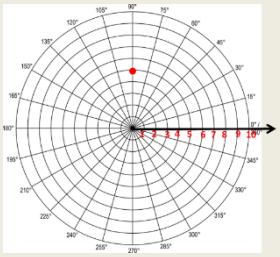
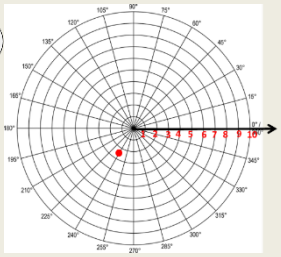
D) 16	C) 8	B) 4	A) 2

32/ عند إيجاد الجذور الخماسية للعدد المركب $3(\cos\pi+i\sin\pi)$، تكون سعة الجذر الأول =ــــ

D) 5π	C) π	B) $\frac{\pi}{3}$	A) $\frac{\pi}{5}$

الإحداثيات القطبية

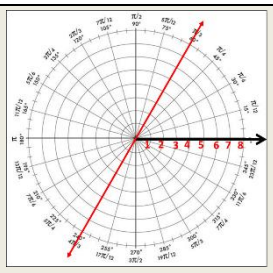
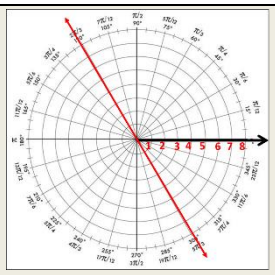
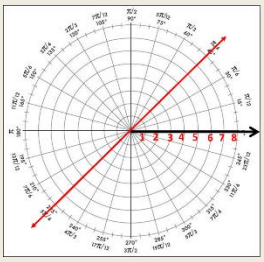
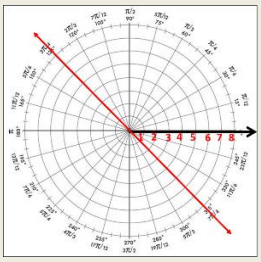
1 / التمثيل الصحيح للنقطة (2.5,240°) هو:

A	B	C	D
			

2 / الزوج المختلف الذي لايمثل الاحداثي القطبي لـ (4,135°) في الفترة 360≤ θ ≤360 - هي:

A	B	C	D
(4,540°)	(-4,45°)	(4,-225°)	(-4,315°)

3/ التمثيل الصحيح للمعادلة القطبية $\theta = \frac{\pi}{3}$ هو:

A	B	C	D
			

4/ المسافة بين موقعي القاربين المعلومة إحداثيات موقعيهما (3 , 65°) , (8, 150°) هي:

A	B	C	D
8.30 mi	5.43 mi	2.11 mi	17.66 mi

5 / المعادلة للتمثيل القطبي المجاور هي:

A	B	C	D
θ =25	θ =15	θ =60	θ =30

6/ المعادلة القطبية التي تمثل بيانياً بدائرة مركزها نقطة الأصل القطب ونصف قطرها 4 هي:

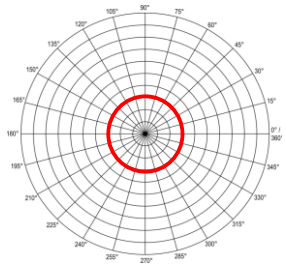
A	B	C	D
r = 6	r = 4	θ = 30°	θ = 120°

الأعداد المركبة ونظرية ديموافر

1 / تعيين النقطة (a,b) في المستوى:			
A القطبي	B المركب	C ثنائي الابعاد	D ثلاثي الابعاد
2 / يعبر عن العدد $Z = 4\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ بالصورة الديكارتية بالشكل:			
A $2 + \frac{\sqrt{3}}{2}i$	B $3 + \sqrt{2i}$	C $\sqrt{3} + 2i$	D $\frac{5}{2}i$
3/ القيمة المطلقة للعدد المركب $-3 + 4i$ هي:			
A 1	B 5	C 2	D 3
4/ قيمة $\left(4 + 4\sqrt{3}i\right)^6$ هو:			
A 150132	B 35214	C 262144	D 20015
5 / ناتج $\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right).5\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ 3بالصورة الديكارتية:			
A $22.5 + 19i$	B $-3.88 + 14.49j$	C $12i$	D $13.4 + 25.5i$
6/ يعبر عن العدد المركب $4 + 4i$ بالصورة القطبية كمايلي :			
A $5\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{6} + I\sin\frac{\pi}{6}\right)$	B $\sqrt{7}\left(\cos\frac{\pi}{7} + I\sin\frac{\pi}{7}\right)$	C $\left(\cos\frac{\pi}{2} + I\sin\frac{\pi}{2}\right)$	D $4\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + I\sin\frac{\pi}{4}\right)$

1) النقطة في المستوى القطبي التي لها نفس التمثيل البياني للنقطه (3,60°)			
A (3,300°)	B (4,420°)	C (-3,240°)	D (3,-120°)
2) أي المعادلات التاليه هو معادلة خط مستقيم زاوية ميله 30 °			
A $\theta = 30°$	B $\theta = 120°$	C r=3	D r=30
3) الاحداثي الديكارتي للنقطة $(4,60^o)$			
A $(2,2\sqrt{3})$	B $(4,\sqrt{3})$	C (2,2)	D $(4,2\sqrt{3})$
4)النقطه $(\sqrt{3},-1)$ تحول الى إحداثي قطبي			
A $(0,60^0)$	B $(\sqrt{3},330^0)$	C $(0,30^0)$	D $(2,330^0)$
5) X=2 تحول الى معادلة قطبية			
A $r = 2\cot\theta$	B $r = 2\tan\theta$	C $r = 2\sec\theta$	D $r = 2\csc\theta$
6) سعة العدد المركب $Z = 7\left(\cos\frac{\pi}{3} + 2\sin\frac{\pi}{3}\right)$			
A 3	B 7	C -7	D $\frac{\pi}{3}$
7المسافه بين النقطتين $P_1 = (r,0^0)$ $P_2 = (4,90^0)$ 5 وحدات فما قيمة r ؟			
A 2	B 4	C 3	D 1

8) الشكل المجاور يمثل المعادله القطبية



A r=3	B r=2	C r=4	D r=6

9) القيمه المطلقه للعدد المركب $3 + 4i$ تساوي

A 5	B 4	C 3	D 2

10) الصورة الديكارتيه للعدد المركب
$2(cos\ 45^0 + 2\ sin\ 45°)$ هي

A $\sqrt{2} + \sqrt{2i}$	B $2\sqrt{2}i$	C $2 + 2i$	D $2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$

11)عدد مركب سعته $30°$ ومقياسه3 الصورة القطبية لهذا العدد

A $3(cos\ 30^0 + i\ sin\ 30^o)$	B $3(sin\ 30^0 + i\ cos\ 30^0)$	C $sin\ 30° + i\ cos\ 30^0$	D $cos\ 90^0 + i\ sin\ 90^0$

12) إذا كانت $P(3,3\sqrt{3})$ فأن الاحداثيات القطبيه لها

A $(6,45^0)$	B $(6,30^0)$	C $(6,60^0)$	D $(3,90^0)$

13) عند إيجاد الجذور الرباعيه للعدد واحد فأن مقياس الجذر الثالث يساوي

A 4	B 2	C 3	D 1

14)إذا كان $P\left(5,\frac{\pi}{3}\right)$
فأن الاحداثي الديكارتي للنقطه هو

A $\left(\frac{5\sqrt{3}}{2},\frac{5}{2}\right)$	B $\left(\frac{10}{\sqrt{3}},10\right)$	C $\left(10,\frac{10}{\sqrt{3}}\right)$	D $\left(\frac{5}{2},\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)$

15) سعة العدد المركب

$$z = 2\left(cos\frac{\pi}{6} + i\, sin\frac{\pi}{6}\right)$$

A 60^0	B 45^0	C 30^0	D 90^o