



321

مشاهدة الدرس

## 7-4 التمثيل البياني للدوال النسبية

ورقة عمل الحادي عشر العام

1- التمثيل البياني للدوال النسبية ذات الخطوط المقاربة الأفقية والرأسية.

2- التمثيل البياني للدوال النسبية ذات الخط المقارب المائل ونقطة الانفصال.

في هذا الدرس سوف نتعلم:

### خطوط التقارب الأفقية والرأسية

إذا كانت  $f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}$ ، وكان  $a(x)$  و  $b(x)$  دالتين كثيرتي الحدود ليس بينهما أي عوامل مشتركة سوى 1، وكان  $b(x) \neq 0$ ، فإن:

•  $f(x)$  لها خط تقارب رأسي عندما تكون  $b(x) = 0$ .

•  $f(x)$  لها خط تقارب أفقي واحد على الأكثر.

• إذا كانت درجة  $a(x)$  أكبر من درجة  $b(x)$ ، فلا يوجد خط تقارب أفقي.  $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$

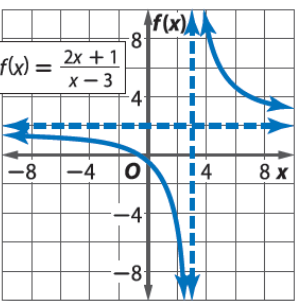
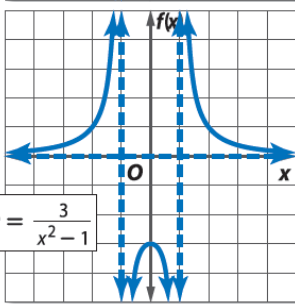
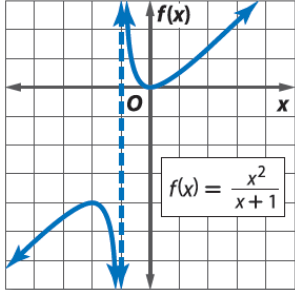
• إذا كانت درجة  $a(x)$  أقل من درجة  $b(x)$ ، فسيكون خط التقارب الأفقي هو الخط

$$f(x) = \frac{3}{x^2-1} \cdot y = 0$$

• إذا كانت درجة  $a(x)$  تساوي درجة  $b(x)$ ، فسيكون خط التقارب الأفقي هو الخط

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-3} \cdot y = \frac{a(x)}{b(x)}$$

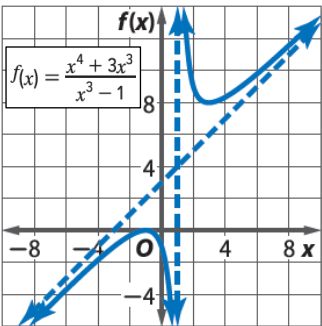
المعامل الرئيسي لـ  $a(x)$   
المعامل الرئيسي لـ  $b(x)$



### خط التقارب المائل

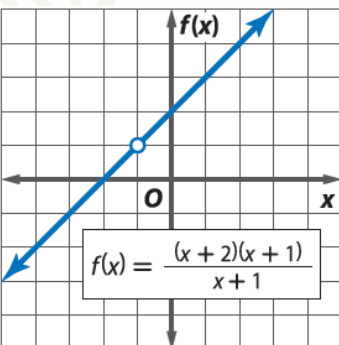
إذا كانت  $f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}$ ، وكان  $a(x)$  و  $b(x)$  دالتين كثيرتي الحدود ليس بينهما أي عوامل مشتركة سوى 1، وكان  $b(x) \neq 0$ ، فإن  $f(x)$  لها خط تقارب مائل إذا كانت درجة  $a(x)$  مطروحًا منها درجة  $b(x)$  تساوي 1.

وتكون معادلة خط التقارب هي  $f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}$  بدون باقي.



### نقطة الانفصال

إذا كانت  $f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}$ ، وكان  $b(x) \neq 0$ ، وكان  $x - c$  عوامل لكل من  $a(x)$  و  $b(x)$ ، فسيوجد نقطة انفصال عند  $x = c$ .





Graph each function.

ممثل كل دالة بيانيًا.

$$f(x) = \frac{x^4 - 2}{x^2 - 1}$$

\* خطوط التقارب الرأسية:  $\Leftarrow$  توجد أصفار المقام

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm\sqrt{1} = \pm 1$$

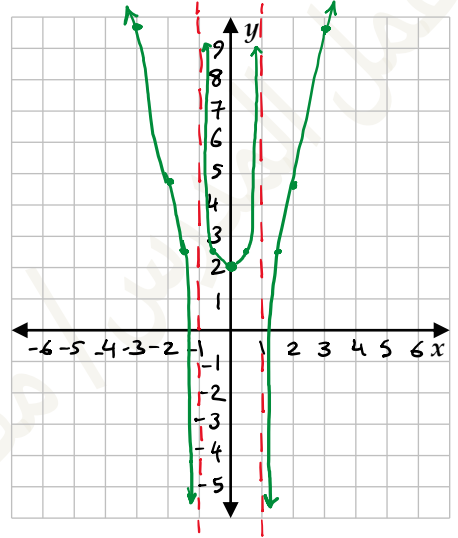
هناك خطي تقارب رأسيين هما  $x=1$ ،  $x=-1$

\* خطوط التقارب الأفقية:  $\Leftarrow$  لأن درجة البسط أكبر من درجة المقام  $\Leftarrow$  لا يوجد

تقارب أفقي.

\* تكون جدول:

x	-3	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	3
y	9.9	4.7	2.45	//	2.5	2	2.6	//	2.45	4.7	9.9



$$f(x) = \frac{x - 3}{x + 1}$$

\* خطوط التقارب الرأسية:  $\Leftarrow$  توجد أصفار المقام

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

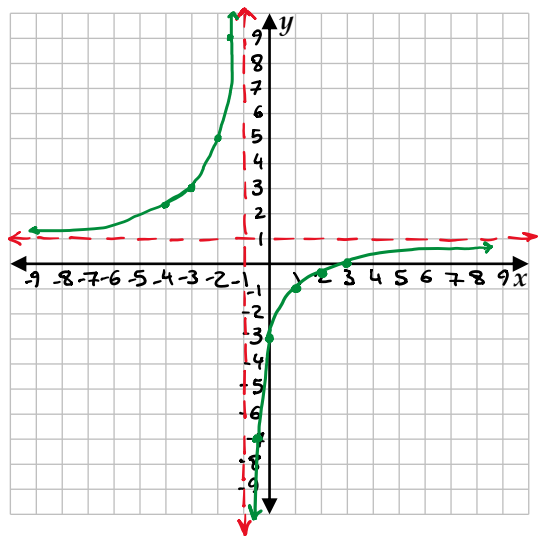
هناك خط تقارب رأسي عند  $x = -1$

\* خطوط التقارب الأفقية:  $\Leftarrow$  لأن درجة البسط = درجة المقام

$$\Rightarrow \text{خط التقارب الأفقي } y = \frac{\text{معامل البسط}}{\text{معامل المقام}} = \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow y = 1$$

\* تكون جدول:

x	-4	-3	-2	-1.5	-1	-0.5	0	1	2	3
y	2.3	3	5	9	//	-7	-3	-1	-0.3	0





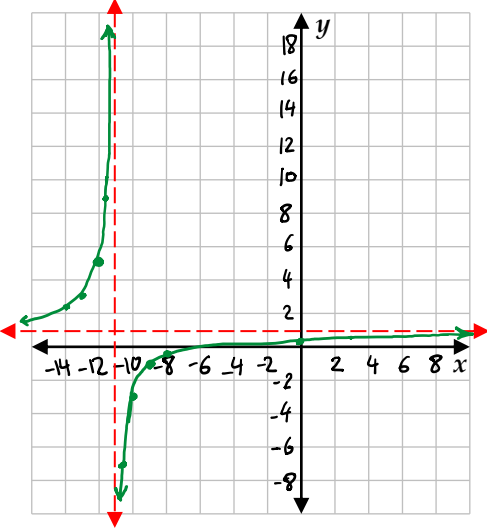
**التبرير** يتخذ فهد موقع المهاجم بفريق كرة القدم لمدرسته. وفي هذا الموسم، حقق حتى الآن 7 من 11 هدفًا. ويود تحسين نسبة الأهداف الخاصة به. فإذا كان بإمكانه تحقيق  $x$  هدفًا متتابعًا، فيمكن تحديد نسبه أهدافه باستخدام الدالة  $P(x) = \frac{7+x}{11+x}$ .

a. مثل الدالة بيانيًا.

b. أي جزء من التمثيل البياني يعتبر ذي معنى في سياق المسألة؟

c. اذكر معنى تقاطع المحور الرأسي.

d. ما معادلة خط التقارب الأفقي؟ اشرح معناها فيما يتعلق بنسبة أهداف فهد.



a) خط التقارب الرأسي  $\leftarrow x = -11 \Rightarrow 11+x = 0$

خط التقارب الأفقي  $\leftarrow y = \frac{1}{1} = 1$  درجة ابطاء = درجة المقام

x	-14	-13	-12	-11.5	-11	-10.5	-10	-9	-8	0	2	3
y	2.3	3	5	9	11	7	3	1	0.3	0.6	0.6	0.7

b) الجزء الموجود في الربع الأول

c)  $\frac{7}{11}$  هو نسبة أهدافه الأصلية وصل  $63.6\%$

d)  $y = 1$  ويصل هذا نسبة  $100\%$  ومن المستحيل ان يصل إليها نظرًا لتفويته 4 أهداف بالفعل.

**REASONING** Fahd takes the penalty kicks for his school soccer team. So far this season, he has made 7 out of 11 penalty kicks. He would like to improve his penalty kick percentage. If he can make  $x$  consecutive penalty kicks, his penalty kick percentage can be

determined using the function  $P(x) = \frac{7+x}{11+x}$ .

a. Graph the function. See Chapter 7 Answer Appendix.

b. What part of the graph is meaningful in the context of this problem? the part in the first quadrant

c. Describe the meaning of the intercept of the vertical axis. It represents his original penalty kick percentage of 63.6%.

d. What is the equation of the horizontal asymptote? Explain its meaning with respect to Fahd's penalty kick percentage.  $y = 1$ ; this represents 100% which he cannot achieve because he has already missed 4 penalty kicks.



Graph each function.

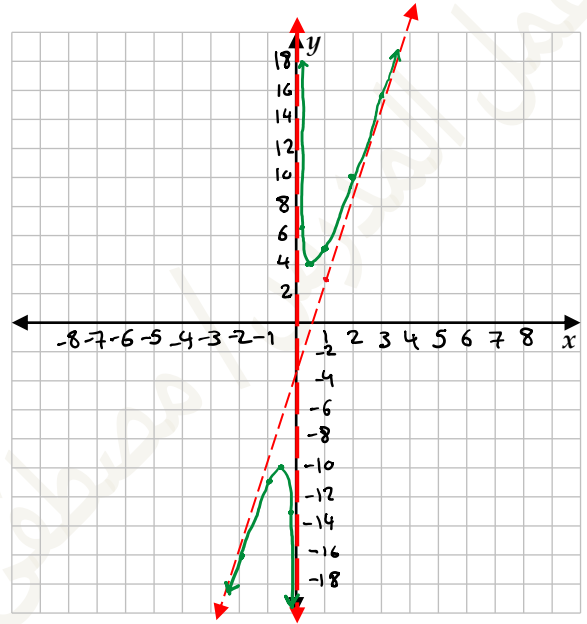
مثّل كل دالة بيانيًا.

$$f(x) = \frac{6x^2 - 3x + 2}{x}$$

خطوط التقارب الرأسية  $\leftarrow$  أصفار المقام  $\leftarrow x=0$   
خطوط التقارب الأفقية  $\leftarrow$  لا توجد لأنه درجة البسط < درجة المقام  
ولكن لأنه درجة البسط أكبر منه درجة المقام  $\rightarrow$  فإن هناك خطًا تقاربيًا مائلًا.  
وتكون معادلته  $y = 6x - 3$  حاصل قسمة البسط على المقام بمنزلة الباقي  $y =$

$$\begin{array}{r} 6x - 3 \\ x \overline{) 6x^2 - 3x + 2} \\ \underline{6x^2} \phantom{+ 2} \\ -3x + 2 \\ \underline{-3x} \\ 2 \end{array} \Rightarrow \text{خط التقارب المائل } y = 6x - 3$$

x	-3	-2	-1	-0.5	0	0.5	1	2	3	4	0.25	-0.25
y	22.5	-16	-11	-10	///	4	5	10	15.7	21.5	6.5	-12.5



$$f(x) = \frac{x^2 - 4x - 5}{x + 1}$$

في البداية يجب أن نبسط  
 $f(x) = \frac{(x+1)(x-5)}{x+1} \rightarrow f(x) = x - 5$   
أصبحت الدالة دالة خطية بعد التبسيط  
مع مراعاة أن الدالة الأصلية غير معرفة عند  $x = -1$   
أي أن الدالة الخطية الناتجة ستكون خطية مع فجوة عند  $x = -1$

