هيكلة 11 عام ف2 - 2021-2022

1	Find the sum, difference, product, and quotient of functions. إيجاد ناتج المجموع والفرق وضرب وقسمة الدوال.

جد قيمة $(f+g)(x)$ ①، $(f-g)(x)$ ②، و $(f\times g)(x)$ ③، و $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ ④ لكل من $f(x)$ و $g(x)$. وضِّح وجود أي قيود على المجال أو المدى.

Find (f + g)(x), (f - g)(x), (f · g)(x), and (f/g)(x) for each f(x) and g(x). Indicate any restrictions in domain or range.

$f(x) = x + 2$ $\quad$ $g(x) = 3x - 1$

① $(f+g)(x) = f(x) + g(x) = (x+2) + (3x-1) = 4x+1$

② $(f-g)(x) = f(x) - g(x) = (x+2) - (3x-1) =$

$= x + 2 - 3x + 1 = -2x + 3$

③ $(f\times g)(x) = f(x)\times g(x) = (x+2)(3x-1) = 3x^2 - x + 6x - 2$

$= 3x^2 + 5x - 2$

④ $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x+2}{3x-1}$ ، بشرط $x \neq \frac{1}{3}$

$3x - 1 \neq 0$

$3x \neq 1$

$x \neq \frac{1}{3}$

اضغط لمشاهدة الشرح

https://www.youtube.com/playlist?list=PLbW6dI9ExcD2jhopCti9R1yeMlPuZoD-_

2	Find the composition of functions. إيجاد تركيب الدوال.

جد قيمة $[f \circ g](x)$ و $[g \circ f](x)$، إذا كانت موجودة. حدد المجال والمدى لكل دالة مركبة.

Find [f ∘ g](x) and [g ∘ f](x), if they exist. State the domain and range for each composed function.

$f(x) = -3x$

$g(x) = 5x - 6$

$(f \circ g)(x) = -3(g(x)) = -3(5x-6) = -15x + 18$ ← D = R, R = R

$(g \circ f)(x) = 5(f(x)) - 6 = 5(-3x) - 6 = -15x - 6$ ← D = R, R = R

If $f(x) = 5x$, $g(x) = -2x + 1$, and $h(x) = x^2 + 6x + 8$, find each value.

41. $f[g(-2)]$ **42.** $g[h(3)]$ **43.** $h[f(-5)]$

44. $h[g(2)]$ **45.** $f[h(-3)]$ **46.** $h[f(9)]$

47. $f[g(3a)]$ **48.** $f[h(a+4)]$ **49.** $g[f(a^2 - a)]$

48

$h(a+4) = (a+4)^2 + 6(a+4) + 8$

$= a^2 + 8a + 16 + 6a + 24 + 8$

$= a^2 + 14a + 48$

$f(a^2 + 14a + 48)$

$= 5(a^2 + 14a + 48)$

$= 5a^2 + 70a + 240$

4) **اختيار من متعدد:** إذا كان: $f(x) = 3x - 2$ و $g(x) = x^2 + 1$،
فأوجد $f[g(-3)]$

A) 22 B) 10 C) 28 D) 122

$f(g(-3))$

$f(10)$

$= 3(10) - 2$

$= 28$

$f(g(x))$

$3(x^2+1) - 2$

$3x^2 + 3 - 2$

$f(g(x)) = 3x^2 + 1$

$3(-3)^2 + 1$

3	Find the inverse of a function or relation. إيجاد معكوس الدالة أو العلاقة.

Find the inverse of each relation. **جد معكوس كل علاقة مما يلي.** نبدل x و y

$\{(-9, 10), (1, -3), (8, -5)\} \Rightarrow \{(10, -9), (-3, 1), (-5, 8)\}$

$\{(-2, 9), (4, -1), (-7, 9), (7, 0)\} \Rightarrow \{(9, -2), (-1, 4), (9, -7), (6, 7)\}$

حدد ما إذا كان كل زوج من الدوال يعبر عن دالتين متعاكستين. اكتب نعم أو لا.

Determine whether each pair of functions are inverse functions. Write yes or no.

$f(x) = x - 7$ $\quad$ $g(x) = x + 7$

طريقة ①

نحسب معكوس f

$x = y - 7$

$x + 7 = y$

$x + 7 = f^{-1}(x)$

نحسب معكوس g

$x = y + 7$

$x - 7 = y$

$x - 7 = g^{-1}(x)$

$\Leftarrow$ كل من الدالتين معكوس للأخرى

طريقة ②

$(f \circ g)(x) = (x+7) - 7 = x$

$(g \circ f)(x) = (x-7) + 7 = x$

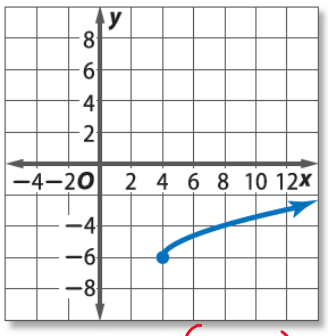
لأن كلا التركيبين $= x$

فإن كل دالة معكوس للأخرى

4	Graph and analyze square root functions. تمثيل دوال الجذر التربيعي بيانيًا وتحليلها.

اكتب دالة الجذر التربيعي التي يعبّر عنها كل تمثيل بياني.

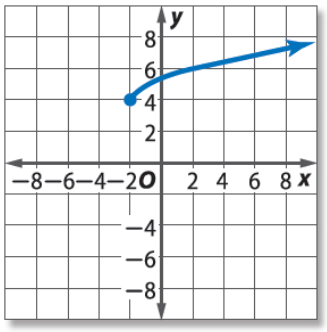
41.



الرأس (4, -6)

$y = \sqrt{x-4} - 6$

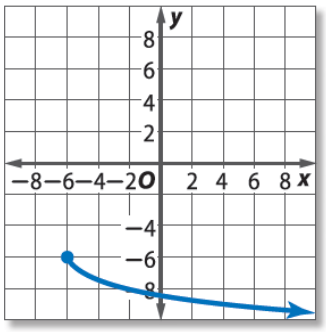
42.



الرأس (-2, 4)

$y = \sqrt{x+2} + 4$

43.



الرأس (-6, -6)

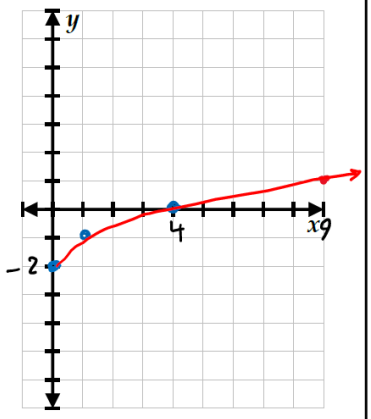
$y = -\sqrt{x+6} - 6$

Graph each function. State the domain and range.

مثّل كل دالة بيانيًا. واذكر المجال والمدى.

$f(x) = \sqrt{x} - 2$

x	$f(x)$
0	-2
1	-1
4	0
9	1
16	2
25	3

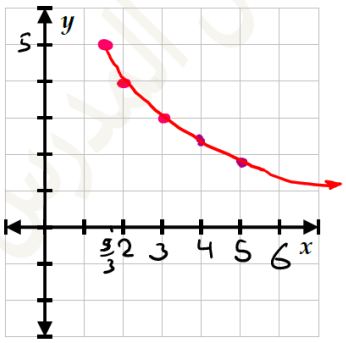


المجال = $\{x : x \geq 0 , x \in R\}$, $[0, \infty)$

المدى = $\{y : y \geq -2 , y \in R\}$, $[-2, \infty)$

$f(x) = -\sqrt{3x-5} + 5$

x	$f(x)$
$\frac{5}{3}$	5
2	4
3	3
4	2.35
5	1.8
6	1.4
$\frac{11}{3}$	2



المجال = $\{x : x \geq \frac{5}{3} , x \in R\}$, $[\frac{5}{3}, \infty)$

المدى = $\{y : y \leq 5 , y \in R\}$, $[5, -\infty)$

5	Simplify radical expressions. تحويل التعابير الجذرية لأبسط صورة.

عندما تجد جذرًا زوجيًا لأس زوجي وتكون النتيجة أسًا فرديًا، فيجب حينها استخدام القيمة المطلقة للنتيجة لضمان عدم وجود إجابة سالبة.

Simplify. **بسط.**

$\pm\sqrt{100y^8}$ $\pm 10\,y^4$

$\sqrt{(y-6)^8}$ $(y-6)^4$

$\sqrt{-16y^4}$ $4\,y^2\,i$

$\sqrt[3]{-(y-9)^9}$ $-(y-9)^3$

$-\sqrt{49u^8v^{12}}$ $-7\,u^4\,v^6$

$\sqrt[4]{16g^{16}h^{24}}$ $2\,g^4\,h^6$

$\sqrt[6]{64(2y+1)^{18}}$ $2\,|(2y+1)^3|$

$\sqrt[5]{32a^{15}b^{10}}$ $2\,a^3\,b^2$

3) **اختيار من متعدد:** بسِّط العبارة $\sqrt[3]{-27\,w^9\,y^6}$:

A) $3w^3y^2$ B) $-3w^3y^2$ C) $3w^6y^3$ D) $-3w^6y^3$

$= -3\,w^3\,y^2$

7) بسّط العبارة: $\sqrt{4x^2y^2z^4}$

A) $2xyz^2$ B) $2|xy|z^2$ C) $\pm 2xyz^2$ D) $2x^2y^2z^4$

$= 2\,|x^1\,y^1|\,z^2$

6	Add, subtract, multiply, and divide radical expressions. جمع التعابير الجذرية وطرحها وضربها وقسمتها.

PRECISION Simplify. **الدقة** بسط.

$4\sqrt{5a^5} \cdot \sqrt{125a^3}$

$= 4\,a^2\sqrt{5a} \cdot 5a\sqrt{5a}$

$= 20\,a^3(5a)$

$= 100\,a^4$

$3\sqrt[3]{36xy} \cdot 2\sqrt[3]{6x^2y^2}$

$= 6\sqrt[3]{6\cdot6\cdot6x^3y^3}$

$= 6 \cdot 6xy$

$= 36xy$

$\sqrt[4]{3x^3y^2} \cdot \sqrt[4]{27xy^2}$

$= \sqrt[4]{3\cdot3\cdot3\cdot3\,x^4y^4}$

$= 3x|y|$

$5\sqrt{32} + \sqrt{27} + 2\sqrt{75}$

$= 5\sqrt{16(2)} + \sqrt{9(3)} + 2\sqrt{25(3)}$

$= 5(4)\sqrt{2} + 3\sqrt{3} + 2(5)\sqrt{3}$

$= 20\sqrt{2} + 3\sqrt{3} + 10\sqrt{3}$

$= 20\sqrt{2} + 13\sqrt{3}$

$(8\sqrt{3} - 2\sqrt{2})(8\sqrt{3} + 2\sqrt{2})$

$= (8\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{2})^2$

$= 64(3) - 4(2)$

$= 192 - 8$

$= 184$

$\frac{6-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+4} \times \frac{\sqrt{3}-4}{\sqrt{3}-4}$

$= \frac{(6-\sqrt{3})(\sqrt{3}-4)}{(\sqrt{3})^2-(4)^2}$

$= \frac{6\sqrt{3}-24-3+4\sqrt{3}}{3-16}$

$= \frac{10\sqrt{3}-27}{-13}$

$= \frac{27-10\sqrt{3}}{13}$

7	Write expressions with rational exponents in radical form and vice versa. كتابة تعابير تحتوي أسسًا نسبية بالصيغة الجذرية والعكس.

المعرفة المالية راجع بداية الدرس. لنفترض أن تكلفة نظام لعبة فيديو هي AED 390 في الوقت الراهن. كم سيزيد السعر خلال ستة أشهر بمعدل تضخم سنوي 3.5%؟

القاعدة الأصلية

$c = 390$، و $r = 0.035$، و $n = \frac{\text{6 شهرًا}}{\text{12 شهرًا}} = \frac{1}{2}$

استخدم الحاسبة.

$$C = c(1 + r)^n$$
$$= 390(1 + 0.035)^{\frac{1}{2}}$$
$$\approx 400.20 \quad 396.77$$

خلال ستة أشهر، سيصبح سعر نظام لعبة الفيديو AED 400.20 — AED 390.00 أو سيزيد AED 10.20 عن سعره الحالي.

الزيادة = 396.77 − 390 = 6.77

يُمكن استخدام القاعدة $C = c(1 + r)^n$ لإيجاد قيمة التكلفة المستقبلية لسلعة ما بسبب التضخم. C تمثل التكلفة المستقبلية، وc تمثل التكلفة الحالية، وr يمثل معدل التضخم، وn يمثل عدد أعوام التوقع.

على سبيل المثال، يُمكن استخدام $C = c(1 + r)^{\frac{1}{2}}$ لإيجاد قيمة تكلفة نظام لعبة فيديو في خلال ستة أشهر.

تمرين موجّه

3. لنفترض أن تكلفة لتر الحليب تبلغ AED 2.99 بالوقت الراهن. كم سيزيد السعر خلال 9 أشهر بمعدل تضخم سنوي 5.3%؟

اكتب كل تعبير في صورة جذرية، أو اكتب كل جذر في صورة أسيّة.

Write each expression in radical form, or write each radical in exponential form.

$10^{\frac{1}{4}}$ → $\sqrt[4]{10}$

$x^{\frac{3}{5}}$ → $\sqrt[5]{x^3}$

$\sqrt[3]{15}$ → $15^{\frac{1}{3}}$

$\sqrt[4]{7x^6y^9}$ → $(7x^6y^9)^{\frac{1}{4}} = 7^{\frac{1}{4}} x^{\frac{6}{4}} y^{\frac{9}{4}} = 7^{\frac{1}{4}} x^{\frac{3}{2}} y^{\frac{9}{4}}$

جد قيمة كل تعبير مما يلي.

Evaluate each expression.

$343^{\frac{1}{3}}$ → $(7^3)^{\frac{1}{3}} = 7^{3(\frac{1}{3})} = 7$

$32^{-\frac{1}{5}}$ → $(2^5)^{-\frac{1}{5}} = 2^{5(-\frac{1}{5})} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$

$125^{\frac{2}{3}}$ → $(5^3)^{\frac{2}{3}} = 5^{3(\frac{2}{3})} = 5^2 = 25$

$\frac{24}{4^{\frac{3}{2}}}$ → $\frac{24}{(2^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{24}{(2)^{2(\frac{3}{2})}} = \frac{24}{2^3} = \frac{24}{8} = 3$

8	Solve equations containing radicals. حل المعادلات التي تحتوي على جذور.

المفهوم الأساسي حل المعادلات الجذرية

الخطوة 1 اعزل الجذر في طرف واحد من المعادلة.

الخطوة 2 ارفع كل طرف من المعادلة إلى أس يساوي رُتبة الجذر للتخلص من الجذر.

الخطوة 3 حل المعادلة كثيرة الحدود الناتجة. وتحقق من نتائجك.

عند حل معادلات جذرية، قد تكون النتيجة عددًا لا يفي بالمعادلة الأصلية. ويُطلق على هذا العدد حل دخيل.

حُلّ كل من المعادلات التالية. تأكد من الحل باستخدام حاسبة التمثيل البياني.

Solve each equation. Confirm by using a graphing calculator.

$\sqrt{x-4}+6=10$

$\sqrt{x-4} = 10-6$

$\sqrt{x-4}^2 = 4^2$

$x-4 = 16$

$x = 16+4$

$x = 20$

التحقق

$\sqrt{20-4}+6=10$

$4+6=10$

$10=10$ ✓✓

الحل = $\{20\}$

$2+4z^{\frac{1}{2}}=0$

$4z^{\frac{1}{2}} = -2$

$z^{\frac{1}{2}} = \frac{-2}{4}$

$(z^{\frac{1}{2}})^2 = (-\frac{1}{2})^2$

$z = \frac{1}{4}$

التحقق

$2+4(\frac{1}{4})^{\frac{1}{2}}=0$

$2+4(\frac{1}{2})=0$

$2+2=0$ ××

$z=\frac{1}{4}$ حل دخيل ⇐ الحل = ϕ

$(4y)^{\frac{1}{3}}+3=5$

$(4y)^{\frac{1}{3}} = 5-3$

$((4y)^{\frac{1}{3}})^3 = (2)^3$

$4y = 8$

$y = \frac{8}{4} = 2$

التحقق

$(4(2))^{\frac{1}{3}}+3=5$

$2+3=5$ ✓✓

الحل = $\{2\}$ ⇐

$(\sqrt[3]{x-2})^3 = (3)^3$

$x-2 = 27$

$x = 27+2 = 29$

التحقق

$\sqrt[3]{29-2} = 3$

$3 = 3$ ✓✓ ⇒ الحل = $\{29\}$

$(\sqrt{2t-7})^2 = (\sqrt{t+2})^2$

$2t-7 = t+2$

$2t-t = 2+7$

$t = 9$

$\sqrt{2(9)-7} = \sqrt{9+2}$

$\sqrt{11} = \sqrt{11}$ ⇒ الحل = $\{9\}$

التحقق

1

9	Evaluate logarithmic expressions. إيجاد قيم التعابير اللوغاريتمية.

Write each equation in exponential form. **اكتب كل معادلة مما يلي بالصورة الأسيّة.**

$\log_8 512 = 3$	$\log_5 625 = 4$	$\log_3 \frac{1}{27} = -3$	$\log_9 1 = 0$
$512 = 8^3$	$625 = 5^4$	$\frac{1}{27} = 3^{-3}$	$1 = 9^0$

Write each equation in logarithmic form. **اكتب كل معادلة مما يلي بالصورة اللوغاريتمية.**

$11^3 = 1331$	$16^{\frac{3}{4}} = 8$	$6^{-3} = \frac{1}{216}$	$27^{\frac{2}{3}} = 9$
$3 = \log_{11} 1331$	$\frac{3}{4} = \log_{16} 8$	$-3 = \log_6 \frac{1}{216}$	$\frac{2}{3} = \log_{27} 9$

اكتب كل معادلة مما يلي بالصورة الأسيّة.

13. $\log_2 16 = 4$ 14. $\log_7 343 = 3$ **15.** $\log_9 \frac{1}{81} = -2$

16. $\log_3 \frac{1}{27} = -3$ **17.** $\log_{12} 144 = 2$ **18.** $\log_9 1 = 0$

(13) $16 = 2^4$ (14) $343 = 7^3$ (15) $\frac{1}{81} = 9^{-2}$

(17) $\frac{1}{27} = 3^{-3}$ (17) $144 = 12^2$ (18) $1 = 9^0$

alllaaam@yahoo.com

10	Evaluate logarithmic expressions. إيجاد قيم التعابير اللوغاريتمية.

Evaluate each expression. **جد قيمة كل تعبير.**

$\log_{13} 169 = x$

$169 = 13^x$

$13^2 = 13^x$

$\Rightarrow \quad x = 2$

$\log_2 \frac{1}{128} = x$

$\frac{1}{128} = 2^x$

$\frac{1}{2^7} = 2^x$

$2^{-7} = 2^x$

$\Rightarrow \quad x = -7$

$\log_6 1 = x$

$1 = 6^x$

$6^0 = 6^x$

$\Rightarrow \quad x = 0$

$\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{81} = x$

$\frac{1}{81} = (\frac{1}{3})^x$

$(\frac{1}{3})^4 = (\frac{1}{3})^x$

$\Rightarrow \quad x = 4$

جـد قيمة كل تعبير.

25. $\log_3 \frac{1}{9}$

26. $\log_4 \frac{1}{64}$

27. $\log_8 512$

28. $\log_6 216$

29. $\log_{27} 3$

30. $\log_{32} 2$

31. $\log_9 3$

32. $\log_{121} 11$

33 $\log_{\frac{1}{5}} 3125$

34. $\log_{\frac{1}{8}} 512$

35. $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{81}$

36. $\log_{\frac{1}{6}} \frac{1}{216}$

alllaaam@yahoo.com

11	Solve logarithmic equations. حل المعادلات اللوغاريتمية.

$\log_6 \frac{1}{36} = x$

$\frac{1}{36} = 6^x$ تحول للصورة الأسية

$\frac{1}{6^2} = 6^x$

$6^{-2} = 6^x$

$\Rightarrow -2 = x$

$\log_x 32 = \frac{5}{2}$

$32 = x^{\frac{5}{2}}$ تحول للصورة الأسية

$(32)^{\frac{2}{5}} = (x^{\frac{5}{2}})^{\frac{2}{5}}$

$(2^5)^{\frac{2}{5}} = x$

$2^2 = x$

$4 = x$

$\log_x 27 = \frac{3}{2}$

$27 = x^{\frac{3}{2}}$ تحول للصورة الأسية

$(27)^{\frac{2}{3}} = (x^{\frac{3}{2}})^{\frac{2}{3}}$

$(3^3)^{\frac{2}{3}} = x$

$3^2 = x$

$9 = x$

$\log_3(3x+8) = \log_3(x^2+x)$

$3x + 8 = x^2 + x$

$x^2 + x - 3x - 8 = 0$

$x^2 - 2x - 8 = 0$

$(x+2)(x-4) = 0$

$x = -2$ ✓✓ , $x = 4$ ✓✓

الحل $\{-2, 4\}$

$\log_6(x^2 - 6x) = \log_6(-8)$

مجال اللوغاريتم لابد أن يكون عدد موجب

بالتعويض ينتج كمية غير معرفة.

لا يوجد

الحل $= \phi$

$\log_9(x^2 - 4x) = \log_9(3x - 10)$

$x^2 - 4x = 3x - 10$

$x^2 - 3x - 4x + 10 = 0$

$x^2 - 7x + 10 = 0$

$(x-2)(x-5) = 0$

$x = 2$, $x = 5$ ✓✓

$x = 2$ ✗✗ حل دخيل

بالتعويض

$\log_9(-4) = \log_9(-4)$

الحل الوحيد $\{5\}$

1

12	Simplify and evaluate expressions using the properties of logarithms. تبسيط التعابير وإيجاد قيمها باستخدام خواص اللوغاريتمات.

خاصية الضرب	خاصية القسمة	خاصية القوة
$\log_x ab = \log_x a + \log_x b$	$\log_x \frac{a}{b} = \log_x a - \log_x b$	$\log_b m^p = p \log_b m$

استخدم $\log_4 3 \approx 0.7925$, $\log_4 2 = 0.5$, و $\log_4 5 \approx 1.1610$ لتقدّر قيمة كلّ تعبيرٍ على وجه التقريب.

Use $\log_4 2 = 0.5$, $\log_4 3 \approx 0.7925$, and $\log_4 5 \approx 1.1610$ to approximate the value of each expression.

$\log_4 30$

$= \log_4 (2 \times 3 \times 5)$

$= \log_4 2 + \log_4 3 + \log_4 5$

$= 0.5 + 0.7925 + 1.1610$

$= 2.4535$

$\log_4 20$

$= \log_4 (4 \times 5)$

$= \log_4 4 + \log_4 5$

$= 1 + 1.1610$

$= 2.1610$

$\log_4 \frac{2}{3}$

$= \log_4 2 - \log_4 3$

$= 0.5 - 0.7925$

$= -0.2925$

$\log_4 \frac{4}{3}$

$= \log_4 4 - \log_4 3$

$= 1 - 0.7925$

$= 0.2075$

$\log_4 9$

$= \log_4 3^2$

$= 2 \log_4 3$

$= 2 (0.7925)$

$= 1.585$

$\log_4 8$

$= \log_4 2^3$

$= 3 \log_4 2$

$= 3 (0.5)$

$= 1.5$

حدد ما إذا كانت كل معادلةٍ صحيحةً أم خاطئة.

51. $\log_8 (x - 3) = \log_8 x - \log_8 3$

52. $\log_5 22x = \log_5 22 + \log_5 x$

53. $\log_{10} 19k = 19 \log_{10} k$

54. $\log_2 y^5 = 5 \log_2 y$

55. $\log_7 \frac{x}{3} = \log_7 x - \log_7 3$

56. $\log_4 (z + 2) = \log_4 z + \log_4 2$

57. $\log_8 p^4 = (\log_8 p)^4$

58. $\log_9 \frac{x^2 y^3}{z^4} = 2 \log_9 x + 3 \log_9 y - 4 \log_9 z$

13	Solve logarithmic equations using the properties of logarithms. حل المعادلات والمتباينات الأسية باستخدام اللوغاريتمات الطبيعية.

علوم كمية الطاقة E، مقدرةً بالأرغ، التي تنبعث من زلزال ما ترتبط بشدة مقياس ريختر M لهذا الزلزال من خلال المعادلة استخدم المعادلة $\log E = 11.8 + 1.5M$ لإيجاد كمية الطاقة المنبعثة من زلزال تشيلي عام 1960 الذي بلغ 8.5 على مقياس ريختر.

$\log E = 11.8 + 1.5M \Rightarrow E = 10^{(11.8+1.5M)}$

$E = 10^{(11.8+1.5(8.5))} = 3,548133892\times10^{24}$

علوم فيروس ينتشر عبر شبكة حاسوب وفقًا للصيغة $v(t) = 30e^{0.1t}$، حيث v هو عدد الحواسيب المصابة بالفيروس و t هو الزمن بالدقائق. كم سيستغرق الفيروس لإصابة 10,000 حاسوب؟

SCIENCE A virus is spreading through a computer network according to the formula $v(t) = 30e^{0.1t}$, where v is the number of computers infected and t is the time in minutes. How long will it take the virus to infect 10,000 computers?

$v = 30e^{0.1t}$

$10\,000 = 30e^{0.1t}$

$\frac{10\,000}{30} = e^{0.1t}$

$\ln\frac{10\,000}{30} = 0.1t$

$\frac{\ln\frac{10000}{30}}{0.1} = t$

$t = \frac{\ln\left(\frac{10000}{30}\right)}{0,1} = 58,0914299$

$t \approx 58.0914$ min

2

مثال 2 من الحياة اليومية حل المعادلات اللوغاريتمية

المحركات النفاثة إذا كان عُلُو الصوت L، بالديسيبل، لصوت ما هو $L = 10\log\frac{I}{m}$، حيث I هي شدة الصوت و m هو الحد الأدنى من شدة الصوت المسموع بالأذن البشرية. فإن السكنين على بعد عدة أميال من مطار يمكنهم سماع الطائرات وهي تُقلع عند شدة 66.6 ديسيبل، فكم عدد مرات الحد الأدنى من شدة الصوت المسموع بالأذن البشرية المتمثلة في ذلك الصوت، إذا كان m مُعرفًا بأنه 1؟

$L = 10\log\frac{I}{m}$	المعادلة الأصلية
$66.6 = 10\log\frac{I}{1}$	عوّض عن L بـ 66.6 و m بـ 1.
$6.66 = \log I$	اقسم كل طرف على 10 وبسّط
$I = 10^{6.66}$	الصيغة الأسيّة
$I \approx 4,570,882$	استخدم آلة حاسبة

كان الصوت الذي سمعه السكان يساوي حوالي 4,570,000 مرة من الحد الأدنى لشدة الصوت المسموع بالأذن البشرية.

تمرين موجّه

2. **الزلازل** كمية الطاقة E، مقدرةً بالأرغ، التي تنبعث من زلزال ما ترتبط بشدة مقياس ريختر M لهذا الزلزال من خلال المعادلة $\log E = 11.8 + 1.5M$. استخدم المعادلة لإيجاد كمية الطاقة المنبعثة من زلزال جزيرة سومطرة عام 2004 الذي كانت شدته 9.0 بمقياس ريختر مما أدي لحدوث تسونامي.

14	Evaluate expressions involving the natural base and natural logarithm. إيجاد قيم التعابير المشتملة على الأساس الطبيعي واللوغاريتم.

Write an equivalent exponential or logarithmic function. **اكتب دالة أسيّة أو لوغاريتمية مكافئة.**

$e^x = 30$	$\ln x = 42$	$e^3 = x$	$\ln 18 = x$
$x = \ln 30$	$x = e^{42}$	$3 = \ln x$	$18 = e^x$

Write each as a single logarithm. **اكتب كلاً مما يلي في صيغة لوغاريتم منفرد.**

$3\ln 2 + 2\ln 4$	$5\ln 3 - 2\ln 9$	$3\ln 6 + 2\ln 9$	$3\ln 5 + 4\ln x$
$= \ln 2^3 + \ln 4^2$ $= \ln 8 + \ln 16$ $= \ln(8 \times 16)$ $= \ln 128$	$= \ln 3^5 - \ln 9^2$ $= \ln \frac{3^5}{9^2}$ $= \ln 3$	$= \ln 6^3 + \ln 9^2$ $= \ln(6^3 \times 9^2)$ $= \ln(216 \times 81)$ $= \ln(17496)$	$= \ln 5^3 + \ln x^4$ $= \ln(5^3 \cdot x^4)$ $= \ln(125\,x^4)$

alllaaam@yahoo.com

15	Simplify rational expressions. تبسيط التعابير النسبية.

Simplify each expression. **حوّل كل تعبير لأبسط صورة.**

$\frac{y^2+3y-40}{25-y^2}$

$\frac{(y-5)(y+8)}{(5-y)(5+y)}$

$= -\frac{(y+8)}{5+y}$

$\frac{a^2x-b^2x}{by-ay}$

$= \frac{x(a^2-b^2)}{y(b-a)}$

$= \frac{x(a-b)(a+b)}{y(b-a)}$

$= \frac{-x(a+b)}{y}$

$\frac{27x^2y^4}{16yz^3} \cdot \frac{8z}{9xy^3}$

$= \frac{3x}{2z^2}$

$\frac{12x^3y}{13ab^2} \div \frac{36xy^3}{26b}$

$\frac{12x^3y}{13ab^2} \times \frac{26b}{36xy^3}$

$\frac{4(2)x^2}{y^2b^2a}$

$= \frac{8x^2}{y^2ab^2}$

$\frac{x^2-4x-21}{x^2-6x+8} \cdot \frac{x-4}{x^2-2x-35}$

$= \frac{(x+3)(x-7)(x-4)}{(x-2)(x-4)(x-7)(x+5)}$

$= \frac{x+3}{(x-2)(x+5)}$

$\frac{a^2-b^2}{3a^2-6a+3} \div \frac{4a+4b}{a^2-1}$

$= \frac{a^2-b^2}{3a^2-6a+3} \times \frac{a^2-1}{4a+4b}$

$= \frac{(a-b)(a+b)}{3(a^2-2a+1)} \times \frac{(a-1)(a+1)}{4(a+b)}$

$= \frac{a-b}{3(a-1)(a-1)} \times \frac{(a-1)(a+1)}{4} = \frac{(a-b)(a+1)}{12(a-1)}$

$\frac{\frac{a^3b^3}{xy^4}}{\frac{a^2b}{x^2y}}$

$= \frac{a^3b^3}{xy^4} \times \frac{x^2y}{a^2b}$

$= \frac{ab^2x}{y^3}$

$\frac{\frac{4x}{x+6}}{\frac{x^2-3x}{x^2+3x-18}}$

$= \frac{4x(x^2+3x-18)}{(x+6)(x^2-3x)}$

$= \frac{4x(x-3)(x+6)}{x(x+6)(x-3)}$

$= 4$

16	Add and subtract rational expressions. جمع وطرح التعابير النسبية.

Simplify each expression. حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

$$\frac{12y}{5x}+\frac{5x}{4y^3}$$

$$=\frac{(4)12yy^3}{(4)5xy^3}+\frac{(5)5xx}{(5)4y^3x}$$

$$=\frac{48y^4}{20xy^3}+\frac{25x^2}{20xy^3}$$

$$=\frac{48y^4+25x^2}{20xy^3}$$

$$\frac{7b}{12a}-\frac{1}{18ab^3}$$

$$=\frac{(3)7bb^3}{(3)12ab^3}-\frac{(2)1}{(2)18ab^3}$$

$$=\frac{21b^4}{36ab^3}-\frac{2}{36ab^3}$$

$$=\frac{21b^4-2}{36ab^3}$$

$$\frac{4x}{x^2+9x+18}+\frac{5}{x+6}$$

$$\frac{4x}{(x+3)(x+6)}+\frac{5(x+3)}{(x+6)(x+3)}$$

$$=\frac{4x+5(x+3)}{(x+3)(x+6)}$$

$$=\frac{4x+5x+15}{(x+3)(x+6)}=\frac{9x+15}{(x+3)(x+6)}$$

$$\frac{8}{y-3}+\frac{2y-5}{y^2-12y+27}$$

$$=\frac{8(y-9)}{(y-3)(y-9)}+\frac{2y-5}{(y-3)(y-9)}$$

$$=\frac{8(y-9)+2y-5}{(y-3)(y-9)}$$

$$=\frac{8y-72+2y-5}{(y-3)(y-9)}=\frac{10y-77}{(y-3)(y-9)}$$

$$\frac{3a+2}{a^2-16}-\frac{7}{6a+24}$$

$$=\frac{3a+2}{(a-4)(a+4)}-\frac{7}{6(a+4)}$$

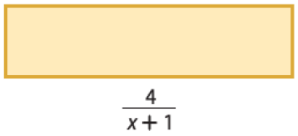
$$=\frac{6(3a+2)}{6(a-4)(a+4)}-\frac{7(a-4)}{6(a+4)(a-4)}$$

$$=\frac{6(3a+2)-7(a-4)}{6(a-4)(a+4)}$$

$$=\frac{18a+12-7a+28}{6(a-4)(a+4)}$$

$$=\frac{11a+40}{6(a-4)(a+4)}$$

GEOMETRY Find the perimeter of the rectangle. هندسة جد محيط المستطيل.



المحيط = 2(الطول+العرض)

$$=2\left(\frac{4}{x+1}+\frac{3}{x-2}\right)$$

$$=2\left(\frac{4(x-2)}{(x+1)(x-2)}+\frac{3(x+1)}{(x-2)(x+1)}\right)$$

$$=2\left(\frac{4x-8+3x+3}{(x+1)(x-2)}\right)$$

$$=\frac{2(7x-5)}{(x+1)(x-2)}=\frac{14x-10}{(x+1)(x-2)}$$

17	Graph rational functions with vertical and horizontal asymptotes. تمثيل الدوال النسبية ذات خطوط التقارب الأفقية والرأسية بيانيا.

Graph each function. **مثّل كل دالة بيانيًا.**

$$f(x) = \frac{x^4 - 2}{x^2 - 1}$$

* خطوط التقارب الرأسية :- نوجد أصفار المقام

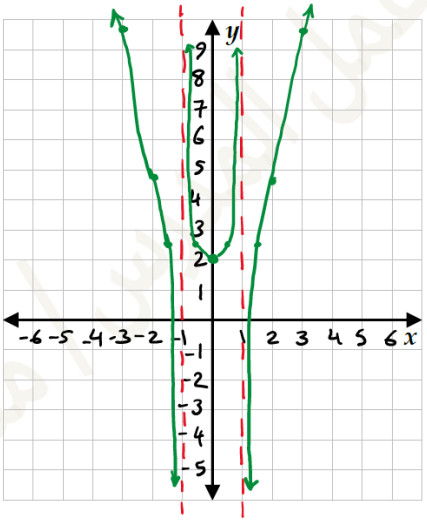
$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm\sqrt{1} = \pm 1$

هناك خطي تقارب رأسيين هما $x = 1$ ، $x = -1$

* خطوط التقارب الأفقية :- لأن درجة البسط أكبر من درجة المقام ⇐ لا يوجد خط تقارب أفقي.

* تكون جدول :-

x	-3	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	3
y	9.9	4.7	2.43	//	2.5	2	2.6	//	2.45	4.7	9.9



مثّل كل دالة بيانيًا.

8. $f(x) = \dfrac{x^4}{6x + 12}$

9. $f(x) = \dfrac{x^3}{8x - 4}$

10. $f(x) = \dfrac{x^4 - 16}{x^2 - 1}$

11. $f(x) = \dfrac{x^3 + 64}{16x - 24}$

alllaaam@yahoo

18	Solve rational equations. حل المعادلات النسبية.

Solve each equation. Check your solution. **حُلّ كل من المعادلات التالية. تحقق من صحة الحل.**

$$\frac{4}{7}+\frac{3}{x-3}=\frac{53}{56}$$

أضرب كل طرف في $56(x-3)$

$$\frac{4}{7}(56)(x-3)+\frac{3}{x-3}(56)(x-3)=\frac{53}{56}(56)(x-3)$$

$$4(8)(x-3)+3(56)=53(x-3)$$

$$32x-96+168=53x-159$$

$$-96+168+159=53x-32x$$

$$231=21x$$

$$\frac{231}{21}=x \Rightarrow \boxed{x=11}$$ ← نعوض فنجد أن 11 تحقق المعادلة الأصلية

$$\frac{8}{x-5}-\frac{9}{x-4}=\frac{5}{x^2-9x+20}$$

أضرب كل طرف في $(x-4)(x-5)$

$$\frac{8}{x-5}-\frac{9}{x-4}=\frac{5}{(x-4)(x-5)}$$

$$\frac{8}{x-5}(x-4)(x-5)-\frac{9}{x-4}(x-4)(x-5)=\frac{5}{(x-4)(x-5)}(x-4)(x-5)$$

$$8(x-4)-9(x-5)=5 \Rightarrow -x=-8$$

$$8x-32-9x+45=5$$

$$\boxed{x=8}$$

$$-x=5-45+32$$

← نعوض فنجد أن 8 تحقق المعادلة الأصلية

19	Find the nth term and arithmetic means for arithmetic sequences. إيجاد الحد النوني والأوساط الحسابية للمتتاليات الحسابية.

Find the indicated term of each arithmetic sequence. **جد الحد المشار إليه لكل متتالية حسابية.**

$a_1 = 14,\ d = 9,\ n = 11$

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_{11} = 14 + 10(9)$

$a_{11} = 104$

a_{18} for 12, 25, 38, ...

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_{18} = 12 + 17(13)$

$a_{18} = 233$

$d = 25 - 12$

$d = 13$

جـد الحد المشار إليه لكل متتالية حسابية.

14. $a_1 = -18,\ d = 12,\ n = 16$

15. $a_1 = -12,\ n = 66,\ d = 4$

16. $a_1 = 9,\ n = 24,\ d = -6$

17. a_{15} من أجل $-5, -12, -19, \ldots$

18. a_{10} من أجل $-1, 1, 3, \ldots$

19. a_{24} من أجل $8.25, 8.5, 8.75, \ldots$

alllaaam@yahoo.com

20	Find the nth term and geometric means for geometric sequences إيجاد الحد النوني والأوساط الهندسية للمتتاليات الهندسية.

Write an equation for the nth term of each geometric sequence. **اكتب معادلة للحد النوني لكل متتالية هندسية.**

18, 6, 2, …

$a_n = a_1 r^{n-1}$ $\quad r = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$a_n = 18(\frac{1}{3})^{n-1}$

$-4, 16, -64, \ldots$

$a_n = a_1 r^{n-1}$ $\quad r = \frac{16}{-4} = -4$

$a_n = -4(-4)^{n-1}$

$a_6 = \frac{1}{8}$, $r = \frac{3}{4}$

$a_n = a_1 r^{n-1}$

$a_6 = a_1 (\frac{3}{4})^{6-1}$

$\frac{1}{8} = a_1 (\frac{3}{4})^5$

$\Rightarrow a_1 = \frac{\frac{1}{8}}{(\frac{3}{4})^5}$

$a_1 = \frac{128}{243}$

$a_n = a_1 r^{n-1}$

$a_n = \frac{128}{243}(\frac{3}{4})^{n-1}$

$a_2 = -96$, $r = -8$

$\frac{a_2}{a_1} = r$

$\frac{-96}{a_1} = -8$

$\Rightarrow a_1 = \frac{-96}{-8}$

$a_1 = 12$

$a_n = a_1 r^{n-1}$

$a_n = 12(-8)^{n-1}$

1

اكتب معادلة للحد النوني لكل متتالية هندسية.

23. $-3, 6, -12, \ldots$

24. $288, -32, 96, \ldots$

25. $-1, 1, -1, \ldots$

26. $\frac{1}{3}, \frac{2}{9}, \frac{4}{27}, \ldots$

27. $8, 2, \frac{1}{2}, \ldots$

28. $12, -16, \frac{64}{3}, \ldots$

29. $a_3 = 28, r = 2$

30. $a_4 = -8, r = 0.5$

31. $a_6 = 0.5, r = 6$

32. $a_3 = 8, r = \frac{1}{2}$

33. $a_4 = 24, r = \frac{1}{3}$

34. $a_4 = 80, r = 4$

21	Find the sum, difference, product, and quotient of functions. إيجاد ناتج المجموع والفرق وضرب وقسمة الدوال.

$f(x) = x^2 - 5$ $\quad$ $g(x) = -x + 8$

① $(f+g)(x) = f(x) + g(x) = (x^2 - 5) + (-x + 8) = x^2 - x + 3$

② $(f-g)(x) = f(x) - g(x) = (x^2 - 5) - (-x + 8) = x^2 - 5 + x - 8 = x^2 + x - 13$

③ $(f \times g)(x) = f(x) \times g(x) = (x^2 - 5)(-x + 8) = -x^3 + 8x^2 + 5x - 40$

④ $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2 - 5}{-x + 8}$, $x \neq 8$

$-x + 8 \neq 0$
$-x \neq -8$
$x \neq 8$

مثال 3 إيجاد الأوساط الحسابية

جـد الأوساط الحسابية في المتتالية ... ,22 ,? ,? ,? ,? ,8−.

الخطوة 1 بما أن هناك أربعة حدود بين الحدين الأول والأخير المُعطيين، فهناك 2 + 4 أو 6 حدود إجمالية، إذًا $n = 6$.

الخطوة 2 جـد d.

$a_n = a_1 + (n - 1)d$	الحد النوني لمتتالية حسابية
$22 = -8 + (6 - 1)d$	$a_1 = -8,\ a_6 = 22,\ n = 6$
$30 = 5d$	خاصية التوزيع
$6 = d$	اقسم كل طرف على 5.

الخطوة 3 استخدم d لإيجاد الأوساط الحسابية الأربعة.

−8 $\xrightarrow{+6}$ −2 $\xrightarrow{+6}$ 4 $\xrightarrow{+6}$ 10 $\xrightarrow{+6}$ 16 $\xrightarrow{+6}$ 22

الأوساط الحسابية هي 2− و 4 و 10 و 16.

تمرين موجّه

3. جـد الأوساط الحسابية الخمسة بين 18− و 36.

22	Find the inverse of a function or relation. إيجاد معكوس الدالة أو العلاقة.

$h(x) = x^2 - 3$ → الدالة

y

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	6	1	-2	-3	-2	1	6

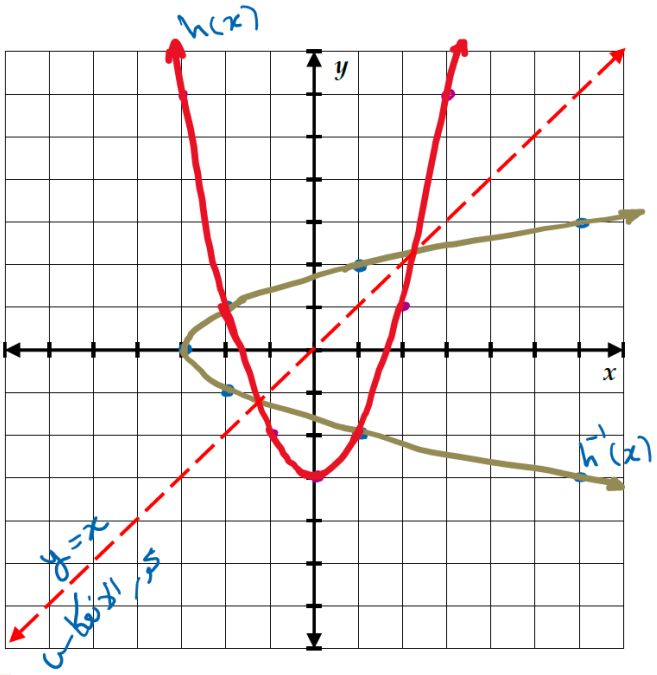
$x = y^2 - 3$

$x + 3 = y^2$

$\pm\sqrt{x+3} = y$

$\Rightarrow h^{-1}(x) = \pm\sqrt{x+3}$ → المعكوس

x	6	1	-2	-3	-2	1	6
y	-3	-2	-1	0	1	2	3



alllaaam@yahoo.com

23	Solve exponential equations and inequalities using common logarithms. حل المعادلات والمتباينات الأسية باستخدام اللوغاريتمات العادية.

Solve each equation. Round to the nearest ten-thousandth. **حلّ كل معادلة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.**

$5e^x - 24 = 16$

$5e^x = 16 + 24$

$e^x = \frac{40}{5}$

$e^x = 8$

$x = \ln 8$ 2,079441542

≈ 2.0794

$3e^{-3x} + 4 = 6$

$3e^{-3x} = 6 - 4$

$3e^{-3x} = 2$

$e^{-3x} = \frac{2}{3}$

$-3x = \ln \frac{2}{3}$

$x = \frac{\ln \frac{2}{3}}{-3}$

$= 0,135155036$

≈ 0.1352

حلّ كل معادلة أو متباينة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

Solve each equation or inequality. Round to the nearest ten-thousandth.

$\ln 3x = 8$

$3x = e^8$

$x = \frac{e^8}{3}$

$x = 993,6526623$

≈ 993.6527

$-4 \ln 2x = -26$

$\ln 2x = \frac{-26}{-4}$

$2x = e^{\frac{26}{4}}$

$x = \frac{e^{\frac{26}{4}}}{2}$

$x = 332,5708165$

≈ 332.5708

$\ln(x+5)^2 < 6$

$(x+5)^2 < e^6$

$|x+5| < \sqrt{e^6}$

$-\sqrt{e^6} < x+5 < \sqrt{e^6}$

$-\sqrt{e^6} - 5 < x < \sqrt{e^6} - 5$

$-25,08553692 < x < 15,08553692$

$-25.0855 < x < 15.0855$

$5 + e^{-x} > 14$

$e^{-x} > 14 - 5$

$e^{-x} > 9$

$-x > \ln 9$

$x < -\ln 9$

$x < -2,197224577$

$x < -2.1972$

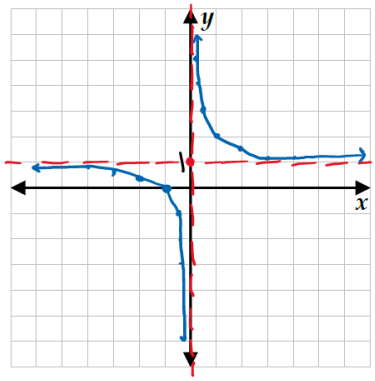
alllaaam@yahoo.com عمل المدرس مصطفى أسامة علام

24	Graph transformations of reciprocal functions. تمثيل تحويلات دوال المقلوب بيانيًا.

مثّل كل دالة بيانيًا. اذكر المجال والمدى وحدد خطوط التقارب.

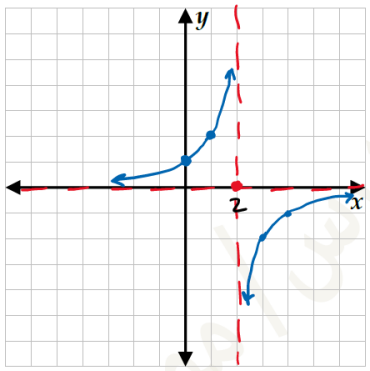
Graph each function. State the domain and range, and identify the asymptotes.

$f(x)=\frac{1}{x}+1$



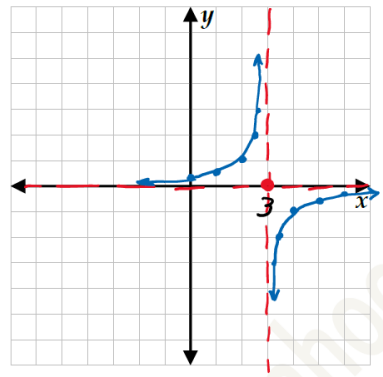
نقطة تقاطع خطي التقارب (0, 1)
خط التقارب الرأسي $x=0$
خط التقارب الأفقي $y=1$
المجال $\rightarrow \{x \mid x \neq 0\}$
المدى $\rightarrow \{y \mid y \neq 1\}$

$f(x)=\frac{-2}{x-2}$



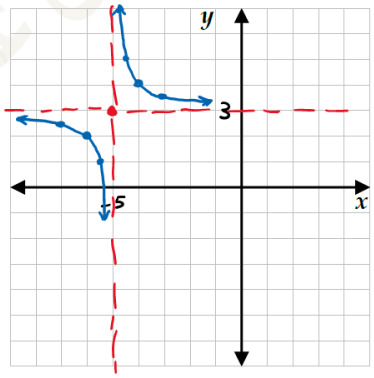
نقطة تقاطع خطي التقارب (2, 0)
خط التقارب الرأسي $x=2$
خط التقارب الأفقي $y=0$
المجال $\rightarrow \{x \mid x \neq 2\}$
المدى $\rightarrow \{y \mid y \neq 0\}$

$f(x)=\frac{-1}{x-3}$



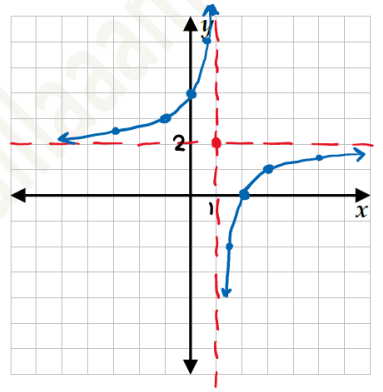
نقطة تقاطع خطي التقارب (3, 0)
خط التقارب الرأسي $x=3$
خط التقارب الأفقي $y=0$
المجال $\rightarrow \{x \mid x \neq 3\}$
المدى $\rightarrow \{y \mid y \neq 0\}$

$f(x)=\frac{1}{x+5}+3$



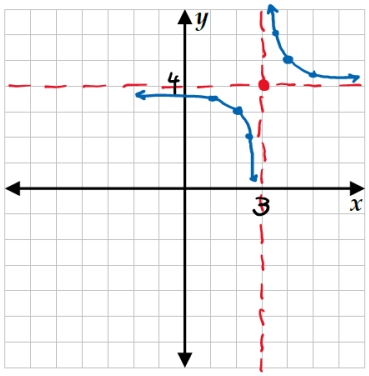
نقطة تقاطع خطي التقارب (-5, 3)
خط التقارب الرأسي $x=-5$
خط التقارب الأفقي $y=3$
المجال $\rightarrow \{x \mid x \neq -5\}$
المدى $\rightarrow \{y \mid y \neq 3\}$

$f(x)=\frac{-2}{x-1}+2$



نقطة تقاطع خطي التقارب (1, 2)
خط التقارب الرأسي $x=1$
خط التقارب الأفقي $y=2$
المجال $\rightarrow \{x \mid x \neq 1\}$
المدى $\rightarrow \{y \mid y \neq 2\}$

$f(x)=\frac{1}{x-3}+4$



نقطة تقاطع خطي التقارب (3, 4)
خط التقارب الرأسي $x=3$
خط التقارب الأفقي $y=4$
المجال $\rightarrow \{x \mid x \neq 3\}$
المدى $\rightarrow \{y \mid y \neq 4\}$

25	Find the nth term and arithmetic means for arithmetic sequences. إيجاد الحد النوني والأوساط الحسابية للمتتاليات الحسابية.

Find the arithmetic means in each sequence. **جد الأوساط الحسابية في كل متتالية.**

$6, \underset{a_2}{?}, \underset{a_3}{?}, \underset{a_4}{?}, \underset{a_5}{42} \Rightarrow a_5 = 42$

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$42 = 6 + (5-1)d$

$42 = 6 + 4d$

$\Rightarrow d = \frac{42-6}{4} = \boxed{9}$

$6, \overset{+9}{15}, \overset{+9}{24}, \overset{+9}{33}, \overset{+9}{42}$

$-4, \underset{a_2}{?}, \underset{a_3}{?}, \underset{a_4}{?}, \underset{a_5}{8} \Rightarrow a_5 = 8$

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$8 = -4 + (5-1)d$

$8 = -4 + 4d$

$\Rightarrow d = \frac{8+4}{4} = \boxed{3}$

$-4, \overset{+3}{-1}, \overset{+3}{2}, \overset{+3}{5}, \overset{+3}{8}$

1

Write an equation for the nth term of each arithmetic sequence. **اكتب معادلة للحد النوني لكل متتالية حسابية.**

13, 19, 25, …

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_n = 13 + (n-1)(6)$

$a_n = 13 + 6n - 6$

$a_n = 7 + 6n$

$d = 19 - 13 = 6$

$a_5 = -12$, $d = -4$

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$-12 = a_1 + (5-1)(-4)$

$-12 = a_1 + (-16)$

$a_1 = -12 + 16 = 4$

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_n = 4 + (n-1)(-4)$

$a_n = 4 - 4n + 4$

$a_n = 8 - 4n$