الدرس 2

الاحتمال النظري والتجريبي

السؤال الأساسي

كيف يمكنك توقع نتيجة الأحداث المستقبلية؟

المفردات

نموذج الاحتمال المنتظم
uniform probability model

الاحتمال النظري
theoretical probability

الاحتمال التجريبي
experimental probability

الممارسات الرياضية م.ر.

1, 3, 4

الربط بالحياة اليومية

ألعاب الكرنفال تظهر عجلتا جوائز للعبة في الكرنفال. وستتلقى جائزة أقل ثمنًا إذا قمت بإدارة العجلة A وفزت. وستتلقى جائزة أكثر ثمنًا إذا قمت بإدارة العجلة B وفزت.

العجلة B

العجلة A

في **نموذج الاحتمال المنتظم**، يكون لكل نتيجة احتمال متساوٍ للحدوث.

1. أي عجلة لها احتمال منتظم؟ _____

2. استخدم دبوس ورق وطرف قلمك الرصاص لتدوير كل عجلة 4 مرات. سجِّل نتائجك.

الدورة	العجلة A	العجلة B
1		
2		
3		
4		

3. لماذا تعتقد أن الفائزين في العجلة A يتلقون جائزة أقل ثمنًا من الفائزين في العجلة B؟

_____

_____

ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟ ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق. م.ر.

① المثابرة في حل المسائل
② التفكير بطريقة تجريدية
③ بناء فرضية
④ استخدام نماذج الرياضيات
⑤ استخدام أدوات الرياضيات
⑥ مراعاة الدقة
⑦ الاستفادة من البنية
⑧ استخدام الاستنتاج المتكرر

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الاحتمال التجريبي والنظري

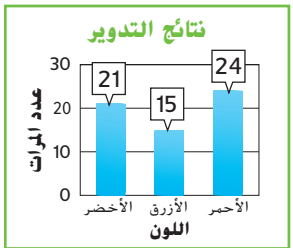
الاحتمال النظري يستند إلى الاحتمال المنتظم — ما ينبغي أن يحدث عند إجراء تجربة احتمال. **الاحتمال التجريبي** يستند إلى التكرار النسبي — ما يحدث *فعليًا* أثناء تلك التجربة.

قد يكون الاحتمال النظري والاحتمال التجريبي لحدث ما هما نفسهما أو قد لا يكونا كذلك. كلما زاد عدد المحاولات، من المفترض أن تقترب كلٍ من قيم الاحتمال النظري والاحتمال التجريبي.

المحاولات
المحاولة هي تجربة واحدة في سلسلة من التجارب المتتالية.

أمثلة

1. يظهر التمثيل البياني نتائج تجربة تم فيها تدوير قرص دوار له 3 قطاعات متساوية ستين مرة. أوجِد الاحتمال التجريبي لتوقف القرص على الأحمر في هذه التجربة.



يشير التمثيل البياني إلى أن القرص الدوار قد توقف عند الأحمر 24 مرة وعلى الأزرق 15 مرة وعلى الأخضر 21 مرة.

$$P(\text{أحمر}) = \frac{\text{عدد مرات التوقف على الأحمر}}{\text{العدد الكلي للدورات}}$$

$$= \frac{24}{60} \text{ أو } \frac{2}{5}$$

الاحتمال التجريبي للتوقف عند الأحمر هو $\frac{2}{5}$.

2. أوجد وجه الشبه بين الاحتمال التجريبي الذي وجدته في المثال 1 واحتماله النظري.

للقرص الدوار ثلاثة قطاعات متساوية: أحمر وأزرق وأخضر.
إذًا فالاحتمال النظري للتوقف عند الأحمر هو $\frac{1}{3}$. بما أن $\frac{1}{3} \approx \frac{2}{5}$، فإن الاحتمال التجريبي قريبًا من الاحتمال النظري.

تأكد من فهمك! **أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد من أنك فهمت.**

a. ارجع إلى المثال 1. إذا تم تدوير القرص الدوار 3 مرات إضافية وتوقف عند الأخضر في كل مرة، فأوجِد الاحتمال التجريبي للتوقف عند الأخضر في هذه التجربة.

b. أوجِد وجه الشبه بين الاحتمال التجريبي الذي وجدته في التمرين a واحتماله النظري.

اكتب الحل هنا.

a. _____

b. _____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

أمثلة

3. **تم دحرجة مكعبي أعداد معًا 20 مرة. تم الحصول على ما مجموعه 9 في 8 مرات. ما الاحتمال التجريبي للحصول على ما مجموعه 9؟**

$$P(9) = \frac{\text{عدد المرات التي تم فيها الحصول على ما مجموعه 9}}{\text{إجمالي عدد الدحرجات}}$$

$$= \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

الاحتمال التجريبي للحصول على ما مجموعه 9 هو $\frac{2}{5}$.

4. **أوجِد وجه الشبه بين الاحتمال التجريبي الذي وجدته في المثال 3 واحتماله النظري. إذا لم يكن الاحتمالان متقاربين، فاشرح سببًا محتملًا لهذا الاختلاف.**

عند دحرجة مكعبي أعداد، توجد 36 نتيجة محتملة.

الاحتمال النظري للحصول على ما مجموعه 9 هو $\frac{4}{36}$ أو $\frac{1}{9}$.

الدحرجات التي مجموعها 9	
المكعب الثاني	المكعب الأول
6	3
5	4
4	5
3	6

بما أن $\frac{1}{9}$ ليس قريبًا من $\frac{2}{5}$، فإن الاحتمال التجريبي *ليس* قريبًا من الاحتمال النظري. أحد التفسيرات المحتملة هو عدم القيام بما يكفي من المحاولات.

تأكد من فهمك! **أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد من أنك فهمت.**

c. في المثال 3، ما الاحتمال التجريبي لدحرجة ما مجموعه *ليس* 9؟

d. تم إلقاء عملتين معدنيتين 10 مرات. وقد هبطت كلتا العملتين على الصورة 6 مرات. أوجد وجه الشبه بين الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري. إذا لم يكن الاحتمالان متقاربين، فاشرح سببًا محتملًا لهذا الاختلاف.

e. افترض أنه قد تم إلقاء ثلاث عملات معدنية 10 مرات. وقد هبطت جميع العملات الثلاثة على الصورة مرة واحدة. أوجد وجه الشبه بين الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري. إذا لم يكن الاحتمالان متقاربين، فاشرح سببًا محتملًا لهذا الاختلاف.

اكتب الحل هنا.

c. _____

d. _____

e. _____

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

توقع الأحداث المستقبلية

يمكن استخدام الاحتمال النظري والتجريبي للقيام بتوقعات حول الأحداث المستقبلية.

مثال

5. في العام الماضي، باع متجر أقراص DVD، 670 قرص DVD من أفلام الحركة و 580 من الأفلام الكوميدية و 450 من أفلام الدراما و 300 من أفلام الرعب. وتتوقع شركات بيع الوسائط بيع 5,000 قرص DVD هذا العام. استنادًا إلى هذه النتائج، كم عدد أقراص الـ DVD من الأفلام الكوميدية التي ينبغي أن تشتريها؟ اشرح.

تم بيع 2,000 قرص DVD و580 منها كانت أفلام كوميدية، إذًا فالاحتمال هو $\frac{580}{2,000}$ أو $\frac{29}{100}$.

اكتب تناسبًا.	$\frac{29}{100} = \frac{x}{5,000}$
أوجِد نواتج الضرب التقاطعي.	$29 \cdot 5,000 = 100 \cdot x$
اضرب.	$145,000 = 100x$
اقسم كل طرف على 100.	$1,450 = x$

ينبغي عليها شراء حوالي 1,450 قرص DVD من الأفلام الكوميدية.

حل التناسبات

تكون نواتج الضرب التقاطعي لأي تناسب متساوية.

$\frac{29}{100} = \frac{x}{5,000}$

تمرين موجّه

تحقق

1. إلقاء قطعة نقد معدنية 50 مرة، وقد وقعت على الصورة 28 مرة. أوجِد الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري لوقوع قطعة نقد معدنية على الصورة. ثم قارن بين الاحتمالين التجريبي والنظري.

* الاحتمال التجريبي $= \frac{28}{50} = \frac{14}{25}$
* الاحتمال النظري $= \frac{1}{2}$

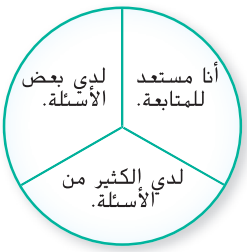
2. بالأمس، اشترى 50 زبونًا في مخبز كعك مافن واشترى 11 من هؤلاء الزبائن مافن بالموز. فإذا اشترى 100 زبون غدًا كعك مافن، فكم منهم تتوقع أن يشتري مافن بالموز؟

$\frac{11}{50} = \frac{x}{100} \rightarrow x = \frac{100 \times 11}{50} = 22$

3. **الاستفادة من السؤال الأساسي** ما مدى تشابه الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري؟

قيّم نفسك!

هل أنت مستعد للمتابعة؟ ظلل القسم الذي ينطبق.



المطويات حان وقت تحديث مطويتك!

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تمارين ذاتية

1 تمت دحرجة مكعب أعداد 20 مرة وتوقف على 1 مرتين وعلى 5 أربعة مرات. أوجِد الاحتمال التجريبي. ثم أوجد وجه الشبه بين الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري.

a. التوقف على 5

$P(5)$ التجريبي $= \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$

$P(5)$ النظري $= \frac{1}{6}$

b. عدم التوقف على 1

$P(1)$ التجريبي $= \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$

$P(1)$ النظري $= \frac{1}{6}$

2. تم تدوير القرص الدوار على اليسار 12 مرة. وقد توقف عند الأزرق مرة واحدة.

a. ما الاحتمال التجريبي لتوقف القرص الدوار على الأزرق؟

$P(\text{أزرق})$ تجريبي $= \frac{1}{12}$

b. قارن بين الاحتمالين التجريبي والنظري لتوقف القرص الدوار على الأزرق. إذا لم يكن الاحتمالان متقاربين، فاشرح سببًا محتملًا للاختلاف.

$P(\text{أزرق})$ نظري $= \frac{1}{4}$

$\frac{1}{12}$ ليس قريب $\frac{1}{4}$

لعدم وجود ما يكفي من المحاولات

3. يبين جدول التكرار نتائج استطلاع يضم 70 زائرًا لحديقة الحيوان طُلب منهم ذكر معرض الحيوانات المفضل لهم.

ما معرض الحيوانات المفضل بالنسبة لك؟

المعرض	الإحصاء	التكرار
الدببة	𝍸 |	6
الأفيال	𝍸 𝍸 𝍸 ||	17
القرود	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 |	21
البطاريق	𝍸 𝍸 |||	13
الثعابين	𝍸 𝍸 |||	13

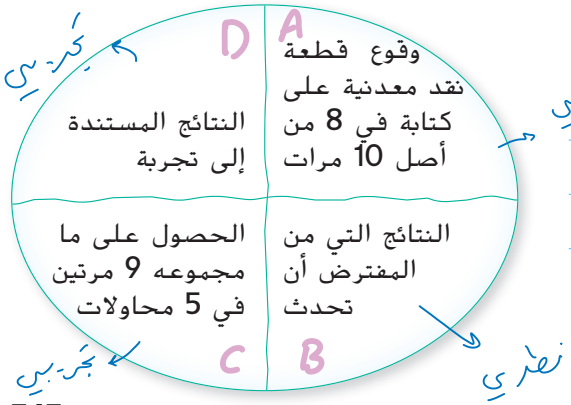
a. افترض أن 540 شخصًا قد زار حديقة الحيوان. توقع عدد الأشخاص الذين سيختارون معرض القرود كمعرضهم المفضل.

$\frac{21}{70} = \frac{x}{540} \Rightarrow x = \frac{540 \times 21}{70} = 162$

b. افترض أن 720 شخصًا قد زار حديقة الحيوان. توقع عدد الأشخاص الذين سيختارون معرض البطاريق كمعرضهم المفضل.

$\frac{13}{70} = \frac{x}{720} \Rightarrow x = \frac{720 \times 13}{70} = 134$

4. م.ن **التخمين** اشطب جزء دائرة المفهوم الذي لا ينتمي. ثم صِف العلاقة بين الأجزاء المتبقية.



13 تعبر نظري.

أما البقية تجريبي

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

5 م.ر **التمثيلات المتعددة** تم تدوير قرص دوار له ثلاثة قطاعات متساوية القياس تحمل الأحرف A و B و C 100 مرة.

a. الأعداد ما الاحتمال النظري لتوقف القرص الدوار على A؟

$P(A) = \frac{1}{3}$

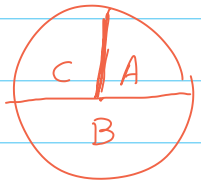
b. الأعداد نتائج التجربة مبينة في الجدول.
ما الاحتمال التجريبي لتوقف القرص على A؟ على C؟

قطاع	التكرار
A	24
B	50
C	26

$P(A) = \frac{24}{100} = \frac{6}{25}$ $P(C) = \frac{26}{100} = \frac{13}{50}$

c. النماذج صمم رسمًا لما قد يبدو عليه القرص الدوار استنادًا إلى احتمالاته التجريبية. اشرح.

اكتب الحل هنا.



مسائل مهارات التفكير العليا

6. م.ر **المثابرة في حل المسائل** الاحتمال التجريبي لوقوع عملة معدنية على الصورة هو $\frac{7}{12}$. فإذا وقعت العملة المعدنية على الكتابة 30 مرة، فأوجد عدد مرات إلقائها.

7. م.ر **الاستدلال الاستقرائي** تم وضع عشرين قلم رصاص مسنونة في صندوق يحتوي على عدد غير معروف من الأقلام الرصاص غير المسنونة. افترض أنه تم إزالة 15 قلم رصاص بشكلٍ عشوائي وكان خمسة من الأقلام الرصاص المنزوعة مسنونًا. استنادًا إلى هذا، هل من الصحيح افتراض أن عدد الأقلام غير المسنونة كان 40؟ اشرح استنتاجك.

8. م.ر **الاستدلال الاستقرائي** تظهر نتائج تدوير قرص دوار له ستة قطاعات متساوية. حدد الحد الأدنى لعدد الدورات الإضافية اللازمة وتكرار توقفها على كل لون بحيث تكون الاحتمالات التجريبية مساوية للاحتمالات النظرية. اشرح استنتاجك.

اللون	التكرار
أزرق	8
أخضر	6
برتقالي	12
أرجواني	10
أحمر	8
أصفر	4

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين إضافي

للتمرينين 9 و 10، أوجد كل احتمال تجريبي. ثم أوجد وجه الشبه بين الاحتمال التجريبي واحتماله النظري. وإذا لم يكن الاحتمالان متقاربين، فاشرح سببًا محتملًا للاختلاف.

9. تم إلقاء قطعة نقد معدنية 20 مرة. وقد وقعت على الصورة 9 مرات.

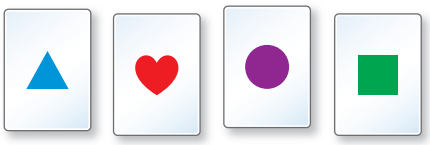
$$P(\text{صورة}) = \frac{\text{عدد مرات الحصول على صورة}}{\text{إجمالي عدد رميات قطعة النقد معدنية}} = \frac{9}{20}$$

مساعد الواجب المنزلي

الاحتمال التجريبي الذي يبلغ $\frac{9}{20}$ يقارب

الاحتمال النظري الذي يبلغ $\frac{1}{2}$.

10. يتم اختيار القلب بشكلٍ عشوائي 7 من أصل 12 مرة من البطاقات المبينة.



* الاحتمال التجريبي $= \frac{7}{12}$

* الاحتمال النظري $= \frac{1}{4}$

الاحتمالان ليسا متقاربان السبب المحتمل لعدم وجود ما يكفي من المحاولات.

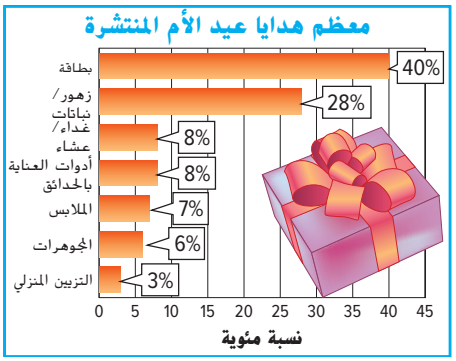
أوجد الحل.

11. في الشهر الماضي، اشترى الزبائن في محل لبيع الهدايا 40 بطاقة لحفل استقبال مولود و 19 بطاقة تهنئة و 20 بطاقة عطلة و 21 بطاقة شكر. افترض قيام 125 زبونًا بشراء بطاقات معايدة في الشهر المقبل. فكم منهم تتوقع أن يشتري بطاقة حفل استقبال مولود؟

12. استخدم التمثيل البياني على اليسار.

a. ما احتمال أن تتلقى إحدى الأمهات هدية من الزهور أو النباتات؟ اكتب الاحتمال ككسر في أبسط صورة.

b. افترض أن 400 أم ستتلقى هدية. توقع عدد الأمهات اللاتي سيحصلن على زهور أو نباتات.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education