مدرسة براعم العين الخاصة بني ياس

Baraem al ain private School Bani yas

دائرة التعليم والمعرفة

DEPARTMENT OF EDUCATION AND KNOWLEDGE

مادة الرياضيات

الصف 11 عام

الفصل الدراسي الثالث 2020م / 2021م

مذكرة مراجعة الرياضيات

رؤية المدرسة: شخصية قيادية مبدعة لجيل واعي يسمو لتطوير ذاته ووطنه وأمته

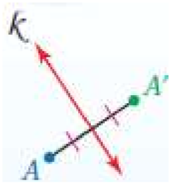
رسالة المدرسة: مدرسة براعم العين الخاصة تهدف إلى تعليم متميز لإعداد جيل واع يستفيد من قدراته ويواجه تحديات العصر طبقاً للمنظومة التربوية والتعليمية بدولة الإمارات العربية المتحدة

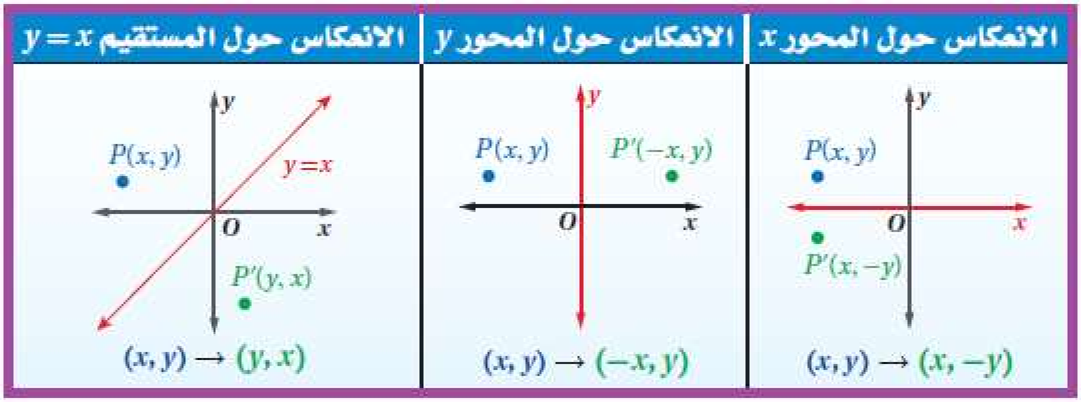
ورقة عمل الحادي عشر العام **10-1 الانعكاس** **الاسم:---------------------**

نواتج التعلّم 1– رسم الصورة الناتجة عن الانعكاس. 2– رسم الصورة الناتجة عن الانعكاس في المستوى الإحداثي.

الانعكاس هو تحويل هندسي يقلب الشكل حول مستقيمٍ يسمى **محور الانعكاس**، بحيث يكون بعد النقطة وبعد صورتها عن محور الانعكاس متساويين.

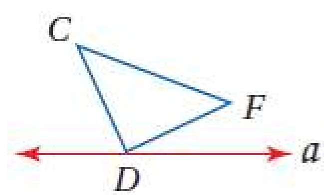
- إذا كانت النقطة واقعة على محور الانعكاس، فإن صورتها هي النقطة نفسها.
- إذا كانت النقطة غير واقعة على محور الانعكاس، يكون محور الانعكاس هو العمود المنصف للقطعة المستقيمة الواصلة بين النقطة وصورتها.



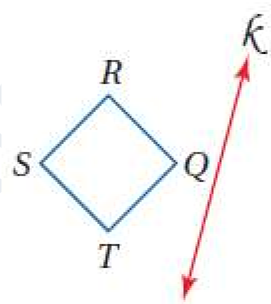


ارسم صورة كل شكل مما يأتي بالانعكاس حول المستقيم المعطى:

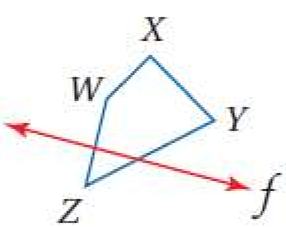
(1



(2

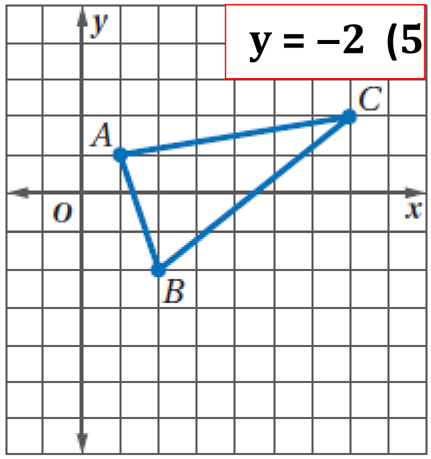


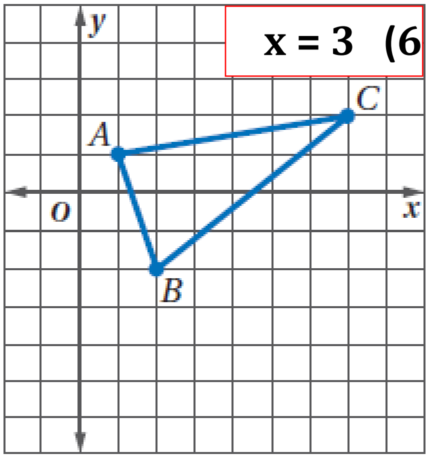
(3



4) مباريات: ينتظر ماجد في المطعم صديقاً سيأتيه بتذكرة لحضور مباراة في الصالة الرياضية. في أي موقع على الشارع، يجب أن يوقف صديقه سيارته، حتى تكون المسافة التي يسيرها ماجد من المطعم إلى السيارة ثم إلى مدخل الصالة الرياضية أقل ما يمكن؟ ارسم شكلاً يوضح إجابتك.

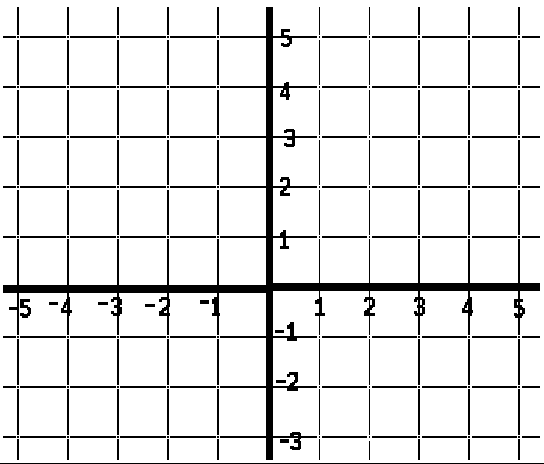
مثِّل بيانيًا صورة $\triangle ABC$ المبين جانبًا بالانعكاس حول المستقيم المعطى في كل من السؤالين 5،6 .



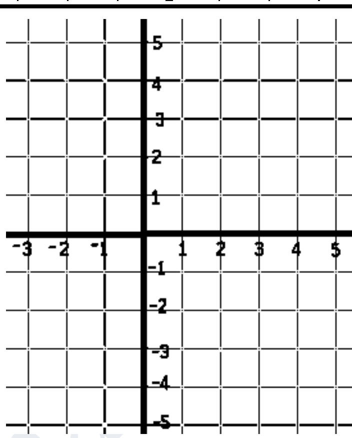


مثِّل كل شكل مما يأتي، ثم ارسم صورته بالانعكاس المحدد .

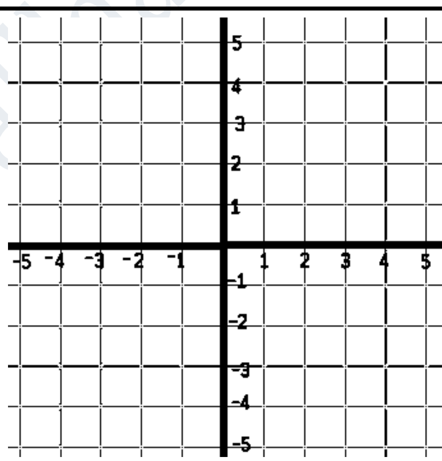
7) $\triangle XYZ$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $X(0,4)$, $Y(-3,4)$, $Z(-4,-1)$ بالانعكاس حول المحور y.



8) ▱ RST الذي إحداثيات رؤوسه هي: $Q(-1,4)$, $R(4,4)$, $S(3,1)$, $T(-2,1)$ بالانعكاس حول المحور x.



9) الشكل الرباعي الذي إحداثيات رؤوسه هي: $J(-3,1)$, $K(-1,3)$, $L(1,3)$, $M(-3,-1)$ بالانعكاس حول المستقيم $y = x$.



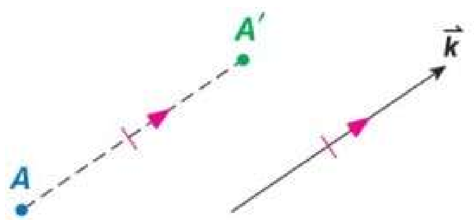
ورقة عمل الحادي عشر العام 10-2 الإزاحة الاسم:---------------------

نواتج التعلّم 1– رسم الصورة الناتجة عن الإزاحة. 2– رسم الصورة الناتجة عن الإزاحة في المستوى الإحداثي.

الإزاحة: هي تحويل هندسي ينقل الشكل من موقع إلى آخر من دون تدويره. حيث يتم نقل جميع نقاط الشكل المسافة نفسها وفي الاتجاه نفسه. ويمكن التعبير عن الإزاحة (الانسحاب) لكل نقطة من الشكل بقطعة مستقيمة طولها يساوي $\overline{AA'}$ حيث إن A' هي صورة النقطة A الناتجة عن الإزاحة (الانسحاب).

الإزاحة هي دالة تربط كل نقطة بصورتها على طول متجهٍ يدعى متجه الإزاحة بحيث:

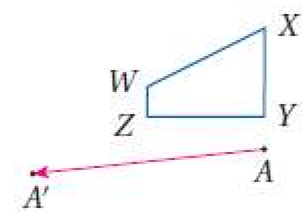
- يكون لكل قطعة مستقيمة تربط نقطةً بصورتها طول المتجه نفسه.
- تكون هذه القطعة المستقيمة موازيةً للمتجه أيضًا.

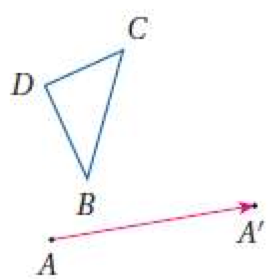


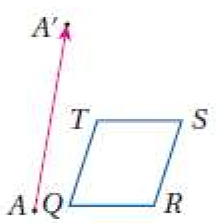
النقطة A' هي إزاحة للنقطة A على طول متّجه الإزاحة $\vec{k}$.

الإزاحة في المستوى الإحداثي: إذا رمزنا للإزاحة الأفقية بالرمز a ، وللإزاحة الرأسية b ، فإنه يمكن التعبير عن هذه الإزاحة بالقاعدة: $(x,y) \rightarrow (x+a\ ,y+b)$

ارسم صورة الشكل الناتجة عن الإزاحة التي تنقل النقطة A إلى النقطة A' في كلٍ ممّا يأتي:

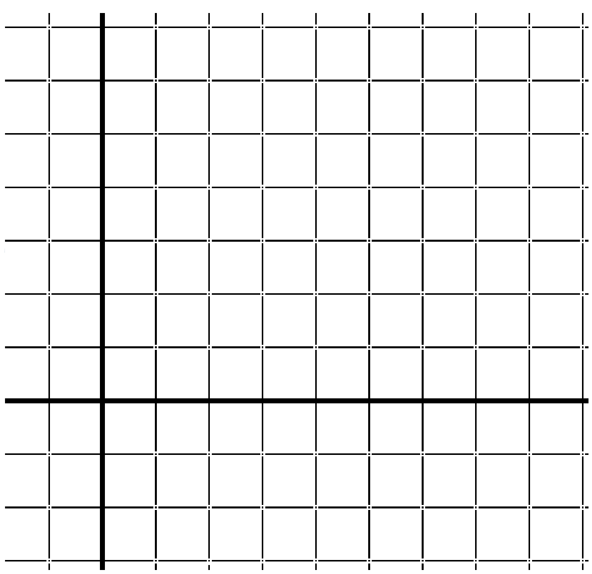




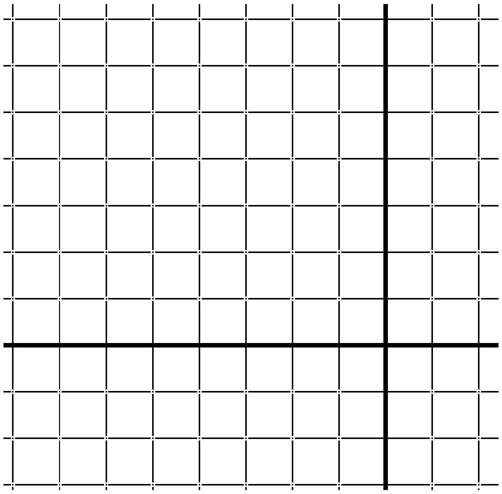


مثّل الشكل وصورته الناتجة عن الإزاحة المحددة في كلّ مما يأتي بيانيًا:

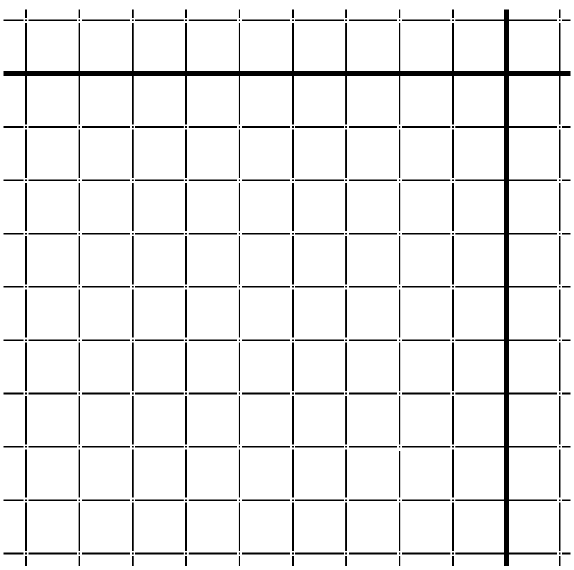
شبه المنحرف JKLM ذو الرؤوس $J(2,4)$, $K(1,1)$, $L(5,1)$, $M(4,4)$; $\langle 7,1 \rangle$



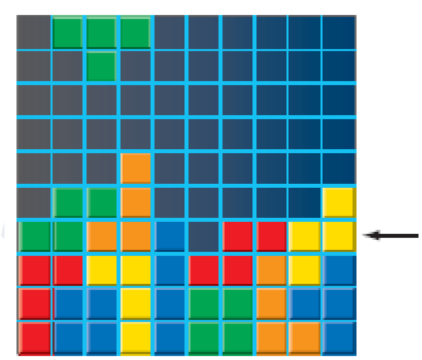
المثلث $\triangle DFG$ ذو الرؤوس $D(-8,8)$, $F(-10,4)$, $G(-7,6)$; $\langle 5,-2 \rangle$



متوازي الأضلاع $WXYZ$ ذو الرؤوس $W(-6,-5)$, $X(-2,-5)$, $Y(-1,-8)$, $Z(-5,-8)$; $\langle -1,4 \rangle$



ألعاب فيديو: إن هدف اللعبة المجاورة هو تحريك القطع الملونة إلى اليمين أو اليسار، عندما تنزل من أعلى الشاشة لملء كل صف دون ترك فراغاتٍ فيه. إذا كان الموقع الابتدائي للقطعة في أعلى الشاشة ، فاكتب قاعدةً (رمز الدالة) لوصف الإزاحة التي تملأ الصف المشار إليه بالسهم.

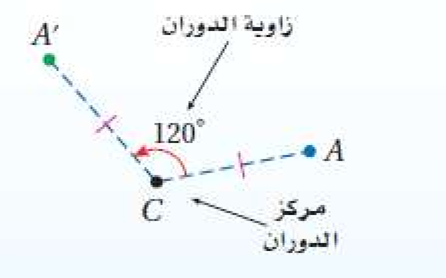


ورقة عمل الحادي عشر العام	10-3 الدوران	الاسم:---------------------

نواتج التعلّم 1– رسم الصورة الناتجة عن الدوران مستخدمًا المنقلة. 2– رسم الصورة الناتجة عن الدوران في المستوى الإحداثي.

الدوران يحرك كل نقطة في الشكل الأصلي بزاوية محددة وفي اتجاه محدد حول نقطة ثابتة تسمى **مركز الدوران**.

- إذا كانت النقطة هي مركز الدوران، فإن صورتها هي النقطة نفسها.
- إذا كانت النقطة غير مركز الدوران، فإن النقطة الأصلية وصورتها تبعدان المسافة نفسها عن مركز الدوران، والزاوية المتشكلة من النقطة ومركز الدوران والصورة تسمى **زاوية الدوران**.



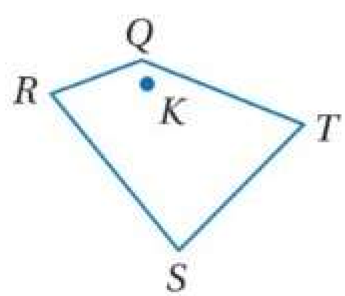
A' هي صورة A الناتجة عن دوران بزاوية $120°$ عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة C.

الدوران في المستوى الإحداثي:

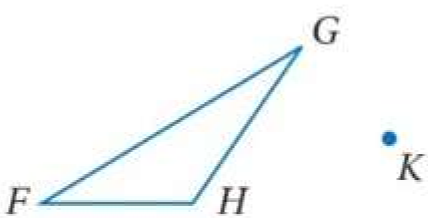
زاوية الدوران $90°$	زاوية الدوران $180°$	زاوية الدوران $270°$
$(x,y) \rightarrow (-y,\ x)$	$(x,y) \rightarrow (-x\ ,-y)$	$(x,y) \rightarrow (y\ ,-x)$

استخدم منقلةً ومسطرةً؛ لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة K بالزاوية المحددة في كل من السؤالين التاليين:

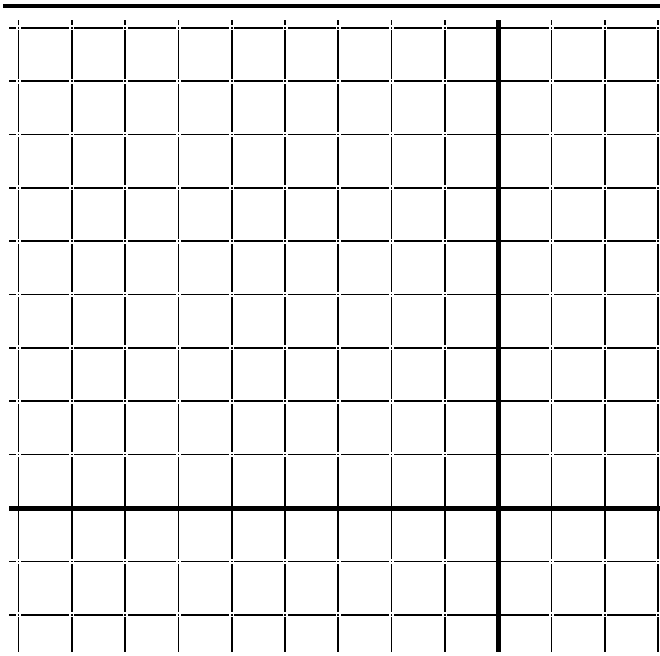
$120°$



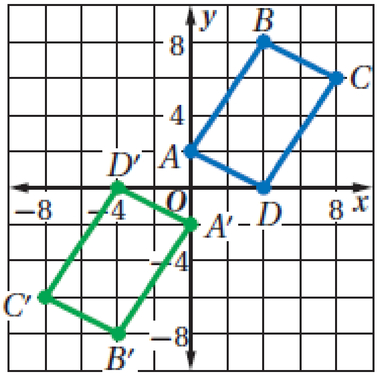
$45°$



إحداثيات رؤوس المثلث DFG هي : $D(-2,6)$, $F(2,8)$, $G(2,3)$ ، مثل بيانيًا المثلث وصورته الناتجة عن دوران بزاوية $270°$ حول نقطة الأصل.



اختيار من متعدد: الشكل المجاور يبين الشكل الرباعي ABCD وصورته A’B’C’D’ الناتجة عن دوران حول نقطة الأصل. ما قياس زاوية الدوران؟



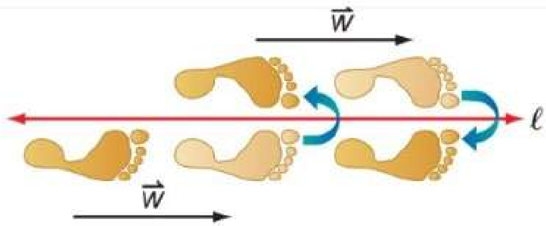
A) 90°
B) 180°
C) 270°
D) 360°

ورقة عمل الحادي عشر العام　　**10-4** تركيب التحويلات　　الاسم:---------------------

نواتج التعلّم
1− رسم صورة شكل هندسي ناتجة عن تركيب تحويلين هندسيين أحدهما هو الانعكاس.
2− رسم صورة شكل هندسي ناتجة عن تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين وحول مستقيمين متقاطعين.

عند إجراء تحويل هندسي على شكل ما، ثم إجراء تحويل هندسي آخر على صورته، فإن التحويل الهندسي الذي ينقل الشكل الأصلي إلى الصورة النهائية هو تركيب لتحويلين هندسيين، ويسمى تحويلًا هندسيا مركبًا.

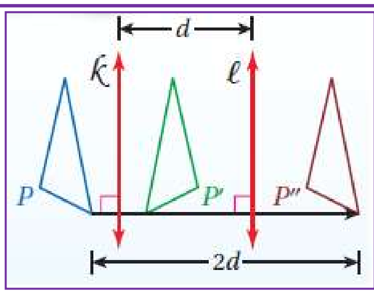
الانعكاس الانزلاقي: هو تحويل هندسي مركب ينتج عن إزاحة يليها انعكاس في خطٍّ مستقيم موازٍ لمتجه الإزاحة.

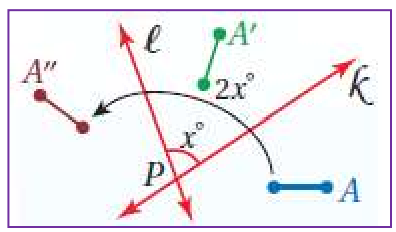


نظرية 14-1　**تركيب تحويلي تطابق (أو أكثر) هو تحويل تطابق أيضًا.**

نظرية 14-2　**يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين بأنه إزاحة، ويكون:**
• اتجاهها عموديًا على كلٍ من المستقيمين. • مقدارها مثلي المسافة بين المستقيمين المتوازيين.

نظرية 14-3　**يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين بأنه دوران، ويكون:**
• مركزه هو نقطة تقاطع المستقيمين. • قياس زاويته مثلي قياس الزاوية التي يشكلها المستقيمين.

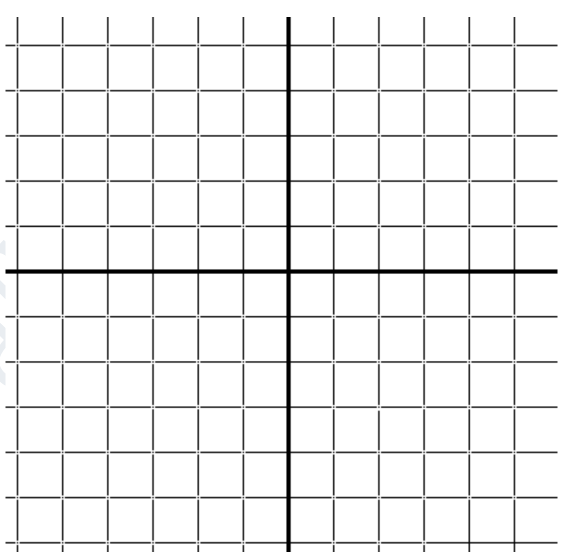




إحداثيات رؤوس المثلث CDE هي : $C(-5,-1)$, $D(-2,-5)$, $E(-1,-1)$ ، مثل بيانيًا المثلث وصورته الناتجة عن الانعكاس الانزلاقي المحدد:

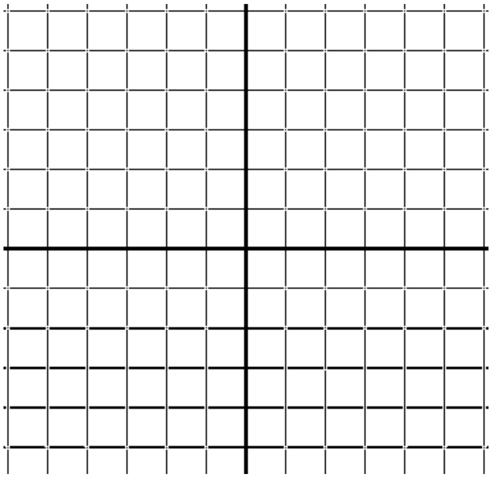
إزاحة: على طول $\langle 4,0 \rangle$

انعكاس: بالنسبة للمحور الأفقي x.



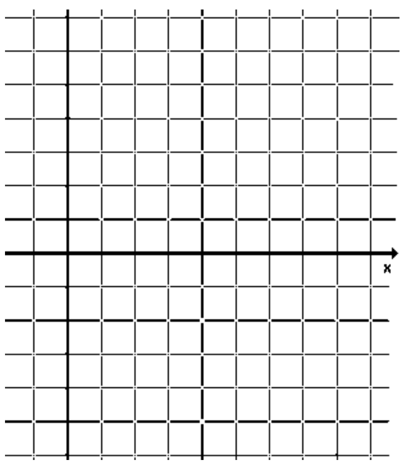
إزاحة: على طول $\langle 0,6 \rangle$

انعكاس: بالنسبة للمحور الرأسي y.

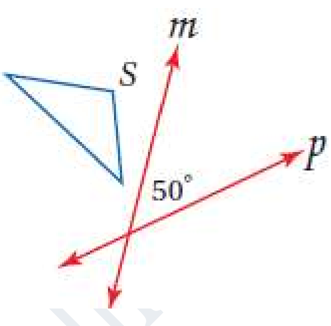


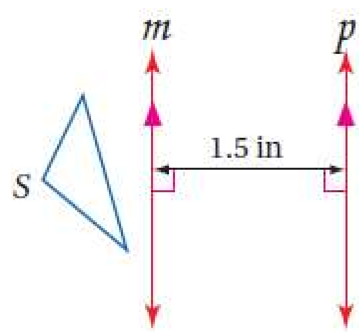
إحداثيات طرفَي $\overline{JK}$ هما $K(6,5)$, $J(2,5)$، مثل بيانيًا $\overline{JK}$ وصورتها الناتجة عن انعكاس حول المحور x ،

ثم دوران بزاوية $90°$ حول نقطة الأصل:

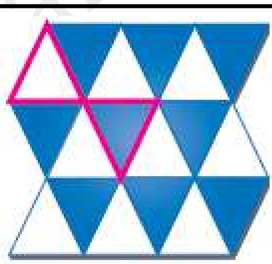


ارسم صورة الشكل S الناتجة عن انعكاس حول المستقيم m ثم حول المستقيم p ، ثم صف تحويلاً هندسيًا واحدًا ينقل S إلى S'' .





أنماط البلاط: صنع راشد نمطًا من بلاطٍ على شكل مثلث متطابق الضلعين، صف التحويل الهندسي المركّب الذي يمكن استخدامه لتكوين هذا النمط.



ورقة عمل الحادي عشر العام　　10-5 التناظر　　الاسم:--------------------

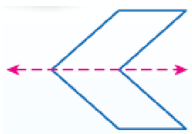
نواتج التعلّم

1- تحديد محاور التناظر والتناظر الدوراني للأشكال ثنائية الأبعاد.

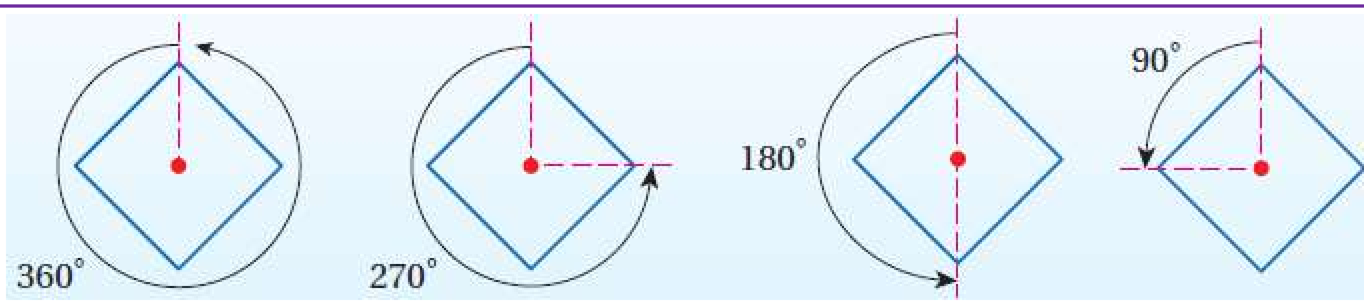
2- تحديد مستويات التناظر والتناظر الدوراني للأشكال ثلاثية الأبعاد.

يكون الشكل الثنائي الأبعاد متناظرًا حول محور، إذا كانت صورته الناتجة عن انعكاس حول مستقيم ما هي الشكل نفسه، ويسمى هذا المستقيم محور التناظر.

يكون للشكل ثنائي الأبعاد تناظر دوراني إذا كانت صورته الناتجة عن دوران بين 0° و 360° حول مركزه هي الشكل نفسه، ويسمى مركز الدوران في هذه الحالة مركز التناظر.

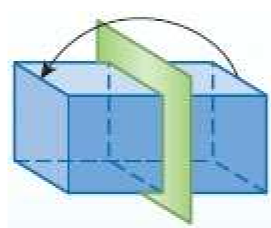


يطلق على عدد المرات التي تنطبق فيها صورة الشكل على الشكل نفسه في أثناء دورانه من 0° إلى 360° اسم رتبة التناظر، أما (مقدار التناظر) (زاوية التناظر الدوراني) فهي قياس أصغر زاوية يدورها الشكل حتى ينطبق على نفسه، وقياس هذه الزاوية يساوي [مقدار التناظر = 360° ÷ رتبة التناظر].

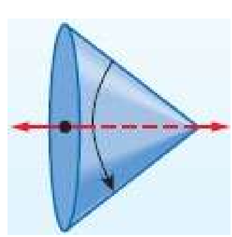


التناظر في الأشكال الثلاثية الأبعاد

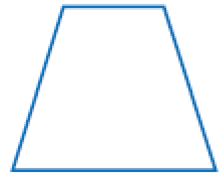
يكون الشكل الثلاثي الأبعاد متناظرًا حول مستوى، إذا كان صورة انعكاسه حول المستوى هي الشكل نفسه، ويسمى هذا المستوى بمستوى التناظر.

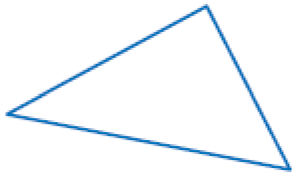


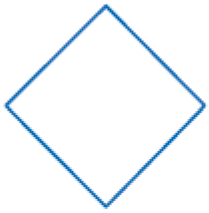
يكون للشكل الثلاثي الأبعاد تناظر محوري، إذا أمكن تدويره حول هذا المحور بزاوية بين 0° و 360° ؛ ليصبح كما كان في وضعه الأصلي.



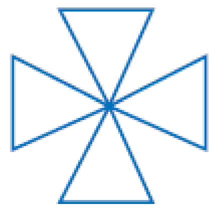
بيِّن ما إذا كان للشكل محور تناظر أم لا، وإذا كان كذلك، فارسم محاور التّناظر جميعها، وحدّد عددها في كلٍّ مما يأتي:

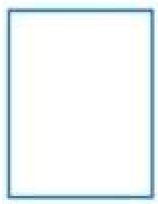


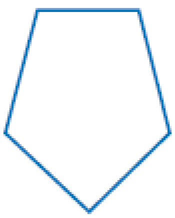




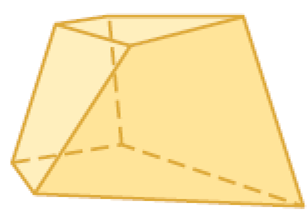
بيِّن ما إذا كان للشكل تناظر دوراني أم لا، وإذا كان كذلك، فعيّن مركز التّناظر، وحدد رتبته ومقداره في كلٍّ مما يأتي:

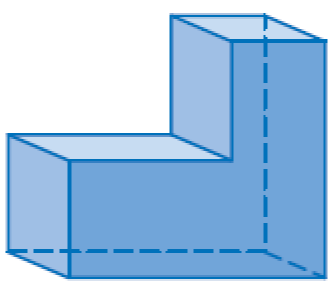


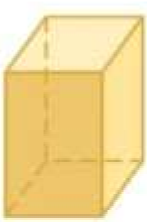




بيِّن ما إذا كان الشكل المجاور متناظرًا حول مستوى أو حول محور أو كلاهما أو غير ذلك.



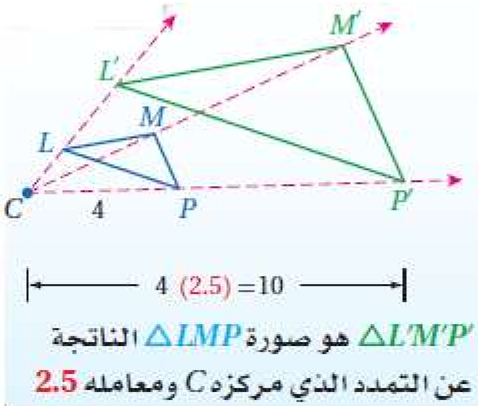




ورقة عمل الحادي عشر العام — **10-6** عمليات تغيير الأبعاد (التمدّد) — الاسم:---------------------

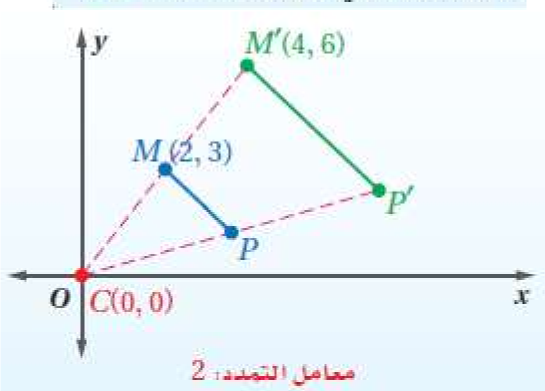
نواتج التعلّم 1– رسم الصورة الناتجة عن التمدد باستخدام المسطرة. 2– رسم الصورة الناتجة عن التمدد في المستوى الإحداثي.

التمدد هو تحويل هندسي يكَبِّر الشكل أو يصغره بنسبة محدَّدة هي نسبة أحد أطوال الصورة إلى الطول المناظر لها في الشكل الأصلي. وتسمى هذه النسبة معامل مقياس التمدد. ولأن الصورة الناتجة عن التمدُّد تشبه الشكل الأصلي، فإن التمدد نوع من أنواع تحويلات التشابه. ويتم تحديد التمدد بمعرفة مركز التمدد ومعامله.



التمدد الذي مركزه C ومعامله هو العدد الموجب k، حيث $k \neq 1$، ينقل النقطة P في شكلٍ ما إلى صورتها P'، بحيث:

- إذا انطبقت النقطة P على مركز التمدد C، فإن صورتها هي النقطة P نفسها.
- إذا لم تنطبق النقطة P على مركز التمدد C، فإن صورتها P' تقع على $\overrightarrow{CP}$ ويكون $CP' = k(CP)$

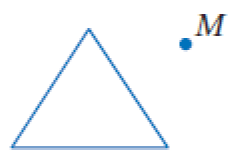


التمدد في المستوى الإحداثي

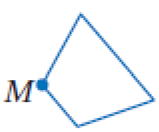
لإيجاد إحداثيات الصورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل، اضرب الإحداثيين x , y لكل نقطة في الشكل الأصلي في معامل مقياس التمدد k.

استخدم مسطرةً لرسم صورة الشكل الناتجة عن تمددٍ مركزه النقطة **M** ومعامله العدد k المحدد في كلٍ من السؤالين التاليين:

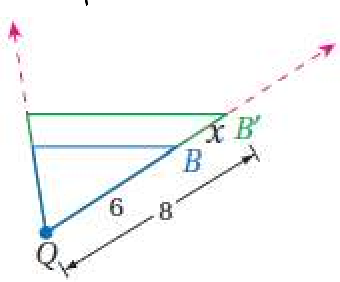
1) $k = \frac{1}{4}$



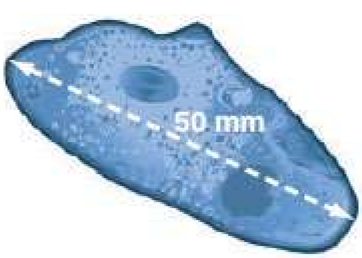
2) $k = 2$



3) حدّد ما إذا كان التمدد من الشكل **B** إلى الشكل **B'** تكبيرًا أم تصغيرًا، ثم أوجد معامله وقيمة x.

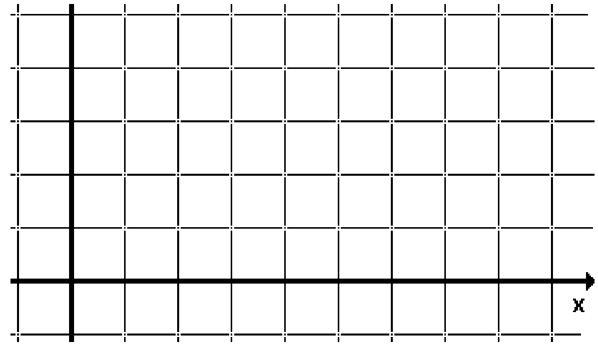


4) أحياء: طول مخلوق حيّ دقيق وحيد الخلية **200** ميكرون، ويظهر طوله تحت المجهر **50 mm**، إذا كان **1000** ميكرون = **1 mm**، فما قوة التكبير (معامل مقياس التمدد) المستخدمة؟ وضح إجابتك.

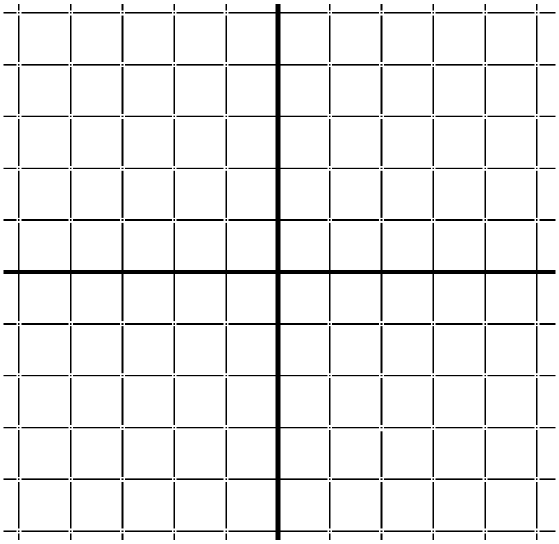


مثّل المضلع المعطاة إحداثيات رؤوسه بيانيًا، ثم مثّل صورته الناتجة عن تمددٍ مركزه نقطة الأصل ومعامله العدد k المحدد في كلٍّ من الأسئلة التالية:

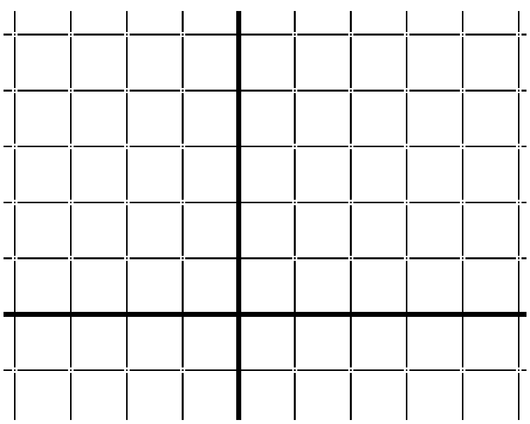
5) $W(0, 0), X(6, 6), Y(6, 0)$ ؛ $k = 1.5$



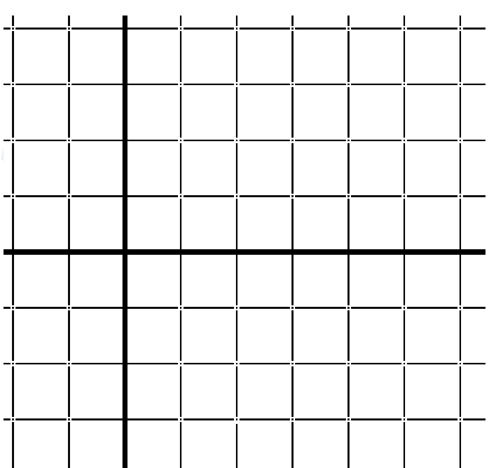
6) $Q(-4, 4), R(-4, -4), S(4, -4), T(4, 4)$ ؛ $k = \frac{1}{2}$



7) $A(-1, 4), B(2, 4), C(3, 2), D(-2, 2)$ ؛ $k = 2$



8) $J(-2, 0), K(2, 4), L(8, 0), M(2, -4)$ ؛ $k = \frac{3}{4}$



ورقة عمل الحادي عشر العام 11-1 النسب المثلثية في المثلثات القائمة الاسم : ______________

نواتج التعلّم

1– إيجاد قيم النسب المثلثية للزوايا الحادة.

2– استخدام النسب المثلثية لإيجاد أطوال أضلاع المثلثات القائمة وقياسات زواياها.

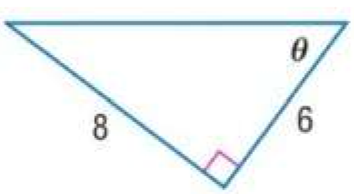
النسب المثلثية

بالكلمات	جبريًا
جيب الزاوية θSine ($\sin\theta$) هو نسبة طول الضلع المقابل لهذه الزاوية إلى طول الوتر.	$\sin\theta = \dfrac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$
جيب تمام الزاوية θCosine ($\cos\theta$) هو نسبة طول الضلع المجاور لهذه الزاوية إلى طول الوتر.	$\cos\theta = \dfrac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}$
ظل الزاوية θTangent ($\tan\theta$) هو نسبة طول الضلع المقابل لهذه الزاوية إلى طول الضلع المجاور لها.	$\tan\theta = \dfrac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}$

النظائر الضربية للنسب المثلثية

بالكلمات	جبريًا
قاطع تمام الزاوية θ Cosecant ($\csc\theta$) هو النظير الضربي للنسبة sin.	$\csc\theta = \dfrac{1}{\sin\theta} = \dfrac{\text{وتر}}{\text{مقابل}}$
قاطع الزاوية θ Secant ($\sec\theta$) هو النظير الضربي للنسبة cos.	$\sec\theta = \dfrac{1}{\cos\theta} = \dfrac{\text{وتر}}{\text{مجاور}}$
ظل تمام الزاوية θ Cotangent ($\cot\theta$) هو النظير الضربي للنسبة tan.	$\cot\theta = \dfrac{1}{\tan\theta} = \dfrac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}}$

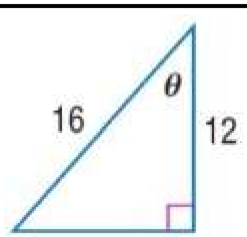
أوجد قيم النسب المثلثية الست للزاوية θ.



____

____

____



____

____

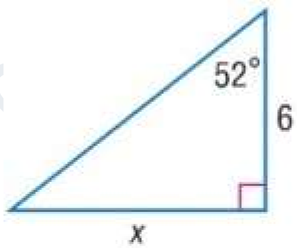
____

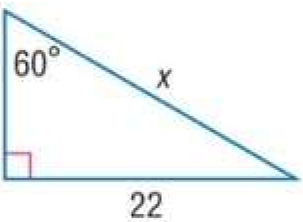
في مثلث قائم، تكون $\angle A$ حادة. أوجد قيم النسب المثلثية الخمس المتبقية.

$\cos A = \frac{4}{7}$

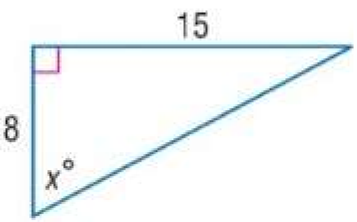
$\tan A = \frac{20}{21}$

استخدم نسبة مثلثية لإيجاد قيمة x. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.





أوجد قيمة x. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.



الاستنتاج المنطقي وجد عمر شجرتين أمام بعضهما مباشرة على كل جانب من الوادي. عندما تحرك مسافة 100 متر من الشجرة على جانبه (بشكل موازٍ مع حافة الوادي)، تشكلت زاوية قياسها 70° بالشجرة على جانبه والشجرة على الجانب الآخر. أوجد المسافة عبر الوادي.

السلالم زاوية الارتفاع الموصى بها للسلم المستخدم في مكافحة الحريق هي 75°. ما الارتفاع الذي يصل إليه سلم طوله 21 مترا على مبنى إذا تم استخدام زاوية الارتفاع الموصى بها؟ قرب إلى أقرب جزء من عشرة.

ورقة عمل الحادي عشر العام | **11-2** | **الزوايا وقياس الزاوية** | الاسم : ________________

نواتج التعلّم

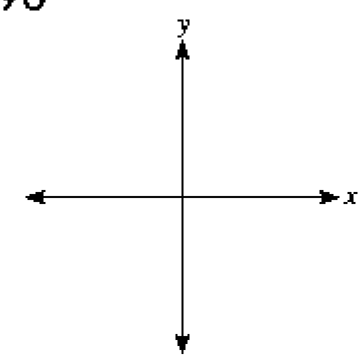
1- رسم الزوايا في الوضع القياسي وإيجادها.

2- تحويل قياس زاوية من الدرجة إلى الراديان والعكس.

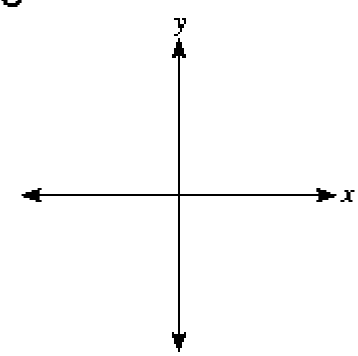
تكون الزاوية في **الوضع القياسي Standard Position** عندما يكون رأسها عند نقطة الأصل في المستوى الإحداثي، ويقع **ضلع الابتداء Initial Side** لها على الجزء الموجب من المحور x. يسمّى الضلع الذي دار للزاوية **ضلع الانتهاء Terminal Side**.

ارسم زاوية في وضع قياسي حسب القياس المُعطى.

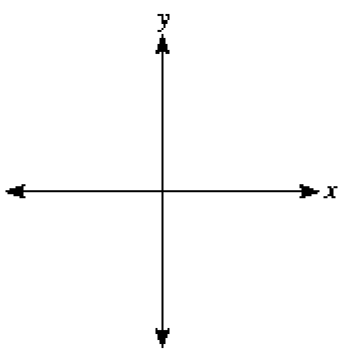
$390°$



$-60°$



$140°$



الزوايا المتشاركة في ضلع الانتهاء Coterminal Angles هناك عدد غير منته من الزوايا المتشاركة في ضلع الانتهاء. لتحديد قياس زاوية متشاركة في ضلع الانتهاء مع زاوية أخرى قياسها θ، أضيف أو أطرح مُضاعفًا من مضاعفات $360°$ أي قياس الدورة الكاملة فيكون: $\theta + n\,(360°)$ حيث n عدد صحيح.

أوجد زاوية ذات قياس موجب وزاوية ذات قياس سالب تشتركان في ضلع الانتهاء مع كل زاوية.

$-100°$

____

____

$25°$

____

____

أعد كتابة كل قياس بالدرجة بالراديان وكل قياس بالراديان بالدرجة.

$-40°$

____

____

$225°$

____

____

$\frac{\pi}{4}$

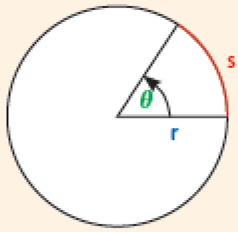
____

____

قانون طول القوس

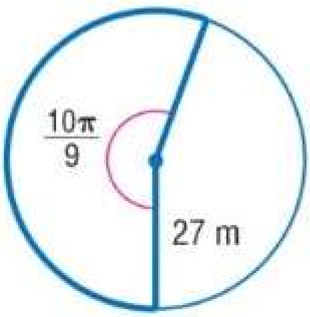
لحساب طول القوس s الذي تحدّده زاوية مركزية قياسها θ راديان، في دائرة نصف قطرها r، أستخدم القانون.

$$s = r\theta$$



الاستنتاج صنع لاعب تنس دورة بيده تحركت على امتداد مسار قوس. إذا كان نصف قطر دائرة القوس هو 1.2 متر وزاوية الدوران هي $100°$. فما طول القوس؟ قرب إلى أقرب جزء من عشرة.

أوجد طول كل قوس. قرب إلى أقرب جزء من عشرة.

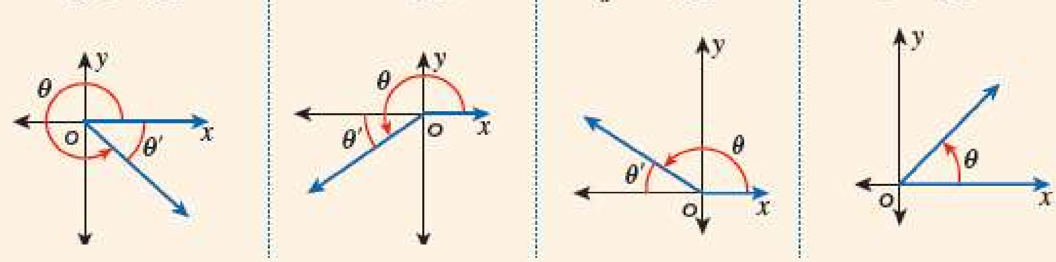


ورقة عمل الحادي عشر العام **11-3** النسب المثلثية للزوايا العامة الاسم:--------------------

نواتج التعلّم 1– إيجاد قيم النسب المثلثية للزوايا العامة. 2– إيجاد قيم النسب المثلثية باستخدام زوايا المرجع.

الزوايا المرجعية

الربع الأول	الربع الثاني	الربع الثالث	الربع الرابع
$\theta' = \theta$	$\theta' = 180° - \theta$	$\theta' = \theta - 180°$	$\theta' = 360° - \theta$



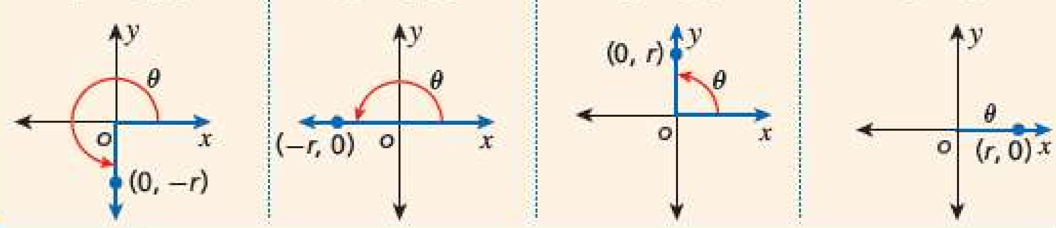
النسب المثلثية

إذا كانت P نقطة على ضلع الانتهاء لزاوية θ في الوضع القياسي وكان $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ فإن:

الظل	جيب التمام	الجيب
$\tan\theta = \frac{y}{x}$	$\cos\theta = \frac{x}{r}$	$\sin\theta = \frac{y}{r}$

الزوايا الربعية

$\theta = 0°$	$\theta = 90°$	$\theta = 180°$	$\theta = 270°$
$(r, 0)$	$(0, r)$	$(-r, 0)$	$(0, -r)$



النسب المثلثية للزوايا الربعية

θ	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
0	0	1	0
90°	+1	0	غير معرّف
180°	0	−1	0
270°	−1	0	غير معرّف
360°	0	1	0

قيم النسب المثلثية للزوايا الخاصة

sine	cosine	Tangent
$\sin 30° = \frac{1}{2}$	$\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$
$\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\cos 60° = \frac{1}{2}$	$\tan 60° = \sqrt{3}$
$\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\tan 45° = 1$

الربع الثاني	الربع الأول
$\sin\theta$: +	$\sin\theta$: +
$\cos\theta$:	$\cos\theta$: +
$\tan\theta$:	$\tan\theta$: +

الربع الثالث	الربع الرابع
$\sin\theta$:	$\sin\theta$:
$\cos\theta$:	$\cos\theta$: +
$\tan\theta$: +	$\tan\theta$:

ضلع الانتهاء للزاوية θ الموجودة في وضع قياسي، يتضمن كل نقطة. أوجد القيم الدقيقة للنسب المثلثية الست لـ θ.

$(1, 2)$

$(-8, -15)$

$(0, -4)$

ارسم كل زاوية، ثم أوجد زاوية المرجع لها.

300°	115°	$-\frac{3\pi}{4}$

أوجد القيمة الدقيقة لكل نسبة مثلثية مما يلي.

$\sin \frac{3\pi}{4}$	$\sec 120^\circ$

$\tan \frac{5\pi}{3}$

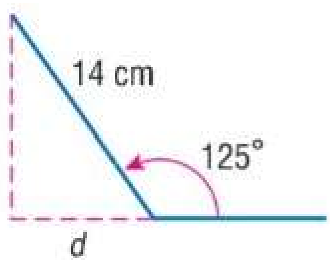
$\sin 300^{\circ}$

الترفيه فتحت ميساء مشغل DVD المحمول بحيث يصنع زاوية °125. ويبلغ طول الشاشة 14 سنتيمترًا.

a. أعد تصميم الرسم التخطيطي بحيث تكون الزاوية في وضع قياسي على المستوى الإحداثي.

b. أوجد زاوية المرجع، ثم اكتب نسبة مثلثية يمكن استخدامها لإيجاد المسافة إلى الجدار d التي يمكن وضع مشغل DVD عندها.

c. استخدم النسبة لإيجاد المسافة. قرب إلى أقرب جزء من عشرة.

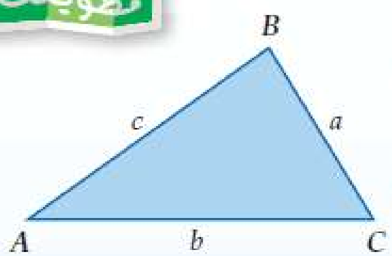


ورقة عمل الحادي عشر العام **11-4** **قانون الــ Sine** الاسم:---------------------

نواتج التعلّم 1– إيجاد مساحة مثلث باستخدام ضلعين وزاوية محصورة. 2- استخدام قانون الـ sine في حل المثلثات.

مفهوم أساسي — مساحة المثلّث

أضف إلى مطويتك

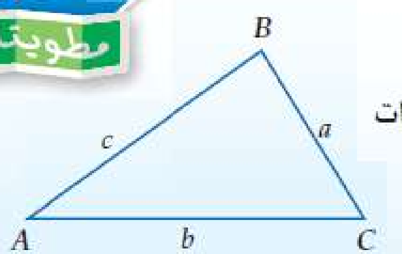


التعبير اللفظي: مساحة المثلّث (k) تساوي نصف حاصل ضرب طولَي ضلعين في جيب الزاوية المحصورة بينهما.

الرموز: $k = \frac{1}{2} bc \sin A$ $\quad k = \frac{1}{2} ac \sin B$ $\quad k = \frac{1}{2} ab \sin C$

مفهوم أساسي — قانون الجيوب

أضف إلى مطويتك



إذا كانت أضلاع $\triangle ABC$ التي أطوالها: a, b, c تقابل الزوايا ذات القياسات A, B, C على الترتيب، فإن العلاقات الآتية تكون صحيحة:

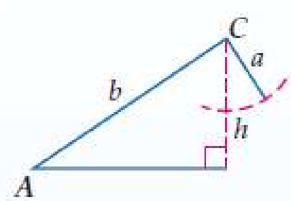
$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

مفهوم أساسي — المثلّثات الممكنة في حالة (SSA)

أضف إلى مطويتك

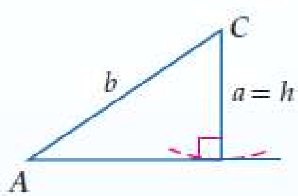
افترض مثلثًا معلومًا فيه: $m\angle A, a, b$

$\angle A$ حادّة



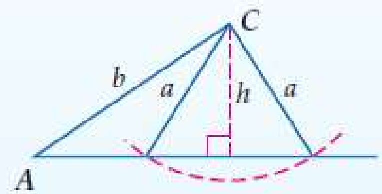
$a < h$

لا يوجد حلّ



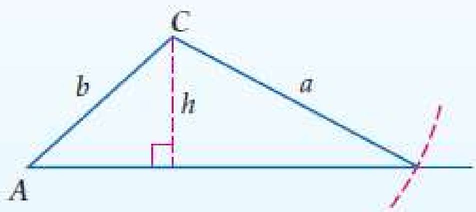
$a = h$

حلّ واحد



$h < a < b$

حلّان



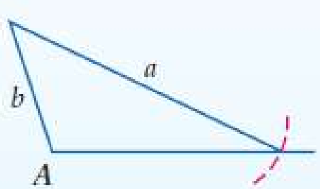
$a \geq b$

حلّ واحد

$\angle A$ قائمة أو منفرجة

$a \leq b$

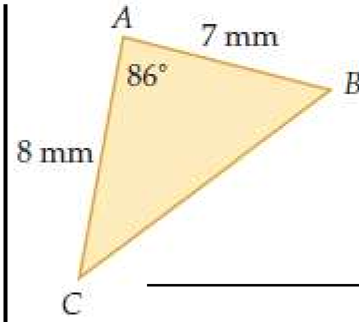
لا يوجد حلّ

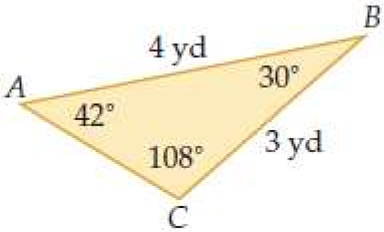


$a > b$

حلّ واحد

أوجد مساحة $\triangle ABC$ في كلٍّ ممّا يأتي، مقرّبةً إلى أقرب جزء من عشرة.

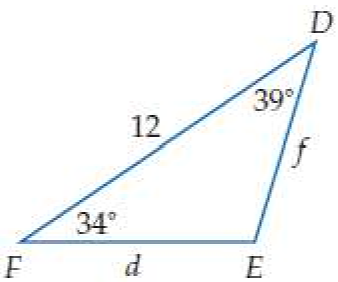




$B = 103^\circ$, $a = 20$ in, $c = 18$ in

$A = 40^\circ, b = 11$ cm, $c = 6$ cm

حُلّ كلَّ مثلَّث مما يأتي، مقرِّبًا أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة:



$\triangle FGH$ الذي فيه: $G = 80^\circ, H = 40^\circ, g = 14$

فضاء: ارجع إلى فقرة "لماذا؟" في بداية هذا الدرس. وأوجد المسافة بين فوّهة واهو وفوّهة نوكان.

حدد إن كان للمثلَّث ABC في كلٍّ ممَّا يأتي حلّ واحد، أم حلّان، أم ليس له حلّ. أوجد الحلول، مقرِّبًا أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة:

$A = 95°, a = 19, b = 12$

$A = 60°, a = 15, b = 24$

$A = 34°, a = 8, b = 13$

ورقة عمل الحادي عشر العام **11-5** **قانون الــ Cosine** الاسم:--------------------

نواتج التعلّم 1– استخدام قانون الـ cosine في حل المثلثات. 2- اختيار طرقًا مناسبة لحل المثلثات.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

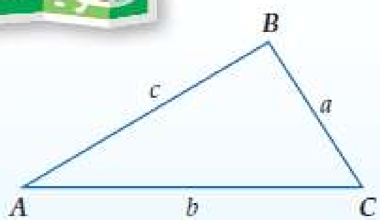
قانون جيوب التمام

إذا كانت أضلاع $\triangle ABC$ التي أطوالها: a, b, c تقابل الزوايا ذات القياسات A, B, C على الترتيب، فإن العلاقات الآتية تكون صحيحة:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$



ملخّص المفهوم

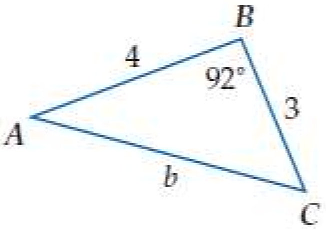
أضف إلى مطويتك

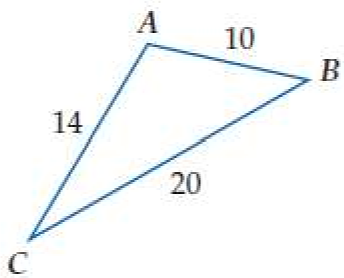
حَلُّ المثلَّثات غير القائمة الزاوية

إذا أُعطيت	فابدأ الحلَّ باستعمال
قياسا زاويتين وطول أيِّ ضلع	قانون الجيوب
طولا ضلعين وقياس الزاوية المقابلة لأحدهما	قانون الجيوب
طولا ضلعين وقياس الزاوية المحصورة بينهما	قانون جيوب التمام
أطوال الأضلاع الثلاثة	قانون جيوب التمام

كرة قدم: في إحدى مباريات كرة القدم كان لاعب خط الوسط على بُعد 20 m من لاعب الجناح الأيمن. ودار لاعب خطّ الوسط بزاوية قياسها $40°$، فرأى لاعب الجناح الأيسر على بُعد 16 m منه. ما المسافة بين لاعبي الجناحين؟

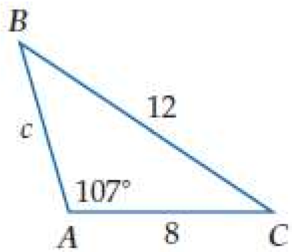
حُلَّ كلَّ مثلَّث ممَّا يأتي مقرِّبًا أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة:

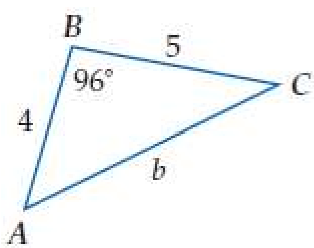




$a = 5, b = 8, c = 12$

حدّد أنسب طريقة يجب البدء بها (قانون الجيوب أم جيوب التمام) لحَلِّ كلِّ مثلَّث ممَّا يأتي، ثم حُلَّ المثلَّث مقرِّبًا أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.





نواتج التعلّم 1– إيجاد قيم دوال مثلثية بالاعتماد على دائرة الوحدة. 2- استخدام خواص الدوال الدورية في إيجاد قيم دوال مثلثية.

الدوالّ الدائرية: **دائرة الوحدة** هي دائرة مرسومة في المستوى الإحداثي مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها وحدة واحدة.

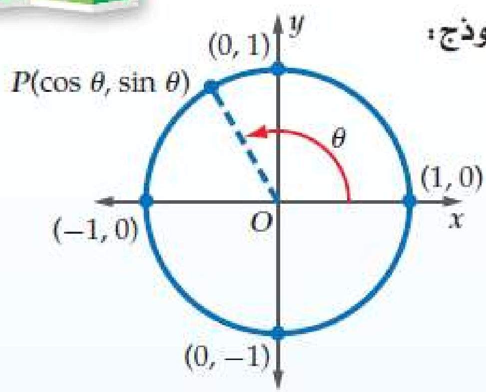
مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

دوالّ في دائرة الوحدة

التعبير اللفظي: إذا قطع ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي دائرة الوحدة في النقطة $P(x, y)$، فإن: $\cos\theta = x$, $\sin\theta = y$

النموذج:

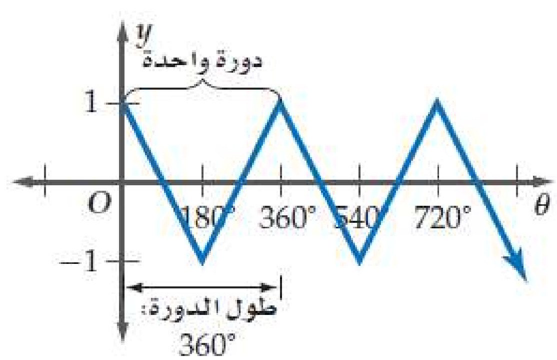


الرموز: $P(x, y) = P(\cos\theta, \sin\theta)$

مثال: إذا كانت: $\theta = 120°$ فإن:
$P(x, y) = P(\cos 120°, \sin 120°)$

كلٌّ من $\sin\theta = y$, $\cos\theta = x$ دالّة بالنسبة إلى θ. وتُسمّى كلٌّ منهما **دالّة دائرية** ؛ لأن تعريف كلٍّ منهما اعتمد على دائرة الوحدة.

الدوالّ الدورية: في **الدوالّ الدورية** يكون شكل الدالّة وقيمها (y) عبارة عن تكرار لنمط على فترات منتظمة متتالية. ويُسمّى النمط الواحد الكامل منها **دورة**، وتُسمّى المسافة الأفقية في الدورة **طول الدورة** كما هو مبيّن في التمثيل البياني للدالّة أدناه.



θ	y
0°	1
180°	−1
360°	1
540°	−1
720°	1

تتكرر الدورة كل 360°

بما أن طول الدورة لكلٍّ من الدالّتين هو 360°، فإن قيم كلٍّ من الدالّتين تتكرّر كلَّ 360°.
لذلك فإن $\cos(x + 360°) = \cos x$, $\sin(x + 360°) = \sin x$

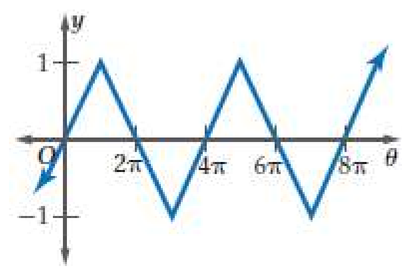
إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة P،

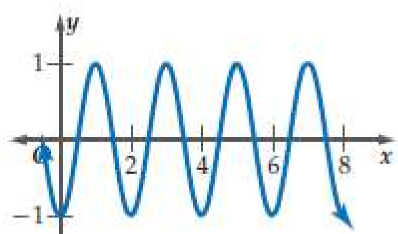
فأوجد كلًّا من $\cos\theta, \sin\theta$ في كلٍّ ممّا يأتي:

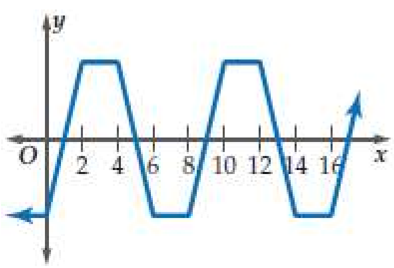
$P\left(\frac{15}{17}, \frac{8}{17}\right)$

$P\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

أوجد طول الدورة لكلٍّ من الدالّتين الآتيتين:



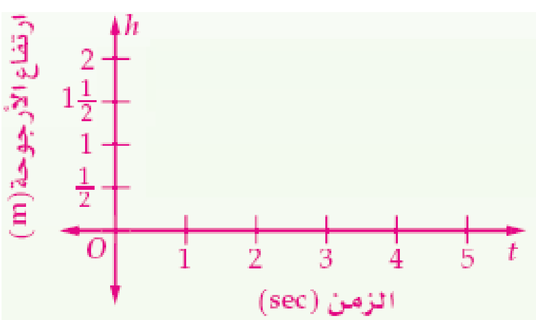




أرجوحة: إذا مثّل ارتفاع أرجوحة دالّة دوريّة في الزمن، بحيث تصل الأرجوحة إلى أقصى ارتفاع لها وهو $2\,m$، ثم تعود إيابًا لتصل $2\,m$ مرّة أخرى مرورًا بأقلّ ارتفاع لها وهو $\frac{1}{2}m$، مستغرقة زمنًا قدره ثانية واحدة بين أقلّ ارتفاع وأقصى ارتفاع، فأجب عما يأتي:

a) ما الزمن الذي تستغرقه حركة الأرجوحة ذهابًا وإيابًا بدءًا بأقصى ارتفاع وانتهاءً إليه؟

b) مثّل بيانيًّا ارتفاع الأرجوحة h باعتبارها دالّة في الزمن t.



أوجد القيمة الدقيقة لكلٍّ دالّة مثلّثية ممّا يأتي:

$\cos 540°$

$\sin(-60°)$

$\sin\frac{13\pi}{6}$

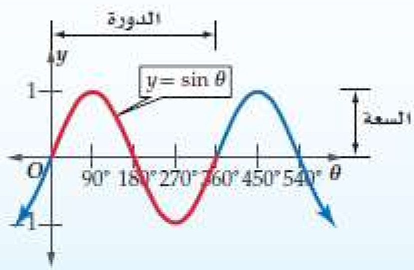
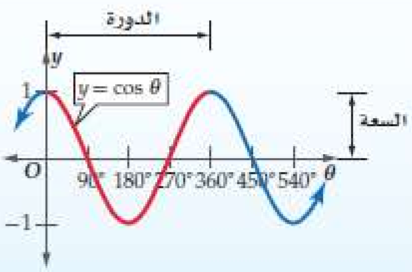
ورقة عمل الحادي عشر العام **11-7** **التمثيل البياني للدوال المثلثية** **الاسم:---------------------**

نواتج التعلّم 1– وصف دوال الجيب وجيب التمام والظل وتمثيلها بيانيا. 2- وصف دوال مثلثية أخرى وتمثيلها بيانيًا.

مفهوم أساسي

دالتا الجيب وجيب التمام

أضف إلى مطويتك

الدالّة المولدة (الأم)	$y = \sin \theta$	$y = \cos \theta$
التمثيل البياني		
المجال	مجموعة الأعداد الحقيقية	مجموعة الأعداد الحقيقية
المدى	$\{y \mid -1 \le y \le 1\}$	$\{y \mid -1 \le y \le 1\}$
السعة	1	1
طول الدورة (الفترة)	360°	360°

سعة منحنى دالّة الجيب أو دالّة جيب التمام تساوي نصف الفرق بين القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالّة.

التمثيل البياني للدوالّ المثلّثية في صورتها العامة: $y = a \sin b\theta$, $y = a \cos b\theta$،
سعتها $|a|$، وطول دورتها **(فترتها)** $\frac{360°}{|b|}$.
والقيمة العظمى هي $y = |a|$، والقيمة الصغرى هي $y = -|a|$.

نقاط تقاطع كلٍّ منهما مع المحور θ هي كما في الجدول الآتي:

$y = a \sin b\theta$	$y = a \cos b\theta$
$(0, 0), \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{360°}{b}, 0\right) \left(\frac{360°}{b}, 0\right)$	$\left(\frac{1}{4} \cdot \frac{360°}{b}, 0\right), \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{360°}{b}, 0\right)$

يتمُّ وصف موجات الصوت عادة باستعمال **التردد**، وهو عدد الدورات في وحدة الزمن.

ولإيجاد تردد التمثيل البياني لدالّة نجد مقلوب طول الدورة، فمثلًا إذا كان طول الدورة للدالّة $\frac{1}{100}$ ثانية، فإن ترددها يساوي 100 دورة في الثانية.

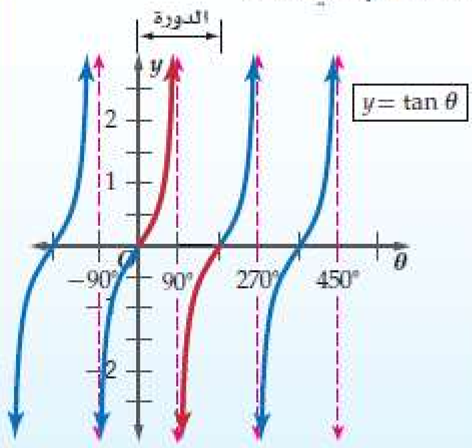
مفهوم أساسي

دالّة الظلّ

أضف إلى مطويتك

الدالّة المولّدة (الأم)	$y = \tan \theta$
المجال	$\{\theta \mid \theta \neq 90° + 180° n,\ n \in Z\}$
المدى	مجموعة الأعداد الحقيقية
السعة	غير معرّفة
طول الدورة	$180°$

التمثيل البياني للدالّة

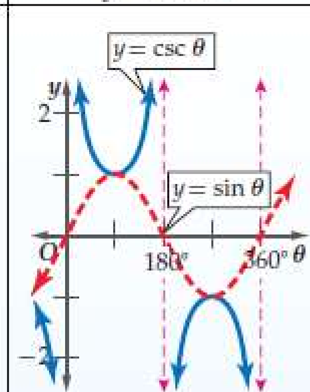
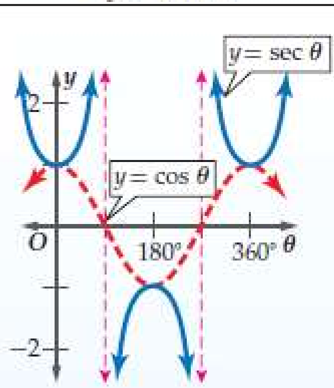
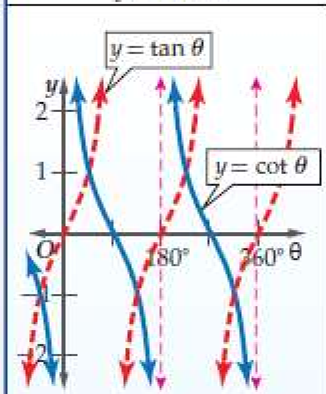


طول الدورة لمنحنى الدالّة $y = a \tan b\theta$ يساوي $\frac{180°}{|b|}$ ، ولا يوجد سعة لهذه الدالّة. وخطوط التقارب الرأسية لها تكون عند المضاعفات الفردية للعدد $\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{180°}{|b|}\right)$

مفهوم أساسي

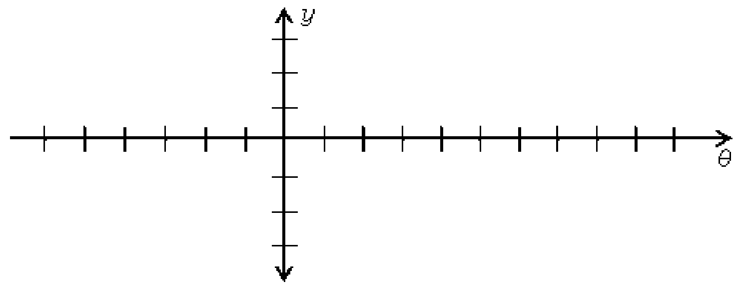
دوالّ قاطع التمام والقاطع وظلّ التمام

أضف إلى مطويتك

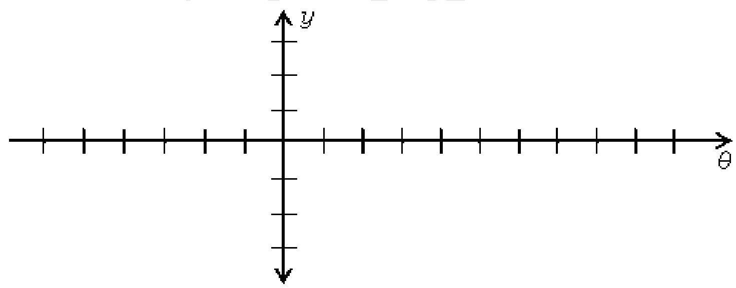
الدالّة المولّدة (الأم)	$y = \csc \theta$	$y = \sec \theta$	$y = \cot \theta$
التمثيل البياني			
المجال	$\{\theta \mid \theta \neq 180n,\ n \in Z\}$	$\{\theta \mid \theta \neq 90 + 180n,\ n \in Z\}$	$\{\theta \mid \theta \neq 180n,\ n \in Z\}$
المدى	$\{y \mid 1 \leq y \vee y \leq -1\}$	$\{y \mid 1 \leq y \vee y \leq -1\}$	مجموعة الأعداد الحقيقية
السعة	غير معرّفة	غير معرّفة	غير معرّفة
طول الدورة	$360°$	$360°$	$180°$

أوجد السعة وطول الدورة لكلٍّ دالّة مما يأتي، ثم مثّلها بيانيًّا:

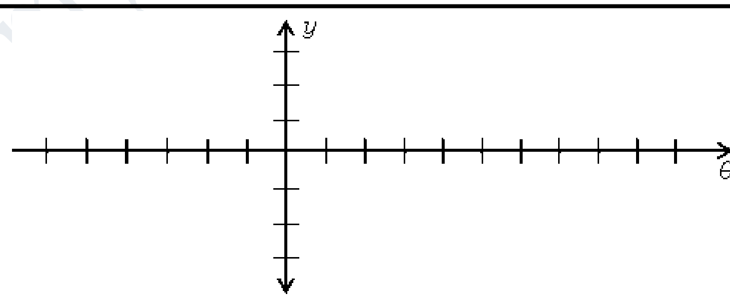
$y = 4 \sin \theta$



$y = \sin 3\theta$



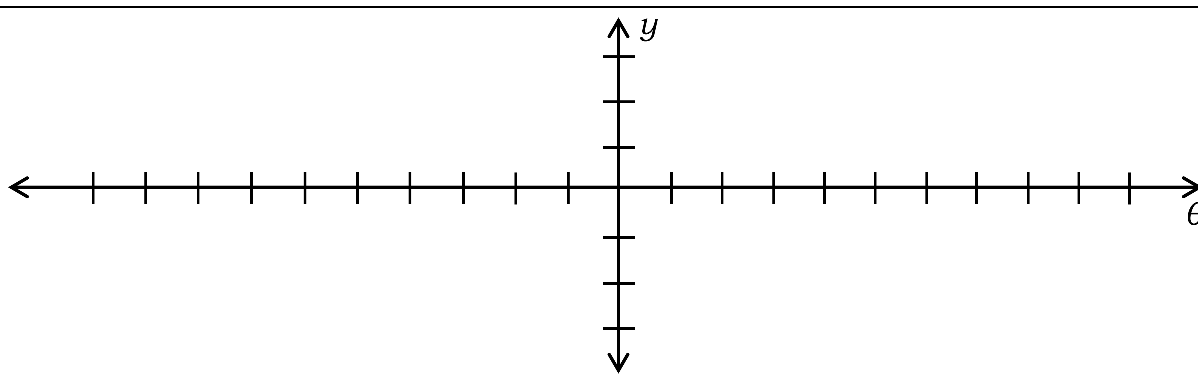
$y = \frac{1}{2} \cos 3\theta$



عناكب: عندما تسقط حشرة ما في شبكة العنكبوت، فإن الشبكة تهتز بتردد يبلغ 14 هيرتز.

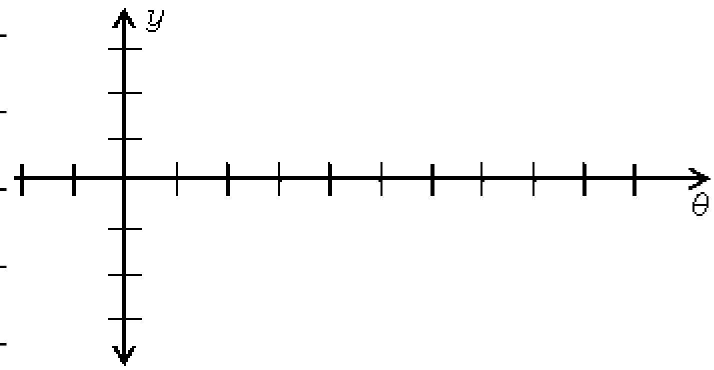
a) أوجد طول دورة الدالّة. ____________________

b) افرض أن سعة الدالّة وحدة واحدة. واكتب دالّة جيب تُمثّل اهتزازات الشبكة y كدالّة في الزمن t، ومثلها بيانيًّا. ____________________

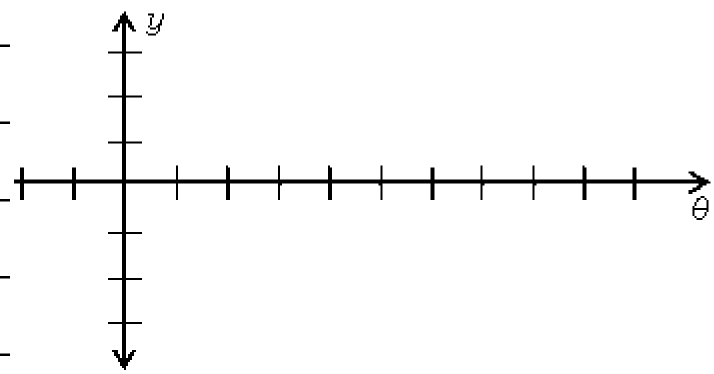


أوجد طول الدورة لكلٍّ دالّة مما يأتي، ثم مثّلها بيانيًّا:

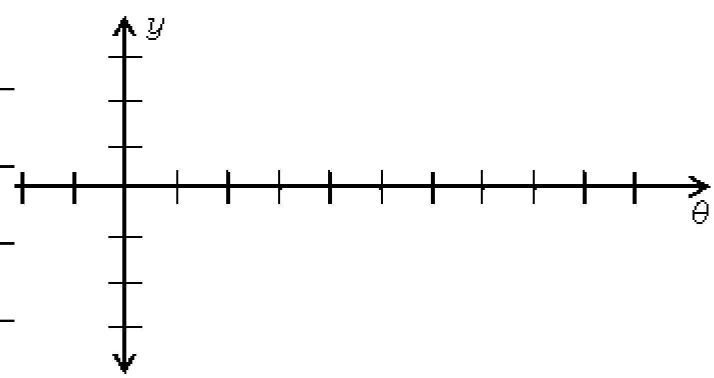
$y = 3\tan\theta$



$y = 2\csc\theta$



$y = \cot 2\theta$



نواتج التعلّم

1– تمثيل الإزاحة الأفقية للتمثيلات البيانية للدوال المثلثية وإيجاد إزاحات الطور.

2– تمثيل الإزاحة الرأسية للتمثيلات البيانية للدوال المثلثية.

تُسمى الإزاحة الأفقية للدالة الدورية باسم **إزاحة الطور**.

إزاحة الطور للدوال $y = a \sin b(\theta - h)$ و $y = a \cos b(\theta - h)$ و $y = a \tan b(\theta - h)$ هي h. حيث $b > 0$.

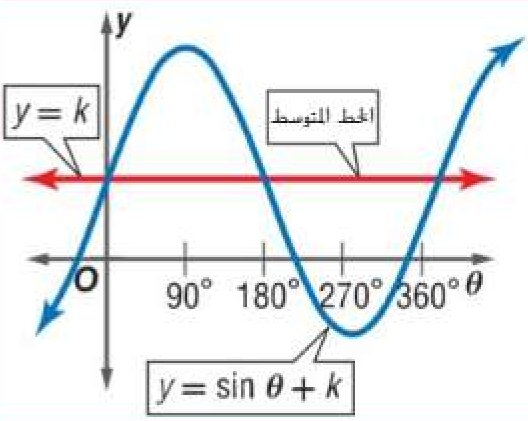
إذا كان $h > 0$. فإن الإزاحة تكون h وحدات إلى اليمين.

إذا كان $h < 0$. فإن الإزاحة تكون $|h|$ وحدات إلى اليسار.

الإزاحة الرأسية الإزاحة الرأسية للدوال $y = a \sin b\theta + k$ و $y = a \cos b\theta + k$ و $y = a \tan b\theta + k$ هي k.

إذا كانت $k > 0$. فإن الإزاحة تكون عدد k من الوحدات لأعلى.

إذا كانت $k < 0$. فإن الإزاحة تكون عدد $|k|$ من الوحدات لأسفل.



عند إزاحة دالة مثلثية رأسيًا عدد k من الوحدات، يكون المستقيم $y = k$ المحور الأفقي الجديد الذي يتحرك التمثيل البياني حوله. ويسمى هذا المستقيم **الخط المتوسط**

السعة　　الفترة

$$y = \underbrace{a}_{\text{السعة}} \sin \underbrace{b}_{\text{الفترة}}(\theta - \underbrace{h}_{\text{إزاحة الطور}}) + \underbrace{k}_{\text{الإزاحة الرأسية}}$$

إزاحة الطور　　الإزاحة الرأسية

اذكر السعة والفترة وإزاحة الطور لكل دالة. ثم مثِّل الدالة بيانيًا.

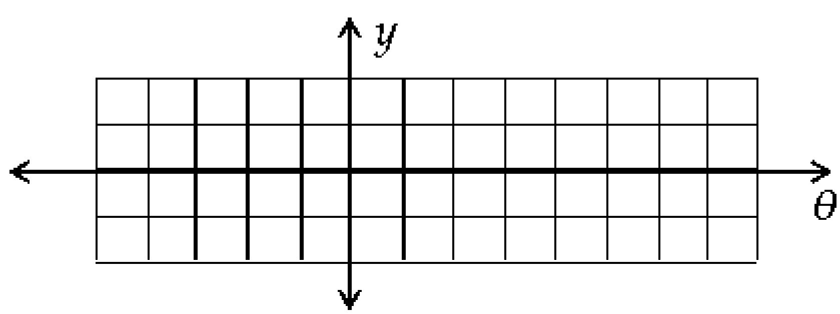
$y = \sin(\theta - 180°)$

____

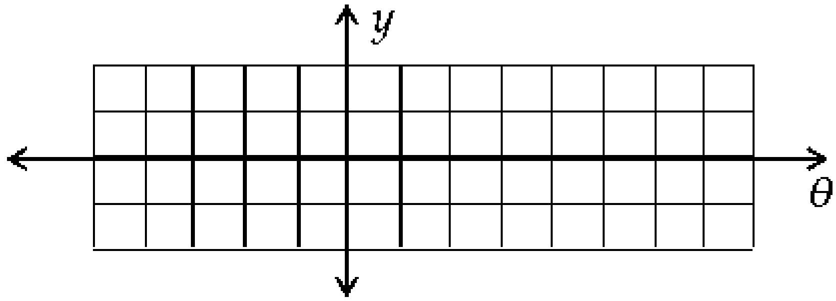
____

____

____

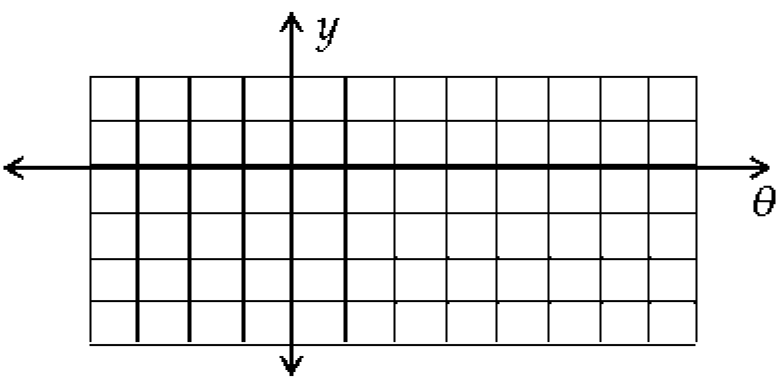


$y = \frac{1}{2} \cos(\theta + 90°)$

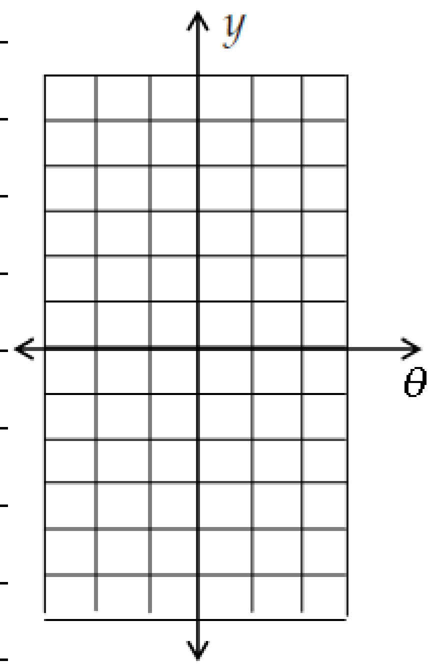


اذكر السعة والفترة والإزاحة الرأسية ومعادلة الخط المتوسط لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًّا.

$y = \sin\theta - 2$

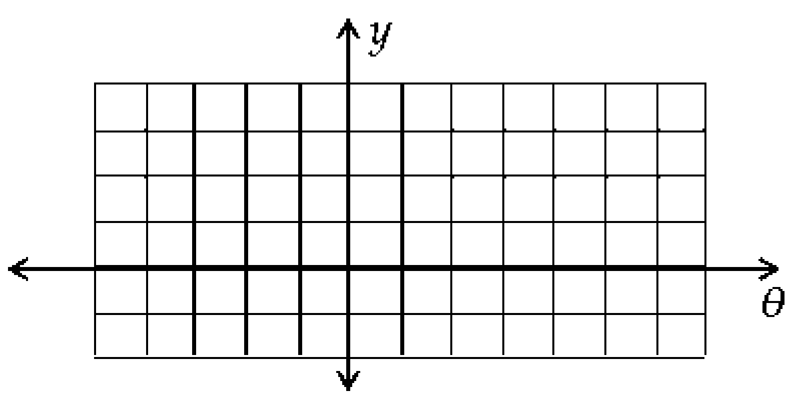


$y = \frac{1}{2} \tan\theta + 1$

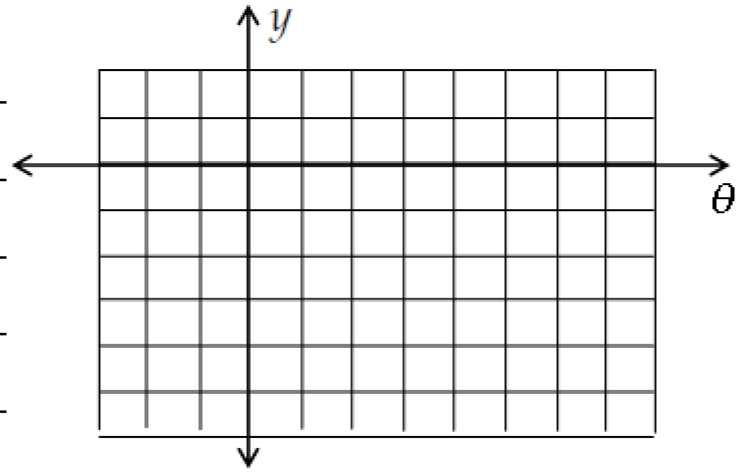


الانتظام **اذكر السعة والفترة وإزاحة الطور والإزاحة الرأسية لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًّا.**

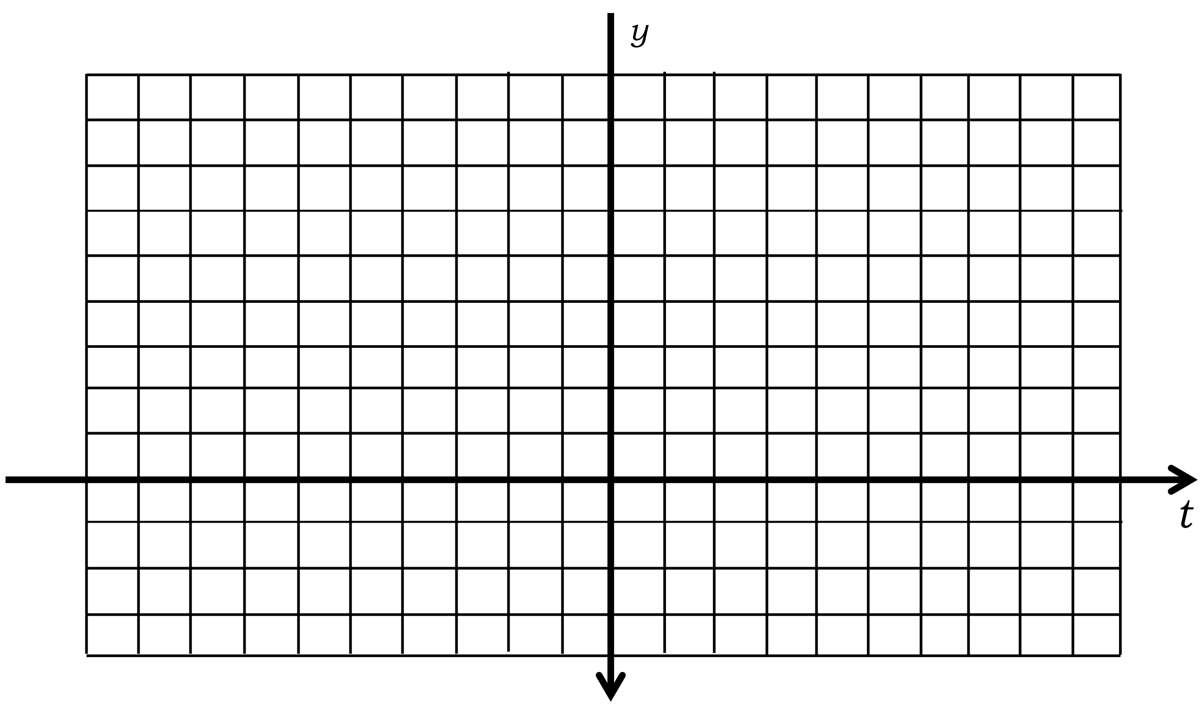
$y = 2\sin(\theta + 45°) + 1$



$y = \cos 3(\theta - \pi) - 4$



تدريب عند ممارسة نشاط جسدي متوسط، يتراوح ضغط الدم عند الإنسان ما بين قيمة عظمى قدرها 130 وقيمة صغرى قدرها 90. ومعدل ضربات قلب الإنسان يساوي 90 ضربة في الدقيقة. اكتب معادلة sine التي تمثل ضغط دم الإنسان P في زمن t ثانية. ثم مثّل الدالة بيانيًّا.



ورقة عمل الحادي عشر العام **11-9** **الدوال المثلثية العكسية** الاسم:---------------------

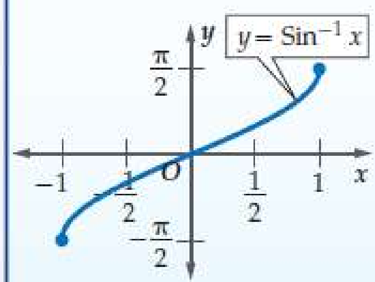
نواتج التعلّم 1– إيجاد قيم الدوال المثلثية العكسية. 2- حل معادلات باستخدام الدوال المثلثية العكسية.

مفهوم أساسي الدوالّ المثلّثية العكسية

أضف إلى مطويتك

الدالّة العكسية	الرموز	المجال	المدى
دالّة الجيب العكسية $y = \text{Arcsin } x$	$y = \text{Sin}^{-1} x$	$-1 \le x \le 1$	$-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$ $-90° \le y \le 90°$
دالّة جيب التمام العكسية $y = \text{Arccos } x$	$y = \text{Cos}^{-1} x$	$-1 \le x \le 1$	$0 \le y \le \pi$ $0° \le y \le 180°$
دالّة الظل العكسية $y = \text{Arctan } x$	$y = \text{Tan}^{-1} x$	مجموعة الأعداد الحقيقية	$-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$ $-90° < y < 90°$

نموذج



إرشادات للدراسة تذكّر أنه عند حسابك قيمة معكوس الدالّة المثلّثية، فإن الناتج هو قياس زاوية.

أوجد قيمة كلٍّ ممّا يأتي بالدرجات وبالراديان:

$\text{Cos}^{-1}(-1)$

$\text{Tan}^{-1}(-\sqrt{3})$

$\text{Sin}^{-1}\frac{1}{2}$

أوجد قيمة كلٍّ ممّا يأتي مقرّبًا الإجابة إلى أقرب جزء من مئة.

$\sin\left(\text{Sin}^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	$\tan(\text{Cos}^{-1} 1)$	$\cos\left(\text{Sin}^{-1}\frac{4}{5}\right)$

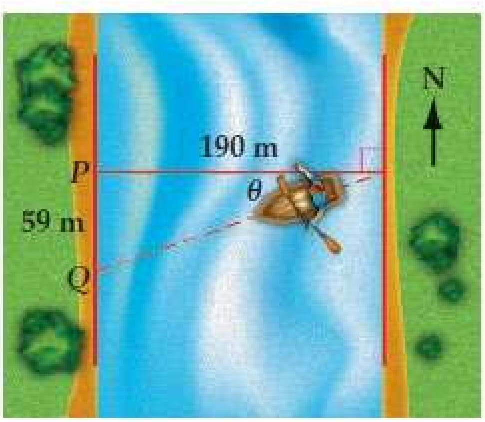
اختيار من متعدد: إذا كان $\text{Sin}\ \theta = 0.422$، فإن قياس الزاوية θ بالدرجات تقريبًا يساوي:

A $25°$ B $42°$ C $48°$ D $65°$

حُلّ كلًّا من المعادلات الآتية مقرّبًا الناتج إلى أقرب جزء من عشرة:

$\text{Tan}\ \theta = 2.1$	$\text{Sin}\ \theta = -0.46$	$\text{Cos}\ \theta = 0.9$

قوارب: يسير قارب في اتجاه الغرب؛ ليقطع نهرًا عرضه 190 m، فيصل إلى النقطة Q التي تبعد مسافة 59 m عن وجهته الأصلية P؛ بسبب التيار. اكتب دالّة مثلّثية عكسية يمكن استعمالها لإيجاد قياس الزاوية (θ) التي أزاح التيار القارب بها عن اتجاهه الأصلي، ثم أوجد قياس هذه الزاوية إلى أقرب جزء من عشرة.



ورقة عمل الحادي عشر العام 12-1 **المتطابقة المثلثية** الاسم:---------------------

نواتج التعلّم

1– استخدام المتطابقات المثلثية لإيجاد قيم الدوال المثلثية.

2– استخدام المتطابقات المثلثية لتبسيط العبارات.

مفهوم أساسي — المتطابقات المثلثية الأساسية

المتطابقات النسبية:

$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$, $\cos\theta \neq 0$ $\qquad$ $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$, $\sin\theta \neq 0$

متطابقات المقلوب:

$\sin\theta = \frac{1}{\csc\theta}$, $\csc\theta \neq 0$ $\qquad$ $\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$, $\sin\theta \neq 0$

$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$, $\sec\theta \neq 0$ $\qquad$ $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$, $\cos\theta \neq 0$

$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$, $\cot\theta \neq 0$ $\qquad$ $\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$, $\tan\theta \neq 0$

متطابقات فيثاغورس:

$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$

$\cot^2\theta + 1 = \csc^2\theta$

متطابقات الزاويتين المتتامتين:

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta$

$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$

$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot\theta$

متطابقات الدوال الزوجية والدوال الفردية: (متطابقات الزوايا السالبة)

$\sin(-\theta) = -\sin\theta$

$\cos(-\theta) = \cos\theta$

$\tan(-\theta) = -\tan\theta$

أوجد القيمة الدقيقة لكل من النسب المثلثية الآتية:

Find the exact value of each expression

$\cos\theta$ ، إذا كان $\sin\theta = \frac{4}{5}$ ، $90° < \theta < 180°$

$\tan\theta$ ، إذا كان $\cot\theta = 2$ ، $0° < \theta < 90°$

$\csc\theta$ ، إذا كان $\cot\theta = \frac{1}{4}$ ، $180° < \theta < 270°$

$\sin\theta$ ، إذا كان $\cos\theta = \frac{5}{13}$ ، $270° < \theta < 360°$

Simplify each expression.

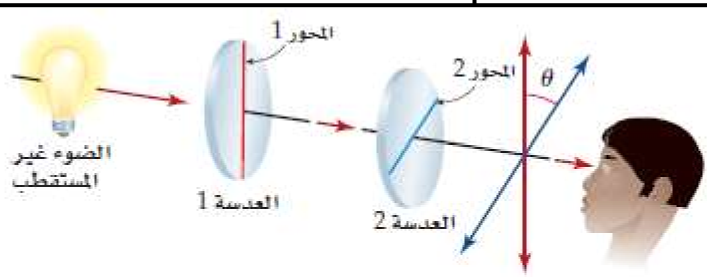
بسِّط كل عبارة مما يأتي:

$\frac{\cos\theta\csc\theta}{\tan\theta}$

$\csc^2\theta - \cot^2\theta$

$\tan\theta\cos^2\theta$

بصريات: عندما يمر الضوء من خلال عدسة مستقطبة للضوء، فإن شدة الضوء المار بهذه العدسة سيقل بمقدار النصف، ثم إذا مرّ الضوء بعدسة أخرى بحيث يكون محور هذه العدسة يصنع زاوية قياسها θ مع محور العدسة الأولى، فإن شدة الضوء تقل مرة أخرى. يمكننا إيجاد شدة الضوء باستعمال الصيغة $I = I_0 - \frac{I_0}{\csc^2\theta}$ ، حيث I_0 شدة الضوء القادمة من العدسة الأولى المستقطبة ، I هي شدة الضوء الخارجة من العدسة الثانية، θ الزاوية بين محوري العدستين.



a) بسط الصيغة بدلالة $\cos\theta$

b) استعمل الصيغة المبسطة؛ لمعرفة شدة الضوء المار بالعدسة الثانية بدلالة شدة الضوء قبل المرور بها إذا كان محور العدسة الثانية يصنع زاوية قياسها 30° مع محور العدسة الأولى.

ورقة عمل الحادي عشر العام 12-2 إثبات صحة المتطابقات المثلثية الاسم: ---------------------

نواتج التعلّم

1- إثبات صحة المتطابقات المثلثية بتحويل أحد طرفيها إلى الآخر.

2- إثبات صحة المتطابقات المثلثية بتحويل كلّاً من طرفيها إلى العبارة نفسها.

الدقة: أثبت صحة كل متطابقة فيما يأتي:

$cos^2\theta = (1 + sin\,\theta)(1 - sin\,\theta)$

$cot\,\theta + tan\,\theta = \dfrac{sec^2\theta}{tan\,\theta}$

$tan^2\,\theta = \dfrac{1 - cos^2\,\theta}{cos^2\,\theta}$

$\sin\theta = \dfrac{sec\,\theta}{tan\,\theta + cot\,\theta}$

$tan^2\,\theta = (sec\,\theta + 1)(sec\,\theta - 1)$

$tan^2\,\theta\ \ csc^2\,\theta = 1 + tan^2\,\theta$

الاختيار من متعدد: ما التعبير الذي يمكن استخدامه لتشكيل متطابقة فيها $\dfrac{tan^2\,\theta + 1}{tan^2\,\theta}$ ؟

A) $sin^2\,\theta$ B) $cos^2\,\theta$ C) $tan^2\,\theta$ D) $csc^2\,\theta$

ورقة عمل الحادي عشر العام 12-3 متطابقات مجموع زوايتين والفرق بينهما الاسم: ----------------------

نواتج التعلّم

1- إيجاد قيمتي sine و cosine باستخدام متطابقات المجموع والفرق.

2– إثبات صحة المتطابقات المثلثية باستخدام متطابقات المجموع والفرق.

بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد القيمة الدقيقة لكل تعبير مما يلي:

$\tan 195^\circ$	$\cos 165^\circ$	$\cos 105^\circ$
$\csc \frac{5\pi}{12}$	$sin\, 135^\circ$	$sin(-30^\circ)$

كهرباء :يمر تيار كهربائي متردّد في دائرة كهربائية، وتعطى شدة هذا التيار c بالأمبير بعد t ثانية بالصيغة $c = 2\sin(120^\circ t)$

a) أعد كتابة الصيغة، باستعمال مجموع زاويتين.

b) استعمل المتطابقة المثلثية لمجموع زاويتين من الزوايا الخاصة؛ لإيجاد القيمة الدقيقة لشدة التيار بعد ثانية واحدة.

أثبت صحة كل متطابقة فيما يلي:

$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = -sin\,\theta$

$\sin(90° + \theta) = \cos\theta$

$\tan(\theta + 45°) = \frac{1 + tan\,\theta}{1 - tan\,\theta}$

$\tan\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\cot\theta$

ورقة عمل الحادي عشر العام 12-4 متطابقات ضعف الزاوية ونصفها الاسم: ----------------------

نواتج التعلّم

1- إيجاد قيمتي sine و cosine باستخدام متطابقات ضعف الزاوية.

2- إيجاد قيمتي sine و cosine باستخدام متطابقات نصف الزاوية.

المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية:

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$

$$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$$

$$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$$

المتطابقات المثلثية لنصف الزاوية :

$$\sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$$

$$\cos\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}$$

$$\tan\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}},\ \cos\theta \neq -1$$

بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد القيمة الدقيقة لـ $\sin 2\theta, \cos 2\theta, \sin\frac{\theta}{2}, \cos\frac{\theta}{2}$.

$$\sin\theta = \frac{1}{4};\ 0^\circ < \theta < 90^\circ$$

$\cos\,\theta = \frac{3}{5}\,; 270^\circ < \theta < 360^\circ$

$\tan\,\theta = -\frac{8}{15}\,; 90^\circ < \theta < 180^\circ$

أوجد القيمة الدقيقة لكل تعبير:

$\cos 15^\circ$

$\sin \frac{\pi}{8}$

كرة قدم : ركل لاعب كرة قدم الكرة بزاوية قياسها 37° مع سطح الأرض ، وبسرعة ابتدائية متجهة $52\ ft/s$. إذا كانت المسافة الأفقية d التي تقطعها الكرة تعطى بالصيغة $d = \frac{2v^2 \sin\theta \cos\theta}{g}$. حيث g تسارع الجاذبية الأرضية ويساوي $32\ ft/s^2$ ، و v تمثل السرعة الابتدائية المتجهة.

a) بسط الصيغة مستخدمًا المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية.

b) ما المسافة d التي تقطعها الكرة باستخدام الصيغة المبسطة ؟

أثبت صحة كلاً من المتطابقات التالية:

$$\tan\theta = \frac{1-\cos 2\theta}{\sin 2\theta}$$

$$(\sin\theta + \cos\theta)^2 = 1 + 2\sin\theta\cos\theta$$

ورقة عمل الحادي عشر العام 12-5 حل المعادلات المثلثية الاسم: ---------------------

نواتج التعلّم 1– حل المعادلات المثلثية. 2– تمييز الحلول الدخيلة للمعادلات المثلثية.

حل كل معادلة مما يأتي لقيم θ جميعها الموضحة بجانب كل منها:

$\cos\theta + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0 \quad ; \; 0° \le \theta \le 240°$

$\cos^2\theta + 2\cos\theta + 1 = 0 \quad ; \; 0° \le \theta \le 360°$

حل كل معادلة مما يلي ، لإيجاد كل قيم θ إذا كان قياس θ بالراديان:

$2\cos^2\theta = 1$

$\tan^2\theta + 2\tan\theta + 1 = 0$

حل كل معادلة مما يلي لإيجاد كل قيم θ إذا كان قياس θ بالدرجات:

$$\cos 2\theta - \sin^2\theta + 2 = 0$$

$$\cos\theta - 2\cos\theta\sin\theta = 0$$

حل كلا من المعادلات التالية:

$$\sin^2 2\theta + \cos^2\theta = 0$$

$$\sin\frac{\theta}{2} + \cos\frac{\theta}{2} = \sqrt{2}$$